



# SNTTM XVII

Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin 2018

## PROSIDING

**“Peran Ilmu Teknik Mesin yang Berorientasi Global dalam Mendukung Pembangunan Nasional Berkelanjutan”**

**Organized by :**



**Program Studi**

**TEKNIK MESIN**

4-5 Oktober 2018

Hotel Swiss Belinn Kupang, Nusa Tenggara Timur

Indonesia

## Kata Pengantar

Segala puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, karena hanya dengan rahmat- Nya buku prosiding Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin (SNTTM) XVII dapat diterbitkan. SNTTM XVII dengan tema “Peran Ilmu Teknik Mesin yang Berorientasi Global Dalam Mendukung Pembangunan Nasional Berkelanjutan” merupakan kegiatan tahunan Badan Kerja Sama Teknik Mesin (BKS-TM) Indonesia. SNTTM kali ini diselenggarakan oleh Program Studi Teknik Mesin, Fakultas Sains dan Teknik, Universitas Nusa Cendana (UNDANA) Kupang pada tanggal 4-5 Oktober 2018 di hotel Swiss-Belinn Kristal Kupang.

Dengan terlaksananya seminar ini, diharapkan adanya kerjasama antar Program Studi Teknik Mesin seluruh Indonesia yang semakin erat dan baik, dalam pengembangan peran ilmu teknik mesin dalam mendukung pembangunan nasional. Mulai tahun 2017, BKS-TM menggunakan sistem *Open Conference System* (OCS) dalam tahapan pengiriman abstrak dan makalah, sehingga seluruh prosiding yang dihasilkan dari SNTTM nantinya dapat diakses secara daring. Upaya ini merupakan bagian dari usaha BKS-TM untuk meningkatkan mutu publikasi karya ilmiah teknik mesin ke level yang lebih tinggi.

Perlu diketahui bahwa seleksi SNTTM XVII dilakukan dalam dua tahapan: 1) seleksi abstrak untuk kegiatan seminar dan 2) seleksi makalah lengkap untuk prosiding daring. Penyelenggaraan kali ini telah berhasil menjaring 198 abstrak untuk diseminarkan yang berasal dari berbagai institusi. Dari 198 abstrak yang diseminarkan, jumlah makalah yang sampai pada tahap prosiding adalah 143 artikel ilmiah, dengan perincian 35,66% konversi energi, 22,37% perancangan dan mekanika terapan, 13,98% proses manufaktur, 23,77% rekaya material dan 4,19% pendidikan teknik mesin.

Pada kesempatan ini, kami menyampaikan penghargaan setinggi-tingginya kepada BKS-TM Indonesia, para pimpinan Progam Studi Teknik Mesin, *keynote speaker*, tim peninjau, sponsor, para pemakalah, serta segenap panitia yang telah berpartisipasi aktif atas terselenggaranya SNTTM XVII dan terbitnya prosiding dari acara ini. Tidak lupa kami selaku panitia pelaksana memohon maaf atas kekurangan dan ketidaksempurnaan yang terjadi dalam keseluruhan proses penyelenggaraan seminar dan penerbitan buku prosiding. Akhir kata, semoga prosiding SNTTM XVII ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Salam hangat,

Dominggus G. H. Adoe, S. T., M. Eng  
Ketua Panitia Pelaksana

ISSN 2623-0313

## **Buku Prosiding SNTTM XVII – 2018**

### **SEMINAR NASIONAL TAHUNAN TEKNIK MESIN XVII**

#### **Tema Seminar**

Peran Ilmu Teknik Mesin yang Berorientasi Global  
Dalam Mendukung Pembangunan Nasional Berkelanjutan

#### **Pelaksanaan**

Hotel Swiss-Belinn Kristal Kupang, 4-5 Oktober 2018

#### **Penerbit**

Program Studi Teknik Mesin  
Kampus UNDANA Penfui Kupang 85148

# SNTTM XVII – 2018

## SEMINAR NASIONAL TAHUNAN TEKNIK MESIN XVII

Perancangan dan Mekanika Terapan, Proses Manufaktur, Konversi Energi,  
Material Material, Pendidikan Teknik Mesin

### Penanggung Jawab

Prof. Fredik L. Benu, Rektor Undana Kupang  
Drs. Hery L. Sianturi, Dekan Fakultas Sains & Teknik, UNDANA Kupang  
Dr. Jefri S. Bale, Ketua Program Studi Teknik Mesin, UNDANA Kupang

### Penasehat

Dr. Arifin Sanusi, Program Studi Teknik Mesin, UNDANA Kupang  
Dr. Matheus M. Dwinanto, Program Studi Teknik Mesin, UNDANA Kupang  
Wenseslaus Bunganaen, M. T., Program Studi Teknik Mesin, UNDANA Kupang

### Panitia Pelaksana

Ketua Umum: Dominggus G. H. Adoe, M. Eng  
Bendahara: Gusnawati, M. Eng  
Publikasi: Muhamad Jafri, M. Eng  
Perlengkapan: Ben V. Tarigan, M. M.

### Editor

Dr. Jefri S. Bale  
Dr. Arifin Sanusi  
Yeremias M. Pell, M. Eng  
Kristomus Boimau, M. T.  
Muhamad Jafri, M. Eng  
Boy Bistolen, M. Eng

## Reviewer

---

Perancangan dan Mekanika Terapan

Daud Pulo Mangesa, M. T.  
Rima N. Selan, M. T.  
Jack C. A. Pah, M. T.

---

Proses Manufaktur

Wenseslaus Bunganaen, M. T.  
Adi Y. Tobe, M. T.  
Defmit B. N. Riwu, M. T.

---

Konversi Energi

Dr. Arifin Sanusi  
Muhamad Jafri, M. Eng  
Gusnawati, M. Eng  
Ben V. Tarigan, M. M.  
Yuftriani Littik, M. Eng

---

Rekayasa Material

Dr. Jefri S. Bale  
Yeremias M. Pell, M. Eng  
Kristomus Boimau, M. T.  
Dominggus G. H. Adoe, M. Eng  
Boy Bistolen, M. Eng

---

Pendidikan Teknik Mesin

Wenseslaus Bunganaen, M. T.  
Daud Pulo Mangesa, M. T.  
Rima N. Selan, M. T.  
Jack C. A. Pah, M. T.  
Adi Y. Tobe, M. T.

---



RM - 30	<b>Analysis Of The Effect Of Cooling Media Variation And Variation Of Cooling Media Temperature On T6 Process Solution Treatment On Shape And Propeler Dimension Changes From Coal Based Aluminum-Ash Composite Materials</b> Zainun, Edi Santoso, Abdul Jalil	161-165
RM - 31	<b>Effect Of Treatment Of King's Pineapple Fiber Fibers (<i>Agave Cantala Roxb</i>) On Epoxy Matrix Wettability</b> Musa Bondaris Palungan, Benyamin Tangaran	166-170
RM - 32	<b>Peat Firing Foaming Agent Selection from Fatty Acid Palm Oil Saponification Results with Simple Additive Weighting Method</b> Purwo Subekti, Erliza Hambali, Ani Suryani, Prayoga Suryadarma, Bambang Hero Saharjo, Mira Rivai	171-174
RM - 33	<b>Effect of Alkaline and Hydrogen Peroxide Treatment on Changes in Coconut Fiber Diameters As Environmentally Friendly Composite Materials</b> Muhammad Arsyad dan Rudy Soenoko	175-178
RM - 34	<b>Analysis of Tensile Strenght, Hardness and Microstructure on SMAW Welding Using E 6013 Electrodes with Variation in Electrodes Motion</b> Andri Santoso, Awal Syahrani, Mustafa	179-183

### **PERANCANGAN DAN MEKANIKA TERAPAN [PMT]**

<b>KODE MAKALAH</b>	<b>JUDUL MAKALAH</b>	<b>HALAMAN</b>
PMT - 01	<b>Algorithm For Determining The Feasibility Of Braking Systems Operation Of Passengers Car In Matlab Simulink</b> Danardono A. Sumarsono, Mohammad Adhitya, Rolan Siregar	001-005
PMT - 02	<b>Fracture Analysis of Rear Axle Shaft Vehicles Truck HINO 500</b> Achmad Kusairi Samlawi, Syauqi Rahmat Firdaus	006-012
PMT - 03	<b>Analysis of Frame Structure a Moving Gantry type NC Router Machine for Wood Carving</b> Rachmad Hartono, Sugiharto, dan Bukti Tarigan	013-017
PMT - 04	<b>Analysis of the Combustion Engine Component Structure Using The Finite Element Method</b> Sangriyadi Setio, Wiranto Arismunandar, Adi Setiakarsa, Claudia Kurniawan	018-028
PMT - 05	<b>Analytical and Numerical Studies of Dynamic Finite Element Analysis of Coaxial Dual Rotor Systems with Pseudo Modal Method Using Matlab</b> Zulhendri H, Alexander Sembiring dan Asnawi Lubis	029-038
PMT - 06	<b>Automatization roaster hopper coffee</b> Mochamad Edoward Ramadhan, Hari Arbiantara Basuki, D A R Wulandari	039-043

# Analytical and Numerical Studies of Dynamic Finite Element Analysis of Coaxial Dual Rotor Systems with Pseudo Modal Method Using Matlab

Zulhendri H<sup>1,\*</sup>, Alexander Sembiring<sup>2</sup> dan Asnawi Lubis<sup>3</sup>

<sup>1,3</sup>Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Lampung – Bandar Lampung

<sup>2</sup>Prodi Magister, Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Lampung – Bandar Lampung

\*Corresponding author: Zulhendri.h@eng.unila.ac.id

**Abstract.** System of shaft rotating machine (rotor dynamics) are the most popular machine. It is commonly used in industrial application such as in steam compressors, low-pressure and high-pressure centrifugal compressors, gas turbines and aircraft engines. Dual rotor systems are usually found in a compressor and turbine engine. In this paper, finite element method (FEM) and pseudo modal are presented for the calculation of dynamic characteristics of dual rotor systems. Single rotor system is divided into 2 elements for analytical study, 13 elements for numerical study, meanwhile dual rotor system is divided into 11 elements. A computer program is developed to solve critical speeds and mass unbalance responses using engineering software namely Matlab (R2016a). The results obtained in this investigation were closed to other previous studied found in the literature which has difference between 0.12% until 6.6%.

**Abstrak** Sistem poros rotor atau *rotor dynamics* merupakan mesin berputar yang terus mengalami perkembangan sangat signifikan. Penggunaan sistem poros rotor dalam dunia industri diantaranya digunakan pada kompresor uap, kompresor sentrifugal tekanan rendah dan tinggi, turbin gas, dan mesin pesawat. Sistem rotor bertingkat biasanya dijumpai pada kompresor dan mesin turbin. Dalam makalah ini akan dikaji penghitungan karakteristik dinamik sistem rotor bertingkat (*dual rotor*) menggunakan pemodelan elemen hingga dan penyelesaian dengan metode pseudo modal. Untuk sistem rotor tunggal sistem dibagi menjadi 2 elemen untuk kajian analitik, sedangkan untuk numerik menjadi 13 elemen. Sedangkan untuk sistem rotor bertingkat dibagi menjadi 11 elemen. Sebuah program disusun untuk menghitung kecepatan putaran kritis serta respon massa tak-imbang, kode program ditulis dalam Bahasa pemrograman Matlab (R2016a). Hasil penghitungan yang diperoleh dalam penelitian ini dibandingkan dengan kajian yang sudah ada di literatur dan menunjukkan perbedaan hasil yang masih bisa diterima yaitu sekitar 0,12 % sampai 6,6% untuk berbagai pembagian jumlah elemen.

**Keywords:** diagram Campbell, , *dual rotor*, matlab, metode elemen hingga, pseudo-modal

© 2018. BKSTM-Indonesia. All rights reserved

## Pendahuluan

Mesin-mesin industri saat ini terus mengalami perkembangan yang sangat signifikan. Salah satu mesin yang banyak digunakan di dalam keperluan industri adalah mesin-mesin rotasi atau mesin berputar. Mesin-mesin rotasi ini sangat erat hubungannya dengan sistem poros rotor. Fungsi utama dari poros pada sistem poros rotor adalah mentransmisikan daya dengan putaran. Sistem poros rotor mempunyai elemen-elemen utama yaitu; rotor (*disk*), poros (*shaft*), bantalan (*bearing*) yang mempunyai sifat mekanik yang berbeda-beda. Penggunaan sistem poros rotor dalam dunia industri diantaranya digunakan pada kompresor uap, kompresor sentrifugal tekanan rendah dan tinggi, turbin gas, dan mesin pesawat [7].

Sistem poros rotor akan beroperasi dengan baik jika tidak berputar dekat dengan frekuensi

pribadinya (putaran kritis), karena jika sistem poros rotor beroperasi dekat dengan frekuensi pribadinya (putaran kritisnya) akan menimbulkan resonansi yang menyebabkan amplitudo semakin besar dan dapat dipastikan bahwa akan terjadi kegagalan pada sistem poros rotor. Dalam menganalisis karakteristik dinamik terdapat beberapa metode yang digunakan; Metode *Jeffcot* rotor dapat digunakan untuk memodelkan sistem poros rotor [1], Metode Elemen Hingga merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mendapatkan karakteristik dinamik sistem poros rotor [9]. Metode elemen hingga kemudian dikembangkan sehingga didapatkan metode elemen hingga dan metode matrik transfer [2]. Metode penggabungan antara elemen hingga, metoda matrik transfer, metoda integrasi numerik deret waktu dan metoda Hubolt untuk pemodelan sistem poros rotor agar didapatkan waktu komputasi dan numerik yang

lebih cepat [5]. Metode penggabungan *pseudo modal* dan metode *direct* untuk memodelkan sistem poros-rotor [7]. Yanto pada tahun 2014 telah melakukan analisis perilaku dinamik pada sistem poros rotor 3D, dan didapatkan variasi putaran kritis sebanyak 192 frekuensi pribadi [11]. Pola getar yang ditunjukkan terdapat 96 searah dengan putaran (maju) dan 96 berlawanan arah dengan putaran (mundur). Fei pada tahun 2013 telah melakukan investigasi karakteristik dinamik sistem poros rotor bertingkat yang disimulasikan berdasarkan metode elemen hingga dan memperoleh hasil bahwa dengan menggunakan metode elemen hingga dapat memprediksi karakteristik dinamik sistem poros rotor bertingkat. Hasil pengujian yang didapatkan berupa kecepatan putaran kritis, perpindahan *transient*, dan diagram *trajectory* [3].

Dalam makalah ini akan dikaji karakteristik dinamik sistem rotor secara analitik dan numerik dengan menyusun program komputasi dalam bahasa pemrograman teknik yakni *MATLAB (R2016a)*. Kaji analitik dan numerik ini dilakukan untuk mendapatkan karakteristik dinamik dari sistem poros rotor bertingkat seperti putaran kritis dan respon massa tak imbang (*mass unbalance response*) yang ditimbulkan oleh sistem poros rotor bertingkat atau *dual rotor*. Pemodelan elemen hingga dan metode *pseudo modal* digunakan agar diperoleh putaran kritis, dan respon massa tak imbang (*mass unbalance response*).

**Metode Penelitian**

Kaji analitik dilakukan hanya pada sistem poros rotor sederhana saja yakni dengan membaginya dalam 2 elemen hingga. Mengingat jumlah elemen hingga yang banyak, maka sistem poros rotor bertingkat tidak dikaji secara analitik tetapi akan dikaji secara numerik. Metode yang digunakan adalah dengan memodelkan sistem poros rotor menjadi beberapa elemen dan penyelesaian persamaan gerak menggunakan metode *pseudo modal*.

Elemen dasar dari sistem poros rotor terdiri atas rotor, poros, *bearings*, dan *seals*. Ketidakseimbangan massa (*mass unbalances*) tidak bisa secara utuh diabaikan, namun harus tetap diperhitungkan karena hal ini tidak dapat dihindari. Persamaan energi kinetik dibutuhkan untuk menemukan karakteristik dari rotor, poros, dan massa tak imbang. Energi regangan (*strain energi*) digunakan untuk mencari karakteristik poros (*shaft*). Persamaan *Lagrange* digunakan untuk memperoleh persamaan gerak sistem poros rotor, seperti pada Pers. (1).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = F q_i \tag{1}$$

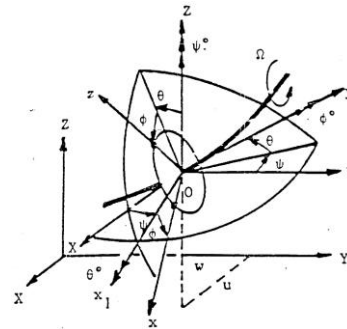
Konsep dasar metode elemen hingga adalah untuk menemukan solusi dari masalah yang rumit dengan penyederhanaan melalui pemodelan elemen dengan jumlah. Semakin banyak elemen-elemen yang ada dan ukurannya yang kecil maka hasil yang diperoleh akan semakin mendekati hasil aktualnya [10].

Rotor akan dibagi menjadi beberapa elemen yang akan dihubungkan oleh nodal. Defleksi atau perpindahan nodal dapat dinyatakan sebagai vektor, Pers. (2) menyatakan vektor perpindahan nodal.

$$\delta = [u, w, \theta, \psi]^T \tag{2}$$

**Elemen hingga rotor (disk)**

Rotor (*disk*) diasumsikan kaku dan karakteristiknya sangat dipengaruhi oleh energi kinetiknya.  $R_O (XYZ)$  adalah *inertial frame* dan  $R (x, y, z)$  merupakan koordinat piringan yang tetap pada *disk*, seperti yang dijelaskan pada Gambar 1. Koordinat sistem  $(xyz)$  berhubungan dengan koordinat sistem  $XYZ$  melalui tiga sudut yaitu  $\psi, \theta$ , dan  $\phi$ .



Gambar 1. Kerangka acuan disk pada poros [7].

Energi kinetik *disk* dinyatakan dalam Pers. (3).

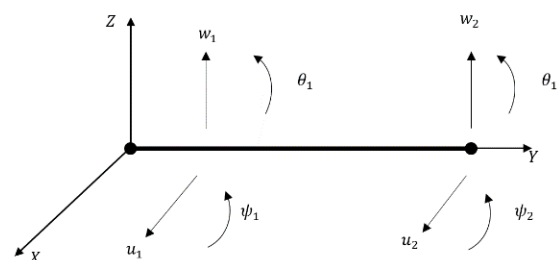
$$T_D = \frac{1}{2} m_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_{Dx} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2} I_{Dy} (\Omega^2 + 2\Omega\dot{\psi}\theta) \tag{3}$$

Dengan menerapkan persamaan *Lagrange* pada Pers. (3) maka diperoleh persamaan matriks elemen *disk* berikut.

$$M_D = \begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{4}$$

**Poros**

Poros dapat dimodelkan sebagai batang berpenampang lingkaran dengan luas penampang yang konstan, dapat dilihat pada Gambar 2.





**Gambar 2.** Elemen hingga poros [7]

Persamaan umum energi kinetik poros dapat dilihat pada Pers. (5).

$$T = \frac{1}{2} \dot{\delta}u^t M_1 \dot{\delta}u + \frac{1}{2} \dot{\delta}w^t M_2 \dot{\delta}w + \frac{1}{2} \dot{\delta}u^t M_3 \dot{\delta}u + \frac{1}{2} \dot{\delta}u^t M_4 \dot{\delta}u + \Omega \dot{\delta}u^t M_5 \dot{\delta}w + \rho I L \Omega^2 \quad (5)$$

Nilai  $M_1$  dan  $M_2$  adalah matriks massa klasik,  $M_3$  dan  $M_4$  didapatkan dari efek inersia putar dan  $M_5$  didapatkan dari efek giroskopik. Dengan menerapkan persamaan *Lagrange* pada Pers. (5) didapatkan Pers. (6).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} = (M + M_S) \ddot{\delta} + C \dot{\delta} \quad (6)$$

Nilai  $M$  dan  $M_S$  didapatkan dari  $M_1, M_2$  dan  $M_3, M_4$  dan matriks  $C$  dari  $M_5$ . Matriks-matriks tersebut adalah

$$M = \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$M_S = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$C = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Energi regangan yang ada pada poros dapat dilihat pada Pers. (10).

$$U = \frac{1}{2} \delta u^t K_1 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^t K_2 \delta w + \frac{1}{2} \delta u^t K_3 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^t K_4 \delta w \quad (10)$$

Dengan nilai  $K_1$  dan  $K_2$  adalah matriks kekakuan klasik, dan  $K_3$  dan  $K_4$  merupakan matriks akibat adanya pengaruh gaya aksial. Efek geser perlu diperhitungkan, efek geser tersebut dapat dinyatakan sebagai Pers. (11).

$$a = \frac{12EI}{GSL^2} \quad (11)$$

Dengan nilai  $I$  merupakan momen inersia penampang, nilai  $G$  (modulus geser), dan nilai  $E$  (modulus elastisitas) didapatkan dari properti material poros yang digunakan.

$$I = \frac{\pi R_1^4}{4} \quad (12)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (13)$$

Dengan nilai  $\nu$  merupakan *poisson's ratio*, dan  $S_r (\cong S)$  adalah luas reduksi dari penampang melintang. Pengaruh yang dihasilkan oleh efek geser dapat didefinisikan ke dalam matriks  $K_S$ . Matriks kekakuan klasik  $K_C$  didapatkan dari  $K_1, K_2$  dan  $K_S$ , dan matriks  $K_F$  atau matriks gaya aksial didapatkan dari  $K_3$  dan  $K_4$ .

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = K \delta \quad (14)$$

Dengan

$$K = K_C + K_F \quad (15)$$

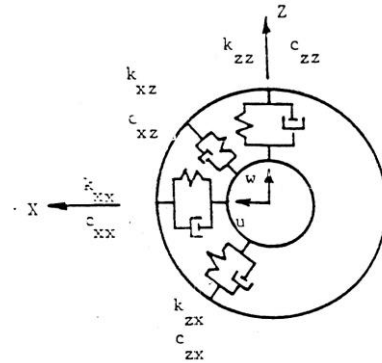
Nilai matriks  $K_C$  dan  $K_F$  dapat dilihat pada Pers. (16) dan (17).

$$K_C = \frac{EI}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-a)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+a)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-a)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+a)L^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$K_F = \frac{F}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

**Bantalan dan seals**

Kekakuan dan redaman viskos diasumsikan sudah diketahui, dan pengaruh dari *bending* dapat diabaikan seperti tampak pada Gambar 3.



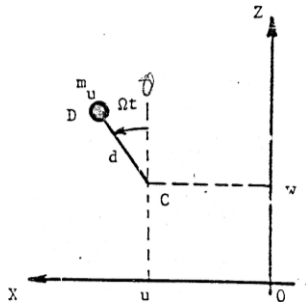
**Gambar 3.** Kekakuan dan redaman *bearings* [7]

Persamaan matriks kekakuan redamannya dapat dilihat pada Pers. (18). Persamaan matriksnya adalah:

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \\ w \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \\ \dot{w} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (18)$$

**Massa takimbang**

Ketidakseimbangan pada sistem poros rotor ( $m_u$ ) yang terletak pada jarak  $d$  dari pusat geometri poros seperti pada Gambar 4.



Gambar 4 Massa takimbang [7]

Persamaan matriks massa takimbang dijelaskan pada Pers. (19), dan (20).

$$F_2 = m_u d \Omega^2 \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$F_3 = m_u d \Omega^2 \begin{bmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (20)$$

Secara umum solusi persamaan gerak sistem poros rotor dapat dituliskan pada Pers. (21).

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + K\delta = F(t) \quad (21)$$

Sedangkan untuk solusi persamaan gerak sistem poros bertingkat atau *dual* rotor dinyatakan dalam Pers. (22).

$$M\ddot{\delta} + C(\Omega_1, \Omega_2)\dot{\delta} + K\delta = F(t) \quad (22)$$

Penyelesaian persamaan metode *pseudo-modal* dapat dilihat pada Pers. (23).

$$M\ddot{\delta} + K^*\delta = 0 \quad (23)$$

Degan nilai  $M$  adalah matriks massa dan  $K^*$  merupakan matrik kekakuan yang diperoleh dari nilai  $K$ , dimana nilai  $k_{zz}$  dan  $k_{zx}$  diabaikan.  $N$  (banyak) modus getar terendah pertama  $\phi_1, \dots, \phi_n$  dari Pers. (22) didapatkan dengan teknik iterasi, dan jika ditulis dalam bentuk matriks dapat ditulis sebagai Pers. (24) berikut.

$$\phi = [\phi_1, \dots, \phi_n] \quad (24)$$

Dari Pers. (23) dapat diperoleh Pers. baru (25).

$$\delta = \phi p \quad (25)$$

Pers. (25) disubstitusikan ke dalam persamaan gerak sistem poros rotor (21) dan mengalikannya dengan  $\phi^T$ .

$$\phi^T M \ddot{p} + \phi^T C(\Omega) \dot{p} + \phi^T K \phi p = \phi^T F(t) \quad (26)$$

Diagonal matriks  $\phi^T C \phi$  ditambahkan dengan modal *damping*  $c_i$ , yang diperoleh dari analogi sistem massa pegas teredam *SDOF* (*single-degree-of-freedom*).

$$c_i = 2\alpha_i \sqrt{\phi^T K \phi \cdot \phi^T M} \quad (27)$$

Dengan nilai faktor redaman modal  $\alpha_i$  diperoleh dari pengalaman perancang. Sehingga solusi persamaan gerak sistem poros rotor (21) tanpa gaya eksternal dapat dilihat pada Pers. (28) berikut.

$$\phi^T M \ddot{p} + \phi^T C(\Omega) \dot{p} + \phi^T K \phi p = 0 \quad (28)$$

Dengan nilai  $p$  dapat diasumsikan sebagai Pers. (29) berikut.

$$p = P e^{rt} \quad (29)$$

Pers. (29) disubstitusikan ke dalam Pers. (28) maka didapatkan persamaan karakteristiknya sebagai berikut.

$$[r^2 m + r c + k] P = 0 \quad (30)$$

Pers. (30) dapat ditulis dalam bentuk persamaan matriks ke dalam Pers. (31).

$$\begin{bmatrix} 0 & I \\ -k^{-1}m & -k^{-1}c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} rP \\ P \end{Bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{Bmatrix} rP \\ P \end{Bmatrix} \quad (31)$$

Penyelesaian masalah nilai eigen (*eigenvalue*) atau frekuensi pribadi dan modus getar dari Pers. (31) dapat diperoleh dalam besaran yang kompleks. Dari hasil yang diperoleh maka diagram *Campbell* dapat digambarkan yang menampilkan daerah-daerah kritis sehingga kecepatan kritisnya dapat diketahui. Respon massa takimbang didapatkan dari Pers. (32) berikut.

$$m\ddot{p} + c\dot{p} + k\delta = f_2 \sin \Omega t + f_3 \cos \Omega t \quad (32)$$

Dengan nilai  $f_2$  dan  $f_3$  dapat diperhatikan pada Pers. (33) dan (34).

$$f_2 = \phi^T F_2 \quad (33)$$

$$f_3 = \phi^T F_3 \quad (34)$$

Dengan asumsi jawab seperti Pers. (35).

$$p = p_2 \sin \Omega t + p_3 \cos \Omega t \quad (35)$$

Dengan mensubstitusikan Pers. (35) ke dalam Pers. (32) akan diperoleh persamaan dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} k - m\Omega^2 & -\Omega c \\ \Omega c & k - m\Omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 \\ p_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_2 \\ f_3 \end{Bmatrix} \quad (36)$$

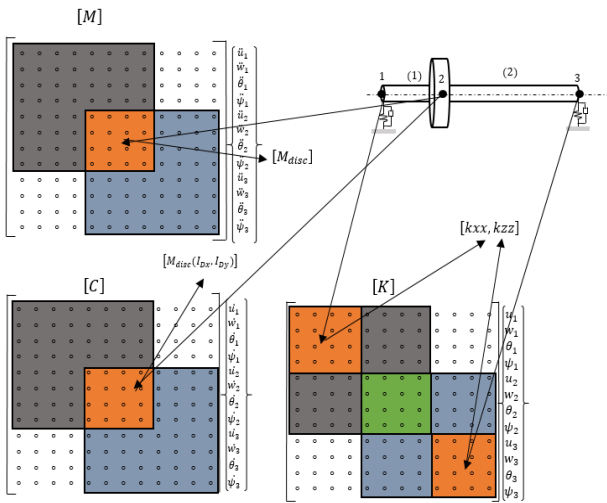
Penyelesaian Pers. (36) dan dari Pers. (25) diperoleh vektor perpindahan sebagai berikut.

$$\delta = \phi \{ p_2(\Omega) \sin \Omega t + p_3(\Omega) \cos \Omega t \} \quad (37)$$

**Hasil dan Pembahasan**

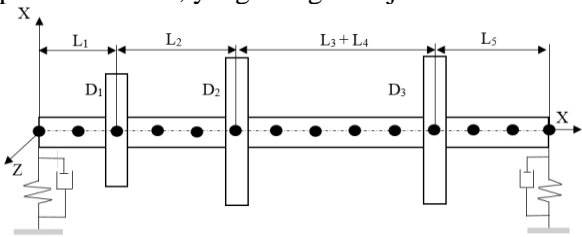
Kaji analitik dilakukan pada sistem poros rotor sederhana hingga mendapatkan pola pengglobalan matriks sistem poros rotor. Setelah mendapatkan matriks dari setiap elemen-elemen, selanjutnya adalah menggabungkan matriks lokal agar menjadi matriks global. Pada sistem poros rotor sederhana dibagi menjadi 2 elemen hingga, sehingga menghasilkan persamaan matriks global [ $12 \times 12$ ].

Penyusunan matriks lokal menjadi matriks global dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Penglobalan matriks sistem rotor tunggal

Sistem poros rotor sederhana dimodelkan seperti pada Gambar 6, yang dibagi menjadi 13 elemen.



Gambar 6. Pemodelan elemen hingga sistem [7]

Data geometri sistem poros rotor dijelaskan pada beberapa tabel 1 di bawah ini.

Tabel 1. Properti material poros dan disk

Massa Jenis ( $\rho$ )	Modulus Elastisitas ( $E$ )	Position Ratio ( $\nu$ )
7800 $kg/m^3$	$2 \times 10^{11} N/m^2$	0,3

Tabel 2. Data geometri poros

Radius dalam $R_i$ (m)	Radius luar $R_o$ (m)	$L_1$ (m)	$L_2$ (m)	$L_3$ (m)	$L_4$ (m)	$L_5$ (m)
0	0,05	0,2	0,3	0,25	0,25	0,3

Tabel 3. Data geometri disk

Disk	$D_1$	$D_2$	$D_3$
Tebal (m)	0,05	0,05	0,06
Radius dalam (m)	0,05	0,05	0,05
Radius luar (m)	0,12	0,2	0,2

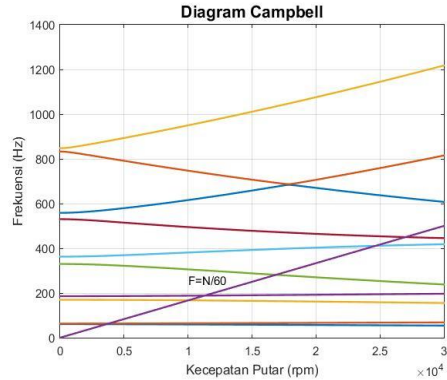
Tabel 4. Karakteristik bantalan dan seals

$k_{xx}$ N/m	$k_{zz}$ N/m	$k_{xz}$ N/m	$k_{zx}$ N/m	$c_{xx}$ N/m	$c_{zz}$ N/m	$c_{xz}$ N/m	$c_{zx}$ N/m
$5 \times 10^7$	$7 \times 10^7$	0	0	$5 \times 10^2$	$7 \times 10^2$	0	0

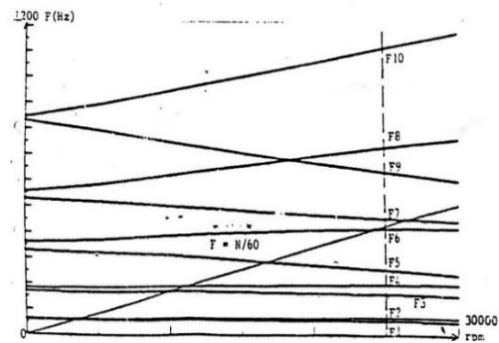
Tabel 5. Data massa takimbang pada disk 2

Massa takimbang ( $m_u$ )	Jarak ( $d$ ) = ( $R_o D_2$ )	Posisi angular $\alpha$ ( $^\circ$ )
0,2 kg m	0,001 m	0

Kecepatan putar rotor mulai dari 0 rpm sampai dengan 30.000 rpm. Diagram Campbell yang didapatkan melalui perhitungan komputasi, dibandingkan dengan diagram Campbell hasil referensi, yang dapat dilihat pada Gambar 7 dan Gambar 8.

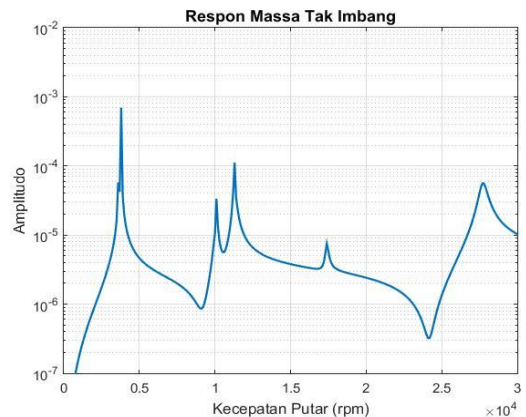


Gambar 7. Diagram Campbell hasil komputasi

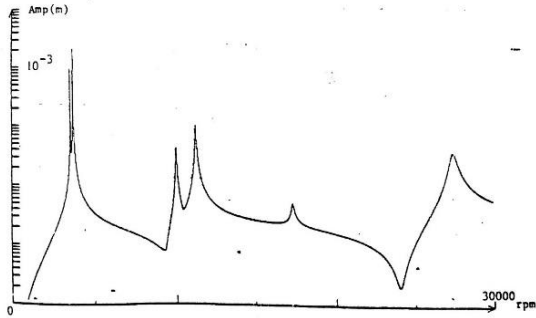


Gambar 8. Diagram Campbell hasil referensi [7]

Respon massa takimbang yang didapatkan melalui perhitungan komputasi terdapat pada Gambar 9, dibandingkan dengan respon massa takimbang hasil referensi, yang dapat dilihat pada Gambar 10.



Gambar 9. Respon massa takimbang n=6



Gambar 10. Respon massa takimbang referensi [7]

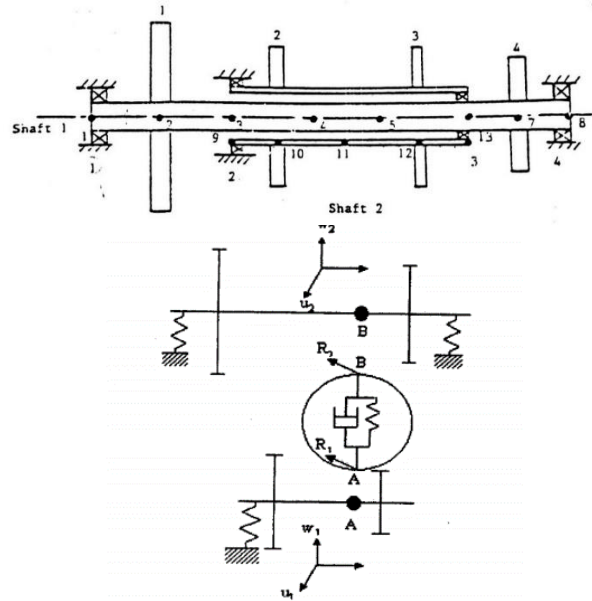
Nilai  $n$  merupakan banyaknya frekuensi pribadi pertama yang ditampilkan. Dapat diperhatikan pada Gambar response massa takimbang, ketika mendekati kecepatan putar kritis sistem maka amplitudo cenderung untuk naik atau semakin besar. Dari data-data yang sudah didapatkan, maka kita dapat menentukan batas operasi dari sistem poros yang ada. Kesepuluh frekuensi pribadi pertama pada kecepatan putaran 25.000 rpm dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Perbandingan frekuensi pribadi hasil referensi dan program komputasi (13 elemen hingga).

Frekuensi (Hz)	Referensi (Hz)	Program Komputasi (Hz)	Beda
F1	55,408	55,48	0,12 %
F2	67,209	67,299	0,13 %
F3	157,90	158,48	0,36 %
F4	193,71	194,364	0,33 %
F5	249,90	253,457	1,42 %
F6	407,62	411,50	0,95 %
F7	446,62	453,527	1,54 %
F8	715,03	758,763	6,11 %
F9	622,65	637,162	2,33 %
F10	1093,0	1144,813	4,74 %

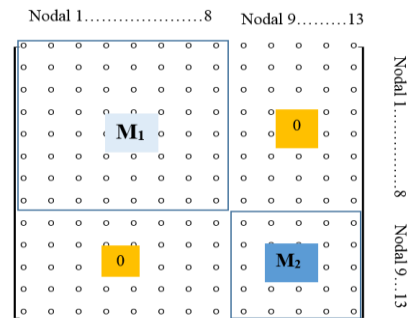
Pada Tabel 6 merupakan Tabel perbandingan program komputasi dan referensi menggunakan 13 elemen dengan panjang elemen yang sama. Dapat diperhatikan bahwa bedanya tidak terlalu jauh, beda paling besar terdapat pada frekuensi pribadi yang ke 8 sebesar 6,11 %, dan persentase *error* paling kecil sebesar 0,33 %. Hal ini menunjukkan bahwa program komputasi yang sudah dibuat cukup akurat.

Sistem poros rotor bertingkat merupakan sistem poros rotor yang memiliki dua buah sistem rotor dimana kedua sumbu saling berhimpit mengalami rotasi bersamaan dengan kecepatan putar yang sama atau berbeda, begitu juga dengan arah putaran dan dihubungkan oleh bantalan antar poros (*intershaft bearing*) seperti pada Gambar 11.

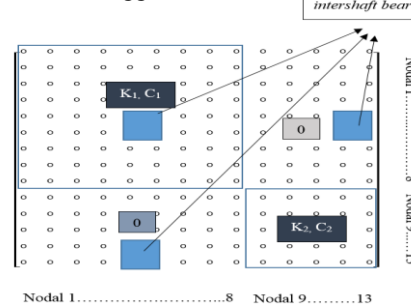


Gambar 11. Model sistem dual rotor [7].

Sistem *dual rotor* dipengaruhi oleh *intershaft bearing* yang akan berpengaruh pada penyusunan matriks globalnya. Penyusunan matriks global sistem *dual rotor* dimulai dari menyusun matriks untuk sistem rotor dalam dan luar, kemudian matriks global masing-masing rotor digabungkan menjadi matriks global dual sistem *dual rotor*. Penyusunan matriks massa, kekakuan dan redaman global *dual rotor* dapat dilihat pada Gambar 12 dan 13.

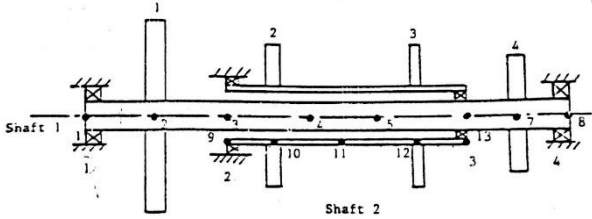


Gambar 12. Pengglobalan matriks massa dual rotor



Gambar 13. Pengglobalan matriks kekakuan dan redaman sistem dual rotor

Sistem dual rotor yang dikaji merupakan sistem dual rotor dari referensi dan memvalidasi program komputasi yang sudah dibuat. Model sistem dual rotor yang dikaji dapat dilihat pada Gambar 14.



Gambar 14. Pemodelan elemen hingga dual rotor [7]

Pada pemodelan elemen hingga sistem dual rotor, terdapat 7 elemen hingga untuk bagian sistem rotor dalam (*inner shaft*) dan 4 elemen hingga untuk bagian sistem rotor luar (*outer shaft*). Data geometri dual rotor dapat dilihat pada beberapa tabel berikut.

Tabel 7. Dimensi penampang poros sistem dual rotor

Poros	Jari-Jari Dalam (cm)	Jari-Jari Luar (cm)
Poros dalam (1)	0,0	1,524
Poros luar (2)	2,54	3,048

Tabel 8. Data disk sistem dual rotor

Disk	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
M(kg)	10,51	7,01	3,5	7,01
I <sub>Dx</sub> 10 <sup>-2</sup> (kgm <sup>2</sup> )	4,295	2,145	1,355	3,39
I <sub>Dy</sub> 10 <sup>-2</sup> (kgm <sup>2</sup> )	8,59	4,29	2,71	6,78

Tabel 9. Karakteristik bantalan sistem dual rotor

Bantalan	1	2	3	4
$k_{xx} = k_{zz}$ (N/m)	2,63 × 10 <sup>7</sup>	1,75 × 10 <sup>7</sup>	0,875 × 10 <sup>7</sup>	1,75 × 10 <sup>7</sup>

Tabel 10. Koordinat nodal pada poros dalam

Nodal	1	2	3	4	5	6	7	8
Absis (Cm)	0	0,762	15,875	24,13	32,385	40,64	45,72	50,8

Tabel 11. Koordinat nodal pada poros luar

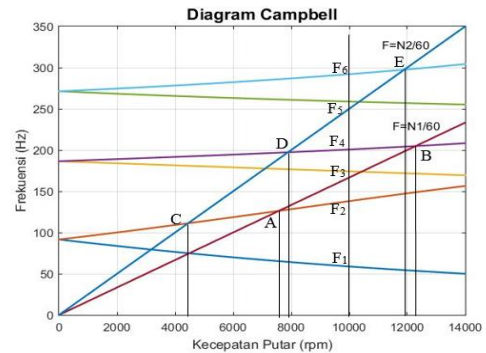
Nodal	9	10	11	12	13
Absis (Cm)	15,24	20,32	27,94	35,56	40,64

Tabel 12. Data properti material poros dan disk

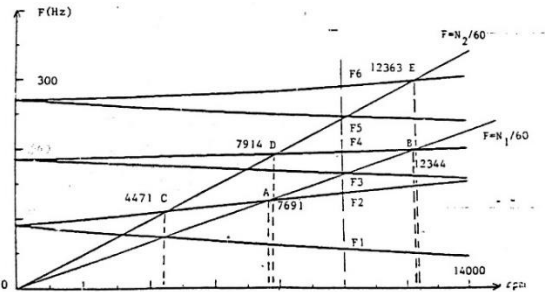
Massa Jenis (ρ)	Modulus Elastisitas (E)	Position Ratio (ν)
7800 kg/m <sup>3</sup>	2×10 <sup>11</sup> N/m <sup>2</sup>	0,3

Pada perhitungan komputasi yang dilakukan enam frekuensi terendah pertama dapat dilihat pada Gambar 15. Kecepatan kritis dapat dilihat pada perpotongan frekuensi pribadi dengan garis F = N1/60. Sedangkan Gambar diagram Campbell yang ada pada referensi ditunjukkan pada Gambar 16. Melalui diagram Campbell yang ada dapat

diketahui daerah-daerah mana yang harus dihindari terjadinya putaran kritis dari sistem, jika sistem beroperasi di daerah kecepatan putar kritisnya maka akan mengakibatkan terjadinya resonansi dan akan menyebabkan kegagalan pada sistem.



Gambar 15. Diagram Campbell sistem dual rotor fungsi putaran rotor 1



Gambar 16. Diagram Campbell sistem dual rotor fungsi putaran rotor 1 referensi [7]

Perbandingan hasil komputasi kecepatan kritis untuk sistem dual rotor terhadap referensi dapat dilihat pada Tabel 13.

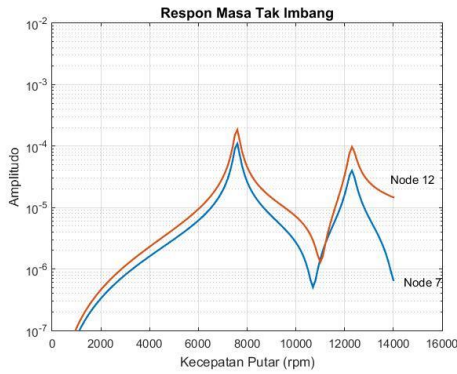
Tabel 13. Perbandingan hasil perhitungan komputasi dan referensi

Kecepatan Kritis (rpm)	Referensi (rpm)	Program Komp. (rpm)	Beda (%)
C	4471	4450	0,46
A	7691	7573	1,53
D	7914	7892	0,2
B	12344	12299	0,36
E	12363	11900	3,7

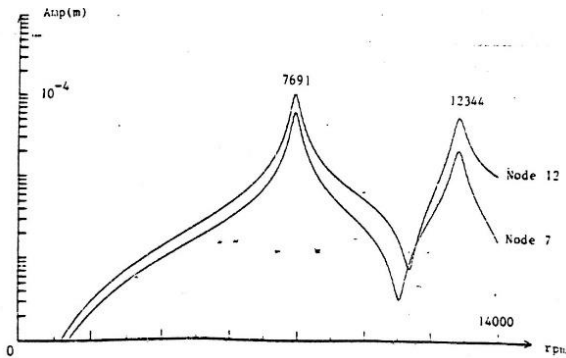
Perbandingan dari hasil data yang didapatkan menunjukkan bahwa terjadi perbedaan antara 0,2 % sampai 3,7 %.

Pada sistem dual rotor terdapat sebuah massa tak seimbang yang diasumsikan terletak pada sistem poros rotor, besar dari massa tak seimbang tersebut adalah 70 g mm. Hasil yang didapatkan melalui perhitungan komputasi dapat dilihat pada Gambar 17, dan hasil prediksi respon massa tak seimbang berdasarkan referensi dapat dilihat pada Gambar 18.





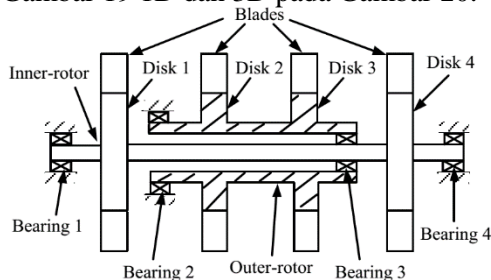
Gambar 17. Respon massa takimbang komputasi



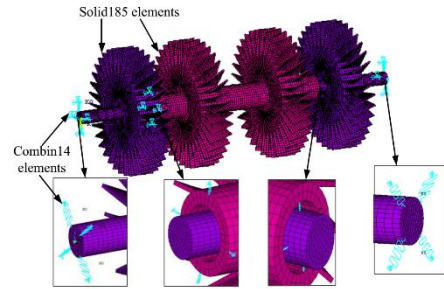
Gambar 18. Respon massa takimbang referensi [7]

Pada gambar prediksi respon massa takimbang ketika mendekati kecepatan putaran kritis sistem *dual* rotor amplitudo semakin besar. Puncak tertinggi pada respon mass takimbang terdapat pada kecepatan putar 7.573 rpm atau kecepatan kritis C2. Puncak ke 2 yang ada pada respon massa takimbang terjadi pada kecepatan putar 12.299 rpm kecepatan kritis C4. Melalui respon massa takimbang, dapat juga ditentukan putaran kritis dari sitem *dual* rotor. Pada respon massa takimbang ketika mendekati kecepatan putaran kritisnya amplitudo cenderung naik.

Studi kasus sistem *dual* rotor dilakukan untuk memvalidasi program komputasi yang sudah disusun dapat diterapkan dalam kasus sistem *dual* rotor. Pada studi kasus ini sistem *dual* rotor yang dikaji merupakan sistem yang sudah diuji terlebih dahulu dengan model elemen hingga 1D (1 dimensi) dan model elemen hingga 3D (3 dimensi). Sistem *dual* rotor yang dikaji dimodelkan seperti pada Gambar 19 1D dan 3D pada Gambar 20.



Gambar 19. Model sistem dual rotor 1 dimensi [8]



Gambar 20. Pemodelan sistem dual rotor 3 dimensi (3D) [8]

Data geometri sistem poros rotor bertingkat pada studi kasus dapat dilihat pada beberapa tabel berikut.

Tabel 14. Data geometri poros [8]

Poros	Panjang (m)	Diameter Dalam (m)	Diameter Luar (m)
Poros luar	0,32	0,032	0,048
Poros dalam	0,6	0	0,024

Tabel 15. Properti material poros [8]

Massa jenis ( $\rho$ )	Modulus elastisitas (E)	Poison ratio ( $\nu$ )
7800 kg/m <sup>3</sup>	2,1 × 10 <sup>11</sup> N/m <sup>2</sup>	0,3

Tabel 16. Karakteristik bantalan dan seals [8]

Bantalan	1	2	3	4
$k_{xx} = k_{zz}$ (N/m)	1,6 × 10 <sup>7</sup>	1,4 × 10 <sup>7</sup>	1,4 × 10 <sup>7</sup>	1 × 10 <sup>7</sup>

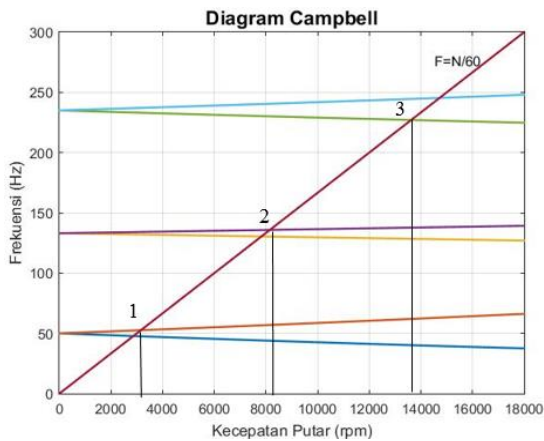
Tabel 17. Data geometri disk [8]

Disk	Diameter Dalam (m)	Diameter Luar (m)	Tebal (m)	Jarak dari Bearing 1 (m)
1	0,024	0,15	0,04	0,1
2	0,048	0,15	0,04	0,22
3	0,048	0,15	0,04	0,38
4	0,024	0,15	0,04	0,5

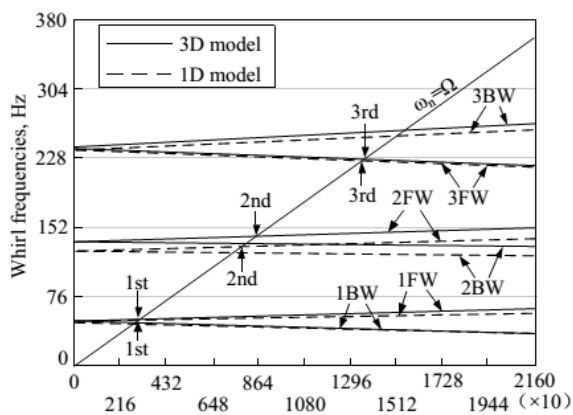
Tabel 18. Data properti material disk [8]

Disk	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
M(kg)	6,75	6,33	6,33	6,75
$I_{Dx} \cdot 10^{-2} (kgm^2)$	2,85	2,84	2,84	2,85
$I_{Dy} \cdot 10^{-2} (kgm^2)$	1,52	1,50	1,50	1,52

Hasil plot diagram *Campbell* dapat dilihat pada Gambar 21 dan hasil plot diagram *Campbell* data referensi studi kasus pada Gambar 22.



Gambar 21. Diagram Campbell sistem dual rotor hasil program komputasi



Gambar 22. Diagram Campbell sistem dual rotor referensi [8]

Perbandingan hasil 6 frekuensi pribadi pertama yang didapatkan pada referensi dan hasil perhitungan komputasi dapat dilihat pada Tabel 19.

Tabel 19. Perbandingan data frekuensi pribadi referensi dan perhitungan komputasi.

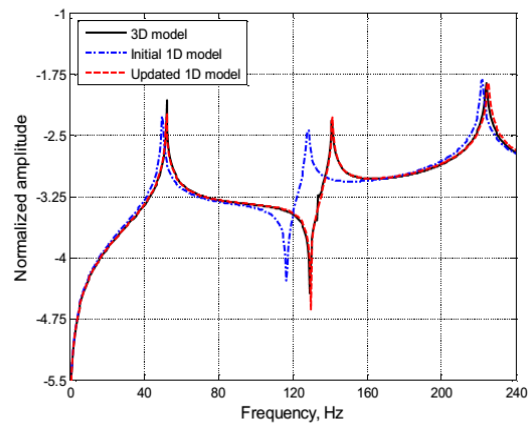
Model 3D (Hz)	Model 1D (Hz)	Perhitungan Komputasi (Hz)	Persentase Perbedaan (%)	
			3D	1D
50,315	48,145	50,015	0,595	3,886
50,348	48,145	50,015	0,660	3,886
137,25	124,98	133,066	3,048	6,470
137,55	124,98	133,066	3,259	6,470
240,75	235,94	235,039	2,372	0,382
242,02	235,94	235,039	2,862	0,359

Dapat diperhatikan pada Tabel di atas bahwa persentase perbedaan frekuensi pribadi pertama sekitar 0,595% sampai 3,259% pada model 3 dimensi, 0,359% sampai 6,470% pada model 1 dimensi. Perbandingan hasil kecepatan putaran kritis antara referensi dan data yang diperoleh melalui perhitungan komputasi dapat dilihat pada Tabel 20.

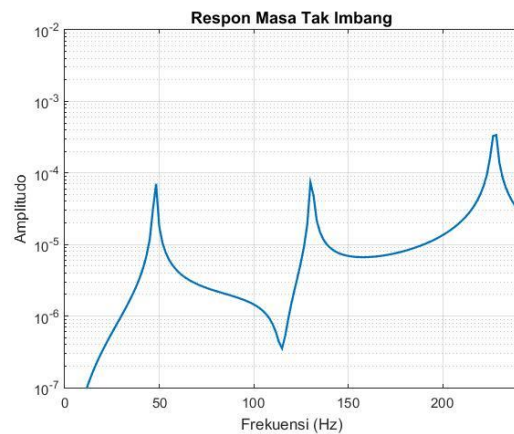
Tabel 20. Perbandingan data kecepatan putaran kritis referensi dan perhitungan komputasi

No	Model 3D (rpm)	Model 1D (rpm)	Komputasi	Perbedaan (%)	
				3D	1D
1	3,139	2,988	3,155	0,83	5,59
2	8,534	7,738	8,151	4,49	5,53
3	13,712	13,479	13,625	0,63	1,08

Hasil prediksi respon massa tak seimbang pada disk 1 berdasarkan program yang disusun dapat dilihat pada Gambar 23 dan respon massa tak seimbang dari studi kasus dapat dilihat pada Gambar 24.



Gambar 23. Prediksi respon massa tak seimbang pada disk 1 referensi [8]



Gambar 24. Prediksi respon massa tak seimbang pada disk 1

Dari kedua prediksi karakteristik dinamik yang didapatkan melalui program komputasi yang sudah disusun, hasilnya cenderung mendekati dengan pemodelan elemen 3 dimensi (3D). Hal ini menunjukkan bahwa program komputasi yang sudah disusun sudah bisa mewakili atau digunakan untuk berbagai kasus yang ada pada dunia industri. Perbandingan pemodelan elemen hingga, waktu yang digunakan untuk mendapatkan hasil prediksi karakteristik dinamik sistem dual rotor antara studi kasus dan penelitian ini dapat dilihat pada Tabel 21.

**Tabel 21.** Perbandingan penggunaan *CPU time* terhadap studi kasus.

Model Elemen	Tipe Analisis	Jumlah Elemen	Waktu Penggunaan CPU, detik
Model 3D	Diagram Campbell	92.810	2.098
	Respon massa tak imbang		208.500
Model 1D	Diagram Campbell	11	1,002
	Respon massa tak imbang		1,016
Rasio	Diagram Campbell	8.437	2.093
	Respon massa tak imbang		205.216,53

Berdasarkan Tabel 21, program yang sudah disusun dapat menghemat penggunaan waktu *CPU* yang sangat baik, rasio yang didapatkan antara pemodelan 3D dan 1D sebesar 2.093 kali untuk mendapatkan diagram *Campbell* dan untuk respon massa tak imbang sebesar 205.216,53 kali.

### Kesimpulan

Berdasarkan kajian yang telah dilakukan, didapatkan beberapa kesimpulan, yaitu:

1. Penyusunan matriks lokal sistem *monorotor* dan *dual rotor* sama, hanya terdapat perbedaan ketika menyusun matriks global yang dipengaruhi oleh bantalan antar poros (*intershaft bearing*).
2. Persentase harga yang diperoleh antara program komputasi yang disusun dan harga berdasarkan referensi sekitar 0,11 % - 6,6 % untuk sistem *single rotor*, dan 0,15 % - 3,9 % untuk sistem *dual rotor*. Sedangkan perbedaan persentase harga terhadap studi kasus model 3D sebesar 0,595% - 4,488%, dan terhadap studi kasus model 1D sebesar 0,359% - 6,470%.
3. Program komputasi yang dibuat mampu menghemat waktu *CPU* sebesar 2.093 kali untuk mendapatkan diagram *Campbell* dan 205.016,53 kali.
4. Program komputasi yang sudah dibuat cenderung lebih mendekati dengan model 3D, sehingga program komputasi yang sudah dibuat mampu mewakili pemodelan sistem 3D.
5. Program komputasi yang sudah disusun dapat membantu dalam menganalisis karakteristik dinamik untuk sistem *single rotor* dan *dual rotor*.

### Referensi

- [1] Adams, M., 1980, Nonlinear Dynamic of Multibearing Flexible Rotors, *Journal Sound and Vibration*, Volume 71(1), 129-144.
- [2] Dokainish, M. A., 1972, A New Approach for Plate Vibration: Combination of Transfer Matrix and Finite-Element Technique, *Journal of Engineering Industry*, Volume 94, pp. 526-530.
- [3] Fei, Z. X., et al, 2013, Investigation of The Dynamic Characteristic of Dual Rotor System and Its Start-Up Simulation Based on Finite Element Method, *Journal of Zhejiang University-Science*.
- [4] Zuhendri, H., 2001, Studi Perbandingan Metode Modal Testing Klasik dan Modal Testing Kompleks Dengan Metode Analitik dalam Identifikasi Arah Whirling Orbit Sistem Rotor, (Tesis Magister), Institut Teknologi Bandung.
- [5] Huang, Y. M., and Ching-Ming, W., 2001, Combined Methodology for Analysis of Rotary System, *Journal of Vibration and Acoustic*.
- [6] Ismail, 2004, Kaji Numerik Karakteristik Dinamik Sistem Poros-Rotor Mesin Penggiling (*Hammermill*) Menggunakan Pemodelan Elemen Hingga, Skripsi, Universitas Lampung.
- [7] Lalane, M., and Ferraris, G., 1990, *Rotordynamics Prediction in Engineering*, John Wiley and Sons Inc..
- [8] Miao, H., et al, 2014, Model Updating and Validation of a Dual-Rotor System. *Proceedings of ISMA Including USD2014*, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing.
- [9] Nelson, H. D., 1980, A Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory, *Journal of Mechanical Design* Volume 102, pp 793-803.
- [10] Rao, S. S., 2011, *The Finite Element Method in Engineering Fifth Edition*. Elsevier Inc.
- [11] Yanto, A, dan Hidayat, R., 2014, Analisis Perilaku Dinamik Sistem Poros Rotor 3D, *Jurnal Teknik Mesin*, Volume 4, No.2, Oktober 2014: 75-83.