ISSN : 2337-9057

PROSIDING

PERIODE DESEMBER 2012

SEMINAR HASIL PENELITIAN

SAINS, EDUKASI DAN TEKNOLOGI INFORMASI

15 DESEMBER 2012

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS LAMPUNG

2012

DAFTAR ISI

Halaman

KelompokMatematika

PERBANDINGAN SEGIEMPAT LAMBERT PADA GEOMETRI EUCLID DAN NON-EUCLID 1-6
Anggun Novita Sari, Muslim Ansori dan Agus Sutrisno

RuangTopologiT_0, T_1, T_2, T_3, T_4 7-14
Anwar Sidik, Muslim Ansori dan Amanto

PENERAPAN GRAF DEBRUIJN PADA KONSTRUKSI GRAF EULERIAN 15-21
Fazrie Mulia , Wamiliana , dan Fitriani

REPRESENTASI OPERATOR HILBERT SCHMIDT PADA RUANG BARISAN 22-27
Herlisa Anggraini , Muslim Ansori, Amanto

ANALISIS APROKSIMASI FUNGSI DENGAN METODE MINIMUM NORM PADA RUANG HILBERT C[a, b] (STUDI KASUS : FUNGSI POLINOM DAN FUNGSI RASIONAL) 28-33
Ida Safitri, Amanto, dan Agus Sutrisno

AlgoritmaUntukMencariGrupAutomorfismaPada Graf Circulant 34-37
Vebriyan Agung , Ahmad Faisol, Amanto

KEISOMORFISMAAN GEOMETRI AFFIN 38-41
Pratiwi Handayani, Muslim Ansori, Dorrah Aziz

METODE PENGUKURAN SUDUT MES SEBAGAI KEBIJAKAN PENENTUAN 1 SYAWAL 42-44
Mardiyah Hayati , Tiryono, dan Dorrah

KE-ISOMORFISMAAN GEOMETRI INSIDENSI 45-47
Marlina , Muslim Ansori dan Dorrah Aziz

TRANSFORMASI MATRIKS PADA RUANG BARISAN l^p 48-53
Nur Rohmah, Muslim Ansori dan Amanto

KAJIAN ANALITIK GEOMETRI PADA GERAK MEKANIK POLISI TIDUR (POLDUR) UNTUK PENGGERAK DINAMO 54-56
Nurul Hidayah Marfiatin, Tiryono Ruby dan Agus Sutrisno

INTEGRAL RIEMAAN FUNGSI BERNILAI VEKTOR 57-63
Pita Rini, Dorrah Aziz, dan Amanto

ISOMORFISME BENTUK-BENTUK GRAF *WRAPPED BUTTERFLY NETWORKS* DAN *GRAF CYCLIC-CUBES* 64-71
Ririn Septiana, Wamiliana, dan Fitriani

Ring Armendariz 72-77
Tri Handono, Ahmad Faisol dan Fitriani

PERKALIAN DAN AKAR KUADRAT UNTUK OPERATOR*SELF-ADJOINT* 78-81
Yuli Kartika, Muslim Ansori, Fitriani

Kelompok Statistika

APROKSIMASI DISTRIBUSI *T-STUDENT* TERHADAP *GENERALIZED LAMBDA DISTRIBUTION* (GLD) BERDASARKAN EMPAT MOMEN PERTAMANYA 82-85
Eflin Marsinta Uli, Warsono, dan Widiarti

ANALISIS CADANGAN ASURANSI DENGAN METODE ZILLMER DAN NEW JERSEY 86-93
Eva fitrilia, Rudi Ruswandi, dan Widiarti

PENDEKATAN DIDTRIBUSI GAMMATERHADAP *GENERALIZED LAMBDA DISTRIBUTION* (GLD)BERDASARKAN EMPAT MOMEN PERTAMANYA 94-97
Jihan Trimita Sari T, Warsono, dan Widiarti

PERBANDINGAN ANALISIS RAGAM KLASIFIKASI SATU ARAH METODE KONVENSIONAL DENGAN METODE ANOM 98-103
Latusiania Oktamia, Netti Herawati, Eri Setiawan

PENDUGAAN PARAMETER MODEL POISSON-GAMMA MENGGUNAKAN ALGORITMA EM (*EXPECTATION MAXIMIZATION*) 104-109
Nurashri Partasiwi, Dian Kurniasari dan Widiarti

KAJIAN CADANGAN ASURANSIDENGAN METODE ZILLMER DAN METODE KANADA 110-115
RozaZelvia, Rudi Ruswandi dan Widiarti

ANALISIS KOMPONEN RAGAM DATA HILANG PADA RANCANGAN *CROSS-OVER* 116-121
Sorta Sundy H. S, Mustofa Usman dan Dian Kurniasari

PENDEKATAN DISTRIBUSI GOMPERTZ PADA CADANGAN ASURANSI JIWA UNTUK METODE ZILLMER DAN ILLINOIS 122-126
Mahfuz Hudori, Rudi Ruswandi dan Widiarti

KAJIAN RELATIF BIASMETODE *ONE-STAGE* DAN *TWO-STAGE CLUSTER SAMPLING* 127-130
Rohman, Dian Kurniasar dan Widiarti

PERBANDINGAN UJI HOMOGENITAS RAGAM KLASIFIKASI SATU ARAH METODE KONVENSIONAL DENGAN METODE ANOMV 131-136
Tika Wahyuni, Netti Herawati dan Eri Setiawan

PENDEKATAN DISTRIBUSI KHI-KUADRAT TERHADAP *GENERALIZED LAMBDA DISTRIBUTION* (GLD) BERDASARKAN EMPAT MOMEN PERTAMANYA 137-140
Tiyas Yulita , Warsono dan Dian Kurniasari

Kelompok Kimia

TRANSESTERIFIKASI MINYAK SAWIT DENGAN METANOL DAN KATALIS HETEROGEN BERBASIS SILIKA SEKAM PADI (MgO-SiO_2) 141-147
EviRawati Sijabat, Wasinton Simanjuntak dan Kamisah D. Pandiangan

EFEK PENAMBAHAN SENYAWA EKSTRAK DAUN BELIMBING SEBAGAI INHIBITOR KERAK KALSIUM KARBONAT ($CaCO_3$) DENGAN METODE *UNSEEDED EXPERIMENT* 148-153
Miftasani, Suharso dan Buhani

EFEK PENAMBAHAN SENYAWA EKSTRAK DAUN BELIMBING WULUH SEBAGAI INHIBITOR KERAK KALSIUM KARBONAT ($CaCO_3$) DENGAN METODE *SEEDED EXPERIMENT* 154-160
PutriFebriani Puspita, Suharso dan Buhani

IDENTIFIKASI SENYAWA AKTIF DARI KULIT BUAH ASAM KERANJI (*Dalium indum)* SEBAGAI INHIBITORKOROSIBAJA LUNAK 161-168
Dewi Kartika Sari, Ilim Wasinton dan Simanjuntak

TransesterifikasiMinyakSawitdenganMetanoldanKatalisHeterogenBerbasis SilikaSekamPadi(TiO_2/SiO_2) 169-175
Wanti Simanjuntak, Kamisah D. Pandiangan dan Wasinton Simanjuntak

UJI PENDAHULUAN HIDROLISIS ONGGOK UNTUK MENGHASILKAN GULA REDUKSI DENGAN BANTUAN ULTRASONIKASI SEBAGAI PRAPERLAKUAN 176-182
Juwita Ratna Sari dan Wasinton Simanjuntak

STUDI FORMULASI PATI SORGUM-GELATIN DAN KONSENTRASI *PLASTICIZER* DALAM SINTESA BIOPLASTIK SERTA UJI *BIODEGRADABLE* DENGAN METODE FISIK 183-190
Yesti Harryzona dan Yuli Darni

KelompokFisika

Pengaruh Variasi Suhu Pemanasan Dengan Pendinginan Secara Lambat Terhadap Uji *Bending* Dan Struktur Mikro Pada Baja Pegas Daun AISI 5140 191-195
Adelina S.E Sianturi, Ediman Ginting dan Pulung Karo-Karo

PengaruhKadar$CaCO_3$terhadapPembentukanFaseBahanSuperkonduktorBSCCO-2212 denganDopingPb (BPSCCO-2212) 196-201
Ameilda Larasati, Suprihatin dan Ediman GintingSuka

Variasi Kadar $CaCO_3$dalamPembentukanFaseBahanSuperkonduktor BSCCO-2223 dengan Doping Pb (BPSCCO-2223) 202-207
Fitri Afriani, Suprihatin dan Ediman Ginting Suka

Sintesis Bahan Superkonduktor BSCCO-2223 Tanpa Doping Pb Pada Berbagai Kadar $CaCO_3$ 208-212
Heni Handayani, Suprihatin dan Ediman Ginting Suka

Pengaruh Variasi Waktu Penarikan dalam Pembuatan Lapisan Tipis TiO_2 dengan Metode Pelapisan Celup 213-218
Dian Yulia Sari dan Posman Manurung

Pengaruh Suhu Sintering terhadap Karakteristik Struktur dan Mikrostruktur Komposit Aluminosilikat $3Al_2O_3.2SiO_2$ Berbahan Dasar Silika Sekam Padi 219-225
Fissilla Venia Wiranti dan Simon Sembiring

Sintesisdan KarakterisasiTitaniaSilikadenganMetode Sol Gel 226-230
Revy Susi Maryanti dan Posman Manurung

Uji Fotokatalis Bahan TiO_2 yang ditambahdengan SiO_2padaZatWarnaMetilenBiru 231- 236
Violina Sitorus dan Posman Manurung

KARAKTERISTIK STRUKTUR DAN MIKROSTRUKTUR KOMPOSIT B_2O_3-SiO_2 BERBASIS SILIKA SEKAM PADI DENGAN VARIASI SUHU KALSINASI 237-241
Nur Hasanah, Suprihatin, dan Simon Sembiring

RANCANG BANGUN DAN ANALISIS ALAT UKUR MASSA JENIS ZAT CAIR BERBASIS MIKROKONTROLER ATMega8535 242-247
Prawoto, Arif Surtono, dan Gurum Ahmad Pauzi

ANALISIS BAWAH PERMUKAAN KELURAHAN TRIKORA KABUPATEN NGADA NTT MENGGUNAKAN METODE GPR (*Ground Penetrating Radar*) DAN GEOLISTRIK 248-250
R. Wulandari, Rustadi dan A. Zaenudin

Analisis Fungsionalitas Na2CO3 Berbasis CO2 Hasil Pembakara Tempurung Kelapa 251-256
RizkySastia Ningrum, Simon Sembiring dan Wasinton Simanjuntak

Algoritma Untuk Mencari Grup Automorfisma Pada Graf *Circulant*

Vebriyan agung s[1], Ahmad faisol[2], Amanto[3]

Jurusan Matematika FMIPA, Unila, Bandar Lampung, Indonesia[1]
vebriyan08@gmail.com
Jurusan Matematika FMIPA, Unila, Bandar Lampung, Indonesia[2]
Jurusan Matematika FMIPA, Unila, Bandar Lampung, Indonesia[3]

Abstrak

Suatu graf circulant $X(Z_n, S)$ yaitu suatu graf dimana vertex-vertexnya diberi label $\{0, 1, 2, \dots, \mathrm{n}-1\}$, dengan dua vertex i dan j *adjacend* jika dan hanya jika $\mathrm{i}-\mathrm{j}\ (\mathrm{mod}\ \mathrm{n}) \in S$, dimana $S \subset Z_n$ dengan $S = -S$ dan $0 \notin S$. Dalam makalah ini dikaji beberapa teorema dari grup outomorfisma pada graf *circulant* yang telah ditemukan kemudian membentuk suatu algoritma yang efisien dari teorema yang ada. Dari penelitian yang dilakukan ditemukan beberapa algoritma yang efisien dalam mencari grup automorfisma dari graf *circulant*.

Kata Kunci : graf *circulant*, grup automorfisma, algoritma.

1. Pendahuluan

Kata logis merupakan kata kunci dalam suatu Algoritma karena setiap langkah dalam Algoritma harus logis (jelas dan pasti) dan harus dapat ditentukan bernilai salah atau benar. Suatu algoritma diperbolehkan tanpa ada input tetapi minimal harus ada 1 output. Jumlah langkah (steps) dalam suatu algoritma harus berhingga atau dengan kata lain harus ada akhir proses.

Dalam penelitian yang penulis angkat ini adalah berdasarkan beberapa penelitian sebelumnya yang membahas mengenai grup automorfisma pada graf *circulant*. Ketertarikan penulis pada penelitian ini adalah terkait dengan masalah grup automorfisma pada graf *circulant* yang telah terpecahkan oleh peneliti sebelumnya. Sehingga penulis lebih fokus pada teorema yang telah dihasilkan yang nantinya dibuat algoritma yang efisien agar dapat digunakan dalam mencari grup automorfismanya.

2. Landasan teori

2.1 Isomorfisma Graf

Dua graf $X = (V, E)$ dan $Y = (V', E')$ dikatakan isomorfis jika terdapat pemetaan bijektif φ dari himpunan vertex V ke V' sedemikian $(u, v) \epsilon E$ jika dan hanya jika $(u', v') \epsilon E'$. Maka pemetaan φ dikatakan isomorfis. Biasanya dinotasikan dengan $(X \cong Y)$. (Godsil, 2000)

Dengan mengetahui definisi dari isomorfisma pada graf, maka definisi di bawah ini merupakan bentuk khusus dari isomorfisma graf.

2.2 Automorfisma Graf

Suatu isomorfisma dari graf X terhadap dirinya sendiri $(\pi : X \rightarrow X)$ disebut sebagai automorfisma graf X (Godsil, 2000).

Kemudian diambil semua automorfisma dari graf X untuk membentuk suatu grup automorfisma.

2.3 Grup Automorfisma

Himpunan semua automorfisma dari X membentuk grup automorfisma dinotasikan $Aut(X)$ (Morris, 2000).

Grup automorfisma yang hanya terdiri dari permutasi identitas disebut grup automorfisma trivial. Jika ada permutasi selain permutasi identitas maka dikatakan grup automorfisma nontrivial.

Untuk mengetahui bentuk grup automorfisma pada graf *circulant* maka dijelaskan pada definisi berikut ini

2.4 Graf Circulant

Suatu graf circulant $X(Z_n, S)$ yaitu suatu graf dimana vertex-vertexnya diberi label $\{0, 1, 2, \dots, \mathrm{n}-1\}$, dengan dua vertex i dan j *adjacend* jika dan hanya jika
$\mathrm{i}-\mathrm{j}\ (\mathrm{mod}\ \mathrm{n}) \in S$, dimana $S \subset Z_n$ dengan $S = -S$ dan $0 \notin S$.

2.5 Algoritma

Algoritma merupakan suatu urutan langkah – langkah logis yang disusun secara sistematis dan logis untuk menyelesaian masalah dan dapat dieksekusi.

Dengan beberapa definisi dasar yang telah dijelaskan di atas, penulis dapat mengeksplorasi sejarah penelitian yang telah dilakukan guna menjawab persoalan yang menyangkut bentuk dari grup automorfisma graf *circulant* dan bagaimana cara mencarinya.

3. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode literatur . Sebagai satu fokus dari penelitian ini adalah akan ditemukannya algoritma yang efisien untuk mencari grup automorfisma dari graf *circulant*. Sehingga perlu untuk mempertimbangkan apa yang membuat suatu algoritma itu lebih efisien dalam hal ini.

Maka dari itu algoritma yang jelas akan menjamin dalam menemukan grup automorfisma dari graf dengan n-vertex yang sederhana, kemudian mempertimbangkan setiap kemungkinan permutasi dalam Sn yang ternyata adalah automorfisma dari graf yang dicari. Ketika Sn memiliki orde n! algoritmanya menjadi eksponensial dalam n.

Tergantung dari tujuan yang penulis inginkan, yang berarti ada kemungkinan untuk melakukan yang lebih baik dari penelitian penulis. Spesifikasinya, jika tujuan penulis adalah untuk mendaftar semua automorfisma dalam grup automorfisma, kemungkinan sebanyak n! elemen. Sehingga membangkitkan daftar dari semua automorfismanya. Ini akan mudah untuk dikerjakan secara umum, jika jumlah faktor prima dari n terbatas.

Dalam kasus lain jumlah subgrup Sn akan menjadi grup automorfisma dari graf *circulant*. Karena jumlahnya cukup kecil sehingga bisa dipilih grup automorfisma dari graf yang dicari kemudian mendaftar semua elemenya. Walaupun demikian penulis bisa menjelaskan strukturnya dengan tepat tanpa menggunakan *generating-set*, sebagai contoh dengan mengatakan $Sp\ x\ Sq$ isomorfis.

Bagaimanapun itu ketika jumlah faktor prima tidak terbatas, penulis akan kehilangan kemampuan untuk menjelaskan grup automorfisma tersebut. Maka dari itu ketika penulis mempertimbangkan untuk menentukan grup automorfisma dari graf *circulant* dengan jumlah a vertex, maka jumlah faktor tidak terbatas, sehingga apa yang penulis cari bukan daftar pasti dari elemen semua grup, tapi ketentuan dari *geneating-set* untuk setiap grup. Setiap algoritma yang penulis buat berjalan dalam polinomial dengan jumlah n vertex dari graf.

Pada tahap pertama adalah memberikan teorema grup automorfisma dari graf *circulant* dengan vertex prima. Tentunya disini torema yang diberikan sudah diteliti oleh para peneliti sebelumnya. Dengan demikian akan diperoleh informasi yang lengkap sehingga dapat digunakan dalam pencarian algoritmanya. Kemudian selanjutnya membuat algoritma berdasarkan teorema yang telah dituliskan pada tahap pertama.

Pada tahap kedua diberikan beberapa definisi dari *wreath products*. Karena definisi-definisi *wreath products* digunakan dalam menentukan algoritma grup automorfisma pada graf *circulant* dengan vertex pq atau p^n. Kemudian tahap ketiga adalah memberikan teorema grup automorfisma pada graf *circulant* dengan vertex pq atau p^n. Dan selanjutnya ditentukan algoritma dari teorema pada tahap ketiga.

Jika algoritma sudah selesai maka tahap selanjutnya adalah menarik kesimpulan dari hasil penelitian yang diperoleh.

4. Hasil dan Pembahasan

Berikut ini dikaji beberapa teorema dari grup automorfisma pada graf *circulant*.

4.1 Graf *circulant* pada vertex prima

Pada tahun 1973, Alspach telah membuktikan teorema grup automorfisma graf *circulant* pada vertex prima.

Teorema 4.1
Misalkan p prima, jika $S = \emptyset$ dan $S = Z_p$, maka $Aut(X) = S_p$, sebaliknya $Aut(X) = \{T_{a,b} : a \in E(S), b \in Z_p\}$, dimana $T_{a,b}(v_i) = v_{ai+b}$, dan $E(S)$ adalah order-genap terbesar dari subgrup Z_p demikian juga S merupakan *union* dari koset pada $E(S)$.

Melihat $S = -S$, S haruslah union dari koset pada $\{1, -1\}$, jadi $E(S)$ selalu dapat ditemukan.

Dari teorema tersebut dibentuk algoritma sebagai berikut:
1. Jika $S = \emptyset$ atau $S = Z_p$, $Aut(X) = S_p$.
2. Untuk setiap order-genap pada subgrup H dari Z_p, periksa apakah S adalah union koset dari H.
3. Karena Z_p adalah siklik, ada satu H dari setiap order membagi $p - 1$. Sehingga

himpunan $E(S)$ terbesar pada subgrup H. Ini menunjukan (2).
4. Jika $Aut(X) \neq S_p$, maka $Aut(X) = \{T_{a,b} : a \in E(S), b \in Z_p\}$.

Teorema 4.2
Jika G adalah grup transitif dengan elemen p prima, maka salah satu dari G merupakan transitif penggandaan atau $G = \{T_{a,b} : a \in H < Z_p, b \in Z_p\}$

Alternatif algoritmanya:
1. Temukan A, himpunan dari semua perkalian $a \in Z_p$ yang mana $aS = S$.
2. Jika $A = Z_p$, maka $Aut(X) = S_p$.
3. Selain itu, $Aut(X) = \{T_{a,b} : a \in A, b \in Z_p\}$

4.2 Wreath products
Walaupun penulis ingin menghadirkan definisi formal *wreath product* dari dua graf pada satu waktu, terlebih dahulu penulis memberikan suatu deskripsi yang mungkin bisa membuat definisi formalnya mudah dimengerti. Jika diambil suatu *wreath product* dari graf X dan Y, kemudian tukar setiap vertex X dengan salinan dari graf Y. Diantara dua salinan Y masukkan semua edge jika ada suatu edge diantara pemasangan vertex – vertex dari graf X. Sekarang untuk definisi formalnya**.**

Definisi 4.1
Wreath product dari graf X dengan graf Y dinotasikan ζY, didefinisikan sebagai berikut:
Vertex-vertex dari $X \zeta Y$ adalah pasangan terurut (x, y) dimana x adalah vertex dari X dan y adalah vertex dari Y. Ada suatu *arc* (edge) dari vertex (x_1, y_1) ke vertex (x_2, y_2) jika dan hanya jika satu dari di bawah ini terpenuhi:
1. $x_1 = x_2$, dan (y_1, y_2) adalah suatu *arc* (edge) dari Y ; atau
2. (x_1, x_2) adalah *arc* (edge) dari X.

Dua himpunan titik A dan B dikatakan "*wreathed*" jika memenuhi salah satu dari kalimat berikut: "ab adalah suatu edge untuk setiap $a \epsilon A$ dan setiap $b \epsilon B$" atau "ab bukan edge untuk setiap $a \epsilon A$ dan setiap $b \epsilon B$" .

Dalam teori graf, apa yang disebut *wreath product* juga sering disebut *lexicographic product* dan juga disebut komposisi dari graf. Pengertian *wreath product* juga terdefinisikan dalam grup. Kenyataannya, istilah *wreath product* datang dari teori grup.

Walaupun ini dapat didefinisikan dalam grup abstrak, penulis hanya akan membahas pada grup permutasi, dimana definisinya sederhana sebagai berikut:

Definisi 4.2
Wreath product dari dua grup permutasi H dan K ditetapkan pada himpunan *U* dan *V* untuk masing-masing, adalah grup dari semua permutasi f dari UxV dimana ada $h \epsilon H$ dan suatu elemen k_u dari K untuk setiap $u \epsilon U$, sehingga:

$$f((u, v) = (h(u), k_{h(u)}(v))$$

Untuk semua $(u, v) \epsilon UxV$, ditulis $H \zeta K$. Maka

$$Aut(X) \zeta Aut(Y) \leq Aut(X \zeta Y)$$

Adalah benar untuk semua graf X dan Y

4.3 Graf *circulant* pada vertex pq atau p^n
Teorema berikut telah dibuktikan oleh Klin dan Poschel pada 1978, karakterisasi grup automorfisma dari graf *circulant* dengan pq vertex, dimana p dan q adalah berbeda ($p \neq q$).

Teorema 4.3
Jika G adalah grup automorfisma dari graf *circulant* pada pq vertex, maka G adalah salah satu dari:
1. S_{pq};
2. $A_1 \zeta A_2$ atau $A_2 \zeta A_1$, dimana A_1 dan A_2 adalah grup automorfisma dari graf *circulant* dengan p dan q vertex, untuk masing-masing,
3. $S_p \, x \, A_2$, atau $A_1 \, x \, S_p$, dimana A_1 dan A_2 adalah grup automorfisma dari graf *circulant* dengan p dan q vertex, untuk masing-masing, atau
4. $\{T_{a,b}: a \epsilon A \leq \mathbb{Z}_n, b \epsilon \mathbb{Z}_n\}$ (suatu subgrup dari holomorf).

Algoritma berikut dapat dibangun dari karakterisasinya, untuk menemukan grup automorfisma dari graf dengan pq vertex.

Algoritma:
1. Jika $S = \emptyset$ atau $S = \mathbb{Z}_{pq} - \{0\}$, maka $Aut(X) = S_{pq}$, selesai.
2. Jika $(v_0 \;\; v_p \;\; v_{2p} \dots \;\; v_{(q-1)p}) \epsilon Aut(X)$, maka $Aut(X) = A_1 \zeta A_2$, dimana A_1 adalah grup automorfisma dari induksi subgraf X pada
3. vertex $\{v_0 \;\; v_q \;\; v_{2q} \dots \;\; v_{(p-1)q}\}$ dan A_2 adalah grup automorfisma dari induksi subgraf X pada vertex $\{v_0 \;\; v_p \;\; v_{2p} \dots \;\; v_{(q-1)p}\}$. Gunakan algoritma terdahulu (untuk menemukan grup automorfisma dari graf *circulant* dengan jumlah vertex prima) untuk menentukan A_1 dan A_2, selesai.
4. Ulangi langkah (2) dengan p dan q berlawanan.

5. Misalkan A adalah grup dari perkalian a dalam $\mathbb{Z}_{pq}$ yang mana $aS = S$.
6. Definisikan E_p dengan $E_p = \{T_{a,b} :$ $:a \; \epsilon \; A \; , \; a \equiv 1 mod \; p, \; b \; \epsilon \; q\mathbb{Z}p$; jika $E_p \cong AGL(1,p)$ maka $Aut(X) = S_p \; x \; A_2$,dimana A_2 adalah sama pada langkah (2). Gunakan algoritma terdahulu untuk menemukan A_2, selesai.
7. Ulangi langkah (4) dengan p dan q berlawanan dan A_1 mengambil peran A_2, selesai.
8. Selainya, $Aut(X) = \{T_{a,b} : a \; \epsilon \; A \; , b \; \epsilon \; \mathbb{Z}_{pq}\}$.

Seluruh grup automorfisma dari graf *circulant* dengan p^n vertex telah ditemukan pertama oleh Klin dan Poschel, tetapi hasilnya tidak dipublikasikan.

5. SIMPULAN

Dari pembasan yang telah dipaparkan, algoritma yang efisien telah didapatkan untuk menentukan grup automorfisma dari graf *circulant*. Tentu saja graf *circulant* hanyalah langkah kecil yang dapat dilakukan sebelum akhirnya dapat mengkonstruksikan algoritma secara keseluruhan dari grup automorfisma pada suatu graf.
Sebagai saran bagi yang ingin mencoba membuat algoritma secara umum dalam mencari grup automorfisma pada suatu graf. Walaupun kemungkinan hal itu akan sangat sulit untuk dilakukan, karena karakteristik pada setiap graf berbeda.

6. DAFTAR PUSTAKA

Alspach, B. 1973. Point-symmetric graphs and digraphs of prime order and transitive permutation groups of prime degree. *J. Combinatorial Theory Ser*. **15**, 12-17.

Burnside, W. 1901. On some properties of groups of odd order, *J. London Math. Soc*. **33**, 162–185.

Godsil, C., and Royle, G. 1949. *Algebraic Graph Theory*. Springer- Verlag

Klin, M. H., and Poschel, R.1978. The Konig problem, the isomorphism problem for cyclic graphs and the method of Schur. *Proceedings of the Inter. Coll. On Algebraic methods in graph theory*. **27.**

Morris, J. 2000. Automorphism grup of circulant graf. *J. A-survey*.