ISSN : 2337-9057

PROSIDING

PERIODE DESEMBER 2012

SEMINAR HASIL PENELITIAN

SAINS, EDUKASI DAN TEKNOLOGI INFORMASI

15 DESEMBER 2012

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2012

DAFTAR ISI

Halaman

KelompokMatematika

Kelompok Statistika

Kelompok Kimia

KelompokFisika

KE-ISOMORFISMAAN GEOMETRI INSIDENSI

Marlina [1], Muslim Ansori [2] dan Dorrah Aziz [3]

Jurusan Matematika FMIPA, Unila, Bandar Lampung, Indonesia[1]
mahabatullah01@yahoo.com
Jurusan Matematika FMIPA, Unila, Bandar Lampung, Indonesia[2]
Jurusan Matematika FMIPA, Unila, Bandar Lampung, Indonesia[3]

Abstrak

Geometri adalah bagian dari ilmu matematika yang berkenaan dengan ukuran, bentuk, posisi relatif bangun, dan sifat-sifat ruang. Dalam geometri ada yang disebut geometri insidensi yaitu geometri yang didasari oleh aksioma-aksioma insidensi. Dengan menggunakan definisi isomorfisma pemetaan geometri insidensi ke geometri insidensi dapat diidentifikasi ke-isomorfismaannya. Pemetaan dua geometri insidensi planar (berdimensi dua) $f: G_1 \rightarrow G_2$ dinamakan isomorf apabila terdapat dua padanan antara titik-titik dan garis-garis pada G_1 dan G_2. Sedangkan pada geometri insidensi berdimensi tiga $f: G_1 \rightarrow G_2$ dinamakan isomorf apabila terdapat dua padanan antara titik-titik, garis-garis dan bidang-bidang pada G_1 dan G_2. Dapat juga diidentifikasi sifat-sifat isomorfisma geometri insidensi.

Kata kunci: Geometri insidensi, Ke-isomorfismaan dua geometri insidensi

1. PENDAHULUAN

Geometri adalah bagian dari matematika yang berkenaan dengan ukuran, bentuk, posisi relatif bangun, dan sifat-sifat ruang. Geometri adalah salah satu ilmu tertua yang pertama kali diperkenalkan oleh Thales (624-547 SM) yang berkenaan dengan relasi ruang. Geometri sekarang ini sudah berkembang menjadi suatu bidang yang sangat luas. Hampir semua yang ada di dunia ini bisa dikaitkan dengan geometri. Dalam geometri ada yang disebut dengan geometri insidensi, yaitu geometri yang didasari oleh aksioma insidensi. Dalam penelitian ini penulis akan memeriksa ke-isomorfismaan dua geometri insidensi baik yang berdimensi dua maupun yang berdimensi tiga.

2. LANDASAN TEORI

Geometri insidensi adalah geometri yang didasari oleh aksioma insidensi, geometri ini dapat dikatakan mendasari geometri Euclides yang telah dikenal sebelumnya.

Menurut David Hilbert [1] geometri Euclides didasari pada lima aksioma berikut :kelompok aksioma insidensi, kelompok aksioma urutan, kelompok aksioma kekongruenan, aksioma kesejajaran Euclides dan aksioma kekontinuan. Jadi dapat dikatakan bahwa geometri Euclides adalah sebuah geometri insidensi yang dilengkapi dengan kelompok aksioma-aksioma 2, 3, 4 dan 5. Suatu geometri dibentuk berdasarkan aksioma yang berlaku dalam geometri-geometri tersebut maka geometri insidensi didasari oleh aksioma insidensi.

Dalam geometri selain aksioma diperlukan juga unsur-unsur tidak terdefinisi, Untuk suatu geometri diperlukan unsur tidak terdefinisi yaitu : titik, himpunan titik-titik yang dinamakan garis dan himpunan titik-titik yang dinamakan bidang. Jika ada unsur tidak terdefinisi yaitu titik , garis dan bidang. Ketiga unsur ini dikaitkan satu sama lain dengan sebuah aksioma pada geometri insidensi. Sistem aksioma yang digunakan adalah aksioma insidensi yang terdiri dari enam aksioma sebagai berikut:

1. Garis adalah himpunan titik-titik yang mengandung paling sedikit dua titik.
2. Dua titik yang berlainan terkandung dalam tepat satu garis (satu dan tidak lebih dari satu garis).
3. Bidang adalah himpunan titik-titik yang mengandung paling sedikit tiga titik

yang tidak terkandung dalam satu garis (tiga titik yang tidak segaris atau tiga titik yang tidak kolinier).

4. Tiga titik yang berlainan yang tidak segaris terkandung dalam satu dan tidak lebih dari satu bidang .
5. Apabila sebuah bidang memuat dua titik berlainan dari sebuah garis, maka bidang itu akan memuat setiap titik pada garis tersebut (garis terkandung dalam bidang itu atau garis terletidak dalam bidang itu).
6. Apabila dua bidang bersekutu pada sebuah titik maka kedua bidang itu akan bersekutu pada titik kedua yang lain.

Suatu himpunan titik-titik bersama dengan himpunan bagian seperti garis dan bidang yang memenuhi aksioma 1 sampai 6 disebut suatu geometri insidensi [2].

Suatu model geometri insidensi adalah suatu sistem (S_1, S_2, S_3) yang terdiri atas tiga himpunan tertentu S_1, S_2, S_3. Anggota-anggota himpunan tersebut masing-masing dinamakan titik, garis dan bidang yang memenuhi aksioma-aksioma 1 sampai dengan 6, dengan sendirinya teorema-teorema insidensi akan berlaku pada model tersebut. Suatu geometri insidensi disebut planar atau berdimensi dua apabila S_3 terdiri hanya atas satu bidang. Disebut berdimensi tiga, apabila S_3 terdiri lebih dari satu bidang [2].

Misalkan G adalah suatu himpunan tidak hampa dengan operasi binar. Maka G disebut suatu grup jika tiga aksioma berikut terpenuhi:

1. Hukum Asosiatif, yakni untuk sembarang a, b, c pada G, berlaku
   $(a * b) * c = a * (b * c)$
2. Elemen Identitas, yakni terdapat suatu elemen e pada G sedemikian sehingga
   $e * a = a * e = a$
   untuk sembarang elemen a pada G
3. Invers, yakni untuk masing-masing a pada G, terdapat suatu elemen a^{-1} (invers dari a) pada G sedemikian sehingga berlaku
   $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$ [3]

Diketahui $(G,*)$ dan $(G',*')$ merupakan grup. Pemetaan $f : G \to G'$ disebut homomorfisma jika dan hanya jika untuk setiap $a, b \in G$ berlaku $f(a * b) = f(a) *' f(b)$

Definisi fungsi pada grup

1. fungsi f dari G ke G' didefinisikan $(\forall\, a, b\, \in G)\; a = b \implies f(a) = f(b)$
2. fungsi f disebut onto/pada/surjektif jika $f(G) = G'$ atau dengan kata lain : $(\forall\, a' \in G', \exists\, a \in G)$ sehingga $a' = f(a)$.
3. fungsi f disebut injektif $(1 - 1)$ jika $(\forall a, b\, \in G)\; f(a) = f(b) \implies a = b$
4. fungsi f disebut bijektif (korespondensi $1 - 1$) jika f injektif dan surjektif [4].

Sifat-sifat homomorfisma

1. suatu homomorfisma dari G ke G' yang injektif $(1 - 1)$ disebut monomorfisma.
2. suatu homomorfisma dari G ke G' yang surjektif (pada/onto) disebut epimorfisma.
3. suatu homomorfisma dari G ke G' yang bijektif (injektif dan surjektif) disebut isomorfisma.
4. suatu homomorfisma dari G ke G' dan $\boldsymbol{G = G'}$ disebut endomorfisma (suatu homomorfisma dari suatu grup G ke grup G itu sendiri), endomorfisma yang bijektif disebut automorfisma.
5. Jika terdapat suatu isomorfisma dari G ke G' maka dikatakan G dan G' isomorfik, dinotasikan $G \sim G'$ [4].

3. METODOLOGI PENELITIAN

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut : mengumpulkan pustaka (buku-buku) yang berhubungan dengan geometri insidensi, mempelajari definisi-definisi, teorema-teorema dan sifat-sifat yang berkaitan dengan penelitian ini, menelaah dan menguraikan bukti-bukti dari teorema dan sifat yang berlaku di ke-isomorfismaan geometri insidensi.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam mendefinisikan ke-isomorfismaan geometri insidensi diperlukan definisi korespondensi satu-satu.

Suatu padanan (korespondensi) satu-satu antara himpunan S dan himpunan S' adalah suatu padanan $a \to a'$ (dibaca a sepadan dengan a' atau a' padananya a) antara unsur-unsur S dan unsur- unsur S' sedemikian, hingga tiap unsur a dalam S sepadan dengan unsur tunggal a' dalam S' dan sebaliknya tiap unsur b' dalam S' adalah padanan unsur tunggal b dalam S sehingga $b' \rightarrow b$.

Dua geometri insidensi planar $f: G \rightarrow G'$ dinamakan isomorf (atau memiliki struktur yang sama) apabila ada dua padanan satu-satu $P \rightarrow P'$ (padanan antara titik) dan $g \rightarrow g'$ (padanan antara garis), antara titik-titik dan garis-garis dalam G dan G' (P dan g titik dan garis pada G, P' dan g' titik dan garis pada G') yang bersifat bahwa apabila $P \in g$ maka $P' \in g'$ dan sebaliknya. Maka dapat dikatakan bahwa ke-isomorfismaan itu mengawetkan (melestarikan) relasi insidensi antara titik dengan garis.

Teorema dua geometri insidensi planar G dan G' adalah isomorf jika dan hanya jika ada padanan satu-satu antara titik-titik dalam G dan G' yang melestarikan kesegarisan (kekolinieran).

Pemetaan dua geometri insidensi berdimensi tiga $f: G \rightarrow G'$ disebut isomorf apabila ada tiga padanan satu-satu, yaitu antara titik-titik, antara garis-garis dan antara bidang-bidang, $P \rightarrow P', g \rightarrow g', V \rightarrow V'$ (P dan P' titik; g dan g' garis; V dan V' bidang) dengan sifat:

1. $P \in g \ dan \ P' \in g'$
2. $P \in V \ dan \ P' \in V'$
3. $P \in V \ dan \ g' \in V'$

Sifat–Sifat Ke-Isomorfismaan Geometri Insidensi

Jika G_1, G_2, G_3 tiga geometri insidensi, maka berlaku suatu relasi ke-ekivalenan sebagai berikut :

1. $G_1 \cong G_1$, (sifat reflektif *Automorphism*)
2. Apabila $G_1 \cong G_2$maka $G_2 \cong G_1$, (sifat simetrik)
3. Apabila $G_1 \cong G_2,\ G_2 \cong G_3,\ maka\ G_1 \cong G_3$. (sifat transitif)

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Adapun kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Terbukti bahwa dua geometri insidensi planar (berdimensi dua) G dan G' isomorf jika fungsi atau padanan $f: G \rightarrow G'$ terjadi padanan satu-satu antara titik dan garis yang mengawetkan (melestarikan) relasi insidensi antara titik dengan garis pada G ke G' .
2. Terbukti bahwa dua geometri insidensi berdimensi tiga G dan G' isomorf jika fungsi atau padanan $f: G \rightarrow G'$ terjadi padanan satu-satu antara titik, garis dan bidang yang mengawetkan (melestarikan) relasi insidensi antara titik, garis dan bidang pada G ke G'.
3. Ke-isomorfismaan geometri insidensi mempunyai sifat-sifat isomorfisma pada group yaitu sifat reflektif, simetrik dan transitif.

Saran untuk penelitian selanjutnya yaitu mengkaji lebih lanjut ke-isomorfismaan geometri insidensi jika dikaitkan pada cabang ilmu matematika lainnya.

6. DAFTAR PUSTAKA

[1] Hilbert, David. (1971). *Foundations of geometry.* Illionis : Open Cour.

[2] Rawuh. (2009). *Geometri*. Universitas Terbuka : Jakarta.

[3] Roman, Steven. (2005). *Advanced Linier Algebra.* University of California : USA.

[4] Connell, E.H. (1999). *Elements ofAbstract and Linear Algebra*. Department of Mathematics University of Miami :USA.