

ISSN : 2337-9057



PROSIDING

PERIODE DESEMBER 2012

**SEMINAR HASIL PENELITIAN
SAINS, EDUKASI DAN TEKNOLOGI INFORMASI
15 DESEMBER 2012**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2012**



DAFTAR ISI

	Halaman
Kelompok Matematika	
PERBANDINGAN SEGIEMPAT LAMBERT PADA GEOMETRI EUCLID DAN NON-EUCLID Anggun Novita Sari, Muslim Ansori dan Agus Sutrisno	1-6
Ruang Topologi T_0, T_1, T_2, T_3, T_4 Anwar Sidik, Muslim Ansori dan Amanto	7-14
PENERAPAN GRAF DEBRUIJN PADA KONSTRUKSI GRAF EULERIAN Fazrie Mulia, Wamiliana, dan Fitriani	15-21
REPRESENTASI OPERATOR HILBERT SCHMIDT PADA RUANG BARISAN Herlisa Anggraini, Muslim Ansori, Amanto	22-27
ANALISIS APROKSIMASI FUNGSI DENGAN METODE MINIMUM NORM PADA RUANG HILBERT $C[a, b]$ (STUDI KASUS : FUNGSI POLINOM DAN FUNGSI RASIONAL) Ida Safitri, Amanto, dan Agus Sutrisno	28-33
Algoritma Untuk Mencari Grup Automorfisma Pada Graf Circulant Vebriyan Agung, Ahmad Faisol, Amanto	34-37
KEISOMORFISMAAN GEOMETRI AFFIN Pratiwi Handayani, Muslim Ansori, Dorrah Aziz	38-41
METODE PENGUKURAN SUDUT MES SEBAGAI KEBIJAKAN PENENTUAN 1 SYAWAL Mardiyah Hayati, Tiryono, dan Dorrah	42-44
KE-ISOMORFISMAAN GEOMETRI INSIDENSI Marlina, Muslim Ansori dan Dorrah Aziz	45-47
TRANSFORMASI MATRIKS PADA RUANG BARISAN \mathbb{R}^2 Nur Rohmah, Muslim Ansori dan Amanto	48-53
KAJIAN ANALITIK GEOMETRI PADA GERAK MEKANIK POLISI TIDUR (POLDUR) UNTUK PENGGERAK DINAMO Nurul Hidayah Marfiatin, Tiryono Ruby dan Agus Sutrisno	54-56
<i>INTEGRAL RIEMANN FUNGSI BERNILAI VEKTOR</i> Pita Rini, Dorrah Aziz, dan Amanto	57-63
ISOMORFISME BENTUK-BENTUK GRAF <i>WRAPPED BUTTERFLY NETWORKS</i> DAN <i>GRAF CYCLIC-CUBES</i> Ririn Septiana, Wamiliana, dan Fitriani	64-71
Ring Armendariz Tri Handono, Ahmad Faisol dan Fitriani	72-77
PERKALIAN DAN AKAR KUADRAT UNTUK OPERATOR <i>SELF-ADJOINT</i> Yuli Kartika, Muslim Ansori, Fitriani	78-81

Kelompok Statistika

APROKSIMASI DISTRIBUSI <i>STUDENT</i> TERHADAP <i>GENERALIZED LAMBDA DISTRIBUTION</i> (GLD) BERDASARKAN EMPAT MOMEN PERTAMANYA Eflin Marsinta Uli, Warsono, dan Widiarti	82-85
ANALISIS CADANGAN ASURANSI DENGAN METODE ZILLMER DAN NEW JERSEY Eva fitrilia, Rudi Ruswandi, dan Widiarti	86-93
PENDEKATAN DISTRIBUSI GAMMA TERHADAP <i>GENERALIZED LAMBDA DISTRIBUTION</i> (GLD) BERDASARKAN EMPAT MOMEN PERTAMANYA Jihan Trimita Sari T, Warsono, dan Widiarti	94-97
PERBANDINGAN ANALISIS RAGAM KLASIFIKASI SATU ARAH METODE KONVENSIONAL DENGAN METODE ANOM Latusiania Oktamia, Netti Herawati, Eri Setiawan	98-103
PENDUGAAN PARAMETER MODEL POISSON-GAMMA MENGGUNAKAN ALGORITMA EM (<i>EXPECTATION MAXIMIZATION</i>) Nurashri Partasiwi, Dian Kurniasari dan Widiarti	104-109
KAJIAN CADANGAN ASURANSI DENGAN METODE ZILLMER DAN METODE KANADA RozaZelvia, Rudi Ruswandi dan Widiarti	110-115
ANALISIS KOMPONEN RAGAM DATA HILANG PADA RANCANGAN <i>CROSS-OVER</i> Sorta Sundry H. S, Mustofa Usman dan Dian Kurniasari	116-121
PENDEKATAN DISTRIBUSI GOMPERTZ PADA CADANGAN ASURANSI JIWA UNTUK METODE ZILLMER DAN ILLINOIS Mahfuz Hudori, Rudi Ruswandi dan Widiarti	122-126
KAJIAN RELATIF BIAS METODE <i>ONE-STAGE</i> DAN <i>TWO-STAGE CLUSTER SAMPLING</i> Rohman, Dian Kurniasari dan Widiarti	127-130
PERBANDINGAN UJI HOMOGENITAS RAGAM KLASIFIKASI SATU ARAH METODE KONVENSIONAL DENGAN METODE ANOMV Tika Wahyuni, Netti Herawati dan Eri Setiawan	131-136
PENDEKATAN DISTRIBUSI KHI-KUADRAT TERHADAP <i>GENERALIZED LAMBDA DISTRIBUTION</i> (GLD) BERDASARKAN EMPAT MOMEN PERTAMANYA Tiyas Yulita, Warsono dan Dian Kurniasari	137-140

Kelompok Kimia

TRANSESTERIFIKASI MINYAK SAWIT DENGAN METANOL DAN KATALIS HETEROGEN BERBASIS SILIKA SEKAM PADI ($MgO-SiO_2$) EviRawati Sijabat, Wasinton Simanjuntak dan Kamisah D. Pandiangan	141-147
EFEK PENAMBAHAN SENYAWA EKSTRAK DAUN BELIMBING SEBAGAI INHIBITOR KERAK KALSIUM KARBONAT ($CaCO_3$) DENGAN METODE <i>UNSEEDED EXPERIMENT</i> Miftasani, Suharso dan Buhani	148-153
EFEK PENAMBAHAN SENYAWA EKSTRAK DAUN BELIMBING WULUH SEBAGAI INHIBITOR KERAK KALSIUM KARBONAT ($CaCO_3$) DENGAN METODE <i>SEEDED EXPERIMENT</i> PutriFebriani Puspita, Suharso dan Buhani	154-160

IDENTIFIKASI SENYAWA AKTIF DARI KULIT BUAH ASAM KERANJI (<i>Dalium indum</i>) SEBAGAI INHIBITORKOROSIBAJA LUNAK Dewi Kartika Sari, Ilim Wasinton dan Simanjuntak	161-168
TransesterifikasiMinyakSawitdenganMetanoldanKatalisHeterogenBerbasis SilikaSekamPadi(TiO_2/SiO_2) Wanti Simanjuntak, Kamisah D. Pandiangan dan Wasinton Simanjuntak	169-175
UJI PENDAHULUAN HIDROLISIS ONGGOK UNTUK MENGHASILKAN GULA REDUKSI DENGAN BANTUAN ULTRASONIKASI SEBAGAI PRAPERLAKUAN Juwita Ratna Sari dan Wasinton Simanjuntak	176-182
STUDI FORMULASI PATI SORGUM-GELATIN DAN KONSENTRASI <i>PLASTICIZER</i> DALAM SINTESA BIOPLASTIK SERTA UJI <i>BIODEGRADABLE</i> DENGAN METODE FISIK Yesti Harryzona dan Yuli Darni	183-190
Kelompok Fisika	
Pengaruh Variasi Suhu Pemanasan Dengan Pendinginan Secara Lambat Terhadap Uji <i>Bending</i> Dan Struktur Mikro Pada Baja Pegas Daun AISI 5140 Adelina S.E Sianturi, Ediman Ginting dan Pulung Karo-Karo	191-195
PengaruhKadar $CaCO_3$ terhadapPembentukanFaseBahanSuperkonduktorBSCCO-2212 denganDopingPb (BPSCCO-2212) Ameilda Larasati, Suprihatin dan Ediman GintingSuka	196-201
Variasi Kadar $CaCO_3$ dalamPembentukanFaseBahanSuperkonduktor BSCCO-2223 dengan Doping Pb (BPSCCO-2223) Fitri Afriani, Suprihatin dan Ediman Ginting Suka	202-207
Sintesis Bahan Superkonduktor BSCCO-2223 Tanpa Doping Pb Pada Berbagai Kadar $CaCO_3$ Heni Handayani, Suprihatin dan Ediman Ginting Suka	208-212
Pengaruh Variasi Waktu Penarikan dalam Pembuatan Lapisan Tipis TiO_2 dengan Metode Pelapisan Celup Dian Yulia Sari dan Posman Manurung	213-218
Pengaruh Suhu Sintering terhadap Karakteristik Struktur dan Mikrostruktur Komposit Aluminosilikat $3Al_2O_3 \cdot 2SiO_2$ Berbahan Dasar Silika Sekam Padi Fissilla Venia Wiranti dan Simon Sembiring	219-225
Sintesisdan KarakterisasiTitaniaSilikadenganMetode Sol Gel Revy Susi Maryanti dan Posman Manurung	226-230
Uji Fotokatalis Bahan TiO_2 yang ditambahdengan SiO_2 padaZatWarnaMetilenBiru Violina Sitorus dan Posman Manurung	231- 236
KARAKTERISTIK STRUKTUR DAN MIKROSTRUKTUR KOMPOSIT $B_2O_3-SiO_2$ BERBASIS SILIKA SEKAM PADI DENGAN VARIASI SUHU KALSINASI Nur Hasanah, Suprihatin, dan Simon Sembiring	237-241
RANCANG BANGUN DAN ANALISIS ALAT UKUR MASSA JENIS ZAT CAIR BERBASIS MIKROKONTROLER ATMega8535 Prawoto, Arif Surtono, dan Gurum Ahmad Pauzi	242-247

ANALISIS BAWAH PERMUKAAN KELURAHAN TRIKORA KABUPATEN NGADA NTT MENGUNAKAN METODE GPR (<i>Ground Penetrating Radar</i>) DAN GEOLISTRIK R. Wulandari, Rustadi dan A. Zaenudin	248-250
Analisis Fungsionalitas Na ₂ CO ₃ Berbasis CO ₂ Hasil Pembakara Tempurung Kelapa RizkySastia Ningrum, Simon Sembiring dan Wasinton Simanjuntak	251-256

PENERAPAN GRAF *deBRUIJN* PADA KONSTRUKSI GRAF *EULERIAN*

Fazrie Mulia¹, Wamiliana², dan Fitriani³

Jurusan Matematika FMIPA, Unila, Bandar Lampung, Indonesia¹
fazri.henny@gmail.com

Jurusan Matematika FMIPA, Unila, Bandar Lampung, Indonesia²
Jurusan Matematika FMIPA, Unila, Bandar Lampung, Indonesia³

Abstrak

Graf *deBruijn* adalah salah satu pengembangan dari graf yang secara umum didefinisikan sebagai graf berarah $D_{a,n}$, $a \geq 2, n \geq 1$ yang dibentuk dari bilangan bulat positif n dan a , yang berisi a^{n-1} vertex dan a^n arc. Graf *deBruijn* banyak digunakan untuk memecahkan masalah optimasi alur terpendek yang membentuk graf *Eulerian*. Pada paper ini, pembahasan akan dikhususkan pada graf *deBruijn* $D_{2,3}$ dengan menggunakan proses *cross-over* (perkawinan silang) yang melibatkan permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 2, 3, 4 dan 5, permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 3, 4, 5 dan 6, permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 4, 5, 6 dan 7 untuk operasi biner 0 dan 1 dengan menggunakan fungsi *fitness* $f(x) = e^{-2x} \cdot \sin(3x)$ dan $f(x) = e^{-x} \cdot \sin(3x)$. Dari hasil perhitungan didapat kesimpulan bahwa penyelesaian layak pada *cross-over* graf *deBruijn* akan membentuk konstruksi graf *Eulerian* dan pada hasil akhir *cross-over* diperoleh solusi dengan nilai *fitness* 0,625489.

Kata kunci: Graf *deBruijn*, Graf *Eulerian*, Aplikasi Genetika

1. PENDAHULUAN

Graf *deBruijn* pertama kali diperkenalkan oleh deBruijn pada tahun 1946 dengan menggunakan operasi biner yakni 0 dan 1. Hingga saat ini kombinasi dari operasi biner yang dihasilkan dari barisan *deBruijn* banyak digunakan pada berbagai bidang, salah satunya adalah biologimatematik. Pada penyelesaian masalah diberbagai bidang, graf *deBruijn* akan membentuk konstruksi graf *Eulerian* yang menghasilkan penyelesaian yang layak. Dalam jurnal ini akan didiskusikan mengenai salah satu aplikasi graf *deBruijn* yaitu dalam konstruksi graf *Eulerian*. Graf *Eulerian* digunakan untuk melihat layak atau tidaknya suatu solusi pada graf *deBruijn* dengan menentukan nilai maksimal (*fitness*) pada algoritma genetika dasar yang terdapat pada sebuah graf *deBruijn* yang membentuk barisan *deBruijn*.

2. LANDASAN TEORI

Menurut Deo [1], graf G merupakan himpunan dari $V = (v_1, v_2, v_3, \dots)$ yang disebut dengan *vertex* (atau titik) yang tidak boleh kosong dan himpunan dari $E = (e_1, e_2, e_3, \dots)$ yang disebut dengan *edge* (atau garis) yang boleh kosong dan dapat dinotasikan dengan $G = (V, E)$. Graf yang terhubung dengan *edge* berarah disebut dengan *directed graph* atau graf berarah, sedangkan graf yang terhubung dengan *edge*

tanpa arah disebut dengan *undirected graph* atau graf tidak berarah.

Setiap *vertex* pada graf dapat dihubungkan ke setiap *vertex* lainnya atau tidak dihubungkan sama sekali. Karena itu, masing – masing *vertex* akan mempunyai sejumlah *edge* tertentu yang menempel pada *vertex* tersebut dinamakan dengan *degree*. *Degree* atau derajat dari suatu *vertex* v pada graf G , dinotasikan dengan $\deg(v)$, dan *self-loop* dihitung dua kali [3]. *Vertex* – *vertex* suatu graf dapat terhubung ataupun tidak terhubung. *Vertex* u disebut *adjacent* dengan *vertex* x jika dihubungkan oleh *edge* yang sama. Sedangkan, *Isolated vertex* merupakan *vertex* yang tidak terhubung dengan *vertex* lainnya pada suatu graf dan mempunyai *degree* bernilai 0 [3].

Dengan adanya *adjacent* dan *incidence*, maka suatu graf dapat membentuk pola dari himpunan *adjacent* dan *incidence*. Terdapat beberapa pola pada graf, antara lain *walk* dan *trail*. *Walk* adalah barisan berhingga dari titik (*vertex*) dan garis (*edge*), dimulai dan diakhiri dengan *vertex*, sedemikian sehingga setiap *edge* menempel dengan *vertex* sebelum dan sesudahnya. Sedangkan *trail* adalah suatu *walk* yang melewati garis (*edge*) yang berbeda. [4]. Graf G dikatakan *bipartite* jika

$V(G)$ adalah gabungan dari dua himpunan yang *disjoint* dimana pada setiap *edge* terdapat *vertex* dari setiap himpunan [1].

Dalam bukunya *Graph an Introduction Approach*, Wilson dan Watkins [6] menuturkan bahwa graf berarah terhubung D adalah *Eulerian* jika terdapat *trail* tertutup yang semua *arc*-nya ada di D . Sedangkan *Eulerian* yang tertutup disebut *Eulerian tour* [5].

Salah satu bentuk dari *Eulerian tour* adalah graf *deBruijn*. Graf *deBruijn* adalah suatu graf berarah $G_{a,n}$, $a \geq 2, n \geq 1$ yang dibentuk dari setiap bilangan bulat positif n dan a , yang berisi a^{n-1} *vertex* yang diberi label dengan *bitstring* panjangnya $n - 1$, dan a^n *arc* yang diberi label dengan *bitstring* panjangnya n . *Arc* dari *vertex* $v_1 = b_1 b_2 \dots b_{n-1}$ ke *vertex* $v_2 = b_2 b_3 \dots b_n$ diberi label *vertex* $v_3 = b_1 b_2 \dots b_n$ [3].

Eulerian tour juga digunakan sebagai dasar yang digunakan untuk mengembangkan graf *deBruijn* menjadi sebuah barisan *deBruijn*. Secara singkat, barisan *deBruijn* merupakan bagian dari graf *deBruijn* yang membentuk *Eulerian tour*. Namun, secara umum barisan *deBruijn* merupakan barisan yang dibentuk dari *string* berhingga dengan sifat – sifat tertentu, sedangkan *string* adalah barisan berhingga (*finite*) simbol – simbol. Suatu *string* dengan panjang 2^n disebut barisan *deBruijn* $(2, n)$ jika setiap *string* dengan panjang n hadir tepat satu kali sebagai *substring* dari 2^n [3].

Graf *deBruijn* banyak digunakan untuk memecahkan beberapa masalah dalam kehidupan nyata dengan menggunakan beberapa aplikasi. Salah satu aplikasi yang biasa digunakan adalah aplikasi *genetika* (*genetics application*) untuk memecahkan masalah seperti kemacetan dan berbagai masalah lainnya. Didalam aplikasi genetika terdapat beberapa istilah penting yang tidak dapat dipisahkan dari aplikasi genetika, beberapa istilah tersebut antara lain *genotype*, nilai *fitness*, individu dan fungsi *fitness*. *Genotype* (*gen*) adalah suatu nilai yang menyatakan satuan dasar yang membentuk suatu arti tertentu dalam satu kesatuan *gen* yang dinamakan *kromosom*. Nilai *Fitness* menyatakan seberapa baik nilai dari suatu individu atau solusi yang didapatkan. Individu menyatakan satu nilai atau keadaan yang menyatakan salah satu solusi yang mungkin dari permasalahan yang diangkat. Individu dinyatakan dalam 8 *gen biner* dengan batas 0 sampai dengan 1 , yang berarti 1 *bit* setara dengan 2^{-8} yang disebut dengan nilai X .

Sebagai contoh $10001001 = (128+8+1)/256 = 0.5352$. Fungsi *fitness* adalah fungsi yang digunakan untuk mencari suatu nilai *fitness*. Fungsi *fitness* mempunyai daerah penyelesaian lebih besar dari nol (> 0) dan lebih kecil dari satu (< 1) untuk daerah asal yang lebih besar dari nol (> 0) dan lebih kecil dari satu (< 1), serta daerah penyelesaian lebih besar dari satu (> 1) dan lebih kecil dari nol (< 0) untuk daerah asal yang lainnya. Jika kita misalkan fungsi *fitness* sebagai $f(x)$, maka dalam bahasa matematika dapat dituliskan dengan :

$$f(x) \begin{cases} 0 < f(x) < 1; \text{ untuk } 0 < x < 1 \\ 0 > f(x) > 1; \text{ untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

Beberapa contoh fungsi - fungsi *fitness* yaitu $f(x) = e^{-2x} \cos(3x)$, $f(x) = e^{-x} \cos(3x)$, $f(x) = e^{-x} \cos(2x)$ [2].

Untuk mendapatkan nilai *fitness* terbaik dari suatu populasi, maka digunakan pengkombinasian individu. Pengkombinasian individu yang paling sering digunakan adalah *cross-over* (*perkawinan silang*) yang merupakan *combinatorial* proses dua individu untuk memperoleh individu – individu baru yang diharapkan mempunyai *fitness* yang lebih baik. Sebagai contoh *cross-over* (*perkawinan silang*) adalah sebagai berikut: Misalkan kita ambil sebarang induk yaitu Induk 1: 0 0 1 1 1 0 0 1 dan Induk 2: 1 0 0 1 1 0 1 0, maka hasil dari *cross-over* (*perkawinan silang*) adalah anak 1: 0 0 1 1 1 0 1 1 dan anak 2: 1 0 0 1 1 0 0 0 [2].

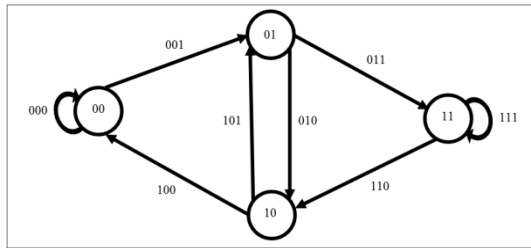
3. METODE PENELITIAN

Langkah – langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut : mengumpulkan pustaka yang berhubungan dengan penelitian ini, mendefinisikan graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$ dan barisan *deBruijn*, mendefinisikan *genotype* (*gen*) dan individu pada graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$, melakukan proses *cross-over* (*perkawinan silang*) dan mendefinisikan hasil *cross-over* (*perkawinan silang*) pada graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$, mengamati hasil penyelesaian tak layak (*keturunan gagal*) pada proses *cross-over* (*perkawinan silang*) graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$, mengamati hasil penyelesaian layak (*keturunan gagal*) dan konstruksi graf *Eulerian* yang terjadi pada proses *cross-over* (*perkawinan silang*) graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$, mendapatkan hasil keturunan layak yang terbaik, dan menarik kesimpulan dari hasil yang didapat

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$ dan barisan *deBruijn*

Graf Berarah *DeBruijn* $D_{2,3}$ berisi 4 vertex yang diberi label dengan *bitstring* yang panjangnya 2, dan 8 *arc* yang diberi label *bitstring* panjangnya 3.

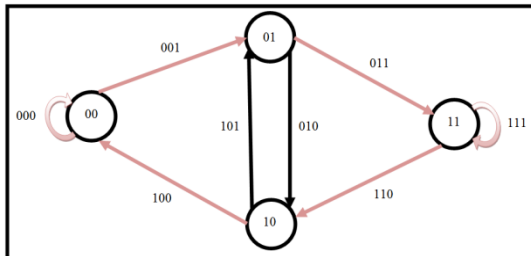


Gambar 1. Graf *deBruijn* $D_{2,3}$

Barisan *deBruijn* merupakan barisan yang dibentuk dari *string* berhingga dengan sifat – sifat tertentu sebagai berikut :

1. Barisan tersebut merupakan *Eulerian Tour*.
2. Memiliki derajat masuk yang sama dengan derajat keluar.
3. Memiliki *String* dengan panjang 2^n .

Graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$ memiliki 2 *Eulerian Tour* yang memenuhi sifat – sifat dan dapat dibentuk menjadi barisan *deBruijn* yaitu :



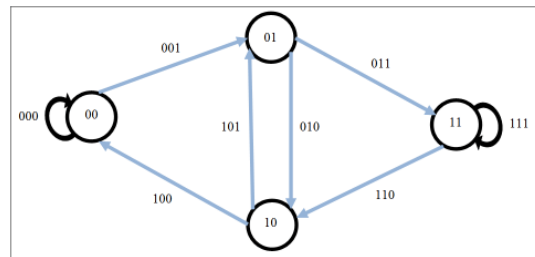
Gambar 2. *Eulerian Tour* 1 pada graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$

Dari Gambar 2. dapat dilihat bahwa *edge* yang berwarna merah jambu menunjukkan alur dari *Eulerian Tour* 1 pada graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$ yang dapat membentuk 6 barisan *deBruijn* yang terdiri dari :

1. 0 0 0 1 1 1 0 0, yang terbentuk melalui alur *arc* {000, 001, 011, 111, 110, 100}.
2. 0 0 1 1 1 0 0 0, yang terbentuk melalui alur *arc* {001, 011, 111, 110, 100, 000}.
3. 0 1 1 1 0 0 0 1, yang terbentuk melalui alur *arc* {011, 111, 110, 100, 000, 001}.
4. 1 1 1 0 0 0 1 1, yang terbentuk melalui alur *arc* {111, 110, 100, 000, 001, 011}.

5. 1 1 0 0 0 1 1 1, yang terbentuk melalui alur *arc* {110, 100, 000, 001, 011, 111}.
6. 1 0 0 0 1 1 1 0, yang terbentuk melalui alur *arc* {100, 000, 001, 011, 111, 110}.

Sedangkan untuk *Eulerian Tour* 2 pada graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$ dapat dilihat pada Gambar berikut :



Gambar 3. *Eulerian Tour* 2 pada graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$

Dari Gambar 3. dapat dilihat bahwa *edge* yang berwarna biru muda menunjukkan alur dari *Eulerian Tour* 2 pada graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$ yang dapat membentuk 12 barisan *deBruijn* yang terdiri dari :

1. 0 0 1 1 0 1 0 0, yang terbentuk melalui alur *arc* {001, 011, 110, 101, 010, 100}.
2. 0 1 1 0 1 0 0 1, yang terbentuk melalui alur *arc* {011, 110, 101, 010, 100, 001}.
3. 1 1 0 1 0 0 1 1, yang terbentuk melalui alur *arc* {110, 101, 010, 100, 001, 011}.
4. 1 0 1 0 0 1 1 0, yang terbentuk melalui alur *arc* {101, 010, 100, 001, 011, 110}.
5. 0 1 0 0 1 1 0 1, yang terbentuk melalui alur *arc* {010, 100, 001, 011, 110, 101}.
6. 1 0 0 1 1 0 1 0, yang terbentuk melalui alur *arc* {100, 001, 011, 110, 101, 010}.
7. 0 0 1 0 1 1 0 0, yang terbentuk melalui alur *arc* {001, 010, 101, 011, 110, 100}.
8. 0 1 1 0 0 1 0 1, yang terbentuk melalui alur *arc* {011, 110, 100, 001, 010, 101}.
9. 1 1 0 0 1 0 1 1, yang terbentuk melalui alur *arc* {110, 100, 001, 010, 101, 011}.

10. 0 1 0 1 1 0 0 1, yang terbentuk melalui alur $arc \{010, 101, 011, 110, 100, 001\}$.
11. 1 0 1 1 0 0 1 0, yang terbentuk melalui alur $arc \{101, 011, 110, 100, 001, 010\}$.
12. 1 0 0 1 0 1 1 0, yang terbentuk melalui alur $arc \{100, 001, 010, 101, 011, 110\}$.

4.2. Genotype (gen) dan individu pada graf berarah $deBruijn D_{2,3}$

Genotype (gen) merupakan suatu nilai yang menyatakan satuan dasar. Sehingga, pada graf berarah $deBruijn D_{2,3}$ operasi biner yang bernilai 1 atau 0 disebut sebagai *genotype* (gen). Sedangkan individu menyatakan suatu nilai atau keadaan yang menyatakan salah satu solusi yang mungkin dari permasalahan yang diangkat. Sehingga pada graf berarah $deBruijn D_{2,3}$ seluruh barisan $deBruijn$ yang terbentuk oleh *Eulerian Tour* disebut sebagai individu.

4.3. Cross-over (perkawinan silang) pada graf berarah $deBruijn D_{2,3}$

Cross-over (Perkawinan Silang) merupakan *combinatorial* proses dua individu untuk memperoleh individu – individu yang diharapkan mempunyai *fitness* lebih baik. Sehingga, *cross-over* (perkawinan silang) membutuhkan 2 individu yang berbeda (2 barisan $deBruijn$ berbeda yang terbentuk oleh 2 *Eulerian Tour* berbeda). Seluruh barisan $deBruijn$ yang terbentuk oleh *Eulerian Tour* 1 disebut sebagai individu 1 (induk 1) dan seluruh barisan $deBruijn$ yang terbentuk oleh *Eulerian Tour* 2 disebut sebagai individu 2 (induk 2). Oleh karena itu didapatkan 6 individu 1 (induk 1) dan 12 individu 2 (induk 2). Karena *cross-over* merupakan proses mengkombinasikan dua individu, maka dari proses mengkombinasi 6 individu 1 (induk 1) dan 12 individu 2 (induk 2) didapat hasil sebagai berikut :

1. Pada proses *cross-over* yang melibatkan permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 2, 3, 4 dan 5 pada graf $deBruijn D_{2,3}$ memiliki 60 penyelesaian tak layak (keturunan gagal) (83,33%) dan 12 penyelesaian layak (keturunan berhasil) (16,67%) dari 72 *cross-over* yang dilakukan. Beberapa proses *cross-over* dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Beberapa proses *cross-over* permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 2, 3, 4 dan 5.

Cross-over ke	Induk 1	Induk 2	Permutasi gen ke	keturunan	Nilai X	Fungsi fitness	Nilai fitness	Ket
6	00011100	10011010	2,3,4,5	10011010	0,602	$e^{-2x} \cos(3x)$	0,292	Berhasil
27	01110001	11010011	2,3,4,5	01010001	0,316	$e^{-2x} \cos(3x)$	0,432	Gagal
72	10001110	10010110	2,3,4,5	10001110	0,555	$e^{-x} \cos(3x)$	0,572	Berhasil
60	11000111	10010110	2,3,4,5	10010111	0,590	$e^{-x} \cos(3x)$	0,544	gagal

2. Pada proses *cross-over* yang melibatkan permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 3, 4, 5 dan 6 pada graf $deBruijn D_{2,3}$ memiliki 49 penyelesaian tak layak (keturunan

gagal) (68,06%) dan 23 penyelesaian layak (keturunan berhasil) (31,94%) dari 72 *cross-over* yang dilakukan. Beberapa proses *cross-over* dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Beberapa proses *cross-over* permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 3, 4, 5 dan 6.

Cross-over ke	Induk 1	Induk 2	Permutasi gen ke	keturunan	Nilai X	Fungsi fitness	Nilai fitness	Ket
30	01110001	10011010	3,4,5,6	01011001	0,348	$e^{-2x} \cos(3x)$	0,431	Berhasil
49	11000111	00110100	3,4,5,6	00000100	0,016	$e^{-2x} \cos(3x)$	0,045	Gagal
35	01110001	10110010	3,4,5,6	01110001	0,441	$e^{-x} \cos(3x)$	0,624	Berhasil
67	10001110	00101100	3,4,5,6	10101110	0,680	$e^{-x} \cos(3x)$	0,452	gagal

3. Pada proses *cross-over* yang melibatkan permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 4, 5, 6 dan 7 pada graf $deBruijn D_{2,3}$ memiliki 60 penyelesaian tak layak (keturunan gagal) (83,33%) dan 12 penyelesaian

layak (keturunan berhasil) (16,67%) dari 72 *cross-over* yang dilakukan. Beberapa proses *cross-over* dapat dilihat pada Tabel 3.

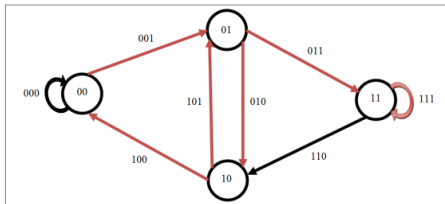
Tabel 3. Beberapa proses *cross-over* permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 4, 5, 6 dan 7.

Cross-over ke	Induk 1	Induk 2	Permutasi gen ke	keturunan	Nilai X	Fungsi fitness	Nilai fitness	Ket
59	11000111	10110010	4,5,6,7	10100110	0,648	$e^{-2x} \cos(3x)$	0,254	Berhasil
53	11000111	01001101	4,5,6,7	01000111	0,277	$e^{-2x} \cos(3x)$	0,424	Gagal
13	00111000	00110100	4,5,6,7	00111000	0,219	$e^{-x} \cos(3x)$	0,490	Berhasil
67	10001110	00101100	4,5,6,7	10001100	0,547	$e^{-x} \cos(3x)$	0,577	gagal

4.4. Penyelesaian tak layak (keturunan gagal) pada *cross-over* graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$

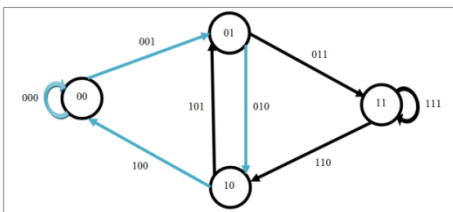
Beberapa penyelesaian tak layak (keturunan gagal) pada *cross-over* graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$ antara lain :

1. *Cross-over* ke 60 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 2, 3, 4 dan 5 yang memiliki induk 1 (11000111) dan induk 2 (10010110) menghasilkan keturunan gagal (10010111). Hal ini dapat dilihat pada Gambar 4.



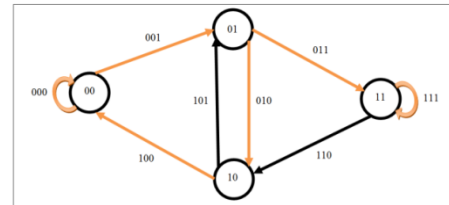
Gambar 4. Hasil keturunan gagal dari *cross-over* ke 60 pada posisi gen ke 2, 3, 4, 5

2. *Cross-over* ke 49 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 3, 4, 5 dan 6 yang memiliki induk 1 (11000111) dan induk 2 (00110100) menghasilkan keturunan gagal (00000100). Hal ini dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Hasil keturunan gagal dari *cross-over* ke 49 pada posisi gen ke 3, 4, 5, 6

3. *Cross-over* ke 53 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 4, 5, 6 dan 7 yang memiliki induk 1 (11000111) dan induk 2 (01001101) menghasilkan keturunan gagal (01000111). Hal ini dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Hasil keturunan gagal dari *cross-over* ke 53 pada posisi gen ke 4, 5, 6, 7

Pada *cross-over* graf *deBruijn* $D_{2,3}$ akan menghasilkan penyelesaian tak layak (keturunan gagal) jika memenuhi 1 sifat dari 5 sifat keturunan tak layak berikut :

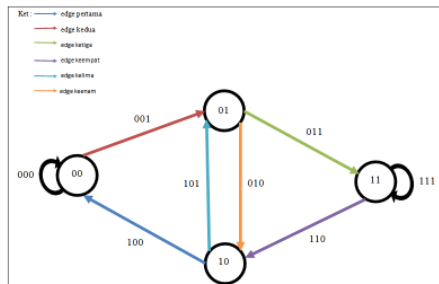
1. *Cross-over* menghasilkan keturunan yang memiliki 8 gen biner individu (barisan *deBruijn*) yang tidak sama dengan salah satu dari seluruh induk pada graf *deBruijn* $D_{2,3}$. Contohnya pada keturunan 60 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 2, 3, 4 dan 5 (10010111) menghasilkan keturunan yang tidak sama dengan salah satu induk 1 {00011100, 00111000, 01110001, 11100011, 11000111, 10001110} maupun salah satu induk 2 {00110100, 01101001, 11010011, 10100110, 01001101, 10011010, 00101100, 01100101, 11001011, 01011001, 10110010, 10010110}.
2. *Cross-over* menghasilkan keturunan yang tidak berbentuk *Eulerian Tour*. Contohnya pada keturunan 53 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 4, 5, 6 dan 7 (01000111) yang dapat dilihat pada Gambar 4.8.
3. *Cross-over* menghasilkan keturunan yang memiliki lebih dari 3 gen biner yang sama secara berturut – turut. Contohnya pada keturunan 38 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 2, 3, 4 dan 5 (01100001) terdapat 4 gen biner 0 secara berturut – turut (0000).
4. *Cross-over* menghasilkan keturunan yang memiliki *bitstring* kembar dengan panjang 3. Contohnya pada keturunan 67 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 3, 4, 5 dan 6 (10101110) dengan *bitstring* – *bitstring* {101, 010, 101, 011, 111, 110} terdapat *bitstring* kembar (101).

5. *Cross-over* menghasilkan keturunan yang tidak semua *bitstring* memiliki pasangan atau lawan *bitstringnya* (1 berpasangan atau berlawanan dengan 0, sehingga 101 berpasangan atau berlawanan dengan 010). Contohnya pada keturunan 58 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 4, 5, 6 dan 7 (01000111) dengan *bitstring – bitstring* {010, 100, 000, 001, 011, 111} sehingga *bitstring* 100 berpasangan dengan 011, *bitstring* 000 berpasangan dengan 111, sedangkan *bitstring* 010 dan *bitstring* 001 tidak memiliki pasangan *bitstring*.

4.5. Penyelesaian layak (keturunan berhasil) pada *cross-over* graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$

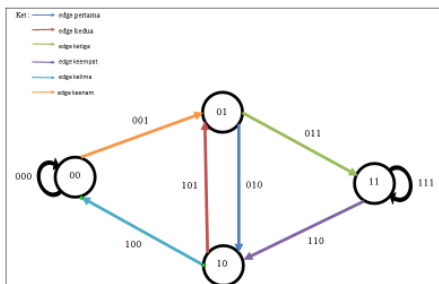
Beberapa penyelesaian tak layak (keturunan gagal) pada *cross-over* graf berarah *deBruijn* $D_{2,3}$ antara lain :

1. *Cross-over* ke 6 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 2, 3, 4 dan 5 yang memiliki induk 1 (00011100) dan induk 2 (10011010) menghasilkan keturunan layak (10011010). Hal ini dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Hasil keturunan berhasil dari *cross-over* ke 6 pada posisi gen ke 2, 3, 4, 5

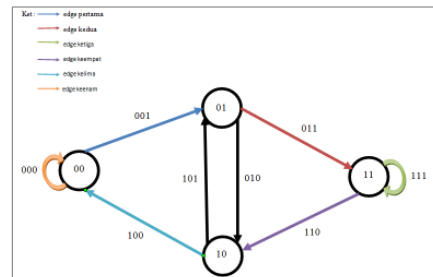
2. *Cross-over* ke 30 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 3, 4, 5 dan 6 yang memiliki induk 1 (01110001) dan induk 2 (10011010) menghasilkan keturunan layak (01011001). Hal ini dapat dilihat pada Gambar 8.



Gambar 8. Hasil keturunan berhasil dari *cross-over* ke 30 pada posisi gen ke 3, 4, 5, 6

3. *Cross-over* ke 13 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 4, 5, 6 dan 7

yang memiliki induk 1 (00111000) dan induk 2 (00110100) menghasilkan keturunan layak (00111000). Hal ini dapat dilihat pada Gambar 9.



Gambar 9. Hasil keturunan berhasil dari *cross-over* ke 13 pada posisi gen ke 4, 5, 6, 7

Pada *cross-over* graf *deBruijn* $D_{2,3}$ akan menghasilkan penyelesaian layak (keturunan berhasil) jika memenuhi 1 sifat dari 5 sifat keturunan layak berikut :

1. *Cross-over* menghasilkan keturunan yang memiliki 8 gen biner individu (barisan *deBruijn*) yang sama dengan salah satu dari seluruh induk pada graf *deBruijn* $D_{2,3}$. Contohnya pada keturunan 13 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 4, 5, 6 dan 7 (00111000) menghasilkan keturunan yang sama dengan salah satu induk 1 {00011100, 00111000, 01110001, 11100011, 11000111, 10001110}.
2. *Cross-over* menghasilkan keturunan yang berbentuk *Eulerian Tour*. Contohnya pada keturunan 30 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 3, 4, 5 dan 6 (01011001) yang dapat dilihat pada Gambar 8.
3. *Cross-over* menghasilkan keturunan yang memiliki kurang dari 4 gen biner yang sama secara berturut – turut. Contohnya pada keturunan 59 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 4, 5, 6 dan 7 (10100110) yang terdapat 2 gen biner 0 secara berturut – turut (00) dan 2 gen biner 1 secara berturut – turut (11) dimana $2 < 4$.
4. *Cross-over* menghasilkan keturunan yang tidak memiliki *bitstring* kembar dengan panjang 3. Contohnya pada keturunan 6 pada posisi *genotype* (gen) ke 2, 3, 4 dan 5 (10011010) dengan *bitstring – bitstring* {100, 001, 011, 110, 101, 010} sehingga tidak terdapat *bitstring* yang kembar (semua *bitstring* berbeda – beda).
5. *Cross-over* menghasilkan keturunan yang seluruh *bitstring* memiliki pasangan atau lawan *bitstringnya* (1

berpasangan atau berlawanan dengan 0, sehingga 101 berpasangan atau berlawanan dengan 010). Contohnya pada keturunan 1 pada permutasi posisi *genotype* (gen) ke 3, 4, 5 dan 6 (00110100) dengan *bitstring* – *bitstring* {001, 011, 110, 101, 010, 100} maka *bitstring* 100 berpasangan dengan 011, *bitstring* 001 berpasangan dengan 110 serta *bitstring* 101 berpasangan dengan 010, sehingga seluruh *bitstring* memiliki pasangan *bitstring*.

Berdasarkan hasil nilai *fitness* seluruh keturunan dari *cross-over* yang berhasil melibatkan permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 2, 3, 4 dan 5, permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 3, 4, 5 dan 6, permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 4, 5, 6 dan 7 pada graf *deBruijn* $D_{2,3}$ dengan fungsi *fitness* $f(x) = e^{-2x} \cdot \sin(3x)$, secara berturut-turut adalah keturunan 34 (01011001) dengan nilai *fitness* sebesar 0,431017, keturunan 34 dan 30 (01011001) dengan nilai *fitness* sebesar 0,431017, keturunan 17 dan 22 (01011001) dengan nilai *fitness* sebesar 0,431017. Hasil tersebut merupakan penyelesaian (solusi) layak yang terbaik dari masing-masing *cross-over* tersebut. Sedangkan berdasarkan hasil nilai *fitness* seluruh keturunan dari *cross-over* yang berhasil melibatkan permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 2, 3, 4 dan 5, permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 3, 4, 5 dan 6, permutasi pada posisi *genotype* (gen) ke 4, 5, 6 dan 7, pada graf *deBruijn* $D_{2,3}$ dengan fungsi *fitness* $f(x) = e^{-x} \cdot \sin(3x)$, secara berturut-turut adalah keturunan 26 (01101001) dengan nilai *fitness* sebesar 0,625489, keturunan 26 (01101001) dengan nilai *fitness* sebesar 0,625489, keturunan 26 (01101001) dengan nilai *fitness* sebesar 0,625489. Hasil tersebut merupakan penyelesaian (solusi) layak yang terbaik dari masing-masing *cross-over* tersebut. Sehingga, solusi terbaik dari seluruh *cross-over* yang telah dilakukan adalah keturunan 01101001 dengan nilai *fitness* sebesar 0,625489.

5. KESIMPULAN

Adapun kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Penyelesaian atau keturunan dapat dikatakan tidak layak apabila memenuhi minimal 1 sifat dari 5 sifat keturunan tidak layak.
2. Penyelesaian atau keturunan dapat dikatakan layak apabila memenuhi minimal 1 sifat dari 5 sifat keturunan layak.

3. Penyelesaian layak pada *cross-over* graf *deBruijn* akan membentuk konstruksi graf *Eulerian*.
4. *Cross-over* yang dilakukan dengan menggunakan fungsi *fitness* yang sama akan menghasilkan penyelesaian yang sama.
5. Penyelesaian atau keturunan paling layak dari *cross-over* yang telah dilakukan adalah 01101001 dengan nilai *fitness* sebesar 0,625489.

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Deo, N. 1989. *Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science*. Prentice Hall Inc, New York.
- [2] Goldberg, D.E. 1989. *Genetik algorithms in search, optimization and machine learning*. Addison-Wesley Publishing. New York.
- [3] Gross, J and Yellen, J. 2006. *Graph Theory and its Applications*. Chapman & Hall/CRC. United State of America.
- [4] Lipschutz, S. And Lipson, M.L. 2002. *Matematika Diskrit 2*. Seri Penyelesaian Soal Scaum. Diterjemahkan Oleh Tim Editor Penerbit Salemba Teknika. Salemba Teknika, Jakarta.
- [5] Misra, J. 2001. *Graph Theory*. Course Notes For CS336. University Of Texas, Austin. Texas, USA.
- [6] Wilson, J. R. and Jhon J. Watkins. 1990. *Graph an Introducing Approach*. Jhon Wiley and Sons, inc., New York.