

Ketakbiasan Dalam Model Analisis Faktor Konfirmatori Pada Metode Pendugaan *Maximum Likelihood* Untuk Data Ordinal

Wiwik Sudestri, Eri Setiawan dan Nusyirwan

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Universitas Lampung
Jl. Prof Dr. Sumantri No. 10 Bandar Lampung 35145
Email : tingciL@yahoo.com

Abstrak. Dalam penelitian ilmu bidang sosial terdapat permasalahan dalam hubungan antar peubah dan peubah yang diteliti umumnya tidak dapat diobservasi secara langsung tetapi diukur melalui indikator-indikator (*observed indicators*). Analisis Faktor Konfirmatori merupakan salah satu metode yang dapat mengatasi permasalahan tersebut. Pada penelitian ini yang akan dikaji adalah ketakbiasan dan uji kesesuaian pada model analisis faktor konfirmatori dengan menggunakan metode *maximum likelihood* dari ukuran sampel 150, 200, 250, dan 300. *Maximum likelihood* merupakan metode penduga terbaik yang memiliki sifat tak bias dan variansi minimum. Dari hasil penelitian menunjukkan bahwa pada sampel terbesar yaitu pada sampel 300 diperoleh nilai ketakbiasan dan uji kesesuaian model yang baik dibandingkan dengan sampel yang lain. Hal ini menunjukkan bahwa dalil limit pusat yang menyatakan semakin besar ukuran sampel, maka sebaran dari parameter dugaan akan mendekati normal terpenuhi.

Kata kunci: Analisis Faktor Konfirmatori, Ketakbiasan, Metode *Maximum Likelihood* (ML).

1. PENDAHULUAN

Analisis faktor konfirmatori adalah salah satu metode analisis peubah ganda yang dapat digunakan untuk menguji atau mengkonfirmasi model yang telah dihipotesiskan. Model yang dihipotesiskan terdiri dari satu atau lebih peubah laten, yang diukur oleh suatu peubah indikator. Ketakbiasan merupakan hal penting yang harus diperhatikan oleh pengguna, dan kadang kala hal tersebut sering diabaikan dalam penelitian. Maka tujuan dalam penelitian ini akan mengkaji ketakbiasan pada model Analisis Faktor Konfirmatori berukuran sampel 150, 200, 250, dan 300 dengan menggunakan metode *maximum likelihood* dan sebagai ukuran pembanding menggunakan uji kesesuaian model. Dan membuktikan dalil limit pusat yang menyatakan bahwa semakin besar ukuran sampel, maka sebaran dari parameter dugaan akan mendekati normal.

2. Analisis Faktor Konfirmatori

Analisis Faktor Konfirmatori merupakan salah satu metode analisis multivariat yang digunakan untuk mengkonfirmasi apakah model yang dibangun sesuai hipotesis dengan yang dihipotesiskan. Dalam Analisis Faktor Konfirmatori, peubah laten dianggap sebagai peubah penyebab yang mendasari peubah-peubah indikator.

Peubah-peubah terdiri dari peubah-peubah yang diamati atau diukur langsung disebut **peubah manifest** dan peubah-peubah yang tidak dapat diukur secara langsung disebut **peubah laten**.

Peubah laten tidak dapat diukur secara langsung tetapi dapat dibentuk dan dibangun oleh peubah-peubah lain yang dapat diukur. Peubah-peubah yang dapat digunakan untuk membangun peubah laten disebut **peubah indikator**.

Model umum Analisis Faktor Konfirmatori adalah sebagai berikut:

$$x = \Lambda x \xi + \delta \quad \dots\dots\dots(1.1)$$

Dengan:

\mathbf{X} = vektor bagi peubah-peubah indikator berukuran $q \times 1$

Λx = matriks bagi faktor loading (λ)

ξ = vektor bagi peubah-peubah laten berukuran $n \times 1$

δ = vektor bagi galat pengukuran berukuran $q \times 1$ Maiyanti [2].

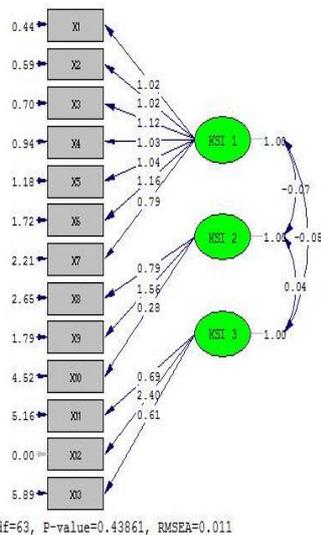
3. Metode *Maximum Likelihood*

Metode *maximum likelihood* (ML) adalah metode yang paling banyak digunakan dalam menduga parameter model persamaan struktural. Menurut Bollen [1], penduga ML memiliki sifat-sifat penting yaitu tak bias dan variansi minimum. Metode ini dirumuskan dengan meminimumkan fungsi :

$$F_{ML} = \text{Log}|\Sigma| + \text{tr}(S\Sigma^{-1}) - \text{Log}|S| - (p + q) \quad (1.2)$$

Matriks \mathbf{S} adalah penduga matriks parameter kovarian populasi dan matriks Σ menduga matriks kovarian pada model, diasumsikan \mathbf{S} dan Σ adalah matriks definit positif yang merupakan matriks non singular. Nilai p dan q adalah jumlah variabel indikator y dan x , juga diasumsikan sebaran $\mathbf{Z}=(\mathbf{t}^T, \mathbf{x}^T)$ menyebar normal ganda.

Bentuk path diagram pada ukuran sampel 150 sebagai berikut:

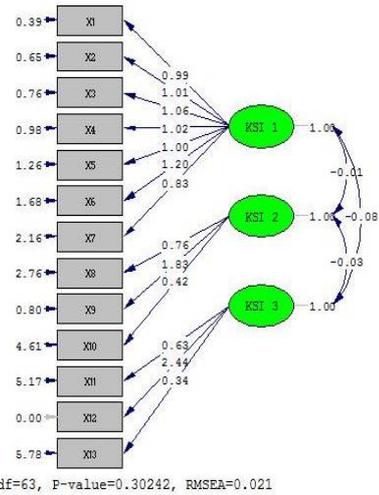


Gambar 3. Path Diagram Ukuran Sampel 150

Dari path diagram di atas diperoleh galat pengukuran (error) dan parameter dugaan Sehingga diperoleh persamaan pengukuran sebagai berikut:

$$\begin{aligned} X_1 &= 1,02\xi_1 + 0,44 \\ X_2 &= 1,02\xi_1 + 0,59 \\ X_3 &= 1,12\xi_1 + 0,70 \\ X_4 &= 1,03\xi_1 + 0,94 \\ X_5 &= 1,04\xi_1 + 1,18 \\ X_6 &= 1,16\xi_1 + 0,59 \\ X_7 &= 0,79\xi_1 + 2,21 \\ X_8 &= 1,56\xi_2 + 2,65 \\ X_9 &= 0,28\xi_2 + 1,79 \\ X_{10} &= 0,69\xi_2 + 4,52 \\ X_{11} &= 2,40\xi_3 + 5,16 \\ X_{12} &= 2,40\xi_3 + 0,00 \\ X_{13} &= 0,61\xi_3 + 5,89 \end{aligned}$$

Bentuk path diagram pada ukuran sampel 200 sebagai berikut:

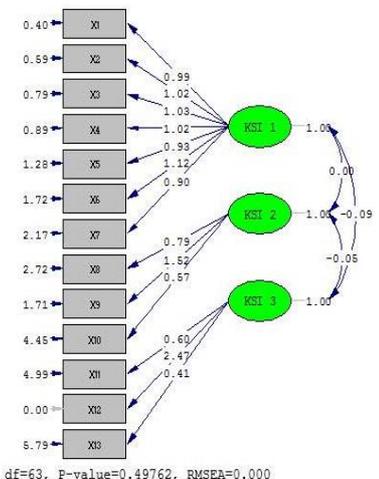


Gambar 4. Path Diagram Ukuran Sampel 200

Dari path diagram di atas diperoleh galat pengukuran (error) dan parameter dugaan Sehingga diperoleh persamaan pengukuran sebagai berikut:

$$\begin{aligned} X_1 &= 0,99\xi_1 + 0,39 \\ X_2 &= 1,01\xi_1 + 0,65 \\ X_3 &= 1,06\xi_1 + 0,76 \\ X_4 &= 1,02\xi_1 + 0,98 \\ X_5 &= 1,00\xi_1 + 1,26 \\ X_6 &= 1,20\xi_1 + 1,68 \\ X_7 &= 0,83\xi_1 + 2,16 \\ X_8 &= 0,76\xi_2 + 2,76 \\ X_9 &= 1,79\xi_2 + 0,80 \\ X_{10} &= 0,42\xi_2 + 4,61 \\ X_{11} &= 0,63\xi_3 + 5,17 \\ X_{12} &= 2,44\xi_3 + 0,00 \\ X_{13} &= 0,34\xi_3 + 5,78 \end{aligned}$$

Bentuk path diagram pada ukuran sampel 250 sebagai berikut:

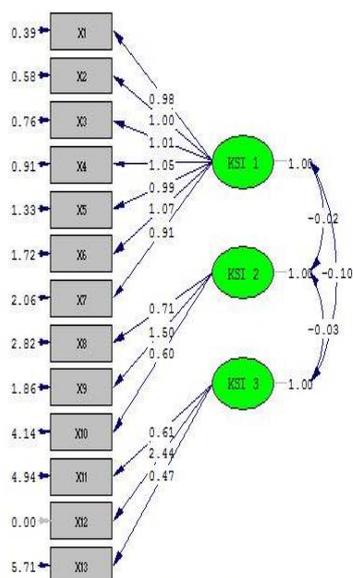


Gambar 5. Path Diagram Ukuran Sampel 250

Dari path diagram di atas diperoleh galat pengukuran (error) dan parameter dugaan Sehingga diperoleh persamaan pengukuran sebagai berikut:

$$\begin{aligned} X_1 &= 0,99\xi_1 + 0,40 \\ X_2 &= 1,02\xi_1 + 0,59 \\ X_3 &= 1,03 \xi_1 + 0,79 \\ X_4 &= 1,02 \xi_1 + 0,89 \\ X_5 &= 0,93\xi_1 + 1,28 \\ X_6 &= 1,12\xi_1 + 1,72 \\ X_7 &= 0,90\xi_1 + 2,17 \\ X_8 &= 0,79\xi_2 + 2,72 \\ X_9 &= 1,52\xi_2 + 1,71 \\ X_{10} &= 0,5 \xi_2 + 4,45 \\ X_{11} &= 0,60\xi_3 + 4,99 \\ X_{12} &= 0,00\xi_3 + 2,47 \\ X_{13} &= 0,41\xi_3 + 5,79 \end{aligned}$$

Bentuk path diagram pada ukuran sampel 300 sebagai berikut:



Chi-Square=57.81, df=63, P-value=0.66123, RMSEA=0.000

Gambar 6. Path Diagram Ukuran Sampel 250

Dari path diagram di atas diperoleh galat pengukuran (error) dan parameter dugaan Sehingga diperoleh persamaan pengukuran sebagai berikut:

$$\begin{aligned} X_1 &= 0,98\xi_1 + 0,39 \\ X_2 &= 1,00\xi_1 + 0,58 \\ X_3 &= 1,01\xi_1 + 0,76 \\ X_4 &= 1,05\xi_1 + 0,91 \\ X_5 &= 0,99\xi_1 + 1,33 \\ X_6 &= 1,07\xi_1 + 1,72 \\ X_7 &= 0,91\xi_1 + 2,06 \\ X_8 &= 0,71\xi_2 + 2,82 \\ X_9 &= 1,50\xi_2 + 1,86 \\ X_{10} &= 0,60\xi_2 + 4,14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{11} &= 0,61\xi_3 + 4,94 \\ X_{12} &= 2,44\xi_3 + 0,00 \\ X_{13} &= 0,47\xi_3 + 5,71 \end{aligned}$$

4.3 Uji Kesesuaian Model

Untuk mengetahui apakah model yang diajukan didukung oleh data empiris atau tidak, diperlukan ukuran-ukuran kesesuaian model antara lain adalah χ^2 AGFI, RMR, RMSEA dengan hasil yang diperoleh sebagai berikut :

Tabel 2. Uji Kesesuaian model

Sampel	P-value	χ^2	AGFI	RMR	RMSEA
150	0,439	64,1	0.94	0.19	0,01
200	0,302	68,3	0.95	0.19	0,02
250	0,498	62,4	0.96	0.15	0,00
300	0,661	57,8	0.97	0.12	0,00

Statistik χ^2 merupakan uji kesesuaian model absolut yang membandingkan matriks kovarian dengan matriks kovarian yang diduga pada model.

Hipotesis yang digunakan adalah :

$$H_0 : \Sigma = \Sigma(\theta)$$

$$H_1 : \Sigma \neq \Sigma(\theta)$$

Berdasarkan hasil uji kesesuaian model χ^2 pada sampel 150, 200, 250, dan 300 diperoleh masing-masing nilai p-value sebesar 0,439, 0,302, 0,498, 0,661. Nilai p-value dari berbagai ukuran sampel tersebut $> 0,05$ yang berarti H_0 tidak ditolak yang menandakan bahwa matriks kovarian sama dengan matriks kovarian yang diduga pada model atau model baik.

Adjusted Goodness of Fit Indeks (AGFI) merupakan modifikasi dari GFI yaitu dengan mengkoreksi dengan derajat bebasnya. Model yang mempunyai AGFI > 0.80 adalah model yang sesuai dengan data empiris. Berdasarkan hasil uji kesesuaian model pada sampel 150, 200, 250, dan 300 diperoleh masing-masing nilai AGFI sebesar 0.91, 0.93, 0.95, dan 0.96. Semakin besar nilai AGFI yang didapat maka model akan semakin lebih baik. Maka dapat disimpulkan bahwa model pada ukuran sampel 300 lebih baik daripada model pada ukuran sampel yang lainnya karena diperoleh nilai AGFI yang lebih besar.

Root Mean Square Residual (RMR) digunakan untuk membandingkan dua model dari data yang sama. Model dengan RMR yang lebih kecil dikatakan model lebih sesuai dengan data empiris ketimbang dari model dengan RMR yang lebih besar. Berdasarkan hasil uji kesesuaian model pada sampel 150, 200, 250, dan 300 diperoleh masing-masing nilai RMR sebesar 0.19, 0.19, 0.15, dan 0.12. Semakin kecil nilai RMR yang didapat maka model akan semakin lebih baik. Maka dapat disimpulkan bahwa model pada ukuran sampel 300

lebih baik daripada model pada ukuran sampel yang lainnya karena diperoleh nilai RMR yang lebih kecil.

Root Mean Square of Approximation (RMSEA) mengukur kedekatan suatu model dengan populasinya. Nilai RMSEA yang lebih kecil atau sama dengan 0,05 adalah model yang sesuai. Berdasarkan hasil uji kesesuaian model pada sampel 150, 200, 250, dan 300 diperoleh masing-masing nilai RMSEA sebesar 0,01, 0,02, 0,00, dan 0,00. Semakin kecil nilai RMSEA yang didapat maka model akan semakin lebih baik. Maka dapat disimpulkan bahwa model pada ukuran sampel 250 dan 300 lebih baik daripada model pada ukuran sampel yang lainnya karena diperoleh nilai RMSEA yang lebih kecil.

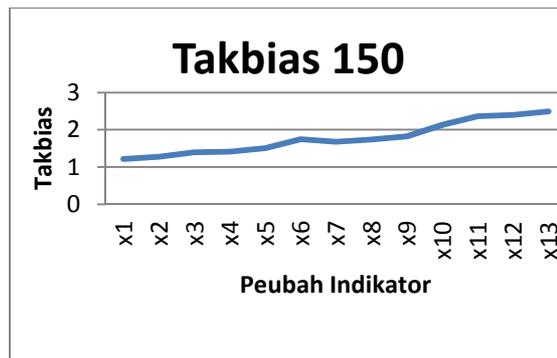
4.4 Ketakbiasan Model

Untuk mengetahui ketakbiasan pada model pada beberapa ukuran sampel 150, 200, 250, dan 300 dengan menggunakan metode *maximum likelihood* adalah dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

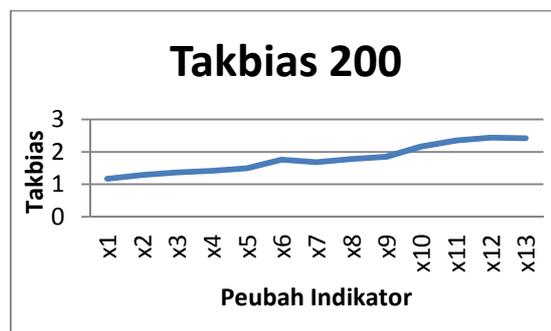
$$tak\ bias = varian - (galat\ baku)^2$$

Tabel.3 Ketakbiasan Pada Model Pada Ukuran Sampel 150, 200, 250 dan 300

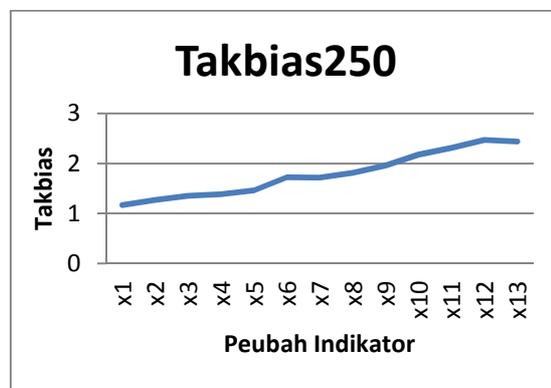
Variabel	takbias 150	Takbias 200	Takbias 250	Takbias 300
x1	1.216	1.170	1.169	1.157
x2	1.274	1.290	1.274	1.255
x3	1.397	1.367	1.357	1.337
x4	1.412	1.421	1.383	1.416
x5	1.503	1.499	1.462	1.519
x6	1.745	1.762	1.724	1.687
x7	1.679	1.680	1.721	1.695
x8	1.739	1.786	1.814	1.812
x9	1.823	1.848	1.958	1.985
x10	2.130	2.171	2.176	2.113
x11	2.368	2.350	2.309	2.300
x12	2.398	2.438	2.470	2.433
x13	2.495	2.420	2.436	2.432



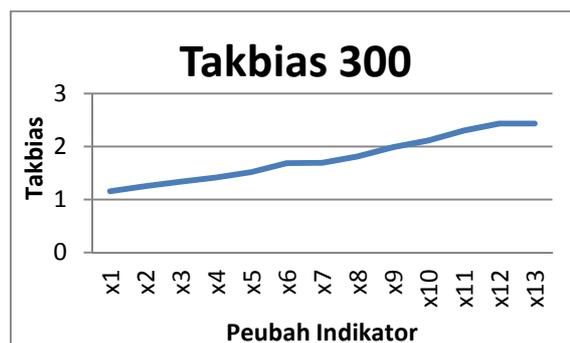
Gambar 7. Grafik ketakbiasan pada ukuran sampel 150



Gambar 8. Grafik ketakbiasan pada ukuran sampel 200



Gambar 9. Grafik ketakbiasan pada ukuran Sampel 250



Gambar 10. Grafik ketakbiasan pada ukuran Sampel 300

Berdasarkan gambar 7 sampai dengan gambar 10 dapat diketahui grafik ketakbiasan pada ukuran sampel 300 lebih mendekati linear dibandingkan grafik ketakbiasan pada ukuran sampel 150, 200, dan 250. Hal ini menandakan bahwa nilai ketakbiasan stabil pada ukuran sampel 300.

5. KESIMPULAN

Dari hasil penelitian yang dilakukan diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Dengan menggunakan uji kesesuaian model χ^2 , AGFI, RMR, dan RMSEA, model analisis faktor konfirmatori pada ukuran sampel 300 merupakan model terbaik diantara model ukuran sampel 150, 200, dan 250.
2. Ketakbiasan pada model analisis faktor konfirmatori pada ukuran sampel 300 cenderung lebih linear dibandingkan pada model berukuran sampel 150, 200, dan 250.
3. Dalil limit pusat yang menyatakan semakin besar ukuran sampel, maka sebaran dari parameter dugaan akan mendekati normal terbukti.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bollen, K. A. (1989). *Structural Equation with Latent Variable*. Jhon wiley and Sons, Inc, New York.
- [2] Joreskog, K.G. (1996). *Structural Equation Modeling with Ordinal Variables Using LISREL*. Scientific Software Internasional, Chicago.
- [3] Maiyanti, S. I. (2008). Aplikasi Analisis Faktor Konfirmatori Untuk Mengetahui Hubungan Peubah Indikator Dengan Peubah Laten Yang Mempengaruhi Prestasi Mahasiswa Di Jurusan Matematika UNSRI. *Jurnal Pendidikan Matematika*, vol 2, No 1, 15-29.