



PROSIDING SEMINAR NASIONAL METODE KUANTITATIF

SNMK
2017

PENGGUNAAN MATEMATIKA, STATISTIKA,
DAN KOMPUTER DALAM BERBAGAI DISIPLIN ILMU
UNTUK MEWUJUDKAN KEMAKMURAN BANGSA



**SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF
2017**

PROSIDING
Seminar Nasional
Metode Kuantitatif 2017

ISBN No. 978-602-98559-3-7

Penggunaan Matematika, Statistika, dan Komputer dalam Berbagai Disiplin Ilmu
untuk Mewujudkan Kemakmuran Bangsa

Editor :

Prof. Mustofa Usman, Ph.D
Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.

Layout & Design :

Shela Malinda Tampubolon

Alamat :

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung, Bandar Lampung
Jl. Prof. Dr. Sumantri Brojonegoro No. 1 Bandar Lampung
Telp. 0721-701609/Fax. 0721-702767

KATA SAMBUTAN KETUA PELAKSANA SEMINAR NASIONAL METODE KUANTITATIF 2017

Seminar Nasional Metode Kuantitatif 2017 diselenggarakan oleh Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung yang dilaksanakan pada tanggal 24 – 25 November 2017. Seminar terselenggara atas kerja sama Jurusan Matematika FMIPA, Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (LPPM) Unila, dan Badan Pusat Statistik (BPS).

Peserta dari Seminar dihadiri lebih dari 160 peserta dari 11 institusi di Indonesia, diantaranya : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, Badan Pusat Statistik, Universitas Indonesia, Institut Teknologi Bandung, Universitas Sriwijaya, Universitas Jember, Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati, Universitas Cendrawasih, Universitas Teknokrat Indonesia, Universitas Malahayati, dan Universitas Lampung. Dengan jumlah artikel yang disajikan ada sebanyak 48 artikel hal ini merefleksikan pentingnya seminar nasional metode kuantitatif dengan tema “penggunaan matematika, statistika dan computer dalam berbagai disiplin ilmu untuk mewujudkan kemakmuran bangsa”.

Kami berharap seminar ini menjadi tempat untuk para dosen dan mahasiswa untuk berbagi pengalaman dan membangun kerjasama antar ilmunan. Seminar semacam ini tentu mempunyai pengaruh yang positif pada iklim akademik khususnya di Unila.

Atas nama panitia, kami mengucapkan banyak terima kasih kepada Rektor, ketua LPPM Unila, dan Dekan FMIPA Unila serta ketua jurusan matematika FMIPA Unila dan semua panitia yang telah bekerja keras untuk suksesnya penyelenggaraan seminar ini.

Dan semoga seminar ini dapat menjadi agenda tahunan bagi jurusan matematika FMIPA Unila`

Bandar Lampung, Desember 2017

Prof. Mustofa Usman,Ph.D

Ketua Pelaksana

DAFTAR ISI

KATA SAMBUTAN	iii
KEPANITIAAN	iv
DAFTAR ISI	vi
Aplikasi Metode Analisis Homotopi (HAM) pada Sistem Persamaan Diferensial Parsial Homogen (<i>Fauzia Anisatul F, Suharsono S, dan Dorrah Aziz</i>)	1
Simulasi Interaksi Angin Laut dan Bukit Barisan dalam Pembentukan Pola Cuaca di Wilayah Sumatera Barat Menggunakan Model Wrf-Arw (<i>Achmad Rafli Pahlevi</i>)	7
Penerapan Mekanisme Pertahanan Diri (Self-Defense) sebagai Upaya Strategi Pengurangan Rasa Takut Terhadap Kejahatan (Studi Pada Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung yang Menduduki Peringkat <i>Crime Rate</i> Tertinggi) (<i>Teuku Fahmi</i>)	18
Tingkat Ketahanan Individu Mahasiswa Unila pada Aspek Soft Skill (<i>Pitojo Budiono, Feni Rosalia, dan Lilih Muflihah</i>)	33
Metode Analisis Homotopi pada Sistem Persamaan Diferensial Parsial Linear Non Homogen Orde Satu (<i>Atika Faradilla dan Suharsono S</i>)	44
Penerapan Neural Machine Translation Untuk Eksperimen Penerjemahan Secara Otomatis pada Bahasa Lampung – Indonesia (<i>Zaenal Abidin</i>)	53
Ukuran Risiko Cre-Var (<i>Insani Putri dan Khreshna I.A.Syuhada</i>)	69
Penentuan Risiko Investasi dengan Momen Orde Tinggi $V @ R - C_v @ R$ (<i>Marianik dan Khreshna I.A.Syuhada</i>)	77
Simulasi Komputasi Aliran Panas pada Model Pengering Kabinet dengan Metode Beda Hingga (<i>Vivi Nur Utami, Tiryono Ruby, Subian Saidi, dan Amanto</i>)	83
Segmentasi Wilayah Berdasarkan Derajat Kesehatan dengan Menggunakan <i>Finite Mixture Partial Least Square</i> (Fimix-Pls) (<i>Agustina Riyanti</i>)	90
Representasi Operator Linier Dari Ruang Barisan Ke Ruang Barisan $L 3/2$ (<i>Risky Aulia Ulfa, Muslim Ansori, Suharsono S, dan Agus Sutrisno</i>)	99
Analisis Rangkaian Resistor, Induktor dan Kapasitor (RLC) dengan Metode Runge-Kutta Dan Adams Bashforth Moulton (<i>Yudandi K.A., Agus Sutrisno, Amanto, dan Dorrah Aziz</i>)	110

Representasi Operator Linier dari Ruang Barisan Ke Ruang Barisan L 13/12 (<i>Amanda Yona Ningtyas, Muslim Ansori, Subian Saidi, dan Amanto</i>)	116
Desain Kontrol Model Suhu Ruangan (<i>Zulfikar Fakhri Bismar dan Aang Nuryaman</i>)	126
Penerapan Logika Fuzzy pada Suara Tv Sebagai Alternative Menghemat Daya Listrik (<i>Agus Wantoro</i>)	135
Clustering Wilayah Lampung Berdasarkan Tingkat Kesejahteraan (<i>Henida Widyatama</i>).....	149
Pemanfaatan Sistem Informasi Geografis Untuk Valuasi Jasa Lingkungan Mangrove dalam Penyakit Malaria di Provinsi Lampung (<i>Imawan A.Q., Samsul Bakri, dan Dyah W.S.R.W.</i>)	156
Analisis Pengendalian Persediaan Dalam Mencapai Tingkat Produksi <i>Crude Palm Oil</i> (CPO) yang Optimal di PT. Kresna Duta Agroindo Langling Merangin-Jambi (<i>Marcelly Widya W., Hery Wibowo, dan Estika Devi Erinda</i>)	171
Analisis <i>Cluster Data Longitudinal</i> pada Pengelompokan Daerah Berdasarkan Indikator IPM di Jawa Barat (<i>A.S Awalluddin dan I. Taufik</i>).....	187
Indek Pembangunan Manusia dan Faktor Yang Mempengaruhinya di Daerah Perkotaan Provinsi Lampung (<i>Ahmad Rifa'i dan Hartono</i>).....	195
<i>Parameter Estimation Of Bernoulli Distribution Using Maximum Likelihood and Bayesian Methods</i> (<i>Nurmaita Hamsyiah, Khoirin Nisa, dan Warsono</i>).....	214
Proses Pengamanan Data Menggunakan Kombinasi Metode Kriptografi <i>Data Encryption Standard</i> dan <i>Steganografi End Of File</i> (<i>Dedi Darwis, Wamiliana, dan Akmal Junaidi</i>).	228
<i>Bayesian Inference of Poisson Distribution Using Conjugate A and Non-Informative Prior</i> (<i>Misgiyati, Khoirin Nisa, dan Warsono</i>).	241
Analisis Klasifikasi Menggunakan Metode Regresi Logistik Ordinal dan Klasifikasi Naïve Bayes pada Data Alumni Unila Tahun 2016 (<i>Shintia F., Rudi Ruswandi, dan Subian Saidi</i>)....	251
Analisis Model <i>Markov Switching Autoregressive</i> (MSAR) pada <i>Data Time Series</i> (<i>Aulianda Prasyanti, Mustofa Usman, dan Dorrah Aziz</i>).....	263
Perbandingan Metode Adams Bashforth-Moulton dan Metode Milne-Simpson dalam Penyelesaian Persamaan Diferensial Euler Orde-8 (<i>Faranika Latip., Dorrah Aziz, dan Suharsono S</i>).....	278
Pengembangan Ekowisata dengan Memanfaatkan Media Sosial untuk Mengukur Selera Calon Konsumen (<i>Gustafika Maulana, Gunardi Djoko Winarso, dan Samsul Bakri</i>).....	293
Diagonalisasi Secara Unger Matriks Hermite dan Aplikasinya pada Pengamanan Pesan Rahasia (<i>Abdurrois, Dorrah Aziz, dan Aang Nuryaman</i>)	308

Pembandingan Metode Runge-Kutta Orde 4 dan Metode Adam-Bashfort Moulton dalam Penyelesaian Model Pertumbuhan Uang yang Diinvestasikan (<i>Intan Puspitasari, Agus Sutrisno, Tiryono Ruby, dan Muslim Ansori</i>)	328
Menyelesaikan Persamaan Diferensial Linear Orde-N Non Homogen dengan Fungsi Green (<i>Fathurrohman Al Ayubi, Dorrah Aziz, dan Muslim Ansori</i>).....	341
Penyelesaian Kata Ambigu pada Proses Pos Tagging Menggunakan Algoritma <i>Hidden Markov Model</i> (HMM) (<i>Agus Mulyanto, Yeni Agus Nurhuda, dan Nova Wiyanto</i>).....	347
Sistem Temu Kembali Citra Daun Tumbuhan Menggunakan Metode Eigenface (<i>Supiyanto dan Samuel A. Mandowen</i>)	359
Efektivitas Model <i>Problem Solving</i> dalam Meningkatkan Kemampuan Berfikir Lancar Mahasiswa pada Materi Ph Larutan (<i>Ratu Betta Rudibyani</i>).....	368
<i>The Optimal Bandwidth for Kernel Density Estimation of Skewed Distribution: A Case Study on Survival Data of Cancer Patients</i> (<i>Netti Herawati, Khoirin Nisa, dan Eri Setiawan</i>).....	380
Karakteristik Larutan Kimia Di Dalam Air Dengan Menggunakan Sistem Persamaan Linear (<i>Titik Suparwati</i>).....	389
Bentuk Solusi Gelombang Berjalan Persamaan $\Delta\Delta$ mKdV Yang Diperumum (<i>Notiragayu, Rudi Ruswandi, dan La Zakaria</i>).....	398
Pendugaan Blup Dan Eblup(Suatu Pendekatan Simulasi) (<i>Nusyirwan</i>).....	403

PEMODELAN MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE (MSAR) PADA DATA TIME SERIES

Aulianda Prasyanti¹⁾, Mustofa Usman²⁾, & Dorrah Aziz³⁾
Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung¹⁾
Dosen Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung^{2,3)}
aulianda25.p@gmail.com¹⁾

ABSTRAK

Model Markov Switching Autoregressive (MSAR) adalah suatu model yang menganalisis perubahan kondisi fluktuasi pada data time series. Data time series yang digunakan pada penelitian ini adalah kurs dollar AS terhadap rupiah pada tanggal 15 Mei 2016 sampai 20 Februari 2017. Data kurs mempunyai pergerakan perubahan kondisi fluktuasi yakni apresiasi dan depresiasi. Kondisi apresiasi dan depresiasi dianggap suatu variabel yang tidak teramati yang disebut dengan state. Pada penelitian ini estimasi parameter dilakukan dengan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE). Namun, pada model MSAR terdapat variabel state dan nilai peluang (p_{ij}) yang tidak dapat diketahui nilainya dengan metode MLE sehingga dilakukan proses filtering dan smoothing terlebih dahulu untuk mencari nilai peluang tersebut. Model terbaik yang diperoleh adalah MS(2)AR(2) dengan peluang perpindahan state disajikan dalam matriks transisi. Dalam model MSAR dihitung rata-rata durasi lama state apresiasi bertahan sebesar 15 hari dan rata-rata durasi state depresiasi bertahan sebesar 22 hari.

Kata kunci : MSAR, fluktuasi, filtering, smoothing, peluang

1. PENDAHULUAN

Dampak ekonomis terjadinya perdagangan internasional adalah perbedaan mata uang yang digunakan oleh negara-negara di dunia dan menimbulkan suatu perbedaan nilai tukar mata uang (kurs). Kurs merupakan alat yang digunakan sebagai salah satu tolok ukur kondisi ekonomi suatu negara. Salah satu mata uang yang mempengaruhi ekonomi di dunia dan mudah untuk diperdagangkan adalah dollar AS. Data kurs dollar AS terhadap rupiah disajikan dalam bentuk *time series*. Analisis *time series* yang terkenal yakni ARIMA dikembangkan oleh George EP Box dan Gwilym M. Jenkins. Pada model ARIMA, asumsi stasioneritas dan homoskedastisitas harus dipenuhi. Namun kenyataannya, asumsi homoskedastisitas pada beberapa data *time series* tidak terpenuhi. Sehingga untuk mengatasi hal ini diperlukan analisis yang sesuai yakni model ARCH diperkenalkan oleh Robert F. Engle dan perluasan model ARCH yakni model GARCH yang dikenalkan oleh T. Bollerslev. Akan tetapi, model ARIMA, ARCH, dan GARCH adalah model yang tidak memperperhatikan kondisi fluktuasi (naik dan turun nilai suatu data). Kondisi fluktuasi pada data kurs adalah peningkatan nilai kurs (apresiasi) dan penurunan nilai kurs depresiasi). Perubahan kondisi fluktuasi sering diabaikan akibatnya diperlukan metode yang sesuai untuk menganalisis data *time series* dengan mempertimbangkan fluktuasi yang terjadi.

[1] mengenalkan model Markov *Switching Autoregressive* sebagai model *time series* yang dapat menjelaskan perubahan fluktuasi yang terjadi pada data. Fluktuasi pada data merupakan suatu variabel yang tidak teramati yang disebut *state*. Selain itu, model Markov *Switching Autoregressive* (MSAR) dapat menghitung peluang transisi dan menghitung rata-rata lama durasi untuk masing-masing *state*. Berdasarkan uraian tersebut, pada penelitian ini akan dibahas model Markov *Switching Autoregressive* (MSAR) pada data kurs dollar AS terhadap

rupiah. Pada penelitian ini terdapat dua *state*, karena perubahan kondisi fluktuasi kurs ada 2 yakni apresiasi dan depresiasi, dan akan dicari model terbaik bagi data kurs dollar AS terhadap rupiah, kemudian ditentukan peluang berpindah atau bertahan suatu *state*, serta menentukan rata-rata lama durasi bertahan untuk masing-masing *state*.

2. LANDASAN TEORI

2.1 Analisis Runtun waktu (*Time Series*)

Time series merupakan rangkaian pengamatan pada suatu variabel yang cara pengambilannya beruntun berdasarkan dengan interval waktu yang tetap. Rangkaian data pengamatan *time series* dapat disimbolkan oleh variabel Y_t dengan t adalah indeks waktu urutan pengamatan.[2]

2.2 Autoregressive (AR)

Model autoregressive adalah representasi random proses yang bergantung secara linear pada nilai sebelumnya. Berikut ini adalah model Autoregressive orde :

$$Y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

dengan

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$: parameter *autoregressive*

ε_t : residual yang *white noise*

Selain itu, ε_t tidak diamati dan harus diperkirakan dari data, akan tetapi berdasarkan model yang di asumsikan untuk Y_t . [2]

2.3 Stasioneritas

Stasioner adalah asumsi pada data yang menyatakan bahwa tidak ada perubahan yang drastis pada data *time series*. Stasioneritas dibedakan menjadi dua yakni stasioner dalam rata-rata dan ragam. Secara visual untuk melihat stasioneritas dibantu dengan menggunakan plot *time series*, yaitu dengan melihat fluktuasi data dari waktu ke waktu. [3]

2.4 Autocorrelation Function dan Parsial Autocorrelation Function

Dalam analisis *time series*, salah satu alat yang digunakan untuk mengecek stasioneritas data dengan menggunakan fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial. ACF dan PACF disajikan dalam bentuk plot yang sering disebut korelogram.[2]

2.5 Augmented Dickey-Fuller (ADF)

Kestasioneran juga dapat diuji dengan menggunakan uji *Augmented Dickey-Fuller (ADF)*. Misalkan kita punya persamaan regresi :

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_j^* \Delta y_{t-j} + u_t \quad (2)$$

Dimana $\phi = -\alpha(1)$ dan $\alpha_j^* = -(\alpha_{j+1} + \dots + \alpha_p)$

Uji ADF dilakukan dengan menghitung nilai τ statistik dengan rumus:

$$\tau = \frac{\hat{\rho}_k}{SE(\hat{\rho}_k)}$$

Pada model ini hipotesis yang diuji adalah :

$H_0 : \phi = 0$ (data *time series* tidak stationer)

$H_1 : \phi < 0$ (data *time series* stationer)

dengan kriteria tolak H_0 jika $|\tau| > |\tau_{\alpha,df}|$. [4]

2.6 State

State adalah suatu kondisi yang merupakan peubah acak x_t , dan jika suatu peubah acak berada pada *state* tertentu maka dapat berpindah ke *state* lain. [1]

Suatu *state* adalah apresiasi atau depresiasi dilihat pada dari μ_{s_t} dengan syarat $\mu_1 < \mu_0$. [1]

2.7 Markov Switching

Switching (perubahan) dapat terjadi pada rata-rata dan varian. Model markov *switching* dapat dituliskan :

$$y_t = \mu_{s_t} + e_t \quad (3)$$

dengan $e_t \sim N(0, \sigma_{s_t}^2)$ sedangkan s_t adalah *state* yang dipengaruhi oleh waktu t . [5]

2.8 Model Markov Switching Autoregressive (MSAR)

Model MSAR dapat dituliskan [6]:

$$(y_t - \mu_{s_t}) = \sum_{i=1}^p \Phi_i (y_{t-i} - \mu_{s_{t-i}}) + e_t \quad (4)$$

atau dapat ditulis sebagai berikut :

$$(y_t - \mu_{s_t}) = \Phi_1 (y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) + \dots + \Phi_p (y_{t-p} - \mu_{s_{t-p}}) + e_t \quad (5)$$

dengan $e_t \sim iid N(0, \sigma_{s_t}^2)$.

Keterangan:

$y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}$: data pengamatan

$\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p$: koefisien *Autoregressive*

$\mu_{s_t}, \mu_{s_{t-1}}, \dots, \mu_{s_{t-p}}$: rata-rata dipengaruhi perubahan *state* dan waktu

$\sigma_{s_t}^2$: varian dipengaruhi perubahan *state*

e_t : residual pada saat t

2.8.1 Peluang Perpindahan *State*

Pada Model MSAR, *state* tidak teramati dan menghitung nilai peluang dengan proses *filtering* dan *smoothing*. Peluang perpindahan *state* dibentuk dalam matriks transisi karena rantai markov pada matriks transisi menyatakan nilai sekarang dipengaruhi nilai masa lalu dengan jumlah entri pada baris matriks transisi bernilai 1. [6]

2.8.2 Rata-rata Jangka Waktu pada Masing-masing *State*

Model MSAR juga dapat menghitung rata-rata lama durasi dari masing-masing *state*. Elemen diagonal dari matriks peluang transisi mengandung informasi penting mengenai durasi rata-rata yang diharapkan dari suatu *state* akan bertahan. Durasi rata-rata *state* dihitung dengan persamaan $E(D) = \frac{1}{1-P_{jj}}$. [6]

2.9 Matriks Transisi (*Transition Matrix*)

Evolusi acak suatu rantai Markov $(Z_n)_{n \in N}$ ditentukan oleh data yang menyatakan bahwa nilai sekarang dipengaruhi oleh nilai masa lalu

$$P_{i,j} = P(Z_1 = j | Z_0 = i), \quad i, j \in S \quad (6)$$

yang bertepatan dengan peluang $P(Z_{n+1} = j | Z_n = i)$ yang independen

$n \in N$. Data ini bisa dibuat matriks yang disebut dengan matriks transisi yakni

$$[P_{i,j}]_{i,j \in S} = P(Z_1 = j | Z_0 = i) \quad (7)$$

dapat juga ditulis untuk keadaan yang memiliki 2 kondisi (*state*)

$$[P_{i,j}]_{i,j \in S} = \begin{bmatrix} P_{0,0} & P_{0,1} \\ P_{1,0} & P_{1,1} \end{bmatrix}$$

Hubungan baris pada matriks transisi memiliki kondisi

$$\sum_{j \in S} P_{i,j} = 1 \quad (8)$$

untuk setiap $i \in S$. [7]

2.10 Estimasi Parameter Model Markov Switching Autoregressive

Estimasi parameter dilakukan untuk menduga nilai dari masing-masing parameter pada model. Estimasi parameter model markov switching autoregressive (MSAR) menggunakan metode Pendugaan kemungkinan Maksimum (*Maximum Likelihood Estimation*). Langkah yang dilakukan adalah dengan menentukan fungsi densitas kemudian dibentuk menjadi fungsi log likelihood.

Model MSAR memiliki fungsi densitas : [8]

$$f(y_t | s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}, \Omega_{t-1}; \theta) = \frac{1}{\sigma_{s_t} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{((y_t - \mu_{s_t}) - \Phi_1(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) - \Phi_2(y_{t-2} - \mu_{s_{t-2}}) - \dots - \Phi_p(y_{t-p} - \mu_{s_{t-p}}))^2}{2\sigma_{s_t}^2} \right]$$

dengan keterangan :

$\Omega_{t-1} = (y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})$: data pengamatan pada masa lalu

$\theta = (\mu_{s_t}, \sigma_{s_t}^2, \Phi_p, p_{ij})$: parameter model MSAR

Menghitung fungsi densitas dari y_t yang diberikan informasi masalalu Ω_{t-1} dan membutuhkan nilai $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}$ yang merupakan variabel tidak teramati (*state*), untuk menyelesaikan masalah ini, hal yang harus dilakukan adalah mempertimbangkan fungsi densitas bersama dari y_t dan $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}$: [6]

1. Memperoleh fungsi densitas bersama dari y_t dan $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}$ bersyarat informasi masalalu.

$$f(y_t, s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p} | \Omega_{t-1}; \theta) = f(y_t | s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}, \Omega_{t-1}; \theta) P[s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}, \Omega_{t-1}; \theta] \quad (9)$$

2. Untuk mendapatkan $f(y_t | \Omega_{t-1}; \theta)$, maka menggabungkan densitas bersama dari $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}$ dengan menjumlahkan semua kemungkinan densitas bersama dari $s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}$:

$$f(y_t | \Omega_{t-1}; \theta) = \sum_{s_t=0}^1 \sum_{s_{t-1}=0}^1 \dots \sum_{s_{t-p}=0}^1 f(y_t, s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p} | \Omega_{t-1}; \theta) \\ = \sum_{s_t=0}^1 \sum_{s_{t-1}=0}^1 \dots \sum_{s_{t-p}=0}^1 f(y_t | s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}, \Omega_{t-1}; \theta) P[s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p} | \Omega_{t-1}]$$

Nilai peluang $P[s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p} | \Omega_{t-1}]$ dihitung dengan menggunakan proses *filtering* dan *smoothing*.

2.10.1 Filtering

Filtering adalah proses yang digunakan untuk mendapatkan nilai peluang suatu *state* pada saat t . Nilai *filtered state probability* merupakan hasil dari proses *filtering*. [8]

proses *filtering* dimulai dengan :

$$P[S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{t-p+1} | \Omega_t]$$

dengan

$$P[S_0 = 1 | \Omega_0] = \frac{1 - p_{22}}{2 - p_{22} - p_{11}}$$

$$P[S_0 = 2 | \Omega_0] = \frac{1 - p_{11}}{2 - p_{22} - p_{11}}$$

selanjutnya, menghitung :

$$\begin{aligned} & P[S_t = s_t = j, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{-p+1} = i | \Omega_t] \\ &= P[S_t = s_t = j, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{-p+1} = i | \Omega_t, y_t] \\ &= \frac{f(S_t = s_t = j, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{-p+1} = i, y_t | \Omega_{t-1})}{f(y_t | \Omega_{t-1})} \\ &= \frac{f(y_t | S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p}, \Omega_{t-1}) \times P[S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p} | \Omega_{t-1}]}{\sum_{s_t=0}^1 \sum_{s_{t-1}=0}^1 \dots \sum_{s_{t-p}=0}^1 f(y_t, S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p} | \Omega_{t-1})} \end{aligned}$$

dan hasil dari proses *filtering* :

$$\begin{aligned} & P[S_t = s_t = j, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{t-p+1} = i | \Omega_t] \\ &= \sum_{s_{t-p}=0}^1 P[S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p} | \Omega_t] \end{aligned} \quad (10)$$

2.10.2 Smoothing

Proses *smoothing* merupakan lanjutan dari proses *filtering*. Peluang hasil dari proses *filtering* adalah $P[S_t = s_t = j, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{t-p+1} = i | \Omega_t]$ dimulai dari $t=T-1, T-2, \dots, 1$ dengan $T > t$ maka diperoleh hasil *smoothed state probability* adalah

$$P[S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{t-p+1} | \Omega_T]$$

kemudian didapat :

$$f(y_t | \Omega_T; \theta) = \sum_{s_t=0}^1 \sum_{s_{t-1}=0}^1 \dots \sum_{s_{t-p}=0}^1 f(y_t | s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p}, \Omega_{t-1}; \theta) P[s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-p} | \Omega_T] \quad (11)$$

Selanjutnya didapat fungsi likelihood [6]

$$L(\theta) = \prod_{t=0}^T f(y_t | \Omega_T; \theta) \quad (12)$$

dan fungsi log likelihood

$$\ln L(\theta) = \sum_{t=0}^T \ln f(y_t | \Omega_T; \theta) \quad (13)$$

dengan EM algoritim didapatkan penaksiran yang mendekati nilai maksimum sebagai estimator. Fungsi log likelihood didiferensialkan terhadap masing-masing parameter dan disamadengankan nol [9].

Hasil estimasi parameter adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_{s_t} = \frac{\sum_{t=1}^T y_t \times p(s_t = j | y_t; \theta)}{\sum_{t=1}^T p(s_t = j | y_t; \theta)} \quad (14)$$

$$\hat{\sigma}_{s_t}^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{\mu}_{s_t})(y_t - \hat{\mu}_{s_t})' \times P(s_t = j | y_t; \theta)}{\sum_{t=1}^T P(s_t = j | y_t; \theta)} \quad (15)$$

$$\hat{p}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T P(s_t = j, s_{t-1}, \dots, s_{t-p} = i | \Omega_T; \theta)}{\sum_{t=0}^T P(s_{t-1} = i | \Omega_T; \theta)} \quad (16)$$

$$\hat{\Phi}_p = \frac{\sum_{t=1}^T \{ \sum_{t=0}^1 (y_t - \hat{\mu}_{s_t})(y_t - \hat{\mu}_{s_t})' \times P(s_t = j | \Omega_T; \theta) \}}{\sum_{t=1}^T \{ \sum_{t=0}^1 P(s_t = j | \Omega_T; \theta) \}} \quad (17)$$

2.11 AIC (*Akaike Info Criterion*)

Kriteria informasi digunakan untuk pemilihan model terbaik yang dipilih berdasarkan *Akaike Info Criterion* (AIC) karena kriteria ini konsisten untuk menduga parameter model. Tujuan AIC adalah menentukan prediksi terbaik.

dirumuskan dengan :

$$AIC = -2 \left(\frac{l}{T} \right) + 2 \left(\frac{k}{T} \right)$$

dengan l adalah fungsi log-likelihood, k adalah jumlah parameter yang diestimasi,

T adalah jumlah observasi. [10]

2.12 Uji Jarque-Berra

Uji normalitas residual adalah uji yang digunakan untuk mengetahui kenormalan residual pada suatu model univariat. Tujuan dilakukannya uji ini adalah untuk mengetahui apakah residual pada model tersebut berdistribusi normal atau tidak. Uji normalitas dilakukan dengan menggunakan *Jarque-Bera (JB) Test of Normality*. Uji ini menggunakan ukuran skewness dan kurtosis. Perhitungan JB adalah sebagai berikut:

$$JB = \frac{n}{6} \left(S^2 + \frac{(K - 3)^2}{4} \right)$$

Dengan :

n = jumlah sampel

$$S = \text{Skewness} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$K = \text{Kurtosis} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^2}$$

Dimana Jarque-Bera (JB) Test of Normality berdistribusi chi-square (χ^2) dengan derajat kebebasan 2. [11]

3. METODOLOGI PENELITIAN

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data *time series* kurs beli dollar AS terhadap rupiah dalam frekuensi harian dari 15 Mei 2016 sampai dengan 20 Februari 2017 yang didapat dari website resmi Bank Indonesia yakni www.bi.go.id sebanyak 282 data dan menggunakan studi literatur secara sistematis yang diperoleh dari buku-buku untuk mendapatkan informasi. Analisis data dilakukan dengan menggunakan software Eviews 9 dan Python 3.6.

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

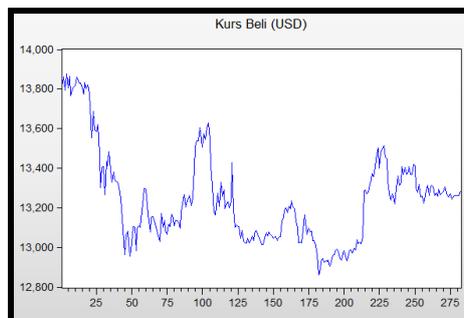
1. Menguji stasioneritas data kurs dollar AS terhadap rupiah.
2. Penentuan *state* dengan mempertimbangkan nilai μ_{s_t} . Pada penelitian ini ada dua *state* yakni *state* apresiasi dan *state* depresiasi sehingga μ_{s_t} ada dua yakni μ_0 dan μ_1 .

3. Estimasi parameter model MSAR dengan bantuan *software* Python 3.6 untuk memperoleh orde yang sesuai.
4. Pengujian diagnostik model.
5. Pengujian normalitas residual digunakan uji Jarque-Bera.
6. Memilih model terbaik yang didapat dari nilai AIC yang minimum.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

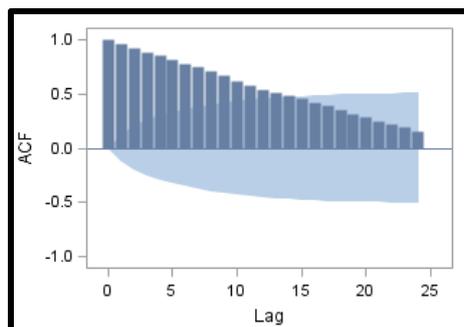
4.1 Uji Stasioneritas

Berikut ini adalah plot *time series* yang dihasilkan dari output E-views 9 :



Gambar 1. Plot data kurs dollar AS terhadap rupiah

Secara visual dapat dilihat bahwa plot time series data kurs dollar AS terhadap rupiah tidak stasioner terhadap rata-rata dan ragam. Hal ini karena fluktuasi rata-rata dan ragam dari data kurs dollar AS terhadap rupiah tidak konstan. Untuk itu, dapat dilihat kolerogram seperti berikut :



Gambar 2. Plot Autocorrelation Function(ACF)

Terlihat bahwa plot ACF data kurs dollar AS terhadap rupiah cenderung menurun lambat sehingga dapat dikatakan tidak stasioner terhadap rata-rata dan ragam.

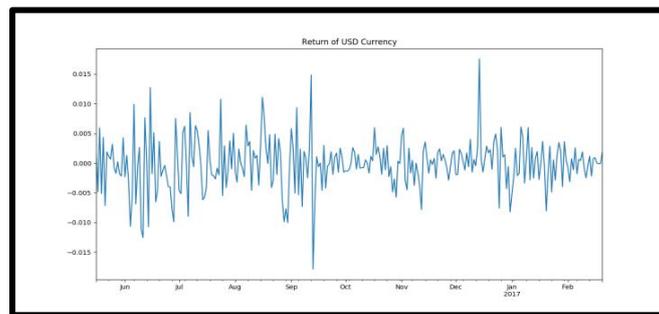
Untuk lebih memastikan bahwa data tidak stasioner, digunakan uji akar unit yakni *Augmented Dickey-Fuller* (ADF).

Tabel 1. Uji akar unit Augmented Dickey-Fuller (ADF) dari kurs dollar AS terhadap rupiah

	t-statistic	P-value
Augmented Dickey-Fuller Test statistic	-2.863511	0.0510

Pada Tabel 1, dapat diketahui bahwa p -value dari uji ADF adalah sebesar 0.0510, karena p -value $> \alpha$ hal ini mengakibatkan data kurs dollar AS terhadap rupiah tidak stasioner terhadap rata-rata dan ragam.

Sehingga diperlukan data *return* pada data kurs dollar AS terhadap rupiah dengan cara differensiasi dan transformasi supaya data kurs dollar AS terhadap rupiah stasioner terhadap rata-rata dan ragam. Setelah didapat data *return* hasil transformasi dan differensiasi maka langkah selanjutnya adalah menguji stasioneritas dari data *return*.



Gambar 3. Plot data return kurs dollar terhadap rupiah

Berdasarkan Gambar 3, plot *return* dapat diketahui bahwa data *return* stasioner terhadap ragam maupun rata-rata. Secara visual hal ini dapat ditunjukkan oleh fluktuasi rata-rata data *return* kurs dollar berada pada nilai yang konstan dan ragamnya berada pada nilai yang konstan.

Untuk memastikan bahwa data *return* kurs dollar AS terhadap rupiah stasioner maka dilakukan uji ADF yang disajikan dalam Tabel berikut:

Tabel 2. Uji ADF dari data return kurs dollar AS terhadap rupiah

	t-statistic	Probability
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-13.03277	0.0000

Pada Tabel 2, dapat diketahui bahwa p -value dari uji ADF adalah sebesar 0.0000, karena p -value $< \alpha$ hal ini mengakibatkan data *return* kurs dollar AS terhadap rupiah stasioner. Dengan kata lain fluktuasi rata-rata dan ragam data *return* kurs dollar AS terhadap rupiah konstan.

4.2 Penentuan State

Menentukan *state* dengan mempertimbangkan μ_{s_t} . Dari μ_{s_t} dapat ditentukan *state* 0 kurs mengalami apresiasi dan *state* 1 kurs mengalami depresiasi atau sebaliknya. Dari data *return* kurs dollar AS didapat μ_0 sebesar

0.000131 dan μ_1 sebesar -0.000277 karena $\mu_0 > \mu_1$ maka pada penelitian ini *state* 0 adalah *state* apresiasi dan *state* 1 adalah *state* depresiasi.

4.3 Estimasi Parameter

Setelah data stasioner dan *state* telah ditentukan, maka langkah selanjutnya adalah mengestimasi parameter.

Parameter yang di estimasi pada penelitian ini adalah $\mu_0, \mu_1, \sigma_0^2, \sigma_1^2, p_{00}, p_{10}, \Phi_p$.

Pada model Markov *Switching Autoregressive* estimasi dilakukan dari *Autoregressive* orde 1 hingga orde 5. orde AR dipilih sampai 5 karena jika terlalu banyak orde yang dipilih maka data semakin berkurang sehingga hal ini tidak efektif untuk mencari model terbaik. Estimasi dilakukan dengan menggunakan metode MLE (*Maximum Likelihood Estimation*) digabung dengan proses *filtering* dan *smoothing* menggunakan bantuan software Python 3.6, diperoleh hasil *output* estimasi parameter MSAR yang disajikan dalam Tabel 3 sebagai berikut :

Tabel 3. Estimasi parameter Markov Switching Autoregressive (MSAR)

Model	Parameter	Koefisien	Z-statistik	Probabilitas	AIC	Jarque-Bera
MS(2) AR(1)	$\hat{\mu}_0$	-0.0002	-0.009	0.2877	-2242.846	49.53385
	$\log(\hat{\sigma}_0)$	-6.2171	-60.216	0.0000		
	$\hat{\mu}_1$	-0.0003	-0.004	0.3171		
	$\log(\hat{\sigma}_1)$	-5.2246	-68.772	0.0000		
	$\hat{\Phi}_1$	-0.0579	-0.971	0.331		
	\hat{p}_{00}	0.4998				
	\hat{p}_{10}	0.4999				
MS(2) AR(2)	$\hat{\mu}_0$	0.0004	1.753	0.030	-2253.228	43.23959
	$\log(\hat{\sigma}_0)$	-6.2886	-55.616	0.000		
	$\hat{\mu}_1$	-0.0078	-5.878	0.031		
	$\log(\hat{\sigma}_1)$	-5.2321	-68.615	0.000		
	$\hat{\Phi}_1$	-0.1952	-2.698	0.007		
	$\hat{\Phi}_2$	-0.1006	-1.423	0.045		
	\hat{p}_{00}	0.9362				
	\hat{p}_{10}	0.0450				
MS(2) AR(3)	$\hat{\mu}_0$	-0.0002	-0.015	0.988	-2225.542	51.2428
	$\log(\hat{\sigma}_0)$	-5.2368	-68.541	0.000		
	$\hat{\mu}_1$	0.0002	1.2576	0.208		
	$\log(\hat{\sigma}_1)$	-6.2983	-53.134	0.000		
	$\hat{\Phi}_1$	-0.0532	-0.890	0.374		
	$\hat{\Phi}_2$	-0.0766	-1.286	0.119		
	$\hat{\Phi}_3$	0.0229	0.384	0.701		
	\hat{p}_{00}	0.5257				
	\hat{p}_{10}	0.4999				
	$\hat{\mu}_0$	0.0004	1.672	0.095		

MS(2) AR(4)	$\log(\widehat{\sigma}_0)$	-6.0017	-41.223	0.000	-2235.403	59.78371
	$\widehat{\mu}_1$	-0.0077	-5.669	0.395		
	$\log(\widehat{\sigma}_1)$	-5.0778	-40.201	0.000		
	$\widehat{\Phi}_1$	-0.1858	-2.502	0.012		
	$\widehat{\Phi}_2$	-0.1066	-1.498	0.134		
	$\widehat{\Phi}_3$	-0.0078	-0.135	0.892		
	$\widehat{\Phi}_4$	0.0652	1.1405	0.254		
	\widehat{p}_{00}	0.9657				
	\widehat{p}_{10}	0.5056				

Model	Parameter	Koefisien	Z-statistik	Probabilitas	AIC	Jarque-Bera
MS(2) AR(5)	$\widehat{\mu}_0$	-0.0002	-0.026	0.979	-2208.906	51.50372
	$\log(\widehat{\sigma}_0)$	-5.3057	-100.16	0.000		
	$\widehat{\mu}_1$	0.0003	0.902	0.366		
	$\log(\widehat{\sigma}_1)$	-6.5170	-57.781	0.000		
	$\widehat{\Phi}_1$	-0.0391	-0.654	0.513		
	$\widehat{\Phi}_2$	-0.0799	-1.339	0.181		
	$\widehat{\Phi}_3$	0.0269	0.451	0.652		
	$\widehat{\Phi}_4$	0.0451	0.759	0.448		
	$\widehat{\Phi}_5$	-0.0853	-1.437	0.151		
	\widehat{p}_{00}	0.4998				
\widehat{p}_{10}	0.4999					

Dari Tabel 3 yakni estimasi parameter MSAR (Markov Switching Autoregressive), dapat diketahui bahwa model yang terbaik adalah MS(2)AR(2).

4.4 Uji diagnostik model

Uji signifikansi parameter diketahui melalui nilai probabilitas parameter pada model. Lalu, pengujian normalitas residual menggunakan uji Jarque-Bera.

4.4.1 Uji signifikansi parameter model

Taraf signifikansi (α) sebesar 5 % = 0.05 parameter $\mu_0, \mu_1, \sigma_0^2, \sigma_1^2, \Phi_1, \Phi_2$

probabilitasnya < p-value yang mengakibatkan parameter signifikan. Sehingga parameter pada model MS(2)AR(2) layak digunakan untuk model MS(2)AR(2).

4.4.2 Uji Jarque-Berra

Uji normalitas residual kita menggunakan uji Jarque-Berra. Setelah Model terpilih dan semua parameter dalam model signifikan. Dilanjutkan dengan uji normalitas residual model MS(2)AR(2) dengan Uji Jarque-Berra yang ditampilkan dalam Tabel sebagai berikut:

Tabel 4. Uji Normalitas Residual

Jarque-Bera	43.23959
Probabilitas	0.1572

Uji hipotesis Jarque-berra :

H_0 : Residual berdistribusi normal

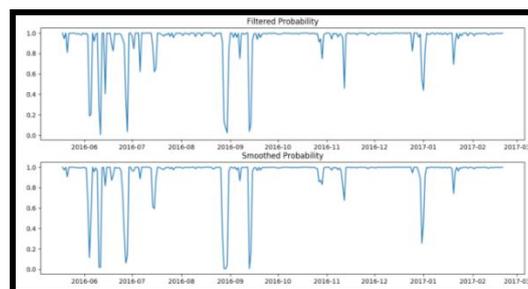
H_1 : Residual tidak berdistribusi normal

Taraf signifikansi: 5 %

Keputusan : p-value < α tolak H_0 .

Kesimpulan karena p-value > α maka tidak tolak H_0 maka dapat disimpulkan bahwa residual berdistribusi normal.

4.5 Hasil dari Proses *Filtering* dan *Smoothing* pada Estimasi Model MSAR



Gambar 4. Plot *filtering* dan *smoothing* data return kurs dollar AS

Dari Gambar 4 plot *filtering* dan *smoothing* dapat diketahui peluang setiap *state* berada pada kondisi apresiasi maupun depresiasi. Pada bulan Mei data return berfluktuasi pada *state* 0 yakni apresiasi. Selanjutnya, pada bulan Juli data return mengalami penurunan sehingga pada bulan ini terjadi depresiasi. Awal bulan Juli kedudukan masih berada pada kondisi depresiasi. Pertengahan hingga akhir bulan Juli *state* berada pada kondisi peningkatan nilai kurs. Pada bulan agustus data *return* pun masih berada pada kondisi apresiasi. Data *return* berada pada *state* 1 yakni depresiasi pada awal bulan September, pertengahan bulan September kondisi fluktuasi meningkat, kemudian pada akhir bulan September kembali pada kondisi depresiasi. Data *return* pada bulan Oktober mengalami peningkatan kondisi fluktuasi (apresiasi) dan keadaan ini bertahan selama 3.5 bulan sampai awal bulan Januari dan mengalami depresiasi pada akhir bulan Januari. Pada bulan Februari kondisi meningkat dan pada bulan ini data *return* mengalami kondisi Apresiasi.

Berdasarkan estimasi parameter model MSAR, dapat diketahui matriks transisi yang dihasilkan dari model yang kita pilih yakni MS(2)AR(2) adalah sebagai berikut :

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} 0.936210 & 0.063790 \\ 0.045036 & 0.954964 \end{bmatrix}$$

Peluang transisi kondisi apresiasi tetap bertahan adalah sebesar 0.936210, peluang dari apresiasi berpindah ke depresiasi adalah sebesar 0.063790, sebaliknya peluang dari depresiasi berpindah ke apresiasi adalah sebesar 0.45036 dan peluang kondisi depresiasi tetap bertahan adalah sebesar 0.954964.

Hasil *output* estimasi parameter juga dapat diketahui lama durasi *state* apresiasi bertahan adalah berkisar 15 hari, sedangkan lama durasi kondisi depresiasi bertahan adalah berkisar 22 hari. Perhitungan untuk lamanya kondisi apresiasi maupun depresiasi bertahan adalah dengan menggunakan persamaan $E(D) = \frac{1}{1-P_{jj}}$.

Untuk rata-rata durasi lamanya kondisi apresiasi bertahan adalah

$$E(D) = \frac{1}{1-P_{jj}} = \frac{1}{1-P_{00}} = \frac{1}{1-0.936210} = \frac{1}{0.06379} = 15.67$$

Sedangkan untuk rata-rata durasi lamanya kondisi depresiasi bertahan adalah

$$E(D) = \frac{1}{1-P_{jj}} = \frac{1}{1-P_{11}} = \frac{1}{1-0.954964} = \frac{1}{0.045036} = 22.20$$

sehingga model MS(2)AR(2) dapat ditulis :

$$(y_t - \mu_{s_t}) = -0.1952(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) - 0.1006(y_{t-2} - \mu_{s_{t-2}}) + e_t$$

$$e_t \sim N(0, \sigma_{s_t}^2)$$

dengan rata-rata dari masing-masing *state* adalah sebagai berikut :

$$\mu_{s_t} \begin{cases} \mu_0 = 0.0004 \\ \mu_1 = -0.0078 \end{cases}$$

dan ragam dari masing-masing *state* adalah :

$$\sigma_{s_t}^2 \begin{cases} \sigma_0^2 = (\text{antilog}(-6.2886))^2 = 2.6472 \times 10^{-13} \\ \sigma_1^2 = (\text{antilog}(-5.2321))^2 = 3.4339 \times 10^{-11} \end{cases}$$

untuk $s_t = 0$ (apresiasi)

untuk $s_t = 1$ (depresiasi)

5. KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang dilakukan diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Data kurs dollar AS terhadap rupiah tidak stasioner dalam ragam maupun *mean*. Sehingga, dilakukan transformasi dan diferensiasi untuk memperoleh data yang stasioner pada ragam dan *mean*. Model Markov *Switching Autoregressive* (MSAR) yang terbaik adalah MS(2)AR(2), yakni :

$$(y_t - \mu_{s_t}) = -0.1952(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) - 0.1006(y_{t-2} - \mu_{s_{t-2}}) + e_t$$

dengan $e_t \sim N(0, \sigma_{s_t}^2)$ dan rata-rata masing-masing *state* adalah sebagai berikut :

$$\mu_{s_t} \begin{cases} \mu_0 = 0.0004 \\ \mu_1 = -0.0078 \end{cases}$$

serta ragam dari masing-masing *state* adalah :

$$\sigma_{s_t}^2 \begin{cases} \sigma_0^2 = 2.6472 \times 10^{-13} \\ \sigma_1^2 = 3.4339 \times 10^{-11} \end{cases}$$

untuk $s_t = 0$ (apresiasi)

untuk $s_t = 1$ (depresiasi)

2. Peluang *return* kurs dollar AS terhadap rupiah saat t bertahan pada kondisi apresiasi adalah sebesar 0.936210 dan peluang *return* kurs dollar AS dari kondisi apresiasi berpindah ke depresiasi adalah 0.063790.

Peluang *return* kurs dollar AS terhadap rupiah saat t bertahan pada kondisi depresiasi adalah 0.954964 dan peluang *return* kurs dollar AS terhadap rupiah dari depresiasi pindah ke apresiasi adalah 0.045036.

3. Rata-rata lama durasi kondisi *return* kurs dollar AS terhadap rupiah mengalami apresiasi adalah 15 hari dan rata-rata lama kondisi *return* kurs dollar AS terhadap rupiah yang mengalami depresiasi adalah 22 hari.

KEPUSTAKAAN

- [1] Hamilton, J.D. 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press.
- [2] Wei, W.W. 2006. *Time Series Analysis : Univariate and Multivariate Methods (2nd ed)*. Pearson, New York.
- [3] Franses, P.H., Dijk, D.V., and Opschoor, A. 2014. *Time Series Model : for Bussiness and Economic Forecasting 2nd edition*. Cambridge, University Press.
- [4] Brockwell, P.J., and Davis, R.A. 2002. *Introduction to Time Series and Forecasting*. Springer : New York.
- [5] Cox, D.R., and Miller, H.D., 1965. *The Theory of Stochastic Process*. Chapman and Hall : London.
- [6] Kim, C.J and Nelson C.R, 1999. *State Space Models with Regime Switching, Classical and Gibbs Sampling Approaches with Applications*. Cambridge, MA: MIT Press.
- [7] Privault, N. 2013. *Understanding Markov chain : Examples and Applications*. Springer : Singapore.
- [8] Hamilton, J.D. 1989. *A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle*. *Econometrica* 57: 357-384.
- [9] Hamilton, J.D. 1996. *Specification Testing in Markov-Switching Time Series Model*. *Journal of Econometrics*, Vol 70: 127-157.
- [10] Azam, I. 2007. *The Effect of Model-Selection Uncertainty on Autoregressive Models Estimates*. *International Research Journal of Finance and Economics*, issue. 11, hal 80-93.
- [11] Jarque, C. M. and Berra, A.K. 1980. *Efficient Tests For Normality, Homoskedasticity, and Serial Independence of Regression Residuals*. *Economic Letters*. 6: 255-259.

