

PROSIDING

SEMIRATA 2017 BIDANG MIPA BKS-PTN WILAYAH BARAT Jambi, Ratu Convention Center 12 - 14 Mei 2017

"Peran Sains, Teknologi dan Pendidikan MIPA dalam Menopang Sains Park, Teknopark, Serta Geopark Berbasis Argoindustri dan Lingkungan"



JKU 2



PROSIDING SEMIRATA 2017 BIDANG MIPA BKS-PTN WILAYAH BARAT

Editor:

Maison Feri Tiona Pasaribu Ahmad Syarkowi Evtita Novferma Rosi Widia Asiani Aulia Ul Millah Martina Asti Rahayu

Reviewer:

Maison Evita Anggereini Haris Effendi

Desain Sampul: Taufan Dyusanda Putra

ISBN: 978-602-50593-0-8

Penerbit: Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) bekerjasama dengan Fakultas Sains dan Teknologi (FST) Universitas Jambi Redaksi: Kampus Unja Mendalo Jl. Raya Jambi – Ma. Bulian Km. 15, Mendalo Indah Jambi Telp./Fax: 0741 - 583453

ISBN 978-602-50593-0-8



Willy Antakusuma, Wijaya Mardiansyah , Iskhaq Iskandar	
UPAYA PENINGKATAN KOMPETENSI PESERTA DIDIK MENGGUNAKAN PROBLEM BASED LEARNING BERBANTUAN LKPD BERPRAKTIKUM Asrul, Yulkifli dan Ayyuda Hamida	817
APPLICATION OF FIBER OPTIC SENSOR SYSTEM FOR THE MEASUREMENT OF VIBRATION FREQUENCY ACOUSTIC Bayu Hadi Saputro, Harmadi, Wildian	829
RANCANG BANGUN PENGATURAN SUHU RUANGAN DI APLIKASIKAN PADA RUANGAN PENETAS TELUR BERBASIS MIKROKONTROLER AT89C51 Bisman Perangin-angin	836
EFEKTIVITAS MODUL PEMBELAJARAN DENGAN PENDEKATAN KONSEPTUAL INTERAKTIF BERBASIS PERALATAN BUDAYA TRADISIONAL TERHADAP PEMAHAMAN KONSEP SISWA Fakhruddin Z,, Lilia Halim	846
CHITOSAN FILM BASED SOIL MOISTURE SENSOR Tulus Ikhsan Nasution , Irwana Nainggolan , Darmansyah Dalimunthe , Muhammad Balyan, Ilham Sutra Pradana ,	857
PENYERAPAN LOGAM BERAT LIMBAH CAIR MENGGUNAKAN KARBON AKTIF BERBAHAN ARANG TEMPURUNG KELAPA MELALUI AKTIVASI GELOMBANG MIKRO Esmar Budi 1,*), Widyaningrum Indrasari 1), Galih Dwi Prasetyo 1), Nanda Triyoko 1)	863
TEKNOLOGI MONITORING GEOLISTRIK TIME-LAPSE UNTUK MEMANTAU DAERAH RAWAN LONGSOR DI KOTA PADANG Mahrizal, Ahmad Fauzi, Akmam	869
ANALISIS DAN KARAKTERISASI PADA PEMBUATAN GENTENG POLIMER BERBAHAN BAKU LIMBAH PULP DREGS SEBAGAI AGREGAT DAN RESIN EPOKSI SEBAGAI PEREKAT Kurnia Sembiring	879
STRATEGI PEMBELAJARAN FISIKA BERKARAKTER Hendar Sudrajad	886
ANALISA TINGKAT RESISTIVITAS DAN PERMEABILITAS TANAH DI KECAMATAN TAMPAN KOTA PEKANBARU Juandi Riad Syech	892
DESIGN OF LOW COST PM10 MEASUREMENT DEVICE USING DUST SENSOR GP2Y1010AU0F Rady Purbakawaca*, Kania Nur Sawitri, Muhammad Ridho, Aris Irvan, Oky Lidya Kumala, Jajang Nurjaman, Helni Kurniawati Zebua, Eka Fitriandini	900
STUDI PENDETEKSIAN SITUS PURBAKALAMENGGUNAKAN METODE GEOLISTRIKDI LOBU TUA TAPANULI TENGAH Jamaludin Hasibuan1), Asdiati Berutu 1),Halimahtun Sakdiah 2), Rahmatsyah 1)	912
IDENTIFIKASI STRUKTUR BERPOTENSI LONGSOR BERDASARKAN MODEL RESISTIVITAS LISTRIK 2D	922

Bukhari1), Andi Dian Saputra1), Agus Hari Pratama1), Faisal Abdullah1), Muhammad Yanis2), Nazli Ismail1).	
ESTIMASI SUHU PLASMA YANG DIINDUKSI DENGAN SEBUAH LASER KARBON DIOKSIDA (CO2) PADA SAMPEL DALAM SILICONE GREASE DI ATAS SUBTARGET LOGAM DENGAN MENGGUNAKAN BUBUK Nasrullah Idris1, Tjoet Nia Usmawanda1, Kurnia Lahna1, Muliadi Ramli2 dan Kazuyoshi Kurihara3	934
ANALISIS SEISMIC QUIESCENCE WILAYAH SUMATERA BARAT Syafriani 1), Wela Yulianda 1) Andiyansyah Z. Sabarani 2)	946
APLIKASI TEKNIK OVERLAY UNTUK PENENTUAN POTENSI PANAS BUMI BERDASARKAN DATA GEOSAINS DAN REMOTE SENSING Muhammad Isa 1), Muhammad Syukri S 2) Muhammad Rusdi 3)	952
VARIASI TEMPERATUR, KECEPATAN ANGIN DAN TINGGI EFEKTIF PADA KAJIAN MIXING HEIGHT SW Suciyati1)	960
STUDI KESTABILAN THERMAL BERDASARKAN PERUBAHAN CARBONIL INDEX POLIMER NANOKOMPOSIT Diana Alemin Barus1, Basuki W2	968
VISUALISASI DISTRIBUSI SUHU PADA BAHAN HOMOGEN DAN MULTILAYER MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA SW Suciyati, Warsito*, dan Fahad Almafakir	974
ANALISIS VS30 BERDASARKAN PENGUKURAN MIKROTREMOR, MASW DAN DATA USGS Refrizon*, Suhendra, Budi Harlianto, dan Nanang Sugianto	987
VALIDASI ANGKET KECERDASAN SPRITUAL MELALUI EXPLORATORY FACTOR ANALYSIS: PENERAPAN PRINCIPAL COMPONEN ANALYSIS Irwan Koto*, Gozi Abdul Jabbar	995
RANCANGAN SWITCHING NANO DETIK DENGAN SALURAN TUNDA INDUKTOR BERBASIS TRANSISTOR AVALANCHE Kerista Tarigan	1005
DESIGN AWAL TEORI KEMAGNETAN SOLENOIDA BERPENAMPANG SEGITIGA Haerul Pathoni	1010
PEMODELAN ARUS MUSIMAN DI PERAIRAN LEMUKUTAN KALIMANTAN BARAT Arie Antasari Kushadiwijayanto*, Apriansyah , Nora Idiawati	1016
STUDI PARAMETER BURNUP SEL BAHAN BAKAR BERBASIS URANIUM METALIK (UZr) PADA REAKTOR CEPAT BERPENDINGIN HELIUM Heffi Naini1, Fiber Monado2*, Menik Ariani2	1029
INVESTIGASI KETERAMPILAN PROSES SAINS GURU BERPRESTASI SEKOLAH DASAR DI RIAU Zulirfan1), Zanaton Haji Iksan2)	1037

VISUALISASI DISTRIBUSI SUHU PADA BAHAN HOMOGEN DAN MULTILAYER MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA

SW Suciyati, Warsito*, dan Fahad Almafakir Jurusan Fisika FMIPA Unila E-mail: warsito@fmipa.unila.ac.id

ABSTRACT

Temperature distribution is a physical phenomenon of energy transfer that can be visualized using mathematical models. The solution of a time-dependent mathematical model such as the temperature distribution of homogeneous and multilayer materials can not be solved analytically, so numerical methods are required. This paper aims to visualize the relation of material properties to the process of temperature distribution using the diffusion and Laplace equations. The system model is a homogeneous material (aluminum and silver) and multilayer (aluminum-silver-aluminum) which are aplicated by heat source in the center of the material. Furthermore, time-dependent numerical solutions of systems has been given by finite difference schemes. The results show that visualization of temperature distribution of Ag materials is faster than Al material, and the temperature distribution of multilayer Al-Ag-Al material is faster than Ag-Al-Ag. This condition was caused by coefficient diffusivity of Ag materials is greater than Al material, so that the temperature of the Ag material is more quickly distributed to other parts of the material.

Keywords: temperature distribution, energy transfer, multilayer, coefficient diffusivity.

PENDAHULUAN

Distribusi suhu lebih dikenal dengan *heat transfer* merupakan fenomena fisis yang disebabkan perpindahan energi yang terjadi karena adanya perbedaan suhu diantara material (Long dan Sayma, 2009). Energi ini tidak dapat diukur atau diamati langsung, namun arah perpindahan dan pengaruhnya dapat diamati dan dihitung. Fenomena distribusi suhu dapat dimodelkan secara matematis menggunakan Persamaan Diferensial Parsial (PDP) yang melibatkan lebih dari satu variabel independen (Sianipar, 2013). PDP yang berkaitan dengan distribusi suhu adalah PDP parabolik dengan persamaan pembangun utama adalah persamaan difusi.

Pada saat sistemnya kompleks dan bergantung waktu, proses distribusi suhu tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga diperlukan pendekatan secara numerik. Penyelesaian PDP parabolik dengan pendekatan metode numerik dapat dilakukan menggunakan metode langsung, yaitu penggunaan skema pendekatan seperti skema eksplisit, implisit Crank-Nicolson dan metode tidak langsung atau metode iteratif, seperti metode *Succesive Over Relaxation* (SOR) (Fadugba, 2013).

Beberapa penelitian mengenai distribusi suhu banyak dilakukan antara lain oleh Fredy (2009) yang mensimulasikan distribusi panas di suatu luasan berdimensi dua dan diselesaikan menggunakan metode elemen hingga, sementara Sailah (2010) mensimulasikan distribusi suhu satu dimensi menggunakan metode beda hingga implisit skema Crank-

Nicolson tanpa visualisasi grafik. Analisis distribusi suhu selanjutnya dikembangkan oleh Supardiyono (2011) pada setiap titik dari pelat dua dimensi menggunakan metode beda hingga, dengan keadaan sistem dianggap steady. Berdasarkan penelitian-penelitian ini. selanjutnya akan dikaji bagaimana visualisasi distribusi suhu untuk bahan homogen dan bahan multilayer di berbagai keadaan sistem.

KAJIAN LITERATUR

Perpindahan panas dapat terjadi secara konduksi, konveksi dan radiasi (Li, 2015). Pada bahan logam yang dipanaskan, terjadi perpindahan panas secara konduksi yang dinyatakan oleh Persamaan 1. $q = -kA\frac{dT}{dr}$

(1)

dengan

q = perpindahan panas(w)A = luas penampang dimana panas mengalir (m^2) $\frac{dT}{dT}$ = gradien suhu pada penampang atau laju perubahan suhu T terhadap jarak dalam aliran dxpanas x $k = \text{konduktifitas termal } (w/m^{0}C)$

(Long dan Seyma, 2009).

Apabila suatu bahan dipanaskan, maka terjadi transper panas yang terdistribusi ke setiap bagian bahan. Dengan menerapkan hukum kekekalan energi pada suatu volume kontrol diperoleh persamaan difusi panas, Persamaan 2, yaitu

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} , \qquad (2)$$

dengan ρ , k dan c_p adalah konstanta-konstanta yang menentukan nilai difusivitas termal bahan dan dirumuskan sebagai,

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}.$$
 (2.a)

Jika tidak ada energi yang terdegradasi atau sumber internal panas $\dot{q} = 0$, maka persamaan 2 dapat dituliskan,

$$\alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.b)$$

untuk dua dimensi dituliskan,

$$\alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial T}{\partial t}, \qquad (2.c)$$

dan untuk satu dimensi,

$$\alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right) = \frac{\partial T}{\partial t},\qquad(2.\,\mathrm{d})$$

dengan

 \dot{q} = energi tergenerasi per unit volume = 0 (W/m^3)

- ρ = kerapatan bahan (kg/m^3)
- $k = \text{konduktifitas termal } (W/m^{\circ}C)$

 c_p = panas spesifik ($kkal/kg^{\circ}C$) α = difusivitas termal bahan (m^2/s) (Incropera dan Dewitt, 2011).

Metode beda hingga diperoleh dengan menggunakan deret Taylor. Deret Taylor fungsi satu variabel sekitar x diberikan sebagai berikut:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x + \frac{f''(x)}{2!}\Delta x^2 + \cdots,$$

atau
$$f(x - \Delta x) = f(x) - f'(x)\Delta x + \frac{f''(x)}{2!}\Delta x^2 - \cdots,$$

Deret Taylor ini dikenal tiga skema pendekatan beda hingga, ditunjukkan pada **Gambar 1**: a. pendekatan beda maju (Eksplisit)

$$f'(x) \approx \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{h}$$
,

b. pendekatan beda mundur (Implisit)

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{h}$$
,

c. pendekatan beda pusat (Crank-Nicolson)

$$f'(x) \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2h},$$



Gambar 1. Skema metode beda hingga (a) Eksplisit, (b) Implisit dan (c) Crank-Nicolson (Hofman, 2002).

Bentuk satu dimensi bahan homogen (Persamaan 2.d) dapat ditulis sebagai,

$$T_t(x,t) = T_{xx}(x,t), \qquad (4)$$

menggunakan metode Crank-Nicolson satu dimensi Persamaan 4 berbentuk,

$$\frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^{n}}{\Delta t} = \frac{\alpha}{2} \left\{ \frac{T_{i+1,j,k}^{n} - 2T_{i,j,k}^{n} + T_{i-1,j,k}^{n}}{\Delta x^{2}} + \frac{T_{i+1,j,k}^{n+1} - 2T_{i,j,k}^{n+1} + T_{i-1,j,k}^{n+1}}{\Delta x^{2}} \right\},$$
(4.a)

dengan mensubtitusi $r = \frac{\Delta t.\alpha}{\Delta x^2}$, maka **Persamaan 4.a** menjadi,

 $(2+2r) T_{i,j,k}^{n+1} - r(T_{i+1,j,k}^{n+1} + T_{i-1,j,k}^{n+1}) = (2-4r)T_{i,j,k}^n + r(T_{i+1,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n)$. (4.b) Persamaan satu dimensi untuk bahan *multilayer* seperti **Gambar 2** (Hickson, et al., 2009), diturunkan menggunakan kesesuaian difusivitas sehingga **Persamaan 2.c** dapat ditulis kembali sebagai,

$$\frac{\partial}{\partial x}\alpha_i \left(\frac{\partial T_i}{\partial x}\right) = \frac{\partial T_i}{\partial t}, \qquad i = 1, 2, 3 \dots, n \tag{5}$$
$$T_a = T_b; T_b = T_c \tag{5.a}$$

$$\alpha_1 \left(\frac{\partial T_a}{\partial x}\right) = \alpha_2 \left(\frac{T_b}{\partial x}\right)$$
dan
(6.12)

$$\alpha_2 \left(\frac{T_b}{\partial x}\right) = \alpha_3 \left(\frac{T_c}{\partial x}\right),\tag{5.b}$$

Pada *interface* $x = x_i$, *layer* menggunakan standar waktu, orde pertama, dan jarak, orde dua, sehingga pada titik T_{i-2} memberikan bentuk,

$$\frac{T_{i-2}}{\partial t} = \alpha_1 \left(\frac{T_{i-3} - 2T_{i-2} + T_{i-1}}{\Delta x^2} \right), \quad (6)$$

dengan mensubtitusi $r = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$, **Persamaan 6** menjadi,



Gambar 2. Skema diagram grid-point multilayer arah sumbu-x.

dimana T_{i-2} adalah suhu pada titik ruang T_{i-2} pada *layer* 1, sedangkan pada titik *interface* menggunakan beda tengah untuk **Persamaan 5.b** memberikan

$$\frac{T_{i-1}}{\partial t} = \frac{\alpha_2 \left(\frac{T_b}{\partial x}\right) - \alpha_1 \left(\frac{T_a}{\partial x}\right)}{\Delta x},$$
 (7)

menggunakan orde pertama beda maju dan beda mundur memberikan

$$\frac{T_{i-1}}{\partial t} = \frac{\alpha_2 \left(\frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x}\right) - \alpha_1 \left(\frac{T_{i-1} - T_{i-2}}{\Delta x}\right)}{\Delta x}, \quad (7.a)$$

Persamaan (5.b) ditulis kembali,

$$\frac{T_{i-1}}{\Delta t} = \frac{\alpha_{2T_{i}} - (\alpha_{2} + \alpha_{1})T_{i-1} + \alpha_{1}T_{i-2}}{\Delta x^{2}},$$
 (7.b)

(Hickson, et al, 2011).

Kemudian Persamaan 7.b ditulis kembali menjadi

$$T_{i-1} = \frac{\Delta t \left(\alpha_{2 T_{i}} - (\alpha_{2} + \alpha_{1}) T_{i-1} + \alpha_{1} T_{i-2} \right)}{\Delta x^{2}}, \quad (7. c)$$

dengan mensubtitusi $r = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$, **Persamaan 7.c** menjadi,

$$T_{i-1} = r \left(\alpha_{2 T_{i}} - (\alpha_{2} + \alpha_{1}) T_{i-1} + \alpha_{1} T_{i-2} \right), (7.d)$$

berdasarkan **Persamaan 4.a** maka suhu pada titik ruang T_i pada *layer* 2 menjadi,

$$\frac{T_i}{\partial t} = \alpha_2 \left(\frac{T_{i-1} - T_i + T_{i+1}}{\Delta x^2} \right), \qquad (8)$$

suhu pada titik ruang T_{i+2} pada layer 3

$$\frac{T_{i+1}}{\partial t} = \frac{\alpha_3 \left(\frac{T_{i+2} - T_{i+1}}{\Delta x}\right) - \alpha_2 \left(\frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x}\right)}{\Delta x}, \qquad (9)$$

atau,

$$\frac{T_{i+1}}{\Delta t} = \frac{\alpha_{3 T_{i+2}} - (\alpha_{3} + \alpha_{2})T_{i+1} + \alpha_{2}T_{i}}{\Delta x^{2}}, \quad (9.a)$$

menggunakan metode yang sama dengan T_{i-2} , dan **Persamaan 5.a** maka T_{i+2} ditulis kembali menjadi,

$$\frac{T_{i+2}}{\partial t} = \alpha_3 \left(\frac{T_{i+3} - T_{i+2} + T_{i+1}}{\Delta x^2} \right), \quad (9. b)$$

menggunakan **Persamaan 6.a** untuk menulis kembali bentuk T_{i+2} , diperoleh,

$$T_{i+2} = r \left(\alpha_{2 T_{i+1}} - (\alpha_3 + \alpha_2) T_{i+2} + \alpha_3 T_{i+2} \right).$$
(9.c)

Untuk bahan homogen dua dimensi, persamaan dasar yang dipakai berbentuk,

$$T_t(x, y, t) = T_{xx}(x, y, t) + T_{yy}(x, y, t), \quad (10)$$

dan menggunakan metode Eksplisit dua dimensi, diskritisasi Persamaan 7 menghasilkan bentuk,

$$\frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^n}{\Delta t} = \alpha \left\{ \frac{T_{i+1,j,k}^{n+1} - 2T_{i,j,k}^{n+1} + T_{i-1,j,k}^{n+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1,k}^{n+1} - 2T_{i,j,k}^{n+1} + T_{i,j-1,k}^{n+1}}{\Delta y^2} \right\},$$
subtitusi $r = \frac{\Delta t.\alpha}{\Delta x^2} = \frac{\Delta t.\alpha}{\Delta y^2}$, menjadikan **Persamaan 10.a** sebagai, (10.a)

$$T_{i,j,k}^{n+1} = (1-4r)T_{i,j,k}^n + r\left(T_{i+1,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n + T_{i,j+1,k}^n + T_{i,j-1,k}^n\right),$$
(10.b)

Persamaaan pengatur (governing equation) untuk distribusi suhu bahan sembarang (dua dimensi) adalah persamaan Laplace,

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) = 0, \qquad (11)$$

(Incropera dan Dewitt, 2011).

Menggunakan **Persamaan 10** dengan $T_t(x, y, t) = 0$, mengubah **Persamaan 11** menjadi,

$$\frac{T_{i+1,j}-2T_{i,j}+T_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}-2T_{i,j,k}+T_{i,j-1}}{\Delta y^2} = 0,$$
(11.a)

dengan mensubtitusikan $\Delta x^2 = \Delta y^2 = 1$, maka **Persamaan 11.a** berbentuk i,



Persamaan tiga dimensi bahan homogen berbentuk,

$$T_t(x, y, z, t) = T_{xx}(x, y, z, t) + T_{yy}(x, y, z, t) + T_{zz}(x, y, z, t).$$
(12)

Diskritisasi dengan metode Eksplisit tiga dimensi **Persamaan 12** menjadi,

$$\frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^{n}}{\Delta t} = \alpha \left\{ \frac{T_{i+1,j,k}^{n} - 2T_{i,j,k}^{n} + T_{i-1,j,k}^{n}}{\Delta x^{2}} + \frac{T_{i,j+1,k}^{n} - 2T_{i,j,k}^{n} + T_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y^{2}} + \frac{T_{i,j,k+1}^{n} - 2T_{i,j,k}^{n} + T_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z^{2}} \right\},$$
(12. a)

subtitusi $r = \frac{\Delta t.\alpha}{\Delta x^2} = \frac{\Delta t.\alpha}{\Delta y^2}$ pada **Persamaan 12.a** akan didapatkan persamaan akhir metode eksplisit tiga dimensi,

 $T_{i,j,k}^{n+1} = (1 - 6r)T_{i,j,k}^n + r\left(T_{i+1,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n + T_{i,j+1,k}^n + T_{i,j-1,k}^n + T_{i,j,k+1}^n + T_{i,j,k-1}^n\right),$ (12.b)

METODE PENELITIAN

Penelitian ini terbagi menjadi tiga bagian. Pertama, menyusun model satu dimensi bahan homogen dan *multilayer* keadaan *transient*. Pada model satu dimensi konduksi panas menjalar dari pertengahan bahan kearah sisi kanan dan kiri (**Gambar 3**). Suhu awal $T(i, 1) = sin(\pi x), x = 1, T = 120$ dan $\alpha_{Al} = 0,000971$ dan $\alpha_{Ag} = 0,00174$.



Gambar 3. (a) Model satu dimensi bahan homogen dan (b) Model satu dimensi bahan *multilayer*.

Kedua, menyusun model dua dimensi bahan homogen keadaan *transient* dan bahan sembarang keadaan *steady state*. Pada bahan homogen panas menyebar secara konduksi dari titik tengah *x*,*y*, dengan suhu awal $T(i, j, 1) = sin(\pi x) sin(\pi y)$ sedangkan pada bahan sembarang konduksi panas menyebar dari sisi atas ke bawah sumbu-*x* (**Gambar 4**).

Ketiga, menyusun model tiga dimensi bahan homogen keadaan *transient* yang disajikan pada **Gambar 5**. Pada model bahan ini konduksi menyebar dari tengah sumbu-*x*, *y* dan *z* ke arah radial bahan dengan suhu awal $T(i, j, k, 1) = sin(\pi x) sin(\pi y) sin(\pi z)$.



Gambar 4. (a) Model dua dimensi bahan homogen keadaan transient, (b) Model dua dimensi bahan sembarang keadaan *steady*.



Gambar 5. Model tiga dimensi bahan homogen keadaan transien

Visualisasi distribusi suhu satu dimensi bahan homogen keadaan *transient* menggunakan metode matrik tridiagonal, dapat dilihat pada **Persamaan 13, 13.a** dan **13.b**.

$$\begin{bmatrix} -r & 2+2r & -r & & & & \\ & -r & 2+2r & -r & & & \\ & & -r & 2+2r & -r & & & \\ & & & -r & 2+2r & -r & & \\ & & & -r & 2+2r & -r & & \\ & & & & -r & 2+2r & -r & \\ & & & & -r & 2+2r & -r & \\ & & & & -r & 2+2r & -r & \\ & & & & -r & 2+2r & -r & \\ & & & & & -r & 2+2r & -r & \\ & & & & & & -r & 2+2r & -r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & r & 2-2r & r & \\ & & & & & & & r & 2-2r & r & \\ \end{array} \right]$$

(13)

dan dalam bentuk matematis,

$$[M_L^{n+1}][T^{n+1}] = [M_R^{n+1}][T^{n+1}] \quad (13.a)$$

atau

$$[T^{n+1}] = [M_L^{n+1}]^{-1}[M_R^{n+1}][T^{n+1}]$$
 (13.b)

Hasil dan Pembahasan

Hasil distribusi suhu pada **Gambar 6** menunjukkan bahwa panas terpusat pada bagian tengah benda atau semakin ketengah bagian bahan, maka suhu akan meningkat. Dengan asumsi panjang bahan adalah L=1 dan sumber panas terpusat ditengah bahan, penurunan suhu pada bahan homogen taat pada pola persamaan parabolik.

Perbedaan koefisien difusivitas bahan berkontribusi pada lama waktu yang dibutuhkan bahan untuk menurunkan suhunya. Aluminium dengan koefisien difusivitas 0,000971 lebih lama mendingin dibandingkan dengan perak (koefisien difusivitas 0,00174). Dengan metode beda hingga skema Crank-Nicolson dan penyelesaian dengan metode matriks tridiagonal, perbedaaan distribusi suhu divisualkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Distribusi suhu satu dimensi metode beda hingga skema Crank-Nicolson (a) bahan Al dan (b) bahan Ag.

Untuk bahan *multilayer* diasumsikan lapisannya Al-Ag-Al dan Ag-Al-Ag, panjang bahan L=1 dibagi atas 25 grid layer 1, 10 grid layer 2 dan 5 grid layer 3. Sumber panas ditengah bahan, sehingga suhu akan terdistribusi ke kiri dan kanan bahan. Visualisasi distribusi suhu satu dimensi bahan *multilayer* keadaan *transient* menggunakan metode matrik tridiagonal **Persamaan 14 dan 14.a**.



Plot tiga dimensi distribusi bahan multilayer dapat di lihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Distribusi suhu satu dimensi bahan *multilayer* metode beda hingga skema eksplisit (a) bahan Al-Ag-Al, (b) bahan Ag-Al-Ag.

Plot dua dimensi Gambar 7 ke Gambar 8 menunjukkan hal menarik tentang perubahan distribusi suhu pada bidang batas bahan *multilayer*. Bahan dengan *layer* Al-Ag-Al mengalami kenaikan suhu maksimal hingga *grid* 25, karena pada saat awal, *layer* 1 (lebar grid 25) akan mendistribusikan panasnya secara perlahan sebelum melewati batas *layer*, selanjutnya setelah berada di *layer* 2 suhu menurun cepat hingga *grid* 40. Bahan Ag-Al-Ag menunjukkan suhu maksimalnya pada *grid* 20, dimana sumber panasnya berasal. Setelah *grid* 20, baik posisi sebelah kanan maupun kiri *grid* 20, mengalami penurunan suhu secara cepat akibat sifat difusivitas bahan Ag (perak). Setelah melewati batas *layer* 1-2 yaitu pada *grid* 26 perubahan

suhu mengalami perlambatan, terlihat pada *grid* 26 (T=0,6154) dan *grid* 27 (T=0,6129) yang hampir tidak berubah, kemudian setelah *grid* 28 (T=6042) penurunan suhu perlahan stabil hingga *grid* 35 (batas *layer* 2-3). Setelah grid 35, yaitu pada layer Ag, distribusi suhu menurun dengan cepat.



Gambar 8. Perbandingan hasil distribusi suhu bahan *multilayer* satu dimensi asumsi bahan Al-Ag-Al dan Ag-Al-Ag pada t = 50.

Hasil distribusi suhu dua dimensi bahan homogen keadaan *transient* diberikan **Gambar 9.** Panas yang menyebar dari bagian tengah sumbu-x dan sumbu-y bahan Al dan bahan Ag memiliki distribusi yang berbeda pada arah sebarannya, sesuai nilai koefisien difusivitas masing-masing bahan.



Gambar 9. Distribusi suhu dua dimensi keadaan transient menggunakan metode beda hingga skema Eksplisit (a) bahan Al dan (b) bahan Ag.

Perhitungan distribusi suhu dua dimensi bahan bentuk sembarang keadaan *steady state* menggunakan **Persamaan 11.b.** Persamaan pengatur yang dipakai adalah persamaan Laplace dengan penyelesaian persamaan menggunakan metode *Succesive Over Relaxation* (SOR). Panas terdistribusi dengan pola penyebaran merata pada bidang batas yang ditentukan. Pola distribusi mengikuti pola eliptik yang dapat dilihat pada **Gambar 10.**



Gambar 10. Distribusi suhu dua dimensi bahan bentuk sembarang dengan metode beda hingga skema SOR.

Hasil distribusi suhu tiga dimensi bahan homogen terlihat pada **Gambar 11** dan **Gambar 12**, menunjukkan bahwa panas pada bagian tengah sumbu-x, y dan z pada bahan Al dan Ag terdistribusi secara merata. Potongan bahan secara vertikal dan horizontal memperlihatkan visualisasi distribusi suhunya. Distribusi komputasi pada bahan tiga dimensi memiliki ketelitian yang lebih baik dibandingkan bahan dua dimensi dan satu dimensi, namun memerlukan komputerisasi memori yang besar dan dibutuhkan jenis komputer dengan prosesor yang lebih tinggi.





Gambar 11. Distribusi suhu tiga dimensi menggunakan metode beda hingga skema Eksplisit yang dipotong vertikal (a) bahan Al dan (b) bahan Ag



(b)

10

Sumbu-y

15

Sumbu-x

10

Gambar 12 Distribusi suhu tiga dimensi menggunakan metode beda hingga skema Eksplisit yang dipotong horizontal (a) bahan Al dan (b) bahan Ag

KESIMPULAN

Visualisasi distribusi suhu bahan *multilayer* satu dimensi menunjukkan hubungan sifat bahan terhadap kecepatan distribusi suhunya. Perubahan suhu yang terjadi pada batas *layer* Al-Ag-Al lebih cepat dibandingkan bahan Ag-Al-Ag menginformasikan bahwa susunan Al-Ag-Al sebaiknya dipilih sebagai sekat panas. Pada bahan homogen (dua dan tiga dimensi) keadaan *transient*, dengan penerapan skema eksplisit, menunjukkan distribusi suhu bahan Ag lebih cepat dibandingkan Al. Sehingga diperoleh kesimpulan umum, semakin besar difusivitas maka distribusi suhu semakin cepat.

Terimakasih disampaikan untuk Kementerian Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi atas dukungan pada penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Fadugba, Edogba and Zelibe. 2013. Crank Nicholson Method for Solving Parabolic Partial Differential Equations. *International Journal of Applied Mathematics and Modeling IJA2M* Vol. 1. No. 3. pp. 8-23.
- Fredy, N.C dan Suprijadi. 2009. Simulation of Temperature distribution in Rectangular Cavity using Finite Element Method. *Proceeding of the 3rd Asian Physics Symposium (APS)*. July 22-23 Bandung.
- Hickson I. R, Barry I. S dan Sidhu S. H. 2009. Critical Time in One-and Two-Layered Diffusion. *Australian Journal of Engineering Education* Vol. 15. No. 2. pp. 77-83.
- Hickson I. R, Barry I. S dan Sidhu S. H. 2011. Finite Diffrence Schemes for Multilayer Diffusion. *Journal of Mathematical and Computer Modelling* Vol. 54. pp. 210-220.
- Holman, J.P. 2002. Perpindahan Kalor. Erlangga. Jakarta.
- Incropera, F. P dan Dewitt, D. P. 2011. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* 7th *Edition*. Departement Jhon Wiley and Sons, Inc. Hoboken USA.
- Li, J and Chang, P. 2015. Rapid Transient Heat Conduction in Multilayer Materials with Pulsed Heating Boundary. *Application an International Journal of Computation and Methodology* Vol. 47. No. 2. pp. 105-128.
- Long, Chris dan Sayma, Naser. 2009. Heat Transfer. Ventus Publishing. USA.
- Purcell, Edwin dan Varberg, Dale. 2008. Kalkulus dan Geometri Analitis Edisi Keempat. Erlangga. Jakarta.
- Sailah, Siti. 2010. Menentukan Distribusi Temperatur dengan Menggunakan Metode Crank Nicholson. *Jurnal Penelitian Sains* Vol. 13. No. 2(B). pp. 22-27.
- Sianipar, R. H. 2013. *Pemrograman MATLAB dalam Contoh dan Penerapan*. Informatika Bandung. Bandung.
- Supardiyono. 2011. Analisis Distribusi Suhu Pada Pelat Dua Dimensi dengan Menggunakan Metode Beda Hingga. *Jurnal Penelitian Fisika dan Aplikasinya (JPFA)* Vol. 1. No. 2. pp. 43-57.