



PROSIDING

SEMIRATA 2017 BIDANG MIPA

BKS-PTN WILAYAH BARAT

Jambi, Ratu Convention Center 12 - 14 Mei 2017

“Peran Sains, Teknologi dan Pendidikan MIPA dalam Menopang Sains Park, Teknopark, Serta Geopark Berbasis Argoindustri dan Lingkungan”



Penerbit: Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) bekerja sama dengan Fakultas Sains dan Teknologi (FST) Universitas Jambi

BUKU 1

MATEMATIKA

PROSIDING SEMIRATA 2017 BIDANG MIPA BKS-PTN WILAYAH BARAT

Editor:

Maison

Feri Tiona Pasaribu

Ahmad Syarkowi

Evtita

Novferma

Rosi Widia Asiani

Aulia Ul Millah

Martina Asti Rahayu

Reviewer:

Maison

Evita Anggereini

Haris Effendi

Desain Sampul:

Taufan Dyusanda Putra

ISBN: 978-602-50593-0-8

Penerbit:

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP)

bekerjasama dengan Fakultas Sains dan Teknologi (FST) Universitas Jambi

Redaksi:

Kampus Unja Mendalo

Jl. Raya Jambi – Ma. Bulian Km. 15, Mendalo Indah

Jambi

Telp./Fax: 0741 - 583453

ISBN 978-602-50593-0-8



KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr. Wb.

Alhamdulillah, segala puji bagi Allah SWT, Tuhan Yang Maha Esa, atas karunia yang telah dilimpahkan sehingga kegiatan Seminar dan Rapat Tahunan (SEMIRATA)-BKS PTN Bidang MIPA Wilayah Barat tahun 2017 dapat dilaksanakan secara baik.

Kegiatan SEMIRATA-BKS PTN Bidang MIPA Wilayah Barat tahun 2017 yang diamanahkan kepada Universitas Jambi sebagai penyelenggara dilaksanakan secara gabungan oleh Fakultas Sains dan Teknologi (FST) dan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP). Kegiatan telah dilaksanakan dengan sukses pada tanggal 12-14 Mei 2017 di Ratu Conference Hotel dan Swiss Bellin Hotel Jambi. Salah satu program utama adalah Seminar Nasional Sains dan Pendidikan MIPA dengan tema: “Peran Sains Teknologi dan Pendidikan MIPA dalam Menopang Sainspark, Teknopark serta Geopark berbasis Agroindustri dan Lingkungan”.

Sesi pleno seminar di Ratu Conference Center dipaparkan materi oleh dua pembicara utama yaitu akademisi Dr. Ir Yunus Kusumahbrata, M.Sc (Staf Ahli Kementerian ESDM) dan praktisi/birokrat Dr. H. Syahrial, M.P., (Bupati Tajung Jabung Barat Prov. Jambi). Materi yang disajikan berisi topik Pengembangan Geopark, Teknopark dan Sainspark di Indonesia. Selain daripada itu, sesi paralel telah dipresentasikan secara oral lebih dari 600 judul makalah hasil penelitian yang disampaikan dalam 40 ruang seminar secara paralel. Dalam kegiatan komunikasi ilmiah secara langsung ini juga telah dimanfaatkan untuk menjalin jejaring agar lebih bersinergi dalam pengembangan Sains dan Pendidikan MIPA ke masa mendatang.

Supaya komunikasi ilmiah yang baik ini dapat juga tersampaikan ke komunitas ilmiah lain yang tidak dapat hadir pada kegiatan seminar, panitia memfasilitasi untuk menerbitkan makalah dalam bentuk Prosiding. Panitia juga tetap memberi kesempatan kepada peserta yang akan menerbitkan makalahnya di jurnal ilmiah, sehingga tidak seluruh materi yang disampaikan pada seminar diterbitkan dalam prosiding ini. Dalam proses penerbitan prosiding ini, panitia telah banyak dibantu oleh Tim Reviewer dan Tim Editor yang dikoordinir oleh Drs. Maison, M.Si., Ph.D, yang telah dengan sangat intensif mencurahkan waktu, tenaga dan pikiran untuk melakukan proses *plagiarism check*, review, dan editing. Untuk itu, panitia menyampaikan terima kasih dan penghargaan. Namun, panitia juga menyampaikan permohonan ma’af karena dengan sangat banyaknya makalah yang akan diterbitkan dalam prosiding ini, waktu yang dibutuhkan dalam proses penerbitan prosiding ini cukup lama, dan penerbitan prosiding tidak dilakukan dalam satu buku tetapi dalam empat buku prosiding. Semoga penerbitan prosiding ini selain SEMIRATA-BKS PTN Bidang MIPA Wilayah Barat tahun 2017 bermanfaat bagi para pemakalah dan penulis, juga dapat bermanfaat dalam pengembangan Sains dan Pendidikan MIPA di Indonesia.

Ucapan terima kasih disampaikan kepada Rektor Universitas Jambi, Dekan FST dan FKIP Universitas Jambi, Ketua Forum Rektor BKS wilayah Barat, Ketua BKS-MIPA Wilayah Barat, panitia dan semua pihak yang ikut menyukseskan acara semirata.

Jambi, 2 Oktober 2017
Ketua Panitia

Dr. Kamid, M.Si

DAFTAR ISI

	Hal
BUKU 1 (MATEMATIKA)	
IMPLEMENTASI ALGORITMA GENETIKA SISTEM PENJADWALAN REGISTRASI DINAMIS Suyanto, Syahriol Sitorus dan Usman Ridwan Syah	1
APLIKASI SISTEM ANTRIAN BERBASIS ANDROID Joko Risanto	10
MODEL OPTIMASI LAHAN PARKIR GRAPARI BANDA ACEH DENGAN MENGGUNAKAN SATUAN RUANG PARKIR Phounna Mandira Chalandri, Intan Syahrini, Taufiq Iskandar, Marwan Ramli	17
PENENTUAN LINTASAN TERPENDEK PADA SUATU GRAP BERBOBOT DENGAN MENGGUNAKAN PROGRAM DINAMIK Eldawati, Said Munzir, Marwan Ramli	29
PREDIKSI HARGA DAGING SAPI DI PEKANBARU DENGAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL TRIPEL WINTER Evi Febriantikasari ¹ , Rado Yendra ¹ , Arisman Adnan ¹ , Rahmadeni ²	41
PREMI TAHUNAN ASURANSI JIWA BERJANGKA DENGAN ASUMSI SERAGAM UNTUK STATUS GABUNGAN Desta Wahyuni ¹ , Rado Yendra ¹ , Arisman Adnan ¹ , Nilwan Andiraja ²	51
OPERATOR LINEAR PADA RUANG BARISAN TERBATAS l_2 Muslim Ansori, Suharsono, ^S	59
APLIKASI KONTROL OPTIMAL PADA POLAR ROBOT UNTUK OBJEKTIF GANDA: MEMINIMUMKAN BESAR TORSI DAN PENCAPAIAN POSISI TARGET DENGAN WAKTU MINIMUM Said Munzir, Marwan, Taufiq Iskandar dan Reza Wafdan	64
PENGGUNAAN METODE FIS MAMDANI DALAM MEMPERKIRAKAN TERJADINYA GELOMBANG TSUNAMI AKIBAT GEMPA BUMI Hizir Sofyan ¹ , Erni Lusiani ² , Asep Rusyana ³ , Marzuki ⁴	73
OPTIMALISASI PORTOFOLIO DENGAN MENGGUNAKAN SEPARABLE PROGRAMMING Elly Rosmaini dan Nurhalimah Pane	80
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA Syarifah Meurah Yuni, Mahmudi	89
ANALISIS PERSONAL FINANCIAL LITERACY MAHASISWA DALAM MERAMALKAN JUMLAH PENGELUARAN MENGGUNAKAN METODE EXPONENTIAL SMOOTHING DAN P-SPLINE FILTER SMOOTHING (Studi Kasus : Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh) Putri Atikah, Maisarah Defadz, Siti Husna F., Miftahuddin	95

PERBANDINGAN ESTIMASI PARAMETER PADA DISTRIBUSI EKSPONENSIAL DENGAN MENGGUNAKAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD DAN METODE BAYESIAN Elsa Tria Noviadi , Rado Yendra dan Arisman Adnan	105
PEMODELAN DEPENDENSI DATA KATAGORI MELALUI PENDEKATAN MODEL LOG- LINIER Awal Isgiyanto, Syahrul Akbar	112
APPLICATION OF FOURIER SMOOTHING BASIS FOR Reza Ariska, Miftahuddin	124
PENERAPAN ALGORITMA DYNAMIC PROGRAMMING PADA PERMASALAHAN KNAPSACK 0-1 Irmeilyana, Putra Bahtera Jaya Bangun, Dian Pratamawati, Winda Herfia Septiani	134
KETERKAITAN KETAKSAMAAN NILAI SINGULAR PADA PEMETAAN LINIER Rolan Pane, Asli Sirait, Aziskhan	145
IMPLEMENTASI ALGORITMA BRUDY DALAM PERSOALAN KNAPSACK 0-1 DI UD. SUBUR TANI MAKMUR Indrawati , Sisca Octarina, Esrawati	154
PENGOPTIMALAN RUTE PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN MENGGUNAKAN ALGORITMA DIJKTRA (STUDI KASUS PENGANGKUTAN SAMPAH DI KOTA BANDA ACEH) Nurmaulidar, Radhiah, Muhammad Reza Pahlefi	164
ANALISIS MODEL INDEKS HARGA SAHAM DENGAN METODE REGRESI DATA PANEL Idhia Sriliana, Herlin Fransiska	171
SISTEM PENGENDALIAN DAN MONITORING SUHU PADA PIPA MINYAK MENGGUNAKAN SMS GATEWAY Alfirman, M.Kom, Fatayat,M.Kom	179
PENAKSIR BAYES UNTUK PARAMETER DISTRIBUSI EKSPONENSIAL BERDASARKAN FUNGSI KERUGIAN KUADRATIK DAN FUNGSI KERUGIAN ENTROPI Bustami , Harison , Nadya Zulfa Nengsih	185
PENERAPAN GENERALIZED ADDITIVE MODELS TERHADAP DATA PRODUKSI PADI DI INDONESIA Isra Safriana, Ida Fajri, Miftahuddin	194
PENENTUAN FAKTOR-FAKTOR YANG MENYEBABKAN BANYAKNYA KASUS DEMAM BERDARAH DENGUE DI KOTA JAMBI DENGAN MODEL GEOGRAPHICALLY WEIGHTED POISSON REGRESSION Gusmi Kholijah, Teguh Sumarsono, Niken Rarasati, Azzikra Febriyanti	205

MINIMISASI TRIM LOSS KERTAS GULUNGAN PADA CUTTING STOCK PROBLEM (CSP) SATU DIMENSI Sisca Octarina, Putra Bahtera Jaya Bangun, Suci Novtari Kumala Dewi	214
ASSESSMENT OF SEA SURFACE TEMPERATURE IN THE INDIAN OCEAN USING GENERALIZED ADDITIVE MODELS Miftahuddin	225
SOLUSI ALTERNATIF PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA Asli Sirait, M. Natsir, Rolan Pane	238
PENGGUNAAN MATRIKS RANCANGAN TERPARTISI DALAM ANALISIS RANCANGAN PERCOBAAN TIGA FAKTOR Sigit Nugroho	246
USING STOCHASTIC LINEAR PROGRAMMING FOR SOLVING FINANCIAL PLANNING AND CONTROL Ramya Rachmawati	255
RENTANG NUMERIK UNTUK FUNGSI EKSPONENSIAL MATRIKS M.Natsir, Musraini	260
A STUDY ON BEHAVIOR OF RAINFALL TO PLAN A PLANTING CALANDER USING A COMBINATION METHOD OF TIME SERIES AND MARKOV CHAIN Henry Rani Sitepu, Open Darnius, Gracia M Simorangkir	270
PENERAPAN B-SPLINE PADA PERSENTASE PENDUDUK MISKIN Eva Maulia, Rohani, Miftahuddin	277
MODEL MATEMATIKA KONVEKSI CAMPURAN (MIXED CONVECTION) DENGAN SYARAT BATAS PADA PELAT HORIZONTAL Leli Deswita	287
SOLUSI KESTABILAN UNTUK KALMAN FILTER SISTEM SINGULAR Budi Rudianto	291
PREMI PENSIUN UNTUK KASUS MULTIPLE DECREMENT DENGAN TINGKAT BUNGA RENDLEMAN-BARTTER Hasriati ¹ , Anggia Fitri ²	299
APLIKASI SIMULASI MONTE CARLO DAN METODE PERT/CPM PADA JARINGAN KERJA: SEBUAH KAJIAN SURVEI M. D. H. Gamal dan Erni Pratiwi	306
ESTIMASI TINGKAT KEMATIAN BAYI DAN HARAPAN HIDUP BAYI Ahmad Iqbal Baqi	315
ESTIMATOR RATAAN HARMONIK PADA SAMPEL HIMPUNAN TERURUT UNTUK DISTRIBUSI NORMAL Sukma Adi Perdana, S.Si, M.Sc	320

PEMODELAN SUHU PERMUKAAN LAUT MENGGUNAKAN GENERALIZED ADDITIVE MODELS DALAM EFEK WAKTU Shafia Ananda, Reza Ariska, Rifa Atul Humaira, Miftahuddin	325
ANALISIS KORELASI KANONIK UNTUK MENGIDENTIFIKASI FAKTOR-FAKTOR YANG BERPENGARUH TERHADAP DERAJAT KESEHATAN Asep Rusyana, Nurhasanah, dan Restu Deviyanti	337
PENAKSIR RASIO RATA-RATA POPULASI MENGGUNAKAN STANDAR DEVIASI, KOEFISIEN SKEWNESS, DAN KOEFISIEN KURTOSIS PADA SAMPLING GANDA Rustam Efendi, Firdaus, Haposan Sirait, Marini	349
DIVISIBILITY PROPERTIES OF THE SUM INVOLVING Baki Swita	357
PENAKSIR PARAMETER DISTRIBUSI INVERS MAXWELL UKURAN BIAS SAMPEL MENGGUNAKAN METODE BAYESIAN Haposan Sirait Rince Adrianti ,	366
ANALISIS MODEL DAN ALGORITMA UNTUK MASALAH PEMROGRAMAN STOKASTIK Ihda hasbiyati , Aziskhan	373
MODEL INTERNET BUNDLING PRICING GENERALIZED MENGGUNAKAN FUNGSI UTILITAS COBB-DOUGLAS DAN QUASI LINIER Fitri Maya Puspita, Maijance Oktarina , Yayan Febrian , Bella Arisha	378
Multivariate Object Ranking Based On Quantile Method Open Darnius, Indah	390
MODEL PREDATOR-PREY DENGAN POPULASI TERINFEKSI DAN PENYEBARAN INFEKSI MELALUI PREDASI Khozin Mu'tamar	396
SISTEM DETEKSI DAN PENGENALAN CITRA OVERLAPPING KOIN DENGAN ALGORITMA CIRCULAR HOUGH TRANSFORMATION (CHT) Zaiful Bahri	403
A NOTE ON k-HYPERGRAPHIC SEQUENCES Mudin Simanihuruk	411
PENDETEKSIAN OUTLIER PADA REGRESI LOGISTIK DENGAN MENGGUNAKAN TEKNIK TRIMMED MEANS Sigit Sugiarto , Arisman Adnan , Sarimah	419
KARAKTERISASI BILANGAN PRIMA GAUSSIAN Mahmudi, Syarifah Meurah Yuni	425

MASALAH PENUGASAN DUA FUNGSI TUJUAN DENGAN METODA Endang Lily, Aziskhan , Rolan Pane3	428
PERMUTASI DISJOIN DAN SEMIDISJOIN PADA GRUP PERMUTASI Musraini M, Asli Sirait, Fitra Dwi Anggara	435
PERSEPSI SISWA TENTANG IKLIM SEKOLAH DAN KINERJA GURU MATEMATIKA DAN PENGARUHNYA TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA Fahrul Ilmi	443
PENGEMBANGAN INSTRUMEN TES SMP SEBAGAI APLIKASI MATA KULIAH EVALUASI PEMBELAJARAN MATEMATIKA Edi Susanto, Rusdi	452
PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN ADVANCE ORGINIZER DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA Kiki Nia Sania EffendI, Indrie Noor Aini	460
PENGEMBANGAN LKS MATEMATIKA BERBASIS INQUIRY DAN MIND MAP MATERI LINGKARAN KELAS VIII Rezky Ramadhona	472
PERANGKAT PEMBELAJARAN UNTUK MATERI SEGIEMPAT MELALUI PEMBELAJARAN BERDASARKAN MASALAH SESUAI KURIKULUM 2013 Sakur , Atma Murni, Fadriati Ningsih	482
PELAKSANAAN KURIKULUM 2013 PADA BIDANG STUDI MATEMATIKA DI SEKOLAH MENENGAH PERTAMA NEGERI (SMPN) KOTA PEKANBARU TAHUN PELAJARAN 2016/2017 Zulkarnain & Susda Heleni	491
UPAYA MENINGKATKAN MOTIVASI DAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA MELALUI BELAJAR KOOPERATIF MODEL STAD Muslimin	501
PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN BERBASIS MASALAH UNTUK MENINGKATKAN AKTIFITAS PEMBELAJARAN DAN DAYA SERAP Sufri, Gugun M. Simatupang	510
PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE THINK TALK WRITE (TTW) TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA KELAS XI IPA SMA NEGERI 9 PADANG Dra. Jazwinarti, M.Pd , Suherman, S.Pd, M.Si, Irvan Sardhi, S.Pd	517
PENERAPAN PENDEKATAN SAVI UNTUK MEMINIMALKAN MISKONSEPSI SISWA PADA BANGUN DATAR Sehatta S, Zuhri D	524
EFFECT OF PSYCHOLOGICAL FACTORS IN LEARNING TO LEARNING OUTCOMES ON REAL ANALYSIS Rahmadani Putri, Roseli Theis	534

PROSES BERPIKIR MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH PEMBUKTIAN PADA MATA KULIAH ANALISIS RIIL Ringki Agustinsa dan Effie Efrida M	541
THE INFLUENCE OF COOPERATIVE LEARNING MODEL OF THINK PAIR SQUARE (TPS) ON MATHS AT STATE JUNIOR SECONDARY SCHOOLS IN PEKANBARU Susda Heleni	551
IMPLEMENTATION OF PROBLEM BASED LEARNING MODEL TO IMPROVE MATHEMATICAL OF PROBLEM SOLVING SKILLS OF STUDENTS CLASS VIII SMP BHAYANGKARI PEKANBARU Titi Solfitri, Zulkarnain Dwika Ananda Ayu Rahmawati Sinaga	560
PERILAKU METAKOGNITIF SISWA SMP DALAM MELAKUKAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS PADA MATERI ARITMETIKA SOSIAL Atma Murni	572
PENINGKATAN MUTU PENDIDIKAN DASAR MELALUI PENINGKATAN KOMPETENSI PROFESIONAL GURU MATEMATIKA SMP DI KABUPATEN PASAMAN BARAT Suherman, Defri Ahmad , Heru Maulana	595
PENGEMBANGAN MODUL ALJABAR BERBASIS PENDEKATAN REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION UNTUK MENINGKATKAN SELF-EFFICACY SISWA Rohati, Marlina, dan Novferma	611
PENGEMBANGAN LKS GEOMETRI MENGGUNAKAN TEORI VAN HIELE PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA Sri Winarni, Ade Kumalasari , Ranisa Junita	621
ANALISIS KEMAMPUAN LITERASI MATEMATIKA DAN PENGARUHNYA TERHADAP PENCAPAIAN MATEMATIKA MAHASISWA Desi Rahmatina	641
TEACHER ACTIVITIES ON DEVELOPMENT STUDENT’S CRITICAL THINKING CAPABILITY IN LEARNING Khalida Yunas, Sehatta Saragih	651
PENERAPAN STRATEGI PEMBELAJARAN OTENTIK UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA Nahor Murani Hutapea	659
USING MEDIA LEARNING DESIGN COASTAL AREA IN LEARNING NUMBER FOR 1st GRADE ELEMENTARY SCHOOL COASTAL AREA Zuhri D, Sehatta S	669

PENGEMBANGAN LKM BERBASIS PENDEKATAN MATEMATIKA REALISTIK DAN PENDIDIKAN KARAKTER PADA SMP MATERI ARITMATIKA SOSIAL DI MAHASISWA PPG SM3T FKIP UNIB 2017 M. Fachruddin. S	678
PROBLEM BASED INSTRUCTION AND MAKE A MATCH : AN EFFORT TO INCREASE STUDENTS MATHEMATIC ACHIEVMENT Fajar Sukma Harsa , Tanti Jumai Syaroh	684
EVALUATION OF LEARNING USING MATH PROBLEMS Uus KUSDINAR	695
PENGEMBANGAN SOAL MATEMATIKA BERBASIS HIGHER ORDER THINKING SKILL (HOTS)DENGAN KONTEKS BOWLING UNTUK SISWA KELAS VII SMP Tuti Rahmawati, Zulkardi, Somakim	700
PENGARUHPENERAPANMETODE PENGAJARAN TERBALIK TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIKA SISWA KELAS VII SMP NEGERI 04 KAMPARKECAMATAN KAMPAR KABUPATEN KAMPAR Dessy Andriani dan Hassanuddin	709
LITERASI MATEMATIS SISWA SMP NEGERI DI KECAMATAN TAMPAN KOTA PEKANBARU DALAM BIDANG GEOMETRI Syarifah Nur Siregar, Titi Solfitri	713
KEPRAKTISAN LEMBAR KERJA BEBASIS MODEL PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERDASARKAN TEORI APOS (MODEL APOS) OLEH MAHASISWA TEKNIK INFORMATIKA FAKULTAS TEKNIK UNIB TA 2015/2016 (Studi Kasus Pada Pembelajaran Kalkulus) Hanifah	723
BUKU 2 (FISIKA)	
KARAKTERISASI BATU PIRUS, BATU SATAM DENGAN XRD, SEM-EDS DAN VICKERS HARDNESS TESTER Perdinan Sinuhaji, Timbangan Sembiring, Awan Maghfirah, Fitriyani Sirait	731
MANAJEMEN PEMBELAJARAN BERBASIS MODEL CREATIVE PROBLEM SOLVING UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH SISWA SMPN 7 KOTA BENGKULU Nirwana	738
PENYELIDIKAN AKUIFER BAWAH PERMUKAAN DAERAH UNIVERSITAS JAMBI MENDALO SEBAGAI UPAYA KONSERVASI DAN KETERSEDIAAN AIR BERSIH Rizka, Soni Satiawan, Nasri MZ, Ichy Lucy Resto	749
ANALISIS FENOMENA INDIA OCEAN DIPOLE (IOD) POSITIF TAHUN 2012 DAN IOD NEGATIF TAHUN 2010 MENGGUNAKAN DATA SATELIT Lesi Mareta, Wijaya Mardiansyah, Iskhaq Iskandar	757

DESIGN OF LOW COST SPIN COATER AS THIN LAYER GROWING DEVICE USING MICROCONTROLLER Muhammad Rido, Oky Lidya Kumala, Aris Irvan, Bella Aprimanti Utami, Inten Rafika Duri, Kania Nur Sawitri, Rady Purbakawaca	767
INSTRUMENTASI SISTEM PERINGATAN DINI BANJIR SECARA JARAK JAUH BERBASIS MIKROKONTROLER Bisman Perangin-angin, Takdir Tamba	775
STUDI POTENSI DAERAH RAWAN LONGSOR (LANDSLIDE) BERDASARKAN FREKWENSI DOMINAN (FO) DENGAN METODE HVSR Suhendra, Refrizon, Nanang Sugianto	783
PENGARUH WAKTU MILLING TERHADAP STRUKTUR DAN UKURAN KRISTAL DARI NANOQUARTZ Ratnawulan	787
VALIDITAS ALAT PRAKTIKUM MUAI PANJANG MENGGUNAKAN SENSOR EFEK HALL YANG DILENGKAPI LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK Yulkifli, Ardanus, dan Ahmad Fauzi	793
ANALISIS FENOMENA EL NIÑO 2015/2016 DAN LA NIÑA 2010/2011 DENGAN MENGGUNAKAN DATA SATELIT Willy Antakusuma, Wijaya Mardiansyah , Iskhaq Iskandar	808
UPAYA PENINGKATAN KOMPETENSI PESERTA DIDIK MENGGUNAKAN PROBLEM BASED LEARNING BERBANTUAN LKPD BERPRAKTIKUM Asrul, Yulkifli dan Ayyuda Hamida	817
APPLICATION OF FIBER OPTIC SENSOR SYSTEM FOR THE MEASUREMENT OF VIBRATION FREQUENCY ACOUSTIC Bayu Hadi Saputro , Harmadi , Wildian	829
RANCANG BANGUN PENGATURAN SUHU RUANGAN DI APLIKASIKAN PADA RUANGAN PENETAS TELUR BERBASIS MIKROKONTROLER AT89C51 Bisman Perangin-angin	836
EFEKTIVITAS MODUL PEMBELAJARAN DENGAN PENDEKATAN KONSEPTUAL INTERAKTIF BERBASIS PERALATAN BUDAYA TRADISIONAL TERHADAP PEMAHAMAN KONSEP SISWA Fakhruddin Z., Lilia Halim	846
CHITOSAN FILM BASED SOIL MOISTURE SENSOR Tulus Ikhsan Nasution , Irwana Nainggolan , Darmansyah Dalimunthe , Muhammad Balyan, Ilham Sutra Pradana ,	857
PENYERAPAN LOGAM BERAT LIMBAH CAIR MENGGUNAKAN KARBON AKTIF BERBAHAN ARANG TEMPURUNG KELAPA MELALUI AKTIVASI GELOMBANG MIKRO Esmar Budi 1,*), Widyaningrum Indrasari 1) , Galih Dwi Prasetyo 1) , Nanda Triyoko 1)	863

TEKNOLOGI MONITORING GEOLISTRIK TIME-LAPSE UNTUK MEMANTAU DAERAH RAWAN LONGSOR DI KOTA PADANG Mahrizal, Ahmad Fauzi, Akmam	869
ANALISIS DAN KARAKTERISASI PADA PEMBUATAN GENTENG POLIMER BERBAHAN BAKU LIMBAH PULP DREGS SEBAGAI AGREGAT DAN RESIN EPOKSI SEBAGAI PEREKAT Kurnia Sembiring	879
STRATEGI PEMBELAJARAN FISIKA BERKARAKTER Hendar Sudrajad	886
ANALISA TINGKAT RESISTIVITAS DAN PERMEABILITAS TANAH DI KECAMATAN TAMPAN KOTA PEKANBARU Juandi Riad Syech	892
DESIGN OF LOW COST PM10 MEASUREMENT DEVICE USING DUST SENSOR GP2Y1010AU0F Rady Purbakawaca*, Kania Nur Sawitri, Muhammad Ridho, Aris Irvan, Oky Lidya Kumala, Jajang Nurjaman, Helni Kurniawati Zebua, Eka Fitriandini	900
STUDI PENDETEKSIAN SITUS PURBAKALAMENGGUNAKAN METODE GEOLISTRIKDI LOBU TUA TAPANULI TENGAH Jamaludin Hasibuan1), Asdiati Berutu 1),Halimahtun Sakdiah 2), Rahmatsyah 1)	912
IDENTIFIKASI STRUKTUR BERPOTENSI LONGSOR BERDASARKAN MODEL RESISTIVITAS LISTRIK 2D Bukhari1), Andi Dian Saputra1), Agus Hari Pratama1), Faisal Abdullah1), Muhammad Yanis2), Nazli Ismail1).	922
ESTIMASI SUHU PLASMA YANG DIINDUKSI DENGAN SEBUAH LASER KARBON DIOKSIDA (CO2) PADA SAMPEL DALAM SILICONE GREASE DI ATAS SUBTARGET LOGAM DENGAN MENGGUNAKAN BUBUK Nasrullah Idris1, Tjoet Nia Usmawanda1, Kurnia Lahna1, Muliadi Ramli2 dan Kazuyoshi Kurihara3	934
ANALISIS SEISMIC QUIESCENCE WILAYAH SUMATERA BARAT Syafriani 1), Wela Yulianda 1) Andiyansyah Z. Sabarani 2)	946
APLIKASI TEKNIK OVERLAY UNTUK PENENTUAN POTENSI PANAS BUMI BERDASARKAN DATA GEOSAINS DAN REMOTE SENSING Muhammad Isa 1), Muhammad Syukri S 2) Muhammad Rusdi 3)	952
VARIASI TEMPERATUR, KECEPATAN ANGIN DAN TINGGI EFEKTIF PADA KAJIAN MIXING HEIGHT SW Suciyati1)	960
STUDI KESTABILAN THERMAL BERDASARKAN PERUBAHAN CARBONIL INDEX POLIMER NANOKOMPOSIT Diana Alemin Barus1, Basuki W2	968

VISUALISASI DISTRIBUSI SUHU PADA BAHAN HOMOGEN DAN MULTILAYER MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA SW Suciyati, Warsito*, dan Fahad Almafakir	974
ANALISIS VS30 BERDASARKAN PENGUKURAN MIKROTREMOR, MASW DAN DATA USGS Refrizon*, Suhendra, Budi Harlianto, dan Nanang Sugianto	987
VALIDASI ANGKET KECERDASAN SPRITUAL MELALUI EXPLORATORY FACTOR ANALYSIS: PENERAPAN PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS Irwan Koto*, Gozi Abdul Jabbar	995
RANCANGAN SWITCHING NANO DETIK DENGAN SALURAN TUNDA INDUKTOR BERBASIS TRANSISTOR AVALANCHE Kerista Tarigan	1005
DESIGN AWAL TEORI KEMAGNETAN SOLENOIDA BERPENAMPANG SEGITIGA Haerul Pathoni	1010
PEMODELAN ARUS MUSIMAN DI PERAIRAN LEMUKUTAN KALIMANTAN BARAT Arie Antasari Kushadiwijayanto*, Apriansyah, Nora Idiawati	1016
STUDI PARAMETER BURNUP SEL BAHAN BAKAR BERBASIS URANIUM METALIK (U _{Zr}) PADA REAKTOR CEPAT BERPENDINGIN HELIUM Heffi Naini ¹ , Fiber Monado ² *, Menik Ariani ²	1029
INVESTIGASI KETERAMPILAN PROSES SAINS GURU BERPRESTASI SEKOLAH DASAR DI RIAU Zulirfan ¹), Zanaton Haji Iksan ²)	1037
PENGEMBANGAN BAHAN AJAR IPA TERPADU GERAK BENDA DAN MAKHLUK HIDUP BERMUATAN LITERASI SAINTIFIK UNTUK SISWA SMP KELAS VIII Asrizal, Liza R, Festiyed	1044
A COMPARATIVE STUDY OF SMALL LONG-LIFE GAS COOLED FAST REACTOR Rio Anshari	1057
PENGARUH VARIASI % WT EPOXY RESIN PADA SIFAT MAGNET BONDED NDFEB Nasruddin M.Noer ¹ ; Devy Permatasari ¹ ; Krista Sebayang ¹ ; Nenen Rusnaeni ² ; Muljadi ² ; Eko Arif ² ;	1064
STRUKTUR NANO PARTIKEL OKSIDA BESI DARI PASIR BESI PANTAI TIRAM SUMATERA BARAT Yenni Darvina*, Debi Rianto, Fitria Murti, Nidya Yulfriska, Ramli	1068

PENERAPAN BAHAN AJAR ICT DALAM MODEL DIRECT INSTRUCTIONAL TERHADAP KOMPETENSI FISIKA SISWA Hidayati1 , Masril1, Lailatul Khairiah1	1077
SISTEMATIKA KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH DENGAN MENERAPKAN METODE PROBLEM SOLVING DI SMA NEGERI 9 KOTA BENGKULU Andik Purwanto1, Putri Anggraini2	1086
PENINGKATAN KETERAMPILAN BERPIKIR KREATIF MAHASISWA MELALUI PEMBELAJARAN PROBLEM SOLVING PADA MATERI HUKUM-HUKUM NEWTON Eko Swistoro Warimun	1095
MENINGKATKAN KEMAMPUAN MEMECAHKAN MASALAH DAN MENGELOLA DIRI SENDIRI MELALUI SELF ASSESSMENT MAHASISWA PENDIDIKAN FISIKA PPS UNIVERSITAS NEGERI PADANG Festiyed1), Djusmaini Djamas2),	1103
TINGKAT KETERLAKSANAAN PENDEKATAN CONTEXTUAL TEACHING AND LEARNING DALAM PEMBELAJARAN FISIKA DI KELAS X SMAN PEKANBARU Zulhelmi1), Mitri Irianti1), Eka Lestari	1117
PENGEMBANGAN KECERDASAN KOMPREHENSIF DALAM MATERI PEMBELAJARAN HAKIKAT FISIKA DAN PROSEDUR ILMIAH Zulhendri Kamus 1), Gusnedi 2), Faradillah 3), Junaidy Syam 4), Fitri Indah Sari 5), Eurumi Farania 6)	1127
EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN FISIKA BERBASIS RISET UNTUK MENINGKATKAN KREATIVITAS SISWA Usmeldi	1133
PENERAPAN PEMBELAJARAN BERBASIS WEB UNTUK MENINGKATKAN AKTIVITAS BELAJAR ELEKTRONIKA DASAR MAHASISWA PENDIDIKAN FISIKA M. Rahmad1,2	1144
SIKAP MAHASISWA TERHADAP MATAKULIAH FISIKA DASAR DI PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN UNIVERSITAS JAMBI Titi Nurjanah 1), Astalini 2) , Wawan Kurniawan 3)	1156
EFFECTIVENESS OF PHYSICS LEARNING BASED ON MULTI REPRESENTATION TO GAIN THE STUDENTS PHYSICS EDUCATION REPRESENTATION ABILITY Yennita	1166
EFEKTIVITAS LKPD BERORIENTASI KOMPLEKSITAS KONTEN DAN PROSES KOGNITIF UNTUK PEMBELAJARAN FISIKA SMA/MA Harman Amir 1) Amali Putra1) Vera Yunita 3)	1180
ANALISIS POLA PIKIR DAN PERILAKU LINGKUNGAN MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA FKIP UNRI TERHADAP LINGKUNGAN	1194

HIDUP DI KAMPUS FKIP UNRI

Muhammad Syafi'i(1), M. Nor(2)

ANALISIS PERSEPSI MAHASISWA PENDIDIKAN FISIKA TERKAIT PENTINGNYA PEMBELAJARAN FISIKA BERMAKNA YANG MENERAPKAN UNSUR KEARIFAN LOKAL SUMATERA BARAT

Renol Afrizon, Hidayati, Rio Anshari

1214

UPAYA PENINGKATAN KETERAMPILAN KOMUNIKASI DAN BERPIKIR KRITIS MELALUI MODEL PROBLEM BASED LEARNING MAHASISWA PENDIDIKAN BIOLOGI PADA MATA KULIAH FISIKA DASAR 1

Muhammad Nor, Zuhdi Maaruf, M. Syafi'i

1223

PENINGKATAN KETERAMPILAN LITERASI INFORMASI, KOMUNIKASI, DAN HASIL BELAJAR MELALUI PENDEKATAN SAINTIFIK. PERKULIAHAN SEJARAH FISIKA MAHASISWA FKIP UNIVERSITAS RIAU

Zuhdi M, Muh Nor

1244

DISAIN LABORATORIUM VIRTUAL MELALUI ICT PADA MATA PELAJARAN FISIKA SMA

Masril, Hidayati, Yenni Darvina

1255

KARAKTERISTIK BAHAN AJAR FISIKA BERORIENTASI PADA KOMPLEKSITAS KONTEN DAN PROSES KOGNITIF UNTUK PEMBELAJARAN FISIKA SMA

Amali Putra 1), Adree Octova 2)

1265

PERAN MULTIMEDIA VIRTUAL LERNING TERHADAP PENINGKATAN KOMPETENSI PSIKOMOTOR FISIKA SISWA SMA PEKANBARU

Muhammad Nasir

1278

IMPLEMENTATION DISCOVERY LEARNING MODLE IN PHYSICS CLASSROOM SMPN 2 KOTA BENGKULU

Indra Sakti, Chendya TW

1287

PENGARUH PEMBELAJARAN GENERATIF BERBASIS STRATEGI KONFLIK KOGNITIF TERHADAP KOMPETENSI MAHASISWA DALAM MATA KULIAH ALGORITMA DAN PEMOGRAMAN KOMPUTER

Akma1), Harman Amir2)

1301

PENGEMBANGAN BAHAN AJAR FISIKA BERBASIS KONTEKSTUAL PADA PEMBELAJARAN GUIDED INQUIRY UNTUK KELAS XI SMA/MA

Hufri

1312

EFFORTS TO IMPROVE ABILITY PROBLEM SOLVING THROUGH PROBLEM SOLVING METHODS ASSISTED PROBLEM SHEET (PS)

Desy Hanisa Putri1) dan Andik Purwanto2)

1322

AN ASSESSMENT OF HIGHER ORDER THINKING SKILLS OF STUDENTS IN PHYSICS LEARNING OF SMA CLASS XI

Syaiful Rochman

1331

UPAYA MENUMBUHKAN SIKAP RELIGIUS DENGAN MIND MAP BERNUANSA

1345

HIKMAH GRAVITASI PADA MEKANIKA

Letmi Dwiridal

HASIL BELAJAR MAHASISWA MELALUI IMPLEMENTASI COOPERATIVE LEARNING PADA MATA KULIAH FISIKA KUANTUM
Azizahwati 1357

PENERAPAN PENDEKATAN STUDENT CENTERED LEARNING (SCL) PADA MATA KULIAH STRATEGI PEMBELAJARAN FISIKA UNTUK MENINGKATKAN AKTIVITAS, HASIL BELAJAR DAN SOFT SKILLS MAHASISWA PENDIDIKAN FISIKA SEMESTER V FKIP UNIVERSITAS BENGKULU
Rosane Medriati 1),Eko Risdianto 2) 1364

DIAGNOSIS MISKONSEPSI MAHASISWA PENDIDIKAN FISIKA PADA KONSEP WARNA (COLOR VISION)
Maison, Nurul Yani 1376

BUKU 3(KIMIA)

GANGGUAN KESEHATAN PADA PENYEMPROT PESTISIDA NABATI DI KABUPATEN SERDANG BEDAGAI TAHUN 2016
Lina Tarigan, Adil Ginting 1381

PEMBUATAN DAN UJI AKTIVITAS ANTIOKSIDAN KRIM BERBAHAN AKTIF NANOPARTIKEL ZnO YANG DISINTESIS DENGAN CAPPING AGENT EKSTRAK DAUN Hibiscus rosa-sinensis
Evi Maryanti 1, Arvina Beanitari 1, Eni Widiyati 1, Elmitra2, Totok Eka Suharto 1 1385

UJI AKTIVITAS DAN PENENTUAN KADAR PROTEIN ENZIM AMILASE HASIL FRAKSINASI DARI UMBI SUWEG (*Amorphophallus campanulatus*)
Dwita Oktiarni , Septi Eka Putri , Sal Prima Yudha S 1392

PENGARUH WAKTU KONTAK DAN UKURAN BUTIR PADA DAYA SERAP KITOSAN DARI LIMBAH CANGKANG KEPITING TERHADAP AMONIAK DALAM LARUTAN
Teja Dwi Sutanto, Charles Banon, dan Santi Sarini 1400

INTERESTERIFIKASI DAN BLENDING RBDPS DENGAN MINYAK KEMIRI UNTUK PEMBUATAN LEMAK MARGARIN
Jamaran Kaban, Mimpin Ginting, Ebenezer Primsa Ginsu 1405

KOMPOSIT SELULOSA BAKTERIAL-RUMPUT LAUT (*Eucheuma cottoni*): SINTESIS DAN KARAKTERISASI
Ananda Putra, Febbi Rahmayuni , Edi Nasra 1414

SINTESIS SENYAWA RUDDLESSEN-POPPER $\text{Ca}_2\text{Mn}_0.5\text{Nb}_0.5\text{O}_4$ (M = Mn dan Fe) DENGAN METODE LELEHAN GARAM
Arif Kurnia1, Emriadi1, Zulhadjri1 1425

KOMPOSIT INTERPENETRASI JARINGAN POLIMER ANTARA POLIURETAN ALAM-KARET SIR-10 DENGANPENAMBAHAN MONTMORILLONIT SEBAGAI BAHAN PENGISI 1430

Tamrin

- ISOLASI NANOSERAT SELULOSA DARI TANDAN KOSONG SAWIT (*Elaeis guinensis* Jack) DENGAN MENGGUNAKAN MEDIA TEMPO SEBAGAI OKSIDATOR 1447
Saharman Gea, Rino Epriadi, Arie Genap Parhusip, Yugia Muis
- PENGARUH TEMPERATUR KALSINASI TERHADAP POROSITAS PADA EKSTRAKSI SILIKA DARI ABU CANGKANG KELAPA SAWIT 1454
Andriyani, Echohadi S Simbolon, Saur Lumbanraja
- FLUORAL-P REAGENT FOR DETECTION OF FORMALIN BY UV-VIS SPECTROPHOTOMETRY 1463
Edi Nasra1, Indang Dewata1, Juli Mandasari1 1, Department of Chemistry, University of Padang Email: hardi_rais@yahoo.com
- METODE ANALISIS KANDUNGAN ION TEMBAGA(II) DENGAN PENGOMPLEKS AMONIA (NH₃) DALAM AIR SECARA SPEKTROFOTOMETRI UV-Vis 1470
Indang Dewata, Budhi Oktavia, Aulya Ersas, Alizar Ulianas
- SENYAWA ISOFLAVONOID DARI DAUN TUMBUHAN BENALU NANGKA (*Macrosolen cochinchinensis* (Lour). Van Tiegh) 1480
Sovia Lenny, Lamek Marpaung, Jessy Medita Debora Sitompul
- PEMBUATAN SABUN CAIR AROMA JERUK KALAMANSI DARI MINYAK GORENG BEKAS 1485
Devi Silsia, Laili Susanti, Reko Apriantoned
- STUDI PEMBUATAN PUPUK ORGANIK CAIR (POC) DARI LIMBAH KULIT KAKAO (*Theobroma cacao* L.) 1493
Merri Asiska, Sri Wahyun), Muhammad Iqbal, Muhammad Fikriansyah Ledyani Sipahutar
- PENGARUH PEMBERIAN KEFIR KEDELAI TERHADAP KADAR BLOOD UREA NITROGEN DAN KREATININ PADA *Rattus norvegicus* YANG DIPAPAR BORAKS 1502
Anna Roosdiana, Herlina Pratiwi, Dini Enggal Rizqi Lestari
- DEGRADASI METHYL GREEN SECARA FOTOLISIS DAN SONOLISIS MENGGUNAKAN KATALIS TIO₂-PEG 1509
Hary Sanjaya, Hardeli, Dina Fitria Z
- PEMANFAATAN MICROFLUIDIK PDMS (POLIDIMETHILSILOKSAN) SEBAGAI PLATFORM PEMBERIAN STIMULASI BERKALA PADA SEL 1520
Zubaidah Ningsih, James Chon, Andrew Clayton
- MEKANISME REAKSI SUBSTITUSI NUKLEOFILIK SN₁ DAN SN₂ DENGAN SENYAWA HALOGEN ORGANIK 1528
Nina Adriani, Nuryanti dan Maimun
- STUDI DINAMIKA MOLEKULAR DAN KINETIKA REAKSI PADA PEMBELAHAN MOLEKUL AIR UNTUK PRODUKSI GAS HIDROGEN 1533
Rahadian Zainul, Budhi Oktavia, Jon Effendi dan Indang Dewata
- OPTIMASI PEMISAHAN EKSTRAK METANOL KULIT BATANG TUMBUHAN 1545

BINAHONG (<i>Anredera cordifolia</i>) SECARA MPLC DickySildianto,Noviany, dan Andi Setiawan	
IDENTIFIKASI ESTER DARI EKSTRAK NON POLAR KULIT BATANG MAHKOTA DEWA (<i>Phaleria macrocarpa</i> (Scheff.) Boerl.) DENGAN GC-MS Susilawati, Sabirin Matsjeh, Harno Dwi Pranowo and Chairil Anwar	1558
SINTESIS BASA SCHIFF DARI ASAM OLEAT DAN PEMANFAATANNYA SEBAGAI INHIBITOR KOROSI TERHADAP LOGAM SENG DALAM MEDIA LARUTAN HCl Mimpin Ginting, Darwis Surbakti, Sophia Febriani	1565
EKSTRAKSI DAN UJI STABILITAS ANTOSIANIN DARI DAUN JATI MUDA (<i>TECTONA GRANDIS</i> L. F) Rizqiani Abfidah, Yusbarina	1576
SINTESIS DAN KARAKTERISASI FILM GALAKTOMANAN IKAT SILANG GLUTARALDEHIDA MELALUI KONDENSASI GALAKTOMANAN BIJI AREN (<i>Arenga pinnata</i>) DAN GLUTARALDEHIDA Juliati Br Tarigan, Mimpin Ginting dan Imelda Oktaviana	1584
PENGARUH WAKTU HIDROLISIS TERHADAP KADAR GLUKOSA DARI SELULOSA AMPAS TEBU MENGGUNAKAN ENZIM SELULASE DARI PANKREAS KEONG MAS (<i>Pomacea caniculata</i>) Rumondang Bulan, Firman Sebayang, Dian Kurniasih Beruh	1594
SINTESIS O-[N,N-BIS(2-HIDROKSIETIL)ASETAMIDO]SELULOSA MELALUI REAKSI SELULOSA MEMBENTUK CMC DILANJUTKAN DENGAN AMIDASI MENGGUNAKAN DIETANOLAMINA Adil Ginting, Mimpin Ginting, Hotlan Heber Situmeang	1603
KARAKTERISASI GEOKIMIA DAN BIOMARKER DARI ANTAR SUMUR MINYAK BUMI:IMPLIKASINYA TERHADAP KORELASI, LINGKUNGAN PEWNGENDAPAN DAN KEMATANGAN MINYAK BUMI YANG BERASAL DARI KULIM KM 7, DURI-BENGGALIS, RIAU DENGAN MINYAK BUMI BANGKO-ROHIL, RIAU Emrizal Mahidin Tamboesai	1612
PENGARUH TEMPERATUR KALSINASI TERHADAP POROSITAS PADA EKSTRAKSI SILIKA DARI ABU CANGKANG KELAPA SAWIT Andriyani, Echohadi S Simbolon, Saur Lumbanraja	1621
KARET ALAM SIKLIS TERMODIFIKASI ANHIDRIDA MALEAT DAN NANOKRISTALSELULOSA SEBAGAI CAT EMULSI KAYU Basuki Wirjosentono, Tamrin, Hanafi Ismail , Amir Hamzah Siregar, M. Said Siregar , I Putu Mahendra , Muhammad Emir Aulia	1630
APU ROOTS WOOD ABILITY (<i>Pistiastratiotes</i> . L) AS BIOSORBENT TO REDUCE LEVELSOF LEAD METAL ION (Pb ²⁺) Elva YasmiAmram, Anik Saputri Andrieani, Sri Wilda Albeta	1636
ANALYSIS OF LEAD IN THE BLOOD USING ATOMIC ABSORPTION SPECTROMTERY METHOD	1642

Suheryanto1, Poedji Loekitowati Hariani, Bunga Rami

OPTIMASI ADSORPSI CONGO RED MENGGUNAKAN TANAH NAPA SEBAGAI ADSORBEN DENGAN METODA BATCH Mawardi Mawardi, Bahrizal, Wayan Pratama	1648
ANALISIS BUTIR SOAL UJIAN SEMESTER GENAP PELAJARAN KIMIA KELAS XI IPA SMA Deta Marlina Rahmadeni, Susilawati, Armiyus Thaib	1662
PERFORMANCE DAN KARAKTERISASI ADSORBEN DARI JERAMI PADI PADA PROSES ADSORPSI ION LOGAM CADMIUM (II) Lince Muis	1670
ISOLASI DAN KARAKTERISASI FLAVONOID DARI DAUN TUMBUHAN KAPUK (Ceiba pentandra L.) Sri Benti Etika	1680
ANALISIS ION Fe(III) MELALUI PEMBENTUKAN KOMPLEKS Fe-OKSINAT DALAM ETANOL MENGGUNAKAN HPLC Budhi Oktavia, Ratih Comala Sary	1686
AKTIVITAS ANTIMIKROBA EDIBLE FILM DARI PATI SUKUN – ALGINAT YANG DI INKORPORASI DENGAN MINYAK ATSIRI DAUN ATTARASA (Litsea cubeba Lour. Pers) Cut Fatimah Zuhra, Jamaran Kaban, Erman Munir, Marpongahtun	1691
OPTIMALISASI JENIS INDUSER PRODUKSI ENZIM SELULASE OLEH STRAIN LOKAL Aspergillus Spp TERMOTOLERAN Jumrotus Sholeha, Silvera Devi	1696
PREPARASI POLISTIRENA DARI LIMBAH STYROFOAM SEBAGAI POLIMER ELEKTROLIT PEG-HAP-LiClO ₄ Ghufira, Irfan Gustian, Charles Banon	1706
PELAPISAN MAGNETIT DENGAN SILIKA TERMODIFIKASI AMIN MELALUI TEKNIK GRAFTING UNTUK ADSORPSI MULTI LOGAM Ngatijo, Faried, F., Nelson, Gusti, D. R., Prantika, R dan Susilo, S	1713
TITANIA PILLARED ACID ACTIVATED BENTONITE FOR REMOVAL OF INDIGO CARMINE IN WASTEWATER BENTONIT TERAKTIVASI ASAM TERPILAR TITANIA UNTUK PENGHILANGAN INDIGO CARMINE DALAM AIR LIMBAH Surya Lubis, Sheilatina Vicky Praja Putra and Syahranta Sepia Nika	1720
KARAKTERISASI GEOKIMIA DAN BIOMARKER DARI ANTAR SUMUR MINYAK BUMI cekungan sumatera tengah: MINYAK BUMI YANG BERASAL DARI PENDALIAN DAN LANGGAK -ROHUL, RIAU Emrizal Mahidin Tamboesai	1727
CRUDE PALM OIL'S (CPO) BOTTOM ASH AS A LOW-COST ADSORBEN FOR REMOVAL OF METHYLEN BLUE (MB) FROM AQUEOUS SOLUTION Deni Agus Triawan, Bambang Trihadi, Nesbah	1735

PENGEMBANGAN SENSOR ELEKTROKIMIA UNTUK PENENTUAN UREA Kawan Sihombing, Manihar Situmorang dan Wesly Hutabarat	1742
AKTIFITAS SITOTOKSIK EKSTRAK DAN SENYAWA HASIL ISOLASI DARI KULIT BATANG MATOA (POMETIA PINNATA FORST & FORST) Neni Trimedona, Hazli Nurdin, Djaswir Darwis, Mai Efdi	1749
SINTESIS SENYAWA SIANOHRIDIN DARI VANILIN Muhamad Agus Wibowo , Yeni Kristanti , Endah Sayekti	1755
AKTIVITAS ANTIKANKER EKSTRAK KULIT BATANG TANAMAN PALA (Myristica fragrans Houtt) PROVINSI ACEH Binawati Ginting, Mustanir, Hira Helwati, Lydia Septa Desiyana, Rohmat Mujahid	1760
MICROWAVE-ASSISTED DERIVATIZATION OF CITRONELLAL OF KAFFIR LIME OIL (Citrus hystrix DC.) TO SCHIFF BASE COMPOUNDS Warsito, Mohamad Farid Rahman, Suratmo	1767
GLUKANASE DAN KHITINASE DARI BEBERAPA ISOLAT JAMUR ENDOFIT TRICHODERMA Sp. Sasangka Prasetyawan	1773
AKTIVITAS ENZIM XILANASE FUNGI ASIDOFILIK TERPILIH DARI TANAH GAMBUT Puji Ardiningsih, Eka Tresna Widhiana, Lia Destiarti	1782
MICROWAVE-ASSISTED DERIVATIZATION OF CITRONELLAL OF KAFFIR LIME OIL (Citrus hystrix DC.) TO SCHIFF BASE COMPOUNDS Warsito , Mohamad Farid Rahman, Suratmo	1790
CONJUGATED LINOLEIC ACID PURIFICATION BY ARGENTONATED ALUMINA COLUMN CHROMATOGRAPHY Marham Sitorus and Wesly Hutabarat	1796
EFEK TiO ₂ SEBAGAI KATALIS PEMBUATAN HIDROGEN DARI AIR MENGUNAKAN INISIASI UV Minto Supeno	1803
PEMBUATAN COMPACT DISC (CD) INTERAKTIF DENGAN PENDEKATAN INKUIRI UNTUK POKOK BAHASAN TERMOKIMIA KELAS XI IPA SEKOLAH MENENGAH ATAS Inelda Yulita	1815
INOVASI PEMBELAJARAN INTERAKTIF BERBASIS KONTEKSTUAL UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MAHASISWA PADA PENGAJARAN KIMIA UMUM Marudut Sinaga, Kawan Sihombing, dan Manihar Situmorang	1825
PENGEMBANGAN MODUL HIDROLISIS GARAM BERBASIS DISCOVERY LEARNING UNTUK KELAS XI SMA/MA	1834

Bayharti, Yerimadesi, Hafizatul Bahri

- ANALISIS PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN INTEGRATIF DAN PENGARUHNYA TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA PADA MATERI LARUTAN ELEKTROLIT DAN NONELEKTROLIT KELAS X SMKN 3 KOTA JAMBI
Erik Tampubolon, Epinur, Haryanto 1842
- INOVASI BAHAN AJAR INTERAKTIF BERBASIS MULTIMEDIA UNTUK MENINGKATKAN KOMPETENSI MAHASISWA PADA PENGAJARAN KIMIA ANALITIK DASAR
Manihar Situmorang, Marudut Sinaga, Marham Sitorus, dan Ajat Sudrajat 1846
- PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN INTERAKTIF KIMIA BERBASIS AUTOPLAY MEDIA STUDIO 8 PADA POKOK BAHASAN ASAM BASA DI KELAS XI SMA/MA
Roza Linda, Sintari, Johni Azmi 1857
- KARAKTERISASI SENYAWA SITOTOKSIK TERHADAP SEL MURINE LEUKEMIA P-388 DARI EKSTRAK BIJI HONJE (*Etilingera elatior*)
Alfindah Rusanti, Dede Sukandar, Tarso Rudiana, Adawiah 1866
- PENERAPAN PEMBELAJARAN BERBASIS PROYEK (PROJECT BASED LEARNING) DIPADU INKUIRI TERBIMBING UNTUK MENINGKATKAN KEAKTIFAN SISWA KELAS X SMKN 9 MUARO JAMBI PADA MATERI IKATAN KIMIA
Merita 1886
- PENGEMBANGAN MODUL SISTEM KOLOID BERBASIS PENDEKATAN SAINTIFIK UNTUK KELAS XI SMA
Yerimadesi, Ellizar, Fitri Hayati, Uswatun Hasanah 1892
- PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN MENGGUNAKAN SOFTWARE PREZI PADA MATERI STRUKTUR ATOM UNTUK SISWA KELAS X SMA ISLAM AL FALAH KOTA JAMBI
Yulia Citra 1903
- MISKONSEPSI PESERTA PROGRAM PROFESI GURU UNIVERSITAS RIAU PADA STRUKTUR ATOM DAN IKATAN KIMIA MELALUI JUMPING TASK
Maria Erna, Ittihadul Kemal, Marsidi dan Voni Oktavianda 1914
- STRATEGI PEMBELAJARAN AKTIF SEPAKBOLA VERBAL UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR IKATAN KIMIA SMA
Okma Rahmatya, Erviyenni, Armiyus Thaib 1923
- PEMBELAJARAN TALKING STICK DENGAN PETA KONSEP TERHADAP HASIL BELAJAR KIMIA MADRASAH ALIYAH
Rendra dan Lisa Utami 1929
- ANALISA PELAKSANAAN PRAKTIKUM/ DEMONSTRASI KIMIA DI SMA NEGERI KABUPATEN SIAK
Miftah Athor Sanjaya, Asmadi Muhammad Noer, Radjawaly Usman Rery 1941

MEDIA PEMBELAJARAN ALTERNATIF DALAM MEREDUKSI MISKONSEPSI SISWA PADA MATA PELAJARAN KIMIA Fitriah Khoirunnisa ¹), Rayandra Asyhar ¹ , Ardi Widhia Sabekti ²	1951
PEMBELAJARAN KIMIA DENGAN PENDEKATAN CHEMO-ENTREPRENEURSHIP UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR DAN LIFE SKILL Reinna Elsha	1956
PEMBUATAN SEL VOLTA BUAH BELIMBING WULUH SEBAGAI ALTERNATIF PRAKTIKUM ELEKTROKIMIA DI SMA Nurul Auliya Nisa, Yusbarina	1962
PEMBUATAN PERMAINAN ULAR TANGGA KIMIA SEBAGAI MEDIA PEMBELAJARAN PADA MATERI SENYAWA HIDROKARBON UNTUK SMA/MA Iswendi ¹ , Bayharti ² , Dwivelia Aftika Sari ³	1969
PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA SISWA BERBASIS INKUIRI TERBIMBING UNTUK MATERI HALOALKANA, ALKANOL DAN ALKOKSI ALKANA Iryani ¹), Iswendi ²), Robi Saputra ³)	1979
PENGGUNAAN KARTU PADA PEMBELAJARAN KOOPERATIF DALAM PENCAPAIAN BELAJAR TUNTAS MATERI SISTEM PERIODIK UNSUR(SPU) DI SMA Addinul Adli ¹) dan Maria Erna ²)	1986
MENINGKATKAN DAYA INGAT PESERTA DIDIK MELALUI LKS ELEKTRONIK BERBASIS PAGEFLIP 3D PADA MATERI IKATAN KIMIA YANTI	1999
THE DEVELOPMENT OF GUIDED INQUIRY-BASED MODULE INTEGRATED WITH EXPERIMENTS AND SCIENTIFIC PROCESS SKILLS IN TOPIC OF ACID AND BASE FOR SENIOR HIGH SCHOOL STUDENT Andromeda ¹) Ellizar ²) Widya Hasvini Putri ³)	2021
ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH SISWA KEPRIBADIAN TIPE THINKING DALAM MENYELESAIKAN SOAL LARUTAN ASAM BASA KELAS XI MULTIMEDIA 1 SMK NEGERI 9 MUARO JAMBI Kusmawati	2035
REVITALIZATION OF LEARNING CHEMISTRY BASE ON MALAY CULTURE TO ESTABLISHING THE CHARACTER EDUCATION IN KEPULAUAN RIAU PROVINCE Nancy Willian ¹	2040
PEMBELAJARAN AKTIF SEPAKBOLA VERBAL UNTUK MENINGKATKAN PRESTASI BELAJAR HIDROLISIS GARAM SMA Annisaul Khasanah Wulandari ¹), Elva Yasmi Amran ²), Jimmi Copriady ³).	2051
PENGEMBANGAN PEMBELAJARAN BERBASIS MASALAH PADA MATERI GAS	2061

UNTUK MENINGKATKAN KETERAMPILAN BERPIKIR KRITIS

Ani Sutiani, Zainuddin Mukhtar, Nurmalis

PENGEMBANGAN MODUL KONTEKSTUAL MATERI ZAT ADITIF DAN ADIKTIF-PSIKOTROPIKA UNTUK SMP/MTS
Suryelita1), Bayharti2), Susri Handayani3)

2070

PENINGKATAN PEMAHAMAN KONSEP KIMIA PESERTA DIDIK MELALUI PENGEMBANGAN MEDIA AUDIO VISUAL

Asmadi Muhammad Noer 1), Roza Linda 1), Novia Sellyna2)

2078

PENGEMBANGAN MODUL IKATAN KIMIABERORIENTASI KETERAMPILAN GENERIK SAINS

Abdul Hadjranul Fatah, I Nyoman Sudyana, dan Deklin Frantius

2091

PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK BERBASIS PROYEK UNTUK PEMBELAJARAN KIMIA KELAS XI SMA KOTA JAMBI

M. Dwi Wiwik Ernawati

2106

APLIKASI INSTRUMEN PENILAIAN TWO-TIER MULTIPLE CHOICE UNTUK MENGUKUR PEMAHAMAN KONSEP SISWA PADA MATERI KIMIA

Indah Fahmiana

2114

PERMAINAN TEKA TEKI SILANG (TTS) UNTUK MENINGKATKAN AKTIVITAS BELAJAR KIMIA UNSUR SMA

Nurhafni dan Maria Erna

2121

“PEMBELAJARAN INDEX CARD MATCH UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR REAKSI REDUKSI OKSIDASI DI MAN”

Ardianto1), Herdini2), Abdullah3)

2127

PEMBELAJARAN RTE UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR IKATAN KIMIA DI SMA

Hasnah1), Herdini2), Miharty3).

2141

PENDEKATAN PEMBELAJARAN INKUIRI UNTUK MENCAPAI KETUNTASAN BELAJAR LAJU REAKSI DI SM

R. Okta Rise Armis1), Johni Azmi2), Betty Holiwarni3)

2152

STUDI EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN MODEL KOOPERATIF PADA MATERI KIMIA KONSEP MOL DI SMA

Lenni Khotimah Harahap1, Albinus Silalahi2

2159

PENGEMBANGAN DAN UJI KELAYAKAN MEDIA PUZZLE KIMIA PADA MATERI TATANAMA SENYAWA KIMIA DI KELAS X

Fajar Aidilisyah1), Budhi Oktavia2), Bayharti3)

2171

HUBUNGAN PERSEPSI SISWA TENTANG PELAJARAN KIMIA DENGAN HASIL BELAJAR KIMIA SISWA

Siti Nazhifah1, Jimmi Copriady2, Herdini3

2178

DEVELOPING PROBLEM BASED LEARNING INSTRUCTIONAL MODULE IN

2188

COLLOID SYSTEM

Ellizar dan Veni Sofiani

- STRATEGI PEMBELAJARAN AKTIF PEER LESSON UNTUK MENINGKATKAN PRESTASI BELAJAR HIDROKARBONDISMA
Ellya Adnan¹), Rajawali Usman Rery²), Maria Erna³) 2197
- PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN KIMIA DALAM BENTUK COMPACT DISK (CD) BERBASIS MULTIMEDIA PADA MATERI SISTEM PERIODIK UNTUK KELAS X
Rindang Kembar Sari 1), Misdar 2). 2204
- PENGEMBANGAN INSTRUMEN TES DIAGNOSTIK UNTUK MENGIDENTIFIKASI MISKONSEP SISWA PADA MATERI IKATAN KIMIA
Ebiati¹) 2212
- PENGARUH PENGGUNAAN MEDIA BERORIENTASI CHEMISTRY TRIANGLE PADA PEMBELAJARAN KOOPERATIF, INDIVIDUAL DAN KONVENSIIONAL TERHADAP HASIL BELAJAR KIMIA SISWA KELAS X.
Latisma Dj, 2218
- PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK BERBASIS PROBLEM SOLVING PADA MATA PELAJARAN KIMIA SMA POKOK BAHASAN TERMOKIMIA
Elvira Lastr¹), Betty Holiwarni²), Abdullah³) 2227
- PENGUNAAN MULTIMEDIA UNTUK MENCAPAI KETUNTASAN BELAJAR KIMIA SMA
Erni¹) dan Rasmiwetti) 2239
- EFEKTIVITAS MODEL PEMBELAJARAN DISCOVERY LEARNING TERHADAP KEMANDIRIAN SISWA DALAM PEMAHAMAN KONSEP KIMIA DI SMA EL MUNDO JAMBI
Syafri¹) 2248
- PEMBELAJARAN GIVING QUESTION AND GETTING ANSWER UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR KIMIA SMA
Vicky Wahyudi¹) dan Maria Erna²) 2257
- PENGARUH PENGGUNAAN MODEL PEMBELAJARAN TERHADAP PRESTASI BELAJAR SISWA SMA PADA MATERI TERMOKIMIA
Putri Mutiara Ishak 2267
- PENGEMBANGAN BAHAN AJAR KIMIA INOVATIF BERBASIS PENDEKATAN SAINTIFIK UNTUK PENGAJARAN TITRASI ASAM BASA
Nurlela Ramadani Marpaung dan Manihar Situmorang 2276
- PENGEMBANGAN BAHAN AJAR INOVATIF BERBASIS PROYEK DENGAN MULTIMEDIA UNTUK MENINGKATKAN KOMPETENSI MAHASISWA PADA PENGAJARAN ALDEHIDA DAN KETON
Jamalum Purba, Manihar Situmorang*, dan Ratu Evina Dibiyantini 2289

THE USE OF COOPERATIVE LEARNING TYPE PROBLEM POSING TO IMPROVE STUDENT'S ABILITY AND SCIENTIFIC ATTITUDE IN CHEMISTRY SUBJECT IN HIGH SCHOOL. Rini	2300
STRATEGI PEMBELAJARAN AKTIF TIPE TRUE OR FALSE UNTUK MENINGKATKAN PRESTASI BELAJAR STUKTUR ATOM SMA Khairunnisa Elva Yasmi Amran Rajawali Usman Rery	2307
PENGEMBANGAN BAHAN AJAR INOVATIF BERBASIS SAINTIFIK UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MAHASISWA DALAM PENGAJARAN ANALISIS KATION Roy Siagian dan Manihar Situmorang	2313
PENGEMBANGAN PENUNTUN PRAKTIKUM INTERAKTIF PADA MATERI HIDROKARBON DAN MINYAK BUMI DI SMA/MA Bajoka Nainggolan, Wesly Hutabarat, Marham Sitorus	2325
THE DEVELOPMENT STUDENT WORKSHEET METAKOGNITIF APPROACH TO IMPROVE CRITICAL SKILLS STUDENTS THINK Roberto Putra Kusuma Hutagaol, Muhammad Rusdi	2336
THE DEVELOPMENT STUDENT WORKSHEET METAKOGNITIF APPROACH TO IMPROVE CRITICAL SKILLS STUDENTS THINK Roberto Putra Kusuma Hutagaol, Muhammad Rusdi	2344
EFEKTIFITAS MODEL PROBLEM BASED LEARNING UNTUK MENINGKATKAN KETRAMPILAN PROSES SAINS DAN KEMAMPUAN MEMECAHKAN MASALAH KIMIA SISWA SMA KELAS XI IPA SMAN 8 TANJUNG JABUNG TIMUR YULIA ADE PERMANAWATI	2352
BUKU 4 (BIOLOGI)	
PENGEMBANGAN LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD) BERBASIS INKUIRI TERSTRUKTUR UNTUK SISWA SMP/MTs Helendra, Dwi Hilda Putri, dan Rany Vebriany	2363
ENHANCE CREATIVE THINKING SKILL STUDENTS LEARNING NATURAL SCIENCE JUNIOR Deswati	2377
ELECTRONIC PICTURE DICTIONARY DEVELOPMENT OF GENETIC BASED ADOBE FLASH PROFESSIONAL CS6 FOR BIOLOGY EDUCATION STUDENTS Evita Anggereini, Winda Dwi Kartika, dan Wendra Priatama	2386
HUBUNGAN KESADARAN METAKOGNITIF DENGAN PENGETAHUAN BIOLOGI SISWA SMA NEGERI DI KOTA PEKANBARU Giovanni Efrilla, Yuni Ahda, Dwi Hilda Putri	2397
PENGETAHUAN KONSERVASI PADA SISWA SMA DENGAN PEMBELAJARAN INDOOR-OUTDOOR MENGGUNAKAN MODUL PENDIDIKAN KONSERVASI	2406

KURA-KURA

Alif Yanuar Zukmadini¹⁾, Wiryono¹⁾, Aceng Ruyani¹⁾, Catherine Matthews²⁾

PARADIGMA SISWA SEKOLAH DASAR KOTA BENGKULU TERHADAP KONSERVASI EKS-SITU KURA-KURA DI KAMPUS UNIVERSITAS BENGKULU Irwandi Ansori, Bhakti Karyadi, Feri Noperman, dan Aceng Ruyani	2412
PENERAPAN MODEL DISCOVERY LEARNING/DL UNTUK MENINGKATKAN PROSES DAN HASIL PERKULIAHAN BIOLOGI DASAR MAHASISWA SEMESTER III PRODI PENDIDIKAN KIMIA FKIP UNIVERSITAS BENGKULU Irdam Idrus, Sri Irawati	2417
KEGIATAN 5M DALAM PROSES BELAJAR MENGAJAR UNTUK MENINGKATKAN AKTIVITAS BELAJAR BIOLOGI SISWA KELAS XI MIPA SMA NEGERI 3 DUMAI. Sukini	2423
PENGEMBANGAN MODUL BERNUANSA SPIRITUAL PADA MATERI SISTEM REPRODUKSI MANUSIA UNTUK SISWA SMA/MA Ardi, Lufri, Afif Alfarisi	2440
PEMANFAATAN LIMBAH NENAS (<i>Ananas comosus</i> L. Merr) SEBAGAI PENGEMBANGAN LKS PADA MATERI BIOTEKNOLOGI KONVENSIONAL DI SMA. Darmawati	2451
PENGEMBANGAN BUKU SUPLEMEN PEMBELAJARAN BERBASIS LITERASI LINGKUNGAN PADA MATERI PERUBAHAN LINGKUNGAN UNTUK SISWA SMA/MA KELAS X Fitri Arsih, Linda Advinda, Afrahman Sabri	2462
ANALISIS KESULITAN GURU BIOLOGI DALAM PELAKSANAAN PEMBELAJARAN KURIKULUM 2013 DI SMA NEGERI 1 MUARAJAMBI Ali Sadikin	2473
PENGEMBANGAN LKS BERDASARKAN STUDI KEANEKARAGAMAN TUMBUHAN PAKU DI KAWASAN WISATA BENGKULU TENGAH UNTUK MELATIH KETERAMPILAN PROSES SISWA SMA Ariefa Primair Yani, Siti Kurniawat, dan Bhakti Karyadi	2480
UJI BAKTERIOLOGIS PRODUK CINCAU HITAM DI BEBERAPA PASAR DI KOTA PADANG Siti Aisyah, Periadnadi, Nurmiati	2485
PENGARUH LIMBAH TANDAN KOSONG KELAPA SAWIT(TKKS) SEBAGAI MEDIA TANAM TERHADAPPERTUMBUHAN JAMUR TIRAM PUTIH (<i>Pleurotus ostreatus</i>), Rini Hastuti, Retni S Budiarti ¹ ,Harlis	2492
BUDIDAYA IKAN LELE OLEH ISTERI PETANI UNTUK MENINGKATKAN PENDAPATAN KELUARGA DI NAGARI LIMAU GADANG Armen	2503

ASOSIASI Cerbera manghas DENGAN KOMUNITAS TUMBUHAN BAWAH DI AREAL HIJAU UNIVERSITAS JAMBI Fitri Wahyuni, Mahya Ihsan, Nanda Fahmuin Tary, Liyona Noviollla, Meisinta Yuvita	2508
ANALISIS SWOT KERUSAKAN HUTAN TAMAN NASIONAL GUNUNG LEUSER RESORT TENGGULUN Zulfan Arico ¹⁾ , Sri Jayanthi ²⁾	2513
PEMANFAATAN DAUN BUASBUAS (<i>Premna pubescens</i> Blume.) TERHADAP KADAR ERITROSIT PADATIKUS PUTIH (<i>Rattus novergicus</i> L.) Martina Restuati, Nanda Pratiwi, Rahmad H. Gultom	2521
DESTILASI SAMPAH PLASTIK MENJADI MINYAK Delismar	2528
KEANEKARAGAMAN PLANKTON SEBAGAI INDIKATOR KUALITAS PERAIRAN KUALA LANGSA PROVINSI ACEH Sri Jayanthi, Elfrida, Lia Harian Program Studi Pendidikan Biologi, FKIP	2534
SEBARAN FITOPLANKTON SEBAGAI BIOINDIKATOR Mayang Sari Yeanny	2542
PENINGKATAN HASIL CABAI MERAH (<i>Capsicum annum</i> L.) DENGAN PENAMBAHAN PUPUK ORGANIK CAIR TUNICA Azwir Anha, Linda Advinda, dan Desi Hariati	2554
GLOBAL WARMING AND ECOLOGICAL DISASTER INPANGKALAN WEST SUMATERA WITH MARINE ECOLOGY VIEW Abdul Razak, Nurhasan Syah, Siti Fatimah, Indang Dewata, dan Eri Barlian	2561
AMOBILISASI <i>Rhizopus</i> sp. DARI RAGI TEMPE SEBAGAI BIOEKSTRAKSI KRIM SANTANKELAPAPADA PEMBUATAN VIRGIN COCONUT OIL (VCO) Irdawati Mades Fifendy, Nining SR	2568
JENIS-JENIS TUMBUHAN OBAT TRADISIONAL DI DAERAH MALALAK KABUPATEN AGAM PROVINSI SUMATERA BARAT Zelvi Wanti, Syamsuardi, dan Nurainas	2579
ANALISIS VEGETASI TUMBUHAN INVASIF PADA HABITAT RAWA DAN PERBUKITAN DI CAGAR ALAM RIMBO PANTI PASAMAN Wilda Sasra Yulita, Solfiyeni	2592
PENGARUH LAMA PELAPUKAN DAN DOSIS KALSIT TERHADAP PRODUKSI JAMUR MERANG Endah Murwandari, Nurmiati, Periadnadi	2602
PENGARUH PENAMBAHAN KALSIT (CaCO_3) DAN DOLOMIT ($\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$) TERHADAP PRODUKTIVITAS JAMUR MERANG (<i>Volvariella volvacea</i> (Bull.) Singer)	2610

PADA MEDIA TANDAN KOSONG KELAPA SAWIT

Rita Wahyusnita, Nurmiatidan Periadnadi

CURAHAN HATI (CURHAT) PARA GURU SAINS YANG SUDAH DISERTIFIKASI
DI SUMATERA BARAT DAN SEKITARNYA 2617

Lufri

POTENSI BAKTERI LOKAL DALAM MENDEGRADASI LIMBAH CAIR KELAPA
SAWIT 2626

Periadnadi, Nurmiatidan Monica Kharisma Swandi

UJI AKTIVITAS ANTIBAKTERI EKSTRAK AIR UMBI BENGKOANG (*Pachyrhizus
erosus* (L.) Urb.) TERHADAP PERTUMBUHAN BAKTERI *Staphylococcus epidermidis*
PENYEBAB JERAWAT 2640

Dwi Hilda Putri, Siskalil Fahma, Mades Fifendy

KANDUNGAN LOGAM BERAT TIMBAL DAN KADMIUM PADA *Anadara granosa*
DI PANTAI BATAM 2646

Elya Febrita, Nursal, Melisa Suryani

PERANAN EPIFIT VASKULAR TERHADAP KEANEKARAGAMAN SERANGGA
KANOPI DI PERKEBUNAN KELAPA SAWIT AJAMU (PTP-N IV) LABUHAN BATU,
SUMATERA UTARA 2655

Fitra Suzanti¹, Agus Susanto²

ANALISIS KEBUTUHAN RUANG TERBUKA HIJAU BERDASARKAN 2663

Sri Wulandari¹, Rifardi², Aslim Rasyad³ dan Yusmarini³

ISOLASI DAN SELEKSI AKTIVITAS ANTIMIKROBA AKTINOMISETES DARI
ARBORETUM UNIVERSITAS RIAU 2672

Rodesia Mustika Roza, Nova Wahyu Pratiwi dan Fatimah Rahayu

MIKROPROPAGASI IN VITRO BUAH NAGA (*Hylocereus costaricensis*) DENGAN
PEMBERIAN HORMON NAA DAN KINETIN 2680

Imam Mahadi

INDUKSI AKAR DAN PERTUMBUHAN STEK PUCUK *Anthocephalus macrophyllus*
PADA BERBAGAI MEDIA TANAM 2685

Sisca Dwi Yarni, Suwirman dan Zozy Aneloi Noli

THE EFFECT OF GINGER (*Zingiber officinale* Roscoe) ON THE ORGANOLEPTIC
SALTED EGG 2695

Fitratul Aini¹, Ardiansyah, dan Irham Falahudin

LOCAL WISDOM OF LUBUK LARANGAN IN PRESERVING BIODIVERSITY OF
FISH IN SUBAYANG RIVER 2701

Darmadi

SKRINING BAKTERI ENDOFITIK DARI *Sonneratia Alba* (Sonneratiaceae) SEBAGAI
PENGHASIL ANTIBIOTIKA 2708

Anisa Lutfia¹, Anthoni Agustien¹, Yetria Rilda¹, Feskaharny Alamsjah¹,
Fuji Astuti Febria Fathya Annisa¹, Selfela Restu Adina¹, Akmal Djamaan²

KAJIAN PRODUKTIVITAS JAMUR TIRAM PUTIH (<i>Pleurotus ostreatus</i> L.) DI DATARAN TINGGI NAGARI SUNGAI NANAM, ALAHAN PANJANG, KAB. SOLOK, SUMATERA BARAT Liza Marianti ¹ , Nurmiati ¹ , Periadnadi ¹ , Kasmawati ²	2714
PROFIL KEARIFAN LOKAL KEPRI (KEPULAUAN RIAU) BERBASIS LINGKUNGAN SEBAGAI PENDEKATAN PEMBELAJARAN SAINS Nur Eka Kusuma Hindrasti ¹ , Ardi Widhia Sabekti ²	2722
PERTUMBUHAN <i>Saccharum spontaneum</i> L. DENGAN PEMBERIAN FUNGI MIKORIZA ARBUSKULA (FMA) PADA TANAH ULTISOL Bambang Nurwanto Saputra, Suwirmen, Zozy Aneloi Noli	2738
MODEL INQUIRY DALAM PERKULIAHAN KAPITA SELEKTA 1 MAHASISWA SEMESTER IV PRODI PENDIDIKAN BIOLOGI FKIP UNIVERSITAS BENGKULU Sri Irawati, Irdam Idrus	2745
STRUKTUR POPULASI DAN POTENSI <i>Anthocephalus cadamba</i> Miq. Vauzia ¹ , Syamsuardi ² , Chairul ² , Auzar Syarif ³	2751
MORFOLOGI ORGAN GENERATIF <i>Hylocereus costaricensis</i> Britton & Rosedan <i>Hylocereus polyrhizus</i> Britton & Rose Des M, Moralita Chatri, Ilham Saddam Al Aziz	2758
ANGGREKTERESTERIAL DI KAWASAN HUTAN BATANG TORU BLOK BARAT KABUPATEN TAPANULI UTARA Nursahara Pasaribu, T. Alief Aththorick, Dewi Kurnia Arianda	2767
JENIS-JENIS EKTOPARASIT PADA IKAN NILA (<i>Oreochromis niloticus</i> L.) DI BALAI BENIH IKAN (BBI) BUNGUS KEC. TELUK KABUNG PADANG, PROVINSI SUMATERA BARAT Jebrida, Mairawita, Indra Junaidi Zakaria	2773
DAYA AKTIVITAS ANTIOKSIDAN BEBERAPA EKSTRAK SEGAR HERBA KROKOT (<i>Portulaca oleracea</i> Linn.) Fadilah Malasari, Periadnadi, Nurmiati	2780
UJI AKTIVITAS ANTIBAKTERI BEBERAPA FRAKSI EKSTRAKDAUN BAYAM DURI (<i>Amaranthus spinosus</i> L.) TERHADAPPERTUMBUHAN BAKTERI <i>Staphylococcus aureus</i> Nopitasari, Harlis, Retni S Budiarti	2785
INDUKSI AKAR DAN PERTUMBUHAN STEK PUCUK JABON MERAH MENGGUNAKAN BEBERAPA JENIS AUKSIN Widiawati, Suwirmandan Zozy Aneloi Noli	2794
UJI BEBERAPA GALUR <i>Agrobacterium rhizogenes</i> TERHADAP INDUKSI AKAR RAMBUT <i>Centella asiatica</i> (L.) Urban Zahanis	2803

ENDOPARASIT PADA AYAM RAS PEDAGING (<i>Gallus gallus domesticus</i> Strain Ross) DI PETERNAKAN SOC DAN AYAM RAS PETELUR (<i>Gallus gallus domesticus</i> Strain Isa brown) DI PETERNAKAN AGROTECHNOPARK KABUPATEN OGAN ILIR SUMATERA SELATAN Putri Sakinah Harahap, Erwin Nofyan, Syafrina Lamin	2811
KEPADATAN LARVA <i>Aedes</i> spp. DAN MAYA INDEX DI DAERAH ENDEMIS DBD, DHARMASRAYA Ranti Devita, Resti Rahayu, Hasmiwati	2818
KARAKTERISTIK ISOLAT BAKTERI INDIGEN DARI LIMBAH BATIK DI NAGARI PANYAKALAN KABUPATEN SOLOK, SUMATERA BARAT Muhamad Irhas, Fuji Astuti Febria dan Antoni Agustien	2827
ETHNOZOOLOGY OF COMMUNITIES LIVING IN SERUWAY COASTAL AREA OF ACEH TAMIANG ON THE CONSERVATION OF PAINTED TERRAPIN (<i>Batagur</i> <i>borneoensis</i>) Setyoko, Ekariana S.Pandia, Ruhama Desi	2831
UJI BEBERAPA JENIS REMPAH Linda Advinda	2840
KAJIAN BAKTERI PENDEGRADASI NAFTOL DARI LIMBAH INDUSTRI TENUN IKAT DI KUPANG DAN KEMAMPUANNYA DALAM DEKOLORISASI PEWARNA TEKSTIL Yulita I. Mamulak ¹⁾ , Erni Martani ²⁾	2845 2842
Uji In Vitro Dikofol Terhadap Produksi dan Viabilitas Kokon Cacing Tanah <i>Pontoscolex</i> <i>corethrurus</i> Fr. Mull Ramadhan Sumarmin	2855
DESKRIPSI JENIS SEMUT (HYMENOPTERA: FORMICIDAE) PADA RUMAH TANGGA DI KOTA PAYAKUMBUH, SUMATERA BARAT Kareri Ivo Ayrin, Henny Herwina, Mairawita	2861
SKRINING BAKTERI ENDOFITIK BERPOTENSI MENGHASILKAN ANTIBIOTIKA DARI TUMBUHAN KUNYIT (<i>Curcuma domestica</i>) Dewi Intan Sari, Anthoni Agustien	2869
UNDERSTORY PLANT PADA TEGAKAN KARET PASCA REVEGETASI LAHAN BEKAS TAMBANG BAUKSIT Nursal, Sri Wulandari dan L.N. Firdaus	2877
ANALISIS PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE (PCK) GURU IPA SMP KOTA PEKANBARU Mariani Natalina, Evi Suryawati	2885
JENIS-JENIS ENDOPARASIT PADA PETERNAKAN KELINCI DI JORONG TARATAK BARU, KENAGARIAN SALIMPAT, KECAMATAN LEMBAH GUMANTI KABUPATEN SOLOK	2892

Yuyun Tusiyah, Mairawita

POTENSI ANTIOKSIDAN EKSTRAKSEGAR BEBERAPA BAGIAN TANAMAN SELEDRI (<i>Apium graveolens</i> L.) Oriza Satifa, Periadnadi, dan Nurmiati	2900
PERTUMBUHAN STEK PUCUK <i>Schima walichii</i> (DC.) KORTH YANG DIINOKULASI BEBERAPA JENIS FMA Mikel Yulia, Zozy Aneloi Noli dan Suwirmen	2905
DAYA HAMBAT DAN BUNUH MIKROBA EKSTRAK SEGAR TUMBUHAN SURUHAN (<i>Peperomia pellucida</i> [L.] Kunth) TERHADAP <i>Escherichia coli</i> , <i>Staphylococcus aureus</i> dan <i>Candida albicans</i> Meyllisa Eka Putri, Periadnadi, Nurmiati	2913
KEPADATAN DAN STRUKTUR POPULASI KEONG BAKAU (<i>Telescopium telescopium</i> , Linnaeus 1758) DI EKOSISTEM MANGROVE PANTAI MAILEPPET, SIBERUT SELATAN, KEPULAUAN MENTAWAI Clara Sinar Mauli Siboro, Dr. Jabang Nurdin	2921
SKRINING BAKTERI ENDOFITIK DARI MANGROVE <i>Lumnitzera littorea</i> (COMBRETACEAE) SEBAGAI PENGHASIL ANTIBIOTIKA Fathya Annisa ¹), Anthoni Agustien ¹), Feskaharny Alamsjah ¹), Nurainas ¹), Selfela Restu Adina ¹), Anisa Lutfia ¹)	2930
ANALISIS KOMPOSISI DIET BERANG-BERANG CAKAR KECIL (<i>Aonyx cinereus</i> (Illiger, 1815)) BERDASARKAN PERBEDAAN MUSIM TANAM PADI Ferdinand Andeska ¹), Jabang Nurdin ¹), Wilson Novarino ²)	2937
PENGARUH KOLKISIN TERHADAP UKURAN SEL DAN MORFOLOGI TANAMAN KACANG HIJAU (<i>Vigna radiata</i> L.) Weni Suryani	2944
ANALISIS KEBERADAAN BAKTERI INDIGENOUS REBUNG BAMBUI BETUNG (<i>Dendrocalamus asper</i> Schult-f Backer. ex Heyne) Gustina Ayu, Nurmiati, Periadnadi	2948
PREVALENSI ULAT API (LEPIDOPTERA: LIMACODIDAE) TERHADAP BIOPESTISID <i>Aelettariopsis slahmong</i> C.K Lim PADA PERTANAMAN KELAPA SAWIT DI SUMATERA SELATAN Irham Falahudin ¹), Nasril Nasir ²)	2953
KOMPOSISI DAN STRUKTUR KOMUNITAS IKAN DI SUNGAI BATANG ANAI KECAMATAN 2X11 KAYUTANAM KABUPATEN PADANG PARIAMAN Rahyu Afsari, Bayu Afnovandra Perdana, Indra Junaidi Zakaria, Nofrita	2960
PRIMER SPESIFIK SNP rs7903146TCF7L2 UNTUK DETEKSIDINI DIABETES MELITUS TIPE-2 ETNIS ACEH, MEDAN DAN RIAU Syamsurizal ¹), Husnil Kadri ²)	2968

INVENTARISATION INSECT PEST ON TOMATO PLANTS (<i>Solanum lycopersicum</i> L.) IN AGRICULTURAL LAND KERINJING VILLAGE, SUB-DISTRICT NORTH DEMPO, PAGARALAM, SOUTH SUMATERA Mustafa Kamal, Syafrina Lamin dan Dwi Putri Handayani	2977
TUMBUHAN PAKU EPIFIT FAMILI ASPLENIACEAE PADA HUTAN KONSERVASI SOEMITRO DJOJHADIKUSUMO PT. TIDAR KERINCI AGUNG (TKA), SUMATERA BARAT Mildawati Khairani Harva Dita, Ardinis Arbain	2983
KOMUNITAS MAKROZOOBENTOS SUNGAI DALAM GUA BATU ASAHAN DI SIJUNJUNG SUMATERA BARAT Izmiarti, Nofrita, Jabang dan Husnul Mar'i	2989
STRUKTUR POPULASI KERANG REMIH (<i>Donacidae: Donax faba</i>) DAN PREFERENSI HABITATNYA DALAM MENUNJANG POTENSI EKOWISATA BAHARI DI PERAIRAN PANTAI PULAU ANGSO DUO KOTA PARIAMAN Jabang Nurdin, M. Anugrah Saputra	2997
The Utilization of Plants as the Raw Materials of Mandi Tangas by Ethnic of Malay Jambi in the Village of Maro Sebo Muara Jambi Regency Jambi Province Try Susanti, Tanti, Suci Rizki Utami	3005
PRODUKSI SIDEROFOR DENGAN TEKNIK MUTASI PADA ISOLAT LOKAL BPC 01 SUMATERA BARAT Tisa Armalina syarif1), Anthoni Agustien	3010
KARAKTERISTIK EKOLOGI DAN STRATEGI PENGELOLAAN KESATUAN HIDROLOGIS GAMBUT DI KABUPATEN BENGKALIS PROVINSI RIAU Suwondo	3018
STRUKTUR KOMUNITAS FITOPLANKTON DI EKOSISTEM TERUMBU KARANG PANTAI NIRWANA Bayu Afnovandra Perdana Indra Junaidi Zakaria, Izmiarti	3027
PRELIMINARY INVENTORY ON AVIFAUNA DIVERSITY IN LAUT TINGGAL LAKE, WEST PASAMAN WEST SUMATERA, INDONESIA Muhammad Nazri Janra, Elfira Septiansyah, Ratna Suleka, Erysha Dwi Sukma, Nova Muryani	3039
IN VITRO PERBANYAKAN MELALUI TEKNIK SUBKULTUR UNTUK MEMPERBAIKI KUALITAS BIBIT JERUK KEPROK BRASSTAGI (<i>Citrus nobilis</i> BRASSTAGI) BEBAS PENYAKIT CVPD Isnaini Nurwahyuni	3048
AKTIVITAS ANTIMIKROBA EKSTRAK SEGAR TANAMAN BELIMBING WULUH (<i>Averrhoa bilimbi</i> L.) TERHADAP <i>Candida albicans</i> (R.) Berkhout, <i>Staphylococcus aureus</i> Rosenbach dan <i>Escherichia coli</i> Castellani and Chalmers (Migula) Intan Rieza Satiova, Periadnadi, Nurmiati	3057

EFEKTIVITAS JAMUR <i>Penicillium</i> sp.PNE4 INDIGENUS RIAU PENGHASIL GIBERELIN TERHADAP PERKECAMBAHAN BIJI SIRSAK Wahyu Lestari, Atria Martina, Rodesia Mustika Roza, Imelda Wardani	3065
POTENSI ISOLAT LIGNOSELULOLITIK JERAMI PADI DALAM PENEKANAN BOBOT SAMPAH ORGANIK Nurmiati ¹⁾ , Periadnadi ¹⁾ , Elisa Febriyanti ¹⁾ , Kasmawati ²⁾	3072
JENIS-JENIS ENDOPARASIT PADA MACAN DAHAN (<i>NEOFELIS NEBULOSA</i> G.) DI TAMAN MARGA SATWA BUDAYA KINANTAN (TMBSK), BUKITTINGGI, SUMATERA BARAT Sefnita Irsyah, Dahelmi M.S.	3079
SKRINING BAKTERI ENDOFITIK MANGROVE <i>Rhizophora apiculata</i> (RHIZOPHORACEAE) SEBAGAI PENGHASIL ANTIBIOTIKA Selfela Restu Adina ¹⁾ , Anthoni Agustien ¹⁾ , Tesri Maideliza ¹⁾ , Feskaharny Alamsjah ¹⁾ , Fathya Annisa ¹⁾ , dan Anisa Lutfia ¹⁾ , Akmal Djamaan ²⁾	3087
PERTUMBUHAN BAYUR (<i>Pterospermum javanicum</i> Jungh.) HASIL PERBANYAKAN STEK PUCUK PADA MEDIA BEKAS TAMBANG BATU KAPUR DENGAN PEMBERIAN SOIL CONDITIONER UBUR-UBUR (<i>Aurelia</i> sp.) Lisa Anggraini Putri, Suwirmen dan Zozy Aneloi Noli	3093
ISOLASI DAN KARAKTERISASI BAKTERI FOTOSINTETIK ANOKSIGENIK DARI LIMBAH CAIR SAWIT DAN KARET Nuraisah, Manta Mentari Manurung, Ummi Mardhiah Batubara	3101
TEKNIK-TEKNIK SEMI-STERIL DALAM PROSES PERKECAMBAHAN BENIH ANGGREK SEMI-STERILE TECHNIQUES FOR ORCHID GERMINATION Betty Mauliya Bustam	3106
INVENTARISASI JENIS POHON DI HUTAN BUKIT TUING KABUPATEN BANGKA, BANGKA BELITUNG Singih Tri Waradana	3118
PROSPEK KULTUR <i>Sclerodermasinamariense</i> PADA MEDIA SINTETIK UNTUK PENGEMBANGAN INOKULUM YANG BERKUALITAS Feskaharny Alamsjah ¹⁾ , Syamsuardi, Nurmiati ¹⁾ , Eti Farda Husin ²⁾ , Erdi Santoso ³⁾ , Deddi Prima Putra ⁴⁾	3122
RESPON METABOLIK KLON KELAPA SAWIT TERHADAP JAMUR ENDOFIT DAN PATOGEN <i>Ganoderma boninense</i> Yurnaliza	3129
SURVEY MAKROZOOBENTOS DI CURUG BAYAN DAN CURUG TELU, BATURADEN, JAWA TENGAH Hanifa Marisa dan Zazili Hanafiah	3135
PRODUKSI PROTEASE AIKALI DAN KARAKTERISASI <i>Bacillus</i> spp. ISOLAT ASAL SUMBER AIR PANAS SUNGAI TUTUNG KERINCI JAMBI	3139

Arzita¹⁾, Syamsuardi²⁾, Anthoni Agustien²⁾, Yetria Rilda³⁾

KANDUNGAN DAN PENGARUH SENYAWA KIMIA EKSTRAK DAUN KEMANGI (Ocimum basilicum L.) TERHADAP MORTALITAS LARVA *Aedes aegypti* L.
Nursal 3144

KARAKTERISASIBAKTERI HIDROKARBONOKLASTIK ASAL WAST TANK PT.CHEVRON PETAPAHAN, RIAU
Irda sayuti¹⁾, Yusni Ikhwan Siregar¹⁾, Bintal Amin¹⁾, Anthoni Agustien¹⁾ 3151

KOMPOSISI FESES BERANG-BERANG CAKAR KECIL (*Aonyx cinereus*)BERDASARKAN FITUR LINGKUNGAN DI KECAMATAN LUBUK ALUNG KABUPATEN PADANG PARIAMAN
SM Evan Ananta, Jabang Nurdin 3159

IMPLEMENTASI ALGORITMA GENETIKA SISTEM PENJADWALAN REGISTRASI DINAMIS

Suyanto, Syahriol Sitorus dan Usman Ridwan Syah

Departemen Matematika FMIPA USU

Email: Suyanto@usu.ac.id

ABSTRAK

Dengan bantuan teknologi informasi, sebagian besar pekerjaan yang sulit dapat diselesaikan dengan mudah dan cepat. Penelitian ini bertujuan untuk mengimplementasikan algoritma genetika pada sistem penjadwalan registrasi. Permasalahan yang terjadi pada sistem registrasi dipengaruhi oleh beberapa variabel keadaan yang biasanya dikarenakan adanya jumlah peserta registrasi yang relatif besar serta terbatasnya ruang dan waktu yang tersedia. Sistem yang dibangun diharapkan memberikan solusi alternatif terhadap permasalahan yang ada secara optimal dan dinamis.

Kata Kunci: Sistem Penjadwalan, Algoritma Genetika, PHP, Database

PENDAHULUAN

Algoritma Genetika adalah salah satu pendekatan untuk menentukan global optimum yang didasari oleh teori Darwin. Secara garis besar langkah dalam prosedur ini dimulai dengan menetapkan suatu set solusi potensial dan melakukan perubahan dengan beberapa iterasi dengan algoritma genetika untuk mencapai solusi terbaik. Algoritma genetika merupakan sebuah metode optimasi yang dapat memberikan alternatif solusi untuk suatu masalah. Metode ini didasari oleh proses evolusi biologi dalam kehidupan, antar lain *mutation*, *crossover*, *inheritance* dan *natural selection*. Menggunakan konsep *survival of the fittest*, Darwin menyatakan bahwa evolusi makhluk hidup terjadi karena adanya seleksi dari alam. Kemampuan individu yang lebih kuat dan memiliki kemampuan yang lebih tinggi untuk mempertahankan hidup dan memiliki tingkat reproduksi induk dan anak dalam Aplikasi Ini Mewakili Solusi – Solusi Yang Ingin Di Hasilkan, Sehingga Dengan mengadaptasi algoritma genetika memungkinkan solusi terbaik akan tetap bertahan. Karena keunikan sifat algoritma genetika ini, maka dipilih algoritma genetika untuk menyusun jadwal dimana hasil yang akhir yang didapat merupakan hasil kromosom (solusi) yang terbaik(solusi optimal).

Beberapa penelitian yang pernah dilakukan untuk penjadwalan antara lain adalah Pemodelan Algoritma Genetika pada Sistem Penjadwalan Perkuliahan Prodi Ilmu Komputer Universitas Lambungmangkurat(Muliadi, 2014) dan Optimasi Penjadwalan Mata Kuliah Dengan Algoritma Genetika (Studi Kasus di Amik Jtc Semarang)(Entot Suhartono, 2012). Dan dengan adanya sistem penjadwalan ini diharapkan dapat memudahkan penyusunan penjadwalan registrasi dan dapat membantu mereka untuk mengimplementasikannya.

Model penjadwalan dalam kondisi dinamis pada sistem, yaitu kondisi dimana terjadi perubahan kondisi inisial terhadap perubahan waktu. Kondisi perubahan yang dimaksudkan dalam penelitian ini adalah kondisi adanya penambahan jadwal baru pada sistem.

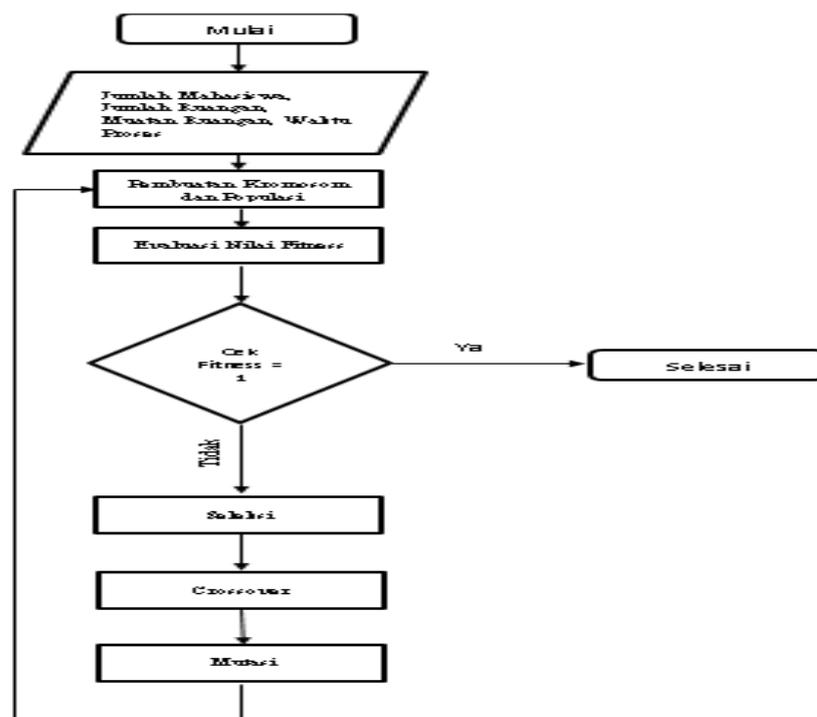
Pada penelitian ini, sistem simulasi penjadwalan dibuat dengan melibatkan parameter-parameter yang terdiri atas jumlah ruangan dan mahasiswa (jumlah ruangan sekitar M ruangan dan jumlah calon mahasiswa N orang), terbatasnya ruangan dan waktu (R hari tiap tahun dan S jam tiap harinya) maka penanganan pelayanan tersebut perlu dilakukan secara

baik, tepat dan benar sehingga dapat meminimumkan keluhan dari calon mahasiswa. Salah satu wujud pelayanan yang cukup kompleks yaitu pembuatan jadwal dan nomor antrian registrasi ulang universitas Sumatera Utara yang lebih optimal.

Salah satu metode simulasi yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut adalah dengan menggunakan pendekatan algoritma genetik. Algoritma genetik merupakan pendekatan komputasional untuk menyelesaikan masalah yang dimodelkan dengan proses evolusi biologis. Diharapkan dengan digunakannya algoritma genetik akan diperoleh optimasi penjadwalan.

Model Algoritma Genetika

Model algoritma genetika pada penjadwalan registrasi terdiri dari proses data input, Pembentukan Kromosom dari Populasi, Evaluasi *Fitness*, Seleksi Proses, Perkawinan Silang (*Crossover*), Proses Mutasi dan Kondisi selesai. Model algoritma genetika dapat dijelaskan melalui *flowchart*. dibawah ini.



Menentukan Representasi Kromosom

Variable-variabel yang dibutuhkan terdiri dari jumlah_mahasiswa, jumlah_ruangan, waktu_proses, kapasitas_ruangan. Variabel-variabel tersebut adalah gen-gen pembentuk kromosom. Batasan nilai variabel jumlah_mahasiswa = 2.611 orang untuk Jalur SNMPTN dan 468 orang untuk jalur BIDIK MISI, jumlah_ruangan = 10 ruangan, waktu_proses = 1 menit untuk jalur SNMPTN dan 1.3 menit untuk jalur BIDIK MISI, kapasitas_ruangan 20 orang untuk SNMPTN dan BIDIK MISI.

HASIL DAN DISKUSI

Inisialisasi dan Pembuatan Populasi Awal

Proses inisialisasi diawali dengan menentukan variable baru untuk jumlah_ruangan, Karena jumlah_ruangan = 10, maka ditentukan variabelnya R_n , memiliki 10 ruangan dapat dinyatakan dengan $R_1, R_2, R_3 \dots R_{10}$, Proses inisialisasi dilakukan dengan cara memberikan nilai awal gen-gen dengan nilai acak sesuai batasan yang telah ditentukan.

Jalur SNMPTN

- a. Jumlah Mahasiswa : 2.611 mahasiswa
- b. waktu proses : 1 menit
- c. Jumlah Ruangan : 10 ruangan
- d. kapasitas ruangan : 20 mahasiswa

Kita misalkan P = proses, Setiap P = 200 mahasiswa, karena dalam satu proses ada 10 ruangan berjalan secara bersamaan, setiap dalam ruangan bermuatan 20 mahasiswa. Maka P = Jumlah Ruangan x Muatan Ruangan (3)

$$= 10 \times 20$$

$$= 200$$

Jadi, untuk P ada: P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6 + P7 + P8 + P9 + P10 + P11 + P12 + P13 + P14 = 2.611 mahasiswa.

Terdapat jumlah populasi adalah 14 kromosom, maka:

- kromosom [P1] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P2] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P3] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P4] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P5] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P6] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P7] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P8] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P9] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P10] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P11] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P12] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P13] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
- kromosom [P14] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [11;00;00;00;00;00;00;00;00;00]

Jalur BIDIK MISI

- a. Jumlah Mahasiswa : 468 mahasiswa
- b. waktu proses : 1.3 menit
- c. Jumlah Ruangan : 2 ruangan
- d. kapasitas ruangan : 20 mahasiswa

Kita misalkan P = proses, Setiap P = 40 mahasiswa, karena dalam satu proses ada 2 ruangan berjalan secara bersamaan, setiap dalam ruangan bermuatan 20 mahasiswa dengan menggunakan rumus (3) didapat.

$$\begin{aligned} \text{Maka } P &= \text{Jumlah Ruangan} \times \text{Muatan Ruangan} \\ &= 2 \times 20 \\ &= 40 \end{aligned}$$

Jadi, untuk P ada: $P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6 + P7 + P8 + P9 + P10 + P11 + P12 = 468$ mahasiswa.

Jumlah populasi Jalur BIDIK MISI adalah 12 kromosom, maka:

kromosom [P1]	= [R1;R2] = [20;20]
kromosom [P2]	= [R1;R2] = [20;20]
kromosom [P3]	= [R1;R2] = [20;20]
kromosom [P4]	= [R1;R2] = [20;20]
kromosom [P5]	= [R1;R2] = [20;20]
kromosom [P6]	= [R1;R2] = [20;20]
kromosom [P7]	= [R1;R2] = [20;20]
kromosom [P8]	= [R1;R2] = [20;20]
kromosom [P9]	= [R1;R2] = [20;20]
kromosom [P10]	= [R1;R2] = [20;20]
kromosom [P11]	= [R1;R2] = [20;20]
kromosom [P12]	= [R1;R2] = [20;08]

Kode Gen Proses dan Slot Waktu

Jumlah kromosom yang akan di inialisasi dalam populasi awal ini adalah sebanyak 14 kromosom untuk jalur SNMPTN dan 12 kromosom untuk jalur BIDIK MISI.

Tabel Kode Gen

SNMPTN		BIDIK MISI	
No_Antrian_Gen	Proses	No_Antrian_Gen	Proses
1-200	P1	1-40	P1
201-400	P2	41-80	P2
401- 600	P3	81-120	P3
601- 800	P4	121-160	P4
801- 1000	P5	161-200	P5
1001- 1200	P6	201-240	P6
1200- 1400	P7	241-280	P7
1401-1600	P8	281-320	P8
1601-1800	P9	321-360	P9
1801-2000	P10	361-400	P10
2000-2200	P11	401-440	P11
2201-2400	P12	441-468	P12
2401-2600	P13	-	-
2601-2611	P14	-	-

Tabel Slot Waktu SNMPTN

No_Antrian_Proces	Jam Mulai	Jam Selesai
P1	09.01	09.20
P2	09.21	09.40
P3	09.41	10.00
P4	10.01	10.20

P5	10.21	10.40
P6	10.41	11.00
P7	11.01	11.20
P8	11.21	11.40
P9	11.41	12.00
P10	13.01	13.20
P11	13.21	13.40
P12	13.41	14.00
P13	14.01	14.20
P14	14.21	14.40

Tabel Sloat Waktu BIDIK MISI

No_Antrian_Proces	Jam Mulai	Jam Selesai
P1	09.01	09.26
P2	09.27	09.53
P3	09.54	10.20
P4	10.21	10.47
P5	10.48	11.14
P6	11.15	11.41
P7	13.01	11.26
P8	13.27	11.53
P9	13.54	12.20
P10	14.21	13.47
P11	14.48	13.14
P12	14.15	14.41

Evaluasi Nilai Fitness

Fungsi yang digunakan untuk mengukur nilai kecocokan atau derajat optimalitas suatu kromosom disebut dengan *fitness function* (Sam'ani, 2012). Nilai yang dihasilkan dari fungsi tersebut menandakan seberapa optimal solusi yang diperoleh. Nilai yang dihasilkan oleh fungsi *fitness* merepresentasikan seberapa banyak jumlah persyaratan yang dilanggar, sehingga dalam kasus penjadwalan semakin kecil jumlah pelanggaran yang dihasilkan maka solusi yang dihasilkan akan semakin baik. Untuk setiap pelanggaran yang terjadi akan diberikan nilai 1. Agar tidak terjadi nilai *fitness* yang tak terhingga maka jumlah total semua pelanggaran akan ditambahkan 1.

Rumus fitness yang digunakan, (Sam'ani, 2012) adalah sebagai berikut:

$$Fitness = \frac{1}{1+MT} \quad (4)$$

Keterangan:

MT = Banyaknya Mahasiswa Melakukan Pelanggaran / Mahasiswa Terlambat

Terdapat batasan yang tidak boleh dilanggar dalam penjadwalan adalah:

Bagi yang terlambat jadwalnya akan di undur agar tidak mengganggu jadwal yang lain.

Dari data yang ada akan menghasilkan nilai *fitness* sebagai berikut:

$$Fitness \text{ Kromosom A} = \frac{1}{1+(0)} = 1$$

$$Fitness \text{ Kromosom B} = \frac{1}{1+(1)} = 0,5$$

Penetapan nilai fitness kromosom hanya digunakan untuk menghitung fitness jadwal ruangan dan mahasiswa. Adapun cara penetapan nilai fitness kromosom adalah sebagai berikut:

- a. Untuk setiap tidak terjadi keterlambatan akan diberikan nilai 0
- b. Untuk setiap terjadi keterlambatan akan diberikan nilai 1

Seleksi

Langkah pertama dalam seleksi yaitu pencarian nilai fitness. Masing-masing individu dalam suatu wadah seleksi akan menerima probabilitas reproduksi yang tergantung pada nilai objektif dirinya sendiri terhadap nilai objektif dari semua individu dalam wadah seleksi tersebut.

Pembentukan susunan kromosom pada suatu populasi baru dilakukan dengan menggunakan metode seleksi *roulette-wheel*. Metode ini menirukan permainan *roulette-wheel* dimana masing-masing kromosom menempati potongan lingkaran pada *roulette-wheel* secara proporsional sesuai dengan nilai *fitness*nya. Kromosom yang memiliki nilai *fitness* lebih besar menempati potongan lingkaran yang lebih besar dibandingkan dengan kromosom bernilai *fitness* rendah.

Langkah pertama metode ini adalah dengan menghitung total nilai *fitness* seluruh kromosom seperti tabel:

Tabel
Nilai Fitness

Kromosom	Nilai <i>Fitness</i>
A	1
B	0.5
Total Nilai <i>Fitness</i>	1.5

Langkah kedua adalah menghitung probabilitas setiap kromosom dengan cara membagi nilai *fitness* tiap kromosom dengan total nilai *fitness*.

$$\text{Rumus untuk mencari probabilitas: } P[i] = \text{fitness}[i] / \text{total_fitness} \quad (5)$$

Sehingga didapatkan hasil seperti tabel:

Tabel
Probabilitas tiap kromosom

Kromosom	Probabilitas
A	$1 / 1.5 = 0.66$
B	$0.5 / 1.5 = 0.33$
Total Probabilitas	1

Langkah ketiga adalah menempatkan masing-masing kromosom pada interval nilai [0 – 1]. Dapat dilihat pada table:

Tabel
Interval tiap kromosom

Kromosom	Interval Nilai
A	0 - 0.66
B	0.67– 1

Crossover

Pindah silang (*CrossOver*) digunakan sebagai metode pemotongan kromosom secara acak (*random*) dan merupakan penggabungan bagian pertama dari kromosom induk 1 dengan bagian kedua dari kromosom induk 2.

Pindah silang bisa dilakukan hanya jika suatu bilangan acak (*random*) yang dibangkitkan untuk kromosom kurang dari probabilitas pindah silang (P_c) yang ditentukan. Menurut (Suyanto, 2005) P_c umumnya diset mendekati 1, misalnya 0,5.

Metode pindah silang yang paling umum digunakan adalah pindah silang satu titik potong (*one-point crossover*). Suatu titik potong dipilih secara acak (*random*), kemudian bagian pertama dari kromosom induk 1 digabungkan dengan bagian kedua dari kromosom induk 2. Bilangan acak (*random*) yang dibangkitkan untuk menentukan posisi titik potong adalah $[1-N]$ dimana N merupakan banyaknya jumlah gen dalam satu kromosom.

Dimisalkan dari contoh yang ada nilai untuk kromosom P1 dan P3 kurang dari P_c yang ditetapkan serta bilangan acak (*random*) untuk posisi perpindahan adalah pada posisi P1 gen ke 4 dan 7, P3 gen ke 1 dan 10. maka proses pindah silangnya adalah:

kromosom [P1] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
 = [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]
 kromosom [P3] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
 = [20;20;20;20;20;20;20;20;20;20]

Agar lebih mudah kita akan menambahkan variabel agar mudah membedakannya:

kromosom [P1] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
 = [A20;B20;C20;D20;E20;F20;G20;H20;I20;J20]
 kromosom [P3] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
 = [Q20;R20;S20;T20;U20;V20;W20;X20;Y20;Z20]

Hasil pindah silang kedua kromosom tersebut adalah:

kromosom [P1] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
 = [A20;B20;C20;Q20;E20;F20;Z20;H20;I20;J20]
 kromosom [P3] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
 = [D20;R20;S20;T20;U20;V20;W20;X20;Y20;G20]

Mutasi

Proses mutasi adalah suatu proses kemungkinan memodifikasi informasi gen-gen pada suatu kromosom. Perubahan ini dapat membuat solusi duplikasi menjadi memiliki nilai *fitness* yang lebih rendah maupun lebih tinggi daripada solusi induknya. Jika ternyata diperoleh solusi yang memiliki *fitness* yang lebih tinggi maka hal itulah yang diharapkan. Tetapi jika diperoleh solusi dengan nilai *fitness* yang lebih rendah maka bisa jadi pada iterasi berikutnya diperoleh solusi hasil mutasi yang lebih baik nilai *fitness*nya daripada solusi induknya. Untuk semua gen yang ada, jika bilangan acak (*random*) yang dibangkitkan kurang dari probabilitas mutasi (P_{mut}) yang telah ditentukan maka beberapa informasi gen akan dirubah dengan menggunakan metode pengkodean nilai. Pada umumnya diset antara $[0 - 1]$, misalnya 0,1 (Suyanto, 2005).

Untuk memilih posisi gen yang mengalami mutasi dilakukan dengan cara membangkitkan bilangan integer acak antara 1 sampai total_gen, yaitu untuk jalur SNMPTN 1 sampai 140 dan untuk jalur BIDIKMISI 1 sampai 24. Probabilitas mutasi ditetapkan 0,1 maka diharapkan mutasi yang terjadi adalah: $0,1 \times 140 = 14$ (SNMPTN) dan $0,1 \times 12 = 1,2$ (BIDIKMISI), 2 gen yang akan mengalami mutasi. Selanjutnya dilakukan iterasi sebanyak jumlah total gen $[0-140]$ dan $[0-12]$ membangkitkan bilangan acak untuk tiap iterasi antara $[0-1]$. Diasumsikan gen yang mendapatkan bilangan dibawah probabilitas mutasi adalah gen 2 (P1) dan 3 (P3) dari (SNMPTN). Informasi dalam gen yang akan dirubah adalah waktu dan ruangan, maka hasil mutasi pada kromosom tersebut adalah:

Agar lebih mudah dilakukan perubahan variabel agar mudah membedakannya:

Sebelum Mutasi

- a. kromosom [P1] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [A20;B20;C20;D20;E20;F20;G20;H20;I20;J20]
- b. kromosom [P3] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [Q20;R20;S20;T20;U20;V20;W20;X20;Y20;Z20]

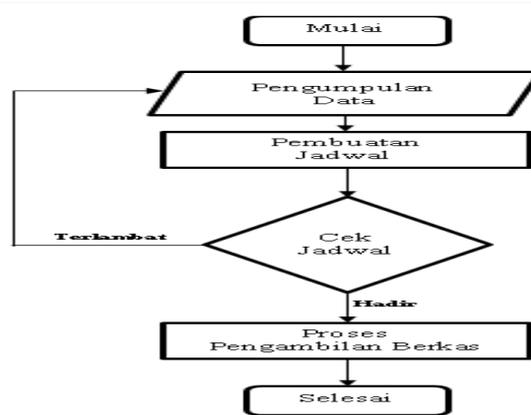
Sesudah Mutasi

- Kromosom [Pn] = [R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10]
= [B20;D20;E20;H20;J20;Q20;S20;T20;U20;V20]

Hasil kromosom (P2, P4, P5, P6...P14) memiliki nilai *fitness* terbaik karena tidak terdapat pelanggaran yang telah ditetapkan dan merupakan solusi yang diinginkan.

1. Model Proses Jadwal Dinamis

Model Proses Jadwal Dinamis bertujuan untuk memodelkan dan mengimplementasikan algoritma genetika dalam proses sistem penentuan jadwal dinamis seperti yang terlihat pada gambar.



Gambar Proses Penjadwalan Dinamis

KESIMPULAN

Dari hasil pembahasan tentang sistem penjadwalan dinamis menggunakan metode algoritma genetika maka diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Implementasi algoritma genetika dalam sistem penjadwalan dinamis memberikan kemudahan dalam pembuatan penjadwalan ulang registrasi mahasiswa dan terutama bagi mahasiswa yang yang mendaftarkan ulang tidak sesuai jadwal.
2. Sistem ini berbasis online sehingga menyediakan informasi yang *uptodate* jadwal registrasi ulang mahasiswa dan petugas serta pengawas penjadwalan registrasi ulang.

DAFTAR PUSTAKA

- Entot Suhartono. 2015, Optimasi Penjadwalan Mata Kuliah Dengan Algoritma Genetika (Studi Kasus di Amik Jtc Semarang). 11 September 2015. AMIK JTC, Semarang.
- Muhammad Adha Ilhami. 2014. Pengembangan Model Penjadwalan Dinamis *Flexible Flow Shop 3-Stages* Untuk Meminimasi *Weighted Tardiness* Dengan Sistem Lelang. Banten: Universitas Sultan Ageng Tirtayasa.

Muliadi. 2014, *Pemodelan Algoritma Genetika pada Sistem Penjadwalan Perkuliahan Prodi Ilmu Komputer Universitas Lambung Mangkurat*. 1 September 2014. Universitas Lambung Mangkurat, Banjarmasin.

Mursyid Hasanbasri. 2010. *Penjadwalan*. 10 Oktober 2015

<http://manajemenoperasional.com/penjadwalan/>

Nadiya Hijriana. 2015. *Penerapan Metode Algoritma Genetika Untuk Permasalahan Penjadwalan Perawat (Nurse Scheduling Problem)*. Banjarmasin: Universitas Islam Kalimantan.

Nia Kurnia Mawaddah, Wayan Firdaus Mahmudy. 2006. *Optimasi Penjadwalan Ujian Menggunakan Algoritma Genetika*. Malang: Universitas Brawijaya.

Novandry Widyastuti, Astika Ratnawati, Rahma Nur Cahyani. 2008. *Optimasi Penjadwalan Kegiatan Belajar Mengajar dengan Algoritma Genetik*. Surakarta: Universitas Sebelas Maret.

Putra Bahtera Jaya Bangun, Sisca Octarina, dan Gusti Ahta Virgo. 2012. *Penerapan Konsep Algoritma Genetika untuk Penjadwalan Kegiatan Perkuliahan Semester Ganjil Kurikulum 2012 di Jurusan Matematika FMIPA UNSRI*. Sumatera Selatan: Universitas Sriwijaya.

Sam'ani. 2012, *Rancang Bangun Sistem Penjadwalan Perkuliahan dan Ujian Akhir Semester Dengan Algoritma Genetika*, Non Publikasi, Magister Sistem Informasi, Undip, Semarang.

Suyanto. 2005. *Algoritma Genetika dalam Matlab*. Penerbit Andi. Yogyakarta.

Taufiqur Rachman. 2013. *Penjadwalan dan Penugasan*. 10 Oktober 2015. <http://taufiqurrachman.weblog.esaunggul.ac.id>

Windarto, Bima Sukma Wijaya. 2012. *Aplikasi Penyusunan Jadwal Dengan Algoritma Genetik Pada Sekolah Menengah Kejuruan Budi Mulia Tangerang*. Jakarta: Universitas Budi Luhur.

Yunus abd latif. 2010. *Tiga Macam Tipe dalam Penjadwalan Proses*. 10 Oktober 2015. <http://yunusabdlatif.blogspot.com/2010/11/3-macam-tipe-dalam-penjadwalan-proses.html>

APLIKASI SISTEM ANTRIAN BERBASIS ANDROID

Joko Risanto

FMIPA, Universitas Riau
email : jokorisanto@unri.ac.id

ABSTRAK

Aplikasi sistem antrian yang akan dirancang pada penelitian kali ini berbeda dengan sistem antrian berbasis desktop. Tujuan aplikasi ini ialah memberikan keuntungan bagi kedua belah pihak yaitu institusi dan pengantri. Pengantri tidak kehilangan waktu lama untuk menunggu antrian sedangkan perusahaan (institusi) tidak perlu mempersiapkan ruang tunggu antrian yang terlalu besar. Aplikasi sistem antrian berbasis android memiliki kelebihan yaitu fleksibilitas waktu. Cara kerjanya adalah pengantri cukup mengunggah aplikasi antrian yang telah dibuat dan memasang (meng-install)nya pada perangkat smartphone. Pengantri mengambil nomor antrian seperti biasa dengan cara mendatangi institusi dan mengambil nomor antrian. Pengantri dapat memutuskan sendiri apakah akan menunggu panggilan di ruang tunggu atau memilih meninggalkan lokasi antrian untuk kembali kemudian. Bila meninggalkan lokasi antrian, pengantri selanjutnya cukup memantau kemajuan nomor antrian melalui smartphone-nya. Dengan demikian pengantri tidak kehilangan waktu untuk menunggu dan institusi tidak perlu menyediakan ruang tunggu antrian yang besar.

Kata kunci : Sistem antrian, smartphone, android.

PENDAHULUAN

Pada beberapa dekade terakhir industri perangkat telekomunikasi dunia tumbuh subur dan mereka berlomba-lomba memasuki pasar Indonesia. Persaingan yang ketat diantara produsen teknologi informasi dan komunikasi ini, mau tidak mau telah memicu inovasi teknologi yang mana hasilnya telah dirasakan oleh masyarakat. Kehadiran teknologi gadget dan telepon pintar (*smartphone*) semakin memanjakan penggunanya. Dengan variasi tipe dan merk yang beraneka ragam dan harga jual yang semakin murah membuat teknologi komunikasi *smartphone* sangat diminati oleh semua lapisan masyarakat dan menjadikan kehadirannya sebagai suatu kebutuhan komunikasi dan informasi. Pada sisi lain, fenomena kemajuan teknologi informasi juga berdampak kepada kegiatan tata kelola usaha (bisnis) pada sektor industri dan jasa ataupun tata kelola layanan masyarakat (publik) pada sektor pemerintahan yaitu terjadinya perubahan paradigma layanan dari sistem manual (*off-line*) menjadi sistem yang terintegrasi dan terdaring internet (*on-line*). Sistem *on-line* disukai karena dipandang oleh masyarakat lebih menjanjikan kemudahan, kemurahan, transparansi dan kepastian (waktu ataupun biaya).

Pada tata kelola antrian publik seperti pada instansi perkantoran ataupun instansi swasta atau perusahaan ternyata telah banyak menerapkan antrian berbasis teknologi informasi (TI). Sistem antrian berbasis IT telah banyak membantu efisiensi waktu dan biaya baik bagi konsumen sendiri demikian juga bagi perusahaan ataupun instansi / lembaga yang bersangkutan. Namun di beberapa kasus, sistem antrian yang telah didukung oleh perangkat TI

tersebut dirasa belum efektif dikarenakan berbagai faktor sehingga menjadi masalah baru bagi penggunaannya. Misalnya jumlah personil pelayan yang terlalu sedikit (terbatas) sedangkan jumlah pengantri yang sangat banyak membuat antrian menjadi panjang dan terasa lama. Seseorang harus bersabar untuk menunggu giliran antrian yang cukup lama. Dalam konteks demikian, kepastian waktu menjadi sulit diprediksi sehingga pengantri tidak ada pilihan selain memilih “bersiaga” ditempat untuk menunggu atau memilih membatalkan urusan. Banyak kasus-kasus demikian ditemui di masyarakat sehingga dari pengamatan awal tersebut dirasa perlu sebuah penelitian untuk menciptakan inovasi baru. Gagasan yang mungkin benar adalah membuat sebuah sistem antrian yang dapat diakses secara *on line* oleh pengguna sehingga seorang pengantri tidak perlu menunggu di ruang antri terlalu lama. Instansi atau perusahaan menyediakan aplikasi *on-line* untuk konsumennya. Dengan aplikasi *on-line* seorang pengantri cukup datang mengambil nomor antrian dan berikutnya dapat memantau urutan antrian melalui perangkat *smartphone* miliknya sehingga pengantri tidak tersita waktu dan tenaga untuk menunggu lama.

KAJIAN LITERATUR DAN PENGEMBANGAN HIPOTESIS

Program Aplikasi

Suatu program adalah sekelompok instruksi yang membuat komputer melakukan suatu tugas tertentu. Langkah pertama dalam membuat program adalah menggunakan *editor* untuk menuliskan perintah-perintah yang disebut sebagai program sumber (*source code*). Program akan menjadi perangkat lunak bagi komputer atau yang disebut dengan *software* (Muhammaad Fauzi Masykur:2015:Hal.2). *Software* adalah kumpulan dari program yang digunakan untuk menjalankan aplikasi tertentu pada komputer. *Software* dikelompokkan menjadi dua kelompok berdasarkan fungsinya yaitu perangkat lunak sistem (program sistem) dan perangkat lunak aplikasi (program aplikasi). Perangkat lunak aplikasi atau sering juga disebut paket aplikasi merupakan *software* yang siap digunakan. *Software* ini dibuat oleh perusahaan perangkat lunak tertentu (*software house*). Program aplikasi dibuat untuk membantu pemecahan masalah yang relatif umum maupun permasalahan yang bersifat khusus. Pemecahan masalah yang bersifat khusus harus dilakukan dengan merancang sendiri program aplikasi yang sesuai dengan karakteristik dan kebutuhan pengguna (*user*) (Sukma Bahrul Azis:2015:Hal.76).

Sistem Antrian

Sistem antrian diperlukan untuk kenyamanan dan keadilan kepada pengantri dalam mendapatkan pelayanan oleh petugas. Antrian yang tertib memberikan suasana nyaman dan tenang sehingga pelayanan dapat maksimal. Sebaliknya, antrian tidak teratur akan memicu berbagai persoalan dan rasa tidak nyaman. Salah satu metoda yang dapat digunakan adalah dengan sistem antrian berbasis komputer dimana pengantri terlebih dahulu mencetak kartu antriannya dimesin pencetak dan otomatis akan mendapatkan nomor urutan antrian sesuai urutan kedatangan. Petugas loket hanya meng-klik sebuah tombol pada komputer untuk memanggil pengantri secara otomatis angka dan tulisan nomor antrian yang dipanggil beserta suara akan ditampilkan sesuai dengan nomor antrian yang dipanggil. Menggunakan metode seperti ini akan menghilangkan kecurangan yang sering dilakukan oleh petugas loket maupun para pengantri sehingga ketenangan dan kenyamanan pasien yang mengantri dapat tercipta. Namun bila petugas layanan sangat sedikit dan jumlah pengantri sangat banyak maka sistem seperti ini masih menyisakan masalah yaitu lamanya waktu panggilan bagi pengantri dan kapasitas ruang tunggu yang tidak memadai. Hal demikian dapat diatasi dengan membuat sistem antrian secara *on-line* sehingga dapat dimonitor dari jarak jauh seperti menggunakan sistem berbasis *web* ataupun sistem berbasis *android*. (Asep Saefullah:2014: Hal. 12)

Pemrograman Android

Android pada dasarnya adalah sebuah *operating system* (OS) untuk perangkat *smart phone*, dimana *smart phone* pertama adalah Nokia 9000 series yang keluar tahun 1996, kemudian dilanjutkan oleh jajaran *smart phone* Palm yang populer di era 2000-an. Pada tahun 2001, Microsoft mengumumkan *Windows CE Pocket PC Operating System*, yang menandai lahirnya *smartphone* yang didukung oleh sistem operasi *Microsoft Windows*. *Android* awal mulanya adalah sebuah *upstart* kecil yang dibuat oleh Andy Rubin. Kemudian tim mereka bekerja untuk membuat sebuah *operating system* yang dikhususkan untuk ponsel pintar dimana OS tersebut harus mampu bekerja secara efektif dalam batasan daya dan memori terbatas seperti yang ada pada *smartphone*. Karena kepopuleran *smart phone* berbasis *android* di masyarakat maka pada akhirnya perusahaan *Google* mulai tertarik untuk mengadopsi *android* hingga hasilnya adalah aplikasi *android* dapat berkolaborasi dengan aplikasi pada *Google* (Safaat:2013:Hal. 35).

Android lantas mengeluarkan versi Lollipop (*Android L*) pada bulan Juni 2014 Setelah itu muncullah versi-versi terbaru seperti pada daftar di bawah ini :

1. Versi 1.5 *Cupcake* pada (April 2009)
2. Versi 1.6 atau *Donut* (Oktober 2009)
3. *Eclair* 2.0/2.1 (Oktober 2009)
4. *Froyo* 2.2.x (Mei 2010)
5. *Gingerbread* 2.3 (Desember 2010)
6. *Honeycomb* 3.x (Februari 2011)
7. *Ice Cream Sandwich* 4.0.x (Oktober 2011)
8. *Jelly Bean* 4.1 (Mei 2012)
9. *KitKat* 4.4 (Oktober 2013)
10. Lollipop (*Android L*) (Juni 2014)
11. *Android* *Maarshmallow*.

Dari banyak versi di atas, ada beberapa versi yang spesial atau berbeda dengan lainnya, contohnya *Android* versi *Honeycomb* adalah OS pertama kali yang didesain untuk tablet *Android*. Kemudian versi *Ice Cream Sandwich* yang didesain untuk menyempurnakan *Honeycomb*, yaitu bisa berjalan baik di *smartphone* maupun *tablet*.

Aplikasi *Android* ditulis dalam bahasa pemrograman (kode) *Java*. Kode *Java* dikompilasi bersama-sama dengan *file resource* yang dibutuhkan oleh aplikasi, dimana prosesnya dipackage oleh *tools* yang dinamakan “*apt tools*” kedalam paket *Android* sehingga menghasilkan *file* dengan ekstensi *Apk*. *File Apk* inilah yang disebut dengan dan nantinya dapat diinstal di perangkat *mobile*.

METODE PENELITIAN

Penelitian dilakukan di Laboratorium Sistem Terdistribusi Jurusan Ilmu Komputer Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau. Data-data yang dipakai adalah berupa jenis data primer dan data sekunder. Data primer yaitu : rata-rata jumlah antrian per-hari, rata-rata jumlah petugas loket pelayanan per hari, rata-rata lama waktu pelayanan perorang dan data keluhan peserta antrian. Data sekunder yaitu berupa data data tentang metoda antrian, data-data spesifikasi dari sistem operasi *android* dan data hasil pengujian sistem baru berbasis *android*. Sumber data berasal dari beberapa sumber yaitu untuk data primer bersumber dari : pertama, dari hasil pengamatan di lokasi penelitian. Penelitian akan mengambil beberapa lokasi antrian sebagai tempat observasi yaitu di instansi pemerintah yaitu Puskesmas Simpang Tiga Pekanbaru dan salah satu perusahaan perbankan di Pekanbaru. Kedua adalah bersumber dari wawancara terhadap dua orang pegawai dan dua orang masyarakat dari masing-masing lokasi pengamatan sebagai responden. Sedangkan untuk data

sekunder bersumber dari buku-buku referensi yang relevan sebagai literatur dan rujukan dalam penelitian ini.

Penelitian dibagi menjadi lima tahap. Tahapan penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut :

- a. Analisa Permasalahan
- b. Perancangan Aplikasi
- c. Penyusunan kode program
- d. Compiling dan Debugging
- e. Pengujian

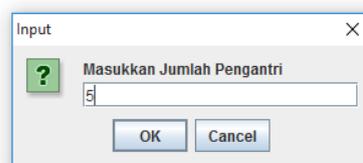
HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebelum melakukan *coding* aplikasi berbasis *Android*, maka komputer (laptop) haruslah sudah terinstal program *Android Studio* untuk melakukan *coding*.



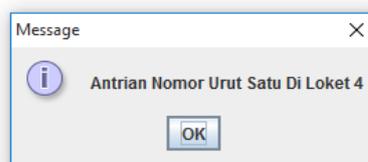
Gambar 2 : Program Android Studio

Pembuatan aplikasi dimulai dengan aplikasi input data. Input data menggunakan metode *JoptionPane*. Sebagaimana diketahui dalam bahasa *Java* selain menggunakan *JoptionPane*, input data dapat juga menggunakan *BufferedReader*. Metode *JoptionPane* dipilih karena *interface* yang dihasilkan dapat berupa *Graphical User Interface* (GUI) sehingga lebih memudahkan pengguna (*user*). Berikut tamplan GUI untuk menentukan jumlah pengantri.



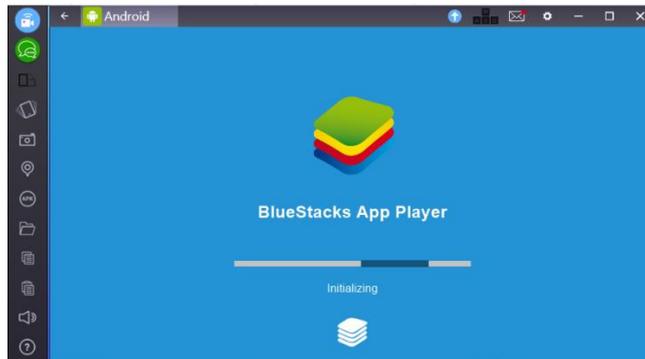
Gambar 2 : Input data jumlah pengantri.

Setelah jumlah pengantri diinputkan, maka petugas layanan dapat memulai pemanggilan nasabah pengantri dengan menekan tombol OK. Tombol ini akan selalu di klik manakala petugas pelayanan selesai melayani nasabah dan akan memanggil antrian berikutnya. Setiap tombol OK di klik, maka nomor antrian yang dipanggil akan selalu bertambah satu hingga berakhir pada nomor antrian terakhir sesuai dengan data jumlah pengantri yang diinputkan sebelumnya. Berikut adalah GUI untuk memanggil nomor antrian nasabah sebagaimana gambar 2.



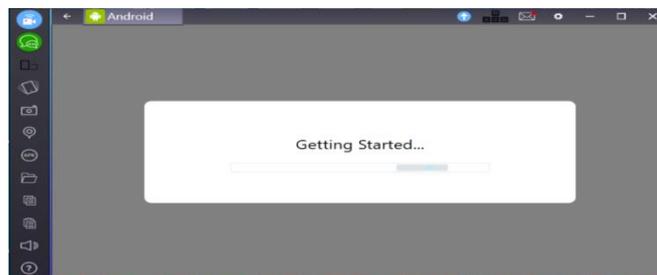
Gambar 3 : GUI Pemanggilan Antrian

Untuk menguji aplikasi, penulis menggunakan aplikasi *BlueStack App Player* sebagai *emulator smartphone Android*. Berikut tampilan *BlueStack App Player*.



Gambar 4 : Membuka *Emulator BlueStack App Player*

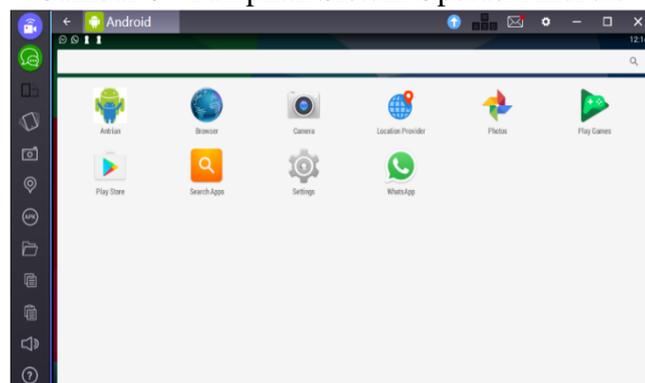
Setelah aplikasi *emulator BlueStack* diaktifkan, tunggu sesaat hingga proses *loading* selesai. Proses *loading* seperti pada gambar 4 berikut :



Gambar 5 : Proses Loading Emulator



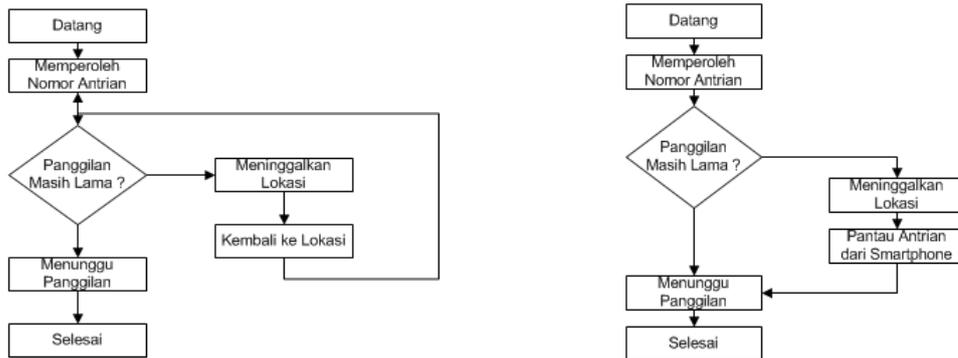
Gambar 6 : Tampilan Sistem Operasi Android



Gambar 7 : Daftar Aplikasi

KESIMPULAN

Penelitian ini adalah menyempurnakan penelitian berbasis desktop yang telah banyak dipergunakan. Perhatikan pada alur sistem antrian berikut :



Gambar 1 : Alur antrian berbasis *Desktop* Gambar 2 : Alur antrian berbasis *Android*

Pada alur antrian berbasis *desktop* terlihat apabila seorang pengantri harus meninggalkan lokasi antrian (karena panggilannya masih lama), maka sangat memungkinkan ia akan datang berulang kali ke lokasi layanan untuk memeriksa apakah nomor antriannya sudah mendekati untuk dipanggil atau belum. Keadaan tersebut sangat tidak efisien dari sisi waktu. Sedangkan pada sistem berbasis *android* nantinya, apabila nomor pengantri masih lama dari jadwal panggilannya maka pengantri dapat meninggalkan lokasi antrian untuk menyelesaikan pekerjaan lain dan ia dapat memantau kemajuan panggilan antrian dari *smartphone* sehingga cukup datang kembali pada saat yang tepat manakala nomor antriannya telah mendekati panggilan. Dengan demikian pengantri akan memiliki kepastian waktu layanan sehingga dapat efektif mengelola waktu untuk pekerjaan lainnya.

Pada sistem antrian yang akan dibuat kali ini dapat memudahkan dan memberikan kepastian waktu kepada pengguna yaitu apabila nomor antrian miliknya masih lama mendapatkan jadwal panggilan (layanan) maka yang bersangkutan dapat meninggalkan lokasi antrian untuk kegiatan lain dan selanjutnya memantau panggilan antrian lewat *smartphone*.

REFERENSI

- Asep Saefullah Dkk, *Sistem Notifikasi Antrian Berbasis Android*, Jurnal *Creative Communication And Innovative Technology*, Edisi No.3 Volume 7, May 2014, Tangerang. Halaman 12 – 23
- Huda, Arif Akbarul. 2012, *24 Jam Pintar Pemrograman Android*, Andi, Yogyakarta.
- Muhammaad Fauzi Masykur, 2015. *Perancangan Sistem Antrian Pelanggan Berbasis Mobile*, UIN Sunan Kalijaga, Yogyakarta.
- Safaat, Nazaruddin, 2013. *Berbagai Implementasi dan Pengembangan Aplikasi Mobile Berbasis Android*, Informatika, Bandung.
- Wahana Komputer, 2012. *Java For Mobile Programming*, Andi, Yogyakarta.
- Sukma Bahrul Azis Dkk, *Perancangan dan Implementasi Aplikasi Sistem Antrian Untuk Pasien Pada Dokter Umum Berbasis Android dan SMS Gateway*, Jurnal *Elektro Telekomunikasi Terapan*, Juli 2015, Halaman 71 – 82.

MODEL OPTIMASI LAHAN PARKIR GRAPARI BANDA ACEH DENGAN MENGGUNAKAN SATUAN RUANG PARKIR

Phounna Mandira Chalandri¹, Intan Syahrini², Taufiq Iskandar³, Marwan Ramli⁴

Program Studi Matematika, Universitas Syiah Kuala Banda Aceh

Email : tauis2005@gmail.com

ABSTRAK

Tulisan ini mendiskusikan tentang optimisasi lahan parkir dengan menggunakan Satuan Ruang Parkir (SRP). SRP merupakan suatu metode yang dapat digunakan untuk membentuk ruang petak parkir menjadi lahan parkir. Dengan menggunakan Model Integer Linear Programming (ILP), dalam tulisan ini ditentukan jumlah maksimum kendaraan baik roda maupun roda empat yang dapat diparkirkan pada suatu lahan tertentu. Sebagai studi kasus, dipilih lahan parkir Graha Pari Seraya (GraPARI) Telkomsel yang berada di Jln. Tgk. Daud Beureuh No.23 Banda Aceh. Data kendaraan diperoleh melalui pengamatan kendaraan yang memasuki wilayah parkir pada hari kerja. Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh bahwa pada lahan parkir GraPari Banda Aceh dapat ditampung sebanyak 27 SRP untuk kendaraan roda empat dan 204 SRP untuk kendaraan roda dua.

Kata kunci: Satuan Ruang Parkir (SRP), GraPARI, Model Integer Linear Programming, Lahan Parkir, Optimisasi

PENDAHULUAN

Tempat parkir dibutuhkan oleh setiap kendaraan, khususnya pada wilayah perkotaan yang padat dan harga lahan yang relatif mahal. Lahan parkir yang diperlukan untuk ruang parkir mobil lebih kurang 8 meter (Setyaka, 2010). Jumlah penduduk yang menempati lahan perkotaan yang semakin tinggi yang menyebabkan keterbatasan lahan parkir. Hal ini tentu saja berdampak pada kemacetan lalu lintas, akan menghambat pertumbuhan dan perkembangan kota tersebut.

Masyarakat lebih menyukai parkir secara badan jalan dikarenakan mudah dan cepat yang mengakibatkan tidak beraturannya lalu lintas kendaraan. Salah satu daerah yang memiliki mobilisasi yang tinggi adalah Banda Aceh dengan jumlah penduduk 5.066.831 jiwa. Kondisi ini memicu penggunaan kendaraan pribadi yang semakin meningkat dari tahun ke tahun di Kota Banda Aceh. Peningkatan kepemilikan kendaraan pribadi setiap tahunnya menyebabkan kebutuhan akan ruang parkir juga meningkat.

Penelitian tentang pemanfaatan lahan parkir telah dilakukan oleh banyak peneliti. Anggraini, dkk (2013) meninjau dampak parkir di badan jalan dengan menggunakan metode kedatangan dan keberangkatan terhadap kinerja ruas jalan di Klinik Cempaka Lima Banda Aceh. Abdelfatah dan Taha (2014) membahas masalah optimasi Satuan Ruang Parkir (SRP) dengan menggunakan Metode Integer Linear Programming. Sari (2014) membahas pengelolaan dan penggunaan lahan parkir di Hermes Palace Mall Kota Banda Aceh dalam rangka mengoptimalkan pendapatan parkir.

Di Kota Banda Aceh terdapat gerai pusat Telkomsel, merupakan salah satu perusahaan operator telekomunikasi seluler dengan jumlah pelanggan yang sangat banyak. Gerai pusat Telkomsel ini dinamakan Graha Pari Sraya (GraPARI). GraPARI cabang Kota Banda Aceh

yang berada di Jl.Tgk.Daud Beureueh No.23 (samping Bank Bukopin), Banda Aceh, Aceh 23125. Saat ini lahan parkir GraPARI tidak tertata dengan baik sehingga pemanfaatan lahan parkir tidak optimal. Penelitian ini mendiskusikan model optimasi lahan parkir GraPARI Banda Aceh dengan menggunakan metode Satuan Ruang Parkir (SRP). SRP adalah metode yang menggunakan unit ukuran yang diperlukan untuk memarkir kendaraan menurut bentuk penyediaannya. Besaran ruang parkir dipengaruhi oleh dimensi kendaraan standar, ruang bebas kendaraan parkir, dan lebar bukaan pintu kendaraan.

TINJAUAN KEPUSTAKAAN

Parkir

Poerwadarminta (1999) mendefinisikan parkir adalah keadaan tidak bergerak suatu kendaraan yang bersifat sementara karena ditinggalkan oleh pengemudinya. Dalam PP NO. 43 tahun 1993 parkir adalah kendaraan yang berhenti sementara karena ditinggalkan pengemudinya pada tempat-tempat tertentu baik yang dinyatakan dengan rambu atau tidak.

Fasilitas parkir di luar badan jalan dapat berupa taman parkir dan gedung parkir. Untuk kawasan-kawasan tertentu seperti pusat perbelanjaan, bisnis maupun perkantoran menyediakan fasilitas parkir untuk umum di luar badan jalan. Menurut Ditjen Perhubungan Darat (1998), kegunaan fasilitas parkir dibedakan atas :

1. Fasilitas Parkir Pada Badan Jalan (*on street parking*). Parkir di badan jalan (*on street parking*) dilakukan di atas badan jalan dengan menggunakan sebagian badan jalan. Walaupun parkir jenis ini diminati, tetapi akan menimbulkan kerugian bagi pengguna transportasi yang lain. Walaupun hanya beberapa kendaraan saja yang parkir dibadan jalan tetapi kendaraan tersebut secara efektif telah mengurangi badan jalan. Kendaraan yang parkir di sisi jalan merupakan faktor utama dari 50% kecelakaan yang terjadi ditengah ruas jalan didaerah pertokoan.
2. Fasilitas Parkir di Luar Badan Jalan (*off street parking*). Parkir di luar badan jalan (*off street parking*) yaitu parkir yang lokasi penempatan kendaraannya tidak berada di badan jalan. Parkir jenis ini dilakukan pada kantor, pusat perbelanjaan, dan sebagainya. Sistemnya dapat berupa pelataran / taman parkir dan bangunan bertingkat khusus parkir. Secara ideal lokasi yang dibutuhkan untuk parkir di luar badan jalan (*off street parking*) harus dibangun tidak terlalu jauh dari tempat yang dituju oleh pemarkir. Jarak parkir terjauh ke tempat tujuan tidak lebih dari 300-400 meter. Fasilitas parkir diluar badan jalan dapat dikelompokkan atas dua bagian, yakni:
 1. Fasilitas untuk umum yaitu tempat parkir berupa gedung parkir atau taman parkir untuk umum yang diusahakan sebagai kegiatan sendiri.
 2. Fasilitas parkir penunjang yaitu berupa gedung parkir atau taman parkir yang disediakan untuk menunjang kegiatan pada bangunan utama.

Satuan Ruang Parkir

Suatu satuan ruang parkir (SRP) adalah ukuran luas efektif untuk meletakkan kendaraan (mobil penumpang, bus / truk, atau sepeda motor), termasuk ruang bebas dan bukaan pintu. Satuan ruang parkir digunakan untuk mengukur kebutuhan ruang parkir. Penentuan satuan ruang parkir juga tidak lepas dari pertimbangan-pertimbangan lainnya, sesuai dengan kondisi lahan.

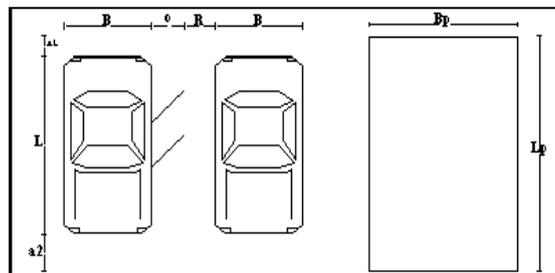
Penentuan satuan ruang parkir (SRP) untuk masing-masing jenis kendaraan telah dianalisis sedemikian rupa dengan menggunakan beberapa pendekatan. Tabel 1 menyajikan (SRP) untuk beberapa jenis kendaraan.

Tabel 1. Satuan ruang parkir (SRP)

No.	Jenis Kendaraan	Pengguna dan/atau peruntukan fasilitas paker	SRP (m ²)
1	Mobil penumpang untuk golongan I	Karyawan/pekerja kantor, tamu /pengunjung pusat kegiatan perkantoran, perdagangan, pemerintahan, universitas.	2,30 x 5,00
	Mobil penumpang untuk golongan II	Pengunjung tempat olahraga, pusat hiburan/rekreasi, hotel, pusat perdagangan eceran/swalayan, rumah sakit, bioskop.	2,50 x 5,00
	Mobil penumpang untuk golongan III	Orang cacat	3,00 x 5,00
2	Sepeda Motor	-	0,75 x 2,00

Sumber: Ditjen perhubungan Darat,1998

Satuan Ruang Parkir untuk mobil dan sepeda motor masing-masing disajikan pada Gambar 2 dan Gambar 3.



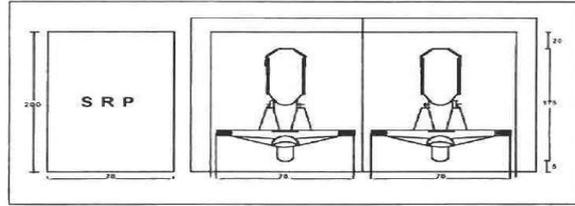
Gambar 1. Satuan Ruang Parkir (SRP) untuk Mobil Penumpang (dalam cm)

Keterangan :

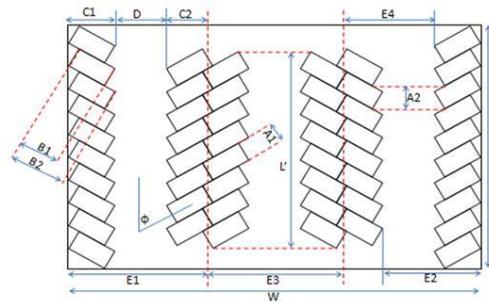
- B : lebar total kendaraan
- L : panjang total kendaraan
- O : lebar bukaan pintu
- a1, a2 : jarak bebas arah longitudinal
- R : jarak bebas arah lateral

Tabel 2. Dimensi Parkir

Golongan I	B = 170 cm O = 55 cm R = 5 cm	a1 = 10 cm a2 = 20 cm L = 470 cm	Bp = 230 cm Lp = 500 cm
Golongan II	B = 170 cm O = 75 cm R = 5 cm	a1 = 10 cm a2 = 20 cm L = 470 cm	Bp = 250 cm Lp = 500 cm
Golongan III	B = 170 cm O = 80 cm R = 50 cm	a1 = 10 cm L = 470 cm a2 = 20 cm	Bp = 300 cm Lp = 500 cm



Gambar 2. Satuan Ruang Parkir (SRP) untuk Sepeda Motor (dalam cm)



Gambar 3. Lahan parkir dan Satuan Ruang Parkir (SRP)

Keterangan :

A_1 : Lebar satuan lahan

A_2 : Lebar saat dalam barisan

B_1 : Panjang satuan lahan

B_2 : Panjang saat dalam barisan

C_1 : Lebar dari batas ke batas baris lahan

C_2 : Lebar dari dinding ke batas baris lahan

D : Gang

E_1 : Lebar eksterior penuh

E_2 : Lebar interior penuh

E_3 : Lebar eksterior

E_4 : Lebar interior

W : Lebar keseluruhan lahan

L : Panjang keseluruhan lahan

L' : Panjang keseluruhan tanpa gang

Bingle *et.al.*(1987) mengemukakan formulasi lebar gang parkir, sudut parkir, dan pemilihan ruang parkir. Perhitungan tersebut mengikuti Gambar 3 dan mengikuti persamaan sebagai berikut:

$$A_2 = \frac{A_1}{\sin \theta} \quad (1)$$

$$B_2 = \frac{A_1}{\tan \theta} + B_1 \quad (2)$$

$$C_1 = B_2 \cos(90 - \theta) \quad (3)$$

$$C_2 = C_1 - 0,5(B_2 - B_1) \cos(90 - \theta) \quad (4)$$

$$E_1 = C_1 + D + C_2 \quad (5)$$

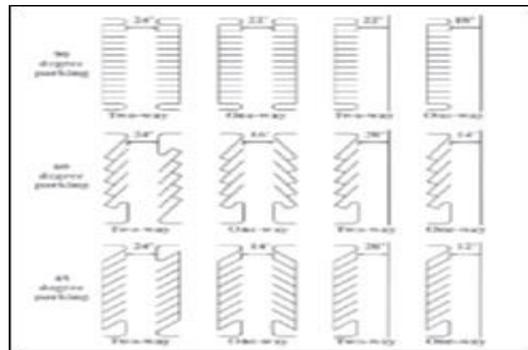
$$E_2 = C_1 + D \quad (6)$$

$$E_3 = 2C_2 + D \quad (7)$$

$$E_4 = C_2 + D \quad (8)$$

Pola Parkir

Pola parkir dibedakan atas tiga macam, yaitu paralel (sudut 0°), menyudut (30, 45, 60) dan tegak lurus (90). Pola parkir paralel lebih sesuai untuk ruang bebas yang terbatas (sempit) namun kurang nyaman bagi pengemudi yang ingin bermanuver. Pola parkir tegak lurus sangat efisien untuk parkir yang lahannya tersedia dengan baik. (Departemen Perhubungan Darat, 1998).



Gambar 4. Posisi Parkir

Pengukuran Besaran Dalam Parkir

Pengukuran besaran dalam parkir harus dilakukan agar dapat diperoleh angka signifikan yang digunakan untuk melakukan analisa dalam perencanaan ruang yang diperlukan.

1. Akumulasi Parkir

Merupakan jumlah kendaraan yang diparkir disuatu tempat pada waktu tertentu dan dapat dibagi sesuai dengan kategori jenis dan maksud perjalanan. Akumulasi parkir ini akan berkaitan erat dengan beban parkir (jumlah kendaraan parkir) dalam satuan jam kendaraan per periode waktu tertentu.

2. Rata-Rata Laju Kedatangan

Rata-rata besarnya kebutuhan ruang parkir adalah perbandingan antara jumlah kendaraan ruang parkir dengan total jumlah pengamatan dan durasi waktu, yang dirumuskan sebagai

$$RK = \frac{JK}{\sum JP/DW} \quad (9)$$

METODE PENELITIAN

Data keluar masuknya kendaraan yang digunakan pada penelitian ini diambil pada lahan parkir GraPARI Telkomsel, Jl. Tgk. Daud Beureueh No.23, Banda Aceh.



Gambar 5. Parkiran GraPARI

Langkah kerja pada penelitian ini diadopsi dari penelitian Desi puspita sari (2016). Fokus penelitian ini adalah menggunakan model satuan ruang parkir untuk mengoptimalkan lahan parkir GraPARI. Tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini diuraikan sebagai berikut.

Langkah 1. Pengumpulan Data

Data yang digunakan merupakan data primer. Data primer berupa data panjang dan lebar lahan parkir GraPARI yang diukur menggunakan GPS dan meteran tanah.

Langkah 2. Menghitung Luas Lahan Parkir

Pada tahap ini data yang telah diperoleh berdasarkan pengamatan dengan menggunakan GPS digunakan untuk menghitung luas lahan parkir GraPARI.

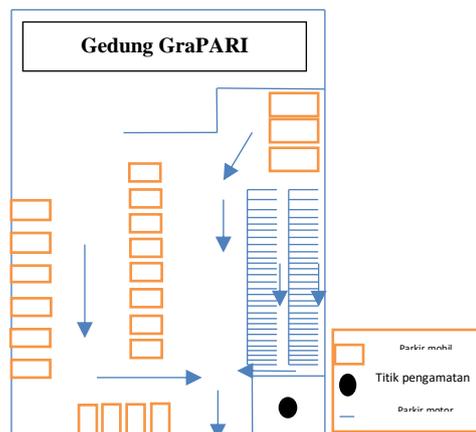
Langkah 3. Analisis Model Satuan Ruang Parkir.

Model optimisasi ruang parkir dihitung dengan menggunakan Satuan Ruang Parkir dalam bentuk Integer Linear Programming.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Kondisi Umum Parkir GraPARI

Berikut ini uraian mengenai kondisi dari GraPARI, baik mengenai lokasi, aktivitas fasilitas, dan titik survei yang dilakukan. GraPARI terletak pada Jln.Tgk.Daud Beureuh No.23 Banda Aceh dengan total luas lahan 66,39 m x 31,48 m. Pada lahan GraPARI terdapat fasilitas lahan parkir yang diperuntukkan untuk kendaraan roda empat dan kendaraan roda dua. Gambar 6 menyajikan jalur masuk dan keluarnya kendaraan pada GraPARI. Pada gambar tersebut juga terlihat bahwa titik pengamatan masuk dan keluarnya kendaraan dilakukan pada pos satpam.



Gambar 6. Denah GraPARI dan titik pengamatan

Data Kedatangan Kendaraan Pengguna GraPARI

Pengumpulan data kedatangan kendaraan yang parkir di GraPARI dilakukan dari tanggal 17 sd 22 Oktober 2017. Tabel 2 dan Tabel 3 menyajikan jumlah kendaraan yang telah parkir sebelum pengamatan dan pada waktu pengamatan. Dengan menggunakan (9) diperoleh rata-rata laju kedatangan mobil dan motor, yang disajikan sebagai berikut.

- a. Rata-rata laju kedatangan mobil
 1. periode I adalah 22 kend/jam
 2. periode II adalah 16 kend/jam
 3. periode III adalah 17 kend/jam
 4. periode IV adalah 14 kend/jam

5. periode V adalah 7 kend/jam
6. periode VI adalah 11 kend/jam

b. Rata- rata laju kedatangan motor

1. periode I adalah 41 kend/jam
2. periode II adalah 43 kend/jam
3. periode III adalah 43 kend/jam
4. periode IV adalah 33 kend/jam
5. periode V adalah 25 kend/jam
6. periode VI adalah 37 kend/jam

Tabel 2. Jumlah kendaraan yang sudah parkir sebelum pencatatan

Pe rio de	Hari	Waktu Pengama tan	Jumlah Kendaraan	
			Mob il	Mot or
1	Senin , 17 Oktober 2016	09.40- 10.00	25	73
2	Selasa, 18 Oktober 2016	09.40- 10.00	16	67
3	Rabu, 19 Oktober 2016	09.40- 10.00	10	70
4	Kamis, 20 Oktober 2016	09.40- 10.00	18	72
5	Jumat, 21 Oktober 2016	09.40- 10.00	11	37
6	Sabtu, 22 Oktober 2016	09.40- 10.00	8	36

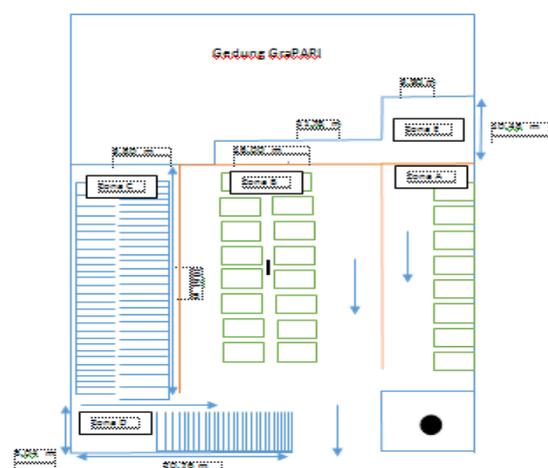
Tabel 3. Jumlah kendaraan yang sudah parkir pada waktu pencatatan

Rekapi tulasi	Jumlah Kedata ngan Mobil	Jumlah Kedata ngan Motor	Jumla h Kelua ran Mobil	Jumla h Kelua ran Motor
Periode 1	154	282	178	356
Periode 2	110	300	126	361
Periode 3	122	304	132	327
Periode 4	95	232	113	304
Periode 5	50	178	61	215
Periode 6	42	148	50	185

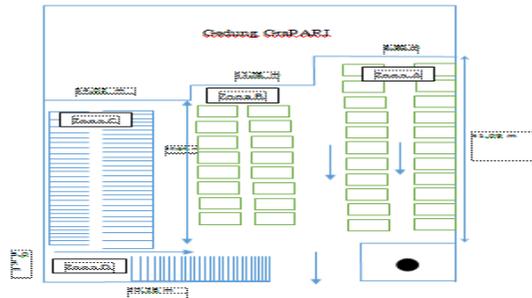
Model Optimisasi Lahan Parkir

Model Optimisasi satuan ruang parkir digunakan untuk menentukan jumlah kendaraan paling maksimal yang dapat diparkirkan pada suatu lahan. Pada lahan GraPARI di bentuk tiga bentuk lahan parkir yang dihitung dengan menggunakan satuan ruang parkir (SRP). Sari (2016) menggunakan empat kemungkinan baris parkir antara lain adalah baris eksterior penuh X_{ep} , interior penuh X_{ip} , interior X_i , dan eksterior X_e . Baris eksterior penuh X_{ep} terdiri dari satu baris parkir yang berada di dekat dinding, memiliki satu gang sirkulasi, dan satu baris parkir berada di tengah dan berhimpit dengan baris parkir lain. Baris parkir interior penuh X_{ip} terdiri dari dua baris parkir yang berada di tengah dan dipisahkan oleh satu gang. Kemungkinan yang terakhir adalah baris parkir eksterior X_e yang memiliki satu baris parkir di dekat dinding dan satu gang.

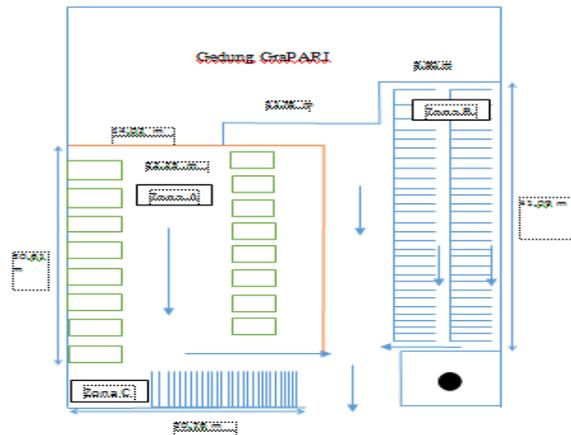
Pada lahan GraPARI hanya dapat digunakan tiga kemungkinan baris parkir (Abdelfatah dan Taha, 2014). Tiga kemungkinan baris parkir yaitu baris eksterior penuh X_{ep} , interior penuh X_{ip} , dan eksterior X_e . Setiap kemungkinan baris parkir memiliki kemungkinan sudut parkir yaitu $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ dan 90° . Model lahan parkir GraPARI yang akan dioptimalkan memiliki luas lahan yang terbatas sehingga dibentuk 3 kemungkinan jenis lahan parkir. Ketiga jenis lahan tersebut disajikan pada Gambar 7, Gambar 8 dan Gambar 9. Pada lahan jenis pertama parkir GraPARI, terdapat 5 zona yang akan dihitung alokasinya. Zona A merupakan zona mobil dengan ukuran 30,61 m x 9,90 m. Zona B merupakan zona mobil yang ukurannya 30,61 m x 16,00 m. Zona C merupakan zona motor yang memiliki luas ukurannya 30,61 m x 9,80 m. Zona D merupakan zona motor yang ukurannya 20,76 m x 6,04 m. Zona E merupakan zona motor yang ukurannya 10,48 m x 9,90 m. Selanjutnya pada lahan jenis kedua parkir GraPARI, terdapat 4 zona yang akan dihitung alokasinya. Zona A merupakan zona mobil dengan ukuran 41,09 m x 9,90 m. Zona B merupakan zona mobil yang ukurannya 30,61 m x 11,78 m. Zona C merupakan zona motor yang ukurannya 30,61 m x 14,02 m. Zona D merupakan zona motor yang ukurannya 20,76 m x 6,04 m. Untuk lahan jenis ketiga parkir GraPARI, terdapat 3 zona yang akan dihitung alokasinya. Zona A merupakan zona mobil dengan ukuran 30,61 m x 22,25 m. Zona B merupakan zona motor yang ukurannya 41,09 m x 9,90 m. Zona C merupakan zona motor yang ukurannya 20,76 m x 6,04 m.



Gambar 7. Rancangan Lahan Parkir GraPARI jenis pertama



Gambar 8. Rancangan Lahan Parkir GraPARI jenis kedua



Gambar 9. Rancangan Lahan Parkir GraPARI jenis ketiga

Hasil Optimal Lahan Parkir GraPARI

Simbol yang digunakan.

θ : Sudut Parkir ($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ dan 90°)

$X_{ep,\theta}$: Jumlah baris eksterior penuh dengan sudut θ

$X_{e,\theta}$: Jumlah baris eksterior dengan sudut θ

$X_{ip,\theta}$: Jumlah baris interior penuh dengan sudut θ

$n_{ep,\theta}$: Jumlah kendaraan pada baris eksterior penuh dengan sudut θ

$n_{e,\theta}$: Jumlah kendaraan pada baris eksterior dengan sudut θ

$n_{ip,\theta}$: Jumlah kendaraan pada baris interior penuh dengan sudut θ

1. Variabel keputusan

Variabel keputusan yang digunakan pada model ini adalah jumlah baris parkir eksterior penuh X_{ep} , baris parkir eksterior X_e dan baris parkir interior penuh X_{ip} atau $(X_{ep,\theta}, X_{e,\theta},$ atau $X_{ip,\theta},)$ dan jumlah unit kendaraan yang parkir berdasarkan sudut parkir $(n_{ep,\theta}, n_{e,\theta},$ atau $n_{ip,\theta})$.

2. Fungsi tujuan:

Fungsi tujuan dibentuk dari jumlah baris parkir yang mampu ditampung dalam suatu lahan parkir. Secara matematis fungsi tujuan untuk permasalahan maksimum parkir sebagai berikut:

$$\text{Maks } Z = \sum_{\theta=30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ} (n_{ep,\theta} + n_{e,\theta} + n_{ip,\theta})$$

3. Fungsi kendala:

Fungsi kendala pada satuan ruang parkir adalah lebar lahan parkir, panjang lahan parkir, dan jumlah kendaraan berupa bilangan bulat positif.

a. Fungsi kendala lebar lahan W

$$\sum_{\theta=30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ} (n_{ep,\theta}X_{ep,\theta} + n_{e,\theta}X_{e,\theta} + n_{ip,\theta}X_{ip,\theta}) \leq W$$

b. Fungsi kendala panjang lahan L dan L' untuk baris eksterior penuh:

$$A2n_{ep,30} - (L + L')X_{ep,30} \leq 0$$

$$A2n_{ep,45} - (L + L')X_{ep,45} \leq 0$$

$$A2n_{ep,60} - (L + L')X_{ep,60} \leq 0$$

$$A2n_{ep,75} - (L + L')X_{ep,75} \leq 0$$

$$A2n_{ep,90} - (L + L')X_{ep,90} \leq 0$$

c. Fungsi kendala panjang lahan L untuk baris eksterior:

$$A2n_{e,30} - X_{e,30}L \leq 0$$

$$A2n_{e,45} - X_{e,45}L \leq 0$$

$$A2n_{e,60} - X_{e,60}L \leq 0$$

$$A2n_{e,75} - X_{e,75}L \leq 0$$

$$A2n_{e,90} - X_{e,90}L \leq 0$$

d. Fungsi kendala panjang lahan L' untuk baris interior penuh:

$$A2n_{ip,30} - (X_{ip,30}L' + X_{ip,30}L') \leq 0$$

$$A2n_{ip,45} - (X_{ip,45}L' + X_{ip,45}L') \leq 0$$

$$A2n_{ip,60} - (X_{ip,60}L' + X_{ip,60}L') \leq 0$$

$$A2n_{ip,75} - (X_{ip,75}L' + X_{ip,75}L') \leq 0$$

$$A2n_{ip,90} - (X_{ip,90}L' + X_{ip,90}L') \leq 0$$

Berdasarkan hasil perhitungan lahan parkir jenis pertama memiliki Jumlah SRP yang lebih banyak daripada lahan parkir jenis lainnya. Pada Zona A diperoleh SRP optimal pada sudut parkir 45° yang memilih baris eksterior dengan jumlah SRP 8. Metode kombinasi lima sudut parkir menunjukkan hasil optimal yaitu satu baris eksterior pada sudut 45° . Pada Zona B diperoleh SRP optimal pada sudut parkir 90° yang memilih baris eksterior penuh dengan jumlah SRP 19. Metode kombinasi lima sudut parkir menunjukkan hasil optimal pada sudut 90° . Pada Zona C diperoleh SRP optimal pada sudut parkir 75° dan 45° yang memilih baris eksterior penuh dan interior penuh dengan jumlah SRP 82 dan 60. Metode kombinasi lima sudut parkir menunjukkan hasil optimal pada sudut 75° dan 45° . Pada Zona D diperoleh SRP optimal pada sudut parkir 75° yang memilih baris eksterior penuh dengan jumlah SRP 54. Metode kombinasi lima sudut parkir menunjukkan hasil optimal pada sudut 90° . Pada Zona E diperoleh SRP optimal pada sudut parkir 75° yang memilih baris eksterior penuh dengan jumlah SRP 25. Metode kombinasi lima sudut parkir menunjukkan hasil optimal pada sudut 75° . Jumlah SRP optimal dari keseluruhan Zona yang terdapat pada lahan parkir jenis pertama adalah 240. Jumlah SRP untuk kendaraan roda empat adalah 37 SRP dan Jumlah SRP untuk kendaraan roda dua adalah 221 SRP. Untuk lahan jenis pertama ini diperoleh

$$\text{Maks } Z = \sum_{\theta=30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ} (n_{ep,\theta} + n_{e,\theta} + n_{ip,\theta})$$

dengan kendala

$$11,75X_{ep,30} + 13,22X_{ep,45} + 15,14X_{ep,60} + 16,63X_{ep,75} + 16,50X_{ep,90} + 8,17X_{e,30} + 8,8X_{e,45} + 10,18X_{e,60} + 11,00X_{e,75} + 11,50X_{e,90} + 10,66X_{ip,30} + 12,34X_{ip,45} + 14,52X_{ip,60} + 16,00X_{ip,75} + 16,50X_{ip,90} \leq 9,90$$

$$\begin{aligned} 5n_{ep,30} - (30,61 + 23,61)X_{ep,30} &\leq 0 \\ 3,54n_{ep,45} - (30,61 + 23,11)X_{ep,45} &\leq 0 \\ 2,89n_{ep,60} - (30,61 + 21,61)X_{ep,60} &\leq 0 \\ 2,59n_{ep,75} - (30,61 + 18,61)X_{ep,75} &\leq 0 \\ 2,50n_{ep,90} - (30,61 + 17,61)X_{ep,90} &\leq 0 \\ 5n_{e,30} - 30,61X_{e,30} &\leq 0 \\ 3,54n_{e,45} - 30,61X_{e,45} &\leq 0 \\ 2,89n_{e,60} - 30,61X_{e,60} &\leq 0 \\ 2,59n_{e,75} - 30,61X_{e,75} &\leq 0 \\ 2,50n_{e,90} - 30,61X_{e,90} &\leq 0 \\ 5n_{ip,30} - (23,61 + 23,61)X_{ip,30} &\leq 0 \\ 3,54n_{ip,45} - (23,11 + 23,11)X_{ip,45} &\leq 0 \\ 2,89n_{ip,60} - (21,61 + 21,61)X_{ip,60} &\leq 0 \\ 2,59n_{ip,75} - (18,61 + 18,61)X_{ip,75} &\leq 0 \\ 2,5n_{ip,90} - (17,61 + 17,61)X_{ip,90} &\leq 0 \end{aligned}$$

Hasil perhitungan model tersebut disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil simulasi model zona A pada Denah pertama dengan sudut parkir θ

Sudut (θ)	30°	45°	60°	75°	90°	Kombinasi
Jumlah baris $X_{ep}/$ Jumlah SRP (n_{ep})	0	0	0	0	0	0
Jumlah baris $X_e/$ Jumlah SRP (n_e)	0	1/8	1/7	0	0	1/45°/8
Jumlah baris $X_{ip}/$ Jumlah SRP (n_{ip})	0	0	0	0	0	0

KESIMPULAN

Telah dianalisa kapasitas lahan parkir yang optimal pada lahan parkir GraPARI Banda Aceh yang terletak di simpang lima. Terdapat tiga jenis lahan yang telah dianalisa dengan menggunakan satuan ruang parkir (SRP) dan *Program Linear Integer* untuk kendaraan roda empat dan roda dua. Berdasarkan hasil analisa pada ketiga jenis lahan diperoleh bahwa pada lahan parkir jenis pertama terdapat 5 Zona yaitu Zona A, B, C, D, dan E. Pada lahan parkir jenis kedua terdapat 4 Zona yaitu Zona A, B, C, dan D. Pada lahan parkir jenis ketiga terdapat 3 Zona yaitu Zona A, B, dan C. Model optimisasi satuan ruang parkir (SRP) untuk lahan parkir jenis pertama menghasilkan 231 SRP dimana 27 SRP untuk mobil dan 204 untuk motor. Laju kedatangan kendaraan pada periode I mencapai 22 kendaraan mobil/jam dan 41 kendaraan motor/jam.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdelfatah, A.S., dan Taha. M.A, 2014. Parking Capacity Optimization Using Linear Programming *Journal Of Traffic and Logistic Engineering*, Vol.2, No.3, Page 176-181.
- Anggraini. R., Burhanuddin dan Ilyas. I.I., 2013. *Kajian Keberadaan Ruang Pelayanan Publik Terhadap Kebutuhan Parkir dan Kinerja Ruas Jalan (studi kasus klinik cempaka lima kota banda aceh)*. Teknik Sipil Unsyiah, Aceh.
- Bingle, R., Meindertsma, D., Oostendorp, W. 1987. *Designing the optimal placement of space in a parking lot*, Vol.9, Issue 10, Page 765-776.
- B. Susanto, 1994. *Program Linear*. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, Yogyakarta
- Bohari, 1995. *Pengantar Hukum Pajak*. PT Raja Grafindo Persada, Jakarta.
- Dimiyati, T. T., dan Ahmad, D., 2003. *Operations Research : Model-model Pengambilan Keputusan*. Sinar Baru Algensindo, Bandung.
- Direktur Jenderal Perhubungan Darat. 1998. Pedoman Teknis Penyelenggaraan Fasilitas Parkir, nomor : 272/hk.105/drjd/96
- Poerwadarminta, W.J.S., 1999. *Kamus Bahasa Indonesia*. Balai Pustaka, Jakarta
- Rye. T. 2011. Manajemen Parkir: Sebuah Kontribusi Menuju Kota yang Layak Huni. *Modul. Deutsche Gesellschaft für Internationales Zusammenarbeiten (GLZ)*. Eschborn, Germany.
- Sari, D. P., Februari 2016. *Model Optimisasi Tarif dan Pendapatan Parkir Menggunakan Metode Pengali Lagrange*. Matematika Fmipa Unsyiah, Aceh.
- Setyaka, H., 2011. *Manajemen Parkir : sebuah kontribusi menuju kota yang layak huni*. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Taha, H, A. 2011. *Operations Research, Ninth Edition*. Pearson , New Jersey.
- Siringoringo, Hotniar., 2005. *Seri Teknik Riset Operasional : Pemrograman Linear*. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Syaripuddin., 2012. *Penyelesaian Masalah Transshipment Menggunakan Vogel's Approximation Method (VAM)*. Jurnal Eksponensial
- Warpani, Suwardjoko., 1990. *Merencanakan Sistem Perangkutan*. Penerbit ITB, Bandung.
- Warpani, Suwardjoko., 2002. *Pengelolaan Lalu Lintas dan Angkutan Jalan*. Penerbit ITB, Bandung.

Penentuan Lintasan Terpendek pada Suatu Graf Berbobot dengan menggunakan Program Dinamik

Eldawati, Said Munzir, Marwan Ramli

Program Studi Matematika, Universitas Syiah Kuala Banda Aceh

Email : marwan.math@unsyiah.ac.id

ABSTRAK

Tulisan ini mendiskusikan penggunaan program dinamis untuk menentukan lintasan terpendek pada suatu graf lengkap berbobot. Graf lengkap merupakan graf sederhana yang setiap vertexnya mempunyai sisi ke semua vertex lainnya. Graf lengkap berbobot adalah graf lengkap yang setiap sisinya memiliki bobot. Bobot yang dikaji adalah jarak antara setiap pasang vertex. Lintasan terpendek pada graf adalah sebuah lintasan yang memiliki jumlah bobot sisi yang paling minimum. Program dinamis merupakan salah satu metode pemecahan masalah dengan cara menguraikan solusi menjadi sekumpulan langkah atau tahapan sedemikian sehingga solusi dari persoalan dapat dipandang dari serangkaian keputusan yang saling berkaitan. Program dinamis menghitung bobot terkecil dari semua sisi yang menghubungkan sebuah pasangan vertex, dilakukan sekaligus untuk semua pasangan vertex. Penentuan lintasan terpendek menggunakan program dinamis menghasilkan suatu matriks hubung. Matriks hubung digunakan untuk menyatakan graf yang sisinya menghubungkan setiap vertex.

Kata kunci: lintasan terpendek, graf, vertex, program dinamis, matriks hubung.

PENDAHULUAN

Dalam kehidupan sehari-hari banyak persoalan yang dapat diimplementasikan dengan graf. Graf adalah himpunan *vertex* yang dihubungkan dengan sisi-sisi (Gross, 2004). Setiap sisi dihubungkan tepat oleh dua *vertex*. Graf merupakan model matematika yang sangat kompleks dan rumit, tapi dapat juga menjadi solusi yang baik untuk kasus-kasus tertentu. Banyak aplikasi yang menggunakan graf sebagai alat untuk merepresentasikan atau memodelkan persoalan sehingga persoalan itu dapat diselesaikan dengan baik (Novandi, 2007). Aplikasi-aplikasi tersebut misalnya dalam menentukan masalah lintasan terpendek, persoalan pedagang keliling, persoalan tukang pos Cina, pewarnaan graf, pembuatan sistem jalan raya satu arah, menentukan peringkat peserta sebuah turnamen, dan sebagainya (Diestel, 2005).

Persoalan lintasan terpendek merupakan suatu permasalahan untuk mencari lintasan antara dua buah *vertex* pada graf berbobot yang memiliki gabungan nilai jumlah bobot pada sisi graf yang dilalui dengan jumlah yang paling minimum (Fajar, 2007). Aplikasi yang paling sering ditemui adalah pada bidang transportasi dan komunikasi, seperti pada pencarian rute terbaik untuk menempuh dua kota atau untuk mengetahui dan menelusuri proses pengiriman paket data komunikasi dalam suatu jaringan komunikasi agar dihasilkan suatu proses pengiriman yang paling cepat (Reza, 2007).

Terdapat beberapa macam persoalan lintasan terpendek : lintasan terpendek antara dua buah *vertex* tertentu, lintasan terpendek antara semua pasangan *vertex*, lintasan terpendek dari

vertex tertentu ke semua *vertex* yang lain, dan lintasan terpendek antara dua buah *vertex* yang melalui beberapa *vertex* tertentu. Salah satu teknik untuk menentukan solusi minimum dari permasalahan lintasan terpendek adalah program dinamis (Eka, 2007). Program dinamis merupakan suatu teknik matematis yang membuat serangkaian keputusan yang saling berhubungan. Program dinamis menyediakan prosedur sistematis untuk menentukan kombinasi keputusan yang optimal (Hillier, 1990).

Program dinamis sebagai pencari lintasan terpendek cocok untuk berbagai ukuran jumlah *vertex* dan bobot yang diberikan dapat berupa bobot positif maupun negatif. Karena menganut sistem optimal, program dinamis selalu menghasilkan solusi yang optimal. Tulisan ini memaparkan penentuan solusi lintasan terpendek dengan menggunakan program dinamis pada suatu graf lengkap dengan tujuh vertex (K_7).

TINJAUAN KEPUSTAKAAN

Teori graf merupakan pokok bahasan yang sudah tua usianya namun memiliki banyak terapan dalam kehidupan sehari-hari. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Banyak persoalan pada dunia nyata yang sebenarnya merupakan representasi visual dari graf. Contoh salah satu representasi visual dari graf adalah peta. Banyak hal yang dapat digali dari representasi tersebut, diantaranya adalah menentukan jalur terpendek dari satu tempat ke tempat lain, menggambarkan 2 kota yang bertetangga dengan warna yang berbeda pada peta, menentukan tata letak jalur transportasi, pengaturan jaringan komunikasi atau jaringan internet dan masih banyak lagi. Selain peta, masih banyak hal lain dalam dunia nyata yang merupakan representasi visual dari graf (Aditya, 2007).

Graf G didefinisikan sebagai sepasang himpunan (V, E) , ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari *vertex-vertex* dan E adalah himpunan sisi (*edge*) yang menghubungkan sepasang *vertex* (Rosen, 2000).

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot) (Siang, 2002). Bobot pada tiap sisi dapat berbeda-beda tergantung pada masalah yang dimodelkan dengan graf. Bobot dapat menyatakan jarak antara dua buah kota, biaya perjalanan antara dua buah kota, waktu tempuh pesan dari sebuah simpul komunikasi ke simpul komunikasi lain (dalam jaringan komputer), ongkos produksi, biaya pembangunan dan sebagainya (Munir, 2005).

Jenis-jenis Graf

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, secara umum graf dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu :

1. Graf sederhana, yaitu graf yang tidak memiliki gelang maupun sisi ganda. Dalam graf sederhana, sisi adalah pasangan tidak terurut. Penulisan urutan sisi tidak menjadi permasalahan. Ada beberapa graf sederhana khusus yang dijumpai pada banyak aplikasi (Rosen, 2000):
 - a. Graf Lengkap (*Complete Graph*)
Graf lengkap adalah graf sederhana yang setiap *vertex*nya mempunyai sisi ke semua *vertex* lainnya. Graf lengkap dengan n buah *vertex* disimbolkan dengan K_n . Jumlah sisi pada graf lengkap yang terdiri dari n buah *vertex* adalah $\frac{n(n-1)}{2}$ buah.
 - b. Graf lingkaran
Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap *vertex*nya berderajat dua. Graf lingkaran dengan n simpul dilambangkan dengan C_n .
 - c. Graf Teratur (*Regular Graph*)

Graf yang setiap *vertex* nya mempunyai derajat yang sama disebut graf teratur. Apabila derajat setiap simpul adalah r , maka graf tersebut disebut sebagai graf teratur derajat r . Jumlah sisi pada graf teratur adalah $\frac{nr}{2}$.

2. Graf tak sederhana, yaitu graf yang memiliki gelang maupun sisi ganda. Ada dua macam graf tak sederhana, yaitu graf ganda (graf yang memiliki sisi ganda) dan graf semu (graf yang memiliki sisi gelang).

Lintasan dan Cycle

Jalan (*walk*) W dengan panjang n dari *vertex* a ke b pada graf G adalah barisan *vertex*
 $a = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, e_3, v_3, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$
 $= b (n = 0)$

yang terdiri dari *vertex* dan sisi di G yang diawali dan diakhiri dengan *vertex*, sedemikian hingga (v_i, v_{i+1}) adalah sisi di G untuk setiap $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$.

Jalan menghubungkan titik v_0 dan v_n , dan dapat juga dinotasikan sebagai $v_0 v_1 \dots v_n$. Jalan dikatakan tertutup jika $a = b$ dan terbuka jika $a \neq b$.

Jejak (*trail*) adalah jalan dimana tidak ada sisi yang berulang. Jalan dikatakan lintasan (*path*) jika semua *vertex*nya berbeda. Lintasan adalah jejak, akan tetapi tidak semua jejak adalah lintasan. Sedangkan jalan tertutup dinamakan sikel (*cycle*).

Matriks Hubung

Matriks hubung (*adjacency matrix*) digunakan untuk menyatakan graf dengan cara menyatakannya dalam jumlah sisi yang menghubungkan *vertex-vertex*nya. Jumlah baris dan kolom matriks hubung sama dengan jumlah *vertex* dalam graf.

Misalkan G adalah graf tak berarah dengan *vertex-vertex* $v_1 v_2 \dots v_n$ (n berhingga). Matriks hubung yang sesuai dengan graf G adalah matriks $A = (a_{ij})$ dengan a_{ij} menyatakan jumlah sisi yang menghubungkan *vertex* v_i dengan *vertex* v_j ; dimana $i, j = 1, 2, \dots, n$. Matriks hubung selalu merupakan matriks yang simetris ($a_{ij} = a_{ji} \forall i, j$).

Menurut Gros (2004), ada beberapa hal yang harus diperhatikan dalam mempresentasikan graf dengan matriks hubung :

1. Graf tidak mempunyai gelang jika dan hanya jika semua unsur diagonal utama = 0. Sisi gelang pada *vertex* $a_{ii} = 1$.
2. Graf G adalah graf lengkap jika dan hanya jika semua unsur dalam diagonal utama = 0 dan semua unsur di luar diagonal utama = 1.

Lintasan Terpendek (*Shortest Path*)

Lintasan terpendek adalah lintasan minimum yang diperlukan untuk mencapai suatu tempat dari tempat tertentu. Lintasan minimum yang dimaksud dapat dicari dengan menggunakan graf. Graf yang digunakan adalah graf yang berbobot, yaitu graf yang setiap sisinya diberikan suatu nilai atau bobot. Dalam kasus ini, bobot yang dimaksud berupa jarak (Reza, 2007).

Ada beberapa macam persoalan lintasan terpendek, antara lain:

- a. Lintasan terpendek antara dua buah simpul tertentu (*a pair shortest path*).
- b. Lintasan terpendek antara semua pasangan simpul (*all pairs shortest path*).
- c. Lintasan terpendek dari simpul tertentu ke semua simpul yang lain (*single-source shortest path*).
- d. Lintasan terpendek antara dua buah simpul yang melalui beberapa simpul tertentu (*intermediate shortest path*).

METODE PENELITIAN

Program dinamis adalah metode pemecahan masalah dengan cara menguraikan solusi menjadi sekumpulan langkah atau tahapan sedemikian rupa sehingga solusi dari persoalan dapat dipandang dari serangkaian keputusan yang saling berkaitan (Eka, 2007).

Berbeda dari pemrograman linier, tidak terdapat rumusan matematis standar dalam masalah pemrograman dinamis. Akan tetapi pemrograman dinamis adalah suatu tipe pendekatan umum dalam pemecahan masalah dan persamaan-persamaan tertentu yang digunakan harus dibuat sesuai situasi yang sifatnya individual. Pada penyelesaian metode ini kita menggunakan persyaratan optimasi dan kendala untuk membatasi sejumlah pilihan yang harus dipertimbangkan pada suatu tahap (Fajar, 2007).

Program dinamis memiliki karakteristik sebagai berikut:

1. Permasalahannya dapat dibagi menjadi beberapa tahap, yang pada setiap tahap hanya diambil satu keputusan yang optimal.
2. Masing-masing tahap terdiri dari sejumlah status yang berhubungan dengan tahap tersebut.
3. Hasil keputusan yang diambil pada setiap tahap ditransformasikan dari status yang bersangkutan ke status berikutnya pada tahap berikutnya.
4. Jarak pada suatu tahap bergantung pada jarak tahap-tahap sebelumnya dan meningkat secara teratur dengan bertambahnya jumlah tahapan.
5. Keputusan terbaik pada suatu tahap bersifat independen terhadap keputusan yang dilakukan tahap sebelumnya.
6. Adanya hubungan rekursif yang mengidentifikasi keputusan terbaik untuk setiap status pada tahap k memberikan keputusan terbaik untuk tahap sebelumnya.
7. Prinsip optimalitas berlaku pada persoalan tersebut.

Misalkan x_1, x_2, \dots, x_n menyatakan peubah (*variable*) keputusan untuk tahap 1, 2, ..., n . Dalam menyelesaikan persoalan dengan program dinamis dapat menggunakan dua pendekatan berbeda yaitu :

- a. Maju (*forward* atau *up-down*) : bergerak mulai dari tahap 1, terus maju ke tahap 2,3,..., n . Urutan variabel keputusan adalah x_1, x_2, \dots, x_n .
- b. Mundur (*backward* atau *bottom-up*) : bergerak mulai dari tahap n , terus mundur ke tahap $n-1, n-2, \dots, 2, 1$. Urutan variabel keputusan adalah $x_n, x_{n-1}, \dots, x_2, x_1$.

Untuk menentukan semua pasangan lintasan terpendek dalam graf berbobot dapat dipakai program dinamis. Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf dengan n buah simpul, dan C adalah bobot untuk G sedemikian sehingga $C(i, i) = 0, 1 \leq i \leq n$, dan $C(i, j)$ adalah bobot dari sisi $\langle i, j \rangle$ jika $\langle i, j \rangle \in E(G)$ dan $C(i, j) = \infty$ jika $i \neq j$ dan $\langle i, j \rangle \notin E(G)$.

Masalah pasangan lintasan terpendek adalah menentukan matriks A sedemikian sehingga $A(i, j)$ adalah panjang lintasan terpendek dari i ke j . Definisikan $A^k(i, j)$ adalah panjang lintasan terpendek dari i ke j yang tidak melalui simpul yang lebih besar dari k . $A(i, j)$ dapat diperoleh :

$$A(i, j) = \min\{\min_{1 \leq k \leq n} \{A^{k-1}(i, k) + A^{k-1}(k, j)\}, C(i, j)\} \quad (2.1)$$

Karena $A^0(i, j) = C(i, j), 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$, maka

$$A^k(i, j) = \min\{A^{k-1}(i, j), A^{k-1}(i, k) + A^{k-1}(k, j)\}, k \geq 1 \dots \quad (2.2)$$

Berikut ini adalah algoritma untuk mencari semua pasangan lintasan terpendek:

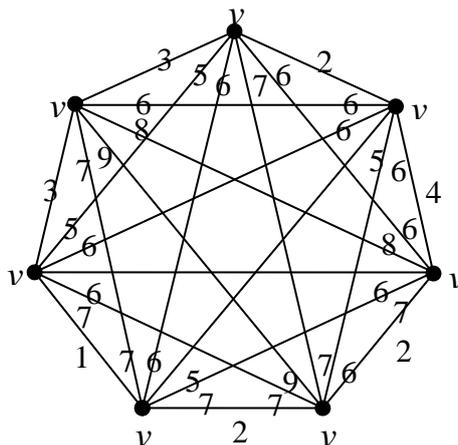
1. $C(i,j) = A^0(i,j)$
2. Untuk $k = 1$ hingga n , lakukan
 - Untuk $i = 1$ hingga n , lakukan
 - Untuk $j = 1$ hingga n , lakukan
 - Jika $A[i,j] > A[i,k] + A[k,j]$ maka
 - Ganti $A[i,j]$ dengan $A[i,k] + A[k,j]$
3. $A[i,j] = A[i,k] + A[k,j]$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pencarian lintasan terpendek dengan menggunakan program dinamis menghasilkan suatu solusi berupa matrik hubung yang setiap unsurnya mengandung bobot minimum dari semua pasangan *vertex* di K_7 , dalam hal ini bobot merupakan jarak dari suatu *vertex* ke *vertex* yang lain di K_7 . Pencarian lintasan terpendek pada graf K_7 terjadi dalam 7 tahap, dimana pada tahap awal ($k = 0$) nilainya sama dengan nilai bobot awal pada graf K_7 . Kemudian untuk tahap selanjutnya di dapat matrik hubung $A^k(i,j)$ minimum dengan cara membandingkan nilai dari $A^{k-1}(i,j)$ dan $A^{k-1}(i,k) + A^{k-1}(k,j)$. Secara matematis dapat ditulis:

$$A^k(i,j) = \min \{A^{k-1}(i,j), A^{k-1}(i,k) + A^{k-1}(k,j)\}$$

Program dinamis (*Dynamic Programming*) adalah metode pemecahan masalah dengan cara menguraikan solusi menjadi sekumpulan langkah atau tahapan sedemikian sehingga solusi dari persoalan dapat dipandang menjadi serangkaian keputusan yang saling berkaitan. program dinamis memerlukan input berupa matriks hubung. Pada graf berbobot nilai unsur matriks hubung yang terbentuk merupakan bobot dari sisi yang menghubungkan setiap *vertex* pada graf tersebut.



Gambar 1. Graf K_7 berbobot

Untuk menyelesaikan pencarian lintasan terpendek pada suatu graf lengkap dengan tujuh *vertex* K_7 , terlebih dahulu ditentukan matriks hubung dari graf tersebut. Hal ini dimaksudkan untuk mendapatkan nilai C_0 (bobot awal) yang akan diinputkan sebagai bobot dari i ke j . Tabel 1 menyajikan bobot graf pada Gambar 1. Terlihat bahwa pada tahap $k = 0$, nilai $A^0(7,7) = C_0$

Tabel 1. Bobot awal (C_0) dari graf lengkap dengan tujuh *vertex*

C_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	0	3	6	8	9	7	3
v_2	3	0	2	6	7	6	5
v_3	6	2	0	4	6	5	6

v_4	8	6	4	0	2	7	6
v_5	9	7	6	2	0	2	7
v_6	7	6	5	7	2	0	1
v_7	3	5	6	6	7	1	0

Pada tahap awal $A^0(7,7)$ sama dengan C_0 (matriks bobot awal pada graf K_7). Tabel 2 menyajikan matriks hubung untuk $A^0(7,7)$.

Tabel 2. Matriks hubung $A^0(7,7)$

$A^0(7,7)$	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	0	3	6	8	9	7	3
v_2	3	0	2	6	7	6	5
v_3	6	2	0	4	6	5	6
v_4	8	6	4	0	2	7	6
v_5	9	7	6	2	0	2	7
v_6	7	6	5	7	2	0	1
v_7	3	5	6	6	7	1	0

Selanjutnya pada tahap $k = 1$,

$$A^1(7,7) = \min \{A^0(7,7), A^0(7,1) + A^0(1,7)\}, \text{ nilai } A^0(7,1) + A^0(1,7)$$

yang diperoleh dengan menjumlahkan semua baris pertama yang diberi warna merah dengan semua kolom pertama yang berwarna merah (Tabel 3).

Tabel 3. Matriks hubung $A^0(7,1) + A^0(1,7)$

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	0	3	6	8	9	7	3
v_2	3	6	9	11	12	10	6
v_3	6	9	12	14	15	13	9
v_4	8	11	14	16	17	15	11
v_5	9	12	15	17	18	16	12
v_6	7	10	13	15	16	14	10
v_7	3	6	9	11	12	10	6

Berdasarkan Tabel 3 terlihat bahwa semua nilai matriks hubung $A^0(7,1) + A^0(1,7) > A^0(7,7)$. Dengan demikian dipilih $A^0(7,7)$ sebagai $A^1(7,7)$. Karena nilai $A^1(7,7) = A^0(7,7)$ maka pada tahap ini tidak terjadi perubahan matriks hubung.

Tabel 4. Matriks hubung $A^1(7,7)$

A^1	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	0	3	6	8	9	7	3
v_2	3	0	2	6	7	6	5
v_3	6	2	0	4	6	5	6
v_4	8	6	4	0	2	7	6
v_5	9	7	6	2	0	2	7
v_6	7	6	5	7	2	0	1
v_7	3	5	6	6	7	1	0

Kemudian pada tahap $k = 2$, diperoleh
 $A^2(7,7) = \min \{A^1(7,7), A^1(7,2) + A^1(2,7)\}$.

Nilai $A^1(7,2) + A^1(2,7)$ dihitung dengan menjumlahkan semua baris kedua yang diberi warna merah dengan semua kolom kedua yang berwarna merah.

Tabel 5. Matriks hubung $A^1(7,2) + A^1(2,7)$

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	6	3	5	9	10	9	8
v_2	3	0	2	6	7	6	5
v_3	5	2	4	8	9	8	7
v_4	9	6	8	12	13	12	11
v_5	10	7	9	13	14	13	12
v_6	9	6	8	12	13	12	11
v_7	8	5	7	11	12	11	10

Berdasarkan Tabel 5 terlihat bahwa terdapat nilai matriks hubung $A^1(7,2) + A^1(2,7) < A^1(7,7)$ yaitu pada $A(1,3)$ dan $A(3,1)$. Karena itu dipilih $A^1(7,2) + A^1(2,7)$ sebagai $A^2(7,7)$ dengan menggantikan nilai minimum yang terdapat di $A^1(7,2) + A^1(2,7)$ menjadi $A^2(7,7)$ (Tabel 6).

Tabel 6. Matriks hubung $A^2(7,7)$

A^2	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	0	3	5	8	9	7	3
v_2	3	0	2	6	7	6	5
v_3	5	2	0	4	6	5	6
v_4	8	6	4	0	2	7	6
v_5	9	7	6	2	0	2	7
v_6	7	6	5	7	2	0	1
v_7	3	5	6	6	7	1	0

Pada tahap $k = 3$, dihitung
 $A^3(7,7) = \min \{A^2(7,7), A^2(7,3) + A^2(3,7)\}$.

Nilai $A^2(7,3) + A^2(3,7)$ diperoleh dengan menjumlahkan semua baris ketiga yang diberi warna merah dengan semua kolom ketiga yang berwarna merah.

Tabel 7. Matriks hubung $A^2(7,3) + A^2(3,7)$

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	10	7	5	9	11	10	11
v_2	7	4	2	6	8	7	8
v_3	5	2	0	4	6	5	6
v_4	9	6	4	8	10	9	10
v_5	11	8	6	10	12	11	12
v_6	10	7	5	9	11	10	11
v_7	11	8	6	10	12	11	12

Terlihat bahwa semua nilai matriks hubung $A^2(7,3) + A^2(3,7) > A^2(7,7)$ maka dipilih $A^2(7,7)$ sebagai $A^3(7,7)$. Karena nilai $A^2(7,7) = A^3(7,7)$ maka pada tahap ini tidak terjadi perubahan matriks hubung.

Tabel 8. Matriks hubung $A^3(7,7)$

A^3	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	0	3	5	8	9	7	3
v_2	3	0	2	6	7	6	5
v_3	5	2	0	4	6	5	6
v_4	8	6	4	0	2	7	6
v_5	9	7	6	2	0	2	7
v_6	7	6	5	7	2	0	1
v_7	3	5	6	6	7	1	0

Pada tahap $k = 4$, dihitung nilai $A^4(7,7) = \min \{A^3(7,7), A^3(7,4) + A^3(4,7)\}$.

Nilai $A^3(7,4) + A^3(4,7)$ diperoleh dengan menjumlahkan semua baris keempat yang diberi warna merah dengan semua kolom keempat yang berwarna merah.

Tabel 9. Matriks hubung $A^3(7,4) + A^3(4,7)$

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	16	14	12	8	10	15	14
v_2	14	12	10	6	8	13	12
v_3	12	10	8	4	6	11	10
v_4	8	6	4	0	2	7	6
v_5	10	8	6	2	4	9	8
v_6	15	13	11	7	9	14	13
v_7	14	12	10	6	8	13	12

Terlihat bahwa semua nilai matriks hubung $A^3(7,4) + A^3(4,7) > A^3(7,7)$ maka dipilih $A^3(7,7)$ sebagai $A^4(7,7)$. Karena nilai $A^3(7,7) = A^4(7,7)$ maka pada tahap ini tidak terjadi perubahan matriks hubung.

Tabel 10. Matriks hubung $A^4(7,7)$

A^4	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	0	3	5	8	9	7	3
v_2	3	0	2	6	7	6	5
v_3	5	2	0	4	6	5	6
v_4	8	6	4	0	2	7	6
v_5	9	7	6	2	0	2	7
v_6	7	6	5	7	2	0	1
v_7	3	5	6	6	7	1	0

Pada tahap $k = 5$, dihitung $A^5(7,7) = \min \{A^4(7,7), A^4(7,5) + A^4(5,7)\}$.

Nilai $A^4(7,5) + A^4(5,7)$ diperoleh dengan menjumlahkan semua baris kelima yang diberi warna merah dengan semua kolom kelima yang berwarna merah.

Tabel 11. Matriks hubung $A^4(7,5) + A^4(5,7)$

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	18	16	15	11	9	11	16
v_2	16	14	13	9	7	9	14
v_3	15	13	12	8	6	8	13
v_4	16	9	8	4	2	4	9
v_5	9	7	6	2	0	2	7
v_6	11	9	8	4	2	4	9
v_7	16	14	13	9	7	9	14

Terlihat bahwa nilai matriks hubung $A^4(7,5) + A^4(5,7) < A^4(7,7)$ yaitu pada $A(4,6)$ dan $A(6,4)$. Karenanya dipilih $A^4(7,5) + A^4(5,7)$ sebagai $A^5(7,7)$ dengan menggantikan nilai minimum yang terdapat di $A^4(7,5) + A^4(5,7)$ menjadi $A^5(7,7)$.

Tabel 12. Matriks hubung $A^5(7,7)$

A^5	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	0	3	5	8	9	7	3
v_2	3	0	2	6	7	6	5
v_3	5	2	0	4	6	5	6
v_4	8	6	4	0	2	4	6
v_5	9	7	6	2	0	2	7
v_6	7	6	5	4	2	0	1
v_7	3	5	6	6	7	1	0

Pada tahap $k = 6$, dihitung nilai $A^6(7,7) = \min \{A^5(7,7), A^5(7,6) + A^5(6,7)\}$.

Nilai $A^5(7,6) + A^5(6,7)$ diperoleh dengan menjumlahkan semua baris keenam yang diberi warna merah dengan semua kolom keenam yang berwarna merah.

Tabel 13. Matriks hubung $A^5(7,6) + A^5(6,7)$

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	14	13	12	11	9	7	8
v_2	13	12	11	10	8	6	7
v_3	12	11	10	9	7	5	6
v_4	11	10	9	8	6	4	5
v_5	9	8	7	6	4	2	3
v_6	7	6	5	4	2	0	1
v_7	8	7	6	5	3	1	2

Terlihat bahwa nilai matriks hubung $A^5(7,6) + A^5(6,7) < A^5(7,7)$ yaitu pada $A(4,7)$, $A(5,7)$, $A(7,4)$ dan $A(7,5)$. Karena itu dipilih $A^5(7,6) + A^5(6,7)$ sebagai $A^6(7,7)$ dengan menggantikan nilai minimum yang terdapat di $A^5(7,6) + A^5(6,7)$ menjadi $A^6(7,7)$.

Tabel 14. Matriks hubung $A^6(7,7)$

A^6	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	0	3	5	8	9	7	3
v_2	3	0	2	6	7	6	5
v_3	5	2	0	4	6	5	6
v_4	8	6	4	0	2	4	5
v_5	9	7	6	2	0	2	3
v_6	7	6	5	4	2	0	1
v_7	3	5	6	5	3	1	0

Pada tahap $k = 7$, dihitung nilai

$$A^7(7,7) = \min \{A^6(7,7), A^6(7,7) + A^6(7,7)\}.$$

Nilai $A^6(7,7) + A^6(7,7)$ didapat dengan menjumlahkan semua baris ketujuh yang diberi warna merah dengan semua kolom ketujuh yang berwarna merah.

Tabel 15. Matriks hubung $A^6(7,7) + A^6(7,7)$

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	6	8	9	8	6	4	3
v_2	8	10	11	10	8	6	5
v_3	9	11	12	11	9	7	6
v_4	8	10	11	10	8	6	5
v_5	6	8	9	8	6	4	3
v_6	4	6	7	6	4	2	1
v_7	3	5	6	5	3	1	0

Terlihat bahwa terdapat nilai matriks hubung $A^6(7,7) + A^6(7,7) < A^6(7,7)$ yaitu pada $A(1,5)$, $A(1,6)$, $A(5,1)$ dan $A(6,1)$. Karenanya dipilih $A^6(7,7) + A^6(7,7)$ sebagai $A^7(7,7)$ dengan menggantikan nilai minimum yang terdapat di $A^6(7,7) + A^6(7,7)$ menjadi $A^7(7,7)$.

Tabel 16. Matriks hubung $A^7(7,7)$

A^7	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
v_1	0	3	5	8	6	4	3
v_2	3	0	2	6	7	6	5
v_3	5	2	0	4	6	5	6
v_4	8	6	4	0	2	4	5
v_5	6	7	6	2	0	2	3
v_6	4	6	5	4	2	0	1
v_7	3	5	6	5	3	1	0

Dari tahap $k = 7$ didapat $A^7(7,7)$ sebagai hasil dari lintasan terpendek pada graf K_7 . Berikut adalah kombinasi keputusan yang terbaik untuk suatu lintasan terpendek dari suatu *vertex* ke semua pasang *vertex* di K_7 :

- Lintasan terpendek dari *vertex* v_1 ke semua *vertex* di K_7

$$v_1 \rightarrow v_2 = 3$$

$$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 = 5$$

$$v_1 \rightarrow v_4 = 8 \text{ dan } v_1 \rightarrow v_7 \rightarrow v_6 \rightarrow v_5 \rightarrow v_4 = 8$$

- $$v_1 \rightarrow v_7 \rightarrow v_6 \rightarrow v_5 = 6$$
- $$v_1 \rightarrow v_7 \rightarrow v_6 = 4$$
- $$v_1 \rightarrow v_7 = 3$$
- Lintasan terpendek dari *vertex* v_2 ke semua *vertex* di K_7

$$v_2 \rightarrow v_1 = 3$$

$$v_2 \rightarrow v_3 = 2$$

$$v_2 \rightarrow v_4 = 6 \text{ dan } v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4 = 6$$

$$v_2 \rightarrow v_5 = 7$$

$$v_2 \rightarrow v_6 = 6$$

$$v_2 \rightarrow v_7 = 5$$
 - Lintasan terpendek dari *vertex* v_3 ke semua *vertex* di K_7

$$v_3 \rightarrow v_2 \rightarrow v_1 = 5$$

$$v_3 \rightarrow v_2 = 2$$

$$v_3 \rightarrow v_4 = 4$$

$$v_3 \rightarrow v_5 = 6 \text{ dan } v_3 \rightarrow v_4 \rightarrow v_5 = 6$$

$$v_3 \rightarrow v_6 = 5$$

$$v_3 \rightarrow v_7 = 6 \text{ dan } v_3 \rightarrow v_6 \rightarrow v_7 = 6$$
 - Lintasan terpendek dari *vertex* v_4 ke semua *vertex* di K_7

$$v_4 \rightarrow v_1 = 8 \text{ dan } v_4 \rightarrow v_5 \rightarrow v_6 \rightarrow v_7 \rightarrow v_1 = 8$$

$$v_4 \rightarrow v_2 = 6 \text{ dan } v_4 \rightarrow v_3 \rightarrow v_2 = 6$$

$$v_4 \rightarrow v_3 = 4$$

$$v_4 \rightarrow v_5 = 2$$

$$v_4 \rightarrow v_5 \rightarrow v_6 = 4$$

$$v_4 \rightarrow v_5 \rightarrow v_6 \rightarrow v_7 = 5$$
 - Lintasan terpendek dari *vertex* v_5 ke semua *vertex* di K_7

$$v_5 \rightarrow v_6 \rightarrow v_7 \rightarrow v_1 = 6$$

$$v_5 \rightarrow v_2 = 7$$

$$v_5 \rightarrow v_3 = 6 \text{ dan } v_5 \rightarrow v_4 \rightarrow v_3 = 6$$

$$v_5 \rightarrow v_4 = 2$$

$$v_5 \rightarrow v_6 = 2$$

$$v_5 \rightarrow v_6 \rightarrow v_7 = 3$$
 - Lintasan terpendek dari *vertex* v_6 ke semua *vertex* di K_7

$$v_6 \rightarrow v_7 \rightarrow v_1 = 4$$

$$v_6 \rightarrow v_2 = 6$$

$$v_6 \rightarrow v_3 = 5$$

$$v_6 \rightarrow v_5 \rightarrow v_4 = 4$$

$$v_6 \rightarrow v_5 = 2$$

$$v_6 \rightarrow v_7 = 1$$
 - Lintasan terpendek dari *vertex* v_7 ke semua *vertex* di K_7

$$v_7 \rightarrow v_1 = 3$$

$$v_7 \rightarrow v_2 = 5$$

$$v_7 \rightarrow v_3 = 6$$

$$v_7 \rightarrow v_6 \rightarrow v_5 \rightarrow v_4 = 5$$

$$v_7 \rightarrow v_6 \rightarrow v_5 = 3$$

$$v_7 \rightarrow v_6 = 1$$

KESIMPULAN

Penyelesaian dengan menggunakan program dinamis masalah lintasan terpendek merupakan kombinasi keputusan yang dibangun dengan menggunakan prinsip optimal dari

suatu vertex ke semua pasang vertex pada suatu graf. Lintasan terpendek didapatkan setelah semua tahap terselesaikan. Terlihat bahwa terdapat lintasan terpendek ke suatu vertex yang tidak hanya menghasilkan satu keputusan. Ini merupakan salah satu kelebihan dari program dinamis. Dengan program dinamis didapat lintasan terpendek antara semua pasang vertex di K_7 . Hasil lintasan terpendek merupakan suatu matrik hubung. Tahap atau iterasi pada suatu graf sama dengan banyak vertex yang terdapat pada graf tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- Aditya, P.B., 2007, Studi dan Implementasi Persoalan Lintasan Terpendek Suatu Graf Dengan Algoritma Dijkstra Dan Algoritma Bellman-Ford, Bandung, Program Studi Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung
- Boyer, J.M., 2004, On The Cutting Edge : Simplified $O(n)$ Planarity by Edge Addition, Journal of Graph Algorithms and Applications, vol. 8, no. 3, pp. 241-27, Pure Edge Solutions Inc. Chicago.
- Diestel, R., 2005, Graph Theory, Springer-Verlag Heidelberg, New York.
- Eka, Y.D., 2007, Penerapan Algoritma Program Dinamis pada Penyelesaian Persoalan Partisi, Laboratorium Ilmu dan Rekayasa Komputasi, Institut Teknologi Bandung.
- Fajar I., 2007, Algoritma Mencari Lintasan Terpendek, Departemen Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung.
- Gross, 2004, Handbook of Graph Theory, CRC Press, USA.
- Hiller, F.S., 1990, Pengantar Riset Operasi, Erlangga, Jakarta.
- Munir, R., 2005, Matematika Diskrit, Bandung, Informatika.
- Novandi, RAD., 2007, Perbandingan Algoritma Dijkstra dan Algoritma Floyd-Warshall dalam Penentuan Lintasan Terpendek (Single Pair Shortest Path), Sekolah Teknik Elektro dan Informatika Institut Teknologi Bandung.
- Siang, J.J., 2002, Matematika Diskrit dan Aplikasinya Pada Ilmu Komputer, Penerbit ANDI, Yogyakarta.
- Simpson, A., 2002, Discrete Mathematics by Example, McGraw Hill, America.
- Reza, A.T., 2007, Strategi Greedy pada Kasus Pencarian Lintasan Terpendek, Bandung, Sekolah Teknik Elektro dan Informatika Institut Teknologi Bandung.
- Rosen, K.H., 2000, Handbook of Discrete and Combinatorial Mathematics, CRC Press, New York.

PREDIKSI HARGA DAGING SAPI DI PEKANBARU DENGAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL TRIPEL WINTER

Evi Febriantikasari¹, Rado Yendra¹, Arisman Adnan¹ Rahmadeni²

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau
email : evifebriantikasari@gmail.com

Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau

ABSTRACT

This study aims to predict the price of beef in Pekanbaru with Winter's triple exponential smoothing based on data from January 2009 to September 2014. Winter's triple exponential smoothing method used to overcome the trend of the data containing the pattern at the same seasonal pattern. This method is divided into two models : additive and multiplicative models. Forecasting with Winter's triple exponential smoothing method produce additive model $\alpha = 0.9$, $\beta = 0.1$ and $\gamma = 0.9$ with forecasting model $F_{t+m} = L_t + mT_t + S_{t-12+m}$ and $\alpha = 0.9$, $\beta = 0.1$ and $\gamma = 0.9$ for multiplicative models forecasting model $F_{t+m} = (L_t + mT_t)S_{t-12+m}$. Forecasting the price of beef in Pekanbaru more appropriate to use an additive model of Winter's triple exponential smoothing as generating value MSE, MAE, SDE and MAPE are 5224332.0848, 1596.6845, 2305.9973 and 2.0062 which is smaller than the value of the value of multiplicative model MSE, MAE, SDE and MAPE are 5656201.0347, 1629.6884, 2399.4176 and 2.0367.

Keywords: *Winter's triple exponential smoothing method, Additive model, Multiplicative model.*

PENDAHULUAN

Daging sapi merupakan salah satu barang-barang dagangan (komoditi) yang menjadi kebutuhan pokok dari masyarakat. Hal ini sesuai dengan keputusan Menteri Industri dan Perdagangan no. 115/MPP/KEP/2/1998 tanggal 27 Februari 1998, yang menyebutkan bahwa daging sapi termasuk kedalam kebutuhan pokok masyarakat atau disebut juga termasuk ke dalam sembako. Kebutuhan akan bahan pangan berupa daging khususnya daging sapi semakin hari semakin meningkat. Hal ini dipicu dengan meningkatnya kesadaran masyarakat akan pentingnya kebutuhan akan gizi yang berasal dari protein hewani. Tingginya permintaan kebutuhan akan daging sapi mencapai puncaknya pada waktu hari raya (hari besar keagamaan). Dengan adanya permintaan yang tinggi, maka akan mengakibatkan kenaikan harga pada daging sapi.

Harga daging sapi mengandung adanya ketidakpastian untuk setiap tahunnya, dan adanya fenomena hari raya (hari besar keagamaan) yang secara tidak langsung sangat berpengaruh terhadap harga penjualannya. Fenomena tersebut menjadi menarik di amati untuk mengetahui berapa prediksi harga daging sapi, terutama pada bulan-bulan Ramadhan.

Fakta dilapangan menunjukkan bahwa terdapat harga daging sapi yang melonjak terutama pada waktu hari raya (hari besar keagamaan) tersebut, sehingga perlu dilakukan peramalan berdasarkan komponen musiman. Model yang dapat digunakan untuk melakukan peramalan ini adalah model *time series*.

Model *time series* merupakan metode peramalan data berdasarkan pola musiman dengan panjang periode bervariasi. Penelitian ini mengkaji secara terapan yang dilakukan untuk meramalkan harga daging sapi. Pemilihan metode peramalan yang tepat dapat meminimumkan kesalahan ramalan (*forecast error*) yang dapat diukur dengan menggunakan *mean squared error* (MSE), *mean absolute error* (MAE), dan sebagainya, sehingga hasil peramalan bisa mendekati kenyataan. Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk peramalan model *time series*, yaitu melalui *trend* dan *seasonality*, termasuk metode-metode *additive* dan *multiplicative*. Salah satu metode tersebut adalah metode pemulusan eksponensial tripel Winter. Metode ini merupakan metode yang dapat menangani musiman, sehingga metode ini digunakan untuk data yang menunjukkan adanya komponen *trend* dan musiman (Makridakis dkk, 1999). Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data harga daging sapi di Pekanbaru, periode bulan Januari 2009 sampai bulan Agustus 2014.

Penelitian yang terkait tentang peramalan yang menggunakan metode pemulusan eksponensial tripel Winter, yang pernah dilakukan oleh peneliti sebelumnya diantaranya oleh Padang, dkk (2013) tentang Peramalan Jumlah Penumpang Kereta Api Medan-Rantau Prapat, Kalekar (2004) tentang *Time Series Forecasting*, Salamena (2011) tentang Pengujian Model Peramalan Deret Waktu *Sea Surface Temperature* (SST) Teluk Ambon Luar dan Tjandrarini, dkk (2013) tentang Aplikasi Peramalan Permintaan Bahan Baku pada PT. Baba Rafi Indonesia. Berdasarkan hal di atas, penulis akan melakukan penelitian yang berjudul “**Prediksi Harga Daging Sapi di Pekanbaru dengan Metode Pemulusan Eksponensial Tripel Winter**”.

METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data runtun waktu yaitu data harga daging sapi di kota Pekanbaru. Data harga daging sapi ini di peroleh dari Dinas Perindustrian dan Perdagangan Kota Pekanbaru terhitung selama 69 bulan (Januari 2009 sampai dengan September 2014), yang akan digunakan untuk memprediksi harga daging sapi selama 12 bulan berikutnya.

Tahapan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- A. Mengelolah data dengan metode pemulusan eksponensial tripel Winter yaitu dengan model *additive seasonal* dan model *multiplicative seasonal*
 1. Model *additive seasonal*
 - a. Menentukan nilai awal pemulusan dengan menggunakan rumus

$$S_L = \frac{1}{L}(X_1 + X_2 + \dots + X_L)$$

$$b_L = \frac{1}{K} \left(\frac{X_{L+1} - X_1}{L} + \frac{X_{L+2} - X_2}{L} + \dots + \frac{X_{L+k} - X_k}{L} \right)$$

$$I_k = X_k - S_L$$
 - b. Menentukan kombinasi nilai (α, β, γ) yang dapat meminimumkan kesalahan ramalan (*forecast error*), diukur dengan *Mean Squared Error* (MSE) dan *Standard Deviation of Error* (SDE) sehingga hasil ramalannya mendekati kenyataan. Besaran dari ketiga parameter pemulusan tersebut antara 0 dan 1, karena jumlahnya ∞ maka peneliti mengambil nilai yaitu **0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8** dan **0.9**. Pemilihan kombinasi yang cocok dengan cara *trial and error*.
 - c. Menghitung nilai pemulusan keseluruhan (L_t)
 - d. Menghitung nilai pemulusan *trend* (T_t)

- e. Menghitung nilai pemulusan musiman (S_t)
 - f. Menghitung nilai ramalan (F_{t+m})
- Model *multiplicative seasonal*
- a. Menentukan nilai awal pemulusan dengan menggunakan rumus

$$S_L = \frac{1}{L}(X_1 + X_2 + \dots + X_L)$$

$$b_L = \frac{1}{K} \left(\frac{X_{L+1} - X_1}{L} + \frac{X_{L+2} - X_2}{L} + \dots + \frac{X_{L+k} - X_k}{L} \right)$$

$$I_k = \frac{X_k}{S_L}$$
 - b. Menentukan kombinasi nilai (α, β, γ) yang dapat meminimumkan kesalahan ramalan (*forecast error*), diukur dengan *Mean Squared Error (MSE)* dan *Standard Deviation of Error (SDE)* sehingga hasil ramalannya mendekati kenyataan. Besaran dari ketiga parameter pemulusan tersebut antara 0 dan 1, karena jumlahnya ∞ maka peneliti mengambil nilai yaitu 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 dan 0.9. Pemilihan kombinasi yang cocok dengan cara *trial and error*.
 - c. Menghitung nilai pemulusan keseluruhan (L_t)
 - d. Menghitung nilai pemulusan *trend* (T_t)
 - e. Menghitung nilai pemulusan musiman (S_t)
 - f. Menghitung nilai ramalan (F_{t+m})
- B. Memilih model terbaik antara model *additive seasonal* dan model *multiplicative seasonal* dilihat dari kesalahan ramalan yang terkecil.
- C. Kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Metode pemulusan eksponensial tripel Winter digunakan jika data dipengaruhi oleh pola *trend* dan sekaligus pola musiman. Data harga daging sapi di Pekanbaru merupakan data yang di pengaruhi oleh pola *trend* sekaligus musiman sehingga metode ini tepat untuk di terapkan. Demikian pula dari gambaran data pada Lampiran A dapat diketahui pola musimannya adalah mengikuti pola musiman 12 bulanan. Setelah dilakukan plot data, kemudian akan di olah data tersebut dengan menggunakan model aditif dan model mulltiplikatif.

Pemulusan Eksponensial Tripel Winter dengan Model Aditif

Metode aditif adalah metode peramalan yang di gunakan untuk data yang mengandung pola *trend* dan musiman. Dalam model aditif, langkah pertama untuk mencari ramalan kita perlu menentukan nilai awal terlebih dahulu. Rumus yang digunakan yaitu:

$$S_L = \frac{1}{L}(X_1 + X_2 + \dots + X_L)$$

$$S_{12} = \frac{1}{12} (58000 + 58000 + 58000 + \quad \quad \quad 58000 + 58000 + 58000 +$$

$$\quad \quad \quad 59000 + 60000 + 60500 + \quad \quad \quad 60000 + 60000 + 60000)$$

$$= \frac{1}{12} (707500)$$

$$= 58958.33$$

$$b_L = \frac{1}{L} \left(\frac{X_{L+1} - X_1}{L} + \frac{X_{L+2} - X_2}{L} + \dots + \frac{X_{L+L} - X_L}{L} \right)$$

$$b_{12} = \frac{1}{12} \left(\frac{60000 - 58000}{12} + \frac{60000 - 58000}{12} + \frac{60000 - 58000}{12} + \frac{60000 - 59000}{12} + \frac{64100 - 60000}{12} + \frac{65000 - 60500}{12} + \frac{63625 - 58000}{12} + \frac{60000 - 58000}{12} + \frac{60000 - 58000}{12} \right)$$

$$= \frac{1}{12} \left(\frac{29225}{12} \right)$$

$$= 202.95$$

$$I_k = X_k - S_L$$

$$I_1 = 58000 - 58958.33 = -958.33$$

$$I_2 = 58000 - 58958.33 = -958.33$$

$$I_3 = 58000 - 58958.33 = -958.33$$

$$I_4 = 58000 - 58958.33 = -958.33$$

$$I_5 = 58000 - 58958.33 = -958.33$$

$$I_6 = 58000 - 58958.33 = -958.33$$

$$I_7 = 59000 - 58958.33 = 41.67$$

$$I_8 = 60000 - 58958.33 = 1041.67$$

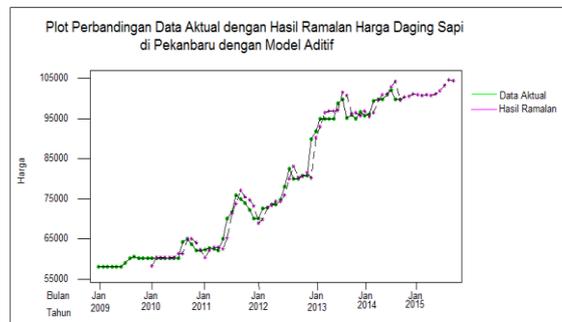
$$I_9 = 60500 - 58958.33 = 1541.67$$

$$I_{10} = 60.000 - 58958.33 = 1041.67$$

$$I_{11} = 60000 - 58958.33 = 1041.67$$

$$I_{12} = 60000 - 58958.33 = 1041.67$$

Setelah di dapat nilai awal, dengan menggunakan cara *trial and error*, kita dapat menduga nilai parameter yang dapat meminimumkan kesalahan. Berdasarkan cara tersebut maka di dapat konstanta pemulusan untuk keseluruhan $\alpha = 0.9$, konstanta pemulusan untuk trend $\beta = 0.1$, konstanta pemulusan untuk musiman $\gamma = 0.9$ dengan MSE = 5224332.0848 dan SDE = 2305.9973 (dapat di lihat pada Lampiran B). Hasil dari pemulusan ini dapat di lihat pada Lampiran C dan di peroleh plot hasil perbandingan antara data aktual dengan hasil ramalannya sebagai berikut:



Gambar 3.1 Plot Perbandingan Data Aktual dengan Hasil Ramalan Harga Daging Sapi di Pekanbaru dengan Model Aditif

Dengan parameter diatas, dapat di prediksi harga daging sapi di Pekanbaru dengan menggunakan empat persamaan model aditif dari pemulusan eksponensial triple Winter, yaitu:

1. Pemulusan keseluruhan:

$$L_t = 0.9(\chi_t - S_{t-12}) + 0.1(L_{t-1} + T_{t-1})$$

2. Pemulusan pola *trend* :

$$T_t = 0.1(L_t - L_{t-1}) + 0.9T_{t-1}$$

3. Pemulusan pola musiman :

$$S_t = 0.9(\chi_t - L_t) + 0.1S_{t-12}$$

4. Ramalan p periode yang akan datang :

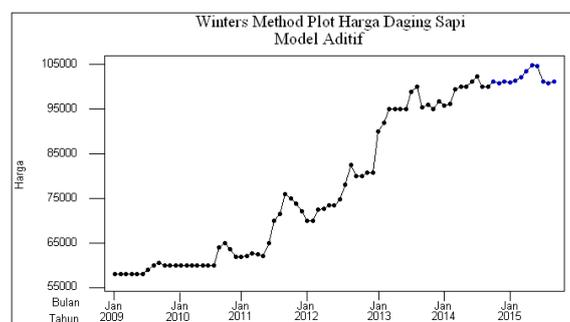
$$F_{t+m} = L_t + mT_t + S_{t-12+m}$$

Hasil prediksi harga daging sapi di Pekanbaru untuk 12 periode akan datang, adalah:

Tabel 3.1 Hasil Prediksi Harga Daging Sapi di Pekanbaru dengan Model Aditif

	Tahun						
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Jan	58000	60000	62167	70000	90000	95806	101171
Feb	58000	60000	62625	72500	91964	96250	100823
Mar	58000	60000	62500	72750	95000	99516	101116
Apr	58000	60000	62125	73500	95000	100000	100922
Mei	58000	60500	65000	73500	95000	100000	101356
Juni	58000	61126	70000	74813	95000	101167	102156
Juli	59000	62520	71613	78000	98871	102258	103475
Agus	60000	64100	75968	82581	100000	100000	104789
Sep	60500	65000	75000	80000	95323	100000	104613
Okt	60000	63625	73871	80000	95968	100489	
Nov	60000	62000	72167	80750	95000	100656	
Des	60000	62000	70000	80750	96774	101297	

Dari Tabel 3.1 diatas dapat dilihat bahwa hasil prediksi harga daging sapi di Pekanbaru dengan model aditif untuk bulan oktober 2014 adalah Rp. 100489, Rp. 100656 untuk harga bulan November 2014, Rp. 101297 untuk bulan Desember 2014, Rp. 101171 untuk bulan Januari 2015, Rp. 100823 untuk bulan Februari 2015, Rp. 101116 untuk bulan Maret 2015, Rp. 100922 untuk bulan April 2015, Rp. 101356 untuk bulan Mei 2015, Rp. 102156 untuk bulan Juni 2015, Rp. 103475 untuk bulan Juli 2015, Rp. 104789 untuk bulan Agustus 2015, dan Rp. 104613 untuk bulan September 2015.



Gambar 3.2 Winters Method Plot Harga Daging Sapi Model Aditif

Pemulusan Eksponensial Tripel Winter dengan Model Multiplikatif

Metode multiplikatif sama kegunaannya dengan metode aditif, yaitu untuk meramalkan data yang mengandung pola *trend* dan musiman. Sama halnya dengan metode

aditif, metode ini juga di perlukan pencarian nilai awal terlebih dahulu. Rumus yang digunakan yaitu:

$$S_L = \frac{1}{L} (X_1 + X_2 + \dots + X_L)$$

$$S_{12} = \frac{1}{12} (58000 + 58000 + 58000 + 58000 + 58000 + 58000 + 59000 + 60000 + 60500 + 60000 + 60000 + 60000)$$

$$= \frac{1}{12} (707500)$$

$$= 58958.33$$

$$b_L = \frac{1}{L} \left(\frac{X_{L+1} - X_1}{L} + \frac{X_{L+2} - X_2}{L} + \dots + \frac{X_{L+L} - X_L}{L} \right)$$

$$b_{12} = \frac{1}{12} \left(\frac{60000 - 58000}{12} + \frac{60000 - 58000}{12} + \frac{60000 - 58000}{12} + \frac{60000 - 59000}{12} + \frac{64100 - 60000}{12} + \frac{65000 - 60500}{12} + \frac{63625 - 58000}{12} + \frac{60000 - 58000}{12} + \frac{60000 - 58000}{12} \right)$$

$$= \frac{1}{12} \left(\frac{29225}{12} \right)$$

$$= 202.95$$

$$I_k = \frac{X_k}{S_L}$$

$$I_1 = \frac{58000}{58958.33} = 0.98$$

$$I_2 = \frac{58000}{58958.33} = 0.98$$

$$I_3 = \frac{58000}{58958.33} = 0.98$$

$$I_4 = \frac{58000}{58958.33} = 0.98$$

$$I_5 = \frac{58000}{58958.33} = 0.98$$

$$I_6 = \frac{58000}{58958.33} = 0.98$$

$$I_7 = \frac{59000}{58958.33} = 1.00$$

$$I_8 = \frac{60000}{58958.33} = 1.02$$

$$I_9 = \frac{60500}{58958.33} = 1.03$$

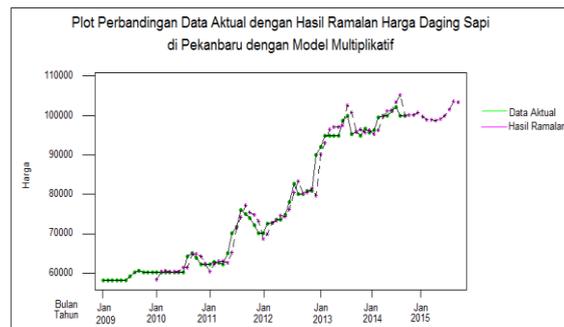
$$I_{10} = \frac{60000}{58958.33} = 1.02$$

$$I_{11} = \frac{60000}{58958.33} = 1.02$$

$$I_{12} = \frac{60000}{58958.33} = 1.02$$

Setelah di dapat nilai awal, dengan menggunakan cara *trial and error*, kita dapat menduga nilai parameter yang dapat meminimumkan kesalahan. Berdasarkan cara tersebut maka di dapat konstanta pemulusan untuk keseluruhan $\alpha = 0.9$, konstanta pemulusan untuk *trend* $\beta = 0.1$, konstanta pemulusan untuk musiman $\gamma = 0.9$ dengan MSE = 5656201.03 dan SDE = 2399.42 (dapat di lihat pada Lampiran D). Hasil dari pemulusan ini dapat di lihat pada

Lampiran E dan di peroleh plot hasil perbandingan antara data aktual dengan hasil ramalannya sebagai berikut:



Gambar 3.3 Plot Perbandingan Data Aktual dengan Hasil Ramalan Harga Daging Sapi di Pekanbaru dengan Model Multiplikatif

Dengan parameter diatas, dapat di prediksi harga daging sapi di Pekanbaru dengan menggunakan empat persamaan model multiplikatif dari pemulusan eksponensial triple Winter, yaitu:

1. Pemulusan keseluruhan:

$$L_t = 0.9 \left(\frac{x_t}{S_{t-12}} \right) + 0.1(L_{t-1} + T_{t-1})$$

2. Pemulusan pola *trend* :

$$T_t = 0.1(L_t - L_{t-1}) + 0.9T_{t-1}$$

3. Pemulusan pola musiman:

$$S_t = 0.9 \left(\frac{x_t}{L_t} \right) + 0.1S_{t-12}$$

4. Ramalan p periode yang akan datang :

$$F_{t+m} = (L_t + mT_t)S_{t-12+m}$$

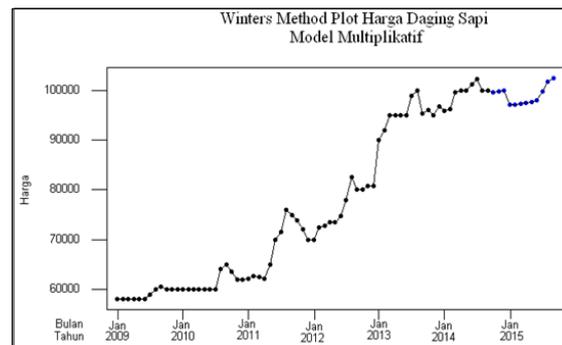
Hasil prediksi harga daging sapi di Pekanbaru untuk 12 periode akan datang, adalah:

Tabel 3.2 Hasil Prediksi Harga Daging Sapi di Pekanbaru dengan Model Multiplikatif

	Tahun						
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Jan	58000	60000	62167	70000	90000	95806	97135
Feb	58000	60000	62625	72500	91964	96250	97153
Mar	58000	60000	62500	72750	95000	99516	97320
Apr	58000	60000	62125	73500	95000	100000	97450
Mei	58000	60500	65000	73500	95000	100000	97671
Juni	58000	61126	70000	74813	95000	101167	97921
Juli	59000	62520	71613	78000	98871	102258	99737
Agus	60000	64100	75968	82581	100000	100000	101670
Sep	60500	65000	75000	80000	95323	100000	102514
Okt	60000	63625	73871	80000	95968	99616	
Nov	60000	62000	72167	80750	95000	99774	
Des	60000	62000	70000	80750	96774	100012	

Hasil prediksi harga daging sapi di Pekanbaru dengan model multiplikatif untuk bulan oktober 2014 adalah Rp. 99616, Rp. 99774 untuk harga bulan November 2014, Rp. 100012 untuk bulan Desember 2014, Rp. 97135 untuk bulan Januari 2015, Rp. 97153 untuk bulan Februari 2015, Rp. 97320 untuk bulan Maret 2015, Rp. 97450 untuk bulan April 2015, Rp.

97671 untuk bulan Mei 2015, Rp. 97921 untuk bulan Juni 2015, Rp. 99737 untuk bulan Juli 2015, Rp. 101670 untuk bulan Agustus 2015, dan Rp. 102514 untuk bulan September 2015.



Gambar 3.4 *Winter's Method Plot* Harga Daging Sapi Model Multiplikatif

Perbandingan Hasil Prediksi menggunakan Model Aditif dan Model Multiplikatif

Dari hasil analisis data dengan metode pemulusan eksponensial triple Winter dari model aditif dan multiplikatif untuk memprediksi harga daging sapi di Pekanbaru, untuk hasil prediksi yang lebih tepat, di gunakan model yang menghasilkan MSE, MAE, SDE, dan MAPE terkecil untuk memperkaciltingkat kesalahan peramalan. Untuk data harga daging sapi di Pekanbaru, masing- masing nilai MSE, MAE, SDE dan MAPE dengan metode aditif adalah **5224332.0848**, **1596.6845**, **2305.9973** dan **2.0062** dan multiplikatif **5656201.0347**, **1629.6884**, **2399.4176** dan **2.0367**. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Tabel 3.3.

Tabel 3.3 Nilai MSE, MAE, SDE, dan MAPE untuk Model Aditif dan Model Multiplikatif

Standar Kesalahan	<i>Winter's Triple Exponential Smoothing</i>	
	Model Aditif	Model Multiplikatif
MSE	5224332.0848	5656201.0347
MAE	1596.6845	1629.6884
SDE	2305.9973	2399.4176
MAPE	2.0062	2.0367

Jadi, untuk prediksi data harga daging sapi di Pekanbaru lebih tepat menggunakan model aditif dari pemulusan eksponensial triple Winter dibandingkan dengan model multiplikatif dari pemulusan eksponensial Winter, karena model aditif menghasilkan nilai MSE, MAE, SDE, dan MAPE yang lebih kecil dibandingkan nilai MSE, MAE, SDE, dan MAPE yang dihasilkan model multiplikatif.

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan hasil analisis yang telah dipaparkan pada Bab IV dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Prediksi harga daging sapi di Pekanbaru dengan model aditif, yaitu konstantan pemulusan untuk keseluruhan $\alpha = 0.9$ sehingga persamaan pemulusan untuk keseluruhan adalah $L_t = 0.9(\chi_t - S_{t-12}) + 0.1(L_{t-1} + T_{t-1})$, konstanta pemulusan untuk trend $\beta = 0.1$ sehingga persamaan pemulusan pola trend adalah $T_t = 0.1(L_t - L_{t-1}) + 0.9T_{t-1}$, konstanta pemulusan untuk musiman $\gamma = 0.9$ sehingga persamaan pemulusan untuk

- musiman adalah $S_t = 0.9(x_t - L_t) + 0.1S_{t-12}$ dan model peramalan untuk m periode kedepan adalah $F_{t+m} = L_t + mT_t + S_{t-12+m}$.
2. Prediksi harga daging sapi di Pekanbaru dengan model multiplikatif, yaitu konstanta pemulusan untuk keseluruhan $\alpha = 0.9$ sehingga persamaan pemulusan untuk keseluruhan adalah $L_t = 0.9\left(\frac{x_t}{S_{t-12}}\right) + 0.1(L_{t-1} + T_{t-1})$, konstanta pemulusan untuk *trend* $\beta = 0.1$ sehingga persamaan pemulusan untuk pola *trend* adalah $T_t = 0.1(L_t - L_{t-1}) + 0.9T_{t-1}$, konstanta pemulusan untuk musiman $\gamma = 0.9$ sehingga persamaan pemulusan untuk musiman adalah $S_t = 0.9\left(\frac{x_t}{L_t}\right) + 0.1S_{t-12}$ dan model peramalan untuk m periode kedepan adalah $F_{t+m} = (L_t + mT_t)S_{t-12+m}$.
 3. Prediksi harga daging sapi di Pekanbaru dengan metode pemulusan eksponensial triple Winter dari model aditif, masing-masing nilai MSE, MAE, SDE dan MAPE adalah 5224332.0848, 1596.6845, 2305.9973 dan 2.0062. Sedangkan untuk model multiplikatif masing-masing nilai MSE, MAE, SDE dan MAPE adalah 5656201.0347, 1629.6884, 2399.4176 dan 2.0367. Jadi harga daging sapi di Pekanbaru lebih tepat di prediksi dengan menggunakan model aditif dari pemulusan eksponensial triple Winter karena nilai MSE, MAE, SDE, dan MAPE yang dihasilkan lebih kecil dibandingkan nilai MSE, MAE, SDE, dan MAPE yang dihasilkan model multiplikatif dari pemulusan eksponensial triple Winter.

DAFTAR PUSTAKA

- Arleen, IR. 2003. Perbandingan Metode Pemulusan Brown dan Holt pada Peramalan Gempa Bumi se-Jawa Barat-Banten. Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Institut Pertanian Bogor: Bogor.
- Astuti, Yan. 2005. Peramalan (*Forecasting*) Volume Penjualan Teh Hitam dengan Metode *Exponential Smoothing* pada PT Perkebunan Tambi Wonosobo. Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Negeri Semarang: Semarang.
- Badria. 2008. Penggunaan Metode Exponential Smoothing untuk Meramalkan Kebutuhan Cengkeh di Pabrik Rokok Adi Bungsu. Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Brawijaya: Malang.
- Kalekar, PS. 2004. Time Series Forecasting using Holt-Winters Exponential Smoothing. Jurnal Kanwal Rekhi School of Information Technology. Under the Guidance of Prof. Bernard.
- Makridakis, Spyros, dkk. 1999. Metode Dan Aplikasi Peramalan. Edisi Kedua. Jilid 1. Erlangga: Jakarta.
- Manurung, AH. Teknik Peramalan Bisnis dan Ekonomi. Cetakan Pertama. Rineka Cipta: Jakarta.

- Padang, Evelina, dkk. 1990. Peramalan Jumlah Penumpang Kereta Api Medan-Rantau Prapat dengan Metode Pemulusan Eksponensial Holt-Winter's. *Jurnal Saintia Matematika*. Vol. 1, No. 2(2013), pp. 161-174.
- Salamena, Gerry Giliant. 2011. Pengujian Model Peramalan Deret Waktu Sea Surface Temperature (SST) Teluk Ambon Luar dengan Metode Exponential Smoothing. *Jurnal Oseanologi dan Limnologi di Indonesia* (2011) 37(1):43-55.
- Subagyo, Pangestu. 1986. *Forecasting Konsep dan Aplikasi*. Edisi Kedua. BPFE Yogyakarta: Yogyakarta.
- Tjandrarini, dkk. 2013. Aplikasi Peramalan Permintaan Bahan Baku pada PT. Baba Rafi Indonesia dengan Metode Pemulusan Eksponensial Winter (Studi Kasus Daerah Surabaya). *Jurnal Sistem Informasi*. Vol. 2 No. 2 (2013).
- Yuniarti, Desi. 2011. Model Peramalan Volume Penjualan Setelan Anak di Amigo Granada. *Jurnal Eksponensial* Vol. 2, No. 1, Mei 2011. ISSN 2085-7829.

PREMI TAHUNAN ASURANSI JIWA BERJANGKA DENGAN ASUMSI SERAGAM UNTUK STATUS GABUNGAN

Desta Wahyuni¹, Rado Yendra¹, Arisman Adnan¹
^{1,3,4}Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau
email : destawahyuni29@gmail.com

Nilwan Andiraja²
²Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau

ABSTRACT

This research using uniform assumption to calculate the annual premium for a term life insurance joint life status. To calculate the annual premium should be calculated in advance the initial cash value life annuity and single premium. Based on its application to the importance of the data obtained, the amount of the annual premium for a term life insurance joint life status using the assumption of uniform is Rp 38.235.441 with 25 participants, a sum amounting Rp.1.500.000 for 4 years and interest rate of 10%.

Keywords: uniform assuming, term life insurance, cash value life annuity beginning, the annual premium, single premium

PENDAHULUAN

Saat ini dunia asuransi berkembang sangat pesat sama halnya dengan lembaga-lembaga keuangan lainnya seperti perbankan dan pasar modal. Hal ini karena meningkatnya keinginan masyarakat untuk mengalokasikan sebagian dana mereka guna mengantisipasi terjadinya faktor resiko dikemudian hari. Faktor resiko tersebut dapat berupa resiko sakit, resiko keuangan, resiko kehilangan asset atau harta hingga resiko kehilangan jiwa atau meninggal. Faktor resiko tersebut pasti suatu saat akan terjadi namun tidak ada yang tahu kapan waktunya. Ketidak pastian ini yang menimbulkan ketakutan untuk kebanyakan orang. Sehingga muncul salah satu cara pengelolaan resiko yaitu dengan memindahkan resiko kepada pihak lain, yaitu perusahaan asuransi dalam bentuk asuransi.

Salah satu jenis asuransi yang banyak digunakan adalah asuransi jiwa. Asuransi jiwa dalam Undang-Undang No.2 Th 1992 adalah suatu jasa yang diberikan oleh perusahaan asuransi dalam penanggulangan risiko yang dikaitkan dengan jiwa atau meninggalnya seseorang yang dipertanggungjawabkan. Berdasarkan jangka waktu perlindungannya asuransi jiwa dibagi menjadi tiga, yaitu asuransi jiwa seumur hidup, asuransi jiwa berjangka dan asuransi jiwa dwiguna.

Ada beberapa macam premi asuransi jiwa, diantaranya adalah premi tunggal, premi tahunan, dan premi pecahan. Premi yang dapat dibayarkan sekaligus disebut dengan premi tunggal. Premi yang dapat dibayarkan secara berkala, misalkan setiap tahun, disebut premi tahunan. Sedangkan premi pecahan adalah premi yang dapat dibayar pada tiap semester, tiga bulan sekali (kwartal), ataupun setiap bulan.

Menentukan besarnya premi tahunan yang akan dibayarkan oleh peserta asuransi dapat menggunakan berbagai cara diantaranya dengan fungsi komutasi, hukum *de moivre* dan asumsi seragam. Salah satu penelitian tentang Premi tahunan asuransi jiwa berjangka telah diteliti sebelumnya oleh Nurma Harisa (2013). Pada penelitian tersebut cara yang digunakan

untuk menghitung premi tahunan adalah dengan menggunakan hukum *de moivre* untuk status gabungan dua orang. Pada hukum *de moivre*, usia peserta asuransi jiwa yang digunakan hanya berupa bilangan bulat. Sedangkan pada asumsi seragam dapat menghitung premi tahunan untuk usia peserta asuransi jiwa yang berbentuk bilangan desimal. Sehingga dengan menggunakan asumsi seragam, hasil perhitungan premi tahunan lebih akurat, karena memperhitungkan tahun dan bulan.

METODE PENELITIAN

Adapun metode penelitian yang digunakan adalah metode studi literatur dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Diberikan persamaan nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk satu orang

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x$$

2. Dibentuk nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk m orang berdasarkan langkah 1.
3. Berdasarkan langkah 2 dan asumsi seragam ${}_t p_x = 1 - {}_t q_x$ dibentuk ditunjukkan nilai tunai anuitas awal berjangka pada status hidup gabungan berdasarkan asumsi seragam.
4. Berdasarkan persamaan premi tunggal asuransi jiwa berjangka untuk satu orang dan asumsi seragam dibentuk persamaan premi tunggal asuransi jiwa berjangka pada status hidup gabungan berdasarkan asumsi seragam dari orang yang berusia $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ tahun.
5. Selanjutnya dibentuk premi tahunan asuransi jiwa berjangka untuk status gabungan dengan uang pertanggungan sebesar berdasarkan langkah 3 dan 4.

Bahan-bahan penunjang untuk pembahasan, diberikan dibawah ini :

1. Asumsi Seragam

Diberikan peluang hidup dari seseorang yang berusia x tahun hingga t tahun berikutnya dengan asumsi peluang hidup untuk peserta asuransi disetiap waktu itu sama adalah:

$${}_t p_x = 1 - {}_t q_x$$

2. Faktor Diskon

Faktor diskon dengan merupakan tingkat bunga majemuk dapat dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$v = \frac{1}{1+i}$$

3. Anuitas Hidup

Diketahui ${}_t p_x$ menyatakan peluang hidup peserta asuransi jiwa yang berusia t tahun bertahan hidup hingga x tahun, n jangka waktu pertanggungan dan v menyatakan faktor diskon. Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka dinyatakan dengan:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x$$

4. Premi Tunggal

Premi tunggal adalah pembayaran premi asuransi yang disetujui pada waktu kontak asuransi dan selanjutnya tidak ada pembayarannya lagi. Diketahui v menyatakan faktor

diskon, n jangka waktu pertanggungan, ${}_t p_x$ menyatakan peluang hidup peserta asuransi jiwa yang berusia x tahun bertahan hidup hingga t tahun, dan ${}_t |q_x$ menyatakan peluang meninggal tertunda, maka premi tunggal asuransi jiwa berjangka adalah:

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_t |q_x$$

5. Premi Tahunan

Premi tahunan adalah premi yang dibayarkan pada setiap awal permulaan tahun yang besarnya bisa sama maupun berubah-ubah setiap tahunnya. Premi tahunan asuransi jiwa berjangka untuk status gabungan dengan uang pertanggungan sebesar R dinyatakan dengan:

$$P_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m:\overline{n}|} = R \frac{A_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m:\overline{n}|}}$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Anuitas Hidup dengan Asumsi Seragam

Berdasarkan persamaan nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk satu orang, maka dapat dibentuk nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk m orang peserta asuransi jiwa yang berusia $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ tahun adalah:

$$\ddot{a}_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m}$$

berdasarkan asumsi seragam maka nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk peserta asuransi jiwa yang berusia x tahun, dinyatakan dengan:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t (1 - tq_x) \quad (1)$$

Sehingga dapat ditunjukkan nilai tunai anuitas awal berjangka pada status hidup gabungan berdasarkan asumsi seragam dari orang yang berusia $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ tahun, dinyatakan dengan:

$$\ddot{a}_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t (1 - tq_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m}) \quad (2)$$

Premi Tunggal dengan Asumsi Seragam

Diketahui premi tunggal asuransi jiwa berjangka untuk satu orang, maka dapat dibentuk premi tunggal asuransi jiwa berjangka m orang peserta asuransi jiwa yang berusia $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ tahun adalah,

$$A_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m:\overline{n}|}^1 = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} ({}_t p_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m} - {}_{t+1} p_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m}) \quad (3)$$

Berdasarkan asumsi seragam maka premi tunggal asuransi jiwa berjangka untuk peserta asuransi jiwa yang berusia x tahun, dinyatakan dengan:

$$\begin{aligned} A_{x:\overline{n}|}^1 &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} ({}_t p_x - {}_{t+1} p_x) \\ A_{x:\overline{n}|}^1 &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} (1 - (tq_x + {}_{t+1} p_x)) \end{aligned} \quad (4)$$

Sehingga dapat ditunjukkan Premi tunggal asuransi jiwa berjangka pada status hidup gabungan berdasarkan asumsi seragam dari orang yang berusia $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ tahun, dinyatakan dengan:

$$\begin{aligned} A_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m:\overline{n}|}^1 &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} ({}_t p_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m} - {}_{t+1} p_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m}) \\ A_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m:\overline{n}|}^1 &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} (1 - (tq_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m} + {}_{t+1} p_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m})) \end{aligned} \quad (5)$$

Premi Tahunan dengan Asumsi Seragam

Premi tahunan asuransi jiwa berjangka untuk status gabungan dengan uang pertanggungan sebesar dapat dihitung dengan mensubstitusikan persamaan (2) dan (5) ke persamaan premi tahunan. Maka diperoleh:

$$P_{x_1x_2x_3...x_m:\overline{n}|} = R \frac{A_{x_1x_2x_3...x_m:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{x_1x_2x_3...x_m:\overline{n}|}}$$

$$P_{x_1x_2x_3...x_m:\overline{n}|} = R \frac{\sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} (1 - (tq_{x_1x_2x_3...x_m} + t+1P_{x_1x_2x_3...x_m}))}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t (1 - tq_{x_1x_2x_3...x_m})}$$

Berikut ini akan diberikan contoh kasus penerapan dengan data yang diperoleh dari Asuransi Bumiputera untuk menghitung premi tahunan asuransi jiwa berjangka dengan 25 orang peserta asuransi jiwa menggunakan asumsi seragam.

Contoh:

Sekelompok mahasiswa mengikuti suatu program asuransi jiwa berjangka untuk status hidup gabungan, dimana setiap peserta memiliki usia yang berbeda. Mereka mengikuti program asuransi jiwa berjangka dengan waktu pertanggungan 4 tahun, uang pertanggungan sebesar Rp. 1.500.000 dan tingkat bunga 10% Untuk setiap periode. Dari data pada Lampiran A maka tentukanlah premi tahunan peserta asuransi jiwa berjangka untuk status hidup gabungan dengan asumsi seragam.

Data Peserta Asuransi Jiwa

NO	Nama	Jenis Kelamin	Tanggal Lahir
1	Bryan Handoko	Laki-laki	27-07-92
2	Handryan	Laki-laki	25-04-92
3	Himra	Laki-laki	15-05-92
4	Iid Zainudin	Laki-laki	13-09-92
5	Khoirul Anisa	Perempuan	01-09-92
6	Lia Marlina	Perempuan	12-03-91
7	M. Ali Batra	Perempuan	20-12-98
8	Mellisa Anggia	Perempuan	31-08-92
9	Nelli Suryani	Laki-laki	11-05-91
10	Novi Ariyanti	Laki-laki	19-11-91
11	Poppy Meilawati	Perempuan	13-05-92
12	Donni Masri	Laki-laki	17-10-92
13	Rigus Tarnando	Laki-laki	15-08-92
14	Rohani. S	Perempuan	22-09-90
15	Rosita	Perempuan	07-12-91
16	Rudi Fernando	Laki-laki	25-04-92
17	Shella Faramita	Perempuan	23-03-90
18	Shindy Fedolita	Perempuan	14-02-92
19	Sri Dewi	Perempuan	22-10-91
20	Syafrizal	Laki-laki	06-07-92
21	Ulfa Eka Arinii	Perempuan	01-05-92
22	Widi Rahayu	Perempuan	20-08-93
23	Zessy Uzantria	Perempuan	07-07-92
24	Yulio Setiadi	Laki-laki	11-12-91
25	Fuad Miadi	Laki-laki	28-10-91

Mulai Asuransi	Umur Saat Ikut Asuransi
21-09-2010	18th 2bl = 18,17th
21-09-2010	18th 5bl = 18,417th
21-09-2010	18th 4bl = 18,33th
21-09-2010	18th
21-09-2010	18 th
21-09-2010	19th 6 bl = 19,2th
21-09-2010	21th 9bl = 21,75 th
21-09-2010	18th 1bl = 18,083th
21-09-2010	19th 4bl = 19,3th
21-09-2010	18th 10bl = 18,83th
21-09-2010	18th 4bl = 18,3th
21-09-2010	17th 11bl = 17,917 th
21-09-2010	18th 1bl = 18,083th
21-09-2010	20 th
21-09-2010	18th 9bl = 18,75 th
21-09-2010	18th 5bl = 18,417 th
21-09-2010	20th 6bl = 20,5 th
21-09-2010	18th 7bl = 18,583th
21-09-2010	18th 11bl = 18,917 th
21-09-2010	18th 2bl = 18,17 th
21-09-2010	18th 4bl = 18,33th
21-09-2010	17th 1bl = 17,083th
21-09-2010	18th 2bl = 18,17 th
21-09-2010	18th 9bl = 18,75 th
21-09-2010	18th 11bl = 18,917 th

Penyelesaian:

Berdasarkan data dapat diketahui bahwa:

$$R = Rp. 1.500.000, n = 4, i = 0,1$$

Sebelum menentukan premi tahunan, terlebih dahulu ditentukan faktor diskon dengan tingkat bunga 10% sehingga diperoleh $v=0,90909$. Selanjutnya untuk memudahkan dalam penghitungan nilai tunai anuitas awal dan premi tunggal dapat dihitung terlebih dahulu peluang meninggal dan peluang hidup peserta asuransi jiwa setiap tahunnya berdasarkan data dari Tabel dan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) tahun 1999, maka diperoleh:

Peserta pertama, peluang meninggal peserta asuransi jiwa yang berumur 18,17 tahun untuk 0 tahun berikutnya adalah ${}_0q_{18,17} = {}_0q_{18,17} = 0$

Peluang meninggal peserta asuransi jiwa yang berumur 18,17 tahun untuk 1 tahun berikutnya adalah:

$${}_1q_{18,17} = {}_1q_{18,17} = \left(\frac{l_{18,17} - l_{19,17}}{l_{18,17}} \right)$$

Perhitungan yang sama dilanjutkan untuk peluang meninggal untuk 2 tahun dan 3 tahun. Sedemikian sehingga, peluang meninggal peserta asuransi jiwa yang berumur 18,17 tahun untuk 4 tahun berikutnya adalah ${}_4q_{18,17} = {}_4q_{18,17} = 0,005525$

Selanjutnya, peluang hidup peserta asuransi jiwa yang berumur 18,17 tahun untuk 0 tahun berikutnya adalah:

$${}_0p_{18,17} = 1 - 0 \cdot q_{18,17} = 1$$

Peluang hidup peserta asuransi jiwa yang berumur 18,17 tahun untuk 1 tahun berikutnya adalah: ${}_1p_{18,17} = 1 - 1q_{18,17} = 0,998619$

Perhitungan yang sama dilanjutkan untuk peluang hidup untuk 2 tahun dan 3 tahun, maka peluang hidup peserta asuransi jiwa yang berumur 18,17 tahun untuk 4 tahun berikutnya adalah:

$${}_4p_{18,17} = 1 - 4q_{18,17} = 0,994475$$

Perhitungan yang sama dilakukan untuk peserta 2 sampai 25, sehingga untuk peserta ke-25 dapat diperoleh sebagai berikut.

Peserta ke-25, Peluang meninggal peserta asuransi jiwa yang berumur tahun untuk 0 tahun berikutnya adalah:

$${}_0q_{18,917} = 0q_{18,917} = 0$$

Peluang meninggal peserta asuransi jiwa yang berumur tahun untuk 1 tahun berikutnya adalah: ${}_1q_{18,917} = 1q_{18,917} = \left(\frac{l_{18,917} - l_{19,917}}{l_{18,917}} \right) = 0,001429$

Perhitungan yang sama dilanjutkan untuk peluang meninggal untuk 2 tahun dan 3 tahun. Sedemikian sehingga, peluang meninggal peserta asuransi jiwa yang berumur tahun untuk 4 tahun berikutnya adalah:

$${}_4q_{18,917} = 4q_{18,917} = 0,005715$$

Selanjutnya, Peluang hidup peserta asuransi jiwa yang berumur tahun untuk 0 tahun berikutnya adalah:

$${}_0p_{18,917} = 1 - 0q_{18,917} = 1$$

Peluang hidup peserta asuransi jiwa yang berumur tahun untuk 1 tahun berikutnya adalah:

$${}_1p_{18,917} = 1 - 1q_{18,917} = 0,998571$$

Perhitungan yang sama dilanjutkan untuk peluang hidup untuk 2 tahun dan 3 tahun, maka peluang hidup peserta asuransi jiwa yang berumur tahun untuk 4 tahun berikutnya adalah:

$${}_4p_{18,917} = 1 - 4q_{18,917} = 0,994285$$

Berdasarkan peluang hidup dan peluang meninggal peserta asuransi jiwa diatas dapat ditentukan premi tahunan untuk peserta asuransi jiwa berjangka untuk status hidup gabungan 25 orang. Diperoleh nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk 25 orang peserta asuransi jiwa adalah:

$$\ddot{a}_{18,17;18,417;18,33;18;18;19,2;...;18,97;\overline{4}} = \sum_{t=0}^3 v^t {}_t p_{18,17;18,417;18,33;18;18;19,2;...;18,97} = 3,35676$$

selanjutnya, diperoleh nilai premi tunggal berjangka untuk 25 orang peserta asuransi jiwa adalah:

$$A^1_{18,17;18,417;18,33;18;18;19,2;...;18,97;\overline{4}} = 0,08556$$

sehingga premi tahunannya adalah:

$$P_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m; \overline{n}} = R \frac{A^1_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m; \overline{n}}}{\ddot{a}_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m; \overline{n}}}$$

$$P_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m; \overline{n}} = 1.500.000 \frac{0,08556}{3,3567}$$

$$= Rp. 38.235,441$$

Jadi, premi tahunan yang harus dibayarkan setiap tahunnya oleh setiap peserta asuransi jiwa adalah sebesar Rp 38.235,441

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan maka diperoleh kesimpulan, bahwa Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk m orang dengan asumsi seragam dapat dihitung dengan rumus

$$\ddot{a}_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m; \overline{n}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t (1 - tq_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m})$$

besarnya premi tunggal asuransi jiwa berjangka untuk m orang peserta asuransi jiwa dengan asumsi seragam dapat dihitung dengan rumus

$$A^1_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m; \overline{n}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} (1 - (tq_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m} + {}_{t+1}p_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m}))$$

Sehingga dapat dihitung premi tahunan untuk m orang peserta asuransi jiwa dengan asumsi seragam adalah $P_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m; \overline{n}} = R \frac{A^1_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m; \overline{n}}}{\ddot{a}_{x_1 x_2 x_3 \dots x_m; \overline{n}}}$

Selanjutnya berdasarkan contoh kasus penerapan dengan data yang diperoleh untuk menghitung premi tahunan dengan 25 orang peserta, dapat diketahui besarnya premi tahunan asuransi jiwa berjangka untuk status hidup gabungan menggunakan asumsi seragam adalah sebesar Rp 38.235,441 nilai ini lebih kecil daripada premi tahunan yang terdapat pada data sebesar Rp 60.000. Sehingga untuk pembayaran premi tahunan yang dilakukan di awal periode menggunakan asumsi seragam akan memberikan keuntungan bagi peserta asuransi jiwa.

Pada penelitian ini hanya membahas perhitungan premi tahunan dengan menggunakan asumsi seragam. Sedangkan dalam menentukan nilai akumulasi anuitas masih ada faktor-faktor lain yang bisa mempengaruhinya. Adapun faktor-faktor lain tersebut seperti jenis asuransi jiwa, cadangan, tingkat inflasi, tingkat suku bunga yang berubah-ubah setiap tahun. Oleh karena itu, perlu dilanjutkan penelitian ini dengan mempertimbangkan faktor-faktor tersebut dalam menentukan nilai akumulasi anuitas

DAFTAR PUSTAKA

Achdijat, Didi. *Teknik Pengelolaan Asuransi Jiwa*. Gunadarma, Jakarta, 1993

Batten, R. W.. *Life contingencies, A Guide for Actuarial Student, Second Edition*. ACTEX publication, Inc. United State of America, 2009.

Bowers, N. L. , Geerber, H. U. , Hickman, J. C., Jones, D. A. & Nesbitt, C. J. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, Schaumburg, 1997.

- Dickson, D. C. M. , M. R. Hardy, & H. R. Waters. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Cambridge University Pres, Cambridge, 2009.
- Harisa, Nurma. Premi Tahunan Asuransi Jiwa Berjangka dengan Hukum De Molvre Untuk Status Gabungan, Tugas Akhir, Jurusan Matematika, UNRI, 2013.
- Herliyanto, Gatot. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan, 1993.
- Herliyanto, Gatot. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II*. Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan, 1994.

OPERATOR LINEAR PADA RUANG BARISAN TERBATAS l_2

Muslim Ansori, Suharsono,S
Fakultas MIPA, Universitas Lampung
email: ansomath@yahoo.com

ABSTRACT

It is defined a linear operator in matrix transformation from sequence space l_2 into l_2 by using basis of the sequence. The collection of all the linear operators forms a Banach Space.

Keywords: linear operator, matrix transformation

PENDAHULUAN

Pada tulisan ini akan dikaji apa yang disebut operator linear pada ruang barisan terbatas. Sifat-sifat dasar operator akan disajikan sebagai dasar untuk pengembangan lanjutan, yang sebelumnya sebagian sudah disajikan di dalam beberapa tulisan antara lain (Soeparna dkk,2005) dengan mengkonstruksikan operator-SM pada ruang Banach dengan basis pada ruang Banach yang dikembangkan dari operator Hilbert-Schmidt di dalam (Weidmann,1980). Selanjutnya, perbaikan pada norma operator-SM dilakukan oleh (Ansori dkk,2009) dengan menyajikannya dalam bentuk operator integral Lebesgue. Di dalam tulisan ini, akan disajikan operator-SM pada ruang barisan terbatas l_2 dengan basis standar pada ruang barisan.

METODE PENELITIAN

Operator A dikonstruksikan dari ruang barisan l_2 ke ruang barisan l_2 dengan basis standar $\{e_k\}$ dengan $e_k = (0,0, \dots, 1_{(k)}, \dots)$. Selanjutnya, dikonstruksikan norma operator A . Norma operator tersebut tidak bergantung pada pemilihan basis. Jika pendefinisian operator dapat dilakukan maka akan diselidiki apakah koleksi semua operator tersebut membentuk ruang Banach. Sebagai aplikasi, operator A direpresentasikan sebagai matriks takhingga yang dikerjakan pada ruang barisan l_2 ke ruang barisan l_2 dengan basis standar $\{e_k\}$ dengan $e_k = (0,0, \dots, 1_{(k)}, \dots)$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Di dalam tulisan ini, ruang barisan terbatas l_2 didefinisikan sebagai berikut:

$$l_2 = \left\{ x = (x_i) : \left(\sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \infty \right\}$$

dengan $(x_i) = (x_1, x_2, \dots)$ barisan bilangan real \mathbb{R} . Ruang barisan l_2 merupakan ruang Banach dengan ruang dual $(l_2)^* = \{x^* : l_2 \rightarrow \mathbb{R}\}$ yaitu koleksi semua fungsional pada l_2 yang bersifat linear dan kontinu.

Untuk sebarang $x^* \in (l_2)^*$ dan $x \in l_2$, penulisan $\langle x, x^* \rangle$ dimaksudkan sebagai fungsional x^* pada x atau $x^*(x)$. Barisan vektor $\{e_n\} \subset l_2$ dinamakan basis pada l_2 jika untuk setiap vektor $x \in l_2$ terdapat barisan skalar yang tunggal $\{\alpha_n\}$ sehingga

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n e_n$$

Barisan $\{e_n^*\} \in (l_2)^*$ dengan $\|e_n^*\| = 1$ untuk setiap n dikatakan biortonormal terhadap basis $\{e_n\} \subset l_2$ jika $\langle e_m, e_n^* \rangle = \delta_{mn}$ dengan $\delta_{mn} = 1$ untuk $m = n$ dan $\delta_{mn} = 0$ untuk $m \neq n$. Selanjutnya, pasangan $\{\{e_n\}, \{e_n^*\}\}$ disebut sistem biortonormal pada l_2 . Jika pasangan $\{\{e_n\}, \{e_n^*\}\}$ merupakan sistem biortonormal pada l_2 maka

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n e_n$$

dengan $\langle x, e_n^* \rangle = \alpha_n$.

Jika $A \in \mathcal{L}_C(l_2, l_2)$ maka operator $A^* \in \mathcal{L}_C((l_2)^*, (l_2)^*)$ disebut operator pendamping (*adjoint operator*) A jika dan hanya jika untuk setiap $x \in l_2$ dan $y^* \in (l_2)^*$, berlaku $\langle A(x), y^* \rangle = \langle x, A^*(y^*) \rangle$

Jadi, jika $\{e_n\} \subset l_2$ dan $\{d_m^*\} \in (l_2)^*$ diperoleh $\langle A(e_n), d_m^* \rangle = \langle e_n, A^*(d_m^*) \rangle$

Jika $\{e_n\}, \{f_n\}, \{d_m^*\} \subset l_2$ basis pada l_2 , maka untuk setiap $A \in \mathcal{L}_C(l_2, l_2)$ berlaku $A^*(d_m^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \langle e_n, A^*(d_m^*) \rangle e_n^* = \sum_{n=1}^{\infty} \langle A(e_n), d_m^* \rangle e_n^*$ (a)

dan $A^*(d_m^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \langle f_n, A^*(d_m^*) \rangle f_n^* = \sum_{n=1}^{\infty} \langle A(f_n), d_m^* \rangle f_n^*$ (b)

Berdasarkan persamaan (a) dan (b) diperoleh

$$\sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle A(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\| = \sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle A(f_k), d_m^* \rangle f_k^*\| \quad (c)$$

Berdasarkan persamaan (a),(b) dan (c) didefinisikan pengertian operator dari ruang barisan l_2 ke ruang barisan l_2 sebagai berikut:

Definisi 1.1(Ansori dkk,2009) Operator $A \in \mathcal{L}_C(l_2, l_2)$ dinamakan operator-SM jika $\sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle A(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\| < \infty$ dengan $\{e_n\}, \{d_m^*\} \subset l_2$ basis pada l_2 .

Dapat dipahami bahwa bilangan $\|A\|$ dengan

$$\|A\|_{SM} = \sum_{m=1}^{\infty} \left\| \sum_{k=1}^{\infty} \langle A(e_k), d_m^* \rangle e_k^* \right\| < \infty$$

tidak bergantung pada pemilihan basis $\{e_n\}$ pada l_2 .

Selanjutnya, notasi $SM(l_2, l_2)$ menyatakan koleksi semua operator-SM dari ruang barisan l_2 ke ruang barisan l_2 .

Teorema 1.2 Untuk setiap $A \in SM(l_2, l_2)$ berlaku

- (i) $\|A\| \leq \|A\|_{SM}$
- (ii) $SM(l_2, l_2)$ merupakan ruang Banach terhadap norma $\|\cdot\|_{SM}$
- (iii) Jika $A \in SM(l_2, l_2)$ maka A operator kompak.

Bukti:

(i) Diambil sebarang basis $\{e_n\}, \{d_m^*\} \subset l_2$ dan $x \in l_2$, maka berdasarkan (a),(b) dan (c) diperoleh $\|A(x)\| = \|\sum_{m=1}^{\infty} \langle A(x), d_m^* \rangle d_m^*\|$

$$\begin{aligned} &= \|\sum_{m=1}^{\infty} \langle x, A^*(d_m^*) \rangle d_m^*\| \\ &\leq \|x\| \sum_{m=1}^{\infty} \|A^*(d_m^*)\| \\ &= \|x\| \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle A(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\| \\ &= \|x\| \|A\|_{SM} \end{aligned}$$

yang berakibat $\|A\| \leq \|A\|_{SM}$.

(ii) Pertama ditunjukkan bahwa $SM(l_2, l_2)$ merupakan ruang bernorma terhadap norma $\|\cdot\|_{SM}$ sebab:

a) Untuk setiap $A \in SM(l_2, l_2)$ $\|A\|_{SM} = \sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle A(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\| \geq 0$
 dan $\|A\|_{SM} = 0 \Leftrightarrow \sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle A(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\| = 0$
 $\Leftrightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \langle A(e_k), d_m^* \rangle e_k^* = A^*(d_m^*) = \theta \Leftrightarrow A^* = 0 \Leftrightarrow A = 0$

b) Untuk setiap $A \in SM(l_2, l_2)$ dan skalar α , diperoleh
 $\|\alpha A\|_{SM} = \sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle \alpha A(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\| = |\alpha| \sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle A(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\| = |\alpha| \|A\|_{SM}$

c) Jika diberikan $A_1, A_2 \in SM(l_2, l_2)$ maka
 $\|A_1 + A_2\|_{SM} = \sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle (A_1 + A_2)(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\|$
 $= \sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle (A_1(e_k) + A_2(e_k)), d_m^* \rangle e_k^*\|$
 $= \sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle A_1(e_k), d_m^* \rangle e_k^* + \sum_{k=1}^{\infty} \langle A_2(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\|$
 $\leq \sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle A_1(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\| + \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle A_2(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\|$

Dengan kata lain,

$$\|A_1 + A_2\|_{SM} \leq \|A_1\|_{SM} + \|A_2\|_{SM}.$$

Tinggal menunjukkan kelengkapan ruang $SM(l_2, l_2)$ sebagai berikut: Diambil sebarang barisan Cauchy $\{A_i\} \subset SM(l_2, l_2)$. Untuk setiap bilangan $\varepsilon > 0$, terdapat bilangan bulat positif n_0 sehingga untuk setiap bilangan bulat positif $i, j \geq n_0$, berlaku

$$\|A_i - A_j\|_{SM} \leq \frac{\varepsilon}{2}$$

Akan dibuktikan bahwa terdapat $A \in SM(l_2, l_2)$ sehingga

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \|A_i - A\|_{SM} = 0.$$

Karena

$$\|A_i - A_j\|_{\mathcal{L}_C(l_2, l_2)} \leq \|A_i - A_j\|_{SM} < \frac{\varepsilon}{2}$$

untuk setiap $A_i, A_j \in SM(l_2, l_2)$ dengan $i, j \geq n_0$, maka barisan $\{A_i\}$ juga merupakan barisan Cauchy di dalam $\mathcal{L}_C(l_2, l_2)$. Karena $\mathcal{L}_C(l_2, l_2)$ ruang lengkap maka terdapat $A \in \mathcal{L}_C(l_2, l_2)$ sehingga $\lim_{j \rightarrow \infty} A_j = A$. Oleh karena itu,

$$\sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle (A_i - A)(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\| = \lim_{j \rightarrow \infty} \sum_{m=1}^{\infty} \|\sum_{k=1}^{\infty} \langle (A_i - A_j)(e_k), d_m^* \rangle e_k^*\|$$

$$= \lim_{j \rightarrow \infty} \|A_i - A_j\|_{SM} < \frac{\varepsilon}{2}$$

untuk sebarang bilangan bulat $i \geq n_0$. Dengan kata lain, $A - A_i \in SM(l_2, l_2)$, untuk $i \geq n_0$. Oleh karena itu, $A - A_{n_0} + A_{n_0} = A \in SM(l_2, l_2)$ dan terbukti bahwa barisan $\{A_i\}$ konvergen ke suatu $A \in SM(l_2, l_2)$. Jadi $SM(l_2, l_2)$ merupakan ruang bernorma yang lengkap atau ruang Banach.

(iii) Jika $A \in SM(l_2, l_2)$ dan $x \in l_2$, maka

$$A(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \langle A(x), d_m^* \rangle d_m$$

Oleh karena itu, untuk setiap bilangan bulat positif n , dapat didefinisikan operator $A_n: l_2 \rightarrow l_2$ dengan

$$A_n(x) = \sum_{m=1}^n \langle A(x), d_m^* \rangle d_m$$

Jelas bahwa $A_n \in \mathcal{L}_C(l_2, l_2)$ dan A_n merupakan operator berhingga. Dengan kata lain, A_n operator kompak. Karena $\{A_n\}$ konvergen ke K maka K operator kompak.

Berdasarkan Teorema 1.2 diperoleh

Akibat 1.3

$SM(l_2, l_2) \subset K(l_2, l_2) \subset \mathcal{L}_C(l_2, l_2)$ dengan $K(l_2, l_2)$ koleksi operator kompak dari l_2 ke l_2 . Operator $A \in SM(l_2, l_2)$ dapat diwakili oleh matriks takhingga $A = A_{\infty \times \infty}$. Oleh karena itu, dalam bentuk matriks takhingga karakteristik operator-SM tersebut dapat diuraikan sebagai berikut:

Teorema 1.4 Suatu operator linear kontinu $A: l_2 \rightarrow l_2$ merupakan operator-SM jika dan hanya jika terdapat suatu matriks (a_{ij}) yang memenuhi:

- (i) $Ax = \{\sum_{j=1}^{\infty} a_{ij}x_j\} \in l_2$ untuk setiap $x = (x_j) \in l_2$,
- (ii) $\sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} |a_{ij}|^2 < \infty$
- (iii) $\sum_{i=1}^{\infty} |\sum_{j=1}^{\infty} a_{ij}| < \infty$

Bukti: (Syarat perlu) Karena $A: l_2 \rightarrow l_2$ linear dan kontinu maka dengan sendirinya berlaku (i) dan (ii). Operator A dalam bentuk matriks (a_{ij}) dikerjakan pada basis standar $\{e_k\}$ dengan $e_k = (0, 0, \dots, 1_{(k)}, \dots)$ berbentuk

$$Ae_k = (a_{jk})_{j=1}^{\infty}$$

Karena $A = (a_{ij})$ operator-SM maka

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} \left\| \sum_{k=1}^{\infty} (Ae_k, d_m^*) d_m \right\| &= \sum_{m=1}^{\infty} \left\| \sum_{k=1}^{\infty} a_{mk} d_m \right\| \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} \left| \sum_{k=1}^{\infty} a_{mk} \right| < \infty \end{aligned}$$

(Syarat cukup) berdasarkan (i) dan (ii) maka $A = (a_{ij}): l_2 \rightarrow l_2$ linear dan kontinu.

Selanjutnya, berdasarkan (iii) diperoleh

$$\begin{aligned} \|A\|_{SM} &= \sum_{m=1}^{\infty} \left\| \sum_{k=1}^{\infty} (Ae_k, d_m^*) d_m \right\| \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} \left| \sum_{k=1}^{\infty} a_{mk} \right| < \infty \end{aligned}$$

Terbukti $A = (a_{ij})$ operator-SM.

Contoh 1.5 Matriks $A = (a_{ij})$ dengan

$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{i^2} & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

Merepresentasikan operator-SM $A: l_2 \rightarrow l_2$ sebab:

- (i) Untuk setiap $x = (x_j) \in l_2$ berlaku

$$\begin{aligned} \|Ax\| &= \left\| \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} a_{ij}x_j \right\} \right\| \\ &= \left(\sum_{j=1}^{\infty} \left| \frac{x_j}{j^2} \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \sum_{j=1}^{\infty} |x_j|^2 < \infty \end{aligned}$$

Jadi $Ax \in l_2$.

- (ii) Bagian kedua terpenuhi sebab

$$\sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} |a_{ij}|^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \left| \frac{1}{i^2} \right|^2 < \infty$$

(iii) Bagian ketiga terpenuhi sebab

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left| \sum_{j=1}^{\infty} a_{ij} \right| = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^2} < \infty$$

KESIMPULAN

Operator linear dan kontinu $A: l_2 \rightarrow l_2$ merupakan operator-SM jika dan hanya jika jika terdapat suatu matriks (a_{ij}) yang memenuhi:

(i) $Ax = \{\sum_{j=1}^{\infty} a_{ij}x_j\} \in l_2$ untuk setiap $x = (x_j) \in l_2$, (ii) $\sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} |a_{ij}|^2 < \infty$ dan (iii) $\sum_{i=1}^{\infty} |\sum_{j=1}^{\infty} a_{ij}| < \infty$.

Koleksi semua operator-SM $A: l_2 \rightarrow l_2$ yang dinotasikan dengan $SM(l_2, l_2)$ membentuk ruang Banach.

DAFTAR PUSTAKA

Ansori, M., Soeparna, D., Supama, Modification of Hilbert-Schmidt Operator into the Sense of Banach Space, *Proceeding of IICMA, UGM*, 189-204, 2009

Soeparna D., Ansori, M., Supama, On the SM-operators, *Berkala Ilmiah MIPA, UGM*, 16, 49-53, 2006

Weidmann, J., 1980, *Linear Operators in Hilbert Spaces*, Springer-Verlag, New-York, 198

APLIKASI KONTROL OPTIMAL PADA POLAR ROBOT UNTUK OBJEKTIF GANDA: MEMINIMUMKAN BESAR TORSI DAN PENCAPAIAN POSISI TARGET DENGAN WAKTU MINIMUM

Said Munzir, Marwan, Taufiq Iskandar dan Reza Wafdan

Magister of Mathematics, Syiah Kuala University, Banda Aceh, 23111, Indonesia.

Email: smunzir2001@yahoo.com

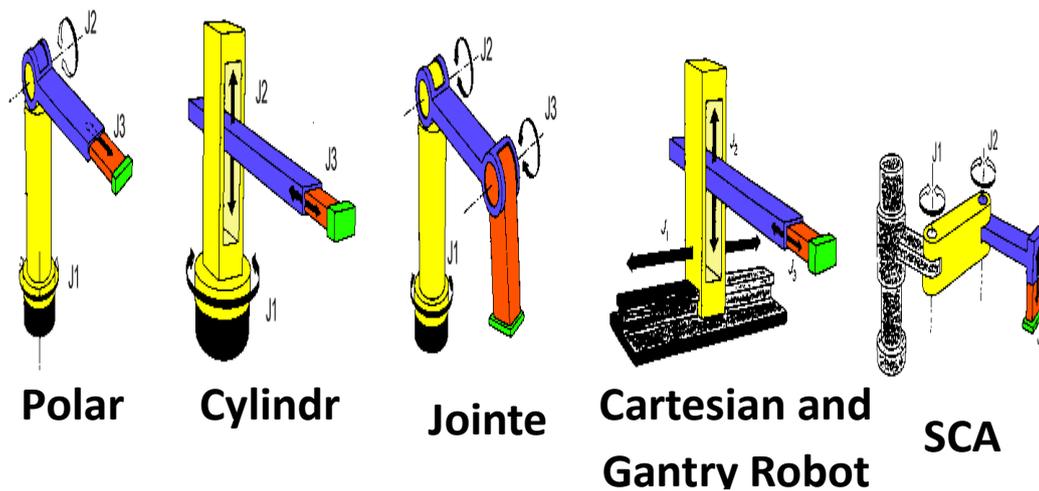
ABSTRACT

Penelitian ini mengkaji aplikasi kontrol optimal pada pengontrolan polar robot yang bergerak dari sebuah posisi awal menuju posisi akhir tertentu. Kajian difokuskan pada perhitungan torsi minimum pada masing-masing segmen polar robot yang akan menggerakkan robot untuk mencapai posisi akhirnya dalam waktu yang secepat mungkin. Penyelesaian masalah kontrol optimal disini dilakukan dengan pendekatan numerik dengan mendiskretisasikan model dinamik dari polar robot serta objektif dari kontrol optimal, menggunakan pendekatan Pseudo Spectral Method (PSM). Hasil-hasil yang diperoleh disimulasikan dalam bentuk grafis dan animasi pergerakan robot juga ditampilkan menggunakan Matlab. Hasil simulasi dan animasi menunjukkan bahwa nilai-nilai variabel state dan kontrol berevolusi secara mulus yang menggambarkan bahwa pergerakan polar robot akan berlangsung secara stabil dan mulus.

Keywords: Kontrol Optimal, Polar Robot, Pseudo Spectral

PENDAHULUAN

Robot secara sederhana dapat diartikan sebagai sebuah sistem mekanik yang menggunakan pengawasan dan kontrol manusia, ataupun menggunakan kecerdasan buatan untuk membantu pekerjaan manusia. Robot biasanya digunakan untuk tugas yang berat, berbahaya, pekerjaan yang berulang dan kotor. Kebanyakan robot digunakan dalam bidang industri. Selain bidang industri, robot juga digunakan untuk pembersihan limbah beracun, penjinak bom, penjelajahan bawah air dan luar angkasa, dan pertambangan. Bahkan sekarang robot mulai memasuki bidang hiburan, alat pembantu rumah tangga, seperti penyedot debu, dan pemotong rumput. Kebanyakan orang beranggapan bahwa robot adalah sebuah mesin yang menyerupai manusia, memiliki tubuh dengan kepala, lengan tangan dan kaki, namun hanya struktur tubuhnya saja yang berbeda yaitu terbuat dari logam. Padahal kebanyakan robot tidak berbentuk seperti manusia, setiap robot memiliki bentuk yang berbeda-beda tergantung tugas yang dilakukannya, misalnya robot lengan dalam bidang industri.



Gambar 1. Jenis-jenis robot industri

Secara umum, robot lengan dalam bidang industri terbagi atas lima jenis, yaitu *polar robot*, *cylindrical robot*, *jointed arm robot*, *cartesian and gantry robot*, dan *selective compliance assembly robotic arm robot* (SCARA) seperti pada Gambar 1. Penjelasan dari kelima jenis robot lengan ini dapat dilihat pada Table 1 berikut.

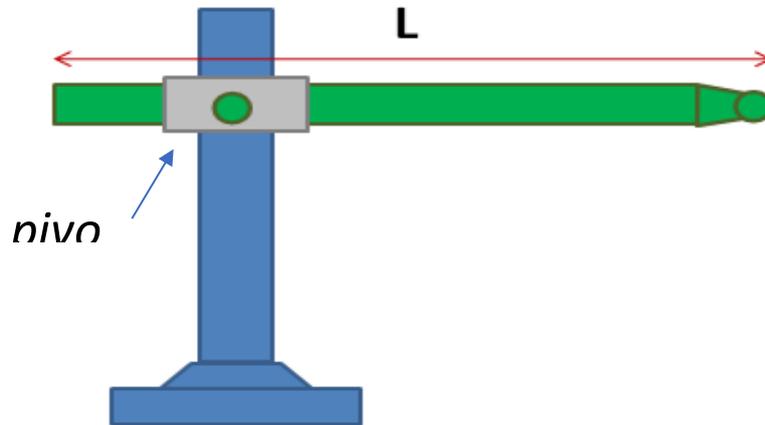
Tabel 1. Robot-robot lengan dalam bidang industri

No.	Jenis Robot	Penjelasan
1.	<i>Polar robot</i>	Sebuah robot lengan yang mampu memperpanjang lengan secara linier dan berputar secara vertikal maupun horizontal
2.	<i>Cylindrical robot</i>	Sebuah robot lengan yang mampu memperpanjang lengan secara linier dan bergerak secara vertikal ke atas dan ke bawah serta berputar secara horizontal
3.	<i>Jointed arm robot</i>	Sebuah robot lengan yang memiliki dua sendi yang mampu berputar secara vertikal dan satu sendi berputar secara horizontal
4.	<i>Cartesian and gantry robot</i>	Sebuah robot lengan yang mampu memperpanjang lengan secara linier dan bergerak secara vertikal ke atas dan ke bawah serta bergerak secara horizontal ke kiri dan ke kanan
5.	<i>Selective compliance assembly robotic arm (SCARA)</i>	Sebuah robot lengan yang mampu memperpanjang lengan secara linier dan memiliki dua sendi yang mampu berputar secara horizontal

Kelima jenis robot lengan tersebut memiliki bentuk yang berbeda-beda sesuai dengan fungsinya. Pada artikel ini akan dipaparkan sebuah penelitian mengenai pengontrolan robot lengan yang termasuk ke dalam jenis *polar robot*. Adapun tujuan penelitian ini yaitu difokuskan pada perhitungan gaya dan *torsi* minimum pada masing-masing segmen *polar robot* yang akan menggerakkan robot untuk mencapai posisi akhirnya dalam waktu yang secepat mungkin. Penelitian tentang permasalahan robot lengan ini pertama sekali diperkenalkan oleh Monika Mössner-Beigel (Heidelberg University) dalam tulisannya [1]. Pada penelitian sebelumnya, Monika hanya mencari waktu minimum, sedangkan pada penelitian ini, akan dicari waktu minimum beserta penggunaan gaya dan *torsi* minimum.

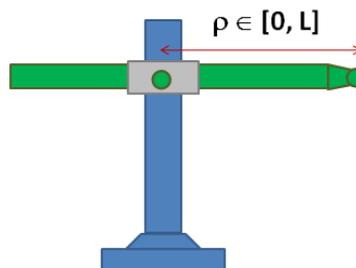
METODE PENELITIAN

Polar robot terdiri dari tiga segmen yaitu sebuah lengan yang dapat digerakkan secara linier, sendi yang dapat diputar secara horizontal, dan sendi yang dapat diputar secara vertikal. Segmen pertama yaitu sebuah lengan yang dapat digerakkan secara linier, lengan ini dapat memanjang dengan cara didorong atau memendek dengan cara ditarik oleh sebuah motor pada *pivot*-nya. Panjang maksimal lengan robot tersebut disimbolkan dengan L dan dengan $L = 5$ satuan panjang. Ilustrasi dari lengan robot tersebut dapat dilihat pada Gambar 2 berikut.



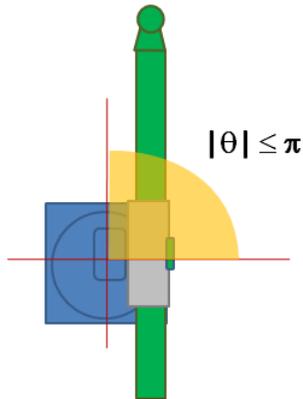
Gambar 2. Panjang maksimal lengan *polar robot*

Panjang lengan *polar robot* dapat berubah-ubah sesuai dengan input yang diterima. Panjang lengan tersebut dapat disimbolkan sebagai sebuah fungsi waktu $\rho(t)$, nilai dari $\rho(t)$ berkisar antara nol sampai pada panjang maksimal lengan robot yaitu L . Ilustrasi dari panjang lengan robot tersebut dapat dilihat pada Gambar 3 berikut.



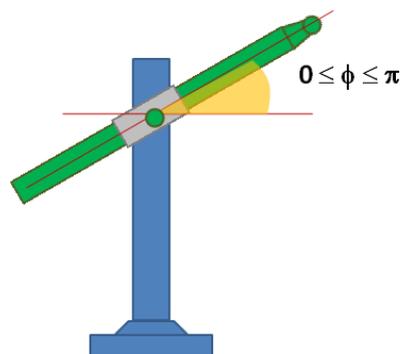
Gambar 3. Panjang lengan *polar robot*

Selain lengan dengan pergerakan linier, robot lengan jenis *polar* juga terdiri dari sebuah sendi yang dapat diputar secara horizontal. Sudut putaran lengan ini juga berubah-ubah sesuai dengan input yang diterima. Besar sudut putaran lengan ini disimbolkan dengan sebuah fungsi waktu $\theta(t)$. Nilai dari $\theta(t)$ berkisar antara $-\pi$ sampai π . Ilustrasi dari besar sudut putaran horizontal lengan robot tersebut dapat dilihat pada Gambar 4 berikut.



Gambar 4. Besar sudut putaran horizontal lengan *polar robot*

Segmen lainnya dari *polar robot* tersebut yaitu sebuah sendi yang dapat diputar secara vertikal. Sudut putaran lengan secara vertikal ini diatur dengan sudut yang berubah-ubah sesuai input yang diterima. Besar sudut putaran ini disimbolkan dengan sebuah fungsi waktu $\phi(t)$. Nilai dari $\phi(t)$ berkisar antara nol sampai π . Ilustrasi dari besar sudut putaran vertikal lengan robot tersebut dapat dilihat pada Gambar 5 berikut.



Gambar 5. Besar sudut putaran vertikal lengan *polar robot*

Setiap pergerakan pada lengan robot tersebut baik pergerakan secara linier maupun putaran kedua sendinya terdapat sebuah motor yang menggerakkannya. Satu motor untuk menggerakkan lengan secara linier dan dua motor untuk menggerakkan putaran pada sendinya. Setiap motor tersebut membutuhkan energi listrik untuk menggerakkannya. Semakin banyak energi yang dibutuhkan maka semakin banyak pula biaya yang harus dikeluarkan. Oleh karena itu, penggunaan energi akan diatur seoptimal mungkin agar biaya yang dikeluarkan menjadi minimum. Energi pada ketiga motor tersebut sangat bergantung pada gaya yang diberikan pada setiap segmen robot tersebut.

Pergerakan lengan secara linier membutuhkan gaya untuk mendorong dan menarik lengan sesuai dengan yang input yang diberikan, gaya tersebut disimbolkan dengan sebuah variabel kontrol u_1 . Nilai dari u_1 berkisar antara -1 sampai 1, nilai negatif berarti gaya untuk menarik lengan robot, sedangkan nilai positif berarti gaya yang dibutuhkan untuk mendorong lengan robot tersebut. Dengan menggunakan hukum kedua Newton, diperoleh model matematika untuk u_1 sebagai berikut, dengan ρ'' adalah percepatan panjang lengan robot [1, 2, 3].

$$L\rho'' = u_1 \quad (1)$$

Pada sendi putar horizontal juga dibutuhkan gaya untuk menggerakkan lengan robot tersebut. Gaya yang bekerja pada sendi ini disebut juga dengan *torsi* karena pada gerak rotasi dan disimbolkan dengan sebuah variabel kontrol u_2 . Nilai dari u_2 juga berkisar antara -1 sampai 1, nilai negatif berarti *torsi* untuk menggerakkan lengan searah jarum jam, sedangkan nilai positif berarti *torsi* untuk menggerakkan lengan robot berlawanan arah jarum jam. Dengan menggunakan hukum kedua Newton, diperoleh model matematika untuk u_2 sebagai berikut, dengan I_1 adalah momen inersia massa pada benda dan θ'' adalah percepatan sudut secara horizontal [1, 2, 3, 4].

$$I_1 \theta'' = u_2 \quad (2)$$

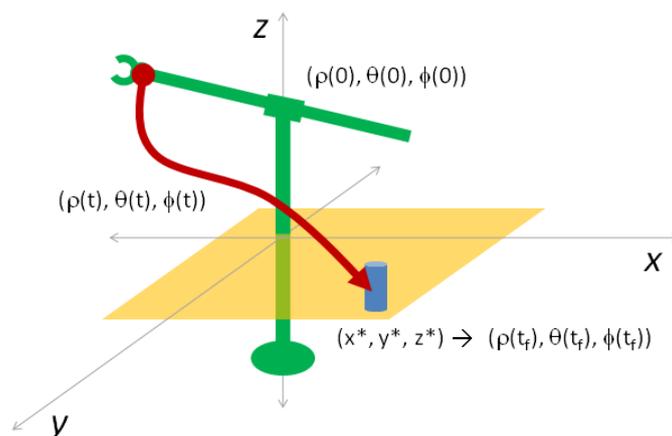
$$I_1 = \frac{1}{3}((L + \rho)^3 + \rho^3) \sin^2 \phi \quad (3)$$

Begitu juga untuk *torsi* pada sendi putar vertikal yang disimbolkan dengan sebuah variabel kontrol u_3 . Nilai dari u_3 juga berkisar antara -1 sampai 1, nilai negatif berarti *torsi* untuk menggerakkan lengan searah jarum jam, sedangkan nilai positif berarti *torsi* untuk menggerakkan lengan robot berlawanan arah jarum jam. Dengan menggunakan hukum kedua Newton, diperoleh model matematika untuk u_3 sebagai berikut, dengan I_2 adalah momen inersia massa pada benda dan ϕ'' adalah percepatan sudut secara vertikal [1, 2, 3, 4].

$$I_2 \phi'' = u_3 \quad (4)$$

$$I_2 = \frac{1}{3}((L + \rho)^3 + \rho^3) \quad (5)$$

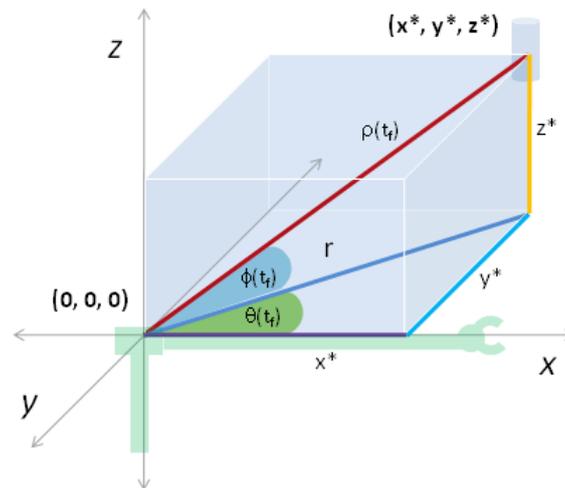
Koordinat dari robot lengan jenis *polar* ini dapat didefinisikan dengan $(\rho(t), \theta(t), \phi(t))$. Kondisi awal dari posisi lengan robot adalah $(\rho(0), \theta(0), \phi(0))$. Dari posisi awal tersebut, lengan akan bergerak dengan *path* tertentu untuk mengambil sebuah objek pada koordinat (x^*, y^*, z^*) . Koordinat objek (x^*, y^*, z^*) akan menjadi sebagai kondisi akhir dari posisi lengan yaitu $(\rho(t_f), \theta(t_f), \phi(t_f))$. Selanjutnya, untuk waktu dari 0 sampai t_f , akan dicari sebuah *path* $(\rho(t), \theta(t), \phi(t))$ dari posisi $(\rho(0), \theta(0), \phi(0))$ ke posisi $(\rho(t_f), \theta(t_f), \phi(t_f))$, sedemikian hingga nilai t_f , u_1 , u_2 , dan u_3 bernilai minimum. Ilustrasi dari permasalahan di atas dapat dilihat pada Gambar 6 berikut.



Gambar 6. Gerak lengan untuk mengambil objek

Koordinat objek yang diberikan adalah (x^*, y^*, z^*) , sedangkan koordinat lengan robot pada posisi yang sama dengan koordinat objek adalah $(\rho(t_f), \theta(t_f), \phi(t_f))$. Karena kedua

koordinat tersebut berbeda, maka langkah awal sebelum menyelesaikan permasalahan pengontrolan lengan robot ini yaitu mengubah koordinat (x^*, y^*, z^*) menjadi koordinat $(\rho(t_f), \theta(t_f), \phi(t_f))$.



Gambar 7. Penyesuaian koordinat

Perhatikan Gambar 7, langkah pertama yang harus dilakukan adalah mencari nilai dari $\rho(t_f)$, yaitu panjang lengan robot saat mengambil objek. Nilai dari $\rho(t_f)$ dapat dihitung dengan menggunakan rumus pythagoras dengan sisi miringnya $\rho(t_f)$, sisi tegaknya z^* dan sisi datarnya r . Panjang sisi r juga dapat dihitung dengan menggunakan rumus pythagoras dengan sisi miringnya r , sisi tegaknya y^* dan sisi datarnya x^* . Kedua persamaan tersebut dapat ditulis sebagai berikut.

$$\rho(t_f) = \sqrt{x^{*2} + y^{*2} + z^{*2}} \quad (6)$$

$$r = \sqrt{x^{*2} + y^{*2}} \quad (7)$$

Setelah mendapatkan nilai dari $\rho(t_f)$, selanjutnya akan dicari nilai dari $\theta(t_f)$, yaitu sudut horizontal lengan robot saat mengambil objek. Nilai dari $\theta(t_f)$ tersebut dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (8) berikut.

$$\theta(t_f) = \sin^{-1} \left(\frac{y^*}{\sqrt{x^{*2} + y^{*2}}} \right) \quad (8)$$

Selanjutnya mencari nilai dari $\phi(t_f)$, yaitu sudut vertikal lengan robot saat mengambil objek. Nilai dari $\phi(t_f)$ tersebut dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (9) berikut.

$$\phi(t_f) = \sin^{-1} \left(\frac{z^*}{\sqrt{x^{*2} + y^{*2} + z^{*2}}} \right) \quad (9)$$

Dengan menggunakan persamaan (6), (8), dan (9), diperoleh koordinat $(\rho(t_f), \theta(t_f), \phi(t_f))$ yang merupakan kondisi akhir lengan robot saat mengambil objek pada koordinat (x^*, y^*, z^*) .

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, kajian difokuskan pada perhitungan gaya dan torsi minimum pada masing-masing segmen *polar robot* yang akan menggerakkan robot untuk mencapai posisi

akhirnya dalam waktu yang secepat mungkin, dengan kata lain, akan dicari nilai t_f , u_1 , u_2 , dan u_3 yang minimum. Sehingga fungsi tujuan dapat ditulis sebagai berikut.

$$J = \int_0^{t_f} (1 + u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) dt \quad (10)$$

Dengan kendala sebagai berikut,

$$\begin{aligned} L\rho'' &= u_1 \\ I_1\theta'' &= u_2 \\ I_2\phi'' &= u_3 \end{aligned} \quad (11)$$

dan kondisi awal dan kondisi batas sebagai berikut [1, 2, 3],

$$\rho(0) = 4.5 \quad \theta(0) = 0 \quad \phi(0) = \frac{\pi}{4} \quad (12)$$

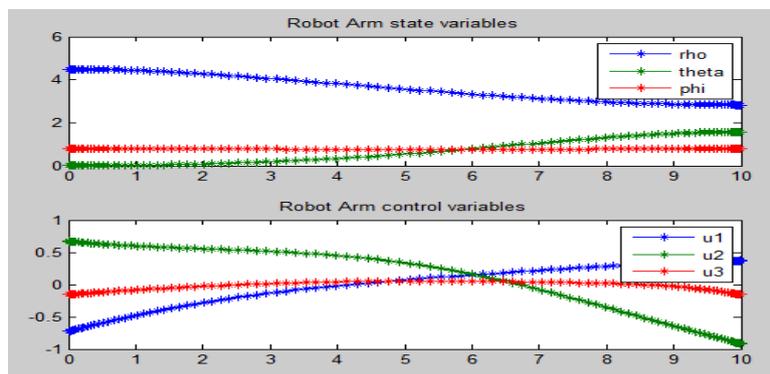
$$\begin{aligned} \rho(t_f) &= \sqrt{x^{*2} + y^{*2} + z^{*2}} \\ \theta(t_f) &= \sin^{-1}\left(\frac{y^*}{\sqrt{x^{*2} + y^{*2}}}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \phi(t_f) &= \sin^{-1}\left(\frac{z^*}{\sqrt{x^{*2} + y^{*2} + z^{*2}}}\right) \\ \theta'(0) = \theta'(t_f) = \phi'(0) = \phi'(t_f) &= 0 \quad (14) \end{aligned}$$

$$\rho'(0) = \rho'(t_f) = 0 \quad (15)$$

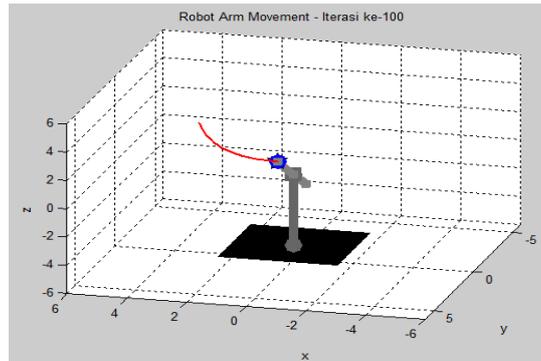
$$0 \leq \rho \leq L \quad -\pi \leq \theta \leq \pi \quad 0 \leq \phi \leq \pi$$

Selanjutnya, dengan menggunakan software Tomlab dan dengan memberikan input $(x^*, y^*, z^*) = (0, 2, 2)$, diperoleh hasil-hasil sebagai berikut.



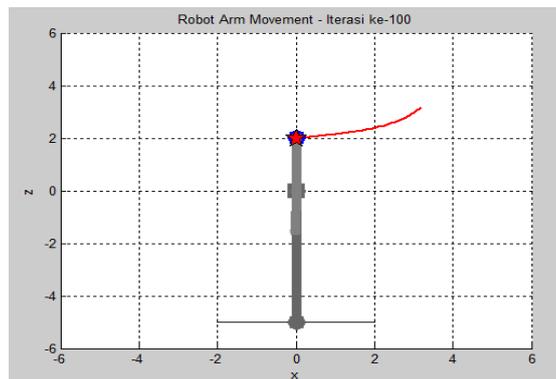
Gambar 8. Plot variabel *state* dan variabel kontrol

Pada Gambar 8 dapat dilihat bahwa variabel kontrol u_1 , u_2 , dan u_3 yang berevolusi secara mulus yang menggambarkan bahwa pergerakan *polar robot* akan berlangsung secara stabil dan mulus. Waktu minimum yang dibutuhkan untuk menggerakkan lengan robot dari posisi awal ke posisi objek adalah 9.9857 satuan waktu.

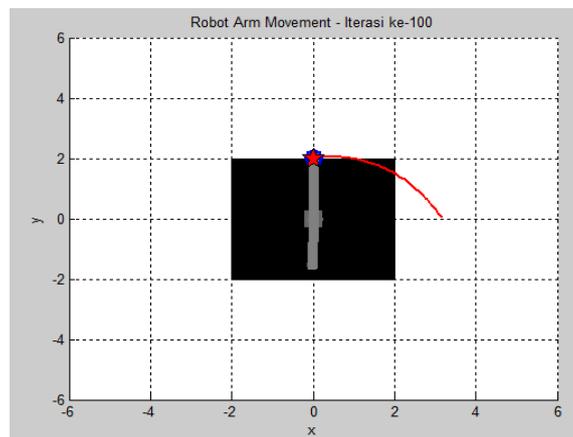


Gambar 9. Simulasi gerak lengan pada sumbu xyz

Pada Gambar 9 dapat dilihat bahwa lengan robot dapat bergerak dari posisi awal ke posisi akhir tepat pada objek. *Path* pergerakan lengan robot ditandai dengan garis merah dan objek yang ingin diambil ditandai dengan bintang merah seperti pada Gambar 10 dan Gambar 11. Gambar 10 merupakan simulasi pergerakan lengan robot yang dilihat dari arah samping (sumbu xz) dan Gambar 11 merupakan simulasi pergerakan lengan robot yang dilihat dari arah atas (sumbu xy).



Gambar 10. Simulasi gerak lengan pada sumbu xz



Gambar 11. Simulasi gerak lengan pada sumbu xy

KESIMPULAN

Dari hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa waktu minimum yang dibutuhkan lengan robot untuk bergerak dari posisi awal ke posisi akhir adalah 9,9857 satuan waktu. Hasil simulasi dan animasi menunjukkan bahwa nilai-nilai variabel state dan kontrol berevolusi secara mulus yang menggambarkan bahwa pergerakan *polar robot* akan berlangsung secara stabil dan mulus.

DAFTAR PUSTAKA

- E. Dolan, J. J. Moré, and T. S. Munson. Benchmarking optimization software with cops 3.0. Technical Report ANL/MCS-273, Mathematics and Computer Science Division, Argonne National Laboratory, Argonne, IL, 2004.
- Singh T, Singla P. Sequential Linear Programming for Design of Time-Optimal Controllers. In *Decision and Control*, 2007 46th IEEE Conference on 2007 Dec 12 (pp. 4755-4760). IEEE.
- Bondarenko A, Bortz DM, More JJ. A Collection of Large-Scale Nonlinearly Constrained Optimization Test Problems. Argonne National Laboratory Research Report. 1998 Aug 20; 16.
- Spong MW, Hutchinson S, Vidyasagar M. *Robot Modeling and Control*. New York: Wiley; 2006.

PENGGUNAAN METODE FIS MAMDANI DALAM MEMPERKIRAKAN TERJADINYA GELOMBANG TSUNAMI AKIBAT GEMPA BUMI

Hizir Sofyan¹, Erni Lusiani², Asep Rusyana³, Marzuki⁴

Fakultas MIPA, Universitas Syiah Kuala

email: hizir@unsyiah.ac.id

ABSTRACT

Mamdani method is one of the Fuzzy Inference System (FIS) works based on linguistic rules to make decisions on matters that are uncertain. Mamdani FIS method can be used as an alternative solution to overcome the problems associated with tsunami warning system (tsunami warning system). This study uses the input variables in the form of the data of earthquakes that occurred around the shoreline or under the sea in units on the Richter scale and volcanic activity in the form of a volcanic eruption that occurred along the coastal areas in units of VEI (Volcanic explosivity index) to establish a tsunami early warning system, Types of membership functions used are trapezoidal membership functions. The early warning was formed from this study are not only able to predict a tsunami, but the magnitude of an impending tsunami can also be predicted early.

Keywords: fuzzy inference system, Mamdani FIS, a tsunami warning system, membership functions, earthquakes, volcanic eruptions

PENDAHULUAN

Tsunami merupakan salah satu kejadian yang berulang. Tsunami Aceh yang terjadi pada 26 Desember 2004 adalah contoh dari kejadian tsunami yang berulang. Dalam interval waktu empat ratus tahun terakhir, Indonesia telah mengalami ribuan gempa bumi dan ratusan tsunami. Letak Indonesia yang dikelilingi oleh lempeng Indo-Australia dan Pelat Laut Filipina yang meretas di bawah lempeng Eurasia, dengan lima pulau besar dan beberapa semenanjung merupakan salah satu sebab banyaknya terjadi peristiwa gempa bumi dan tsunami di Indonesia [1]. Pengulangan kejadian tsunami di setiap tempat sebenarnya berlangsung dalam jangka waktu yang panjang. Sebelum kejadian tsunami dahsyat yang menelan ratusan ribu jiwa di Aceh pada penghujung tahun 2004 itu, tercatat bahwa wilayah Aceh pernah mengalami kejadian tsunami yaitu tahun 1797, 1861 dan 1907. Hal itu yang mendorong perlu diadakan sebuah sistem yang mampu memprediksi lebih awal kemungkinan tsunami akan datang. Pada kasus ini *Fuzzy inference system (FIS)* dijadikan sebagai acuan metode pengkajian.

FIS merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengatasi permasalahan yang berhubungan dengan sistem peringatan tsunami (*tsunami warning system*). *FIS* adalah suatu metode yang berbasis logika *fuzzy*, dalam logika *fuzzy* sesuatu yang dapat menjadi sebagian benar dan sebagian salah pada waktu yang sama.

Tujuan dari penelitian ini adalah membuat suatu sistem peringatan berdasarkan *fuzzy inference system (FIS) Mamdani* untuk menentukan peringatan dini terhadap kemungkinan terjadinya *tsunami*.

Logika *fuzzy* memiliki konsep himpunan dengan tingkat kebenaran dalam rentang 0 sampai 1. Kelebihan dari logika *fuzzy* yaitu memiliki kemampuan dalam proses penalaran

secara bahasa *linguistic reasoning*. Hal tersebut yang mendukung pengambilan keputusan menggunakan logika tersebut mudah dipahami.

Pembentukan sistem peringatan tsunami ini bergantung pada kekuatan gempa bumi dan aktivitas vulkanik yang menjadi gejala alam pada beberapa kasus sebelumnya. Semakin besar kekuatan gempa bumi yang terjadi dalam satuan skala richter, serta terdapat erupsi vulkanik dengan skala *VEI* yang tinggi, Maka kemungkinan untuk terjadinya bencana tsunami semakin besar.

Masalah yang menjadi pokok pembahasan dalam kasus ini adalah bagaimana menentukan suatu sistem peringatan tsunami berdasarkan gempa bumi dan erupsi vulkanik dengan hasil yang lebih baik dalam memprediksi kemungkinan tsunami yang akan terjadi.

Tulisan ini diharapkan mampu menghasilkan suatu sistem yang dapat dikembangkan dan dikondisikan kembali dengan wilayah Aceh sehingga sesuai digunakan sebagai acuan oleh BMKG dalam menentukan peringatan dini tsunami.

KAJIAN LITERATUR DAN PEGEMBANGAN HIPOTESIS

Himpunan *fuzzy* merupakan rentang nilai tertentu sebagai fungsi karakteristik *kontinu* yang didefinisikan oleh interval $[0,1]$. Himpunan tersebut memiliki dua atribut yaitu atribut linguistik berupa penamaan kelompok yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami misalnya besar, sedang, dan kecil. Atribut lainnya yaitu atribut numerik berupa suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel misalnya 50, 100, dan 150.

Fuzzy Inference System yang dalam Bahasa Indonesia berarti Sistem Inferensi *Fuzzy* merupakan sistem yang dapat melakukan penalaran dengan prinsip serupa seperti manusia melakukan penalaran dengan nalurinya. *FIS* Mamdani dianggap yang paling mudah dimengerti karena dapat bekerja berdasarkan kaidah-kaidah linguistik.

Logika fuzzy secara linguistik memberikan penerapan yang lebih mudah untuk dipahami, karena menggunakan bahasa sehari-hari seperti baik, buruk, ya, atau tidak. *Logika fuzzy* merupakan suatu sistem yang digunakan sebagai pengambilan keputusan dalam permasalahan yang bersifat ketidak-pastian (ambigu).

Metode Mamdani atau disebut juga Metode *Max-Min* pertama kali diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975. Metode ini memiliki empat tahapan yaitu pembentukan himpunan *fuzzy* dalam variabel *input* dan *output*, pengaplikasian fungsi implikasi menggunakan fungsi *IF x is A THEN y is B* dimana x dan y adalah skalar serta A dan B adalah himpunan fuzzy, tahap selanjutnya yaitu komposisi aturan menggunakan metode *metode max*, *additive*, dan *probabilistik OR (probor)*, dan tahap terakhir yaitu *defuzzyfikasi* atau penegasa.

METODE PENELITIAN

Proses dalam menentukan sistem peringatan tsunami terdiri dari beberapa tahap. Tahap pertama yaitu membangkitkan data normal secara acak menggunakan perangkat lunak R untuk data kekuatan gempa bumi dan ledakan gunung berapi, tahap kedua yaitu pengaplikasian *Fuzzy Inference System* Mamdani berupa pembentukan himpunan *fuzzy*, aplikasi fungsi implikasi, komposisi aturan *fuzzy* dan *defuzzyfikasi*. Tahap selanjutnya yaitu pengaplikasian sistem yang terbentuk menggunakan data dan tahap terakhir menentukan hasil dan kesimpulan penelitian.

Penelitian ini menggunakan data gempa bumi yang terjadi di sekitar garis pantai atau bawah laut sebagai variabel *input* pertama yang diklasifikasikan menjadi 3 bagian yaitu *Rendah*, *Sedang*, dan *Tinggi* berdasarkan skala richter. Sedangkan variabel *input* kedua yaitu aktivitas vulkanik berupa letusan gunung berapi yang terjadi di sepanjang wilayah pesisir, alasan yang mendasari penggunaan variabel *input* ini karena kemungkinan besar longsor material dan runtuhnya gunung berapi dapat bergerak cepat ke wilayah perairan dan

menggantikan air, sehingga air naik ke daratan. Besarnya daya ledak diukur dalam *VEI* (*Volcanic Explosivity Index*). Pada kasus ini ledakan dibagi menjadi 3 jenis ledakan yaitu *Tidak Meledak*, *Meledak*, dan *Meledak Besar*.

Output yang dihasilkan berupa kemungkinan terjadinya tsunami yang dikelompokkan menjadi tiga bagian yaitu waspada 1 (tidak terjadi tsunami), waspada 2 (terjadi tsunami kecil), dan waspada 3 (tsunami besar).

Fungsi keanggotaan yang digunakan dalam penelitian ini yaitu fungsi keanggotaan trapesium. Fungsi keanggotaan variabel *input* dan *output* masing-masing adalah sebagai berikut.

$$\mu_R = \begin{cases} 1 & ; \text{jika } x \leq 3 \\ \frac{6.3 - x}{3.3} & ; \text{jika } x \in (3, 6.3) \\ 0 & ; \text{jika } x \geq 6.3 \end{cases}$$

$$\mu_S = \begin{cases} 0; & \text{jika } x \leq 6 \text{ atau jika } x \geq 8.3 \\ \frac{x - 6}{0.5} & ; \text{jika } x \in (6, 6.5) \\ 1 & ; \text{jika } x \in (6.5, 7.8) \\ \frac{8.3 - x}{0.5} & ; \text{jika } x \in (7.8, 8.3) \end{cases}$$

$$\mu_T = \begin{cases} 0 & ; \text{jika } x \leq 8 \\ \frac{x - 8}{1.9} & ; \text{jika } x \in (8, 9.9) \\ 1 & ; \text{jika } x \geq 9.9 \end{cases}$$

$$\mu_{TM} = \begin{cases} 1 & ; \text{jika } x \leq 0.5 \\ \frac{0.8 - x}{0.3} & ; \text{jika } x \in (0.5, 0.8) \\ 0 & ; \text{jika } x \geq 0.8 \end{cases}$$

$$\mu_M = \begin{cases} 0; & \text{jika } x \leq 0.5 \text{ atau jika } x \geq 4 \\ \frac{x - 0.5}{0.3} & ; \text{jika } x \in (0.5, 0.8) \\ 1 & ; \text{jika } x \in (0.8, 3.7) \\ \frac{4 - x}{0.3} & ; \text{jika } x \in (3.7, 4) \end{cases}$$

$$\mu_{MB} = \begin{cases} 0 & ; \text{jika } x \leq 3.7 \\ \frac{x - 3.7}{4.2} & ; \text{jika } x \in (3.7, 7.9) \\ 1 & ; \text{jika } x \geq 7.9 \end{cases}$$

$$\mu_{W1} = \begin{cases} 1 & ; \text{jika } x \leq 6 \\ \frac{7 - x}{1} & ; \text{jika } x \in (6, 7) \\ 0 & ; \text{jika } x \geq 7 \end{cases}$$

$$\mu_{w2} = \begin{cases} 0; & \text{jika } x \leq 6 \text{ atau jika } x \geq 10 \\ \frac{x-6}{1}; & \text{jika } x \in (6,7) \\ 1 & \text{jika } x \in (7,9) \\ \frac{10-x}{1}; & \text{jika } x \in (9,10) \end{cases}$$

$$\mu_{w3} = \begin{cases} 0 & \text{jika } x \leq 9 \\ \frac{x-9}{1}; & \text{jika } x \in (9,10) \\ 1 & \text{jika } x \geq 10 \end{cases}$$

Fungsi Implikasi yang digunakan berupa relasi *IF-THEN*, sedangkan komposisi aturan pada penelitian ini adalah aturan MIN. Pada tahap defuzzyfikasi menggunakan metode *centroid*. Pengolahan data dalam penelitian ini menggunakan perangkat lunak MATLAB v7.10.0 dengan memanfaatkan *toolbox FIS (Fuzzy Inference System)* untuk memasukkan nilai variabel *input* dan *output*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari dua kelompok.

Tabel 1.

Kekuatan gempa bumi dan ledakan gunung berapi

No.	Gempa Bumi	Ledakan Gunung Berapi
1	7.1	3.8
2	4.8	2.8
3	5.2	4.8
4	6.9	2.6
5	3.1	2.7
6	8.9	2.8
7	5.1	3.1
8	5.8	1.8
9	6.8	2.5
10	4.8	3.4
11	4.9	3.8
12	7.7	4.2
13	7.1	3.3
14	6.8	3.8
15	6.7	3.1
16	6.8	0.5
17	5.3	4.0
18	5.7	2.6
19	6.5	0.4
20	6.1	1.6
21	5.5	3.0
22	6.7	1.3
23	6.1	2.9
24	8.1	5.4
25	5.2	3.9
26	5.6	3.3
27	5.3	1.8
28	4.0	2.2
29	5.6	2.4
30	4.6	4.8

Data tersebut yaitu data gempa bumi yang kekuatannya berkisar dari 0-11 skala richter dan data ledakan gunung berapi dalam skala *VEI*. Data gempa bumi dan ledakan gunung berapi yang digunakan dalam penelitian ini disajikan pada Tabel 1.

Semesta ditentukan berdasarkan kekuatan minimum dan maksimum kejadian tiap variabel berdasarkan skalanya masing-masing. Semua variabel memiliki semesta yang berbeda-beda pada setiap fungsinya, seperti yang terlihat pada Tabel 2.

Tabel 2.

Daftar variabel yang digunakan

Fungsi	Variabel	Semesta
	Gempa Bumi	[0, 11]
<i>Input</i>	Ledakan Gunung Berapi	[0, 9]
<i>Output</i>	Tsunami	[0, 13]

Fungsi keanggotaan untuk gempa bumi diklasifikasikan berdasarkan *Rendah*, *Sedang* dan *Tinggi*. Ledakan gunung berapi diklasifikasikan berdasarkan *Tidak Meledak*, *Meledak*, dan *Meledak Besar*. Sedangkan data peringatan tsunami (*output*) diklasifikasikan berdasarkan *Waspada 1*, *Waspada 2*, dan *Waspada 3*, seperti tertera pada Tabel 3.

Tabel 3.

Domain himpunan fuzzy

Variabel	Himpunan Fuzzy	Domain
Gempa Bumi	<i>Rendah</i>	[0, 6.3]
	<i>Sedang</i>	[6, 8.3]
	<i>Tinggi</i>	[8, 9.9]
Ledakan Gunung Berapi	<i>Tidak Meledak</i>	[0, 0.8]
	<i>Meledak</i>	[0.5, 4]
	<i>Meledak Besar</i>	[3.7, 7.9]
Tsunami	<i>Waspada 1</i>	[0, 7]
	<i>Waspada 2</i>	[6, 10]
	<i>Waspada 3</i>	[9, 12]

Aturan yang terbentuk berdasarkan variabel *input* dan variabel *output* dalam penelitian ini sebanyak 27 aturan yang dihasilkan melalui proses kombinasi tiap elemen variabel *input* dan *output*-nya, kemudian aturan-aturan tersebut diseleksi menghasilkan 9 aturan (Tabel 4.)

Tabel 4.

Tabel aturan fuzzy

Atur-an	<i>Input</i>		<i>Output</i>
	Gempa Bumi	Ledakan Gunung Berapi	Klasifikasi

1	R	TM	Waspada 1
2	R	M	Waspada 1
3	R	MB	Waspada 2
4	S	TM	Waspada 1
5	S	M	Waspada 2
6	S	MB	Waspada 2
7	T	TM	Waspada 2
8	T	M	Waspada 3
9	T	MB	Waspada 3

Dengan R, S, dan T masing-masing menyatakan *Rendah*, *Sedang*, dan *Tinggi*. TM, M, dan MB masing-masing menyatakan *Tidak Meledak*, *Meledak*, dan *Meledak Besar*.

Tabel 5.

Hasil pengujian data gempa bumi dan ledakan gunung berapi

Gempa Bumi	Ledakan Gunung Berapi	Tsunami	Warning System
7.1	3.8	8	Waspada 2
4.8	2.8	3.35	Waspada 1
5.2	4.8	8	Waspada 2
6.9	2.6	8	Waspada 2
3.1	2.7	3.23	Waspada 1
8.9	2.8	11.1	Waspada 3
5.1	3.1	3.38	Waspada 1
5.8	1.8	3.43	Waspada 1
6.8	2.5	8	Waspada 2
4.8	3.4	3.35	Waspada 1
4.9	3.8	3.48	Waspada 1
7.7	4.2	8	Waspada 2
7.1	3.3	8	Waspada 2
6.8	3.8	8	Waspada 2
6.7	3.1	8	Waspada 2
6.8	0.5	3.22	Waspada 1
5.3	4.0	8	Waspada 2
5.7	2.6	3.42	Waspada 1
6.5	0.4	3.22	Waspada 1
6.1	1.6	6.35	Waspada 2
5.5	3.0	3.41	Waspada 1
6.7	1.3	8	Waspada 2
6.1	2.9	6.35	Waspada 2
8.1	5.4	8.36	Waspada 2
5.2	3.9	3.68	Waspada 1
5.6	3.3	3.41	Waspada 1
5.3	1.8	3.39	Waspada 1
4.0	2.2	3.3	Waspada 1

5.6	2.4	3.41	Waspada 1
4.6	4.8	8	Waspada 2

Pengujian terhadap sistem yang sudah dibentuk dilakukan dengan menggunakan 30 data dari tiap variabel *input* dan diperoleh keputusan seperti pada Tabel 5.

KESIMPULAN

Aturan fuzzy yang digunakan sebanyak 9 aturan. Hasil pengujian sistem fuzzy terhadap 30 data adalah *warning system* Waspada 1 sebanyak 15, Waspada 2 sebanyak 14, dan 1 *warning system* untuk Waspada 3. *Logika fuzzy* khususnya *Fuzzy Inference System Mamdani* dapat digunakan sebagai solusi alternatif dalam membangun tsunami *warning system* yang memberikan hasil terbaik, karena peringatan dini yang dibentuk tidak hanya mampu memprediksi akan terjadi tsunami namun besar kekuatan tsunami yang akan terjadi juga dapat diprediksi lebih awal.

DAFTAR PUSTAKA

- Aydan, O. 2008. Seismic and Tsunami Hazard Potential in Indonesia with a special emphasis on Sumatra Island, *Journal of The School of Marine Science and Technology*, Vol. 6 No. 3: 19-38, Tokai University, Tokyo
- Kusumadewi, S. 2002. *Analisis dan Desain Sistem Fuzzy Menggunakan ToolBox Matlab*. Graha Ilmu, Yogyakarta
- Effendi, H. 2008. Aplikasi Logika Fuzzy untuk Peramalan Beban Listrik Jangka Pendek Menggunakan Matlab. *SAINSTEK XII(1)*: 52-58. Universitas Negeri Padang, Padang
- Marzuki, Hafnani, Ernyda, N., dan Rahmat, D. 2016. Sistem Inferensi Fuzzy Mamdani dalam Pengklasifikasian Warna Varietas Tomat. *Prosiding Semirata 2016 Bidang MIPA BKS-PTN Wilayah Barat*: 312-316. FMIPA Universitas Sriwijaya, Palembang
- Kusumadewi, S. dan Purnomo. 2013. *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan, Edisi Kedua*. Graha Ilmu, Yogyakarta
- Tayal, T. dan Prema KV. 2014. Design and Implementation of A Fuzzy Based Tsunami Warning System, *IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology*, Karnataka.

OPTIMALISASI PORTOFOLIO DENGAN MENGGUNAKAN *SEPARABLE PROGRAMMING*

Elly Rosmaini dan Nurhalimah Pane
Departement Matematika FMIPA USU
Email:elly.rosmaini@yahoo.com

ABSTRAK

Portofolio merupakan salah satu strategi yang sering digunakan oleh para investor untuk memaksimalkan keuntungan dan meminimalkan risiko. Pada penelitian ini, akan dibentuk model non linier untuk menentukan portofolio yang optimal dan akan diselesaikan dengan menggunakan Separable Programming. Separable programming adalah suatu metode penyelesaian dalam program non linier dengan mentransformasi bentuk non linier menjadi bentuk linier yang hanya memuat satu variabel, untuk kemudian dipecahkan dengan metode simpleks. Sebagai penerapan model non linier pada portofolio optimal diilustrasikan seorang investor ingin berinvestasi pada PT. Pembangunan Perumahan (PTPP), Summarecon Agung (SMRA), Unilever Indonesia (UNVR), Sawit Sumbermas Sarana (SMSS), dan Indofood CBP Sukses Makmur (ICBP) dengan dana awal pada tanggal 31 Agustus 2015 sebesar Rp 100.000.000,00. Investor mengharapkan risiko yang sekecil mungkin atau minimum. Berdasarkan perhitungan, keputusan yang diperoleh adalah menginvestasikan dana awal dengan alokasi Rp 10.000.000,00 diinvestasikan pada PTPP, masing-masing Rp 20.000.000,00 diinvestasikan pada SMRA, UNVR, SMSS, dan Rp.30.000.000,00 diinvestasikan pada ICBP. Jika investor menjual sahamnya pada tanggal 28 Desember 2015 maka akan diperoleh keuntungan sebesar Rp 3.783.220,00.

Kata Kunci: Program Non Linier, Separable Programming, Portofolio

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Optimalisasi adalah suatu langkah untuk menemukan hasil terbaik dari suatu permasalahan yang dapat dicari solusi optimum (maksimum atau minimum) sesuai dengan perumusan fungsi tujuan dan kendala yang ada (Hiller dan Lieberman, 2001). Suatu permasalahan optimalisasi disebut non linier jika fungsi tujuan dan kendalanya mempunyai bentuk

non linier pada salah satu atau keduanya

Separable programming merupakan suatu metode penyelesaian dalam program non linier dengan mentransformasi bentuk non linier menjadi bentuk linier yang hanya memuat satu variabel, untuk kemudian dipecahkan dengan metode simpleks. Dalam *separable programming*, masalah program non linier dipecahkan melalui penaksiran (*aproximating*) fungsi non linier menjadi fungsi linier. Asumsi dasar dalam *separable programming* adalah semua fungsi dinyatakan dalam bentuk terpisah.

Investasi pada hakikatnya merupakan penempatan sejumlah dana pada saat ini dengan harapan untuk memperoleh keuntungan dimasa mendatang. (Halim, 2005). Ada dua aspek yang perlu dipertimbangkan oleh investor dalam pengambilan keputusan keuangan, yaitu tingkat pengembalian (*return*) dan risiko (*risk*) keputusan keuangan tersebut. Strategi yang sering digunakan dalam kondisi investasi yang berisiko adalah membentuk portofolio. Portofolio yang efisien memberikan tingkat keuntungan yang diharapkan maksimum dan memberikan varians yang minimum untuk keuntungan yang diharapkan tersebut. (Markowitz, 1952). Seorang investor tentunya berharap mendapatkan keuntungan maksimal dengan risiko yang seminimal mungkin. Sementara besar keuntungan yang diperoleh dari investasi sejumlah modal berbanding lurus dengan risiko. Oleh sebab itu seorang investor perlu mempertimbangkan keseimbangan antara resiko dan *return* dalam berinvestasi. Risiko dapat diperkecil dengan diversifikasi atau menggabungkan beberapa aset ke dalam portofolio. Jika satu aset mengalami kerugian sementara aset lain mengalami keuntungan maka keuntungan dari aset yang satu dapat menutupi kerugian pada aset lainnya.

Portofolio yang akan dioptimalkan pada penelitian ini yaitu dengan mengkombinasikan saham yang tergabung dalam jenis saham LQ-45 periode 1 September 2014 sampai 31 Agustus 2015.

Perumusan Masalah

Bagaimana membentuk portofolio yang optimal dengan menggunakan *separable programming* ?

Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah hanya membahas portofolio yang akan dioptimalkan pada saat penutupan saham mingguan indeks pada LQ-45 periode 1 September 2014 sampai 31 Agustus 2015 dengan menggunakan *Separable Programming*.

Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah menyelesaikan persoalan program non linier dengan menggunakan *separable programming* untuk memperoleh portofolio yang optimal.

Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini diharapkan bisa menjadi salah satu bahan referensi pembaca dalam bidang operasi riset yang berhubungan dengan pembahasan optimalisasi portofolio dengan menggunakan *separable programming*.

LANDASAN TEORI

Program Non Linier

Banyak permasalahan optimalisasi yang tidak dapat dimodelkan dalam bentuk program linier. Hal ini berkaitan dengan bentuk fungsi tujuan dan fungsi kendala, yakni sebagian atau seluruh fungsi tersebut berupa fungsi non linier. Fungsi non linier dapat berupa fungsi kuadrat, fungsi eksponen, fungsi logaritma, fungsi pecahan dan lain-lain. Masalah program non linier didefinisikan sebagai berikut (Winston, 2004): Maks/Min

$$: Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Kendala} \quad & : g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) (\leq, =, \geq) b_1 \\ & g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) (\leq, =, \geq) b_2 \\ & g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) (\leq, =, \geq) b_n \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Jika $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$, maka program non linier tersebut dinamakan program non linier berkendala (*constrained*), dan jika $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq 0$, maka program tersebut dinamakan program non linier tidak berkendala (*unconstrained*).

Separable Programming

Separable Programming merupakan suatu metode penyelesaian dalam program non linier dengan mentransformasi bentuk non linier menjadi bentuk linier yang hanya memuat satu variabel. *Separable Programming* berhubungan dengan fungsi yang berbentuk non linier, yang selanjutnya dipisahkan menjadi fungsi dengan variabel tunggal. Misalnya dalam kasus dua variabel fungsi $f(x,y)$ dipisahkan menjadi $h(x) + g(y)$. Suatu fungsi $f(x)$ dapat dikatakan terpisah apabila fungsi tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk penjumlahan dari fungsi-fungsi yang hanya memuat satu variabel, S.S. Rao (1978) merumuskan bentuk umum model nonlinear yang diselesaikan dengan *separable programming* yaitu sebagai berikut :

$$f(x) = \sum_{j=1}^n f_j(x_j) \quad (3)$$

dengan kendala,

$$\sum_{j=1}^n g_{ji}(x_j) (\geq, =, \leq) b_i \text{ untuk setiap } i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

Fungsi tujuan yang dibentuk harus dipisahkan berdasarkan variabel. Contoh berikut akan menjelaskan cara penyusunan fungsi *separable* untuk fungsi – fungsi khusus. Suatu fungsi non linier $f = x_1 x_2$ akan diubah menjadi fungsi *separable programming*. Langkah pertama yaitu membuat variabel baru berupa y_1 dan y_2 , dengan:

$$y_1 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_2 = \frac{x_1 - x_2}{2}$$

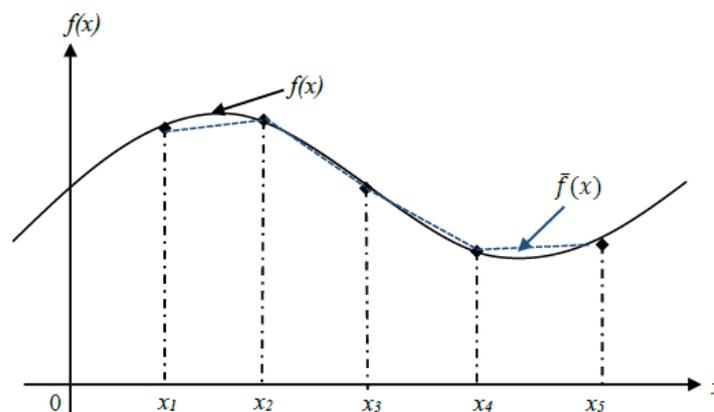
Berdasarkan nilai y_1 dan y_2 , maka:

$$x_1 x_2 = \frac{1}{4}(x_1 + x_2)^2 - \frac{1}{4}(x_1 - x_2)^2 = y_1^2 - y_2^2$$

maka $f = x_1 x_2$ termasuk fungsi yang dapat dipisahkan dengan transformasi bentuk baru fungsi menjadi: $f = y_1^2 - y_2^2$

Penyelesaian Separable Programming

Penyelesaian *separable programming* seringkali menggunakan hampiran fungsi linear sepenggal. Gambar.1 berikut merupakan ilustrasi hampiran fungsi linear sepenggal untuk suatu fungsi $f(x)$ dengan beberapa *grid point*.



Gambar 1: Hampiran fungsi linier sepenggal pada fungsi non linier

Pada Gambar 1, $f(x)$ merupakan nilai sesungguhnya dari fungsi non linier, sedangkan $\bar{f}(x)$ adalah nilai hampiran fungsi linear sepenggal yang mana dapat dicari dengan rumus pendekatan berikut (Rao, 1978):

$$\bar{f}(x) = f(x_1) + \left[\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \right] (x - x_1); x_1 \leq x \leq x_2 \quad (5)$$

$$\bar{f}(x) = f(x_2) + \left[\frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2} \right] (x - x_2); x_2 \leq x \leq x_3 \quad (6)$$

$$\bar{f}(x) = f_k + \frac{f_{k+1} - f_k}{x_{k+1} - x_k} (x - x_k); x_k \leq x \leq x_{k+1}, \quad (7)$$

Jika pembagian $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ dinyatakan sebagai λ , maka persamaan dapat ditulis menjadi:

$$\bar{f}(x) = f(x_1) + \lambda(f(x_2) - f(x_1)) = \lambda f(x_2) + (1 - \lambda)f(x_1) \quad (8)$$

Selanjutnya, dengan memberi notasi baru untuk $1 - \lambda = \lambda_1$ dan $\lambda = \lambda_2$ maka persamaan (5) dapat diubah menjadi:

$$\bar{f}(x) = \lambda_1 f(x_1) + \lambda_2 f(x_2); x_1 \leq x \leq x_2 \quad (9)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1, \text{ dan } \lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \quad (10)$$

Karena $\lambda = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ maka,

$$\begin{aligned} x - x_1 &= \lambda(x_2 - x_1) \\ x &= x_1 + \lambda(x_2 - x_1) \\ x &= (1 - \lambda)x_1 + \lambda_2 x_2 \\ x &= (\lambda_1)x_1 + \lambda_2 x_2 \end{aligned} \quad (11)$$

Persamaan (7) dan (8) juga berlaku untuk interval x_j yang lain, sehingga diperoleh bentuk umum yaitu : (Rao, 1978)

$$x = \sum_{k=0}^n \lambda_k x_k, \text{ dengan } n \text{ adalah jumlah titik interval} \quad (12)$$

$$\bar{f}(x) = \sum_{k=0}^n f_k \quad (13)$$

dimana $\sum_{k=0}^n \lambda_k = 1; \lambda_k \geq 0, k = 0, 1, 2, 3, \dots, n$, dimana n merupakan jumlah titik interval.

Persamaan (12) merupakan interpretasi baru untuk variabel keputusan yang akan diselesaikan dengan menggunakan hampiran fungsi linier sepenggal, dengan (13) sebagai tambahan fungsi kendala.

Adapun langkah-langkah penyelesaian *separable programming* adalah sebagai berikut:

1. Menyusun fungsi kendala yang *separable*.

Bentuk kendala yang *separable* terlihat pada persamaan (4).

$$g_{ij}(x_j) = g_{11}x_1 + g_{12}x_2 + \dots + g_{1n}x_n (\leq, =, \geq) b_1$$

$$g_{21}x_1 + g_{22}x_2 + \dots + g_{2n}x_n (\leq, =, \geq) b_2$$

$$g_{m1}x_1 + g_{m2}x_2 + \dots + g_{mn}x_n (\leq, =, \geq) b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

2. Menentukan jumlah *grid point*

Grid point merupakan titik-titik bagi dari interval $a_j \leq x_j \leq b_j$. Batas a_j dan b_j menjadi batas bawah dan batas atas untuk setiap variabel x_j . Setiap variabel x_j dibagi lagi sejumlah p_i interval. Jika x_{kj} merupakan nilai x_j pada titik ke- k , maka dapat diperoleh bentuk $a_j = x_{1j} < x_{2j} < \dots < x_{kj} < \dots < x_{p_{ij}} = b_j$ (Rao, 1978). Notasi $x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{p_{ij}}$ merupakan partisi nilai-nilai x yang dibagi menjadi p_i *grid point*. Jumlah *grid point* tersebut ditentukan sesuai kebutuhan dengan batas atas dan bawah tetap dimasukkan sebagai *grid point*, namun demikian semakin banyak *grid point* yang dibentuk maka semakin banyak variabel yang

muncul dan solusi optimal yang dihasilkan semakin akurat. Adapun interval dari setiap *grid point* tidak harus berjarak sama.

3. Membentuk nilai fungsi *grid point*

Setiap nilai *grid point* kemudian disubstitusikan ke fungsi tujuan yang sudah dipisahkan $f_j(x_j)$). Nilai yang didapatkan kemudian menjadi koefisien baru untuk fungsi tujuan linier. Hal ini juga berlaku untuk fungsi kendala, dimana setiap nilai *grid point* juga disubstitusikan pada fungsi kendala *separable* yang telah dibentuk pada langkah 1.

4. Membentuk fungsi tujuan baru yang linier

Bentuk dari fungsi tujuan yang linier dari persamaan (3) adalah :

$$\text{Maks/Min: } Z = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n f_{kj} \lambda_{ky} \quad (14)$$

Dengan n merupakan jumlah *grid point*.

Bentuk fungsi kendala menjadi:

$$\sum_{j=1}^n g_{kij} \lambda_{ky} (\leq, =, \geq) b_i, i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{k=1}^{p_i} \lambda_{ky} = 1, j = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_{ky} \geq 0, k = 1, \dots, p_i, \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

5. Menyelesaikan bentuk linier dengan menggunakan *software* POM QM

Portofolio

Portofolio adalah gabungan dua atau lebih sekuritas yang terpilih sebagai target investasi dari investor pada kurun waktu tertentu dengan suatu ketentuan tertentu pula. Secara umum *return* total antara periode $t - 1$ sampai t adalah sebagai berikut (Jogiyanto, 2003).

$$R_{it} = \frac{(P_{it} - P_{i(t-1)})}{P_{i(t-1)}} \quad (16)$$

dimana:

R_{it} = Return Capital Gain atau Capital Loss saham ke- i pada periode t .

P_{it} = Harga penutupan saham ke- i pada periode ke- t .

$P_{i(t-1)}$ = Harga penutupan saham ke- i pada periode ke- ($t - 1$).

Realized return portofolio saham didefinisikan sebagai rata-rata tertimbang dari *return-return realized* setiap saham tunggal di dalam portofolio. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut (Jogiyanto, 2003)

$$R_p = \sum_{i=1}^n x_i R_i \quad (17)$$

dimana:

R_p = return portofolio

x_i = Proporsi dana yang diinvestasikan pada saham i

R_i = return saham ke- i

n = jumlah dari saham tunggal

Expected return adalah *return* (pengembalian) yang diharapkan akan diperoleh oleh investor pada masa mendatang dan belum terjadi. Dibandingkan dengan *return* historis, *return* ekspektasi merupakan *return* yang penting karena dapat digunakan sebagai pengambilan keputusan investasi.

1. *Expected Return* Saham Individual

$$E(R_i) = \frac{\sum_{t=1}^n R_{it}}{N} \quad (18)$$

dimana:

- $E(R_i)$ = Expected return saham ke- i
- R_{it} = Return saham ke- i pada periode t
- N = Banyaknya return yang terjadi pada periode observasi

2. Expected Return Portofolio

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) \tag{19}$$

dimana:

- $E(R_p)$ = Expected return dari portofolio
- $E(R_i)$ = Expected return saham ke- i
- x_i = Proporsi dana yang diinvestasikan pada saham i
- n = jumlah dari saham tunggal

Risiko didefinisikan sebagai besarnya penyimpangan antara tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected return*) dengan tingkat pengembalian yang dicapai secara nyata (*realized return*). (Halim, 2005)

1. Risiko Saham Individual

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (R_{it} - E(R_i))^2}{N} \tag{20}$$

dimana:

- σ_i^2 = risiko saham ke- i
- R_{it} = return saham i pada periode t
- $E(R_i)$ = Expected return saham i
- N = Banyaknya return yang terjadi pada periode observasi

2. Risiko Saham Portofolio

Banyaknya saham dalam suatu portofolio juga dapat mempengaruhi nilai varians dari risiko. Untuk membentuk suatu portofolio minimal diperlukan dua sekuritas, dimana besar risiko dari kedua sekuritas tersebut dapat dihitung dengan besarnya varians dari nilai-nilai kedua sekuritas yang ada dalam portofolio.

Untuk aktiva sebanyak n maka rumus varians untuk portofolio dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n 2x_i x_j \sigma_{ij} \tag{21}$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n 2x_i x_j cov(R_i R_j) \tag{22}$$

dimana:

- σ_p^2 = Risiko portofolio
- σ_i^2 = Risiko saham individual
- x_i = Proporsi dana yang diinvestasikan pada saham i
- x_j = Proporsi dana yang diinvestasikan pada saham j

dengan rumus $cov(R_i R_j)$ sebagai berikut:

$$cov(R_i R_j) = \frac{\sum_{t=1}^n \{(R_{it} - E(R_i))\{R_{jt} - E(R_j)\}}}{N} \dots\dots\dots \tag{23}$$

dimana:

- R_i = return saham i pada periode t
- $E(R_i)$ = Expected return saham i

- R_j = return saham j pada periode t
- $E(R_j)$ = Expected return saham j .
- N = Banyaknya return yang terjadi pada periode observasi
- $cov(R_i, R_j)$ = kovarian return antara saham i dengan saham j .

PEMBAHASAN

Sumber data yang digunakan adalah harga penutupan saham mingguan pada LQ-45 dari 1 Agustus 2015 – 31 Agustus 2015. Indeks LQ yang digunakan yaitu PT. PP (Persero) Tbk (PTPP), PT. Sumarecon Agung Tbk (SMRA), PT. Unilever Indonesia Tbk (UNVR), PT. AKR Corporindo (AKRA), PT. Indofood CBP

Sukses Makmur Tbk (ICBP), PT. Matahari Department Store Tbk (LPPF), PT. Lippo Karawaci Tbk (LPKR). Kemudian akan dihitung return, expected return, risiko dari masing-masing saham serta kovariannya. Hasil perhitungan dapat dilihat pada tabel 1 sebagai berikut :

Tabel 1. Return, Expected Return, Risiko dan Kovarian Saham

No.	Kode Saham	Return	Expected Return	Risiko	Kovarian
1	PTPP	0.348153	0.006569	0.002202	
2	SMRA	0.334420	0.006310	0.002031	
3	UNVR	0.251074	0.004737	0.001145	
4	AKRA	0.194188	0.003664	0.000685	0.00000000000037
5	ICBP	0.187206	0.003532	0.000637	
6	LPPF	0.148662	0.002805	0.000401	
7	LPKR	0.101391	0.001913	0.000187	

Diilustrasikan seorang investor mempunyai dana sebesar Rp 100.000.000,00 yang rencananya semua dana akan diinvestasikan pada 7 saham yang telah terpilih. Investor adalah seorang pemula dalam hal berinvestasi dan termasuk dalam kategori *risk averter* yang artinya investor kurang berani dalam mengambil risiko. Dinyatakan apabila nilai β yang diambil besar artinya investor sangat memperhatikan risiko dan ingin meminimalkan risikonya, oleh karena investor adalah pemula maka dipilih nilai $\beta = 1$.

Model non linier pada portofolio optimal saham diselesaikan menggunakan *Separable Programming* dengan 10 titik partisi menghasilkan nilai $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 2, x_5 = 2, x_6 = 2, x_7 = 1$, dan $x_9 = 10$ sementara nilai optimumnya adalah 0.027074, maka proporsi dana masing-masing saham untuk memperoleh portofolio yang optimal adalah sebagai berikut:

Untuk PT. PP Persero: $x_1 = 1 \times 10.000.000 = 10.000.000$

Untuk Summarecon Agung Tbk: $x_2 = 1 \times 10.000.000 = 10.000.000$

Untuk Unilever Indonesia Tbk; $x_3 = 1 \times 10.000.000 = 10.000.000$

Untuk PT AKR Corporindo; $x_4 = 2 \times 10.000.000 = 20.000.000$

Untuk Indofood CBP Sukses Makmur Tbk; $x_5 = 2 \times 10.000.000 = 20.000.000$

Untuk PT Matahari Department Store Tbk; $x_6 = 2 \times 10.000.000 = 20.000.000$

Untuk PT Lippo Karawaci Tbk; $x_7 = 1 \times 10.000.000 = 10.000.000$

Tabel berikut akan memperlihatkan keuntungan yang optimal $f(x)$ serta risiko σ_p^2 yang akan dihadapi oleh investor dari proporsi dana yang telah ditentukan sebelumnya.

Tabel 2.

nilai $f(x)$ dan σ_p^2

No.	Saham	Proporsi dana	$f(x)$	σ_p^2
1	PTPP	10.000.000,00		
2	SMRA	10.000.000,00		
3	UNVR	10.000.000,00		
4	AKRA	20.000.000,00	270.740,00	124.570,00
5	ICBP	20.000.000,00		
6	LPPF	20.000.000,00		
7	LPKR	10.000.000,00		

Setelah didapatkan proporsi dana untuk setiap saham kemudian ditentukan proporsi lembar untuk masing-masing saham yang harus dibeli oleh investor jika investor akan membeli saham tersebut dapat menggunakan rumus sebagai berikut:

Tabel 3. Jumlah Lembar Saham yang Dibeli

No.	Saham	Proporsi dana (Rp)	Harga Beli 31-08-2015	Lembar Saham
1	PTPP	10.000.000,00	3310	3021
2	SMRA	10.000.000,00	1620	6172
3	UNVR	10.000.000,00	39725	251
4	AKRA	20.000.000,00	6075	3292
5	ICBP	20.000.000,00	12750	1568
6	LPPF	20.000.000,00	17525	1141
7	LPKR	10.000.000,00	1070	9345

Selanjutnya akan dicari keuntungan yang didapatkan oleh investor apabila saham dijual kembali. Jika investor berencana untuk menjual saham tersebut pada tanggal 28 Desember 2015, maka diperoleh keuntungan sebagai berikut :

Tabel 4. Keuntungan yang diperoleh

No.	Saham	Lembar	Harga Beli 31-08-2015	Harga Jual 28-12-2015	Selisih Harga	Keuntungan
1.	PTPP	3021	3310	3810	500	1.510.500
2.	SMRA	6172	1620	1630	10	61.720
3.	UNVR	251	39725	37025	-2700	-677.700
4.	AKRA	3292	6075	6850	775	2.551.300
5.	ICBP	1568	12750	13000	250	392.000

6.	LPPF	1141	17525	17600	75	85.575
7.	LPKR	9345	1070	1055	-15	-140.175
Jumlah						3.783.220

Berdasarkan tabel diatas, diketahui bahwa jika investor menjual saham pada tanggal 28 Desember 2015 maka akan diperoleh keuntungan sebesar Rp 3.783.220,00.

KESIMPULAN

Untuk memodelkan program non linier dari investasi saham dapat digunakan *separable programming*. Keoptimalan nilai *separable programming* sangat tergantung pada jumlah *grid point* yang dibentuk. Semakin banyak jumlah *grid point* maka hasil *separable programming* akan semakin baik, namun penambahan *grid point* akan menambah jumlah variabel sehingga akan semakin menyulitkan dalam mendapatkan solusi optimal.

Proporsi dana masing-masing saham untuk memperoleh portofolio yang optimal adalah sebagai berikut: PT. Pembangunan Perumahan Rp. 10.000.000,00, Summarecon Agung Tbk Rp. 10.000.000,00, Unilever Indonesia Tbk Rp. 10.000.000,00, PT AKR Corporindo Rp. 20.000.000,00, Indofood CBP Sukses Makmur Tbk Rp. 20.000.000,00, PT Matahari Department Store Tbk Rp. 20.000.000,00, dan PT Lippo Karawaci Tbk Rp.10.000.000,00.

DAFTAR PUSTAKA

Halim, Abdul. 2005. Analisis Investasi. Jakarta: Penerbit Salemba Empat.

Hiller, Frederick, S. and Lieberman, Gerald. 2001. Introduction to Operation Research Seven edition, New York: Mc Graw-Hill.

Jogiyanto. 2003. Teori Portofolio dan Analisis Investasi. Edisi Ketiga. Yogyakarta: BPF.

Markowitz, Harry. 1952. Portfolio Selection. The Journal of Finance. Vol. 7, No. 1, 77- 91.

Rao S. S. 1978. Engineering Optimization Theory and Practice 4th ed. Hoboken, New Jersey : John Wiley and Sons Inc.

Winston, L. W. 2004. Operation Research: Applications and Algorithms 4th ed. Duxbury: New York.

MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA

Syarifah Meurah Yuni, Mahmudi

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Syiah
Kuala,

e-mail : s_yunichs@yahoo.com

ABSTRAK

Penyakit malaria merupakan penyakit menular yang tersebar luas sepanjang daerah tropis, penyakit ini disebabkan oleh parasit (binatang bersel satu) jenis plasmodium. Parasit ditransmisi oleh gigitan nyamuk Anopheles betina yang terinfeksi. Ada beberapa faktor yang mempengaruhi Jangka waktu infeksi seperti tingkat infeksi, metoda dan waktu perawatan, daya hambat parasit terhadap obat, faktor biologis yang terinfeksi dan lain-lain. Aspek malaria yang penting adalah bahwa penyakit ini mempunyai endemis yang sangat lama, seperti di beberapa negara bagian Afrika, orang-orang yang sangat sering terinfeksi akan mencapai suatu tingkat imunitas, dan menjadi pembawa infeksi asymptomatic. Sehingga diperlukan suatu bentuk pencegahan dan pengendalian tingkat penyebaran penyakit ini. Model malaria yang digunakan membagi populasi menjadi 4 kelompok yaitu susceptible (y), infected (x), recovery (z) dan Immune temporer (w). Model tersebut merupakan pengembangan dari model Aron dan May dengan menambahkan populasi w yang disebut Immune Temporer. Populasi pada kelompok Immune Temporer berbeda dari kelompok recovery yang memiliki kekebalan parsial karena kelompok ini benar-benar sembuh dan memiliki kekebalan yang lebih baik dan lebih lengkap. Kelompok Immune temporer (w) bertindak sebagai periode tunggu antara kelompok recovery (z) dan kelompok Susceptible (y). Dari penelitian ini dapat diketahui pengaruh parameter h terhadap kelompok populasi yang terinfeksi atau jumlah keseluruhan kasus penyakit yang terjadi pada suatu waktu tertentu di suatu wilayah dapat disimpulkan bahwa penambahan faktor Immune temporer mempunyai pengaruh terhadap laju perubahan kelompok yang terinfeksi.

Kata Kunci: Model malaria, Immune parsial, Immune temporer

PENDAHULUAN

Malaria adalah salah satu penyakit menular paling mematikan yang telah menelan jutaan orang di seluruh dunia. Secara umum terdapat 3,3 miliar orang atau setengah dari populasi di 104 negara berisiko tertular penyakit malaria [1]. Diperkirakan antara 300 sampai 500 juta individu dari semua umur terinfeksi setiap tahunnya [2]. Dan setiap tahunnya ada 1,5 juta sampai 2,7 juta orang meninggal dunia akibat malaria[3].

Malaria tersebar luas di daerah tropis dan subtropis, termasuk Afrika, Asia, Amerika Latin, Timur Tengah dan beberapa bagian Eropa. Kasus kematian akibat malaria terbanyak terjadi di sub-Sahara Afrika. Secara khusus, tiga puluh negara di sub-Sahara Afrika

menyumbang 90% kematian akibat malaria [1]. Penyakit ini membunuh anak afrika setiap 30 detik dan lebih dari 2.000 nyawa muda Hilang setiap hari di seluruh dunia [4] dan [5].

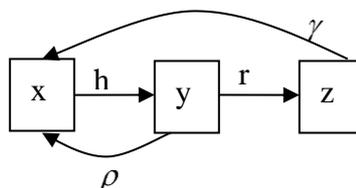
Penyakit malaria merupakan suatu infeksi yang disebabkan oleh amuba (binatang bersel satu) jenis plasmodium dengan perantara nyamuk. Ada empat jenis parasit malaria yang menginfeksi manusia, yaitu: *Plasmodium falciparum*, *plasmodium vivax*, *plasmodium ovale*, dan *plasmodium malariae*. Parasit ditransmisi oleh gigitan nyamuk betina terinfeksi yang berjenis *Anopheles*. Gejala klinis seperti demam, sakit, rasa dingin dan keringat terjadi beberapa hari setelah digigit nyamuk yang terinfeksi. Jangka waktu infeksi bergantung pada beberapa faktor seperti tingkat infeksi, metoda dan waktu perawatan, daya hambat parasit terhadap obat, faktor biologis yang terinfeksi dan lain-lain. Aspek malaria yang penting adalah bahwa penyakit ini mempunyai endemis yang sangat lama, seperti di beberapa negara bagian Afrika, orang-orang yang sangat sering terinfeksi akan mencapai suatu tingkat imunitas, dan menjadi pembawa infeksi *asymptomatic*[6].

Model matematika untuk dinamika transmisi malaria sangat berguna dalam memberikan wawasan yang lebih baik mengenai perilaku penyakit malaria dan memiliki peran besar dalam mempengaruhi proses pengambilan keputusan mengenai strategi pencegahan, pengendalian dan pemberantasan penyakit malaria. Penggunaan pemodelan matematika pada penyakit malaria dimulai pada tahun 1911 oleh Ronald Ross [7]. Dia memperkenalkan model dua dimensi deterministik pertama dengan satu variabel yang mewakili manusia dan variabel lain yang mewakili nyamuk dimana ditunjukkan bahwa pengurangan populasi nyamuk di bawah ambang batas tertentu sudah mencukupi untuk memberantas penyakit malaria.

Model epidemi malaria pada populasi manusia dapat dibagi menjadi tiga kelompok, yaitu *susceptible*, *infected* dan *recovery*. Dimana *susceptible* (x) menyatakan kelompok manusia yang sehat tetapi ada kemungkinan untuk dapat terinfeksi penyakit malaria, *infected* (y) menyatakan kelompok manusia yang terinfeksi penyakit malaria dan ada kemungkinan untuk dapat kembali ke *susceptible*, dan *immune parsial* (z) menyatakan kelompok manusia yang sembuh dari infeksi penyakit malaria (*immune* dari penyakit), model ini mengasumsikan jumlah infeksi untuk jumlah populasi tetap.

Formulasi Model

Pada paper ini model matematika yang akan dibangun merupakan pengembangan dari model Aron dan May[8]. Model Aron dan May memperkenalkan bagian populasi yang berukuran x , y , z , yang masing-masing disebut sebagai *susceptible*, *infected*, dan *recovery*, seperti pada gambar berikut:



Gambar 1. Transmisi malaria model Aron dan May

Dimana parameter h dan ρ merupakan perubahan dari *susceptible* ke *infected* dan dari *infected* ke *susceptible* dan parameter r dan γ merupakan perubahan dari *infected* ke *recovery* dan dari *recovery* ke *susceptible*.

Parameter γ diambil sebagai fungsi h , dimana semakin besar *endemic* suatu penyakit maka semakin besar tingkat imunitas di antara populasi. Dengan begitu γ akan berkurang

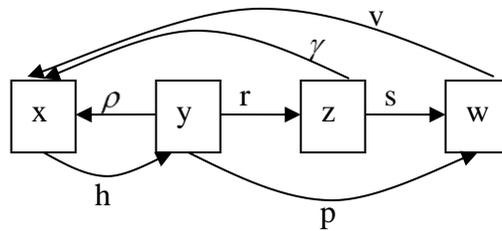
seiring dengan meningkatnya h . Disumsikan bahwa infeksi awal mencapai proses Poisson dengan laju rata-rata konstan yang berlangsung pada interval τ satuan waktu[8], maka

$$\gamma(h) = \frac{he^{-h\tau}}{1 - e^{-h\tau}} \quad (1)$$

Berdasarkan gambar 1 maka diperoleh model sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -hx + \rho y + \gamma(h)z \\ \frac{dy}{dt} &= hx - \rho y - ry \\ \frac{dz}{dt} &= ry - \gamma(h)z \end{aligned} \quad (2)$$

Pengembangan dari model Aron dan May adalah dengan memperluas model dengan dan menambahkan bagian lain populasi yang berukuran w yang disebut *Immune Temporer*. Gagasan dari model ini adalah dengan melihat suatu periode kekebalan yang lebih lengkap sebelum populasi dalam kelompok *recovery* yang memiliki kekebalan parsial kembali ke kelas *susceptible*. Populasi pada kelompok *Immune Temporer* berbeda dari kelompok *recovery* yang memiliki kekebalan parsial karena kelompok ini benar-benar sembuh dan memiliki kekebalan yang lebih baik dan lebih lengkap. Kelompok ini berfungsi sebagai masa tunggu antara penyembuhan dan ke *susceptible*.



Gambar 2. Transmisi Model Malaria

Dari diagram transmisi di atas mengasumsikan bahwa lintasan dari yang terinfeksi ke *recovery*, dan dari yang terinfeksi ke *Immune Temporer*, masing-masing ditentukan oleh parameter r dan p , bergantung pada kemampuan untuk mengembangkan imunitas yang diperoleh, apakah suatu individu yang terinfeksi memasuki *recovery* atau secara langsung masuk ke kelompok *Immune Temporer* bergantung pada sejumlah faktor seperti jenis parasit, strain dan daya tahan fisiologi manusia.

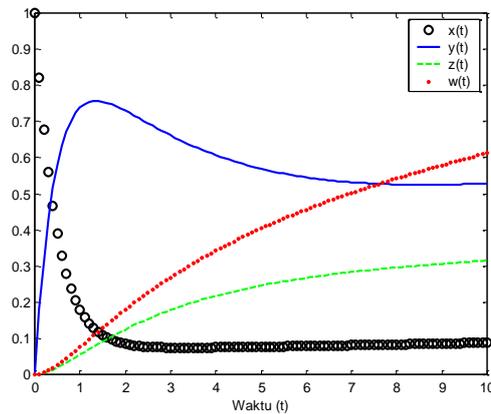
Perubahan dari *susceptible* ke *infected* dan dari *infected* ke *susceptible* dengan parameter h dan ρ , perubahan *recovery* ke *susceptible* dan dari *recovery* ke *immune temporer* dengan parameter $\gamma(h)$ dan s . Sehingga diperoleh model sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -hx + \rho y + \gamma(h)z + vw \\ \frac{dy}{dt} &= hx - \rho y - ry - py \\ \frac{dz}{dt} &= ry - \gamma(h)z - sz \\ \frac{dw}{dt} &= py + sz - vw \end{aligned} \quad (3)$$

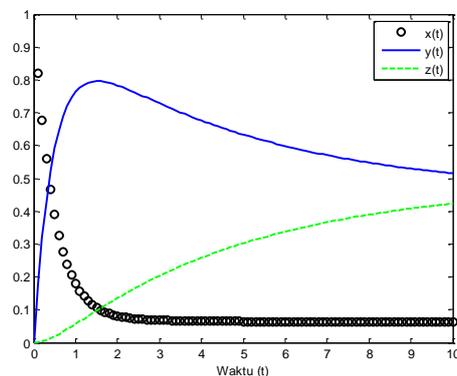
Dengan menggunakan nilai-nilai parameter $h = 1.99$, $r = 0.113$, $\tau = 1.5$, $\sigma = 0.0024$, $\rho = 0.15$ dan $v = \gamma$ serta $s = (\frac{1}{2})r$, [9]. Maka diperoleh solusi dalam bentuk persamaan linear sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 x(t) &= c_1 * 0.6732e^{-2.1391t} + c_2 * 0.0049e^{-0.3065t} \\
 &\quad + c_3 * 0.0983e^{0.0299t} \\
 y(t) &= -c_1 * 0.7364e^{-2.1391t} + c_2 * 0.7272e^{-0.3065t} \\
 &\quad + c_3 * 0.5589e^{0.0299t} \\
 z(t) &= c_1 * 0.0421e^{-2.1391t} - c_2 * 0.5697e^{-0.3065t} \\
 &\quad + c_3 * 0.3287e^{0.0299t} + c_4 * 0.7071e^{-0.1623t} \\
 w(t) &= c_1 * 0.0532e^{-2.1391t} - c_2 * 0.3830e^{-0.3065t} \\
 &\quad + c_3 * 0.7549e^{0.0299t} + c_4 * 0.7071e^{-0.1623t}
 \end{aligned}$$

Dengan memasukkan syarat awal diperoleh $c_1=1.3823$; $c_2=0.8911$; $c_3=0.6619$; $c_4=-0.3280$; Sehingga diperoleh kurva solusi seperti yang ditunjukkan gambar 3

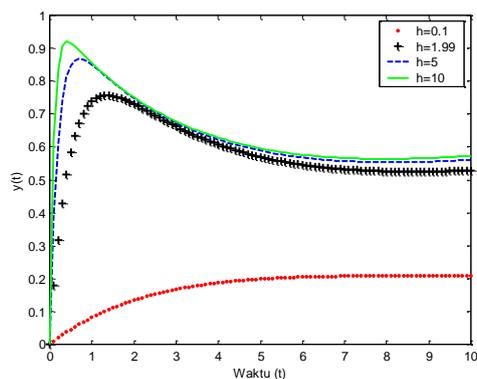


Gambar 3. Kurva solusi model model malaria dengan penambahan immune temporer

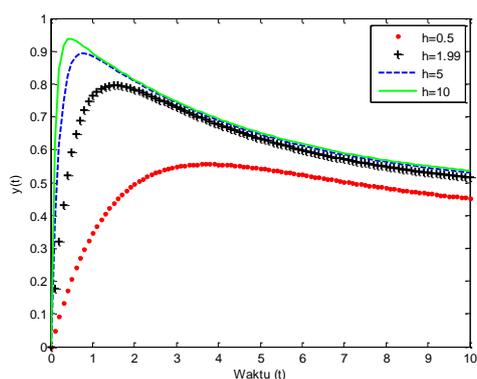


Gambar 4. Kurva populasi model malaria Aron dan May

Pada gambar 3 dan 4 terlihat bahwa populasi pada kelompok suseptible akan sangat cepat masuk ke dalam kelompok infected. Populasi kelompok *infected* mulai meningkat secara cepat pada saat $0 \leq t \leq 1$ dan menurun secara pelan-pelan saat $t > 1$, namun akan stabil kenilai tertentu. Pada saat populasi yang terinfeksi diberi obat ada dua kemungkinan perubahan populasi yang terinfeksi, yaitu kembali ke *susceptible* sebesar ρ dan menuju ke masa imunitas sebesar r . Sehingga terlihat perubahan kurva populasi yang terinfeksi mulai menurun, karena ada yang masuk yang masuk kedalam kelompok immune parsial dan immune temporer.



Gambar 5. Kurva populasi terinfeksi model malaria dengan penambahan immune temporer



Gambar 6. Kurva populasi terinfeksi model malaria Aron dan May

Pada gambar 5 dan 6 terlihat bahwa kurva populasi yang terinfeksi atau jumlah keseluruhan kasus penyakit yang terjadi pada suatu waktu tertentu di suatu wilayah untuk model ini dengan nilai h yang semakin kecil mempunyai nilai maksimum yang kecil dari nilai maksimum pada model Aron dan May, Untuk $h = 1.99$ sampai $h = 10$ terlihat kurva memiliki nilai maksimum yang hampir sama, namun pada model ini terlihat kurva turun secara perlahan menuju suatu nilai tertentu. Ini berarti penambahan faktor Immune temporer mempunyai pengaruh terhadap laju perubahan populasi yang terinfeksi untuk nilai h yang kecil.

KESIMPULAN

Telah dibangun pengembangan dari Model Aron dan May dengan menambahkan kelompok populasi *Immune Temporer* (w). Pada model ini terlihat bahwa kurva jumlah keseluruhan kasus penyakit yang terjadi pada suatu waktu tertentu di suatu wilayah mempunyai nilai maksimum yang lebih kecil dari model Aron dan may untuk nilai h yang semakin kecil, ini menunjukkan bahwa penambahan faktor Immune temporer mempunyai pengaruh terhadap laju perubahan populasi yang terinfeksi.

DAFTAR PUSTAKA

World Health Organization, *World malaria report*, WHO Press, Switzerland (2012).

World Health Organization, *10 facts on malaria*, WHO Online (2011).

- G. Magomedze, C. Chiyaka and Z. Mukandavire, Optimal control of malaria chemotherapy, *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 16 No.4 (2011), 415-434.
- J. Tumwiine, J.Y.T. Mugisha and L.S. Luboobi, A mathematical model for the dynamics of malaria in a human host and mosquito vector with temporary immunity, *Applied Mathematics and Computation*, 189 (2007), 1953-1965, doi: 10.1016/j.amc.2006.12.084.
- K. O. Okosun and O. D. Makinde, Modelling the impact of drug resistance in malaria transmission and its optimal control analysis, *International Journal of the Physical Sciences*, 6 No.28, (2011) 6479-6487, doi: 10.5897/IJPS10.542.
- N.T.J. Bailey, *The Biomathematics Of Malaria*, Charles Griffin & Company LTD, 1982, England.
- R. Ross, *The prevention of malaria*, John Murray, London (1911).
- J. L. Aron and R. M. May, The population dynamics of malaria, in J. L. Aron, *Mathematical Modeling of Immunity to Malaria*, Math. Biosc. 90 (1988) 385-396.
- R. Shonkwiler and S.J.Aneke, *Some Mathematical Models For Malaria*, School of Mathematics Georgia Institute of Technology, Atlanta.

**ANALISIS PERSONAL FINANCIAL LITERACY MAHASISWA DALAM
MERAMALKAN JUMLAH PENGELUARAN MENGGUNAKAN METODE
EXPONENTIAL SMOOTHING DAN P-SPLINE FILTER SMOOTHING (Studi Kasus :
Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh)**

Putri Atikah, Maisarah Defadz, Siti Husna F., Miftahuddin
Faculty of Mathematics and Science, Syiah Kuala University,
Putri.atikah@students.stat.unsyiah.ac.id

ABSTRACT

Proper financial management in the life to support the study and student welfare. However, the fact is there are many students who do not understand and are aware of the financial management. It can be seen from the number of students who spend money easily without considering the cost required for the future. Thus, at the end of the month many students experience a shortage or deficit. To uncover such problems in this study used a personal approach to measure the financial literacy in students understanding of intelligence in managing and financial management. The method used in this approach is the exponential smoothing and P-spline smoothing filter. With their financial literacy, assessed students' ability to distinguish primary and secondary needs. Of respondents as many as 60 students at the University of Syiah Kuala, 75% of respondents have an allowance of Rp 1,000,000 to Rp 1,500,000 per month and comes from the parents. A total of 50% of the students have difficulties in financial terms. And as much as 64.3% of students experiencing financial difficulties due to not setting aside money. Financial balance in accordance with the expenditure of a student per month that is the payback period of 4.3 months for 3 years with a net present value of US \$ 660,398.30 and internal rate of return by 28%. The results of the analysis of NPV and IRR in both the student feasible.

Kata kunci: student financial literacy , balance sheet, NPV, IRR, smoothing.

PENDAHULUAN

Kecerdasan individu dalam mengelola keuangan akan menunjang kesejahteraan dan kehidupannya. Pemahaman mengenai keuangan merupakan aspek yang penting. Dalam perkembangan zaman globalisasi yang semakin pesat terjadi pada dunia keuangan, akibat dari perkembangan tersebut mengakibatkan kesejahteraan individu maupun lingkungan meningkat atau menurun.

Mahasiswa sebagai agent of change merupakan salah satu agen yang mendapatkan perubahan khusus pada bidang pendidikan dan bidang keuangan (financial). Oleh karena itu, mahasiswa harus mampu mengelola keuangan pribadi secara efektif dan efisien. Sumber keuangan yang didapat baik dari orang tua, part time, beasiswa, asistensi, dan lain-lain harus dapat dikelola secara maksimal dengan menggunakan sumber biaya tersebut dengan tepat, menempatkan biaya pada berbagai produk keuangan yang ada dan memberikan kesejahteraan pribadi meningkat. Selain itu, pengetahuan dan pemahaman tentang keuangan yang

didapatkan pada saat mahasiswa dapat dilanjutkan sampai mahasiswa tersebut telah terjun ke dalam masyarakat, dunia pekerjaan, membangun suatu usaha dan dalam kehidupan rumah tangga.

Akan tetapi, faktanya masih banyak mahasiswa yang belum sadar mengenai keuangan. Hal ini dapat dilihat dari banyak mahasiswa yang mengeluarkan uang dengan mudah tanpa mempertimbangkan biaya yang dibutuhkan untuk ke depannya, sehingga di akhir bulan banyak mahasiswa mengalami kekurangan uang atau defisit keuangan/ anggaran. Bagi mahasiswa hal tersebut belum terlalu terasa dikarenakan biaya tersebut masih diberikan oleh orang tua dan sebagian besar mahasiswa selalu meminta tambahan uang ketika uang mereka habis. Sehingga akibat dari hal tersebut adalah dapat mempengaruhi pengelolaan keuangan orang tuanya secara berantai.

Untuk mengatasi masalah yang terjadi pada keuangan mahasiswa yaitu mahasiswa memerlukan pengetahuan tentang financial literacy. Financial literacy yaitu pengetahuan dan pemahaman mengenai keuangan dari seorang individu khususnya bagi mahasiswa, karena dalam financial literacy terdapat banyak pengetahuan bagaimana cara seseorang lebih cerdas dan efektif dalam mengelola keuangannya.

Dalam penelitian ini, peneliti juga ingin meneliti keuangan seorang mahasiswa melalui keuangan dari bulan atau tahun selama menjadi mahasiswa dan ingin melihat seberapa besar biaya yang akan dikeluarkan pada bulan atau tahun berikutnya menggunakan metode exponential smoothing dan P-spline smoothing. Dengan begitu hasilnya akan menjadikan pertimbangan dan menginvestasikan biaya tersebut untuk keperluan yang akan mendatang.

Setelah melakukan penelitian ini, harapan dari peneliti adalah mengetahui lebih mendalam tentang financial literacy dikalangan mahasiswa Statistika kost, mahasiswa non-kost, mahasiswa non statistika kost dan mahasiswa non-statistika non-kost. Sehingga hasil dari penelitian ini dapat membantu mahasiswa dalam mengelola keuangannya.

KAJIAN LITERATUR

Dalam kajian ini, analisis *personal literacy financial* diperoleh dari data primer dan dikembangkan ke dalam analisis *forecasting* menggunakan data bulanan.

Financial Literacy

Financial Literacy didefinisikan sebagai seperangkat pengetahuan dan keterampilan yang memungkinkan seseorang untuk memahami prinsip-prinsip keuangan yang diperlukan untuk membuat informasi keputusan keuangan dan produk keuangan yang berdampak pada kesejahteraan keuangan seseorang[1]. *Financial Literacy* adalah ukuran sejauh mana seseorang memahami kunci keuangan konsep dan memiliki kemampuan dan kepercayaan diri untuk mengelola keuangan pribadi melalui pengambilan keputusan yang tepat, jangka pendek dan suara, perencanaan jangka panjang[2].

Mahasiswa adalah seseorang yang sedang dalam proses menimba ilmu atau belajar dan terdaftar sedang menjalani pendidikan pada salah satu bentuk perguruan tinggi yang terdiri dari akademik, politeknik, sekolah tinggi, institut dan universitas [3]. Mahasiswa umumnya memiliki kebebasan yang lebih besar untuk membuat keputusan pribadi dalam keuangan. Bagi mahasiswa sangat penting untuk mengetahui mengenai *financial literacy* sehingga akan dapat mengambil keputusan yang tepat dalam keuangan masing-masing.

Exponential Smoothing

Metode exponential smoothing merupakan pengembangan dari metode moving averages. Dalam metode ini peramalan dilakukan dengan mengulang perhitungan secara terus menerus dengan menggunakan data terbaru. Setiap data diberi bobot, data yang lebih baru diberi bobot

yang lebih besar. Dalam metode exponential smoothing terdapat dua metode, yaitu single exponential smoothing dan double exponential smoothing [4].

1. Single Exponential Smoothing

Metode ini adalah pengembangan dari metode moving average (MA), menambahkan parameter α dalam model untuk mengurangi faktor kerandoman. Single exponential smoothing menggunakan rumus sebagai berikut :

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha) F_t$$

dimana:

F_{t+1} : Ramalan untuk periode ke t+1

X_t : Nilai riil periode ke t

F_t : Ramalan untuk periode ke t

Dalam melakukan peramalan dengan menggunakan metode single exponential smoothing (SES), besarnya α (alpha) ditentukan secara trial dan error sampai ditemukan α (alpha) yang menghasilkan forecast error terkecil. Metode ini lebih baik digunakan untuk meramal data-data yang fluktuatif secara random[5].

2. Double Exponential Smoothing

Metode double exponential smoothing dimulai dengan menentukan besarnya α (alpha) secara trial dan error. Sedangkan tahap-tahap dalam menentukan ramalan adalah sebagai berikut[6].

Analisis Financial

Perhitungan analisis finansial menggunakan beberapa metode sebagai berikut:

1. Payback Period

Payback Period adalah salah satu analisis yang bertujuan melihat jangka waktu yang dibutuhkan untuk mengembalikan suatu investasi pendidikan[7].

Payback Periode dirumuskan sebagai berikut :

- Rumus periode pengembalian jika arus kas per tahun jumlahnya berbeda

$$PP = n + \frac{a-b}{c-b} \times 1 \text{ tahun ke } - n$$

c = Jumlah kumulatif arus kas pada tahun ke n + 1

- Rumus periode pengembalian jika arus kas per tahun jumlahnya sama

$$\text{Payback periode} = \frac{\text{investasi awal}}{\text{ arus kas}} \times 1 \text{ tahun}$$

2. Net Present Value (NPV)

NPV Merupakan metode yang membandingkan seluruh pengeluaran dengan pendapatan pada suku bunga tertentu yang berdasarkan pada konsep keseimbangan nilai dari seluruh arus kas titik awal dalam waktu saat ini[8]. NPV dihitung melalui persamaan :

$$NPV = C_0 + \frac{C_1}{(1+r)}$$

Dimana:

C_0 =Jumlah uang yang diinvestasikan

C_1 =Uang yang akan diterima di tahun ke-1.

r = Discount rate/ opportunity cost of capital.

3. Internal Rate of Return (IRR)

IRR bertujuan untuk melihat apakah total nilai sekarang dalam investasi pendidikan sama dengan total nilai pendapatan saat ini. Kriteria analisis ini adalah jika nilai IRR lebih besar dari *cost of capital* maka investasi dapat dikatakan *feasible*[7].

$$IRR = r_2 + \frac{NPV_2}{NPV_1 - NPV_2} (r_2 - r_1),$$

Dimana :

r_2 = tingkat bunga pada NPV₂

r_1 = tingkat bunga pada NPV₁

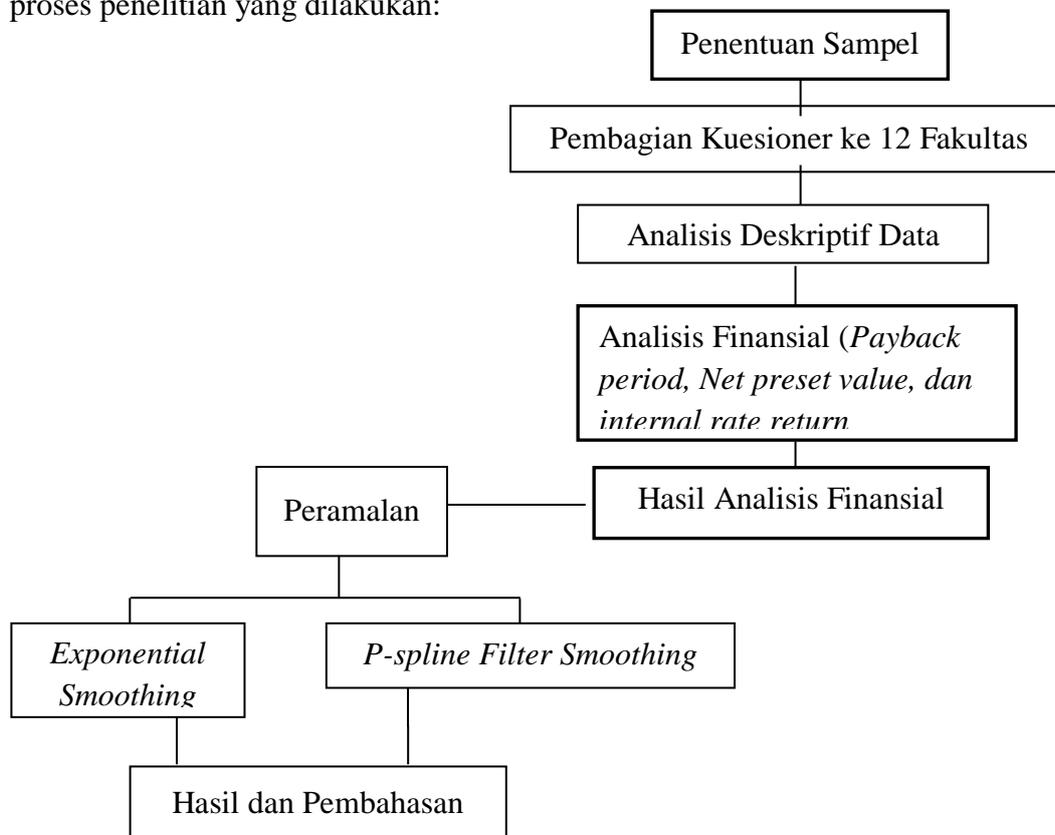
NPV₁ = Net Present Value pada r_1

NPV₂ = Net Present Value pada r_2

METODE PENELITIAN

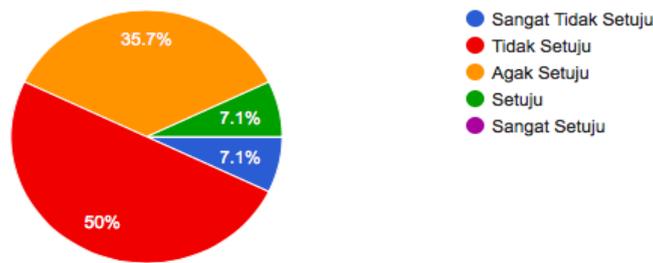
Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer, yaitu data yang diperoleh langsung dari sumbernya. Yang menjadi data primer dalam penelitian ini adalah kuesioner yang disebarakan kepada responden dari sampel yang telah ditentukan sebelumnya. Responden pada penelitian ini yaitu mahasiswa di Universitas Syiah Kuala yaitu sebanyak 60 responden yaitu terdiri dari 12 fakultas di Univeristas Syiah Kuala. Penyebaran kuesioneer dilakukan secara langsung dengan memberikan 16 pertanyaan yang mempunyai skala likert yang valid dan realibel.

Pertanyaan pada kuesioner tersebut berhubungan dengan jumlah pendapatan per bulan, tempat tinggal, jumlah uang saku dari orang rua, *financial literacy* pribadi. Pengambilan sampel dalam penelitian ini digunakan metode *proportionate stratified random sampling*. Data yang digunakan pada penelitian ini dianalisis menggunakan bantuan software R dan Microsoft Excel. Metode yang digunakan adalah kalkulasi *balance sheet*, *net present value* (NPV), dan *internal rate of return* (IRR) dan *Exponential Smoothing*. Berikut *flowchart* proses penelitian yang dilakukan:



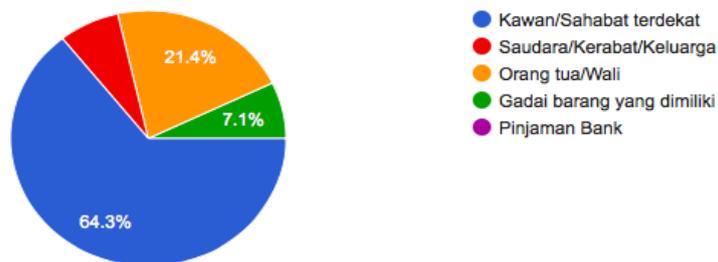
HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari 60 responden dari seluruh fakultas di Universitas Syiah Kuala, 75% responden memiliki uang saku sebanyak Rp. 1.000.000 sampai Rp. 1.500.000 perbulan yang di peroleh dari orang tua.



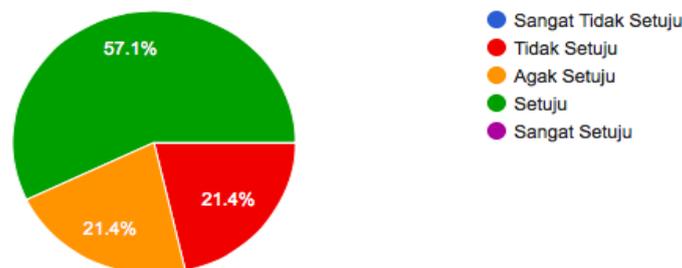
Gambar 4.1. Persentase Mahasiswa yang Sering Mengalami Kesulitan finansial

Berdasarkan gambar 4.1 diatas, persentase mahasiswa Universitas Syiah Kuala yang sering mengalami kesulitan dalam hal finansial sebesar 50%. Hal ini dapat terjadi karena ketidaktahuan mahasiswa dalam mengelola keuangan dengan baik dan benar. Faktor lain yang dapat mempengaruhi persentase tersebut adalah tidak adanya sifat ekonomis dalam hal berbelanja yang dilakukan mahasiswa tersebut.



Gambar 4.2. Persentase Mahasiswa yang Melakukan Pinjaman

Berdasarkan gambar 4.2 diatas dapat dilihat bahwa, mahasiswa yang kesulitan dalam hal finansial akan meminjam uang kepada teman terdekat adalah sebanyak 64,3%. Dalam hal ini, dapat dilihat bahwa mahasiswa yang kesulitan dalam hal finansial tidak menyisihkan uang mereka untuk dana tak terduga. Akan tetapi, tidak semua mahasiswa tidak menabung atau menyisihkan sebagian uang saku mereka. Diantara responden yang setuju untuk menyisihkan uang saku mereka memiliki cara tersendiri dalam memamanajemenkan finansial mereka.



Gambar 4.3. Grafik Mahasiswa yang Berinvestasi

Dari 60 responden, 57,1% mahasiswa suka berinvestasi dalam bidang kewirausahaan. Sisanya mahasiswa lebih suka menginvestasikan dalam bentuk barang berharga. Hasil dilakukan analisis untuk melihat tingkat *personal literacy financial* seorang mahasiswa, maka hasil *balance sheet* mahasiswa dapat dilihat dari tabel 4.2 berikut:

Tabel 4.2. *Balance sheet*

<i>Balance Sheet</i>	
Periode Berakhir 31 Maret 2017 (Rp.)	

Keterangan	Biaya	
Arus Kas Masuk/(Pendapatan)		
Dari orang tua	Rp2.500.000	
Total Kas Masuk atau Pendapatan Kotor		Rp2.500.000
Arus Kas Keluar		
<u>Pengeluaran tetap</u>		
Bensin	Rp100.000	
Makan	Rp700.000	
Pulsa	Rp50.000	
Laundry	Rp150.000	
Listrik	Rp400.000	
Uang Keamanan	Rp100.000	
Galon	Rp50.000	
Total Pengeluaran Tetap	Rp1.550.000	
<u>Pengeluaran Variabel</u>		
Beli buku	Rp300.000	
Fotocopy & print	Rp100.000	
ATK	Rp50.000	
Kosmetik dan alat mandi	Rp200.000	
Lain-lain	Rp100.000	
Total Pengeluaran Variabel	Rp750.000	
Total Kas Keluar		Rp2.300.000
Nilai Bersih Arus Kas Masuk / Net Cash Inflow		Rp200.000

Sumber: pengolahan data primer 2017.

Berdasarkan *balanca sheet* di atas dapat dilihat bahwa total khas keluar atau pengeluaran seorang mahasiswa yaitu sebesar Rp. 2.300.000,-. *Net cash flow* merupakan hasil arus kas yang masuk yang akan dijadikan sebagai dana investasi untuk kedepannya. Apabila seorang mahasiswa dapat meginvestasikan dana untuk 4 tahun maka dana investasi yang akan didapat yaitu sebesar Rp.9.600.000/ tahun. Hasil dari biaya investasi dijadikan sebagai tabungan untuk masa depan atau jika memerlukan biaya mendesak. Dari hasil tersebut dapat dikatakan bahwa, mahasiswa dapat menyeimbangkan pengeluaran dan pendapatan. Hasil perhitungan *payback period* dapat dilihat dai tabel 4.3 berikut :

Tabel 4.3. Perhitungan *Payback Period*

Perio d	Cost/Investment	Revenue/Opp.Cost	Total
1	Rp.27.600.000,00	Rp (3.000.000,00)	Rp (3.000.000,00)
2	Rp. 30.360.000,00	Rp (3.000.000,00)	Rp (6.000.000,00)
3	Rp.58.017.960,00	Rp (3.000.000,00)	Rp

			(9.000.000,00)
4	Rp.116.093.937,96	Rp (3.000.000,00)	Rp (12.000.000,00)
5		Rp 60.000.000,00	Rp 48.000.000,00
6		Rp 66.000.000,00	Rp 114.000.000,00
7		Rp 72.600.000,00	Rp 186.600.000,00
8		Rp 79.860.000,00	Rp 266.460.000,00
9		Rp 87.846.000,00	Rp 354.306.000,00
10		Rp 96.630.600,00	Rp 450.936.600,00
Total	Rp. 232.071.897,96	Rp 450.936.600,00	
	Total periode ke 7	Rp 186.600.000,00	3 tahun
	Periode ke 8		4,3 bulan
	Payback Periode (PP)		3 tahun, 4,3 bulan

Sumber : pengolahan data primer 2017

Berdasarkan hasil analisis *payback period* maka dengan investasi sebesar Rp. 232.071.897,96 dapat dikembalikan dalam waktu 3 tahun 4.3 bulan. Dengan estimasi umur ekonomis dari investasi rata-rata 10 tahun., maka dengan *payback period* 8 tahun 4.3 bulan investasi dalam pendidikan selama perkuliahan dikatakan *feasible*. Hasil *net present value* dapat dilihat dari tabel 4.4 berikut:

Tabel 4.4. Perhitungan *Net Present Value*

Per .	Cost/Investment	Revenue/Opp.C ost	Df(15%)	PV-Investment	PV-Revenue
1	Rp 27.600.000,00	Rp 3.000.000,00	1,00	Rp 27.600.000,00	Rp 3.000.000,00
2	Rp 30.360.000,00	Rp 3.000.000,00	0,87	Rp 26.400.000,00	Rp 2.608.695,65
3	Rp 58.017.960,00	Rp 3.000.000,00	0,76	Rp 43.869.913,04	Rp 2.268.431,00
4	Rp 116.093.937,96	Rp 3.000.000,00	0,66	Rp 76.333.648,70	Rp 1.972.548,70
5		Rp 60.000.000,00	0,57		Rp 34.305.194,74
6		Rp 66.000.000,00	0,50		Rp 32.813.664,53
7		Rp 72.600.000,00	0,43		Rp 31.386.983,46
8		Rp 79.860.000,00	0,38		Rp 30.022.332,01
9		Rp 87.846.000,00	0,33		Rp 28.717.013,23

10		Rp 96.630.600,00	0,28		Rp 27.468.447,43
		Total P.V. of Revenue			Rp 174.863.960,04
		Total P.V. of Investment		Rp 174.203.561,74	
		Net Present Value (NPV)			Rp660.398,30

Sumber : pengolahan data primer 2017

Hasil analisa *net present value* menunjukkan bahwa uang yang telah diinvestasikan dapat dipertanggung jawabkan secara ekonomis (*feasible*) dengan melihat total nilai perbandingan antara total *present value* diperoleh nilai Rp. 660.398,30.-. Hasil analisa *internal rate of return* dapat dilihat dari tabel 4.5 berikut:

Tabel 4.5. Perhitungan *Internal Rate of Return*

Per.	Cost/Investment	Revenue/O pp.Cost	Df(16%)	PV-Investment	PV-Revenue
1	Rp 27.600.000,00	Rp3.000.00 0	1,00	Rp 27.600.000,00	Rp 3.000.000,00
2	Rp 30.360.000,00	Rp3.000.00 0	0,86	Rp 26.172.413,79	Rp 2.586.206,90
3	Rp 58.017.960,00	Rp3.000.00 0	0,74	Rp 43.116.795,48	Rp 2.229.488,70
4	Rp 116.093.937,96	Rp3.000.00 0	0,64	Rp 74.376.472,21	Rp 1.921.973,02
5		Rp60.000.0 00	0,55		Rp33.137.465,8 7
6		Rp66.000.0 00	0,48		Rp31.423.459,0 2
7		Rp72.600.0 00	0,41		Rp29.798.107,6 9
8		Rp79.860.0 00	0,35		Rp28.256.826,2 6
9		Rp87.846.0 00	0,31		Rp26.795.266,2 8
10		Rp96.630.6 00	0,26		Rp25.409.304,2 3
		Total P.V. of Revenue			Rp165.082.760, 72
		Total P.V. of Investment		Rp171.265.681, 48	
		Net Present Value (NPV)			Rp 6.182.920,76

Sumber : pengolahan data primer 2017

Hasil analisa *internal rate of return* dibandingkan dengan hasil analisis *net present value*, maka didapatkan yaitu sebesar 28%. Hasil nilai *internal rate of return* berada di atas *cost of capital* (15%) maka dapat dinyatakan bahwa dana yang diinvestasikan dalam pendidikan

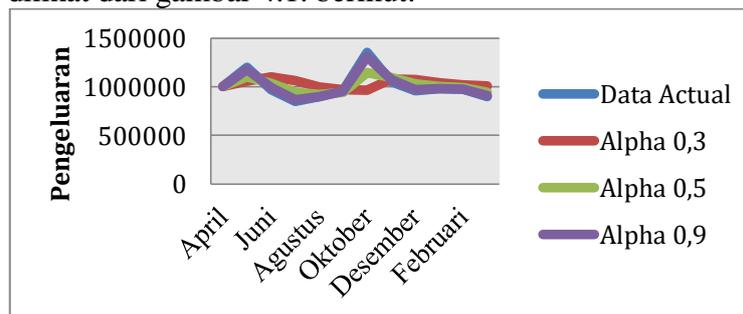
tersebut *feasibel*. Hasil peramalan berdasarkan hasil pengeluaran selama setahun dapat dilihat dari tabel 4.6 berikut:

Tabel 4.6. Perhitungan *forecasting exponential smoothing*

Bulan	Pengeluaran (Rp)	Forecast (Rp)		
		0,3	0,5	0,9
April	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000
Mei	1.200.000	1.060.000	1.100.000	1.180.000
Juni	970.000	1.102.000	1.035.000	991.000
Juli	850.000	1.062.400	942.500	864.100
Agustus	900.000	998.680	921.250	896.410
September	960.000	969.076	940.625	953.641
Oktober	1.350.000	966.353	1.145.313	1.310.364
November	1.050.000	1.081.447	1.097.656	1.076.036
Desember	960.000	1.072.013	1.028.828	971.603
Januari	980.000	1.038.409	1.004.414	979.160
Februari	975.000	1.020.886	989.707	975.416
Maret	900.000	1.007.120	944.835	907.541
MSE		22472548992	6278148818	22472548992
MAPE		0,106519	0,055125	0,011785
MAD		110889,9	58605,96	12593,52

Sumber : pengolahan data primer 2017

Hasil perhitungan peramalan menggunakan metode *exponential smoothing* diperoleh hasil peramalan untuk periode 12 bulan kedepan, *forecasting* yang dipilih yaitu dengan nilai $\alpha = 0,9$ dikarenakan nilai MSE, MAPE, dan MAD yang terkecil dan nilai peramalan mendekati nilai *actual* dapat dilihat dari gambar 4.1. berikut:



Gambar 4.1. *Forecasting Exponential Smoothing*

Berdasarkan gambar 4.1 dapat dilihat bahwa *forecasting* dengan alpha (α) 0,9 lebih mendekati data *actual*, maka peramalan jumlah pengeluaran untuk 12 periode ke depan yaitu pada bulan April Rp.1.000.000, Mei Rp.1.180.000, Juni Rp. 991.000, Juli Rp.864.100, Agustus Rp.896.410, September Rp.953.641, Oktober Rp.1.310.364, November Rp.1.076.036, Desember Rp.971.603, Januari Rp.979.160, Februari Rp.975.416, dan Maret Rp.907.54.

KESIMPULAN

Dari responden sebanyak 60 mahasiswa di Universitas Syiah Kuala, 75% responden memiliki uang saku sebesar Rp 1.000.000 sampai dengan Rp 1.500.000 per bulan dan bersumber dari orang tua. Sebanyak 50% mahasiswa mengalami kesulitan dalam hal finansial.

Dan sebanyak 64,3% mahasiswa mengalami kesulitan keuangan dikarenakan tidak menyisihkan uang untuk keperluan mendadak.

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan didapatkan keseimbangan finansial seorang mahasiswa sesuai dengan pengeluaran per bulan yaitu *payback period* selama 3 tahun 4,3 bulan dengan *net present value* sebesar Rp 660.398,30 dan *internal rate of return* sebesar 28%.

Hasil analisis NPV dan IRR pada kedua mahasiswa tersebut *feasible* artinya biaya investasi yang diberikan oleh orang tua dapat dipertanggung jawabkan. Namun, *payback period* yang lebih cepat mengembalikan investasi yaitu seorang mahasiswa sekitar 3 tahun, 4.3 bulan.

ACKNOWLEDGE

Penelitian ini lolos pada seleksi PKM 5 bidang tahun 2017, dengan kategori PKM-P (Penelitian) yang diadakan oleh Belmawa Ristekdikti. Penulis mengucapkan terimakasih kepada Belmawa karena telah mendanai penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

Basuki, Sulistyono. 2010. *Metode Penelitian*. Jakarta: Penaku.

Huston, Sandra J. 2010. *Measuring financial literacy*. The Journal of Consumer Affairs, 44(2), 296-316. Diunduh pada tanggal 31/10/2016, jam 16:00 WIB.

Hartaji, Damar A. (2012). *Motivasi Berprestasi Pada Mahasiswa yang Berkuliah Dengan Jurusan Pilihan Orangtua*. Fakultas Psikologi Universitas Gunadarma.

Chen, Haiyang and Ronald P. Volpe. 1998. *An Analysis of Personal Financial Literacy Among College Student*. Financial Services Review, 7. Diunduh pada tanggal 31/10/2016, jam 20.00 WIB.

Herjanto, Eddy. 2007. *Manajemen Operasi*. Jakarta. Grasindo.

Makridakis. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Edisi 2. Jakarta: Binarupa Aksara.

Suandi, I Ketut. 2005. Analisis Human Resources Investment dalam Pendidikan. Jurnal Pendidikan dan Pengajaran IKIP Negeri Singaraja. 3(38). 549-560.

Sufa, Mila Faila. 2007. Analisis Sensitivitas Pada Keputusan Pembangunan Meeting Hall Untuk Minimasi Resiko Investasi. Jurnal Ilmiah Teknik Industri. 5(3). 97-105.

Andini, T. Dan Auristandi P. 2016. *Jurnal Ilmiah Teknologi dan Informasia ASIA (JITIKA)*. Vol.10, No.1, Februari 2016. ISSN: 0852-730X.

Mandell, Lewis dan Linda Schmeid Klein. 2007. *Motivation and financial literacy*. Financial Services Review, 16(2): 105-116.

Paul S. P. Cowpertwait and Andrew V. Metcalfe. 2009. *Introductory Time Series with R*. Springer.

Robert H. Shumway and David S. Stoffer. 2006. *Time Series Analysis and Its Applications*. Springer.

Sugiyono. 2010. *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif & RND*. Bandung: Alfabeta.

PERBANDINGAN ESTIMASI PARAMETER PADA DISTRIBUSI EKSPONENSIAL DENGAN MENGGUNAKAN METODE MAKSIMUM *LIKELIHOOD* DAN METODE BAYESIAN

Elsa Tria Noviadi , Rado Yendra dan Arisman Adnan
Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau
email : elsatrianoviadi@gmail.com

ABSTRACT

The Comparison of Parameter estimation at exponential distribution using the maximum likelihood method and Bayesian methods had been carried out in this research. In the result of this research on 20 earthquake data that had generated the parameter estimation value to provided data namely at maximum likelihood method $\theta = 0,00207619$ and Bayesian methods $\theta = 0,00220057$. By using AIC feasibility test from this parameters could be concluded that of likelihood maximum method was better to estimate the parameters than bayesian method.

Keywords: exponential distribution, the maximum likelihood method, bayesian method, AIC

PENDAHULUAN

Inferensi statistik merupakan metode yang berkaitan langsung dengan analisis data untuk suatu peramalan atau penarikan kesimpulan mengenai keseluruhan data. Inferensi statistik dibedakan atas dua macam yaitu, estimasi parameter dan uji hipotesis. Pada inferensi statistik telah diperkenalkan dua metode estimasi yaitu metode maksimum *likelihood* dan metode bayesian. Metode bayesian ini pada dasarnya digunakan untuk mengestimasi parameter dengan memanfaatkan informasi awal dalam bentuk distribusi awal (distribusi prior) dari suatu populasi. Distribusi prior dapat ditentukan dengan menggunakan suatu distribusi tertentu terhadap parameter yang akan diestimasi. Distribusi ini berdasarkan dari data penelitian sebelumnya atau intuisi seorang peneliti. Kemudian distribusi prior akan digabung dengan fungsi *likelihood* sehingga menghasilkan distribusi posterior. Distribusi posterior menyatakan derajat keyakinan seseorang mengenai suatu parameter setelah sampel diamati. Selanjutnya hasil yang dinyatakan dari distribusi posterior ini yang akan menjadi dasar untuk inferensi di dalam metode bayesian.

Metode bayesian mempunyai kelebihan dalam mengakomodasi informasi awal yang dimiliki oleh peneliti. Kesimpulan akhir dari nilai dugaan parameter distribusi didasarkan tidak hanya pada informasi dari sampel saja tetapi juga didasarkan atas informasi subyektif dari peneliti. Informasi awal ini biasanya dikuantifikasi dalam bentuk distribusi dari parameternya. Disamping metode bayesian terdapat metode lain yang sering digunakan oleh peneliti untuk mengestimasi parameter suatu distribusi, metode ini dikenal dengan metode maksimum *likelihood*.

Metode maksimum *likelihood* sangat tergantung pada suatu kemampuan seseorang terhadap penyelesaian suatu persamaan dengan menggunakan metode numerik. Oleh sebab itu pada penelitian ini akan dilakukan perbandingan terhadap dua metode dalam mengestimasi parameter suatu distribusi. Metode maksimum *likelihood* dan metode bayesian dalam penelitian ini akan digunakan untuk mengestimasi parameter suatu distribusi eksponensial.

Dalam penelitian ini, metode bayesian akan diperoleh dengan terlebih dahulu mengasumsikan distribusi prior yang digunakan adalah distribusi gamma.

METODE PENELITIAN

Menentukan Estimasi Parameter Distribusi Eksponensial terhadap Metode Maksimum *Likelihood* dan Metode Bayesian

Menentukan Estimasi Parameter dengan Menggunakan Metode Maksimum *Likelihood*

Estimasi parameter distribusi eksponensial dengan menggunakan metode maksimum *likelihood* dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut :

1. Dapatkan fungsi *likelihood* distribusi eksponensial
2. Dapatkan fungsi log *likelihood* distribusi eksponensial
3. Dapatkan fungsi maksimum log *likelihood* distribusi eksponensial
4. Gunakan metode *newton-raphson* untuk menyelesaikan persamaan.

Menentukan Estimasi Parameter dengan Menggunakan Metode Bayesian

Estimasi parameter distribusi eksponensial dengan menggunakan metode Bayesian dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Dapatkan *likelihood* fungsi distribusi eksponensial
2. Dapatkan fungsi distribusi prior
3. Dapatkan fungsi distribusi posterior dengan mengalikan *likelihood* dan distribusi prior
4. Simulasi fungsi distribusi posterior sebanyak 30000 iterasi dengan menggunakan software R
5. Gambarkan fungsi distribusi posterior pada tahap 4
6. Parameter ditentukan dengan nilai peluang tertinggi, pada gambar yang dimiliki.

Menentukan Uji Kelayakan dengan Menggunakan AIC (*Akaike Information Criterion*)

Perbandingan parameter dengan menggunakan metode maksimum *likelihood* dan metode bayesian dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Didapatkan nilai log *likelihood* untuk setiap parameter dari metode maksimum *likelihood* dan metode bayesian
2. Dapatkan nilai AIC
3. Membandingkan nilai AIC yang terkecil adalah nilai parameter yang terbaik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Estimasi Parameter Distribusi Eksponensial dengan Menggunakan Metode Maksimum *Likelihood*

Fungsi *Likelihood* Distribusi Eksponensial

Sebelum menentukan estimasi maksimum *likelihood* dari distribusi eksponensial, yang harus ditentukan terlebih dahulu adalah menentukan fungsi *likelihood* dari distribusi eksponensial.

Misalkan x_1, x_2, \dots, x_n adalah variabel acak θ adalah parameter, yang saling bebas yaitu $f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$ pada titik x_1, x_2, \dots, x_n maka fungsi kepadatan peluang bersamanya adalah :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta)$$

karena $f(x, \theta) = \theta e^{-x\theta}$ maka

$$L(\theta | \underline{x}) = f(x_1 | \theta) \times f(x_2 | \theta) \times \dots \times f(x_n | \theta)$$

$$= \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta)$$

$$= \theta e^{-x_1 \theta} \times \theta e^{-x_2 \theta} \times \dots \times \theta e^{-x_n \theta}$$

$$= \theta^n e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i}$$

Karena $L(\theta|\underline{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$ maka fungsi *likelihood* dari distribusi eksponensial adalah $L(\theta|\underline{x}) = \theta^n e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i}$.

Estimasi Maksimum *Likelihood*

Estimasi maksimum *likelihood* θ adalah suatu nilai $\hat{\theta}$ yang maksimum fungsi *likelihood* $L(\theta|\underline{x})$ sehingga $(\hat{\theta}|\underline{x}) \geq L(\theta|\underline{x})$. Untuk $\hat{\theta}$ yang memaksimumkan $L(\theta|\underline{x})$ maka $\hat{\theta}$ juga akan maksimum.

Untuk memperoleh estimasi maksimum *likelihood* dari fungsi *likelihood*, maka harus dibentuk suatu persamaan *newton-raphson likelihood* $\ln(L(\theta|\underline{x}))$ dengan notasi $l(\theta|\underline{x})$.

Fungsi *newton-raphson likelihood* nya adalah :

$$\ln(L(\theta|\underline{x})) = \ln(\theta^n e^{-\sum_{i=1}^n x_i \theta})$$

dengan menggunakan *newton-raphson* $L(\theta|\underline{x})$, maka estimator *likelihood* langsung diperoleh dari $\frac{dl(\theta|\underline{x})}{d\theta} = 0$.

karena

$$\begin{aligned} \ln(L(\theta|\underline{x})) &= \ln(\theta^n e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i}) \\ l(\theta|\underline{x}) &= \ln(\theta^n e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i}) \\ &= \ln \theta^n + \ln e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i} \\ &= n \ln \theta - \theta \sum_{i=1}^n x_i \end{aligned}$$

untuk

$$\frac{dl(\theta|\underline{x})}{d\theta} = 0 \text{ adalah}$$

$$\begin{aligned} \frac{dl(\theta|\underline{x})}{d\theta} &= \frac{d}{d\theta} \left[n \ln \theta - \theta \sum_{i=1}^n x_i \right] \\ &= \frac{d}{d\theta} n \ln \theta - \frac{d}{d\theta} \theta \sum_{i=1}^n x_i \\ &= \frac{n}{\theta} - \sum_{i=1}^n x_i \end{aligned}$$

$$\frac{dl(\theta|\underline{x})}{d\theta} = 0, \text{ maka}$$

$$\begin{aligned} \frac{n}{\theta} - \sum_{i=1}^n x_i &= 0 \\ \frac{n}{\theta} &= \sum_{i=1}^n x_i \\ \theta &= \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i} \end{aligned}$$

$$\text{Maka estimasi maksimum } \textit{likelihood} \text{ untuk } \hat{\theta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i}.$$

Estimasi Parameter Distribusi Eksponensial dengan Menggunakan Metode Bayesian

Distribusi prior dinotasikan dengan $\pi(\theta)$, sehingga dituliskan $\theta \sim \pi(\theta)$. Distribusi prior ini telah ditetapkan menggunakan fungsi gamma dengan fungsi densitasnya sebagai berikut :

$$\pi(\theta) = \frac{\beta^\alpha \theta^{\alpha-1} e^{-\beta\theta}}{\Gamma(\alpha)}$$

Dengan ditetapkannya distribusi prior dengan fungsi densitas gamma maka dapat dilakukan pencarian terhadap distribusi Posterior sebagai berikut :

$$\pi(\theta|\underline{x}) \propto \pi(\theta)L(\theta|\underline{x})$$

$$\pi(\theta|\underline{x}) = \frac{\beta^\alpha \theta^{\alpha-1} e^{-\beta\theta}}{\Gamma(\alpha)} \times \theta^n e^{-\sum_{i=1}^n x_i \theta}$$

$$\pi(\theta|\underline{x}) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \theta^{n+\alpha-1} e^{-(\sum_{i=1}^n x_i \theta + \beta\theta)}$$

$$\pi(\theta|\underline{x}) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \theta^{n+\alpha-1} e^{-\theta(\sum_{i=1}^n x_i + \beta)}$$

Maka estimasi Bayesian adalah $\pi(\theta|\underline{x}) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \theta^{n+\alpha-1} e^{-\theta(\sum_{i=1}^n x_i + \beta)}$.

Penerapan Contoh Data untuk Estimasi Parameter dengan Menggunakan Metode Maksimum *Likelihood* dan Metode Bayesian

Berdasarkan tugas akhir ini data yang diambil 20 data gempa bumi diseluruh dunia ini akan digunakan untuk mengaplikasikan metode maksimum *likelihood* dan metode bayesian, dalam mengestimasi parameter distribusi eksponential satu parameter. Data tersebut turut ditampilkan pada Tabel 3.1 berikut:

Tabel 3.1 20 Data Gempa Bumi di Seluruh Dunia

No	Data (Hari)
1	840
2	157
3	145
4	44
5	33
6	121
7	150
8	280
9	434
10	736
11	584
12	887
13	263
14	1901
15	695
16	294
17	562
18	721
19	76
20	710

Estimasi Parameter dengan Menggunakan Metode Maksimum *Likelihood*

Dari table diatas dapat diketahui bahwa $n = 20$ dan $\sum_{i=1}^n x_i = 9633$ dengan estimasi untuk maksimum *likelihood* maka didapat :

$$\hat{\theta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

$$\hat{\theta} = \frac{20}{9633}$$

$$\hat{\theta} = 2.07619 \times 10^{-3}$$

$$\hat{\theta} = 0,00207619$$

dari nilai parameter diatas, dapat dimasukkan kepada peluang eksponensial :

$$f(x) = \theta e^{-x\theta}$$

$$f(x) = 0,00207619e^{-(0,00207619x)}$$

Estimasi Parameter dengan Menggunakan Metode Bayesian

Dengan didapatnya fungsi maksimum *likelihood* maka didapat pula sebagai berikut :

$$L(\theta|\underline{x}) = \theta^n e^{-\sum_{i=1}^n x_i \theta}$$

$$L(\theta|\underline{x}) = \theta^{20} e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i}$$

$$L(\theta|\underline{x}) = \theta^{20} e^{-(9633\theta)}$$

distribusi prior telah ditetapkan menggunakan fungsi Gamma dari itu diperoleh hasil untuk priornya sebagai berikut :

$$\pi(\theta) = \frac{\beta^\alpha \theta^{\alpha-1} e^{-\beta\theta}}{\Gamma(\alpha)}$$

$$\pi(\theta) = \frac{4000^{10} \theta^{10-1} e^{-4000\theta}}{\Gamma(10)}$$

$$\pi(\theta) = \frac{4000^{10} \theta^9 e^{-4000\theta}}{\Gamma(10)}$$

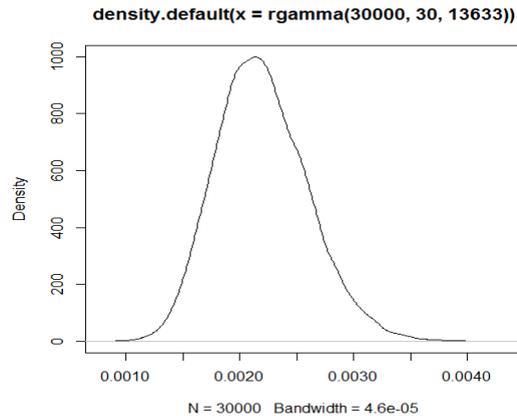
fungsi kepadatan untuk distribusi Posterior dalam data gempa bumi diseluruh dunia adalah

$$\pi(\theta|\underline{x}) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \theta^{n+\alpha-1} e^{-\theta(\sum_{i=1}^n x_i + \beta)}$$

$$\pi(\theta|\underline{x}) = \frac{4000^{10}}{\Gamma(10)} \theta^{20+10-1} e^{-\theta(9633+4000)}$$

$$\pi(\theta|\underline{x}) = \frac{4000^{10}}{\Gamma(10)} \theta^{29} e^{-13633\theta}$$

Distribusi Posterior didapat $(\theta|\underline{x}) \sim \Gamma(30.13633)$. Dengan menggunakan pemograman R fungsi distribusi posterior tersebut disimulasi sebanyak 3000 iterasi sehingga didapat gambar yang ada pada skripsi tugas akhir ini sebagai berikut :



Gambar 3.1 Distribusi Posterior terhadap Parameter θ

Dari Gambar 3.1 didapat hasil parameter untuk $\theta = 0,00220057$. Nilai parameter yang dihasilkan oleh metode bayesian dapat dimasukkan kepeluang eksponensial:

$$f(x) = \theta e^{-x\theta}$$

$$f(x) = 0,00220057e^{-(0,00220057x)}$$

Uji Kelayakan Menggunakan AIC (*Akaike Information Criterion*)

Pada penelitian ini telah didapati nilai parameter distribusi eksponensial dengan menggunakan metode maksimum *likelihood* dan metode bayesian seperti yang dilampirkan pada Tabel 3.2 :

Tabel 3.2 Nilai Estimasi Parameter Distribusi Eksponensial

Metode	Parameter (θ)
Maksimum <i>Likelihood</i>	0,00207619
Bayesian	0,00220057

Dari nilai parameter pada Tabel 3.2 dapat dimasukkan kedalam rumus pencarian nilai AIC untuk metode maksimum *likelihood* dan metode bayesian sebagai berikut :

$$AIC = -2l + 2p$$

$$AIC = -2 \left(n \times \ln(\theta) - \theta \sum_{i=1}^n x_i \right) + 2p$$

$$AIC = -2(20 \times \ln(0,00207619) - 0,00207619 \times 9633) + 2(1)$$

$$AIC = -2(-143,5443542) + 2$$

$$AIC = 289,088708$$

didapatlah nilai AIC untuk parameter metode maksimum *likelihood* sebesar 289,08870884.

$$AIC = -2l + 2p$$

$$AIC = -2 \left(n \times \ln(\theta) - \theta \sum_{i=1}^n x_i \right) + 2p$$

$$AIC = -2(20 \times \ln(0,00220057) - 0,00220057 \times 9633) + 2(1)$$

$$AIC = -2(-143,578868) + 2$$

$$AIC = 289,157736$$

didapatlah nilai AIC untuk parameter metode bayesian sebesar 289,157736.

Dari nilai AIC yang didapat untuk masing-masing parameter maka dapat ditampilkan dalam Tabel 3.3 :

Tabel 3.3 Nilai AIC untuk Distribusi Eksponensial

Metode	AIC
Maksimum Likelihood	289,088708
Bayesian	289,157736

Dari Tabel 3.3 yang ditampilkan dapat dilihat bahwa metode maksimum *likelihood* memiliki nilai AIC yang lebih kecil dari pada metode bayesian. Oleh karena itu, maka dapat disimpulkan bahwa metode maksimum *likelihood* adalah yang terbaik digunakan untuk mengestimasi parameter distribusi eksponensial.

KESIMPULAN

Distribusi eksponensial dengan menggunakan metode maksimum *likelihood* didapatkan fungsi *likelihood* $L(\theta|\underline{x}) = \theta^n e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i}$ dan untuk fungsi maksimum *likelihood* $\hat{\theta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i}$. Sedangkan dengan menggunakan metode bayesian didapatkan distribusi posteriornya $\pi(\theta|\underline{x}) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \theta^{n+\alpha-1} e^{-\theta(\sum_{i=1}^n x_i + \beta)}$. Pada contoh data perbandingan estimasi parameter distribusi eksponensial dengan menggunakan metode maksimum *likelihood* dan metode bayesian dapat dilakukan dengan baik. Dengan menggunakan maksimum *likelihood* didapatkan nilai estimasi parameter untuk $\hat{\theta} = 0,00207619$ sedangkan dengan menggunakan estimasi parameter metode bayesian didapatkan nilai parameter untuk $\hat{\theta} = 0,00220057$. Perbandingan dengan menggunakan uji kelayakan AIC dapat disimpulkan bahwa metode maksimum *likelihood* adalah metode yang terbaik untuk mengestimasi parameter distribusi eksponensial.

DAFTAR PUSTAKA

- Aulia, Renny dkk. 2011. “Estimasi Parameter Pada Distribusi Eksponensial”. *Jurnal Matematika Murni dan Terapan*, 5 (2), 40 – 52.
- Boys, R. J. 1997. “*Bayesian Statistick*”. Department Of Statistics : University Of Newcastle.
- Larsen, Richard J dan Morris L Marx. 2006. “*An introduction o Mathematical Statistics And Its Application*”. New Jersey : Upper Saddle River.
- Smith, Elizabeth. 2005. “*Bayesian Modelling Of Extreme Rainfall Data*”. Disertai Doktor Pada Philosopy University Of Newcastle: Tidak Diterbitkan.
- Supranto, J. 2000. “*Statistik Teori Dan Aplikasi Edisi Keenam*”. Jakarta: Erlangga.
- Yendra, Rado dkk. 2010. “*Analisis Survival dan Program R*”. Pekanbaru: Yayasan Pusaka Riau.
- Warsono dkk. 2013. “*Identifikasi Karakteristik Harzard Rate Distribusi Gamma Dengan Menggunakan Teorema Glaser*”. *Prosiding Semirata FMIPA Universitas Lampung*.

PEMODELAN DEPENDENSI DATA KATAGORI MELALUI PENDEKATAN MODEL LOG- LINIER

Awal Isgiyanto, Syahrul Akbar
FMIPA, Universitas Bengkulu
[email: awalmatunib@gmail.com](mailto:awalmatunib@gmail.com)

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan mempelajari pemodelan dependensi antar variabel yang berpengaruh terhadap pemilihan Program Studi Matematika FMIPA Universitas Bengkulu. Populasi penelitian ini adalah mahasiswa Program Studi Matematika FMIPA Universitas Bengkulu. Cluster Random Sampling digunakan dalam penelitian ini, dengan mengambil Cluster mahasiswa dalam rumpun yang mempunyai Pembimbing Akademik yang sama, diperoleh 106 responden. Data latar belakang mahasiswa, latar belakang orang tua dan motivasi mahasiswa memilih Program Studi Matematika diperoleh menggunakan kuesioner. Data dianalisis menggunakan prosedur Hiloglinier. Uji K-arah dan metode eliminasi Backward digunakan untuk menyeleksi model. Kesimpulan yang di dapat adalah jika dilihat dari latar belakang mahasiswa mempunyai model Independent, bahwa faktor jenis kelamin, jalur masuk, dan asal sekolah berpengaruh terhadap model, tetapi tidak ada pengaruh interaksi dua dan tiga faktor tersebut secara bersama-sama. Jika dilihat dari latar belakang orang tua mempunyai model Closed lope, bahwa faktor pendidikan, pekerjaan, penghasilan, dan interaksi antara faktor pendidikan dan pekerjaan, pendidikan dan pekerjaan, pekerjaan dan penghasilan ada pengaruh terhadap model, tetapi tidak ada pengaruh interaksi tiga faktor secara bersama-sama. Dilihat dari motivasi mahasiswa mempunyai model Independent, bahwa faktor motivasi, prioritas dan alasan berpengaruh terhadap model, tetapi tidak ada pengaruh interaksi dua dan tiga faktor tersebut secara bersama-sama.

Kata kunci : Model Log-Linier, Hiloglinier

PENDAHULUAN

Proses analisis data merupakan upaya penelusuran dan pengungkapan informasi yang terkandung dalam data, dan hasilnya disajikan dalam bentuk lebih sederhana serta mengarah pada keperluan adanya penjelasan dan pendugaan. Metode analisis data tergantung dari skala dan jenis data serta tujuannya. Apabila ingin mempelajari pengaruh satu variabel bebas terhadap satu variabel terikat, maka dapat digunakan analisis Regresi Sederhana, dan jika ingin mempelajari pengaruh lebih dari satu variabel bebas terhadap satu variabel terikat digunakan analisis Regresi Berganda (Draper & Smith, 1992; Panik, 2005; Snedecor & Cochran, 1980; Steel & Torrie, 1981). Selanjutnya jika ingin mencari hubungan antara variabel terikat yang memiliki sifat biner dengan dua kemungkinan dengan satu atau lebih variabel bebas digunakan Regresi Logistik Dikotomis (Kleinbaum, et al, 1998; Howell, 2002; Hosmer & Lemeshow, 1989). Untuk mengetahui hubungan variabel bebas dan terikat, jika datanya

bersekala interval atau rasio yang mengikuti distribusi normal maka digunakan analisis antar variabel yang berkorelasi (Panik, 2005; Snedecor & Cochran. 1980; Steel & Torrie, 1981), jika skala nominal atau ordinal digunakan *Chi Square T est* (Hinkle, Wiersma & Jurs, 2003; Howell, 2002). Sedangkan untuk mengetahui variabel-variabel kategorikal yang menimbulkan dependensi digunakan analisis analisis Log-linear Model (Agresti, 2002; Fienberg, 2007). Analisis Model Log-linier mempunyai kelebihan dapat menentukan model matematika yang sesuai untuk dependensi multivariabel dan interaksi yang menyebabkan variabel tersebut deperdent.

Pendidikan tinggi sebagai suatu subsistem mempunyai masukan (*input*), subsistem proses dan subsistem keluaran (*output*). Pendidikan Tinggi adalah mahasiswa, subsistem proses diantaranya proses pembelajaran dan subsistem keluarannya adalah lulusan. Oleh karena itu untuk meningkatkan mutu keluarannya tidak lepas dari kondisi masukannya.

Daya tampung perguruan tinggi sangat terbatas, sehingga terjadi persaingan di antara lulusan sekolah menengah umum (SMA) atau yang sederajat. Untuk itu berbagai cara ditempuh untuk mendapatkan kesempatan menjadi mahasiswa, meskipun sebagian saja yang akan diterima pada prodi yang bukan pilihan utamanya. Input mahasiswa sebagai bahan dasar proses pendidikan, perlu mendapat perhatian yang lebih serius. Usaha yang dilakukan mulai dari penyaringan mahasiswa baru agar dapat masukan yang potensial, oleh karena itu penting untuk diketahui bagaimana karakteristik mahasiswa sebagai input akan dilakukan dan ditindaklanjuti dalam proses pembelajaran agar diperoleh *output* yang lebih optimal.

Variabel yang menunjukkan karakteristik mahasiswa pada umumnya berupa data kategori. Dengan demikian penting analisis untuk mengetahui variabel-variabel kategorikal yang menimbulkan dependensi, maka perlu kajian tentang analisis Model Log-linier dan diaplikasikan untuk menganalisis faktor-faktor yang melatarbelakangi mahasiswa Program Studi Matematika FMIPA Universitas Bengkulu.

Permasalahan dalam hal ini adalah: (1). Bagaimana model Log-linier yang sesuai untuk menunjukkan dependensi faktor-faktor yang melatarbelangi mahasiswa memilih Program Studi Matematika FMIPA Universitas Bengkulu; (2). Bagaimanakah interaksi faktor-faktor yang melatarbelakangi mahasiswa memilih Program Studi Matematika FMIPA Universitas Bengkulu.

Tujuan penelitian mempelajari prosedur untuk menentukan faktor-faktor yang menimbulkan dependensi antar variabel yang berpengaruh terhadap pemilihan Program Studi Matematika FMIPA Universitas Bengkulu. Tujuan khususnya adalah: (a). Mengetahui dependensi faktor-faktor yang melatarbelakangi mahasiswa memilih Program Studi Matematika FMIPA Universitas Bengkulu; (b). Menentukan model log-linier yang sesuai untuk menunjukkan dependensi faktor-faktor yang melatarbelakangi mahasiswa memilih Program Studi Matematika FMIPA Universitas Bengkulu; (c). Menentukan interaksi faktor-faktor yang melatarbelakangi mahasiswa memilih Program Studi Matematika FMIPA Universitas Bengkulu tersebut dependent.

Manfaat penelitian adalah diharapkan menambah informasi tentang analisis Log-linier diharapkan dapat memberikan kontribusi dalam menganalisis variabel-variabel katagorik yang cenderung menimbulkan dependensi antar variabel, dan dapat memberikan informasi tentang faktor-faktor yang melatarbelakangi siswa memilih Program Studi Matematika FMIPA FMIPA Universitas Bengkulu, sehingga dapat digunakan sebagai pertimbangan dalam pembinaan.

METODE PENELITIAN

Metode Sampling

Populasi penelitian ini adalah Program Studi Matematika FMIPA Universitas Bengkulu. Cluster Random Sampling (Chandhuri & Stenger. 2005) digunakan dalam

penelitian ini, dengan mengambil Cluster mahasiswa dalam rumpun yang mempunyai Pembimbing Akademik yang sama, diperoleh 106 responden.

Objek Penelitian

Objek penelitiannya adalah mahasiswa aktif Program Studi Matematika aktif yang terdaftar pada daftar Pembimbing Akademik.

Prosedur

Penelitian ini merupakan *applied research*, yaitu mengkaji suatu metode dan mencoba diterapkan pada suatu kasus., Model Log-Linier untuk menganalisis data kategori dan bersifat diskrit, sehingga dilakukan uji independensi untuk mengetahui dependensi antar variabel. Untuk kajian ini diambil data primer sebagai basis analisis, untuk mendapatkan gambaran factor-faktor yang berpengaruh terhadap responden memilih Program Studi Matematika

Pengumpulan Data

Data dikumpulkan menggunakan kuisioner untuk memperoleh data variabel:

- a. Latar belakang keluarga
- b. Latar belakang orang tua
- c. Alasan memilih Program Studi Matematika

Analisis Data

Data dianalisis melalui tahap:

- a. Menyusun konfigurasi dan menyusun model.
- b. Menentukan derajat bebas model log-linier sama dengan jumlah total sel.
- c. Pengujian model analisis Log-linier dapat dilakukan menggunakan pendekatan *Pearson Chi_square* atau *Statistik Likelihood G^2*
- d. Pengujian Residual
- e. Seleksi model dapat dilakukan dengan tes k-arah, dan metode *backward*. (Agresti, 2002; Fienberg, 2007)

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

Karakteristik mahasiswa dilihat dari:

- a. Latar belakang mahasiswa

Variabel penelitian : Jenis Kelamin, jalur masuk Program Studi Matematika, Asal Sekolah.

Kategori setiap variabel adalah:

- 1) Kategori Jenis Kelamin: 1. Laki-laki 2. Perempuan
- 2) Kategori Jalur: 1. PPA 2. SPMB
- 3) Kategori Asal: 1. Kota Bengkulu 2. Kabupaten 3. Luar Propinsi

Tabel 1.

Sel Frekuensi Kontingensi Tiga Dimensi Latar Belakang Mahasiswa

		Jenis Kelamin						JML
		Laki-laki			Perempuan			
Jalur		PPA	SPMB	JML	PPA	SPMB	JML	
A S	Kota	0	0	15	0	0	15	60
	Kabupat	26	7	20	26	7	20	27

A L	en							
	Luar Prop	1	1	1	1	1	1	19
	Jml	27	8	36	27	8	36	106

b. Latar belakang orang tua

Variabel penelitian: Pendidikan Orangtua, Pekerjaan Orangtua, Penghasilan Orangtua

Kategori masing-masing variabel adalah:

- 1) Kategori Pendidikan: 1. Rendah 2. Tinggi
- 2) Kategori Pekerjaan: 1. PNS 2. Karyawan 3. Wirausaha
- 3) Kategori Penghasilan: 1. Rendah 2. Menengah 3. Tinggi

Tabel 2. Sel Frekuensi Kontingensi Tiga Dimensi Latar Belakang Orang tua

	Pendidikan								JML
	Rendah				Tinggi				
	PNS	Karyawan	W. Usaha	Jml	PNS	W. Usaha	Karyawan	Jml	
Pekerjaan									
Ren	0	0	15	15	0	0	0	0	15
Men	26	7	20	53	22	0	5	27	80
Tng	1	1	1	3	8	0	0	8	11
Jml	27	8	36	71	30	0	5	35	106

c. Alasan memilih Program Studi Matematika

Variabel penelitian: Dorongan, Prioritas, Alasan memilih Prodi Matematika.

Kategori masing-masing variabel adalah:

- 1) Kategori Dorongan: 1. Dari dalam 2. Dari Luar
- 2) Kategori Prioritas: 1. Utama 2. Cadangan
- 3) Kategori Alasan 1. Sukses 2. Sarana 3. Kemampuan

Tabel 3. Sel Frekuensi Kontingensi Tiga Dimensi Alasan Memilih Program Studi Matematika

	Prioritas	Dorongan					JML	
		Dari Dalam			Dari Luar			
		Utama	Cadangan	JML	Utama	Cadangan		JML
A las an	Kota	0	0	15	0	0	15	60
	Kabupaten	26	7	20	26	7	20	27
	Luar Prop	1	1	1	1	1	1	19
	Jml	27	8	36	27	8	36	106

Pembahasan

Sesuai tujuan penelitian, maka model Log-linier dapat digunakan karena data penelitian ini berupa data kategorikal yang bersifat diskrit, sehingga dapat dilakukan uji independensi untuk mengetahui dependensi antar variabel (factor) yang cenderung menimbulkan dependensi, dan untuk menentukan besarnya interaksi yang menyebabkan variabel tersebut dependen.

Dalam artikel ini akan disajikan pemodelan dependensi data karakteristik mahasiswa yang dilihat dari latar belakang mahasiswa, latar belakang orang tua, dan motivasi mahasiswa memilih Prodi Matematika

a. Data Latar Belakang Mahasiswa

1). Uji k-arah

Uji k-arah atau lebih sama dengan nol

Tabel 4. Hasil k-arah_1 Data Latar Belakang Mahasiswa

K	Df	L.R. Chisq	Prob	Pearson Chisq	Prob
3	2	.553	.7583	.322	.8515
2	7	11.887	.1044	10.376	.1682
1	11	67.783	.0000	66.755	.0000

- Untuk k=3, H_0 = efek order ke-3 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,8515 > 5\%$, maka H_0 diterima, artinya tidak ada efek interaksi 3 factor dalam model
- Untuk k=2, H_0 = efek order ke-2 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,1682 > 5\%$, maka H_0 diterima, artinya tidak ada efek interaksi 2 factor dalam model
- Untuk k=1, H_0 = efek order ke-1 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,000 < 5\%$, maka H_0 ditolak, artinya ada efek interaksi 1 factor dalam model

Uji k-arah atau lebih sama dengan nol

Tabel 5. Hasil k-arah_1 Data Latar Belakang Mahasiswa

K	Df	L.R. Chisq	Prob	Pearson Chisq	Prob
1	4	55.896	.0000	56.378	.0000
2	5	11.333	.0452	10.055	.0737
3	2	.553	.7583	.322	.8515

- Untuk k=1, H_0 = efek order ke-1 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,0000 < 5\%$, maka H_0 ditolak, artinya ada efek interaksi 1 factor dalam model.
- Untuk k=2, H_0 = efek order ke-2 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,0737 > 5\%$, maka H_0 diterima, artinya tidak ada efek interaksi 2 factor dalam model
- Untuk k=3, H_0 = efek order ke-3 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,8515 > 5\%$, maka H_0 diterima, artinya tidak ada efek interaksi 3 factor dalam model

2). Seleksi Model

Untuk menyeleksi model, menggunakan metode *backward*, yaitu dimulai menyeleksi model terlengkap, kemudian melakukan pengujian sampai diperoleh model terbaik.

$$\text{Model.0 } \log \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ} + \lambda_{ijk}^{XYZ}$$

$$H_0 : (XYZ)$$

Perubahan nilai *L.R. Chisq* Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model.

Tabel 6 Efek Sempel Model (XYZ) Data Latar Belakang Mahasiswa

Efek Sempel yang keluar	Df	Perubahan L.R.Chisq	Prob
λ^{XYZ}		.553	.7583

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^{XYZ} = 0,7583 > 5\%$, maka λ^{XYZ} tidak masuk dalam model, sehingga didapat Model 1.

$$\text{Model 1: } \text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ}$$

Step 1. $H_0 : (XY, XZ, YZ)$

Perubahan nilai *L.R. Chisq* Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model.

Tabel 7. Efek Sempel Model (XY, XZ, YZ) Data Latar Belakang Mahasiswa

Efek Sempel yang keluar	Df	Perubahan L.R.Chisq	Prob
λ^{XY}	1	3.485	.0619
λ^{XZ}	2	4.555	.1025
λ^{YZ}	3	5.117	.0774

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^{XZ} = 0,1025 > 5\%$, maka λ^{XZ} dikeluarkan dari Model 1, sehingga didapat Model 2: $\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{jk}^{YZ}$.

Step 2. $H_0 : (XZ, YZ)$

Perubahan nilai *L.R. Chisq* Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model.

Tabel 8. Efek Sempel Model (XZ, YZ) Data Latar Belakang Mahasiswa

Efek Sempel yang keluar	Df	Perubahan L.R.Chisq	Prob
λ^{XY}	1	2.573	.1087
λ^{YZ}	2	4.205	.1222

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^{YZ} = 0,1222 > 5\%$, maka λ^{YZ} dikeluarkan dari Model 2, sehingga didapat Model 3: $\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY}$

Step 3. $H_0 : (XY, Z)$

Perubahan nilai *L.R. Chisq* Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model.

Tabel 9. Efek Sempel Model (XY, Z) Data Latar Belakang Mahasiswa

Efek Simpel yang keluar	Df	Perubahan L.R.Chisq	Prob
λ^{XY}	1	2.573	.1087
λ^Z	2	25.442	.0000

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^{XY} = 0,1087 > 5\%$, maka λ^{XY} dikeluarkan dari Model 3, sehingga didapat Model 4: $\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z$

Step 4. $H_0 : (X, Y, Z)$

Perubahan nilai L.R. Chisq Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model

Tabel 10. Efek Simpel Model (X, Y, Z) Data Latar Belakang Mahasiswa

Efek Simpel yang keluar	Df	Perubahan L.R.Chisq	Prob
λ^X	2	25.442	.0000
λ^Y	1	20.641	.0000
λ^Z	1	9.913	.0017

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^X = 0,0000 < 5\%$, $\lambda^Y = 0,0000 < 5\%$, dan $\lambda^Z = 0,0000 < 5\%$, sehingga didapat Model 5:

$\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z$ merupakan model terbaik, yaitu model *independent*

$\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z$ berarti factor Asal Sekolah, Jenis Kelamin, dan Jalur masuk berpengaruh terhadap pemilihan Prodi Matematika FMIPA.

Data Latar Belakang Orangtua

1). Uji k-arah

Uji k-arah atau lebih sama dengan nol

Tabel 11. Hasil k-arah_1 Data Latar Belakang Orangtua

K	Df	L.R. Chisq	Prob	Pearson Chisq	Prob
3	4	1.923	.7500	1.523	.8226
2	12	72.418	.0000	78.465	.0000
1	17	207.216	.0000	221.057	.0000

- Untuk $k=3$, H_0 = efek order ke-3 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,8226 > 5\%$, maka H_0 diterima, artinya tidak ada efek interaksi 3 factor dalam model
- Untuk $k=2$, H_0 = efek order ke-2 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,0000 > 5\%$, maka H_0 ditolak, artinya ada efek interaksi 2 factor dalam model
- Untuk $k=1$, H_0 = efek order ke-1 atau lebih sama dengan nol

Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,0000 > 5\%$, maka H_0 ditolak, artinya ti ada efek interaksi 1 factor dalam model

Uji k-arah atau lebih sama dengan nol

Tabel 12. Hasil k-arah_2 Data Latar Belakang Orangtua

K	Df	L.R. Chisq	Prob	Pearson Chisq	Prob
1	5	134.798	.0000	142.592	.0000
2	8	70.495	.0000	76.942	.0000
3	4	1.923	.7500	1.523	.8515

- Untuk $k=1$, H_0 = efek order ke-1 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,0000 < 5\%$, maka H_0 ditolak, artinya ada efek interaksi 1 factor dalam model
- Untuk $k=2$, H_0 = efek order ke-2 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,0000 > 5\%$, maka H_0 ditolak, artinya tidak ada efek interaksi 2 factor dalam model
- Untuk $k=3$, H_0 = efek order ke-3 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,8226 > 5\%$, maka H_0 diterima, artinya tidak ada efek interaksi 3 factor dalam model

Seleksi Model

Untuk menyeleksi model menggunakan metode *backward*, yaitu dimulai menyeleksi model terlengkap, kemudian melakukan pengujian sampai diperoleh model terbaik.

$$\text{Model.0 } \log \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ} + \lambda_{ijk}^{XYZ}$$

$$H_0 : (XYZ)$$

Perubahan nilai *L.R. Chisq* Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model.

Tabel 13 Efek Sempel Model (XYZ) Data Latar Belakang Orangtua

Efek Sempel yang keluar	Df	Perubahan L.R.Chisq	Prob
λ^{XYZ}	4	1.923	.7500

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^{XYZ} = 0,7500 > 5\%$, maka λ^{XYZ} tidak masuk dalam model, sehingga didapat Model 1.

$$\text{Model.1 } \log \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ}$$

$$\text{Step 1. } H_0 : (XY, XZ, YZ)$$

Perubahan nilai *L.R. Chisq* Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model.

Tabel 14. Efek Sempel Model (XY, XZ, YZ) Data Latar Belakang Orangtua

Efek	Df	Perubahan	Prob
------	----	-----------	------

Simpel yang keluar		L.R.Chisq	
λ^{XY}	2	15.759	.0004
λ^{XZ}	2	9.836	.0073
λ^{YZ}	4	26.002	.0000
λ^{XYZ}		.553	.7583

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^{XY} = 0,0004 < 5\%$, maka $\lambda^{XZ} = 0,0073 < 5\%$, dan $\lambda^{YZ} = 0,0000 < 5\%$ maka model $\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{jk}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ}$ merupakan model terbaik, berarti factor pendidikan, pekerjaan, Pendidikan, dan Penghasilan, interaksi antara factor Pekerjaan dan Penghasilan orangtua berpengaruh terhadap pemilihan Prodi Matematika.

b. Data Alasan Memilih Prodi Matematika

1). Uji k-arah

Uji k-arah atau lebih sama dengan nol

Tabel 15. Hasil k-arah_1 Data Motivasi Mahasiswa

K	Df	L.R. Chisq	Prob	Pearson Chisq	Prob
3	2	.711	.7009	.450	.7987
2	7	6.624	.4691	7.396	.3888
1	11	193.467	.0000	287.871	.0000

- Untuk k=3, H_0 = efek order ke-3 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,7987 > 5\%$, maka H_0 diterima, artinya tidak ada efek interaksi 3 factor dalam model
 - Untuk k=2, H_0 = efek order ke-2 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,3888 > 5\%$, maka H_0 diterima, artinya tidak ada efek interaksi 2 factor dalam model
 - Untuk k=1, H_0 = efek order ke-1 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,0000 > 5\%$, maka H_0 ditolak, artinya ada efek interaksi 1 factor dalam model
- Uji k-arah atau lebih sama dengan nol

Tabel 16. Hasil k-arah_1 Data Motivasi Mahasiswa

K	Df	L.R. Chisq	Prob	Pearson Chisq	Prob
1	4	186.843	.0000	280.475	.0000
2	5	5.913	.3148	6.946	.2247
3	2	.711	.7009	.450	.7987

- Untuk k=1, H_0 = efek order ke-1 atau lebih sama dengan nol
Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,0000 < 5\%$, maka H_0 ditolak, artinya ada efek interaksi 1 factor dalam model
- Untuk k=2, H_0 = efek order ke-2 atau lebih sama dengan nol

Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,2247 > 5\%$, maka H_0 diterima, artinya tidak ada efek interaksi 2 factor dalam model

- Untuk $k=3$, $H_0 =$ efek order ke-3 atau lebih sama dengan nol

Jika $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $0,7987 > 5\%$, maka H_0 diterima, artinya tidak ada efek interaksi 3 factor dalam model

Seleksi Model

Untuk menyeleksi model menggunakan metode *backward*, yaitu dimulai menyeleksi model terlengkap, kemudian melakukan pengujian sampai diperoleh model terbaik.

Model.0 $Log \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ} + \lambda_{ijk}^{XYZ}$

$H_0 : (XYZ)$ Perubahan nilai *L.R. Chisq* Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model.

Tabel 17 Efek Sempel Model (XYZ) Data Latar Belakang Mahasiswa

Efek Sempel yang keluar	Df	Perubahan L.R.Chisq	Prob
λ^{XYZ}	2	.711	.7009

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^{XYZ} = 0,7009 > 5\%$, maka λ^{XYZ} tidak masuk dalam model, sehingga didapat Model 1.

Model.1 $Log \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ}$

Step 1. $H_0 : (XY, XZ, YZ)$

Perubahan nilai *L.R. Chisq* Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model.

Tabel 18. Efek Sempel Model (XY, XZ, YZ) Data Latar Belakang Mahasiswa

Efek Sempel yang keluar	Df	Perubahan L.R.Chisq	Prob
λ^{XY}	1	2.027	.1545
λ^{XZ}	2	2.487	.2884
λ^{YZ}	2	1.296	.5230

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^{YZ} = 0,5250 > 5\%$, maka λ^{YZ} dikeluarkan dari Model 1, sehingga didapat Model 2: $Log \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{jk}^{XZ}$

Step 2. $H_0 : (XY, XZ)$

Perubahan nilai *L.R. Chisq* Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model.

Tabe 19. Efek Sempel Model (XZ, YZ) Data Latar Belakang Mahasiswa

Efek Sempel yang keluar	Df	Perubahan L.R.Chisq	Prob
λ^{XY}	1	2.078	.1494
λ^{XZ}	2	2,538	.2811

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^{XZ} = 0,2811 > 5\%$, maka, λ^{XZ} dikeluarkan dari Model 2, sehingga didapat Model 3: $\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY}$

Step 3. $H_0: (XY, Z)$

Perubahan nilai *L.R. Chisq* Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model.

Tabel 20. Efek Sempel Model (XY, Z) Data Latar Belakang Mahasiswa

Efek Sempel yang keluar	Df	Perubahan L.R.Chisq	Prob
λ^{XY}	1	2.079	.1087
λ^Z	2	83.924	.0000

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^{XY} = 0,1494 > 5\%$, maka λ^{XY} dikeluarkan dari Model 3, sehingga didapat Model 4: $\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y$

Step 4. $H_0: (X, Y, Z)$

Perubahan nilai *L.R. Chisq* Jika salah satu efek simple dikeluarkan dari model

Tabel 21. Efek Sempel Model (X, Y, Z) Data Latar Belakang Mahasiswa

Efek Sempel yang keluar	Df	Perubahan L.R.Chisq	Prob
λ^X	2	83824	.0000
λ^Y	1	89.144	.0000
λ^Z	1	13.875	.0002

Untuk $\alpha = 5\%$ nilai probabilitasnya $\lambda^X = 0,0000 < 5\%$, $\lambda^Y = 0,0000 < 5\%$, dan $\lambda^Z = 0,0002 < 5\%$, sehingga didapat Model 5: $\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z$ merupakan model terbaik. yaitu model *independent* $\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z$ berarti factor Alasan, Dorongan, dan factor Prioritas berpengaruh terhadap pemilihan Prodi Matematika FMIPA.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Karakteristik mahasiswa Program Studi Matematika:

- Jika dilihat dari latar belakang mahasiswa mempunyai model, $\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z$, yang menunjukkan bahwa factor jenis kelamin, jalur masuki, dan asal sekolah berpengaruh terhadap model, tetapi tidak ada pengaruh interaksi dua dan tiga factor secara bersama-sama.

- b. Jika dilihat dari latar belakang orang tua mempunyai model $\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ}$, yang menunjukkan bahwa factor pendidikan, pekerjaan, penghasilan, dan interaksi antara factor pendidikan dan pekerjaan, pendidikan dan penghasilan, pekerjaan dan penghasilan ada pengaruh terhadap model, tetapi tidak ada pengaruh dari interaksi tiga factor secara bersama-sama.
- c. Jika dilihat dari motivasi mahasiswa mempunyai model $\text{Log } \hat{m}_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z$, yang menunjukkan bahwa factor motivasi, prioritas, dan alasan berpengaruh terhadap model, tetapi tidak ada pengaruh interaksi dua dan tiga factor tersebut secara bersama-sama.

Saran

- a. Informasi tentang karakteristik mahasiswa berupa latar belakang mahasiswa, latar belakang orangtua, dan motivasi mahasiswa dapat dipertimbangkan dalam seleksi penerimaan maupun kebijakan untuk mengoptimalkan potensinya.
- b. Perlu pemanfaatan Perlu *applied research* lanjutan dengan mengkaji suatu metode analisis statistika untuk memberi kontribusi dan variasi pada riset bidang yang lain, agar dapat memberikan informasi yang lebih bermanfaat.

DAFTAR PUSTAKA

- Agresti, A. 2002. *Categorical Data Analysis. 2nd ed.* John Wiley & Sons. New York. USA.
- Chandhuri, A. and H. Stenger. 2005. *Survey Sampling. Theory and Methods. 2nd ed.* Chapman & Hall/CRC. Washington, DC. U.S.A.
- Draper, N. R. & Smith, H. 1992. *Analisis Regresi Terapan.* Edisi Kedua. Alih Bahas Bambang Sumantri. Jakarta. Gramedia Pustaka Utama. Buku Asli diterbitkan 1981
- Fienberg, S.E. 2007. *The Analysis of Cross-Classified Categorical Data. 2nd ed.* Springer Science Business Media LLC. New York, USA.
- Howell, D. C. 2002. *Statistical Methods for Psychology.* Fifth Edition. Australia: Duxbury.
- Hosmer, D. W. & Lemeshow, S. 1989. *Applied Logistic Regression,* New York: John Wiley & Sons.
- Hinkle, D. E., Wiersma, W., & Jurs, S. G. 2003. *Applied Statistics for The Behavioral Sciences.* USA: Houghton Mifflin Company.
- Kleinbaum, D. G., Kupper, L. L., Muller, M. E., & Nizam, A. 1998. *Applied Regression Analysis and Other Multivariable Methods,* Third Edition. Pacific Grove: Duxbury Press
- Panik, M.J. 2005. *Advanced Statistics from an Elementary Point of View.* Elsevier Academic Press. Burlington, MA. USA.
- Snedecor, G.W. and W.G. Cochran. 1980. *Statistical Methods.* 7th ed. (or newer). The Iowa State University Press. Ames, Iowa, U.S.A.

APPLICATION OF FOURIER SMOOTHING BASIS FOR MODELLING SEA SURFACE TEMPERATURE (SST)

Reza Ariska, Miftahuddin

Program Studi Statistika, Fakultas MIPA, Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh

Email: reza.ariska@students.stat.unsyiah.ac.id

ABSTRACT

Climate change is an issue of local and global as well as the impact of large and spacious where the effect can be detrimental to an area. Aceh province is geographically dealing directly with the Indian Ocean on the west and south, and the Strait of Malacca to the north and east have an impact on marine climate change. In this research focused on modeling of sea surface temperature (SST), using the method of Linear Regression Models and Generalized Additive Models (LRM and GAM). Furthermore, through this approach, Fourier base is also used to analyze the data Smoothing SST with climatic features such as air temperature, relative humidity and rainfall. The results showed that by using GAM fitting models are increasing the value of R-squared of 56.31% to 67.86%. In addition, the R-squared value ratio at a given weight Smoothing Fourier showing a rise in the value of R-squared of 75.47% to 97.66%. Application of Fourier Smoothing demonstrate conformity fitting the model to the data of SST is predominantly influenced by the effects of seasonal and yearly.

Keywords: LRM, GAM, Fourier Smoothing basis, R-squared , SST data.

PENDAHULUAN

Indonesia memiliki setidaknya hampir 70% wilayah terdiri dari air sepanjang garis khatulistiwa. Oleh karenanya, Indonesia mempunyai potensi dan kekayaan laut dengan segala isinya yang sangat melimpah. Meskipun begitu, apabila terjadinya perubahan iklim yang disebabkan oleh laut, Indonesia mendapat dampak langsung di wilayahnya.

Provinsi Aceh yang terletak di bagian paling barat gugusan kepulauan Nusantara, menduduki posisi sebagai pintu gerbang lalu lintas laut bagian Barat Indonesia. Provinsi Aceh dikelilingi oleh samudera hindia dibagian barat-selatan dan selat malaka dibagian utara-timur laut. Sebagai provinsi diujung Barat Indonesia yang masih memiliki sumber daya hutan yang berfungsi dengan baik, utuh dan dan terjaga yang dikenal dengan sebutan ekosistem paru-paru dunia. Karenanya Aceh dapat dijadikan standar Indonesia dan seluruh dunia dalam hal mitigasi perubahan iklim yang menjadi permasalahan dunia.

Adapun perubahan iklim yang begitu besar di berbagai tempat memberi pengaruh yang luas terhadap kemampuan manusia untuk menduduki dan mengelola bumi sebagai tempat huniannya. Iklim tergantung pada hubungan yang kompleks yang terjadi didaratan, lautan dan atmosfer. Dalam penjabarannya terdapat tiga faktor utama yang mempengaruhi iklim yaitu : suhu permukaan laut, suhu daratan, curah hujan dan angin [5]. Perpindahan panas atau suhu yang terjadi antara udara, lautan dan daratan. Hal semacam ini akan dapat memberikan suatu kenaikan tekanan atmosfer pada daerah-daerah di sekitarnya. Udara

cenderung mengalir dari daerah-daerah bertekanan atmosfer tinggi ke tempat-tempat yang bertekanan atmosfer rendah sehingga akan menimbulkan arah angin yang berbeda-beda.

Data *sea surface temperature (SST)* sangat berguna dalam mendapatkan tanda dalam perubahan iklim dan variabilitas seperti variabilitas iklim tropis. SST telah menjadi peran penting dalam perubahan iklim saat ini terlebih lagi SST sangat erat kaitannya dengan Samudera Hindia. Selain itu SST dapat mendeteksi berbagai macam fenomena laut seperti El-Nino, La Nina, monsun dan lain sebagainya.

El Nino dan La Nina merupakan kejadian perubahan iklim dunia yang tidak lazim jika dibandingkan dengan iklim normal yang terjadi dalam kurun waktu tertentu. Indonesia telah mengalami El Nino pada tahun 1997 yang ditandai dengan musim kering yang berkepanjangan serta membawa dampak negatif bagi pertanian. Setelah kejadian El Nino tersebut iklim di Indonesia tidaklah kembali normal tetapi dihadapkan dengan gejala La Nina dimana musim penghujan datang lebih awal dengan intensitas curah hujan yang tinggi. Sama halnya seperti yang dikemukakan oleh [1] bahwa fenomena El Nino dekat dengan posisi khatulistiwa, termasuk timur Samudera Hindia khatulistiwa.

Lautan memainkan peran penting dalam sistem iklim karena sebagian panas dipermukaan bumi disimpan dilautan dengan kapasitas yang besar. Penjelasan suhu panas lautan dihubungkan dengan atmosfer melalui energi turbulensi dan radiasi yang bergantung pada kuantitas sebuah samudera, suhu permukaan laut (SPL) serta beberapa parameter seperti kecepatan angin, suhu udara, kelembaban, dan curah hujan. SST memiliki peranan penting dalam mengatur iklim yang secara khusus menyediakan variasi lambat dalam prediktabilitas untuk iklim yang berfluktuasi pada rentang waktu dari musim yang sangat lama.

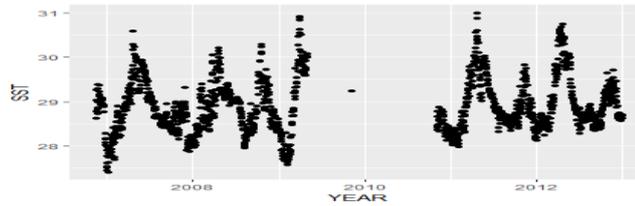
Fokus dalam penelitian ini adalah pemodelan data SST menggunakan metode regresi linear dan *generalized additive models (GAM)*. Selanjutnya penelitian ini menggunakan basis Fourier untuk menganalisis penghalus data SST. Terdapat beberapa isu dalam pemodelan data SST antara lain ialah gap data (data hilang), puncak tidak teratur dan autokorelasi data yang tersedia. Oleh karenanya digunakan basis Fourier untuk menganalisis fungsi penghalus (smoothing) terhadap data SST. Fungsi Fourier adalah metode untuk kelancaran data yang berbeda-beda atas data kontinu dan menunjukkan tren siklus. Teknik smoothing memainkan peranan penting dalam analisis karena memberikan wawasan dalam perilaku proses fungsional.

KAJIAN LITERATUR

Sea Surface Temperature (SST)

Dalam [9] *Sea Surface Temperature (SST)* adalah salah satu indikator penting dari sebuah wilayah dalam sistem iklim bumi. Karena informasi yang terkandung dalam data SST *time-real* untuk menjelaskan pengendalian iklim, penelitian dan prediksi. Data SST juga digunakan sebagai melihat kondisi batas permukaan untuk prediksi cuaca dan untuk model simulasi atmospheric lainnya.

Data SST adalah determinasi dari banyak observasi dari kapal dan buoy laut. Banyak kapal pengobservasi terbuat dari ember terisolasi, sensor kontak, sebuah mesin pada kedalaman satu sampai beberapa meter. Bagian dari sebuah pengamatan SST data kira-kira 5% diperoleh dari suhu kedalaman laut. Ini juga menjadi perhatian karena mungkin bagian tersebut membuat data menjadi tidak representatif. Buoy dan kapal rakitan sendiri ditambatkan pertama kali pada akhir tahun 1970. Semenjak saat itu pengamatan menggunakan alat tersebut menjadi lebih banyak seiring dengan dilakukannya *Program Tropical Ocean Global Atmosphere (TOGA)* pada tahun 1985 [4]. Kompleksitas hubungan antara respon dan kovariat menjadi tantangan dalam memodelkan SST yang dinamis [5].



Gambar 1. Plot data SST

Pola suhu permukaan laut (SST) variabilitas pada skala waktu antar dan lagi hasil dari kombinasi dari proses atmosfer dan kelautan. Pola-pola anomali SST mungkin karena mode intrinsik variabilitas sirkulasi atmosfer. Panas lautan ditransfer ke atmosfer melalui energi turbulen dan radiasi pada permukaan laut. Energi ini berfluktuasi pada gilirannya, tergantung pada kuantitas samudera tunggal, suhu permukaan laut (SST), serta beberapa parameter atmosfer termasuk kecepatan angin, suhu udara, kelembaban, dan kekeruhan. Dengan demikian SST memainkan peran penting dalam mengatur iklim dan variabilitas. Secara khusus, variasi lambat dalam SST menyediakan sumber potensial prediktabilitas untuk iklim fluktuasi pada rentang waktu dari musim dan lebih lama. [5] mengkonstruksi model dengan variable terbatas seperti Suhu Permukaan Laut (SPL) dari tiga parameter yaitu Curah Hujan, Suhu Udara, dan Kelembaban dalam efek *seasonal* dan *annual*. Analisis yang dilakukan ialah menggunakan data SPL untuk mengungkapkan hubungan antara variabel di kedua media darat dan laut. Variabel-variabel tersebut juga memiliki skala pengukuran yang berbeda-beda.

Linier Model dan Additive Models

Dalam pendekatan awal pemodelan ini, terdapat hubungan antara variabel X dan variabel Y yang dapat ditulis sebagai model linear dalam bentuk

$$E(Y_i) = \mu_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}; \quad Y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$$

Dimana variabel-variabel acak independen Y_i merupakan yang hal paling dasar dari analisis data kontinu. Dialihkannya vektor \mathbf{x}_i^T merupakan baris ke- i dari desain matriks \mathbf{X} . Generalisasi dari contoh ini menunjukkan hubungan antara respon terus menerus dan beberapa variabel penjelas (regresi berganda) dan perbandingan lebih dari dua sarana (analisis varian) juga dari bentuk ini.

Kemajuan dalam teori statistik dan perangkat lunak komputer memungkinkan kita untuk menggunakan metode analog dengan yang dikembangkan untuk model linear berikut situasi umum:

1. Variabel response memiliki distribusi selain distribusi normal atau bahkan mungkin kategoris selain kontinu.
2. Hubungan antara respon dan variabel penjelas tidak berbentuk linear yang sederhana

Salah satu kemajuan bahwa banyak dari sifat-sifat tersebut selain berdistribusi normal juga berdistribusi keluarga eksponensial. Kemajuan kedua adalah perluasan dari metode numerik untuk memperkirakan parameter $\boldsymbol{\beta}$ dari model linear yang diuraikan dalam persamaan diatas dengan situasi ada beberapa fungsi non-linear yang berkaitan $E(Y_i) = \mu_i$ untuk komponen linear $\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$, itu adalah

$$g(\mu_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$$

Fungsi g disebut fungsi link. Dalam [8] perumusan awal model linear umum oleh dikemukakan oleh Nelder dan Wedderburn. Model ini sekarang telah lebih umum untuk situasi dimana fungsi dapat diperkirakan secara numerik berupa model aditif umum. Secara teori, estimasi sangat mudah akan tetapi dalam prakteknya, hal itu mungkin memerlukan jumlah perhitungan yang melibatkan optimasi numerik fungsi non-linear. Model additive didefinisikan sebagai:

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^p f_j(X_j) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

Dimana β_0 adalah intercept, f_j adalah jenis model, seperti linear, nonlinear, fungsi smooth, spasial, interaksi dan sebagainya yang menggabungkan efek kovariat. Error ε independen dari X_j ,

$$E[\varepsilon_i] = 0, \text{ dan } \text{var} [\varepsilon_i] = \sigma^2, \text{ cov} [\varepsilon_i] = \sigma^2 I_n$$

Fourier Series Model Analysis

Fourier *series* atau deret Fourier ditemukan oleh Joseph Fourier, yang memberikan kontribusi penting terhadap deret trigonometrik setelah penyelidikan awal oleh Leonhard Euler, Jean le Rond d' Alembert dan Daniel Bernoulli. [8]. Prinsip kerja dari analisis deret Fourier ini merupakan perluasan dari fungsi periodik dalam hal sinus dan cosinus atau eksponensial imajiner. Hal ini juga dapat membuat hubungan secara *orthogonality* dari sinus dan cosinus. [3] memperkenalkan deret Fourier dari sebuah fungsi yang dijelaskan pada persamaan:

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^K \left(a_k \cos \frac{2\pi k}{n} x + b_k \sin \frac{2\pi k}{n} x \right)$$

dimana $f(x)$ adalah fungsi periodik,

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

Dalam pengembangannya, deret Fourier dilanjutkan menjadi *Fast Fourier Transform* (FFT) yaitu menyediakan reduksi secara signifikan dalam komputasi waktu [6]. Dalam artikel [2] menerangkan aspek secara praktik dari implementasi FFT. *Output* dari proses FFT adalah deret dari garis frekuensi sama ruang dimana lebih dari setengah garis frekuensi menjadi data point. Ini dikarenakan FFT membangkitkan angka yang kompleks dan setiap garis mengandung dua buah informasi, menjadi amplitudo atau tahap, atau *real* dan data imajiner.

Masih dalam proses FFT pengambilan sampel pada sebuah interval waktu yang konsisten adalah penting untuk mencegah distorsi dan memberikan peringatan terhadap *aliasing* dan *leakage*. Selanjutnya, kecuali data adalah sampel pada tingkat yang paling kurang dua kali lebih cepat sebagai frekuensi maksimum dibawah observasi, yang tidak diinginkan salah pada frekuensi rendah atau *alias*, komponen akan terjadi. Hal ini dapat diatasi dengan menerapkan filter anti-aliasing untuk data pada satu setengah dari frekuensi sampling [2].

Kunci *smoothing* data dengan metode transformasi Fourier melibatkan memanipulasi spektrum varians sebelum menggunakan komputasi terbalik transformasi. Untuk banyak kasus seperti data agronomi, spektrum varians dapat dibagi menjadi dua bagian. Seperti dibahas oleh [7], data harus dimulai dan diakhiri dengan nol atau dekat nilai nol. Transformasi translokasi-rotasi dapat menyebabkan hasil yang salah jika data tidak akurat secara signifikan.

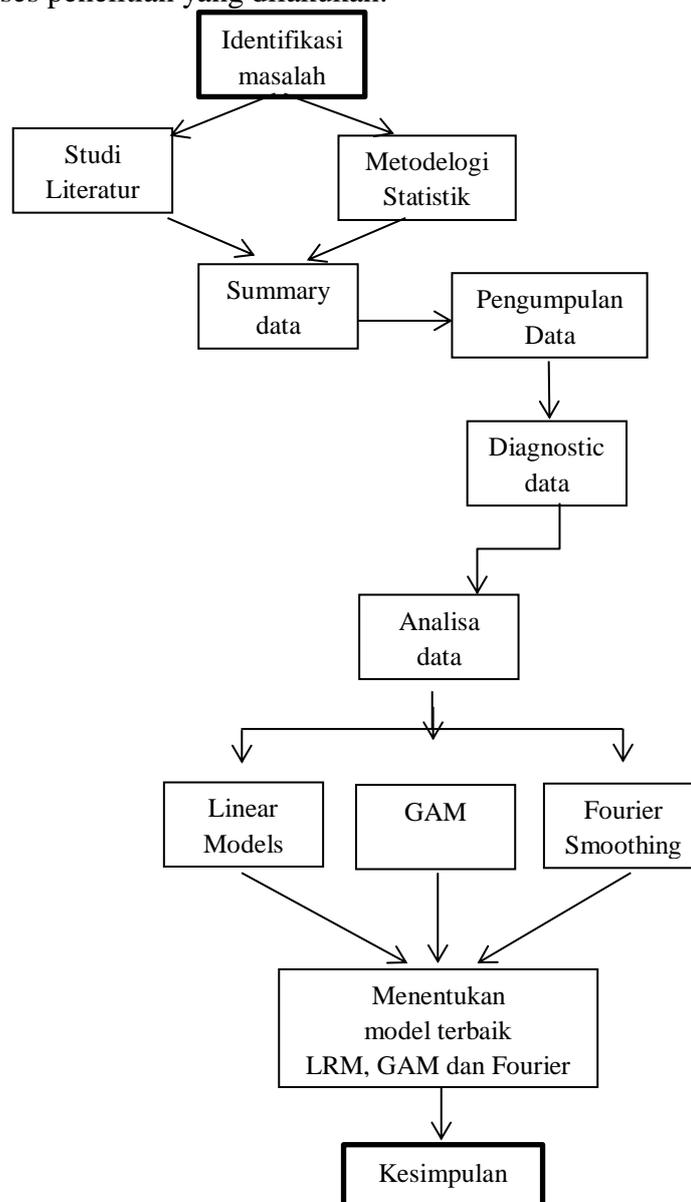
Transformasi Fourier teknik *smoothing* menggunakan satu parameter yang menggunakan frekuensi *cut-off*, yang harus ditentukan oleh pengguna. Metode *smoothing* memang mengandung unsur bebas, namun tidak untuk tingkat yang lebih besar dibandingkan dengan metode lainnya. Memang, kemampuan untuk menentukan frekuensi *cut-off* melalui Fourier transform *smoothing* cocok untuk interpretasi yang lebih jelas dari sifat filtering

(penyaringan) yang diperoleh melalui *smoothing*.

METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data *real-time*. Data SST merupakan data rekaman yang berasal dari buoys RAMA (Indian) yaitu pelampung yang ditambatkan di Samudera Hindia pada posisi 4°N 90°E , dengan kedalaman 1 m, dari periode antara 14 November 2006 sampai 31 Desember 2012. *Dataset* SST sendiri terdiri dari variabel respon SST ($^{\circ}\text{C}$) dan diberikan kovariat, yaitu suhu udara ($^{\circ}\text{C}$), kelembaban relatif (%) dan curah hujan (mm) selama periode November 2006 sampai Desember 2012. Data SST tersebut dianalisis menggunakan bantuan perangkat *R studio*. Metode yang digunakan adalah *Linear Regression Models* (LRM) dan *Generalized Additive Models* (GAM). Setelah itu dilakukan penghalusan data SST menggunakan basis Fourier Series.

Berikut *flowchart* proses penelitian yang dilakukan:



HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk memulai penelitian, langkah selanjutnya setelah mendapatkan data adalah dengan melihat nilai *summary* statistik. Hal ini bertujuan untuk mengetahui keadaan sebenarnya suatu data. Berikut tabel penjelasan *summary* statistik pada Tabel 1 dibawah ini:

Tabel 1 Summary Statistik Pada Data SST

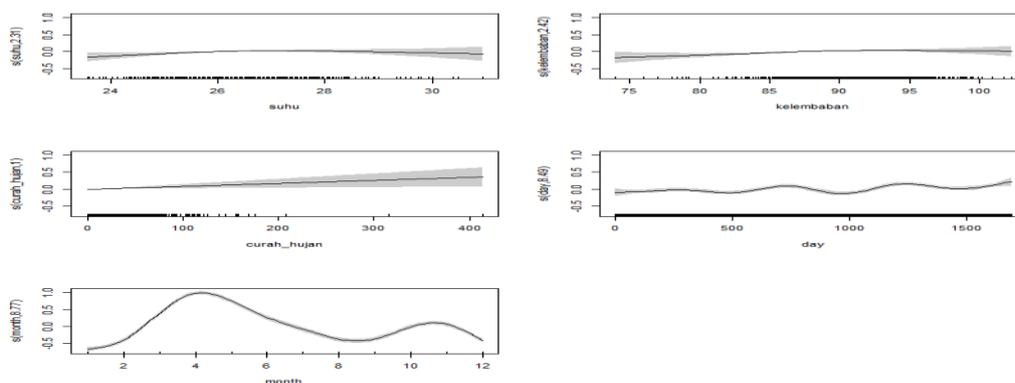
	SST	Suhu udara	Kelembaban	Curah Hujan
Minimum	27.41	23.57	73.00	00.00
Kuartal 1	28.48	25.87	86.00	00.00
Median	28.77	26.40	89.00	00.80
Mean	28.89	26.40	88.94	11.79
Kuartal 3	29.23	26.90	92.00	11.00
Maksimum	31.01	30.95	102.23	414.00

Summary statistik tersebut menunjukkan bahwa nilai minimum dari variabel SST sebesar 27.41°C sedangkan nilai maksimumnya sebesar 31.01°C . Variabel Suhu udara memiliki nilai minimum sebesar 23.57°C sedangkan nilai maksimumnya sebesar 30.95°C . Variabel Kelembaban memiliki nilai minimum sebesar 73% sedangkan nilai maksimumnya sebesar 102.23%. Variabel curah hujan memiliki nilai minimum sebesar 00.00 mm sedangkan nilai maksimumnya sebesar 414.00 mm.

Tabel 2 Nilai *R-squared* pada LM, GAM dan Fourier Pada Data SST

Model	Nilai <i>R-squared</i>
LRM	56.31%
GAM	67.86%
Fourier smooting	97.66%

Nilai *R-squared* biasa juga disebut sebagai Koefisien Determinasi. Dimana nilainya menunjukkan kemampuan model menjelaskan hubungan antara variabel independen dan variabel dependen. Semakin besar nilai *R-squared* maka semakin baik modelnya. Pada Tabel 2 menunjukkan bahwa metode Fourier *smoothing* memiliki nilai *R-squared* terbesar yakni sekitar 97.66%. Jadi metode Fourier *smoothing* merupakan model yang baik dibandingkan dengan LRM dan GAM.

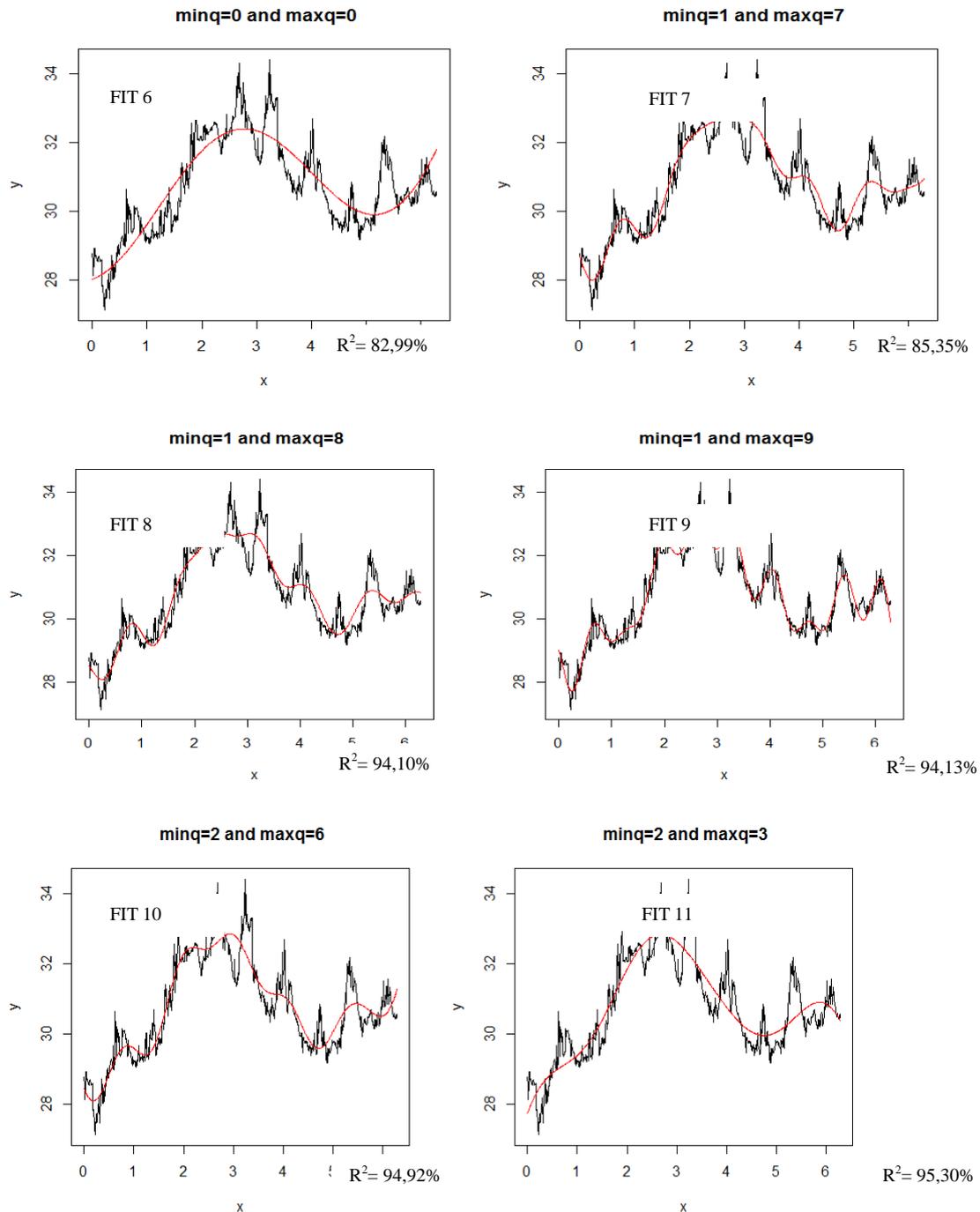


Gambar 2 Ilustrasi dari model GAM fitting dengan deviance explained 67.6% dan *R-squared* 67.86%

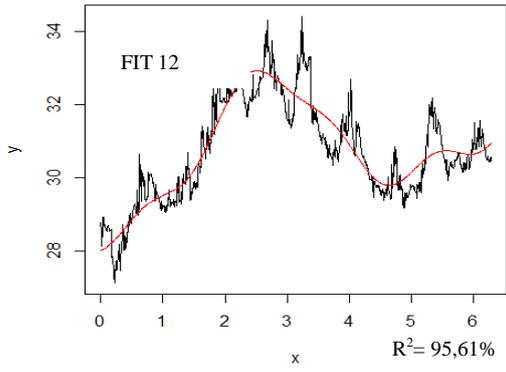
selanjutnya, kami menampilkan plot data dengan fungsi Fourier *smoothing* untuk melihat kesesuaian data dan model. Kami mencoba beberapa bobot parameter untuk mendapatkan

nilai *R-squared* optimum. Untuk menghindari memilih sebarang parameter *smoothing*, maka pemeriksaan bobot dilakukan secara satu-persatu.

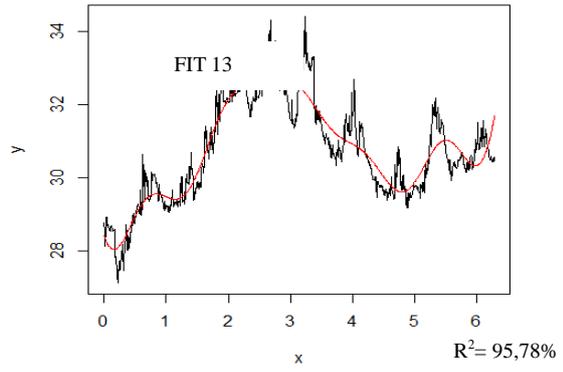
Berikut adalah penjabaran dari pemeriksaan bobot yang dilakukan untuk mendapatkan nilai *R-squared* optimum:



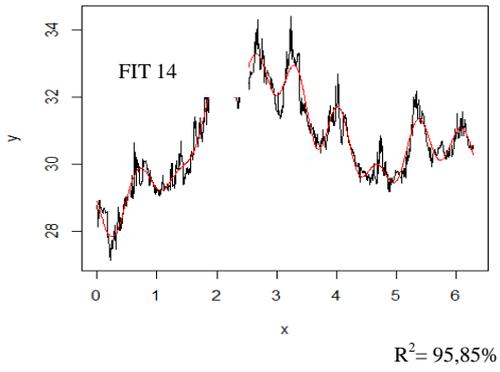
minq=2 and maxq=4



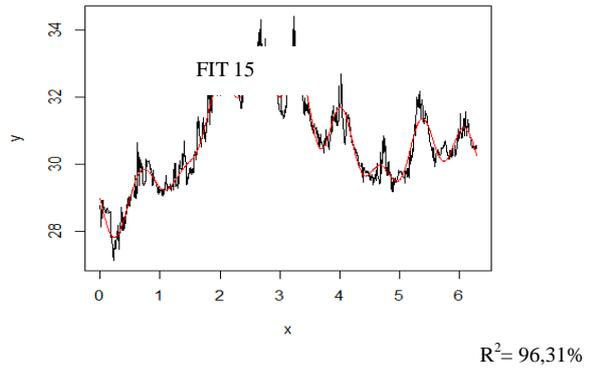
minq=3 and maxq=5



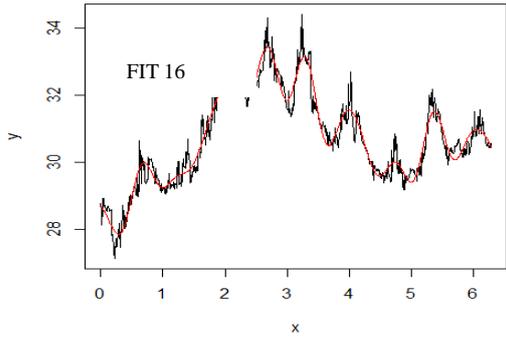
minq=3 and maxq=10



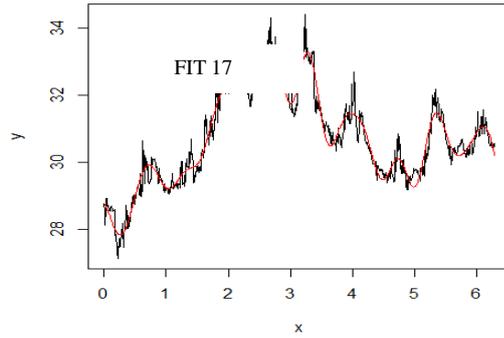
minq=3 and maxq=11



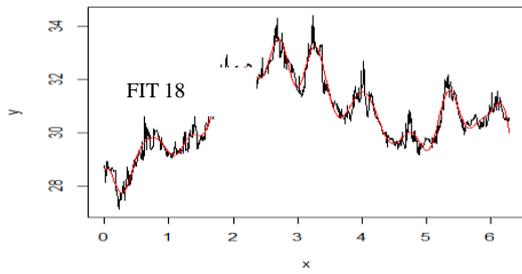
minq=4 and maxq=12



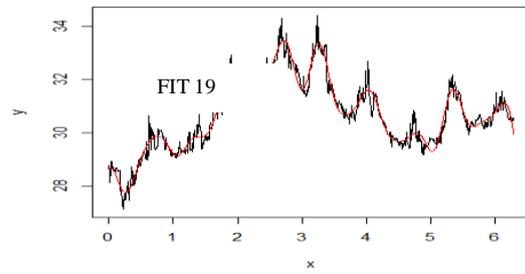
minq=4 and maxq=13

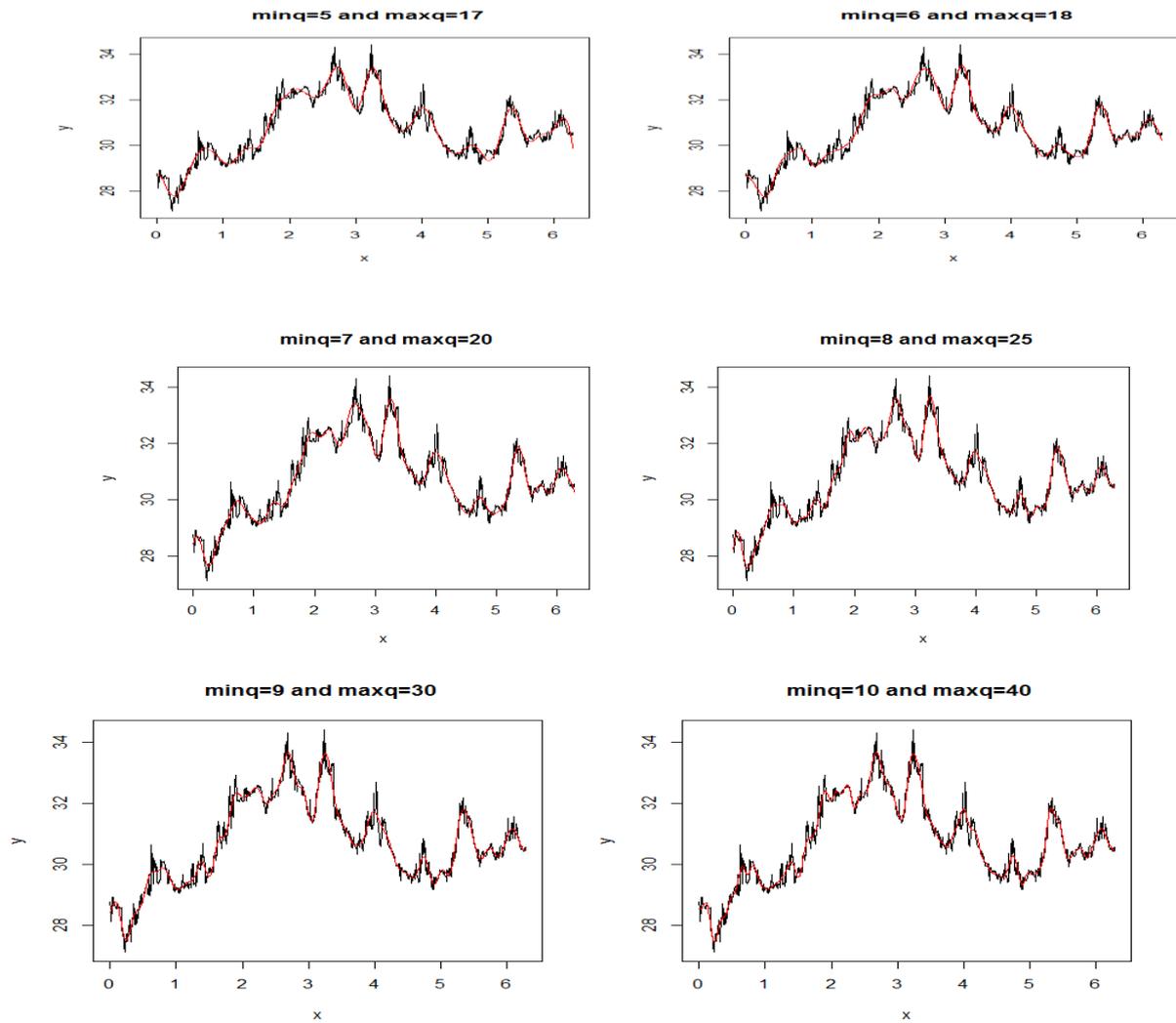


minq=4 and maxq=14 $R^2 = 96,73\%$



minq=5 and maxq=15 $R^2 = 97,32\%$

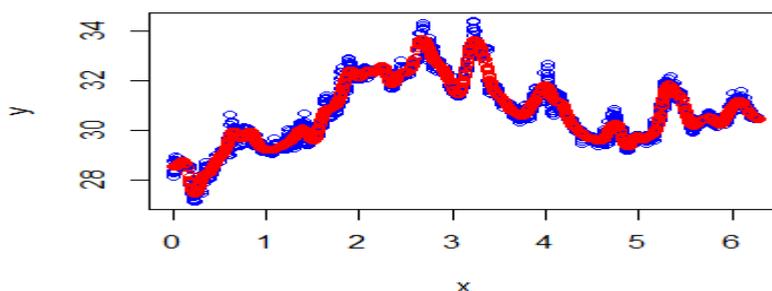




Gambar. 3 Ilustrasi model fitted base (warna biru) dan garis fourier expansion smoothing (warna merah) ketika diberi bobot $\text{minq}=10$ dan $\text{maxq}=40$ (fit 19) dengan nilai $R\text{-squared}$ 97.66%

Analisa dengan metode tersebut didapatkan hasil bahwa pemberian bobot pada Fourier *smoothing* menunjukkan kenaikan nilai $R\text{-squared}$ dari 75.47% (tanpa diberikan bobot) menjadi 97.66% (setelah diberikan bobot). Hal ini dapat dilihat pada Gambar 3 di bawah dimana hasil penghalusan (*smoothing*) Fourier lebih mulus dan mendekati dengan data aslinya

KESIMPULAN



Kesimpulan yang dapat dari penelitian ini ialah model Fourier *Smoothing* terbaik menunjukkan nilai $R\text{-squared}$ terbesar yakni 97.66% dari pada model LM dan GAM.

Metode GAM *fitting* dapat menaikkan nilai *R-squared* pada LM menjadi 67.86% yang sebelumnya didapat nilai *R-squared* adalah sebesar 56.31%. Penerapan Fourier *smoothing* menunjukkan kesesuaian pada model dengan SST yang dipengaruhi efek musiman dan tahunan.

DAFTAR PUSTAKA

- B. P. Kumar, J. Vialard, M. Lengaigne, V. S. N. Murty, M. J. McPhaden, M. F. Cronin, and K. G. Reddy, Evaluation of air-sea heat and momentum fluxes for the tropical oceans and introduction of tropflux, *CLIVAR exchanges*, vol. 58, pp. 1–9, 2012.
- Gonzalez, Ozzie, Pitfalls of signal analysis. *Mechanical Engineering* pp. 72–74, 1990. James S. Walker (1991). *Fourier Series*.
- McPhaden, M. J., and Coauthors, 1998: The Tropical Ocean Global Atmosphere (TOGA) Observing System: A Decade of Progress. *J. Geophys. Res.*, 103, 14 169-14 240.
- Miftahuddin, 2016. The Use Of Linear And Generalized Additive Models To Assess The Time Effects For Sea Surface Temperature, Dalam: Prosiding SEMIRATA Bidang MIPA 20116 BKS-PTN Barat, Palembang 22-24 Mei 2016, pp: 732-741
- Stremmer, F. G., *Introduction to Communications Systems: Third Edition*, Addison-Wesley, USA, 1990.
- John W. Hayes, Donald E. Glover, Donald E. Smith. (1973), Digital smoothing of electroanalytical data based on the Fourier Transformation: *Anal. Chem.*, 1973, 45 (2), pp 277–284.
- Tolstov, G.P., Silverman, R.A (2014). *A text book on Fourier series*.
- Reynolds, R. W., Rayner, N.A., Smith, T. M., Stokes, D. C., & Wang, W. (2002). An Improved In Situ And Satellite SST Analysis For Climate. *Journal of Climate*, 15(13), 1609-1625.

PENERAPAN ALGORITMA DYNAMIC PROGRAMMING PADA PERMASALAHAN KNAPSACK 0-1

Irmeilyana, Putra Bahtera Jaya Bangun, Dian Pratamawati, Winda Herfia Septiani

Fakultas MIPA, Universitas Sriwijaya

email: imel_unsri@yahoo.co.id

ABSTRACT

Knapsack problem is a optimization problem in the process of selection of goods loaded in container with maximum capacity restrictions that can be accommodated in a knapsack. The selected goods may not exceed the capacity of the knapsack, but they can maximize the total profit. In this research, the knapsack problem is solved by Dynamic Programming algorithm with forward recursive and backward recursive calculations. The algorithm is applied to the transport of agricultural goods by using a truck at UD. Subur Tani haul trucks with a maximum capacity of 6,000 kg. Optimal gains obtained by Dynamic Programming algorithm with forward recursive calculation is Rp 118,096,500 with a total by weight of goods transported is 5,981 kg. It is 99.683% of truck capacity. While the optimal profit gained by using Dynamic Programming algorithm with backward recursive equation is Rp 86,246,500 with a total weight of goods transported is 5,881 kg. It is 98.017% of truck capacity.

Keywords: *Knapsack, Maximum Capacity, Maximum Profit, Dynamic Programming, Recursive Equation.*

PENDAHULUAN

Masalah *knapsack* 0-1 merupakan salah satu contoh program *integer* [1]. Permasalahan *knapsack* terbagi menjadi tiga, yaitu *integer knapsack*, *bounded knapsack*, dan *unbounded knapsack*.

Setiap perusahaan pasti menginginkan keuntungan yang sebanyak-banyaknya dengan mengefisiensikan sumber daya yang dimiliki terhadap batasan-batasan yang ada. Salah satu contoh dalam kehidupan sehari-hari adalah permasalahan pada saat seseorang memilih objek dari sekumpulan objek yang masing-masing memiliki bobot/berat, volume, dan nilai untuk dimuat ke dalam sebuah media penyimpanan tanpa melebihi kapasitasnya sehingga diperoleh keuntungan yang maksimal dari pemilihan objek-objek. Permasalahan seperti ini merupakan permasalahan *knapsack*. Keterbatasan manusia dalam menyelesaikan masalah *knapsack* tanpa menggunakan alat bantu merupakan salah satu kendala dalam pencarian solusi yang optimal. Efisiensi waktu juga sering menjadi pertimbangan, maka dibutuhkan suatu metode sekaligus program aplikasi penerapan metode tersebut yang dapat membantu menyelesaikan masalah *knapsack*.

Terdapat beberapa strategi algoritma yang mempunyai karakteristik berbeda yang menghasilkan solusi optimal dalam menyelesaikan permasalahan *knapsack* diantaranya algoritma *Greedy*, algoritma *Dynamic Programming*, metode *Branch and Bound*, algoritma *Brute Force*, dan algoritma *Genetika*. Penelitian mengenai penyelesaian kasus *knapsack* 0-1 menggunakan algoritma *Dynamic Programming* rekursif maju telah dilakukan sebelumnya oleh [2], diterapkan pada komposisi makanan pasien rawat inap. Komposisi makanan mempunyai batasan minimal kalori yang diperbolehkan bagi pasien dan total nilai kolestrol

paling minimal. Hasil optimal yang diperoleh memudahkan untuk mengetahui alternatif kombinasi makanan tersebut. Penyelesaian masalah *knapsack* 0-1 pada [3] dengan algoritma *Dynamic Programming* menghasilkan solusi yang lebih optimal dibandingkan dengan menggunakan algoritma *Brute Force*, algoritma genetika, dan algoritma *Greedy*.

Dynamic Programming digunakan untuk mengoptimalkan proses pengambilan keputusan secara bertahap, perhitungan di tahap yang berbeda dihubungkan melalui perhitungan rekursif. Proses perhitungan dilakukan secara satu per satu dan menyeluruh di setiap tahap dengan memperhatikan kondisi kapasitas maksimal *knapsack*. Keputusan yang didapat pada setiap tahap digunakan untuk perhitungan selanjutnya guna mendapatkan solusi optimal yang mungkin bagi seluruh masalah.

[4] membahas tentang penyelesaian *knapsack* 0-1 dengan menggunakan algoritma *Greedy* dan metode *Branch and Bound*. Keuntungan maksimal yang didapat dengan menggunakan perhitungan algoritma *Greedy by Density* dibanding algoritma *Greedy by Weight* dan *Greedy by Density* tetapi keuntungan yang lebih optimal diperoleh dengan menggunakan metode *Branch and Bound* dengan total barang yang diangkut lebih besar.

Tujuan penelitian ini adalah mendapatkan solusi optimal pada masalah *knapsack* 0-1 dengan menggunakan algoritma *Dynamic Programming*. Selanjutnya, solusi optimal yang diperoleh dibandingkan dengan solusi optimal dari algoritma *Greedy* dan metode *Branch and Bound* hasil penelitian [4].

KAJIAN LITERATUR

Persoalan *Knapsack* 0-1 pada wadah terbuka ditulis sebagai berikut [1]:

Maksimum :

$$Z = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (1)$$

dengan kendala:

$$\sum_{i=1}^n w_i x_i \leq M \quad (2)$$

Keterangan:

$i = 1, 2, 3, \dots, n$,

z = keuntungan total,

n = banyaknya jenis objek,

p_i = keuntungan per satuan objek ke- i ,

w_i = berat objek ke- i , dan

M = kapasitas maksimal *knapsack*.

$$x_i = \begin{cases} 0, & \text{jika objek } - i \text{ tidak dimasukkan} \\ 1, & \text{jika objek } - i \text{ dimasukkan} \end{cases}$$

Pendekatan *Dynamic Programming* Secara Rekursif [5]

(i). Perhitungan Rekursif Maju

Model untuk rekursif maju:

$$f_1 \rightarrow f_2 \rightarrow f_3 \rightarrow \dots \rightarrow f_n$$

Keterangan:

f_n = keputusan dari tahap perhitungan, dan

n = jumlah objek yang dinotasikan dengan i .

Persamaan (1) dan Persamaan (2) digunakan untuk menyelesaikan perhitungan Dynamic Programming, dengan menetapkan $f_i(y)$ sebagai keuntungan maksimal yang dapat diperoleh dari keadaan $i, i+1, \dots, n$. Jika y satuan dari sumber yang akan dialokasikan ke keadaan $i, i+1, \dots, n$ maka dapat dituliskan secara umum formulasi Dynamic Programming rekursif maju yaitu:

$$f_i(y) = \text{maks} \{f_{i-1}(y), f_{i-1}(y - w_i) + p_i\} \quad (3)$$

Keterangan:

$$i = 1, 2, 3, \dots, n,$$

f_i = nilai optimal dari permasalahan yang diselesaikan pada tahap i ,

y = kapasitas knapsack pada tahap i ,

$f_i(y)$ = nilai optimal dari permasalahan knapsack 0-1 yang diselesaikan pada tahap i dengan kapasitas knapsack sebesar y .

$$\text{Jika } f_{i-1}(y - w_i) + p_i > f_{i-1}(y) \quad (4)$$

maka objek pada tahap- i dimasukkan ke dalam knapsack, dan sebaliknya untuk

$$f_{i-1}(y - w_i) + p_i < f_{i-1}(y) \quad (5)$$

maka objek pada tahap- i tidak dimasukkan ke dalam knapsack.

(ii) Perhitungan Rekursif Mundur

Model untuk rekursif mundur:

$$f_n, f_{n-1}, f_{n-2}, \dots, f_1$$

$$f_i(y) = \text{maks} \{f_{i+1}(y), f_{i+1}(y - w_i) + p_i\} \quad (6)$$

dengan $i = n, n - 1, n - 2, n - 3, \dots, 1$

$$\text{Jika } f_{i+1}(y - w_i) + p_i > f_{i+1}(y) \quad (7)$$

maka objek pada tahap- i dimasukkan ke dalam knapsack, dan sebaliknya untuk:

$$f_{i+1}(y - w_i) + p_i < f_{i+1}(y) \quad (8)$$

maka objek pada tahap- i tidak dimasukkan ke dalam knapsack.

Untuk $y < 0$, maka $f_i(y)$ dinotasikan:

$$f_i(y) = -\infty \quad (9)$$

$f_0(y) = 0$, jika nilai dari persoalan knapsack kosong (tidak ada persoalan knapsack) dengan kapasitas y .

$f_i(y) = -\infty$, jika nilai dari persoalan knapsack untuk kapasitas negatif.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data sekunder pada penelitian [4] yang diperoleh dari UD. Subur Tani Makmur pada bongkar muat pupuk dan kebutuhan pertanian. Adapun langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut :

- a. Merumuskan model masalah *knapsack* yang diperoleh [4] ke dalam persamaan *Dynamic Programming* untuk setiap penyelesaian tahap dengan perhitungan rekursif maju yang ditulis pada Persamaan (3) dan perhitungan rekursif mundur pada Persamaan (6).
- b. Menghitung solusi optimal masalah *knapsack* 0-1 di UD. Subur Tani Makmur berdasarkan algoritma *Dynamic Programming* dengan menggunakan pendekatan rekursif maju pada Persamaan (3).
 - 1) Untuk perhitungan pertama belum ada produk atau barang yang akan dimasukkan ke dalam *knapsack*, sehingga $f_0(y) = 0$.
 - 2) Melakukan perhitungan untuk tahap selanjutnya hingga ke- n data dengan menggunakan hasil dari solusi optimal sebelumnya.

- 3) Mencari nilai keuntungan tiap barang pada tahap ke- i dengan kapasitas berat barang ke- y dengan menyelesaikan semua perhitungan untuk kapasitas maksimal barang (M). Jika nilai keuntungan diperoleh pada kapasitas y bernilai negatif maka solusi yang diperoleh sesuai dengan Persamaan (9).
 - 4) Bandingkan nilai keuntungan yang didapat sekarang dengan hasil yang diperoleh sebelumnya pada tahap ke- i dengan menggunakan Persamaan (4) dan Persamaan (5).
 - 5) Analisis keuntungan yang didapat untuk setiap tahap perhitungan sehingga didapat keuntungan maksimal untuk tahap ke-1, 2, 3, ..., n .
 - 6) Definisikan tiap barang (x_i) yang akan dimasukkan ke dalam knapsack yaitu 1 dan yang tidak dimasukkan ke dalam *knapsack* adalah 0 dengan menganalisis tiap keuntungan yang didapat dengan kapasitas berat barang sebesar y selama proses perhitungan.
- c. Menghitung solusi optimal dengan menggunakan pendekatan rekursif mundur Persamaan (6).
- 1) Perhitungan tahap ke-1 dimulai dari data ke-19 hingga data ke-1, sehingga $f_{20}(y) = 0$.
 - 2) Mencari nilai keuntungan tiap barang pada tahap ke- i dengan kapasitas berat barang ke- y dengan menyelesaikan semua perhitungan untuk kapasitas maksimal barang (M). Jika nilai keuntungan diperoleh pada kapasitas y bernilai negatif maka solusi yang diperoleh sesuai dengan Persamaan (9).
 - 3) Bandingkan nilai keuntungan yang didapat sekarang dengan hasil yang diperoleh sebelumnya pada tahap ke- i dengan menggunakan Persamaan (7) dan Persamaan (8).
 - 4) Lakukan perhitungan untuk tahap selanjutnya hingga data ke-1 dengan menggunakan hasil keuntungan optimal yang diperoleh sebelumnya dan digunakan untuk perhitungan guna memperoleh keuntungan selanjutnya.
 - 5) Analisis keuntungan yang didapat untuk setiap tahap perhitungan sehingga didapat keuntungan maksimal untuk tahap ke- $n-1$, $n-2$, ..., 1.
 - 6) Definisikan tiap barang (x_i) yang akan dimasukkan ke dalam knapsack yaitu 1 dan yang tidak dimasukkan ke dalam knapsack adalah 0 dengan menganalisis tiap keuntungan yang didapat dengan kapasitas berat barang sebesar y selama proses perhitungan.
- d. Analisis barang yang dapat dimasukkan ke dalam *knapsack* pada Langkah 3.6 dan Langkah 4.6.
- e. Menghitung keuntungan maksimal dengan menggunakan bantuan *software Java Netbeans* untuk mengetahui keuntungan maksimal yang didapat.
- f. Membandingkan solusi optimal yang diperoleh dari algoritma *Dynamic Programming* dengan perhitungan rekursif maju dan perhitungan rekursif mundur dengan hasil penelitian [4].

HASIL DAN PEMBAHASAN

Deskripsi Data

Perusahaan UD. Subur Tani mempunyai permasalahan untuk mengangkut barang berupa pupuk dan kebutuhan pertanian sebanyak 19 item barang yang diangkut dengan sebuah truk dengan kapasitas maksimum sebesar 6.000 kg. Dalam hal ini item barang diurutkan dari item yang mempunyai keuntungan yang tertinggi, seperti pada Tabel 1.

Tabel 1. Data Jenis Barang, Berat, dan Keuntungan Total

i	Variabel	Berat (w_i)	Keuntungan (p_i)
1	x_1	1000	35.000.000
2	x_2	750	22.500.000
3	x_3	750	18.750.000
4	x_4	375	9.375.000
5	x_5	750	11.250.000
6	x_6	100	1.500.000
7	x_7	750	9.375.000
8	x_8	150	1.500.000
9	x_9	200	2.000.000
10	x_{10}	100	1.000.000
11	x_{11}	500	3.500.000
12	x_{12}	100	500.000
13	x_{13}	150	637.500
14	x_{14}	300	1.200.000
15	x_{15}	400	1.600.000
16	x_{16}	200	800.000
17	x_{17}	150	450.000
18	x_{18}	150	300.000
19	x_{19}	6	9.000

Keterangan:

Nama barang : x_1 = pupuk NPK basf, x_2 = pupuk borax, x_3 = KCI merauke, x_4 = plastik mulsa 25 kg, x_5 = pupuk yaramila mutiara, x_6 = plastik mulsa 10 kg, x_7 = pupuk merauke TSP 46, x_8 = antracol 70 WP, x_9 = amcozep, x_{10} = dithome M-45, x_{11} = ferterra 0,4 gr, x_{12} = kresnakum, x_{13} = furadan 3 gr kecil, x_{14} = polybag 30x35 cm, x_{15} = primodon 2 kg, x_{16} = furadan 3 gr besar, x_{17} = mineral feed, x_{18} = sidafur, x_{19} = top mix (pakan ayam).

Penerapan Algoritma *Dynamic Programming* pada Permasalahan *Knapsack 0-1*

Diketahui terdapat 19 jenis barang ($n = 19$) yang dinotasikan dengan $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{19})$. Berat barang i dinotasikan dengan w_i yaitu $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_{19}) = (1.000, 750, 750, \dots, 6)$. Kapasitas angkut dinotasikan dengan $M = 6.000$. Tujuan dari penggunaan *Dynamic Programming* yaitu mencari total keuntungan yang maksimal dari pengangkutan barang.

**Algoritma *Dynamic Programming* Perhitungan Rekursif Maju
Tahap ke-1:**

Keuntungan maksimal yang diperoleh untuk $i = 0$ adalah $f_0(y) = 0$.

Berdasarkan Tabel 1, berat barang 1 (w_1) sebesar 1.000 kg dan keuntungannya (p_1) sebesar Rp 35.000.000, dengan menggunakan Persamaan (3) maka

$$f_1(y) = \max \{f_0(y), f_0(y - w_1) + p_1\}$$

$$f_1(y) = \max \{f_0(y), f_0(y - 1.000) + 35.000.000 \}$$

Hasil dari perhitungan barang ke-1 dapat dilihat pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Hasil Perhitungan *Dynamic Programming* pada Tahap ke-1

y	$f_0(y)$	$f_0(y - 1000) + 35.000.000$	$f_1(y)$
0	0	$-\infty$	0
1	0	$-\infty$	0
2	0	$-\infty$	0
M	M	M	M
999	0	$-\infty$	0
1.000	0	35.000.000	35.000.000
1.001	0	35.000.000	35.000.000
M	M	M	M
6.000	0	35.000.000	35.000.000

Keterangan: $f_i(y) = -\infty$; untuk $y < 0$ (nilai dari persoalan *knapsack* untuk kapasitas negatif).

Diperoleh hasil untuk mengetahui keuntungan maksimal sebesar :

$$f_1(y) = \max \{f_0(y), f_0(y - 1.000) + 35.000.000 \}$$

$$f_1(y) = \max \{0, 35.000.000 \} = 35.000.000$$

Keuntungan maksimal untuk perhitungan pada tahap ke-1 sebesar Rp 35.000.000. Dari hasil keuntungan maksimal yang didapat, barang yang akan diangkut ke dalam truk yaitu x_1 (bernilai 1). Sedangkan untuk x_2, x_3, \dots, x_{19} bernilai 0 artinya barang tidak diangkut ke dalam truk. Solusi optimal berdasarkan perhitungan algoritma *Dynamic Programming* pada tahap ke-1 adalah:

$$x = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

Tahap ke-2:

Diketahui pada data jenis barang ke-2 pada Tabel 1 memiliki berat barang (w_i) sebesar 750 kg dan keuntungan barang (p_i) sebesar Rp 22.500.000, dengan menggunakan Persamaan (3),

$$f_2(y) = \max \{f_1(y), f_1(y - 750) + 22.500.000 \}$$

Perhitungan untuk penyelesaian barang ke-2 dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil Perhitungan *Dynamic Programming* pada Tahap ke-2

y	$f_1(y)$	$f_1(y - 750) + 22.500.000$	$f_2(y)$
0	0	$-\infty$	0
1	0	$-\infty$	0
2	0	$-\infty$	0
M	M	M	M
749	0	$-\infty$	0
750	0	22.500.000	22.500.000
M	M	M	M
1.000	35.000.000	22.500.000	22.500.000
M	M	M	M
1.749	35.000.000	22.500.000	35.000.000
1.750	35.000.000	57.500.000	57.500.000
1.751	35.000.000	57.500.000	57.500.000
M	M	M	M
6.000	35.000.000	57.500.000	57.500.000

Diperoleh hasil untuk mengetahui keuntungan maksimal sebesar :

$$f_2(y) = \text{maks} \{35.000.000, 57.500.000\}$$

$$= 57.500.000$$

Solusi optimal pada tahap ke-2 adalah:

$$x = (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

Dengan cara yang sama dilakukan juga sampai tahap ke-19, sehingga diperoleh

Tabel 4.

Tabel 4. Rekapitulasi Solusi Optimal dari Perhitungan Rekursif Maju

Tahap	Barang yang Diangkut	Keuntungan Maksimal
6	x_1, x_2, \dots, x_6	98.375.000
7	x_1, x_2, \dots, x_7	107.750.000
8	x_1, x_2, \dots, x_8	109.250.000
9	x_1, x_2, \dots, x_9	111.250.000
10	x_1, x_2, \dots, x_{10}	112.250.000
11	x_1, x_2, \dots, x_{11}	115.750.000
12	x_1, x_2, \dots, x_{12}	116.250.000
13	x_1, x_2, \dots, x_{13}	116.887.000
14	x_1, x_2, \dots, x_{14}	118.087.500
15	x_1, x_2, \dots, x_{14}	118.087.500

16	x_1, x_2, \dots, x_{14}	118.087.500
17	x_1, x_2, \dots, x_{14}	118.087.500
18	x_1, x_2, \dots, x_{14}	118.087.500

Keterangan: Barang-barang (item) yang diangkut bernilai 1.

Keuntungan (dalam Rp)

Berdasarkan Tabel 4, keuntungan maksimal dari hasil perhitungan penyelesaian tahap ke-6 sampai pada tahap ke-14 terjadi peningkatan dengan jumlah berat barang maksimal yang dapat diangkut pada tahap ke-14 yaitu 5.975 kg. Pada tahap ke-15 sampai tahap ke-18 keuntungan maksimal yang didapat sama dengan keuntungan maksimal yang didapat pada tahap ke-14 karena berat barang yang diangkut melebihi kapasitas maksimal angkut truk.

Penyelesaian untuk tahap ke-19 sebagai berikut:

Tahap ke-19

Diketahui pada data jenis barang ke-19 pada Tabel 1 memiliki berat barang (w_i) sebesar 6 kg dan keuntungan barang (p_i) sebesar Rp 9.000, dengan menggunakan Persamaan (3) maka $f_{19}(y) = \max\{f_{18}(y), f_{18}(y - 6) + 9.000\}$

Perhitungan untuk penyelesaian barang ke-19 dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil Perhitungan *Dynamic Programming* pada Tahap ke-19

y	$f_{18}(y)$	$f_{18}(y - 6) + 9.000$	$f_{19}(y)$
0	0	$-\infty$	0
1	0	$-\infty$	0
2	0	$-\infty$	0
M	M	M	M
250	3.000.000	9000	3.000.000
M	M	M	M
1.176	36.500.000	45.500.000	45.500.000
M	M	M	M
1.800	57.500.000	66.500.000	66.500.000
M	M	M	M
2.050	60.500.000	60.509.000	60.509.000
M	M	M	M
2.125	66.875.000	70.500.000	70.500.000
M	M	M	M
2.500	76.250.000	70.884.000	76.250.000
M	M	M	M
2.874	80.250.000	80.259.000	80.259.000
2.875	85.625.000	80.259.000	85.625.000
M	M	M	M
3.625	96.875.000	92.271.500	96.875.000
M	M	M	M
4.375	106.250.000	103.521.500	103.521.500

M	M	M	M
5.974	117.850.000	117.859.000	117.859.000
5.975	118.087.500	117.859.000	118.087.500
M	M	M	M
6.000	118.087.500	118.096.500	118.096.500

Perhitungan Rekursif Mundur

Perhitungan dengan rekursif mundur dimulai dari data terakhir yaitu data ke-19 sampai pada data ke-1 dengan $n, n-1, n-2, n-3, \dots, 1$. Dengan cara yang analog dengan perhitungan rekursif maju, maka didapat:

Tahap ke-1:

Untuk $i = 20$, keuntungan maksimal yang diperoleh adalah $f_{20}(y) = 0$

Berdasarkan Tabel 1, diketahui jenis barang ke-19 memiliki berat barang sebesar 6 kg dan keuntungan sebesar Rp 9.000, dengan menggunakan Persamaan (6)

Untuk $i = 19$, maka

$$f_{19}(y) = \text{maks} \{f_{20}(y), f_{20}(y - 6) + 9.000\}$$

Hasil dari perhitungan barang ke-19 dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Hasil Perhitungan *Dynamic Programming* pada Tahap ke-1

y	$f_{20}(y)$	$f_{20}(y - 6) + 9.000$	$f_{19}(y)$
0	0	$-\infty$	0
1	0	$-\infty$	0
2	0	$-\infty$	0
⋮	⋮	⋮	⋮
6	0	9.000	9.000
7	0	9.000	9.000
8	0	9.000	9.000
⋮	⋮	⋮	⋮
6.000	0	9.000	9.000

Keuntungan maksimal yang didapat pada perhitungan tahap ke-1 sebesar Rp 9.000, dengan solusi optimal $\mathbf{x} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$.

Selanjutnya, dengan cara yang sama diperoleh rekapitulasi seperti pada Tabel 7.

Tabel 7. Rekapitulasi Solusi Optimal dari Perhitungan Rekursif Mundur

Tahap	Barang yang Diangkut	Keuntungan Maksimal
6	$x_{14}, x_{15}, \dots, x_{19}$	4.359.000
7	$x_{13}, x_{14}, \dots, x_{19}$	4.996.500
8	$x_{12}, x_{13}, \dots, x_{19}$	5.496.500
9	$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{19}$	8.996.500
10	$x_{10}, x_{11}, \dots, x_{19}$	9.996.500
11	$x_{19}, x_{10}, \dots, x_{19}$	11.996.500

12	x_8, x_9, \dots, x_{19}	13.496.000
13	x_7, x_8, \dots, x_{19}	22.871.500
14	x_6, x_7, \dots, x_{19}	24.371.500
15	x_5, x_6, \dots, x_{19}	35.621.500
16	x_4, x_5, \dots, x_{19}	44.996.500
17	x_3, x_4, \dots, x_{19}	63.476.500
18	x_2, x_3, \dots, x_{19}	82.246.500

Keterangan: Barang-barang (item) yang diangkut bernilai 1.

Berdasarkan Tabel 7, terjadi peningkatan keuntungan maksimal dari perhitungan tahap ke-6 sampai pada tahap ke-18 dengan jumlah berat barang yang diangkut yaitu 5.881 kg. Pada perhitungan tahap ke-19 tidak terjadi peningkatan keuntungan maksimal karena berat barang melebihi kapasitas angkut truk sehingga barang ke-19 tidak dimasukkan. Keuntungan maksimal yang didapat dalam penyelesaian kasus muat barang menggunakan algoritma *Dynamic programming* perhitungan rekursif mundur sebesar Rp 86.246.500.

Perbandingan Hasil Algoritma *Dynamic Programming* dengan Algoritma *Greedy* dan Metode *Branch and Bound*

Perbandingan hasil [4] dengan hasil perhitungan menggunakan *Dynamic Programming* dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 8.
Perbandingan Hasil Perhitungan *Knapsack* 0-1

	Septiani (2014)			Algoritma <i>Dynamic Programming</i>		
	Algoritma Greedy			Metode <i>B & B</i>	Rekursif Maju	Rekursif Mundur
	by <i>Weight</i>	by <i>Profit</i>	by <i>Density</i>			
A	86,2465	116,35	118,0875	118,0965	118,0965	86,2465
B	x_1	$x_{10}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}$	$x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}$	$x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{18}$	$x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{18}$	x_1
C	5.881	5.725	5.975	5.981	5.981	5.881
D	98,017	95,417	99,583	99,683	99,683	98,017

Keterangan:

A = euntungan Maksimal,

B = Barang yang Tidak Diangkut,

C = Jumlah Bobot Barang yang Diangkut (dalam kg),

D = Persentase Barang yang Diangkut

B & B = Branch and Bound

Persentase barang yang diangkut adalah persentase muatan yang didasarkan kapasitas truk (6.000 kg). Keuntungan dalam juta rupiah.

Berdasarkan Tabel 8, diketahui keuntungan maksimal untuk masalah pengangkutan barang di UD. Subur Tani adalah sama antara hasil yang diperoleh dari perhitungan menggunakan metode *Branch and Bound* dan algoritma *Dynamic Programming* rekursif maju yaitu Rp 118.096.500. *Dynamic Programming* perhitungan rekursif mundur dan algoritma *Greedy by Weight* menghasilkan solusi keuntungan, jenis barang yang tidak terangkut, dan persentase barang yang terangkut yang sama. Solusi keuntungan kedua metode ini paling kecil dibanding solusi dari metode atau algoritma yang lain. Jumlah dan Jenis barang yang tidak diangkut dan jumlah bobot barang yang diangkut dari hasil algoritma *Dynamic Programming* perhitungan rekursif maju dan metode *Branch and Bound* adalah sama.

Dengan demikian, metode *Branch and Bound* dan algoritma *Dynamic Programming* perhitungan rekursif maju menghasilkan solusi keuntungan yang paling maksimal dibanding algoritma *Greedy* (baik *by Weight*, *by Profit* dan *by Density*) dan algoritma *Dynamic Programming* perhitungan rekursif mundur.

KESIMPULAN

Kesimpulan dari penelitian ini adalah:

- a. Keuntungan di UD. Subur Tani Makmur berdasarkan algoritma *Dynamic Programming* perhitungan rekursif maju yaitu sebesar Rp 118.096.500 dengan total berat barang yang diangkut adalah 5.981 kg sehingga memenuhi 99,683 % dari kapasitas truk.
- b. Keuntungan berdasarkan algoritma *Dynamic Programming* perhitungan rekursif mundur yaitu sebesar Rp 86.246.500 dengan total berat barang yang diangkut adalah 5.881 kg sehingga memenuhi 98,017 % dari kapasitas truk.
- c. Penggunaan algoritma *Dynamic Programming* perhitungan rekursif maju menghasilkan solusi keuntungan yang sama dengan metode *Branch and Bound* dan merupakan solusi paling maksimal dibanding algoritma *Greedy*.
- d. Algoritma *Dynamic Programming* perhitungan rekursif mundur dan algoritma *Greedy by Weight* menghasilkan solusi keuntungan yang sama dan merupakan solusi yang paling minimal.

DAFTAR PUSTAKA

- Martello, S & P. Toth. 1990. *Knapsack Problem*. John Wiley & Sons, Singapore.
- Rahajoe, A & Afrizal, A. 2013. Pendekatan Maju (Forward) *Dynamic Programming* untuk Permasalahan *MinMax Knapsack 0-1*. *Prosiding Seminar Teknik Elektro dan Pendidikan Teknik Elektro*. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya.
- Passa, F. 2009. Permasalahan Optimasi *Knapsack* dan Perbandingan Beberapa Algoritma Pemecahannya. *Makalah IF2091 Struktur Diskrit*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.
- Septiani, W.H. 2014. Implementasi Algoritma *Greedy* dan Metode *Branch and Bound* dalam Persoalan *Knapsack 0-1* di UD. Subur Tani Makmur. *Skripsi*. Indralaya: Universitas Sriwijaya.
- Horowitz. E, Sahni. S & Rajasekaran. S. 1988. *Computer Algorithms*. New York: Computer Science Press.

KETERKAITAN KETAKSAMAAN NILAI SINGULAR PADA PEMETAAN LINIER

Rolan Pane, Asli Sirait, Aziskhan

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau
email: rolan.pane@gmail.com

ABSTRAK

Suatu matriks kompleks M_n berukuran $n \times n$ pada pemetaan linier $\Phi : X \rightarrow X + (\text{tr } X)I$ pada M_n . Diduga jika $\begin{bmatrix} A & X \\ x^* & B \end{bmatrix}$ semi definit positif untuk $A, X, B \in M_n$ maka $2s_j(\Phi(X)) \leq s_j(\Phi(A+B)), j = 1, \dots, n$ dan $s_j(\cdot)$ merupakan rataan dari nilai singular terbesar ke j .

Key words : ketaksamaan nilai singular, blok matriks, pemetaan linier.

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang banyak sekali manfaatnya, diantaranya sebagai ilmu bantu yang sangat penting dan berguna dalam kehidupan sehari-hari yang menunjang perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Matematika merupakan sarana berpikir untuk menumbuhkan kembangkan pola pikir logis, sistematis, obyektif, kritis, dan rasional. Oleh sebab itu, matematika harus mampu menjadi sarana untuk meningkatkan daya nalar dan dapat meningkatkan kemampuan memecahkan masalah dengan mengaplikasikan matematika dalam kehidupan sehari-hari. Matematika juga digunakan untuk memecahkan masalah teori matematika itu sendiri. Salah satu permasalahan yang muncul adalah berbentuk matriks.

Teori matriks merupakan salah satu bagian dari aljabar linier yang secara luas digunakan dalam berbagai bidang seperti matematika terapan, komputer sains, ekonomi, teknik mesin, riset operasi, statistik, dan lain-lain. Selain itu, teori matriks memiliki andil besar dalam kombinatorik, teori graf, dan berbagai disiplin ilmu matematika lainnya. Dengan ini, tidaklah berlebihan jika teori matriks dikatakan salah satu cabang ilmu matematika yang paling kaya. Salah satu jenis matriks yang banyak digunakan adalah matriks semi definit positif. Bathia [3, h.12] menjelaskan bahwa suatu matriks kompleks A elemen dari M_n dikatakan matriks semi definit positif atau definit tak negatif, jika $x^*Ax \geq 0$ untuk setiap x elemen dari C^n . Dengan x^* merupakan transpos konjugat dari x , M_n menyatakan himpunan matriks persegi berdimensi $n \times n$, dan C^n menyatakan himpunan vektor kompleks berdimensi n . Matriks semi definit positif memiliki nilai eigen dan juga determinan yang bernilai riil dan tak negatif. Hal tersebut mengakibatkan matriks ini banyak dimanfaatkan dalam berbagai aplikasi pada matematika. Berbagai ketaksamaan dapat berlaku untuk bilangan tak negatif, Karena sifat tak negatif dari matriks semi definit positif, maka matriks jenis ini sangat berpotensi untuk diteliti. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk menggunakan artikel yang ditulis oleh **Minghua Lin** [6] dalam penelitian yang berjudul " Keterkaitan Ketaksamaan Nilai Singular Pada Pemetaan Linier".

KAJIAN LITERATUR DAN PERUMUSAN MASALAH

Adapun permasalahan yang akan dibahas dalam proposal ini adalah bagaimana membuktikan ketaksamaan nilai singular terkait peta linier

Berikut ini akan diberikan beberapa definisi dan teorema yang akan mendukung penelitian ini. Tentang Ketaksamaan Nilai Eigen Weyl yang menganalisis suatu Matriks Hermitian merupakan kelas dari matriks persegi khusus. Kajian mengenai matriks Hermitian menjadi sangat penting karena matriks Hermitian memiliki beberapa karakteristik. Salah satu karakteristik yang paling utama dari matriks Hermitian yaitu memiliki nilai eigen berupa bilangan real sehingga dapat didefinisikan sebuah fungsi dari matriks Hermitian.

Matriks Unitary

Sebuah matriks persegi kompleks $U \in C^{n \times n}$ memenuhi $U^h U = U U^h = I$

disebut **unitary**. Jika U adalah matriks unitary riil maka

$$U^t U = U U^t = I$$

dan U disebut **Orthogonal**. Secara ekuivalen, sebuah matriks kompleks U adalah unitary jika $U^{-1} = U^h$ dan matriks riil adalah orthogonal jika $U^{-1} = U^t$.

Jika U adalah unitary, maka

$$\langle U_x | U_y \rangle = x^h U^h U_y = x^h y = \langle x | y \rangle \text{ untuk semua } x, y \in C^{n \times 1}$$

Dengan konsekuen, $\|U_x\| = \|x\|$ untuk semua $x \in C^{n \times 1}$, dan jika $\{x_1, \dots, x_k\}$ adalah himpunan orthonormal, maka diperoleh $\{U_{x_1}, \dots, U_{x_k}\}$.

Berdasarkan konsekuensi di atas maka $\theta(U_x, U_y) = \theta(x, y)$ untuk semua $x, y \in C^{n \times 1}$.

Teorema 2.1 Jika $U \in C^{n \times n}$ adalah matriks unitary dengan nilai eigen $\lambda_1, \dots, \lambda_n$,

maka

a) $|\lambda_i| = 1, i = 1, \dots, n$

b) Terdapat matriks unitary $P \in C^n$ yang memenuhi $P^h U P = D = \text{diag}|\lambda_1, \dots, \lambda_n|$

Teorema 2.1 merupakan pernyataan sederhana bahwa nilai eigen matriks unitary (orthogonal) dapat dialokasikan, terdapat sebuah matriks yang selalu bisa didiagonalisasikan walaupun memiliki lebih dari satu nilai eigen, dan matriks modal dapat ditentukan menjadi unitary (orthogonal).

Matriks Hermitian

Matriks Hermitian merupakan kelas dari matriks persegi khusus. Matriks $A \in C^{n \times n}$ adalah Hermitian jika $A^h = A$ dan sebuah matriks Hermitian riil adalah simetris.

Matriks Hermitian memiliki beberapa karakteristik.

Teorema 2.2 Matriks $A \in C^{n \times n}$ adalah Hermitian dengan $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ maka

(i) $\lambda_i^* = \lambda_i = 1, \dots, n$ nilai eigen A adalah riil.

(ii) Matriks Hermitian memenuhi matriks unitary $P \in C^n$

$$P^h A P = D = \text{diag}|\lambda_1, \dots, \lambda_n| \quad (2.1)$$

Bukti (i). Jika x adalah vektor eigen matriks A , dan λ adalah nilai eigen, maka $Ax = \lambda x$

(2.2) Dengan mengalikan kedua sisi pada persamaan (2.2) dengan x^h , maka diperoleh

$$x^h A x = x^h A^h x = (Ax)^h = (\lambda x)^h = \lambda^* x^h \quad (2.3)$$

Selanjutnya mengalikan kedua sisi pada persamaan (2.3) dengan x , dengan catatan bahwa $x^h x = |x|^2 = 1$, maka diperoleh $x^h A x = \lambda = \lambda^*$ terbukti semua nilai eigen matriks A adalah riil.

Bukti (ii). Matriks simetris riil

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

mempunyai karakteristik polinomial $d(s) = (s - 1)^2(s - 7)$. A memiliki nilai eigen riil.

Dua buah vektor eigen bebas linier diasosiasikan dengan mengalikan nilai eigen

$$\lambda_1 = 1,$$

$$(A - \lambda_1 I)v = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} v = 0 \quad \text{Diperoleh, } v_{11} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, v_{22} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Dengan mengaplikasikan proses **Gram-Schmidt** dalam $\{v_{11}, v_{22}\}$, dan proses normalisasi eigen vektor orthogonal, diperoleh dua vektor eigen orthonormal diasosiasikan dengan

$$\lambda_1 = 1,$$

$$u_{11} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_{22} = \frac{1}{\sqrt{30}} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Sebuah vektor eigen diasosiasikan dengan $\lambda_2 = 7$, maka diperoleh

$$v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan vektor eigen pada matriks unitary, vektor eigen pada matriks Hermitian dengan nilai eigen berbeda yang juga orthogonal. Setelah normalisasi v_2 , vektor eigen diasosiasikan dengan $\lambda_2 = 7$ diperoleh

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dengan memverifikasi matriks modal, diperoleh

$$P = [u_{11} \quad u_{12} \quad u_2] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{30}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{5}{\sqrt{30}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$$

adalah orthogonal dan

$$P^t A P = \text{diag}[1, 1, 7]$$

Matriks Positif

Bathia [3] mengatakan A adalah matriks semi definit positif pada kondisi

$$\langle x, Ax \rangle \geq 0, x \in H$$

dan definit positif pada kondisi

$$\langle x, Ax \rangle > 0, x \neq 0$$

Matriks semi definit positif adalah positif definit jika dan hanya jika mempunyai invers.

Ada beberapa kondisi pada karakteristik matriks positif [3]:

A adalah positif jika dan hanya jika A adalah Hermitian ($A = A^*$) dan semua nilai eigen adalah tidak negatif. A adalah benar-benar positif jika dan hanya jika semua nilai eigen adalah positif.

- i. A adalah positif jika dan hanya jika A adalah Hermitian dan semua minor utama tidak negatif. A benar-benar positif jika dan hanya jika semua minor utama adalah positif.
- ii. A adalah positif jika dan hanya jika $A = B^* B$ untuk beberapa matriks B .
- iii. A benar-benar positif jika dan hanya jika B nonsingular.

- iv. A adalah positif jika dan hanya jika $A = T^*T$ untuk beberapa matriks segitiga atas T . Lebih lanjut T dapat dipilih untuk mendapatkan diagonal entri tidak negatif.
- v. A adalah positif jika dan hanya jika $A = B^2$ untuk beberapa matriks B positif. Matriks B adalah matriks khusus, dapat ditulis $B = A^{\frac{1}{2}}$ dan disebut akar positif A . A benar-benar positif jika dan hanya jika B benar-benar positif.
- vi. A adalah positif jika dan hanya jika terdapat x_1, \dots, x_n dalam H

$$a_{ij} = \langle x_i, x_j \rangle$$
- vii. A benar-benar positif jika dan hanya jika vektor $x_j, 1 \leq j \leq n$ adalah bebas linier.

• **Lemma 2.1** [2, h.75] untuk $M, N \in M_n$, $s_j(M + N) \leq s_j(M) + s_1(N)$,

Lemma 2.2 [2, h.262] untuk $M, N \in M_n$
 $s_j(M^*N) \leq s_j(MM^* + NN^*)$, $j = 1, \dots, n$

Lemma 2.3 [3, h.13] jika $\begin{bmatrix} A & X \\ X^* & B \end{bmatrix}$ dimana $A, X, B \in M_n$ adalah semi definit positif, maka terdapat kontraksi C , sehingga

$$x = A^{\frac{1}{2}}CB^{\frac{1}{2}}$$

Lemma 2.4 Untuk $M, N \in M_n$
 $\lambda_j(M^*M + N^*N) \leq \lambda_j(MM^* + NN^*) + \lambda_1(M^*M), j = 1, \dots, n$

Peta Transpos Parsial Positif

M. Lin [5] mengatakan ruang pada matriks kompleks dinotasikan dengan $M_{m \times n}$.

jika $m = n$, maka M_n .

Jika $X \in M_n$ adalah semi definit positif, maka $X \geq 0$. Terdapat matriks

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & \dots & A_{1,m} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ A_{m,1} & \dots & A_{m,m} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

dengan setiap anggota terdapat di dalam M_n . Transpos dari matriks A adalah

$$A^T = \begin{bmatrix} A_{1,1}^T & \dots & A_{1,m}^T \\ \vdots & \dots & \vdots \\ A_{m,1}^T & \dots & A_{m,m}^T \end{bmatrix}$$

Hasil dan pembahasan pada bagian ini berisikan pembuktian dari beberapa teorema dan lema 2.4 di atas :

METODOLOGI.

Penelitian ini bersifat studi kepustakaan tentang keterkaitan ketaksamaan nilai singular pada pemetaan linier dengan menganalisis hubungan :

A. Dugaan 1.1. Jika $\begin{bmatrix} A & X \\ X^* & B \end{bmatrix}$, dimana $A, X, B \in M_n$, adalah semidefinit positif, maka

$$2 s_j(\Phi(X)) \leq s_j(\Phi(A + B)), \quad j = 1, \dots, n$$

B. Ketaksamaan nilai eigen Weyl menyatakan jika X, Y adalah matriks Hermitian, maka

$$\lambda_j(X + Y) \leq \lambda_1(X) + \lambda_j(Y),$$

$$j = 1, \dots, n$$

C. Nilai singular dari block matriks semi definit positif yang menyatakan bahwa t, Jika A, B dan C merupakan matriks kompleks sedemikian hingga

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & C \end{pmatrix} \geq 0 \quad \text{Dimana } A \text{ berukuran } m \times m, \text{ , } C \text{ berukuran } n \times n,$$

B berukuran $m \times n$, and $\text{rank } B = r$, Maka $\log \sigma(B) \prec_w \log \mu$ dimana $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ dengan

$\mu_i = \max \{ \lambda_i(A), \lambda_i(C) \}$ jika $i \leq r$ dan 0 untuk lainnya . $\sigma(B) \prec_w \mu$

Selanjutnya misalkan A, B dan C merupakan matriks persegi yang mempunyai orde sama maka $\log |\lambda(B)| \prec_w \log \mu$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Lemma 2.1 [2, h.75] untuk $M, N \in M_n$, $s_j(M + N) \leq s_j(M) + s_1(N)$,

Lemma 2.2 [2, h.262] untuk $M, N \in M_n$

$$s_j(M^*N) \leq s_j(MM^* + NN^*), \quad j = 1, \dots, n$$

Lemma 2.3 [3, h.13] jika $\begin{bmatrix} A & X \\ X^* & B \end{bmatrix}$ dimana $A, X, B \in M_n$ adalah semi definit positif, maka

terdapat kontraksi C, sehingga $x = A^{\frac{1}{2}}CB^{\frac{1}{2}}$

Lemma 2.4 Untuk $M, N \in M_n$

$$\lambda_j(M^*M + N^*N) \leq \lambda_j(MM^* + NN^*) + \lambda_1(M^*M), j = 1, \dots, n$$

Peta Transpos Parsial Positif

M. Lin [5] mengatakan ruang pada matriks kompleks dinotasikan dengan $M_{m \times n}$.

jika $m = n$, maka M_n .

Jika $X \in M_n$ adalah semi definit positif, maka $X \geq 0$. Terdapat matriks

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & \cdots & A_{1,m} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ A_{m,1} & \cdots & A_{m,m} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

dengan setiap anggota terdapat di dalam M_n . Transpos dari matriks A adalah

$$A^T = \begin{bmatrix} A_{1,1}^T & \cdots & A_{1,m}^T \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ A_{m,1}^T & \cdots & A_{m,m}^T \end{bmatrix}$$

Hasil dan pembahasan pada bagian ini berisikan pembuktian dari beberapa teorema dan lema 2.4 di atas :

Ketaksamaan nilai eigen Weyl

Ketaksamaan nilai eigen Weyl ([2, h.63]) menyatakan jika X, Y adalah matriks Hermitian, maka

$$\lambda_j(X + Y) \leq \lambda_1(X) + \lambda_j(Y), j = 1, \dots, n$$

(Sangat menarik untuk dicatat bahwa Lemma 2.1 merupakan konsekuensi langsung dari fakta ini!) Sebagai $N^*N = U^*NN^*U$ untuk beberapa matriks kesatuan U,

$$\begin{aligned} M^*M + N^*N &= M^*M + U^*NN^*U \\ &\leq M^*M + U^*(MM^* + NN^*)U \end{aligned}$$

Sekarang pengaplikasian ketaksamaan nilai eigen Weyl memberikan hasil yang dibutuhkan.

Dugaan 2.5 untuk $M, N \in M_n$,

$$\lambda_j(M^*M + N^*N) \leq \lambda_j(MM^* + NN^*) + \frac{1}{2} \text{Tr}(M^*M + N^*N - M^*N - N^*M)$$

Bukti. Penggantian M, N dengan $M - N, M + N$, pada Lema 2.4

$$\lambda_1(M^*M + N^*N) \leq \lambda_j(MM^* + NN^*) + \frac{1}{2} \lambda_1((M - N)^*(M - N))$$

Tapi $(M - N)^*(M - N) \geq 0$, ini

mengimplikasikan

$$\lambda_1((M - N)^*(M - N)) \leq \text{Tr}((M - N)^*(M - N)) = \text{Tr}(M^*M + N^*N - M^*N - N^*M)$$

Dengan demikian, dugaan terbukti.

Bukti dugaan 1.1. Pertama, catatan bahwa untuk setiap j .

$$s_j(A + B + (\text{Tr}(A + B))I) = \lambda_j(A + B) + \text{Tr}(A + B),$$

Dengan menggunakan Lema 2.1 dan Lema 2.3 untuk menunjukkan kontraksi C

$$2 \left(s_j \left(A^{\frac{1}{2}} C B^{\frac{1}{2}} \right) + \left| \text{Tr} A^{\frac{1}{2}} C B^{\frac{1}{2}} \right| \right) \leq \lambda_j(A + B) + \text{Tr}(A + B)$$

Dengan mengatur $M = C^* A^{\frac{1}{2}}, N = B^{\frac{1}{2}}$ pada Lema 2.2 memberikan

$$2s_j \left(A^{\frac{1}{2}} C B^{\frac{1}{2}} \right) \leq \lambda_j(C^* A C + B)$$

Maka ketaksamaan (2.1) terbukti dari

$$\lambda_j(C^* A C + B) - \lambda_j(A + B) \leq \text{Tr}(A + B) - 2 \left| \text{Tr} A^{\frac{1}{2}} C B^{\frac{1}{2}} \right|$$

Kita berasumsi tanpa kehilangan bentuk umum $\text{Tr} A^{\frac{1}{2}} C B^{\frac{1}{2}} \geq 0$ pada (2.2), karena jelas bahwa (2.2) adalah invarian dengan mengganti C dengan $e^{i\theta} C$ untuk beberapa θ .

Sekarang atur $M = A^{\frac{1}{2}} C, N = B^{\frac{1}{2}}$ pada dugaan 2.5

$$\begin{aligned} & \lambda_j(C^* A C + B) - \lambda_j \left(A^{\frac{1}{2}} C C^* A^{\frac{1}{2}} + B \right) \\ & \leq \frac{1}{2} \text{Tr} (C^* A C + B - C^* A^{\frac{1}{2}} B^{\frac{1}{2}} - B^{\frac{1}{2}} A^{\frac{1}{2}} C) \\ & \leq \text{Tr} (C^* A C + B - C^* A^{\frac{1}{2}} B^{\frac{1}{2}} - B^{\frac{1}{2}} A^{\frac{1}{2}} C) \\ & = \text{Tr}(C^* A C + B) - 2 \text{Tr} A^{\frac{1}{2}} C B^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Dengan C adalah kontraksi, $A^{\frac{1}{2}} C C^* A^{\frac{1}{2}} \leq A$. $\lambda_j(A^{\frac{1}{2}} C C^* A^{\frac{1}{2}} + B) \leq \lambda_j(A + B)$

Maka, dugaan 1.1 terkonfirmasi.

Ketaksamaan Nilai Singular Block Matriks Semi Definit Positif

Diketahui ketaksamaan rata-rata aritmatika dan geometri untuk nilai singular oleh Bhatia and Kittaneh in [3] dalam bentuk

$$2\sigma_j(AB^*) \leq \sigma_j(A^*A + B^*B), \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Untuk suatu $A, B \in M_n$.

Yang telah dibuktikan oleh Zhan dalam [9]

$$\sigma_j(A - B) \leq \sigma_j(A \oplus B), \quad j = 1, 2, \dots, n$$

untuk matriks semi definit positif A, B, M_n

$$\text{dan } 2\sigma_j(K) \leq \sigma_j \begin{pmatrix} M & K \\ K^* & N \end{pmatrix},$$

$$j = 1, 2, \dots, r \quad (1)$$

Untuk suatu block matriks semi definit positif $\begin{pmatrix} M & K \\ K^* & N \end{pmatrix}$, dimana $M \in M_m, N \in M_m,$

$$r = \min \{m, n\}.$$

F. Zhang dalam [4] menunjukkan nilai singular dari block matriks semi definit positif bahwa t, Jika A, B dan C merupakan matriks kompleks sedemikian hingga

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & C \end{pmatrix} \geq 0$$

Dimana A berukuran $m \times m$, C berukuran $n \times n$, B berukuran $m \times n$, and rank

$$B = r, \text{ Maka}$$

$$\log \sigma(B) \prec_w \log \mu$$

dimana $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ dengan

$$\mu_i = \max \{ \lambda_i(A), \lambda_i(C) \} \text{ jika } i \leq r \text{ dan } 0 \text{ untuk lainnya.}$$

$$\sigma(B) \prec_w \mu$$

Selanjutnya misalkan A, B dan C merupakan matriks persegi yang mempunyai orde sama maka

$$\log |\lambda(B)| \prec_w \log \mu$$

Ketaksamaan nilai singular untuk block matriks berukuran 2×2 ditampilkan dalam bentuk jumlah langsung (direct sum) dari nilai singular matriks semi definit positif.

$$\sigma_j(A \oplus C) - \sigma_1(B) \leq \sigma_j \begin{pmatrix} A & B \\ B^* & C \end{pmatrix} \leq \sigma_j(A \oplus C) + \sigma_1(B) \quad (3.2)$$

Untuk suatu block matriks semi definit $\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & C \end{pmatrix}$, dengan $A \in M_m, C \in M_m,$

$$r = \min \{m, n\}$$

$$\sum_{j=1}^k \sigma_j(A \oplus C) - \sigma_j(B) \leq \sum_{j=1}^k \sigma_j \begin{pmatrix} A & B \\ B^* & C \end{pmatrix} \leq \sigma_j(A \oplus C) + \sigma_j(B),$$

$$j = 1, 2, \dots, r \quad (3.3)$$

Untuk suatu block matriks semi $\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & C \end{pmatrix}$, dimana A, B, dan C merupakan matriks persegi

berorde n

$$\frac{1}{2} \sigma_j(A + B + B^* + C) \leq \sigma_j \begin{pmatrix} A & C \\ B^* & D \end{pmatrix}, j=1, 2, \dots, n \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{2} \sigma_j(A + C - (B + B^*)) \leq \sigma_j \begin{pmatrix} A & C \\ B^* & D \end{pmatrix}, j=1, 2, \dots, n \quad (3.5)$$

Untuk suatu block matriks semi definit positif $\begin{pmatrix} A & C \\ B^* & D \end{pmatrix}$ dimana A, B and C merupakan matriks persegi berukuran $n \times n$.

Jika $A_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$ maka $\frac{1}{\sqrt{n}} \sigma_j(\sum_{i=1}^n A_i)$

$$\leq \sigma_j(\oplus_{i=1}^n A_i), j=1, 2, \dots, n \quad (3.6)$$

lemma 1 if $x_1 \geq x_2 \dots \geq x_n \geq 0$ dan $y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n \geq 0$ memenuhi

$$\prod_{i=1}^k x_i \leq \prod_{i=1}^k y_i, k = 1, 2, \dots, n$$

maka ketaksamaan sdiatas juga memenuhi $\sum_{i=1}^k x_i \leq \sum_{i=1}^k y_i, k = 1, 2, \dots, n$

lemma 2 let A, B $\in M_n$ merupakan matriks Hermitian, Maka

$$\lambda(A + B) \prec \lambda(A) + \lambda(B)$$

lemma 3 Jika A, B $\in M_n$ merupakan matriks hermitian, Maka

$$\lambda(A) - \lambda(B) \leq \lambda(A - B)$$

lemma 4; Misalkan A and B be $m \times n$ merupakan matriks kompleks, Maka

$$\sigma(A + B) \leq \sigma(A) + \sigma(B)$$

Lemma 5. misalkan A dan B merupakan matriks semi definit positif dan berukuran sama, Maka

$$\log \sigma(A - B) \leq \log \sigma(A + B)$$

Sebagai konsekwensinya

$$\sigma(A - B) \leq \sigma(A + B)$$

Diperoleh :

$$\|A - B\| \leq \|A + B\|$$

KESIMPULAN

A. Rataan geometric dua matriks definit positif $A, B \in M_n$ didefinisikan dengan

$$A \# B = B^{\frac{1}{2}} \left(B^{-\frac{1}{2}} A B^{-\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} B^{\frac{1}{2}}. \text{ Dapat diperluas ke semua } A, B \geq 0 \text{ dengan batas atas}$$

$$A \# B = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (A + \epsilon I_n) \# (B + \epsilon I_n)$$

B. Suatu matriks definit positif A, B sehingga $\text{Tr} A^{\frac{1}{2}} B^{\frac{1}{2}} > \text{Tr} A \# B$ dan $\text{Tr} AB > \text{Tr}(A \# B)^2$.

Sekarang untuk A dan B tetap.

$$\sum_{i=1}^n s_j^2(\Phi(X)) =$$

$$\text{Tr} \left(A^{\frac{1}{2}} B^{\frac{1}{2}} + \left(\text{Tr} A^{\frac{1}{2}} B^{\frac{1}{2}} \right) I \right)^* \left(A^{\frac{1}{2}} B^{\frac{1}{2}} + \left(\text{Tr} A^{\frac{1}{2}} B^{\frac{1}{2}} \right) I \right)$$

$$= \text{Tr} AB + (n + 2) \left(\text{Tr} A^{\frac{1}{2}} B^{\frac{1}{2}} \right)^2$$

$$> \text{Tr}(A \# B)^2 + (n + 2) (\text{Tr} A \# B)^2$$

$$= \text{Tr}(A \# B + (\text{Tr} A \# B) I)^2 = \sum_{j=1}^n s_j^2(\Phi(A \# B))$$

DAFTAR PUSTAKA

Ando, T., *Geometric mean and norm Schwarz inequality*. Annals of Functional Analysis, 7(2016), 1-8

Bathia, R. Matrix Analysis. Springer-Verlag, New York, 1997.

Bathia, R., Positive Definite Matrices. Princeton University Press, Princeton, 2007.

F. Zhang, Matrix Theory: Basic Result and Techniques, Springer-Verlag, New York, 1999.

F. Zhang, The Schur Complement and Its Applications, Springer- Science+Business Media, nc. 2005.

M. Lin. Completely PPT Map. Linear Algebra and Its Applications, 459 (2014), 404-410.

- M. Lin dan H. Wolkowicz. Hirosima's theorem and matrix norm inequalities. *Acta Scientiarum Mathematicarum*, 81 (2015), 45-53.
- M. Lin. Inequalities related to 2×2 block PPT matrices. *Operator and Matrices*, 9 (2015), 917-924.
- X. Zhan, *Matrix Inequalities*, LNM1790, Springer-Verlag, Berlin, 2002.
- Z. Ulukök, *Inequalities for 2x2 Block Matrices*, MS Thesis, Selcuk University, 2009 (in Turkish).

IMPLEMENTASI ALGORITMA BRUDY DALAM PERSOALAN KNAPSACK 0-1 DI UD. SUBUR TANI MAKMUR

Indrawati , Sisca Octarina, Esrawati

Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya

email: iin10juni@yahoo.com

ABSTRACT

Knapsack Problem is a matter of good selection process, which limited by the maximum quota that can be fit in a knapsack. The selection was based on the good combination to get the optimal profit and did not exceed the maximal knapsack capacity. UD. Subur Tani Makmur determined the selection of the fertilizer that can fulfilled the consumers need and optimized the profit. This research used Brudy (Brute Force-Greedy) algorithm. The maximum profits based on Brudy algorithm was from Brudy by Profit with amount Rp 117,996,500.00 and 5,981 kg of the total fertilizers. The maximum profit by the Brute Force algorithm was Rp 118,096,500.00 and 5,981 kg of the total fertilizers. The maximum profits based on Greedy algorithm was from Greedy by Density with amount Rp 118,087,500.00 and 5,975 kg of the total fertilizers. So, the maximum profit was obtained by Brute Force algorithm.

Keywords: *Knapsack, Brudy, Brute Force, Greedy.*

PENDAHULUAN

Setiap perusahaan menginginkan keuntungan yang besar, namun memiliki kendala pada keterbatasan sumber daya dan transportasi. Transportasi tidak hanya fokus pada penentuan rute dari sumber ke tempat tujuan tetapi juga pada pengaturan tempat penyimpanan barang sehingga memudahkan proses pengangkutan.

Proses pengangkutan barang harus memperhatikan pemilihan atau kombinasi susunan barang agar ruang yang terbatas dapat menampung barang secara maksimal. Permasalahan serupa dihadapi oleh UD. Subur Tani Makmur, perusahaan unit daerah di Jambi yang menjual pupuk dan kebutuhan pertanian. Berbagai macam jenis pupuk dan kebutuhan pertanian harus dibeli oleh perusahaan ini. UD. Subur Tani Makmur harus menentukan pemilihan barang yang tepat sehingga kebutuhan konsumen dapat terpenuhi, biaya transportasi minimal dan mendapatkan keuntungan yang maksimal.

Pemilihan dan pengangkutan barang pada perusahaan sering terkendala pada batasan kapasitas angkut maksimal dari sebuah kendaraan. Tiap barang memiliki berat masing-masing. Permasalahan pemilihan penyusunan barang dalam dunia Optimasi dikenal dengan istilah *Knapsack (Knapsack Problem)*. *Knapsack* adalah suatu permasalahan bagaimana memilih objek dari sekian banyak objek dan berapa besar objek tersebut akan disimpan sehingga diperoleh suatu penyimpanan yang optimal.

Knapsack terdiri atas beberapa permasalahan, yaitu masalah *knapsack 0-1 (integer knapsack)*, masalah *knapsack terbatas (bounded knapsack)*, masalah *knapsack ganda (multiple knapsack problem)*, dan masalah pengepakan (*bin packing problem*). Masalah *knapsack 0-1* merupakan masalah *knapsack* tunggal, karena sejumlah barang hanya akan dimasukkan ke

dalam satu *knapsack*. *Knapsack* 0-1 ini merupakan dasar untuk pengembangan beberapa masalah *knapsack* lainnya (Martello & Toth, 1990).

Permasalahan *knapsack* dapat diselesaikan dengan beberapa algoritma, seperti algoritma *Brute Force*, algoritma *Greedy* dan algoritma *Brudy (Brute Force-Greedy)*. Penelitian terdahulu tentang *knapsack* telah dilakukan. Arista (2013) menyimpulkan bahwa perhitungan menggunakan algoritma *Dynamic Programming* lebih optimal dibandingkan dengan algoritma *Greedy*. Septiani (2015) menyimpulkan bahwa penggunaan metode *Branch and Bound* pada permasalahan *knapsack* 0-1 di UD. Subur Tani Makmur menghasilkan keuntungan yang lebih maksimum dibandingkan dengan algoritma *Greedy*. Rusli (2008) menyimpulkan bahwa algoritma *Brudy* dan *Brute Force* lebih optimal dibandingkan dengan algoritma *Greedy*.

Algoritma *Brudy (Brute Force-Greedy)* merupakan gabungan dari algoritma *Brute Force* dan algoritma *Greedy*, dan lebih mengacu pada algoritma *Greedy*. Bedanya, algoritma *Greedy* mencari optimum lokal pada tiap langkahnya, sedangkan algoritma *Brudy* mencari optimum lokal pada tiap b langkah, dengan b sebagai nilai batas, b lebih dari 1 dan lebih kecil dari jumlah tahap.

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka penelitian ini mengimplementasikan algoritma *Brudy (Brute Force-Greedy)* dalam persoalan *knapsack* 0-1 di UD. Subur Tani Makmur sehingga dapat memaksimalkan keuntungan. Permasalahan yang dibahas pada penelitian ini dibatasi pada penentuan keuntungan optimum masalah *knapsack* 0-1 dengan data berupa jenis-jenis pupuk, jumlah, berat, harga jual dan harga beli pupuk yang diangkut dengan sebuah truk di UD. Subur Tani Makmur. Penelitian ini mengabaikan ukuran pupuk, biaya transportasi, dan biaya bongkar muat. Data pada penelitian ini berdasarkan penelitian Septiani (2015).

KAJIAN LITERATUR

Knapsack

Knapsack merupakan suatu permasalahan bagaimana memilih objek dari sekian banyak objek dan berapa besar barang tersebut akan disimpan sehingga diperoleh suatu penyimpanan yang optimum. *Knapsack* memperhatikan objek yang terdiri dari n objek (1, 2, 3, ..., n) dimana setiap objek memiliki berat (w_i) dan keuntungan (v_i) serta memperhatikan kapasitas maksimum *knapsack* (Martello & Toth, 1990).

Knapsack terdiri dari beberapa persoalan, yaitu :

1. *Knapsack* 0-1 (*integer knapsack*) yaitu barang yang dimasukkan ke dalam media penyimpanan harus dimasukkan semua atau tidak sama sekali.
2. *Knapsack* terbatas (*bounded knapsack*) yaitu barang yang dimasukkan ke dalam penyimpanan dapat dimasukkan sebagian atau seluruhnya.
3. *Knapsack* tak terbatas (*unbounded knapsack*) yaitu jumlah barang yang dimasukkan ke dalam media penyimpanan macamnya tidak terbatas. (Surjawan & Susanto, 2015)

Persoalan *integer knapsack* mensyaratkan barang yang diangkut haruslah seluruhnya diangkut atau tidak sama sekali. Permasalahan *integer knapsack* mempunyai solusi persoalan yang dinyatakan sebagai himpunan :

$$X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\} \quad (1)$$

$$x_i = \begin{cases} 0, & \text{jika jenis pupuk ke-}i \text{ tidak dimasukkan ke dalam media penyimpanan.} \\ 1, & \text{jika jenis pupuk ke-}i \text{ dimasukkan ke dalam media penyimpanan.} \end{cases}$$

$$i = \{1, 2, 3, \dots, 19\}$$

n = Jumlah pupuk dan x_i = Jenis pupuk ke- i . (Surjawan & Susanto, 2015)

Secara Matematika, persoalan *integer knapsack* dapat dirumuskan sebagai berikut :
Fungsi tujuan :

Maksimumkan atau Minimumkan

$$Z = \sum_{j=1}^n p_j x_j \quad (2)$$

dengan kendala :

$$\sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c \quad (3)$$

$$x_j = 0 \text{ atau } 1, j = 1, \dots, n \quad (4)$$

dengan :

Z = fungsi tujuan dalam kasus ini adalah mencari keuntungan maksimal

p_j = keuntungan jenis pupuk ke- j , dengan

$$j = 1, 2, \dots, n$$

w_j = berat jenis pupuk ke- j , dengan $j = 1, 2, \dots, n$

n = banyak pupuk

c = kapasitas maksimum media penyimpanan

x_j = pembatas tanda yang nilainya 0 atau 1. (Martello & Toth, 1990)

Algoritma *Brute Force*

Brute Force adalah sebuah pendekatan langsung (*straight forward*) untuk memecahkan suatu masalah yang biasanya didasarkan pada pernyataan masalah dan definisi konsep yang dilibatkan. Dasarnya algoritma *Brute Force* adalah alur penyelesaian suatu permasalahan dengan cara berpikir yang sederhana dan tidak membutuhkan suatu pemikiran yang lama.

Algoritma *Brute Force* pada penyelesaian masalah *Knapsack* dilakukan dengan menghitung satu persatu keuntungan yang diperoleh dari semua kemungkinan pemilihan barang yang ada. Banyaknya kemungkinan pemilihan barang tersebut dapat dirumuskan sebagai 2^n . Adapun n adalah banyak barang yang akan dikirim. Jadi, seandainya banyak barang yang akan dikirim 5 buah, maka untuk mencari solusi optimal diperlukan $2^5 = 32$ kemungkinan. Memang, akan didapatkan hasil yang sangat optimal mengingat akan ditelusuri satu per satu kemungkinan yang ada, tetapi akan sangat membutuhkan waktu yang sangat lama (perhitungan manual) dan memori yang besar (jika menggunakan program komputer) untuk jumlah barang yang ada sangat banyak. (Rusli, 2008)

Algoritma *Greedy*

Algoritma *Greedy* membentuk solusi langkah per langkah. Terdapat banyak pilihan yang perlu dieksplorasi pada setiap langkah solusi. Oleh karena itu, pada setiap langkah harus dibuat keputusan yang terbaik dalam menentukan pilihan. Pada setiap langkah dibuat pilihan optimum lokal dengan harapan bahwa langkah sisanya mengarah ke solusi optimum global. Keputusan yang telah diambil pada suatu langkah tidak dapat diubah lagi pada langkah selanjutnya.

Pencarian solusi permasalahan *integer knapsack* menggunakan algoritma *Greedy*, dimana masalah dipecahkan dengan memasukkan objek satu per satu ke dalam *knapsack*. Sekali objek tersebut dimasukkan ke dalam *knapsack*, maka objek tersebut tidak dapat dikeluarkan lagi. Ada beberapa strategi algoritma *Greedy* yang dapat digunakan untuk pemecahan masalah ini, tergantung pada properti objek yang akan dijadikan parameter *Greedy* :

1. *Greedy by weight*

Setiap langkah pada *Greedy by weight*, *knapsack* diisi dengan objek yang memiliki bobot lebih ringan terlebih dahulu. Tujuannya adalah untuk memaksimumkan jumlah kuantitas objek yang dapat masuk ke dalam *knapsack*.

2. *Greedy by profit*

Setiap langkah pada *Greedy by profit, knapsack* diisi dengan objek yang memiliki keuntungan lebih besar terlebih dahulu. Tujuannya adalah untuk memaksimalkan jumlah keuntungan dari objek yang dimasukkan ke dalam *knapsack*.

3. *Greedy by density*

Setiap langkah pada *Greedy by density, knapsack* diisi dengan objek yang memiliki rasio keuntungan dibagi dengan bobot (p_i/w_i) yang paling besar. Tujuannya adalah untuk memaksimalkan keuntungan dari objek yang dimasukkan, namun *knapsack* tetap diisi dengan jumlah objek sebanyak mungkin. (Wicaksono, 2007)

Algoritma Brudy

Algoritma *Brudy* adalah penggabungan dari algoritma *Brute Force* dan algoritma *Greedy*, lebih mengacu pada algoritma *Greedy*. Bedanya, algoritma *greedy* mencari optimum lokal pada tiap langkahnya, sedangkan algoritma *Brudy* mencari optimum lokal pada tiap b langkah, b adalah nilai batas, dengan catatan $1 < b < \text{jumlah tahap}$.

Misalkan suatu permasalahan mempunyai pengerjaan n tahap. Tahap ke-0 adalah kondisi awal. Algoritma *Brute Force* akan mencari semua cara sampai tahap ke- $(n-1)$. Algoritma *Greedy* akan mencari optimum dari tahap ke- i menuju tahap ke- $(i+1)$, sedangkan algoritma *Brudy* akan mencari optimum dari tahap ke- i menuju tahap ke- $(i+b)$ dan b bebas ditentukan pengguna. Misalkan dipilih b adalah k , berarti akan dicari optimum tahap ke-1 menuju tahap ke- $(1+k)$, selanjutnya dicari optimum tahap ke- $(1+k)$ menuju tahap ke- $(1+2k)$, dan seterusnya. Inilah kemiripan algoritma *Brudy* dengan algoritma *Brute Force*. Berbeda dengan algoritma *Greedy*, apabila tahap ke- $(i+b)$ melebihi solusi akhir, kurangilah b dengan 1 dan lakukan lagi untuk langkah selanjutnya.

Langkah-langkah penyelesaian *knapsack* menggunakan algoritma *Brudy* sebagai berikut :

1. Memilih nilai b dengan catatan $1 < b < \text{jumlah tahap}$.
2. Menentukan semua himpunan bagian dari banyak pupuk (n), dengan rumus :
$$C_{(n,r)} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad (5) \quad n = \text{jumlah pupuk}, r = b = \text{nilai batas}$$
3. Mencari keuntungan (*profit*), berat (*weight*) dan perbandingan keuntungan dan berat (*density*) untuk tiap 2 benda sebanyak semua himpunan.
4. Menggunakan strategi *brudy by weight*, *brudy by profit* dan *brudy by density* untuk menentukan keuntungan yang paling maksimal. (Rusli, 2008)

METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari penelitian Septiani, 2015 di UD. Subur Tani Makmur. Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam menyelesaikan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mendeskripsikan data yang dibutuhkan yaitu data berat pupuk, banyak pupuk, harga beli pupuk dan harga jual pupuk.
2. Mengidentifikasi data yang didapat untuk mencari berat total berdasarkan banyak pupuk dan berat pupuk serta keuntungan berdasarkan harga jual dan harga beli dari masing-masing pupuk.
3. Mendefinisikan jenis-jenis pupuk dengan variabel x_1, x_2, \dots, x_i dengan $i = \{1, 2, 3, \dots, 19\}$.
4. Membentuk fungsi tujuan dan kendala dari permasalahan *knapsack*. Pada kasus ini didefinisikan :
 - a. Fungsi tujuannya yaitu memaksimalkan keuntungan penjualan dari tiap pupuk.

- b. Kendalanya yaitu berat total masing-masing barang dan dibatasi oleh kapasitas maksimum kendaraan.
5. Menghitung solusi optimum masalah *knapsack* 0-1 pada bongkar muat pupuk berdasarkan algoritma *Brute Force*.
6. Menghitung solusi optimum masalah *knapsack* 0-1 pada bongkar muat pupuk berdasarkan algoritma *Brudy (Brute Force-Greedy)*.
7. Menganalisis hasil akhir perhitungan menggunakan algoritma *Brudy* dan algoritma *Brute Force*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Permasalahan yang dihadapi adalah memaksimalkan daya angkut pupuk pada perusahaan dengan sebuah truk yang memiliki kapasitas maksimum angkut sebesar 6.000 kg. UD. Subur Tani Makmur mempunyai 19 jenis pupuk yang diangkut dan dikombinasikan agar mendapat keuntungan maksimum dan tidak melebihi kapasitas angkut kendaraan. Data pupuk yang diangkut disajikan dalam bentuk Tabel 1.

Penerapan algoritma *Brudy (Brute Force-Greedy)* dan algoritma *Brute Force* dalam mencari keuntungan maksimum, memerlukan data berupa berat total barang dan keuntungan dari masing-masing pupuk. Nilai berat total setiap pupuk diperoleh melalui pengidentifikasian data dengan mengalikan berat dari tiap pupuk (p_i) dengan banyaknya pupuk. Sedangkan untuk mencari nilai keuntungan dari tiap pupuk (v_i) dilakukan klarifikasi data dengan menghitung selisih antara harga jual dan harga beli. Tabel hasil klarifikasi data disajikan pada Tabel 1.

Variabel pada persoalan *knapsack* didefinisikan sebagai :

$$x_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, 19$$

$$x_i = \begin{cases} 0, & \text{jika jenis pupuk ke-}i \text{ tidak dimasukkan ke dalam media penyimpanan.} \\ 1, & \text{jika jenis pupuk ke-}i \text{ dimasukkan ke dalam media penyimpanan.} \end{cases}$$

Tabel 1. Data Jenis Pupuk di UD. Subur Tani Makmur

No	Jenis Pupuk	Berat Pupuk (kg)	Unit Satuan	Harga Beli (Rp)	Harga Jual (Rp)	Berat Total (kg)	Keuntungan Tiap Jenis Pupuk (Rp)	Keuntungan Total (Rp)
1	Pupuk NPK Basf	50	20	415.000	450.000	1.000	35.000	35.000.000
2	Pupuk Borax	25	30	270.000	300.000	750	30.000	22.500.000
3	KCI Merauke	50	15	275.000	300.000	750	25.000	18.750.000
4	Plastik Mulsa 25 kg	25	15	275.000	300.000	375	25.000	9.375.000
5	Pupuk Yaramila Mutiara	50	15	425.000	440.000	750	15.000	11.250.000
6	Plastik Mulsa 10 kg	10	10	185.000	200.000	100	15.000	1.500.000
7	Pupuk Merauke TPS 46	50	15	297.500	310.000	750	12.500	9.375.000

8	Antracol 70 WP	1	150	100.000	110.000	150	10.000	1.500.000
9	Amcozeb	1	200	90.000	100.000	200	10.000	2.000.000
10	Dithome M-45	1	100	110.000	120.000	100	10.000	1.000.000
11	Ferterra 0,4 gr	2	250	78.000	85.000	500	7.000	3.500.000
12	Kresnaku m	1	100	35.000	40.000	100	5.000	500.000
13	Furadan 3 gr Kecil	1	150	10.750	15.000	150	4.250	637.500
14	Polybag 30 * 35 cm	25	12	16.000	20.000	300	4.000	1.200.000
15	Primodon 2 kg	20	20	21.000	25.000	400	4.000	1.600.000
16	Furadan 3 gr Besar	2	100	21.000	25.000	200	4.000	800.000
17	Mineral Feed	1	150	9.000	12.000	150	3.000	450.000
18	Sidafur	1	150	13.000	15.000	150	2.000	300.000
19	Top Mix (Pakan Ayam)	0,5	12	7.000	8.500	6	1.500	9.000
	Total					6.881	222.250	121.246.500

Sumber : (Septiani, 2015)

Langkah awal yang dilakukan adalah memilih nilai batas b dengan syarat $1 < b <$ jumlah tahap. Besar kecil nilai b tidak mempengaruhi nilai akhir atau hasil optimalnya, tapi mempengaruhi lama singkatnya waktu yang digunakan dalam mengerjakan permasalahan *knapsack*. Semakin besar nilai batas b maka iterasi yang digunakan semakin banyak. Hal ini terlihat bahwa jika nilai batas $b = 2$ menghasilkan 171 kombinasi, untuk nilai batas $b = 3$ menghasilkan 969 kombinasi, dan untuk nilai batas $b = 4$ menghasilkan 3.876 kombinasi, sehingga dengan cara pengerjaan yang sama untuk tiap nilai batas b yang berbeda maka dipilih nilai batas $b = 2$. Pada penelitian ini digunakan nilai batas $b = 2$ yang memiliki kombinasi lebih sedikit dibandingkan nilai batas $b = 3$ atau $b = 4$, sehingga lebih praktis dan efisien dari segi langkah dan waktu.

Cari banyaknya himpunan bagian dari 19 jenis pupuk tersebut yang mempunyai banyak anggota 2. Banyaknya himpunan bagian tersebut adalah 171.

Proses perhitungan selanjutnya diselesaikan dengan tiga strategi *Brudy* yang cara penyelesaiannya seperti algoritma *Greedy*. Adapun strategi tersebut adalah *Brudy by Weight*, *Brudy by Profit* dan *Brudy by Density*.

Perhitungan *Brudy by Weight*

Perhitungan *Brudy by Weight* adalah mengurutkan pupuk-pupuk berdasarkan berat (*weight*). Langkah pertama adalah mengurutkan pupuk-pupuk yang memiliki berat teringan dengan memilih i , kemudian diambil tiap dua pupuk yang terpilih sampai tidak melebihi kapasitas truk 6.000 kg. Apabila di dalam indeks i melebihi kapasitas truk 6.000 kg maka kurangi b dengan 1 dan pilih pupuk yang sesuai sampai $b = 0$ dan tidak ada lagi pupuk yang dapat dimasukkan ke dalam truk.

Berdasarkan perhitungan, pupuk yang akan diangkut ke dalam truk adalah jenis pupuk yang bernilai 1 pada solusi optimalnya, yaitu jenis $x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}$. Semua pupuk ini bernilai 1 sedangkan untuk jenis pupuk ke-1 (x_1) bernilai 0 karena jenis pupuk ke-1 sudah melebihi kapasitas truk, sehingga tidak

dimasukkan ke dalam truk. Jadi, solusi optimal berdasarkan algoritma *Brudy by Weight* adalah $X = \{0, 1\}$. Pada kasus ini pupuk yang tidak diangkut adalah Pupuk NPK Basf.

Keuntungan yang diperoleh dengan algoritma *Brudy by Weight* adalah sebesar Rp 86.246.500,00 dengan berat total sebesar 5.881 kg.

Perhitungan *Brudy by Profit*

Perhitungan *Brudy by Profit* adalah mengurutkan pupuk-pupuk berdasarkan keuntungan (*profit*). Langkah pertama adalah mengurutkan pupuk-pupuk dengan keuntungan (*profit*) terbesar berdasarkan indeks i , kemudian diambil tiap dua pupuk yang terpilih sampai tidak melebihi kapasitas truk 6.000 kg. Bila di dalam indeks i melebihi kapasitas truk 6.000 kg maka kurangi b dengan 1. Pilih pupuk yang sesuai sampai $b = 0$ dan tidak ada lagi barang yang dapat dimasukkan ke dalam truk.

Berdasarkan perhitungan, pupuk yang akan diangkut ke dalam truk adalah jenis $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{13}, x_{15}, x_{19}$. Semua pupuk ini bernilai 1 sedangkan untuk pupuk jenis $x_{12}, x_{14}, x_{16}, x_{17}, x_{18}$ bernilai 0 karena berat pupuk sudah melebihi kapasitas truk. Jadi, solusi optimal berdasarkan algoritma *Brudy by Profit* adalah $X = \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1\}$

Pada kasus ini pupuk yang tidak diangkut adalah pupuk jenis Kresnakum, Polybag 30 * 35 cm, Furadan 3 gr Besar, Mineral Feed, dan Sidafur. Keuntungan yang diperoleh dengan algoritma *Brudy by Profit* adalah sebesar Rp 117.996.500,00 dengan berat total sebesar 5.981 kg.

Perhitungan *Brudy by Density*

Perhitungan *Brudy by Density* adalah mengurutkan pupuk-pupuk berdasarkan perbandingan antara keuntungan dan berat (*density*). Langkah pertama adalah mengurutkan pupuk-pupuk berdasarkan perbandingan antara keuntungan dan berat (*density*) terbesar berdasarkan indeks i , kemudian diambil tiap dua pupuk yang terpilih sampai tidak melebihi kapasitas truk 6.000 kg. Bila di dalam indeks i melebihi kapasitas truk 6.000 kg maka kurangi b dengan 1. Pilih pupuk yang memiliki berat sesuai sampai $b = 0$ dan tidak ada lagi barang yang dapat dimasukkan ke dalam truk.

Menurut perhitungan, pupuk yang akan diangkut ke dalam truk adalah jenis $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{17}, x_{18}, x_{19}$. Semua pupuk ini bernilai 1 sedangkan untuk pupuk jenis ke x_{14}, x_{15}, x_{16} bernilai 0 karena berat pupuk sudah melebihi kapasitas truk. Jadi, solusi optimal berdasarkan algoritma *Brudy by Density* $X = \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1\}$.

Pada kasus ini pupuk yang tidak diangkut adalah jenis pupuk Polybag 30 * 35 cm, Primodon 2 kg dan Furadan 3 gr Besar. Keuntungan yang diperoleh dengan algoritma *Brudy by Density* adalah sebesar Rp 117.646.500,00 dengan total berat pupuk yang diangkut adalah sebesar 5.981 kg.

Penerapan Algoritma *Brute Force* pada Permasalahan *Knapsack 0-1*

Prinsip pencarian solusi untuk permasalahan *knapsack 0-1* menggunakan algoritma *Brute Force* adalah mengenumerasikan list semua himpunan bagian dari himpunan dengan n pupuk, menghitung total keuntungan dan berat pupuk dari setiap himpunan bagian, dan memilih himpunan bagian yang memiliki keuntungan terbesar dengan catatan berat total tidak melebihi kapasitas *knapsack*.

Berdasarkan perhitungan, terdapat $2^{19} = 524.288$ kombinasi atau himpunan yang akan dicari keuntungan dan berat total dari setiap himpunan bagian. Semua himpunan bagian dicari

keuntungan yang paling besar dengan syarat total berat tidak melebihi kapasitas truk, maka untuk tiap kombinasi pupuk dipilih pupuk yang hanya memiliki keuntungan terbesar dengan syarat berat total kurang dari 6.000 kg. Perhitungan menggunakan algoritma *Brute Force* dilakukan untuk tiap pupuk, dimulai dari pengambilan 0 jenis pupuk dari 19 jenis pupuk, 1 jenis pupuk dari 19 jenis pupuk, 2 jenis pupuk dari 19 jenis pupuk, sampai 19 jenis pupuk dari 19 jenis pupuk. Jumlah kemungkinan untuk tiap jenis pupuk yang harus dicoba berbeda-beda jumlah caranya. Cara yang memiliki keuntungan paling besar dan berat totalnya tidak melebihi kapasitas truk tersebutlah yang dipilih. Hasil perhitungan menggunakan algoritma *Brute Force* dengan tiap-tiap barang dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil Perhitungan *Brute Force*

Banyak Himpunan Bagian (nC)	Himpunan Solusi	Berat Total ($\sum w_i$)	Keuntungan Total ($\sum p_i$)
${}^{19}_0C = 1$	{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	0	0
${}^{19}_1C = 19$	{1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	1.000	35.000.000
${}^{19}_2C = 171$	{1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	1.750	57.500.000
${}^{19}_3C = 969$	{1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	2.500	76.250.000
${}^{19}_4C = 3.876$	{1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	3.250	87.500.000
${}^{19}_5C = 11.628$	{1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	3.625	96.875.000
${}^{19}_6C = 27.132$	{1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	4.375	106.250.000
${}^{19}_7C = 50.388$	{1,1,1,1,0,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	4.875	109.750.000
${}^{19}_8C = 75.582$	{1,1,1,1,0,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	5.075	111.750.000
${}^{19}_9C = 92.378$	{1,1,1,1,0,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	5.475	113.350.000
${}^{19}_{10}C = 92.378$	{1,1,1,1,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	5.575	114.850.000
${}^{19}_{11}C = 75.582$	{1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	5.725	116.350.000
${}^{19}_{12}C = 50.388$	{1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	5.825	117.350.000
${}^{19}_{13}C = 27.132$	{1,1,1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	5.975	117.987.500
${}^{19}_{14}C = 11.628$	{1,1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	5.975	118.087.500
${}^{19}_{15}C = 3.876$	{1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	5.981	118.096.500
${}^{19}_{16}C = 969$	{1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0}	5.981	117.646.500
${}^{19}_{17}C = 171$	{1,1,1,1,1,1,1,1,1,0,1,1,0,1,1,1,1,1,1}	5.981	116.146.500
${}^{19}_{18}C = 19$	{0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1}	5.881	86.246.500
${}^{19}_{19}C = 1$	{1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1}	6.881	121.246.500

Analisis Hasil Akhir Berdasarkan Algoritma *Brudy (Brute Force-Greedy)* dan Algoritma *Brute Force*

Keuntungan pada UD. Subur Tani Makmur berdasarkan perhitungan menggunakan algoritma *Brudy (Brute Force-Greedy)* dan algoritma *Brute* dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil Akhir Perhitungan Total Keuntungan

	Algoritma <i>Brudy (Brudy by Profit)</i>	Algoritma <i>Brute Force</i>	Algoritma <i>Greedy (Greedy by</i>
--	--	------------------------------	------------------------------------

			<i>Density</i>)
Keuntungan Total $(\sum p_i)$	Rp 117.996.500,00	Rp 118.096.500,00	Rp 118.087.500,00
Berat Total $(\sum w_i)$	5.981 kg	5.981 kg	5.975 kg

Tabel 4. Pupuk yang Tidak Diangkut Berdasarkan Solusi Optimal

No	Algoritma	Pupuk yang Tidak Diangkut
1	<i>Brudy by Weight</i>	Pupuk NPK Basf
2	<i>Brudy by Profit</i>	Kresnakum, Polybag 30 * 35 cm, Furadan 3 gr Besar, Sidafur
3	<i>Brudy by Density</i>	Polybag 30 * 35 cm, Primodon 2 kg, Furadan 3 gr Besar
4	<i>Brute Force</i>	Primodon 2 kg, Furadan 3 gr Besar, Mineral Feed, Sidafur

Berdasarkan Tabel 3. dapat dilihat bahwa keuntungan terbesar diperoleh dengan menggunakan algoritma *Brute Force*. Pupuk yang tidak diangkut dari hasil perhitungan kedua algoritma dapat dilihat pada Tabel 4. Pupuk yang tidak diangkut pada perhitungan algoritma *Brudy by Weight* adalah pupuk yang mempunyai keuntungan yang paling besar. Sedangkan berdasarkan algoritma *Brudy by Profit* pupuk yang tidak diangkut adalah pupuk yang mempunyai keuntungan yang kecil $\{(p_i) \leq 1,2 \text{ juta}\}$. Pada algoritma *Brudy by Density* pupuk yang tidak diangkut adalah barang-barang yang memiliki densitas $(\frac{p_i}{w_i}) \leq 4.000$. Selain itu pupuk-pupuk yang memiliki keuntungan paling kecil tidak diangkut berdasarkan perhitungan dengan algoritma *Brute Force*.

KESIMPULAN

Keuntungan optimal UD. Subur Tani Makmur didapat dari perhitungan *Brudy by Profit* yaitu sebesar Rp 117.996.500,00 dengan total berat pupuk yang diangkut adalah 5.981 kg dan berdasarkan algoritma *Brute Force* yaitu sebesar Rp 118.096.500,00 dengan total berat pupuk yang diangkut adalah 5.981 kg. Keuntungan yang lebih optimal diperoleh menggunakan algoritma *Brute Force*.

DAFTAR PUSTAKA

- Aminudin. (2005). *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Erlangga.
- W. M. Arista. (2013). Algoritma *greedy* dan *dynamic program* pada permasalahan *integer knapsack*. *Skripsi*. Jember: Universitas Jember.
- S. Martello & P. Toth, (1990). *Knapsack Problem*. John Wiley & Sons, Singapore.
- T.K. Rusli. (2008). Perancangan program aplikasi penyelesaian masalah knapsack dengan metode algoritma *brudy* (Studi Kasus: PT. Siam Square Buanatrans). *Skripsi*. Jakarta: Universitas Bina Nusantara.
- W.H. Septiani. (2015). Implementasi algoritma *greedy* dan metode *branch And bound* dalam persoalan *knapsack* 0-1 Di UD. Subur Tani Makmur. *Skripsi*. Universitas Sriwijaya.(Tidak Dipublikasikan).
- Sudradjat. (2010). *Pendahuluan Penelitian Operasional*. Diklat Kuliah. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran.

- D.J. Surjawan dan I. Susanto. (2015). Aplikasi optimalisasi muat barang dengan penerapan algoritma dynamic programming pada persoalan integer knapsack. *Jurnal Teknik Informatika dan Sistem Informasi*, Vol. 1, No. 2, 152.
- P.A. Wicaksono. (2007). Eksplorasi algoritma *brute force*, *greedy* dan pemograman dinamis pada penyelesaian masalah 0/1 knapsack. *Makalah IF2251 Strategi Algoritmik*, ITB.

PENGOPTIMALAN RUTE PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN MENGGUNAKAN ALGORITMA DIJKTRA (STUDI KASUS PENGANGKUTAN SAMPAH DI KOTA BANDA ACEH)

Nurmaulidar, Radhiah, Muhammad Reza Pahlefi

*FMIPA, Universitas Syiah Kuala
email :nurmaulidar.lidar@gmail.com*

ABSTRAK

Paper ini berjudul Pengoptimalan Rute Pengangkutan Sampah dengan Menggunakan Algoritma Dijkstra (studi kasus pengangkutan sampah di kota Banda Aceh). Persoalan sampah tidak dapat dipisahkan dengan kegiatan sehari-hari dalam aktifitas manusia, Semakin padat penduduk suatu kota semakin banyak sampah yang dihasilkan. Perlu pengelolaan yang baik untuk mengatasi persoalan sampah sehingga tidak terjadi penumpukan sampah. Dengan menggunakan Algoritma Dijkstra dapat ditentukan rute pengangkutan sampah yang optimal, kemudian dihasilkan seberapa banyak bahan bakar yang diperlukan untuk mengangkut sampah dalam satu bulan. Algoritma Dijkstra bekerja dengan memperhatikan jarak suatu titik ke titik yang lain. Data jarak diperoleh dengan menggunakan Google maps sedangkan data yang lain diperoleh dari Dinas Kebersihan dan Keindahan Kota Banda Aceh. Sistem pengambilan sampah yang digunakan yaitu sistem pengambilan sampah dengan menggunakan container ganti. Tempat Pembuangan Akhir (TPA) diasumsikan sebagai titik awal dan titik akhir dari rute pengangkutan sampah. Truk sampah yang digunakan berjenis Amroll Truck karena dapat mengangkut sampah di landasan container. Dari hasil pembahasan diperoleh Total jarak tempuh pengangkutan sampah di Kota Banda Aceh dengan menggunakan algoritma Dijkstra pada sistem pengangkutan sampah kontainer ganti adalah 159Km dan memerlukan bahan bakar 26,5 liter yang setara dengan harga Rp.173.520,-. Dalam sebulan total jarak tempuh adalah 4159 km, dan menghabiskan bahan bakar 693 liter dengan harga Rp. 4.540.355,-.

Kata kunci: Optimalisasi, Rute Pengangkutan, algoritma Dijkstra

PENDAHULUAN

Pertumbuhan penduduk kota yang tinggi serta meningkatnya kegiatan pembangunan di berbagai sektor menimbulkan berbagai masalah di wilayah-wilayah perkotaan yang antara lain urbanisasi, permukiman kumuh, sampah dan sebagainya. Permasalahan yang dialami hampir di seluruh kota di Indonesia adalah permasalahan sampah.

Pesatnya perkembangan pembangunan wilayah perkotaan di Indonesia khususnya di kota Banda Aceh, diikuti oleh peningkatan perpindahan sebagian rakyat pedesaan ke kota dengan anggapan akan memperoleh kehidupan yang lebih baik. Hal ini tentunya sangat berdampak pada peningkatan jumlah penduduk kota yang juga sebanding dengan limbah yang akan dihasilkan, namun tidak disertai secara langsung dengan penyediaan sarana dan prasarana yang optimal oleh pemerintah, akibatnya pelayanan yang ada tidak maksimal dan

terjadi penurunan kualitas lingkungan, khususnya pada permasalahan pengangkutan sampah kota. Untuk menanggulangi permasalahan ini, sangat dibutuhkan peranan pemerintah yang didukung oleh kepedulian masyarakat kota setempat.

Hingga saat ini sampah masih menjadi masalah serius di berbagai kota besar di Indonesia. Sistem penanganan sampah kota yang ada sekarang masih mengandalkan pada Tempat Pembuangan Akhir (TPA) sebagai tempat pengelolaan sampah harus semakin diperhatikan karena berhubungan dengan efisiensi waktu dan biaya. Transportasi sampah adalah subsistem sampah yang bersasaran membawa sampah dari lokasi pemindahan atau dari sumber sampah secara langsung menuju Tempat Pembuangan Akhir (TPA). Dengan optimasi subsistem ini diharapkan pengangkutan sampah menjadi mudah, cepat, serta biaya relatif murah dengan tujuan akhir meminimalkan penumpukan sampah yang akan memberi dampak langsung bagi kesehatan masyarakat dan keindahan kota. Meminimumkan jarak dan waktu tempuh merupakan solusi utama dari perencanaan rute pengangkutan sampah. Rute pengangkutan sampah yang dibuat haruslah efektif dan efisien sehingga didapatkan rute pengangkutan yang paling optimum.

Kota Banda Aceh merupakan salah satu kota yang mengalami permasalahan kompleks di bidang pengelolaan sampah ini, khususnya mengenai sistem pengangkutan sampah pada Kecamatan Syiah Kuala. Kecamatan ini merupakan kecamatan yang paling luas wilayah dan padat penduduknya dikarenakan banyak tempat pendidikan dan usaha yang berkembang. Kecamatan Syiah Kuala terdiri dari 10 kelurahan/desa. Berdasarkan hasil Sensus penduduk (SP-2010) yang dilakukan oleh BPS Republik Indonesia, penduduk Kecamatan Syiah Kuala 2010 sebanyak 38.850 jiwa dengan kepadatan penduduk 2.447 jiwa per Km². Meningkatnya jumlah penduduk di Syiah Kuala akan meningkat pula jumlah volume sampah di kecamatan tersebut. Proses pengambilan sampah pada kecamatan ini dilakukan dengan menggunakan cara pengambilan sampah pada bak sampah yang ada di tiap rumah dan kontainer yang disediakan di Tempat Pembuangan Sementara (TPS). Namun, keadaan ini tidak ditunjang dengan sistem pengangkutan yang efektif dan efisien khususnya pada sub bagian penentuan rute pelayanan pengangkutan sampah sehingga terjadi penumpukan sampah di beberapa wilayah.

Tujuan dari penelitian ini yaitu menentukan rute pengangkutan sampah yang optimal pada Kecamatan Syiah Kuala dengan menggunakan algoritma Dijkstra serta untuk mengetahui seberapa besar bahan bakar yang diperlukan untuk mengangkut sampah di Kecamatan Syiah Kuala, Banda Aceh.

METODE PENELITIAN

Prosedur yang dilakukan dalam mengidentifikasi sistem pengangkutan sampah Kota Banda Aceh terbagi dalam beberapa tahapan. Tahap awal yang dilakukan yaitu tahap pendahuluan yaitu mengidentifikasi masalah. Data yang diambil berupa titik sampah kontainer dan rute pengangkutan sampah serta pencarian data jarak jalan dengan menggunakan google maps. Metode Pengoptimalan Rute Pengangkutan sampah yang digunakan dalam menganalisis dan memecahkan masalah adalah dengan algoritma *Dijkstra*. Selanjutnya dilakukan analisis data mengenai penentuan rute yang optimal sehingga sistem pengangkutan sampah dapat efektif dan efisien. Algoritma *Dijkstra* yang digunakan adalah : Algoritma *Dijkstra* merupakan algoritma yang paling terkenal dalam mencari lintasan terpendek. Algoritma *Dijkstra* ditemukan oleh *Edsger Wybe Dijkstra*. Algoritma *Dijkstra* pada awalnya diterapkan pada graf berarah tetapi dapat diterapkan juga pada graf tak berarah. Algoritma *Dijkstra* adalah suatu algoritma yang digunakan untuk mencari lintasan terpendek antara dua buah *vertex* dalam suatu graf (Munir, 2005).

Berikut algoritma *Dijkstra* yang akan dibangun code pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

Dijkstra (G, w, s)

INITIALIZE-SINGLE-SOURCE(G, s)

1. $S \leftarrow \emptyset$
2. $Q \leftarrow V[G]$
3. **while** $Q \neq \emptyset$
4. **do** $u \leftarrow \text{EXTRACT-MIN}(Q)$
5. $S \leftarrow S \cup \{u\}$
6. **for each** vertex $v \in \text{Adj}[u]$
7. **do** $\text{RELAX}(u, v, w)$

(Cormen, 2001)

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sistem pengambilan sampah yang digunakan yaitu sistem pengambilan sampah dengan menggunakan kontainer ganti. TPA dianggap sebagai titik awal dan titik akhir dari rute pengangkutan sampah.

Dalam penulisan ini diasumsikan kendaraan pengangkut selalu dalam keadaan baik, kemacetan diabaikan, ruas jalan selalu dapat terlewati. Data jarak dari TPA ke lokasi diambil dengan menggunakan *google maps*. Bahan bakar yang digunakan adalah premium dan diasumsikan 1 liter premium mampu menempuh jarak 6 km dengan harga Rp. 6550,- /liter. Untuk data titik wadah kontainer di Kota Banda Aceh disajikan dalam tabel 4.1 berikut:

Tabel 4.1 Data Titik Wadah Kontainer Di Kota Banda Aceh

No. Badan	Titik Lokasi Kontainer	Urutan Titik Sampah	Jumlah Trip /Bulan	Jumlah Bahan Bakar PP (Liter)
1	2	3	4	4
Sulhanuddin DKK 102 (HP. 085277337033)	Fakultas Pertanian	1	16	7.43
	Jl. Lingkar Darussalam*	2	31	7.43
Fauzi DKK 121 (HP. 081360573635)	Komplek POLDA Aceh	3	16	5.86
	Kantor Gubernur	4	22	3.26
Husaini DKK 55 (HP. 085277543112)	Biro UIN	5	25	7.43
	Asrama Putri	6	15	7.43
	Komplek DPRA	7	16	2.6
Mahmuddin DKK 132 Engkel	Sp. Tugu Darussalam**	8	62	6.6
Jumlah		8	203	48.04

Sumber : Dinas Kebersihan dan Keindahan Kota Banda Aceh

Keterangan :

* : Satu Kontainer Sampah

** : Dua Kontainer Sampah

Untuk menentukan rute pengangkutan sampah yang optimal dengan menggunakan algoritma Dijkstra terlebih dahulu dibuat pemodelan dengan graf serta memberikan nama-nama simpul. Pada Graf tersebut simpul (*vertex*) merupakan persimpangan, sementara sisi (*edge*) merupakan jalur yang menghubungkan antara dua persimpangan.

Berikut ini merupakan hasil penentuan rute pengangkutan sampah dan total jarak tempuh yang didapat dengan menggunakan algoritma Dijkstra serta banyaknya bahan bakar yang digunakan pada masing-masing titik sampah.

Fakultas Pertanian Unsyiah

Rute yang dilewati dari TPA ke Fakultas Pertanian Unsyiah yaitu Teuku DiAnjong, Supratman, Pasar Ikan Peunayong, Panglima Polem, Bank Mandiri Peunayong, Dinas Kebersihan Kota Banda Aceh, SMA Syafiatuddin, Kowera I, Aceh Bubur Ulee Kareng, Ratu Sri Syafiatuddin, Kantor Gubernur Aceh, Prada, POLDA Aceh, Simpang Mesra, Cek Wan Kupi, Teuku Lamgugop, Jembatan Lamnyong, Bundaran Darussalam, SMA Fatih, Warung Nasi Limpok, dan Fakultas Teknik Unsyiah. Sedangkan rute yang dilewati dari Fakultas Pertanian Unsyiah ke TPA yaitu Fakultas Teknik Unsyiah, Warung Nasi Limpok, SMA Fatih, Jembatan Lamnyong, Teuku lamgugop, Cek Wan Kupi, Prada Utama, Prada, Kantor Gubernur, Ratu Sri Syafiatuddin, Aceh Bubur Ulee Kareng, Jambo Tape, BNI Syari'ah, Tugu Simpang Lima, Hotel Medan, Pasar Ikan Peunayong, Supratman, Teuku DiAnjong. Dengan demikian, jarak yang dilewati (PP) dari TPA ke Fakultas Pertanian Unsyiah sebesar 23,33 km. Pengangkutan pada titik sampah ini dilakukan 2 hari sekali sehingga total jarak yang ditempuh per bulan sebesar 373 km yang menghabiskan bahan bakar sebesar 62 liter per bulan dengan biaya Rp. 407.620,-. Hasil ini lebih baik dari pada jumlah bahan bakar yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan, per angkutan hanya menghabiskan 3,88 liter sedangkan pada data yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan menghabiskan 7,43 liter.

Jl. Lingkar Darussalam

Rute yang dilewati dari TPA ke Jalan Lingkar yaitu Teuku DiAnjong, Supratman, Pasar Ikan Peunayong, Panglima Polem, Bank Mandiri Peunayong, Dinas Kebersihan Kota Banda Aceh, SMA Syafiatuddin, Kowera I, Aceh Bubur Ulee Kareng, Ratu Sri Syafiatuddin, Kantor Gubernur Aceh, Prada, POLDA Aceh, Simpang Mesra, Cek Wan Kupi, Teuku Lamgugop, dan Jembatan Lamnyong. Sedangkan rute yang dilewati dari Jalan Lingkar Darussalam ke TPA yaitu Jembatan Lamnyong, Teuku lamgugop, Cek Wan Kupi, Prada Utama, Prada, Kantor Gubernur, Ratu Sri Syafiatuddin, Aceh Bubur Ulee Kareng, Jambo Tape, BNI Syari'ah, Tugu Simpang Lima, Hotel Medan, Pasar Ikan Peunayong, Supratman, Teuku DiAnjong. Dengan demikian, jarak yang dilewati (PP) dari TPA ke Jl. Lingkar Darussalam sebesar 20,42 km. Pengangkutan pada titik sampah ini dilakukan satu hari sekali sehingga total jarak yang ditempuh per bulan sebesar 633 km yang menghabiskan bahan bakar sebesar 106 liter per bulan dengan biaya Rp. 691,047,-. Hasil ini lebih baik dari pada jumlah bahan bakar yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan, per angkutan hanya menghabiskan 3,4 liter sedangkan pada data yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan menghabiskan 7,43 liter.

Komplek POLDA Aceh

Rute yang dilewati dari TPA ke Komplek POLDA Aceh yaitu Teuku DiAnjong, Supratman, Pasar Ikan Peunayong, Panglima Polem, Bank Mandiri Peunayong, Dinas Kebersihan Kota Banda Aceh, SMA Syafiatuddin, Kowera I, Aceh Bubur Ulee Kareng, Ratu Sri Syafiatuddin, Kantor Gubernur Aceh, dan Prada. Sedangkan rute yang dilewati dari Komplek POLDA Aceh ke TPA yang didapat dari aplikasi POM QM (terlampir di lampiran 8). Rutenya yaitu Prada, Kantor Gubernur, Ratu Sri Syafiatuddin, Aceh Bubur Ulee Kareng,

Jambo Tape, BNI Syari'ah, Tugu Simpang Lima, Hotel Medan, Pasar Ikan Peunayong, Supratman, Teuku DiAnjong. Jarak yang ditempuh oleh rute tersebut sebesar 7,98 km. Dengan demikian, jarak yang dilewati (PP) dari TPA ke Komplek POLDA Aceh sebesar 15,61 km. Pengangkutan pada titik sampah ini dilakukan 2 hari sekali sehingga total jarak yang ditempuh per bulan sebesar 250 km yang menghabiskan bahan bakar sebesar 42 liter per bulan dengan biaya Rp. 272.725,-. Hasil ini lebih baik dari pada jumlah bahan bakar yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan, per angkutan hanya menghabiskan 2,6 liter sedangkan pada data yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan menghabiskan 5,86 liter.

Kantor Gubernur

Rute yang dilewati dari TPA ke Kantor Gubernur yaitu Teuku DiAnjong, Supratman, Pasar Ikan Peunayong, Panglima Polem, Bank Mandiri Peunayong, Dinas Kebersihan Kota Banda Aceh, SMA Syafiatuddin, Kowera I, Aceh Bubur Ulee Kareng, dan Ratu Sri Syafiatuddin. Jarak yang ditempuh oleh rute tersebut sebesar 6,35 km. Sedangkan rute yang dilewati dari Kantor Gubernur ke TPA yaitu Ratu Sri Syafiatuddin, Aceh Bubur Ulee Kareng, Jambo Tape, BNI Syari'ah, Tugu Simpang Lima, Hotel Medan, Pasar Ikan Peunayong, Supratman, Teuku DiAnjong. Dengan demikian, jarak yang dilewati (PP) dari TPA ke Kantor Gubernur Aceh sebesar 13,05 km. Pengangkutan pada titik sampah ini dilakukan 22 kali sebulan sehingga total jarak yang ditempuh per bulan sebesar 287 km yang menghabiskan bahan bakar sebesar 48 liter per bulan dengan biaya Rp. 313.466,-. Hasil ini lebih baik dari pada jumlah bahan bakar yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan, per angkutan hanya menghabiskan 2,1 liter sedangkan pada data yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan menghabiskan 3,26 liter.

Biro UIN Ar-Raniry

Rute yang dilewati dari TPA ke Biro UIN Ar-Raniry yaitu Teuku DiAnjong, Supratman, Pasar Ikan Peunayong, Panglima Polem, Bank Mandiri Peunayong, Dinas Kebersihan Kota Banda Aceh, SMA Syafiatuddin, Kowera I, Aceh Bubur Ulee Kareng, Ratu Sri Syafiatuddin, Kantor Gubernur Aceh, Prada, POLDA Aceh, Simpang Mesra, Cek Wan Kupa, Teuku Lamgugop, Bundaran Darussalam, Gerbang Unsyiah, Fakultas Ekonomi Unsyiah dan Teuku Chiek Pante Kulu. Sedangkan rute yang dilewati dari Biro UIN Ar-Raniry ke TPA yaitu Teuku Chiek Pante Kulu, Fakultas Ekonomi, Gerbang Unsyiah, Bundaran Darussalam, Jembatan Lamnyong, Teuku lamgugop, Cek Wan Kupa, Prada Utama, Prada, Kantor Gubernur, Ratu Sri Syafiatuddin, Aceh Bubur Ulee Kareng, Jambo Tape, BNI Syari'ah, Tugu Simpang Lima, Hotel Medan, Pasar Ikan Peunayong, Supratman, Teuku DiAnjong. Dengan demikian, jarak yang dilewati (PP) dari TPA ke Biro UIN Ar-Raniry sebesar 23,01 km. Pengangkutan pada titik sampah ini dilakukan 25 kali sebulan sehingga total jarak yang ditempuh per bulan sebesar 575 km yang menghabiskan bahan bakar sebesar 96 liter per bulan dengan biaya Rp. 628.145,-. Hasil ini lebih baik dari pada jumlah bahan bakar yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan, per angkutan hanya menghabiskan 3,8 liter sedangkan pada data yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan menghabiskan 7,43 liter.

Asrama Putri

Rute yang dilewati dari TPA ke Asrama Putri yaitu Teuku DiAnjong, Supratman, Pasar Ikan Peunayong, Panglima Polem, Bank Mandiri Peunayong, Dinas Kebersihan Kota Banda Aceh, SMA Syafiatuddin, Kowera I, Aceh Bubur Ulee Kareng, Ratu Sri Syafiatuddin, Kantor Gubernur Aceh, Prada, POLDA Aceh, Simpang Mesra, Cek Wan Kupa, Teuku Lamgugop, dan Bundaran Darussalam. Sedangkan rute yang dilewati dari Asrama Putri ke yaitu Bundaran Darussalam, Jembatan Lamnyong, Teuku lamgugop, Cek Wan Kupa, Prada Utama, Prada, Kantor Gubernur, Ratu Sri Syafiatuddin, Aceh Bubur Ulee Kareng, Jambo

Tape, BNI Syari'ah, Tugu Simpang Lima, Hotel Medan, Pasar Ikan Peunayong, Supratman, Teuku DiAnjong. Dengan demikian, jarak yang dilewati (PP) dari TPA ke Asrama Putri sebesar 21,43 km. Pengangkutan pada titik sampah ini dilakukan 15 kali sebulan sehingga total jarak yang ditempuh per bulan sebesar 321 km yang menghabiskan bahan bakar sebesar 54 liter per bulan dengan biaya Rp. 350.949,-. Hasil ini lebih baik dari pada jumlah bahan bakar yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan, per angkutan hanya menghabiskan 3,5 liter sedangkan pada data yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan menghabiskan 7,43 liter.

Komplek DPR Aceh

Rute yang dilewati dari TPA ke Komplek DPR Aceh yaitu Teuku DiAnjong, Supratman, Pasar Ikan Peunayong, Panglima Polem, Bank Mandiri Peunayong, Dinas Kebersihan Kota Banda Aceh, SMA Syafiatuddin, Kowera I, Aceh Bubur Ulee Kareng, Ratu Sri Syafiatuddin, Kantor Gubernur Aceh, Hotel Anggrek, dan Simpang 4 Lamgugop. Sedangkan rute yang dilewati dari Komplek DPR Aceh ke TPA yaitu Simpang 4 Lamgugop, Prada Utama, Prada, Kantor Gubernur, Ratu Sri Syafiatuddin, Aceh Bubur Ulee Kareng, Jambo Tape, BNI Syari'ah, Tugu Simpang Lima, Hotel Medan, Pasar Ikan Peunayong, Supratman, Teuku DiAnjong. Jarak yang ditempuh oleh rute tersebut sebesar 10,23 km. Dengan demikian, jarak yang dilewati (PP) dari TPA ke Komplek DPR Aceh sebesar 19,34 km. Pengangkutan pada titik sampah ini dilakukan 2 hari sekali sehingga menghabiskan bahan bakar sebesar 52 liter per bulan dengan biaya Rp. 337.963,-.

Simpang Tugu Darussalam

Rute yang dilewati dari TPA ke Simpang Tugu yaitu Teuku DiAnjong, Supratman, Pasar Ikan Peunayong, Panglima Polem, Bank Mandiri Peunayong, Dinas Kebersihan Kota Banda Aceh, SMA Syafiatuddin, Kowera I, Aceh Bubur Ulee Kareng, Ratu Sri Syafiatuddin, Kantor Gubernur Aceh, Prada, POLDA Aceh, Simpang Mesra, Cek Wan Kupi, Teuku Lamgugop, Bundaran Darussalam, Gerbang Unsyiah, Fakultas Ekonomi Unsyiah, dan Gedung AAC Dayan Dawood. Sedangkan rute yang dilewati dari Simpang Tugu Darussalam ke TPA yaitu Gedung AAC Dayan Dawood, Fakultas Ekonomi Unsyiah, Gerbang Unsyiah, Bundaran Darussalam, Jembatan Lamnyong, Teuku lamgugop, Cek Wan Kupi, Prada Utama, Prada, Kantor Gubernur, Ratu Sri Syafiatuddin, Aceh Bubur Ulee Kareng, Jambo Tape, BNI Syari'ah, Tugu Simpang Lima, Hotel Medan, Pasar Ikan Peunayong, Supratman, Teuku DiAnjong. Dengan demikian, jarak yang dilewati (PP) dari TPA ke Komplek DPR Aceh sebesar 22,73 km. Pengangkutan pada titik sampah ini dilakukan sehari dua kali sehingga menghabiskan bahan bakar sebesar 235 liter per bulan dengan biaya Rp. 1.538.442,-. Hasil ini lebih baik dari pada jumlah bahan bakar yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan, per angkutan hanya menghabiskan 3,7 liter sedangkan pada data yang ditetapkan oleh Dinas Kebersihan menghabiskan 6,6 liter.

KESIMPULAN

Hasil yang diperoleh untuk pengoptimalan rute pengangkutan sampah menggunakan algoritma *Dijkstra* adalah sebesar 159 km. menghabiskan bahan bakar 26,5 liter dengan harga Rp.173.520,-. Total jarak tempuh dalam sebulan sebesar 4159 km, menghabiskan bahan bakar sebanyak 693 liter dengan harga Rp. 4.540.355,-. Hasil yang diperoleh dengan menggunakan algoritma *Dijkstra* lebih baik dibandingkan dengan hasil sebelumnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Budayasa, I.K. 2007. *“Teori Graph dan Aplikasinya”*. Unesa University Press : Surabaya.
- Cormen, T.H., et al. 2001. *“Introduction to Algoritms”*. The MIT Press : USA
- Ira Prasetyaningrum. 2010. *“Pengepakan Pallet dalam Kontainer dengan Forklif Menggunakan Metode Algoritma Genetika”*. Skripsi. ITS : Surabaya.
- Munir, Rinaldi. 2005. *“Matematika Diskrit”*. Informatika : Bandung.
- Rian Ankaa Sagara, dkk. 2005. *“Peningkatan Produktivitas pada Tahap Pembibitan Kelapa Savit (Studi Kasus : PT BPS)”*. Tesis. Universitas Bina Nusantara.
- Suryati, Teti. 2009. *“Bijak dan Cerdas Mengelola Sampah : Membuat Kompos dari Sampah Rumah Tangga”*. Agromedia Pustaka : Jakarta.
- Tchobanoglous, G., Kreith, F. 2002. *“Handbook of Solid Waste Management”*. Mc. Graw-Hill : United States.
- Tchobanoglous, G., Theisen, H., Vigil, S.A. 1993. *“Integrated Solid Waste Management”*. Mc. Graw-Hill : United States.
- Wu, Bang Ye and Kun-Mao Chao. 2004. *“Discreet Mathematics and Its Applications : Spanning Tree and Optimization Problems”*. Chapman & Hall/CRC : New York.
- Yuwono, Bambang, S.T, M.T. 2007. *“Panduan Menggunakan POM for Windows”*. Universitas Pembangunan Nasional “Veteran” : Yogyakarta.

ANALISIS MODEL INDEKS HARGA SAHAM DENGAN METODE REGRESI DATA PANEL

Idhia Sriliana, Herlin Fransiska

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu

email: idhiasriliana@unib.ac.id

ABSTRACT

This study aims to analyze composite index model in Indonesia and Malaysia using panel data regression method. Panel data regression is derived from the combination of cross section data and time series data in order to obtain a larger data and it can improve the precision of the regression model. The data used in this study is IDX composite data and Kuala Lumpur Composite Index (KLCI) data from July 2005 to March 2008. Based on the analysis, the best panel data regression model for the composite index is Common Effect Model (CEM) with generalized least squares. The results show that the variables of bank interest rates and the money supply significantly affect the composite index in Indonesia and Malaysia.

Keywords: *Panel Data Regression, Common Effect Model, IDX Composite, Kuala Lumpur Composite Index (KLCI)*

PENDAHULUAN

Pasar modal mempunyai peranan yang penting dalam perekonomian suatu negara. Pasar modal merupakan sarana pendanaan usaha dan sarana masyarakat berinvestasi pada instrumen keuangan seperti saham. Investasi saham memiliki resiko besar meskipun menjanjikan keuntungan. Jika investor ingin berinvestasi maka harus memahami pergerakan harga saham melalui indeks harga saham.

Perubahan harga saham terjadi karena perubahan permintaan dan penawaran. Beberapa faktor yang mempengaruhi harga saham diantaranya tingkat inflasi, tingkat suku bunga, nilai tukar mata uang terhadap dollar amerika, jumlah uang yang beredar, serta indeks harga saham negara lain. Bila kenaikan atau penurunan saham terjadi terus menerus selama beberapa hari, maka akan diikuti dengan arus balik yang dapat mempercepat kenaikan atau penurunan harga saham. Kemampuan investor untuk memprediksi ada tidaknya penurunan atau kenaikan harga saham akan mempengaruhi yang akan didapat investor. Oleh karena itu, perlu dilakukan pemodelan indeks harga saham untuk memprediksi harga saham.

Sebagai negara tetangga, kondisi ekonomi Malaysia jauh lebih baik dari pada kondisi ekonomi Indonesia. GDP per kapita Malaysia \$12.000, tiga kali lipat dari pada GDP per kapita Indonesia yang hanya sekitar \$4.000. Malaysia memiliki tingkat inflasi hanya sekitar 1,9%, jauh lebih kecil dibanding Indonesia (sekitar 9%). Kondisi ekonomi Malaysia yang tumbuh stabil dan baik untuk investasi menjadikan Malaysia menjadi negara yang lebih menarik bagi investor dibanding Indonesia [1].

Berdasarkan fakta-fakta yang dijelaskan sebelumnya, maka dapat dilakukan pemodelan indeks harga saham berdasarkan Indeks Harga saham Gabungan (IHSG) Indonesia dan Kuala Lumpur Composite Index (KLCI) Malaysia. Pemodelan ini bertujuan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi indeks harga saham di Indonesia dan Malaysia, serta mempredikasi terjadinya perubahan harga saham.

Salah satu metode mampu memodelkan dan menjelaskan faktor yang mempengaruhi indeks harga saham adalah regresi data panel. Regresi data panel merupakan analisis regresi yang menggunakan unsur *cross-section* dan *time series*. Keuntungan menggunakan analisis regresi data panel adalah memperoleh hasil estimasi parameter yang lebih baik [2]. Penelitian ini menggunakan data Indeks Harga saham Gabungan (IHSG) Indonesia dan Kuala Lumpur Composite Index (KLCI) Malaysia yang merupakan data panel di mana negara sebagai unit individu (*cross-section*) dan periode waktu yang digunakan sebagai unit waktu (*time series*). Sehingga pada penelitian ini digunakan metode regresi data panel untuk memodelkan indeks harga saham di Indonesia dan Malaysia.

KAJIAN LITERATUR

Indeks Harga Saham

Indeks harga saham adalah suatu indikator yang menunjukkan pergerakan harga saham. Pergerakan indeks menjadi indikator penting bagi para investor untuk menentukan apakah mereka akan menjual, menahan, atau membeli suatu atau beberapa saham.

Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) disebut *Jakarta Composit Index*, JCI atau JSX Composit, merupakan salah satu indeks pasar saham yang digunakan oleh Bursa Efek Jakarta (BEJ). Diperkenalkan pertama kali pada tanggal 1 April 1983. Indeks ini mencakup pergerakan seluruh saham biasa dan preferen yang tercatat di BEJ. Hari dasar untuk perhitungan IHSG adalah tanggal 10 Agustus 1982 dimana indeks ditetapkan dengan nilai dasar 100 dan saham tercatat pada saat itu berjumlah 13 saham.

Kuala Lumpur Composite Index adalah indeks pasar saham yang secara umum diterima sebagai barometer pasar saham lokal. Diperkenalkan pada tahun 1986 untuk menjawab kebutuhan akan indeks pasar saham dimana akan melayani sebagai indikator *performance* dari pasar saham Malaysia yang akurat. KLCI digunakan sebagai indeks utama dan sekarang menjadi salah satu dari tiga indeks utama untuk pasar saham Malaysia, di mana dua yang lainnya adalah FMB30 dan FMBEMAS [1].

Regresi Data Panel

Data panel adalah data yang merupakan hasil dari pengamatan pada beberapa individu (unit *cross-sectional*) yang masing-masing diamati dalam beberapa periode waktu yang berurutan [3]. Analisis regresi data panel adalah analisis regresi yang didasarkan pada data panel untuk mengamati hubungan antara satu variabel terikat (*dependent variable*) dengan satu atau lebih variabel bebas (*independent variable*). Beberapa alternatif model yang dapat diselesaikan dengan data panel yaitu [4],

Model 1: semua koefisien baik intersep maupun *slope* koefisien konstan

$$Y_{it} = \beta_1 + \sum_{k=2}^K \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it} \quad (1)$$

Model 2: *slope* koefisien konstan, tetapi *intercept* berbeda akibat perbedaan unit *cross section*.

$$Y_{it} = \beta_{1i} + \sum_{k=2}^K \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it} \quad (2)$$

Model 3: *slope* koefisien konstan, tetapi *intercept* berbeda akibat perbedaan unit *cross section* dan berubahnya waktu.

$$Y_{it} = \beta_{1it} + \sum_{k=2}^K \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it} \quad (3)$$

Model 4: *intercept* dan *slope* koefisien berbeda akibat perbedaan unit *cross section*.

$$Y_{it} = \beta_{1i} + \sum_{k=2}^K \beta_{ki} X_{kit} + \varepsilon_{it} \quad (4)$$

Model 5 : *intercept* dan *slope* koefisien berbeda akibat perbedaan unit *cross section* dan berubahnya waktu.

$$Y_{it} = \beta_{1it} + \sum_{k=2}^K \beta_{kit} X_{kit} + \varepsilon_{it} \quad (5)$$

N = Jumlah unit individu (*cross section*),
 $i = 1, 2, \dots, N$

T = Jumlah unit waktu, $t = 1, 2, \dots, T$

K = Jumlah parameter regresi yang diduga

dimana: Y_{it} = Variabel terikat individu ke- i waktu ke- t

X_{kit} = Variabel bebas ke- k untuk individu
ke- i waktu ke- t

β_{it} = Parameter yang diduga

ε_{it} = Error populasi

Secara umum terdapat dua pendekatan yang digunakan dalam menduga model regresi data panel yaitu model tanpa pengaruh individu (*common effect*) dan model dengan pengaruh individu (*fixed effect* dan *random effect*).

Common Effect Model (CEM)

Common Effect Model (CEM) adalah pendugaan yang menggabungkan (*pooled*) seluruh data *time series* dan *cross section* dan menggunakan pendekatan OLS (*Ordinary Least Square*) untuk menduga parameternya. Metode OLS merupakan salah satu metode populer untuk menduga nilai parameter dalam persamaan regresi linear. Secara umum, persamaan modelnya dituliskan sebagai berikut [3]:

$$Y_{it} = \alpha + \beta X_{it} + \varepsilon_{it} \quad (6)$$

dengan:

Y_{it} = Variabel terikat pada unit individu ke- i
dan waktu ke- t

X_{it} = Variabel bebas pada unit individu ke- i
dan waktu ke- t

Fixed Effect Model (FEM)

β = Koefisien slope atau parameter yang diduga

α = Intersep model regresi

ε_{it} = Galat atau komponen error pada unit
individu ke- i dan waktu ke- t

Pendugaan parameter regresi panel dengan *Fixed Effect Model* menggunakan teknik penambahan variabel dummy sehingga metode ini seringkali disebut dengan *Least Square Dummy Variable* model. Persamaan regresi pada *Fixed Effect Model* adalah[3]

$$Y_{it} = \alpha_1 + \sum_{k=2}^N \alpha_k D_{ki} + \beta X_{it} + \varepsilon_{it} \quad (7)$$

Fixed Effect Model diasumsikan bahwa koefisien *slope* bernilai konstan tetapi *intercept* bersifat tidak konstan [5].

Random Effect Model (REM)

Metode ini mengestimasi data panel dengan menghitung *error* dari model regresi dengan metode *Generalized Least Square* (GLS). Berbeda dengan *fixed effect model*, efek spesifikasi dari masing-masing individu diperlakukan sebagai bagian dari komponen error yang bersifat acak dan tidak berkorelasi dengan variabel penjelas yang teramati. Model ini

sering disebut juga dengan *Error Component Model* (ECM). Persamaan *random effect* dapat ditulis sebagai berikut,

$$Y_{it} = \alpha_1 + \beta X_{it} + \varepsilon_{it}, \quad \varepsilon_{it} = u_i + V_t + W_{it} \quad (8)$$

dengan:

u_i = komponen *error cross – section*

V_t = komponen *error time series*

W_{it} = komponen *error gabungan*

Adapun asumsi yang digunakan untuk komponen error tersebut adalah

$$u_i \sim N(0, \sigma_u^2), \quad V_t \sim N(0, \sigma_v^2), \quad W_{it} \sim N(0, \sigma_w^2)$$

Karena itu metode OLS tidak bisa digunakan untuk mendapatkan estimator yang efisien bagi *random effect* model. Metode yang tepat untuk mengestimasi *random effect* adalah *Generalized Least Square* (GLS) dengan asumsi homoskedastik dan tidak ada *cross sectional*. [6]

Uji Asumsi Model Regresi Data Panel

Model regresi data panel dapat disebut sebagai model yang baik jika model tersebut memenuhi kriteria *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE). Agar suatu persamaan tersebut dapat dikategorikan memenuhi kriteria BLUE, maka data yang digunakan harus memenuhi beberapa asumsi yang sering dikenal dengan istilah uji asumsi klasik. Uji asumsi klasik pada model regresi data panel meliputi uji normalitas, uji multikolinieritas, uji autokorelasi, dan uji heterokedastisitas [7].

Uji Signifikansi

Uji signifikansi merupakan prosedur yang digunakan untuk menguji kebenaran atau kesalahan dari hasil hipotesis nol dari sampel. Uji ini berguna untuk memeriksa apakah koefisien regresi yang didapat signifikan.

Uji Serentak (Uji F)

Uji-F diperuntukan guna melakukan uji hipotesis koefisien (*slope*) regresi secara bersamaan. Dengan demikian, secara umum hipotesisnya dituliskan sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \text{paling tidak ada satu } slope \text{ yang } \neq 0$$

dimana k adalah banyaknya variabel bebas.

Statistik uji:

$$F_{hit} = \frac{R^2 / (n + K - 1)}{(1 - R^2) / (nT - n - K)} \quad (9)$$

dengan:

R^2 = koefisien determinasi

n = jumlah *cross section*

T = jumlah *time series*

K = jumlah variabel bebas

Kriteria uji: H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{(\alpha, n+K-1, nT-n-K)}$, artinya bahwa hubungan antara semua variabel bebas dan variabel terikat berpengaruh signifikan [5].

Uji Individu (Uji T)

Model hipotesis dalam uji individu adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0, \quad j = 0, 1, \dots, k \quad (k : \text{koefisien slope})$$

Menentukan t hitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$t = \frac{b_j}{s(b_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (10)$$

dengan:

b_j : nilai estimator untuk parameter β_j

$s_{(b_j)}$: standar deviasi nilai dugaan parameter β_j

Uji ini dilakukan dengan membandingkan nilai t-hitung dengan t-tabel. Apabila $t_{hitung} > t_{tabel}$ maka H_0 ditolak yang artinya variabel bebas secara individu berpengaruh terhadap variabel terikat [8].

Koefisien Determinasi

Nilai koefisien determinasi (R^2) ini mencerminkan seberapa besar variasi dari variabel terikat Y dapat digunakan oleh variabel bebas X . Bila nilai ($R^2=0$), artinya variasi Y tidak dapat diterangkan oleh X sama sekali. Sementara $R^2=1$, maka semua pengamatan berada tepat pada garis regresi. Formula R^2 adalah sebagai berikut [9]:

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT} \quad (13)$$

dengan:

JKR : jumlah kuadrat regresi

JKT : jumlah kuadrat total (jumlah kuadrat regresi ditambah jumlah kuadrat sisa)

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian statistika terapan yang mengaplikasikan metode regresi data panel dalam menentukan model indeks harga saham. Data yang digunakan dalam penelitian adalah data sekunder yang diperoleh dari *trading economics* yaitu data Indeks Harga saham Gabungan (IHSG) Indonesia dan Kuala Lumpur Composite Index (KLCI) Malaysia (Juli 2005 – Maret 2008).

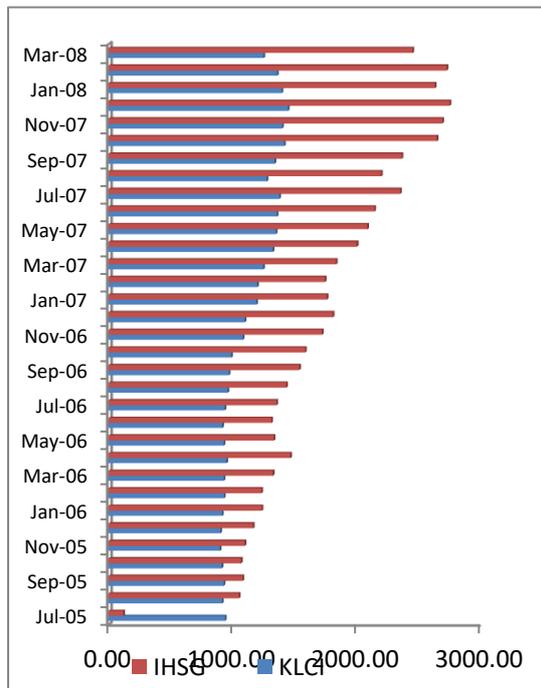
Objek penelitian ini adalah indeks harga saham di Indonesia dan Malaysia. Variabel bebas yang digunakan adalah inflasi (X_1), tingkat suku bunga bank (X_2), nilai tukar mata uang (X_3), jumlah uang beredar (X_4).

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian sebagai berikut:

1. Pengumpulan data dan identifikasi variabel penelitian
2. Mengestimasi parameter model regresi data panel dengan menggunakan metode *Common Effect Model*
3. Melakukan uji diagnostik pada model estimasi
4. Pemeriksaan persamaan regresi dan uji asumsi regresi data panel
5. Interpretasi model regresi

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data bulanan rata-rata Indeks Harga saham Gabungan (IHSG) Indonesia dan Kuala Lumpur Composite Index (KLCI) Malaysia diperoleh *Trading Economics*. Pergerakan IHSG dan KLCI periode Juli 2005 – Maret 2008 dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Data Blanan IHSX dan KLCI (Juli 2005 – Maret 2008)

Dalam penelitian ini, metode yang cocok digunakan untuk menentukan estimasi parameter dalam model adalah *Common Effect Model*. Alasan pemilihan metode karena faktor individu diasumsikan tidak mempengaruhi indeks harga saham.

Berdasarkan pengujian signifikansi untuk *Common Effect Model* diperoleh tiga variabel yang berpengaruh secara signifikan terhadap indeks harga saham (Y) yaitu tingkat suku bunga bank (X_2), nilai tukar mata uang (X_3), dan jumlah uang beredar (X_4). Hasil analisis *Common Effect Model* dapat dilihat pada Tabel berikut:

Tabel 1.

Hasil Estimasi Parameter dengan *Common Effect Model*

Variabel	Koefisien	P-Value
X_1	0.0285961	0.065
X_2	-0.1398881	0.000
X_3	-0.3180345	0.000
X_4	2.1181790	0.000
_cons	0.6428551	0.000

Berdasarkan Tabel 1, diperoleh model indeks harga saham dengan *Common Effect Model* sebagai berikut:

$$Y_{it} = 0.6428551 - 0.1398881 X_2 - 0.3180345 X_3 + 2.118179 X_4$$

dengan nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar

0.9650 atau 96.50%. Dengan kata lain, indeks harga saham di Indonesia dan Malaysia dapat dijelaskan oleh variabel bebas dalam model sebesar 96.50%.

Kemudian dilakukan pengujian asumsi klasik terhadap model yang diperoleh. Uji asumsi klasik untuk model yang diperoleh sebagai berikut:

1. Uji Normalitas

Uji Normalitas pada model dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dengan hipotesis berikut:

H_0 : Populasi data berdistribusi normal.

H_1 : Populasi data tidak berdistribusi normal.

Tabel 2.

Uji Kolmogorov-Smirnov

Uji	P-Value ($\alpha = 0.05$)
Kolmogorov-Smirnov test	0.523

Dari Tabel 2, diperoleh bahwa nilai *p-value* Kolmogorov-Smirnov = 0.523, dengan kata lain nilai *p-value* = 0.523 > nilai *alpha* (α) = 0.05. Maka dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima, artinya populasi data berdistribusi normal.

Uji Multikolinieritas

Uji multikolinieritas pada model dilakukan dengan menghitung nilai *VIF* (*Variance Inflation Factor*). Nilai *VIF* untuk setiap variabel bebas yang signifikan dapat dilihat pada Tabel 3. Berdasarkan Tabel 3 terlihat bahwa nilai *VIF* untuk semua variabel bebas lebih besar dari 10 artinya terjadi multikolinieritas. Sehingga, dilakukan analisis ulang tanpa variabel yang memiliki *VIF* paling besar yaitu X_3 .

Tabel 3.

Nilai *VIF* Variabel X_2, X_3, X_4

Variabel	VIF	1/VIF
X_3	30.99	0.032265
X_2	11.78	0.084871
X_4	10.03	0.099716

Dari hasil pengujian selanjutnya, pada Tabel 4 diperoleh nilai *VIF* untuk variabel X_2 dan X_4 tidak lebih besar dari 10, sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terjadi multikolinieritas.

Tabel 4.

Nilai *VIF* tanpa Variabel X_3

Variabel	VIF	1/VIF
X_2	2.36	0.423263
X_4	2.36	0.423263

Uji Heterokedastisitas

Uji Heterokedastisitas pada model dilakukan dengan menggunakan uji Breusch-Pagan. Berdasarkan output diperoleh nilai *p-value* = 0.2561 > nilai *alpha* (α) = 0.05. Maka dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima, artinya tidak terdapat heteroskedastisitas pada model regresi.

Uji Autokorelasi

Uji Autokorelasi pada model dilakukan dengan menggunakan uji Wooldridge. Berdasarkan output diperoleh nilai *p-value* = 0.0367 < nilai *alpha* (α) = 0.05, Maka dapat disimpulkan bahwa H_0 ditolak, artinya terdapat autokorelasi pada model regresi.

Selanjutnya dilakukan penyembuhan autokorelasi dengan *first difference method* dan hasil ujinya *p-value* = 0.1917 namun pada hasil estimasi parameter menunjukkan bahwa semua variabel X tidak signifikan. Sehingga selanjutnya di gunakan metode *Generalized Least Squares* (GLS) dengan menggunakan dua variabel bebas yaitu X_2 dan X_4 . Hasil estimasi parameter dengan menggunakan metode GLS dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 2.

Hasil Estimasi Parameter dengan Metode GLS

Variabel	Koefisien	P-Value
X_2	-0.2275234	0.000
X_4	1.6488370	0.000
_cons	0.4358327	0.000

Berdasarkan Tabel 5, diperoleh model indeks harga saham dengan *Common Effect Model* dengan metode GLS sebagai berikut:

$Y_{it} = 0.4358327 - 0.2275234 X_2 + 1.648837 X_4$ dengan nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 0.9461 atau 94.61%. Dengan kata lain, indeks harga saham di Indonesia dan Malaysia dapat dijelaskan oleh variabel bebas yang berpengaruh secara signifikan dalam model yaitu tingkat suku bunga bank dan jumlah uang yang beredar sebesar 94.61%.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa metode regresi data panel dapat digunakan untuk menentukan model indeks harga saham khususnya untuk indeks harga saham di Indonesia dan Malaysia. Dari analisis data diperoleh model regresi data panel terbaik untuk indeks harga saham adalah *Common Effect Model* (CEM) dengan *generalized least squares*. Hasil analisis menunjukkan variabel tingkat suku bunga bank dan jumlah uang beredar berpengaruh secara signifikan terhadap indeks harga saham di Indonesia dan Malaysia.

DAFTAR PUSTAKA

- Kartika A. *Volatilitas Harga Saham di Indonesia dan Malaysia*. Fakultas Ekonomi Univ. STIKUBANK, Semarang: Jurnal Aset, Vol 12. No.1 hal. 17-26; 2010.
- Hsiao C. *Analysis of Data Panel*. (2nd ed). Cambrige University Press; 2003.
- Baltagi B. *Econometric Analysis of Panel Data*, (3rd ed). Chicester, England: John Wiley & Sons Ltd; 2005.
- Jaya IGNM & Sunengsih N. *Kajian Analisis Regresi dengan Data Panel*. Prosiding Seminar Nasional Penelitian. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta; 2009.
- Gujarati D. *Basic Econometrics* (4th ed). New York University: McGraw-Hill; 2007.
- Silalahi D. *Analisis Ketahanan Pangan Provinsi Sumatra Utara Dengan Metode Regresi Data Panel*. Jurnal Sainia Matematika, Vol. 02 No. 03 hal: 237-251; 2014.
- Yudiatmaja F. *Analisis Regresi dengan Menggunakan Aplikasi Komputer Statistika SPSS*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama; 2013.
- Widarjono A. *Ekonometrika Teori dan Aplikasi Untuk Ekonomi dan Bisnis* (2^{ed} ed.). Yogyakarta: Ekonisia FE UII; 2007.
- Supranto J. *Statistik Teori dan Aplikasi*, (7th ed.) Jakarta: Erlangga; 2009.

SISTEM PENGENDALIAN DAN MONITORING SUHU PADA PIPA MINYAK MENGUNAKAN SMS GATEWAY

Alfirman, M.Kom, Fatayat, M.Kom

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau

email: alfirman.il@gmail.com

ABSTRACT

Advances in science and in technology now requires people to think and act more practical than ever. Therefore in need of tools that can help our daily lives in the act and achieve certain goals desired. Therefore it needs, develops knowledge in computer is capable of converting an analog system to a digital system and a manual system to a system of semi-automatic and automatic. Of course, the impact of the development of this technology will be helping people work more efficiently and supporting mobility towards more practical. In the oil pipeline have been installed temperature sensors and control devices open / close the pipeline that can be controlled by the operator via SMS gateway using a mobile phone. The drawback with using a mobile phone operator that is used in sending and receiving SMS to monitor and also open / close valves oil pipeline is the absence of a database, so it can not store the data of the temperature of the pipe. Therefore, through this study, a system of monitoring and controlling the temperature of the oil pipeline can be monitored through a computer-based devices by using SMS Gateway.

Keywords: SMS gateway, temperature, monitoring

PENDAHULUAN

Kemajuan dalam ilmu pengetahuan dan dalam bidang teknologi sekarang ini menuntut manusia untuk berfikir dan bertindak lebih praktis dari sebelumnya. Untuk itu di perlukan perangkat-perangkat yang mampu membantu keseharian manusia dalam bertindak dan mencapai tujuan tertentu yang dikehendaki. Oleh karena kebutuhan itu, berkembanglah pengetahuan dibidang komputer yang mampu mengubah sistem analog ke sistem digital dan sistem manual ke sistem semi otomatis maupun otomatis. Tentunya dampak dari perkembangan teknologi ini akan lebih membantu pekerjaan manusia menjadi lebih efisien serta mendukung mobilitas kearah yang lebih praktis.

Pada pipa minyak yang sudah terpasang perangkat sensor suhu dan pengontrolan buka / tutup pipa yang dapat dikontrol oleh operator melalui SMS gateway dengan menggunakan telepon seluler. Kelemahan dengan menggunakan telepon seluler yang digunakan operator dalam mengirim maupun menerima SMS untuk memonitor dan juga buka / tutup kran pipa minyak adalah tidak adanya *database*, sehingga tidak bisa menyimpan data-data temperatur pipa tersebut.

Perumusan Masalah

Dari latarbelakang masalah diatas dapat disimpulkan bahwa untuk melakukan *monitoring* temperatur pada pipa minyak sangatlah penting. Dengan menggunakan

komputer sebagai tempat penyimpanan *database*, memudah operator dalam membuat laporan temperatur pipa minyak karena datanya sudah tersimpan dalam komputer. Oleh karena itu, melalui penelitian ini dibuat suatu sistem *monitoring* suhu dan pengendalian pipa minyak yang dapat dipantau melalui perangkat berbasis komputer dengan menggunakan *SMS Gateway*.

Maksud dan Tujuan Penelitian

Maksud penelitian adalah:

- Menggunakan *SMS Gateway* untuk memantau temperatur suhu pada pipa minyak.
- Menggunakan komputer dan *SMS Gateway* untuk pengontrolan pipa minyak.
- Menggunakan sistem *database* sebagai media penyimpan.

Sedangkan yang menjadi tujuan penelitian adalah :

- Dihasilkan suatu program aplikasi yang dapat *memonitoring* suhu dan pengendalian pipa minyak dengan menggunakan *SMS Gateway*.
- setiap data yang masuk tersimpan pada *database*, sehingga memudahkan operator dalam pembuatan laporannya

KAJIAN LITERATUR DAN PEGEMBANGAN HIPOTESIS

Database

Database atau basis data merupakan kumpulan informasi berupa file-file atau tabel-tabel yang saling berelasi yang disimpan di dalam komputer secara sistematis sehingga dapat diperiksa menggunakan suatu program komputer untuk memperoleh informasi dari basis data tersebut.

SMS Gateway

SMS Gateway merupakan sebuah sistem aplikasi yang digunakan untuk mengirim dan atau menerima SMS, dan biasanya digunakan pada aplikasi bisnis, baik untuk kepentingan broadcast promosi, layanan informasi terhadap pengguna, penyebaran content produk / jasa dan yang lain.

Fitur yang ada dalam *SMS Gateway* bisa dimodifikasi sesuai dengan kebutuhan. Beberapa fitur yang umum dikembangkan dalam aplikasi *SMS Gateway*:

- Auto Reply*
- Pengiriman massal / *broadcast message*
- Pengiriman terjadwal

METODE PENELITIAN

Ada empat tahap kegiatan yang dilakukan dalam metode penerapan pada penelitian ini, seperti terlihat pada Gambar 1 dibawah ini :



Gambar 1. Tahapan dalam Metode Penelitian

Tahap Pengumpulan data

Pada tahap ini yang dilakukan adalah, Studi Literatur, yaitu mengumpulkan informasi berkaitan dengan penelitian baik dari buku, jurnal maupun internet.

Tahap Disain Sistem

Merancang aliran Sistem Pengendalian dan *Monitoring* Suhu pada Pipa Minyak Menggunakan SMS Gateway.

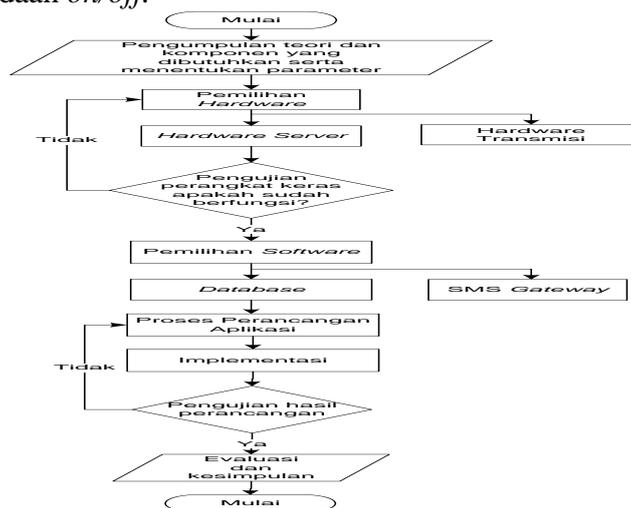
Tahap Pelaksanaan

Merancang dan membuat Sistem Pengendalian dan *Monitoring* Suhu pada Pipa Minyak Menggunakan SMS Gateway.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Flowchart Perancangan Aplikasi

Metode penelitian yang dilakukan terlebih dahulu adalah mengumpulkan teori dan mempersiapkan perangkat keras *hardware* dan *software* yang digunakan untuk perancangan serta pengujian aplikasi SMS Gateway untuk *monitoring* dan pengontrolan. Pengujian yang dilakukan adalah pengujian parameter yang berhubungan seperti pengiriman SMS *request* untuk kondisi suhu pada pipa yang dipasang, serta melakukan simulasi SMS *warning* apabila kondisi pipa dalam keadaan *on/off*.



Gambar 2. Flowchart Perancangan aplikasi

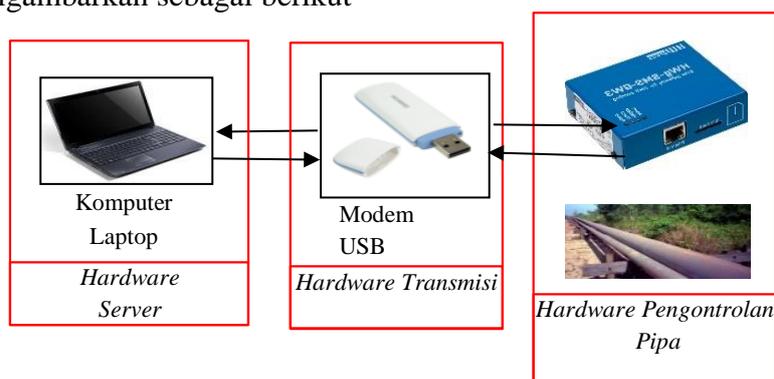
Pemilihan Hardware

Spesifikasi perangkat kerasnya yang digunakan dapat dilihat pada uraian di bawah ini:

a. *Hardware Server*: menggunakan Laptop sebagai *server*, *Processor* Intel celeron 1,6 GHz, RAM 4 Gb dan Harddisk 500Gb.

b. *Hardware Transmisi* : menggunakan Modem GSM USB Huawei lengkap dengan SIM Card GSM.

Hardware akan dirangkai sedemikian rupa untuk menjadi suatu rangkaian uji yang utuh. Perangkaian ini digambarkan sebagai berikut



Gambar 3. Rangkaian uji *hardware*

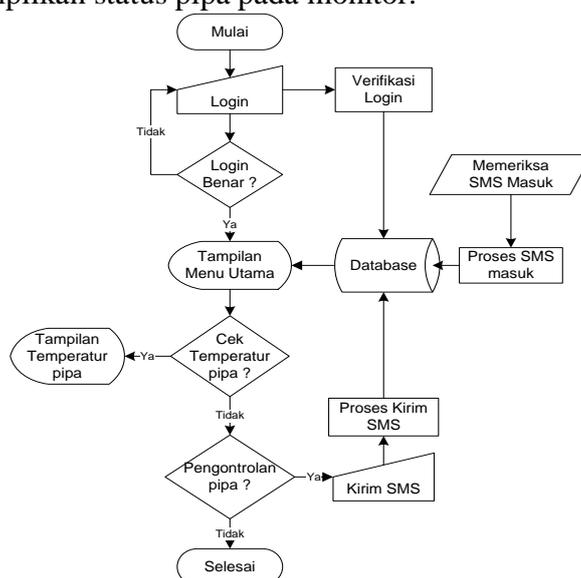
Pemilihan *Software*

Spesifikasi perangkat lunak yang digunakan dapat dilihat pada uraian di bawah ini:

- Sistem Operasi: *Windows7 32bit*
- LocalHost: XAMPP2.5*
- SMSGateway: Gammufor Windows1.31*

Rancangan Aplikasi SMS Gateway

Inti dari aplikasi *SMS Gateway* ada pada satu file berke ekstensi *PHP*. File ini mempunyai fungsi untuk mengecek tabel *inbox* pada *database SMS*. Jika ditemukan SMS baru dan mencocokkannya dengan data yang ada pada *database*, maka file ini akan memproses respon dan akan menampilkan status pipa pada monitor.



Gambar 4. Flowchart Program

Perancangan Antarmuka

Perancangan antarmuka yang dimaksud adalah bukan hanya sekedar merancang tampilan sistem, tetapi bagaimana merancang antarmuka yang mampu memberikan kemudahan bagi *user* dalam pengoperasiannya. Antarmuka yang telah dirancang terdiri atas :

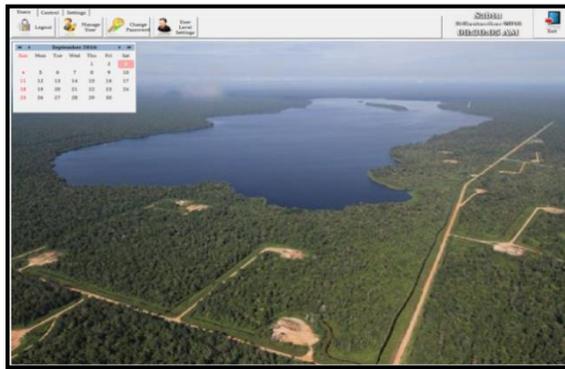
Login

Antarmuka Login digunakan untuk membatasi akses bagi pengguna yang tidak berhak untuk mengakses sistem dengan cara memasukkan password yang telah ditentukan. Tampilan untuk login dapat dilihat pada Gambar 5.

The screenshot shows a web-based login form titled "Login Sistem". It features a green header bar with the title. Below the header, there are two input fields: "ID User" and "Password". The "Password" field is masked with asterisks. At the bottom of the form, there is a prominent orange button labeled "Login". The entire form is enclosed in a light green border.

Halaman Utama

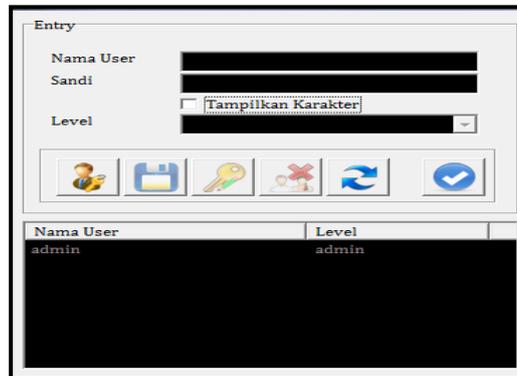
Halaman utama setelah *login* ini juga merupakan menu beranda pada Sistem Monitoring dan pengendalian suhu, yang menampilkan beberapa menu yaitu *User*, *Control*, *Setting* dan *exit*. Halaman depan setelah *login* dapat dilihat pada Gambar 6 berikut ini:



Gambar 6. Halaman Utama

Tambah Data User

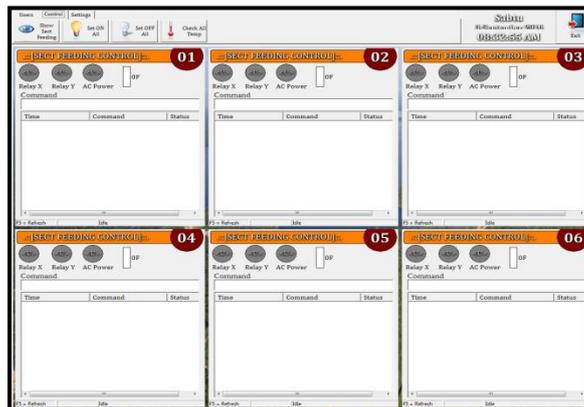
Antarmuka tambah *user* untuk menambah Data Pengguna, dapat dilihat pada Gambar7



Gamba 7. Menu Tambah Data *User*

Menu *Control*

Pada menu *control* digunakan untuk melihat temperatur pada pipa minyak, mengaktifkan (*on*) atau menonaktifkan (*off*) kran pada pipa minyak tersebut.



KESIMPULAN

Dari hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa :

- User* dapat memonitor suhu melalui Seluler dengan menggunakan aplikasi *SMS Gateway* ini.
- SMS* peringatan akan masuk ke *handphone* user, apabila suhu melewati ambang batas.
- Jarak tidak menjadi penghalang untuk mengetahui informasi kondisi pipa minyak selama adanya sinyal operator seluler.
- Pengecekan kondisi suhu pipa minyak dapat dilakukan secara komunikasi jarak jauh.
- Data dari pengukuran suhu akan tersimpan ke dalam *database* yang dapat digunakan untuk proses analisa oleh *administrator* maupun *user*, dan dapat digunakan sebagai data untuk grafik hasil *monitoring*.

DAFTAR PUSTAKA

- Bates, RegisJ. 2002.“ *Broadband Telecommunication Handbook, Second Edition*”.
Gammu (<http://wammu.eu/gammu>**Error! Hyperlink reference not valid.** Agustus
2013.
- Ilmu komputer. SMS Gateway Menggunakan Gammu, <URL:<http://ilmukomputer.org/wp-content/uploads/2016/08/acho>**Error! Hyperlink reference not valid.**[.msgammu.pdf](#)**Error! Hyperlink reference not valid.**
- Saputra, Agus, “Step By Step Membangun Aplikasi SMS dgn PHP & MySQL”, Jakarta. Elex
Media Komputindo, 2008.

PENAKSIR BAYES UNTUK PARAMETER DISTRIBUSI EKSPONENSIAL BERDASARKAN FUNGSI KERUGIAN KUADRATIK DAN FUNGSI KERUGIAN ENTROPI

Bustami , Harison , Nadya Zulfa Nengsih

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Riau

*bustami_muaraarumbai@yahoo.co.id

ABSTRACT

This paper discusses the estimator for parameter of exponential distribution using Bayesian statistics. Prior distribution used is the extension of Jeffrey's prior. Bayes estimators are obtained by quadratic loss function and entropy loss function. Bayes estimators under quadratic loss function and entropy loss function are biased estimators. Mean squared errors of Bayes estimators are obtained using simulation. Simulation result show that Bayes estimator under entropy loss function with proper choice of γ and depending on the value of c is more efficient than Bayes estimator under quadratic loss function.

Keywords: Exponential distribution, Bayesian statistics, extension of Jeffrey prior, quadratic loss function, entropy loss function

PENDAHULUAN

Pada metode statistika klasik, penarikan kesimpulan untuk parameter populasi hanya didasarkan pada data sampel yang dikemas dalam bentuk fungsi likelihood. Pada metode statistika Bayesian dikenal adanya informasi awal tentang data sampel yang diperoleh dari investigasi statistika sebelumnya, informasi awal ini dikemas dalam suatu distribusi dengan nama distribusi prior yang jenisnya bisa prior sekawan atau tidak sekawan atau prior informatif dan prior non informatif, dengan memakai teorema Bayes distribusi prior dikombinasikan dengan fungsi likelihood dan menghasilkan distribusi yang diberi nama distribusi posterior yang meringkas informasi tentang parameter populasi setelah dilakukan observasi data, kemudian digunakan fungsi kerugian tertentu. Inferensi berupa taksiran parameter yang dihasilkan disebut penaksir Bayes sesuai dengan konsep yang diberikan pada DeGroot [6].

Penaksir Bayes yang diinginkan adalah penaksir yang efisien, yaitu penaksir yang punya variansi terkecil untuk penaksir tak bias dan yang mempunyai Means Squared Error terkecil untuk penaksir yang bias. Konsep variansi dan Means Squared Error diperoleh pada Bain [3] dan Ramachandran [7].

Sebagai gambaran numerik dari pembahasan teoritis, dilakukan simulasi dengan memakai MATLAB.

KAJIAN LITERATUR

Al-Kutubi dan Ibrahim [2] telah menjelaskan tentang penaksir Bayes untuk parameter distribusi eksponensial dengan prior perluasan Jeffrey, prior perluasan Jeffrey ini merupakan prior non informatif yang dikemukakan pertamanya oleh Harold Jeffrey. Calabria dan Pulcini

[4] menjelaskan taksiran titik berdasarkan fungsi kerugian asimetris untuk sampel dari eksponensial terpotong di kiri.

Pada artikel ini, dibahas penaksir Bayes untuk parameter distribusi eksponensial dengan memakai prior perluasan Jeffrey serta fungsi kerugian kuadratik dan entropi yang merupakan kajian ulang dari artikel Albakdawi [1].

Untuk pembahasan lebih lanjut diperlukan definisi dan aturan aturan yang akan dipakai. Berikut diberikan konsep distribusi posterior $\pi(\theta|x)$, dan distribusi prior $\pi(\theta)$ jenis perluasan Jeffrey. Bain dan Dgoot memberikan rumusan distribusi posterior melalui fungsi kepadatan peluang

$$\pi(\theta|x) = \frac{L(\theta)\pi(\theta)}{\int_0^{\infty} L(\theta)\pi(\theta) d\theta} \quad (1)$$

melalui Terorema Bayes yang menghasilkan fungsi kepadatan peluang posterior dengan notasi $\pi(\theta|x)$ yang didefinisikan dengan

. Al-Kutubi dan Ibrahim [2] menjelaskan rumusan tentang prior non informatif ,

$$\pi(\theta) = k[I(\theta)]^c, \quad \theta, c > 0 \quad (2)$$

dengan k adalah konstanta dan $I(\theta)$ adalah informasi Fisher yang didefinisikan dengan

$$I(\theta) = -nE \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \ln f(x; \theta) \right] \quad (3)$$

Albaldawi [1] dan Bain [3] telah mengemukakan definisi distribusi eksponensial dengan menggunakan satu parameter θ yang fungsi densitasnya berbentuk

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} \exp \left(-\frac{x}{\theta} \right), \quad 0 < x < \infty, \theta > 0 \quad (4)$$

dengan ekspekstasi dan variansinya, $E(X) = \theta$ dan $Var(X) = \theta^2$.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah berupa kajian teori berupa studi literatur yang membahas ulang dan lebih rinci dari artikel Albaldawi [1] dan dilegkapi dengan simulasi untuk menggambar hasil kajian teori yang telah di buat

HASIL DAN PEMBAHASAN

Selanjutnya, misalkan $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ adalah sampel random berukuran n dari distribusi eksponensial dengan fungsi densitas pada persamaan (4) , maka fungsi likelihood untuk θ dari distribusi eksponensial adalah

$$L(\theta) = \theta^{-n} \exp \left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i \right) \quad (5)$$

Karena informasi Fisher rumusan $I(\theta)$ pada persamaan (3) untuk parameter distribusi ekponensial dengan fungsi kepadatan peluang (4) adalah $I(\theta) = n\theta^{-2}$, maka prior Jeffrey pada persamaan (2) menjadi

$$\pi(\theta) = kn^c \theta^{-2c}, \quad \theta, c > 0, \quad (6)$$

Setelah $L(\theta)$ dan $\pi(\theta)$ yang bersesuaian diperoleh, selanjutnya dikonstruksi distribusi posterior yang bersesuaian dengan $\pi(\theta|x)$ pada persamaan (1) yang diawali dengan penyusunan $L(\theta)\pi(\theta)$ dan kemudian $\int_0^{\infty} L(\theta)\pi(\theta) d\theta$.

Dengan memakai $L(\theta)$ pada persamaan (5) dan $\pi(\theta)$ pada persamaan (6), setelah dilakukan penyederhanaan didapat

$$L(\theta)\pi(\theta) = kn^c \theta^{-(n+2c)} \exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right) \quad (7)$$

dan

$$\int_0^{\infty} L(\theta)\pi(\theta) d\theta = kn^c \int_0^{\infty} \theta^{-(n+2c)} \exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right) d\theta \quad (8)$$

Berdasarkan definisi fungsi gamma, Bain [3] $\Gamma(\kappa) = \int_0^{\infty} t^{\kappa-1} e^{-t} dt$, Integral pada persamaan (8) menghasilkan $\Gamma(n+2c-1)(\sum_{i=1}^n x_i)^{-(n+2c-1)}$, karena itu (8) menjadi

$$\int_0^{\infty} L(\theta)\pi(\theta) d\theta = kn^c \Gamma(n+2c-1)(\sum_{i=1}^n x_i)^{-(n+2c-1)} \quad (9)$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan persamaan (7) dan persamaan (9) ke dalam persamaan (1) diperoleh fungsi kepadatan peluang distribusi posterior

$$\pi(\theta|x) = \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^{n+2c-1} \exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right)}{\theta^{n+2c} \Gamma(n+2c-1)} \quad (10)$$

Berikut ini adalah pembahasan tentang penaksir Bayes yang didapat dari pemakaian fungsi kerugian kuadratik berbentuk

$$l(\hat{\theta}, \theta) = \left(\frac{\theta - \hat{\theta}}{\theta}\right)^2$$

dan fungsi kerugian entropi berbentuk

$$l(\hat{\theta}, \theta) = \left[\left(\frac{\hat{\theta}}{\theta}\right)^{\gamma} - \gamma \ln\left(\frac{\hat{\theta}}{\theta}\right) - 1\right].$$

Masing-masing fungsi kerugian ini disubstitusikan ke dalam resiko Bayes $A_{\hat{\theta}} = \int_0^{\infty} E[l(\hat{\theta}, \theta)] d\theta$ [3. hal 322]. Penaksir Bayes yang akan ditentukan adalah penaksir yang meminimumkan resiko Bayes $A_{\hat{\theta}}$.

Teorema 1 Penaksir Bayes $\hat{\theta}_{BK}$ dari θ berdasarkan fungsi kerugian kuadratik berbentuk

$$l(\hat{\theta}, \theta) = \left(\frac{\theta - \hat{\theta}}{\theta}\right)^2 \text{ adalah}$$

$$\hat{\theta}_{BK} = \frac{E(\theta^{-1}|x)}{E(\theta^{-2}|x)} = \frac{\int \theta^{-1} \pi(\theta|x) d\theta}{\int \theta^{-2} \pi(\theta|x) d\theta} \quad (11)$$

Bukti. Dengan memakai fungsi kerugian kuadratik $l(\hat{\theta}, \theta) = \left(\frac{\theta - \hat{\theta}}{\theta}\right)^2$ didapat pada resiko Bayes

$$A_{\hat{\theta}} = \int \left[\int \theta^{-2} (\theta^2 - 2\theta\hat{\theta} + \hat{\theta}^2) \pi(\theta|x) d\theta \right] p(x) dx$$

Penaksir Bayes $\hat{\theta}_{BK}$ diperoleh bila

$$\int \theta^{-2} (\theta^2 - 2\theta\hat{\theta} + \hat{\theta}^2) \pi(\theta|x) d\theta$$

dalam $A_{\hat{\theta}}$ mencapai minimum. Untuk mencapai minimum ini digunakan aturan

$$\frac{d}{d\hat{\theta}} \left[\int \theta^{-2} (\theta^2 - 2\theta\hat{\theta} + \hat{\theta}^2) \pi(\theta|x) d\theta \right] = 0 \text{ yang diselesaikan melalui aturan pendiferensialan}$$

di bawah tanda integral [5, h.69], $\int \left[\frac{d}{d\theta} [\theta^{-2}(\theta^2 - 2\theta\tilde{\theta} + \tilde{\theta}^2)] \pi(\theta|x) \right] d\theta = 0$. Setelah ruas kiri persamaan ini diproses, diperoleh $-2 \int \theta^{-1} \pi(\theta|x) d\theta + 2\tilde{\theta} \int \theta^{-2} \pi(\theta|x) d\theta = 0 \dots$ (12)

Penyelesaian persamaan (12) ini adalah penaksir Bayes $\hat{\theta}_{BK}$ sebagaimana pada persamaan (11), jadi teorema terbukti. ■

Pemakaian persamaan (11) untuk mendapatkan penaksir Bayes $\hat{\theta}_{BK}$ dari parameter θ pada distribusi eksponensial dengan fungsi kepadatan peluang pada persamaan (4) dengan memakai rumusan distribusi posterior $\pi(\theta|x)$ pada persamaan (10) dilakukan tahapan evaluasi untuk $\int \theta^{-1} \pi(\theta|x) d\theta$ dan $\int \theta^{-2} \pi(\theta|x) d\theta$. Evaluasi terhadap integral $\int \theta^{-1} \pi(\theta|x) d\theta$,

$$\int \theta^{-1} \pi(\theta|x) d\theta = \int_0^{\infty} \theta^{-1} \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^{n+2c-1} \exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right)}{\theta^{n+2c} \Gamma(n+2c-1)} d\theta$$

yang disusun ulang menjadi

$$\int \theta^{-1} \pi(\theta|x) d\theta = \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^{n+2c-1}}{\Gamma(n+2c-1)} \int_0^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right)}{\theta^{n+2c+1}} d\theta$$

Karena integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right)}{\theta^{n+2c+1}} d\theta = \frac{\Gamma(n+2c)}{(\sum_{i=1}^n x_i)^{n+2c}}, \text{ maka didapat}$$

$$\int \theta^{-1} \pi(\theta|x) d\theta = \frac{\Gamma(n+2c)}{\Gamma(n+2c-1) \sum_{i=1}^n x_i} \quad (13)$$

Untuk integral $\int \theta^{-2} \pi(\theta|x) d\theta$, adalah

$$\int \theta^{-2} \pi(\theta|x) d\theta = \int_0^{\infty} \theta^{-2} \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^{n+2c-1} \exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right)}{\theta^{n+2c} \Gamma(n+2c-1)} d\theta$$

yang disusun ulang menjadi

$$\int \theta^{-2} \pi(\theta|x) d\theta = \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^{n+2c-1}}{\Gamma(n+2c-1)} \int_0^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right)}{\theta^{n+2c+2}} d\theta$$

karena

$$\int_0^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right)}{\theta^{n+2c+2}} d\theta = \frac{\Gamma(n+2c-1)}{(\sum_{i=1}^n x_i)^{n+2c-1}} \text{ maka didapat}$$

$$\int \theta^{-2} \pi(\theta|x) d\theta = \frac{\Gamma(n+2c+1)}{\Gamma(n+2c-1)} (\sum_{i=1}^n x_i)^{-2} \quad (14)$$

Akhirnya, dengan mensubstitusikan persamaan (13) dan persamaan (14) ke dalam persamaan (11), diperoleh penaksir Bayes

$$\hat{\theta}_{BK} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n+2c} \quad (15)$$

Karena X_i adalah sampel random dari distribusi eksponensial pada persamaan (4), maka

$$E(X_i) = \theta, \text{ akibatnya } E(\hat{\theta}_{BK}) = \frac{n\theta}{n+2c}, \text{ dan ini menunjukkan bahwa } \hat{\theta}_{BK} \text{ adalah}$$

penaksir bersifat bias.

Berikut ini diberikan teorema untuk penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian entropi

Teorema 2 Penaksir Bayes $\hat{\theta}_{BE}$ dari θ berdasarkan fungsi kerugian entropi

$$l(\hat{\theta}, \theta) = \left[\left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right)^\gamma - \gamma \ln \left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right) - 1 \right]$$

adalah

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{BE} &= [E(\theta^{-\gamma} | x)]^{-\frac{1}{\gamma}} \\ &= \left[\int \theta^{-\gamma} \pi(\theta | x) d\theta \right]^{-\frac{1}{\gamma}} \end{aligned} \quad (16)$$

Bukti : Dengan memakai fungsi kerugian entropi

$$l(\hat{\theta}, \theta) = \left[\left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right)^\gamma - \gamma \ln \left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right) - 1 \right]$$

didapat resiko Bayes

$$A_{\hat{\theta}} = \int \left[\int \left[\left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right)^\gamma - \gamma \ln \left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right) - 1 \right] \pi(\theta | x) d\theta \right] p(x) dx$$

Penaksir Bayes $\hat{\theta}_{BE}$ diperoleh bila integral

$$\int \left[\left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right)^\gamma - \gamma \ln \left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right) - 1 \right] \pi(\theta | x) d\theta$$

dalam $A_{\hat{\theta}}$ mencapai minimum. Untuk mencapai minimum ini digunakan aturan

$$\frac{d}{d\theta} \left[\int \left[\left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right)^\gamma - \gamma \ln \left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right) - 1 \right] \pi(\theta | x) d\theta \right] = 0$$

yang diselesaikan melalui aturan pendiferensialan di bawah tanda integral [5, h.69],

$$\int \left[\frac{d}{d\theta} \left[\left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right)^\gamma - \gamma \ln \left(\frac{\hat{\theta}}{\theta} \right) - 1 \right] \pi(\theta | x) \right] d\theta = 0 .$$

Setelah ruas kiri persamaan ini diproses, diperoleh

$$\int \gamma \tilde{\theta}^{\gamma-1} \theta^{-\gamma} \pi(\theta | x) d\theta - \int \gamma \tilde{\theta}^{-1} \pi(\theta | x) d\theta = 0$$

Penyelesaian dari persamaan ini adalah penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian entropi, $\hat{\theta}_{BE}$ sebagaimana pada (16) ■

Penaksir Bayes $\hat{\theta}_{BE}$ persamaan (16) dari parameter θ pada distribusi eksponensial dengan fungsi kepadatan peluang pada persamaan (4) diperoleh dengan mensubstitusikan posterior $\pi(\theta | x)$ pada persamaan (10) ke dalam integral $\int_0^\infty \theta^{-\gamma} \pi(\theta | x) d\theta$ pada persamaan (16),

$$\int_0^\infty \theta^{-\gamma} \pi(\theta | x) d\theta = \int_0^\infty \theta^{-\gamma} \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^{n+2c-1} \exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right)}{\theta^{(n+2c)} \Gamma(n+2c-1)} d\theta$$

yang disusun kembali menjadi

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \theta^{-\gamma} \pi(\theta | x) d\theta &= \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^{n+2c-1}}{\Gamma(n+2c-1)} \int_0^\infty \frac{\exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right)}{\theta^{n+2c+\gamma}} d\theta \quad \text{Karena } \int_0^\infty \frac{\exp\left(-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i\right)}{\theta^{n+2c+\gamma}} d\theta \\ &= \frac{\Gamma(n+2c+\gamma-1)}{(\sum_{i=1}^n x_i)^{n+2c+\gamma-1}}, \text{ maka diperoleh } \int_0^\infty \theta^{-\gamma} \pi(\theta | x) d\theta = \frac{\Gamma(n+2c+\gamma-1)}{\Gamma(n+2c-1)} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^{-\gamma} . \end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh penaksir Bayes

$$\hat{\theta}_{BE} = \sum_{i=1}^n x_i \left[\frac{\Gamma(n+2c-1)}{\Gamma(n+2c+\gamma-1)} \right]^{\frac{1}{\gamma}} \quad (17)$$

Karena $E(\hat{\theta}_{BE}) = n\theta \left[\frac{\Gamma(n+2c-1)}{\Gamma(n+2c+\gamma-1)} \right]^{\frac{1}{\gamma}}$, maka penaksir Bayes $\hat{\theta}_{BE}$ juga penaksir yang bias. Berkaitan dengan penaksir Bayes $\hat{\theta}_{BK}$ dan $\hat{\theta}_{BE}$ yang bersifat bias, maka MSE nya ditentukan dengan memakai definisi dan teorema tentang MSE pada [3,h.309], Teorema 3. Jika $\tilde{\theta}$ adalah penaksir bias untuk θ , maka

$$MSE(\tilde{\theta}) = Var(\tilde{\theta}) + (b(\tilde{\theta}))^2 \quad (18)$$

Bukti teorema ini dapat dilihat pada sumbernya [3, h.310] ■

Berikut untuk penaksir $\hat{\theta}_{BK}$ pada persamaan (16) yang bias dengan $E(\hat{\theta}_{BK}) = \frac{n\theta}{n+2c}$, maka berdasarkan $MSE(\tilde{\theta})$ pada persamaan (18) pada Teorema 3, $MSE(\hat{\theta}_{BK})$ ditentukan dengan

$$MSE(\hat{\theta}_{BK}) = Var(\hat{\theta}_{BK}) + (b(\hat{\theta}_{BK}))^2 \text{ Karena } Var(\hat{\theta}_{BK}) = Var\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n+2c}\right) = \frac{n\theta^2}{(n+2c)^2}$$

dan $(b(\hat{\theta}_{BK}))^2 = \left(\frac{n\theta}{n+2c} - \theta\right)^2 = \frac{4c^2\theta^2}{(n+2c)^2}$, diperoleh

$$MSE(\hat{\theta}_{BK}) = \frac{\theta^2(n+4c^2)}{(n+2c)^2}$$

Begitu juga dengan penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian entropi, $\hat{\theta}_{BE}$ yang bersifat bias dengan

$$E(\hat{\theta}_{BE}) = n\theta \left[\frac{\Gamma(n+2c-1)}{\Gamma(n+2c+\gamma-1)} \right]^{\frac{1}{\gamma}}$$

maka berdasarkan pada persamaan (18) pada Teorema 3,

$$MSE(\hat{\theta}_{BE}) = Var(\hat{\theta}_{BE}) + (b(\hat{\theta}_{BE}))^2 \text{ Karena } Var(\hat{\theta}_{BE})$$

$$= Var\left(\sum_{i=1}^n x_i \left[\frac{\Gamma(n+2c-1)}{\Gamma(n+2c+\gamma-1)} \right]^{\frac{1}{\gamma}}\right)$$

dan

$$(b(\hat{\theta}_{BE}))^2$$

$$= \left(n\theta \left[\frac{\Gamma(n+2c-1)}{\Gamma(n+2c+\gamma-1)} \right]^{\frac{1}{\gamma}} - \theta \right)^2,$$

dan setelah di proses didapat

$$MSE(\hat{\theta}_{BE})$$

$$= \theta^2 \left[(n^2 + n) \left[\frac{\Gamma(n+2c-1)}{\Gamma(n+2c+\gamma-1)} \right]^{\frac{2}{\gamma}} - 2n \left[\frac{\Gamma(n+2c-1)}{\Gamma(n+2c+\gamma-1)} \right]^{\frac{1}{\gamma}} + 1 \right]$$

Untuk mendapatkan gam baran numerik dari pembahasan teori di atas, berikut diberikan simulasi dengan memakai MATLAB untuk perhitungan nilai $MSE(\hat{\theta}_{BK})$ dan $MSE(\hat{\theta}_{BE})$ dalam hal ini digunakan rumus [1]

$$MSE(\tilde{\theta}) = \frac{\sum_{i=1}^{1000} (\tilde{\theta}_i - \theta)^2}{R}$$

Simulasi ini dilaksanakan dengan ukuran sampel $n = 25, 50, 75, 100$ dan nilai parameter $\theta = 0.5$ dan 1 , nilai parameter prior perluasan Jeffrey $c = 1.5$ dan 2 dan nilai parameter fungsi kerugian entropi $\gamma = -2, -1, 1, 2$ serta pengulangan sebanyak pengulangan $R = 1000$. Hasil simulasi adalah sebagaimana dalam Tabel1 dan Tabel 2 berikut ini

Tabel 1a : Nilai $MSE(\hat{\theta}_{BK})$ dan $MSE(\hat{\theta}_{BE})$ untuk $\theta = 0.5$ dan $c = 2$

n	$MSE(\hat{\theta}_{BK})$ dan $MSE(\hat{\theta}_{BE})$				
	$\gamma = -2$	$\gamma = -1$	$\gamma = 1$	$\gamma = 2$	
25	0.0133	0.010	0.0104	0.011	0.0
50	0.0060	0.005	0.0052	0.005	0.0
75	0.0041	0.003	0.0036	0.003	0.0
10	0.0031	0.002	0.0027	0.002	0.0

Tabel 1b : selisih Nilai $MSE(\hat{\theta}_{BK})$ dan $MSE(\hat{\theta}_{BE})$ untuk $\theta = 0.5$ dan $c = 2$

n	Selisih nilai $MSE(\hat{\theta}_{BK})$ dan $MSE(\hat{\theta}_{BE})$			
	$\gamma = -2$	$\gamma = -1$	$\gamma = 1$	$\gamma = 2$
25	0.003	0.002	0.002	0.0013
50	0.001	0.000	0.000	0.0004
75	0.000	0.000	0.004	0.0002
10	0.000	0.000	0.000	0.0001

Tabel 2a : Nilai $MSE(\hat{\theta}_{BK})$ dan $MSE(\hat{\theta}_{BE})$ untuk $\theta = 1$ dan $c = 1.5$

n	$MSE(\hat{\theta}_{BK})$ dan $MSE(\hat{\theta}_{BE})$				
	$\gamma = -2$	$\gamma = -1$	$\gamma = 1$	$\gamma = 2$	
25	0.0449	0.0417	0.0387	0.0425	0.0436
50	0.0275	0.0250	0.0249	0.0261	0.0271
75	0.0219	0.0199	0.0192	0.0211	0.0215
100	0.0190	0.0176	0.0176	0.0187	0.0188

Tabel 2b : Selisih Nilai $MSE(\hat{\theta}_{BK})$ dan $MSE(\hat{\theta}_{BE})$ untuk $\theta = 1$ dan $c = 1.5$

n	Selisih nilai $MSE(\hat{\theta}_{BK})$ dan $MSE(\hat{\theta}_{BE})$			
	$\gamma = -2$	$\gamma = -1$	$\gamma = 1$	$\gamma = 2$
25	0.003	0.002	0.002	0.0013
50	0.001	0.000	0.000	0.0004
75	0.000	0.000	0.004	0.0002
10	0.000	0.000	0.000	0.0001

25	0.0 03 2	0.006 2	0.00 24	0.0013
50	0.0 02 5	0.002 6	0.00 14	0.0004
75	0.0 02 0	0.002 7	0.00 08	0.0004
100	0.0 01 4	0.001 4	0.00 03	0.0002

Berdasarkan Tabel 1a,1b dan Tabel 2a.2b untuk semua ukuran sampel, dengan $\gamma = -2, -1, 1, 2$, nilai $MSE(\hat{\theta}_{BE})$ lebih kecil dibandingkan dengan nilai $MSE(\hat{\theta}_{BK})$, yang berarti penaksir $\hat{\theta}_{BE}$ lebih efisien daripada penaksir $\hat{\theta}_{BK}$. Dari Tabel 1 dan Tabel 2 dapat dilihat bahwa selisih nilai $MSE(\hat{\theta}_{BE})$ dan $MSE(\hat{\theta}_{BK})$, menurun dengan meningkatnya ukuran sampel n . Semakin besar ukuran sampel n yang diamati maka selisih nilai $MSE(\hat{\theta}_{BE})$ dan $MSE(\hat{\theta}_{BK})$ semakin mendekati nol. Hal ini menunjukkan bahwa nilai $MSE(\hat{\theta}_{BK})$ mendekati $MSE(\hat{\theta}_{BE})$ untuk ukuran sampel semakin besar.

KESIMPULAN

Dari pembahasan teori pada artikel ini disimpulkan bahwa penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian kuadratik $\hat{\theta}_{BK}$ dan penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian entropi $\hat{\theta}_{BE}$ merupakan penaksir yang bias. Hasil dari simulasi menunjukkan bahwa Penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian entropi menghasilkan nilai MSE lebih kecil dibandingkan penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian kuadrat. Akan tetapi hal itu tidak berlaku secara umum, karena hal itu ditentukan oleh nilai c yang merupakan parameter dari distribusi prior. Untuk parameter > 1 , dengan pemilihan γ yang tepat, penaksir Bayes untuk parameter θ dari distribusi eksponensial yang berdasarkan fungsi kerugian entropi akan lebih efisien dibandingkan dengan penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian kuadrat.

DAFTAR PUSTAKA

- T. H. K. Albaldawi, *Bayesian estimation of the parameters of the exponential distribution with different prior under symmetric and asymmetric loss function*, Engineering and Technology Journal, 32 (2013), 943-956.
- H. S. Al-Kutubi dan N. A. Ibrahim, *Bayes estimator of exponential distribution with extension of Jeffrey prior information*, Journal of Mathematical Sciences, 3 (2009), 297-313.
- L. J. Bain dan M. Engelhardt, *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, Second Edition, Duxbury Press, Belmont, 1993.
- R. Calabria dan G. Pulcini, *Point estimation under asymmetric loss functions for left of truncated exponential samples*, Communication in Statistics- Theory and Methods, 25 (1996), 585-600.

- G. Casella dan R. L. Berger, *Statistical Inference*, Second Edition, Duxbury Press, Pacific Grove, 2002.
- M. H. DeGroot, *Probability and Statistics*, Addison-Wesley Publishing Company Inc, California, 1975.
- K. M. Ramachandran dan C. P. Tsokos, *Mathematical Statistics with Applications*, Elsevier Academic Press, San Diego, 2009.

PENERAPAN *GENERALIZED ADDITIVE MODELS* TERHADAP DATA PRODUKSI PADI DI INDONESIA

Isra Safriana, Ida Fajri, Miftahuddin

Fakultas MIPA, Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh

Email: israsafriana1995@gmail.com

ABSTRAK

Dalam upaya meningkatkan ketahanan pangan masyarakat, kajian terhadap produksi padi di Indonesia menarik untuk dicermati. Berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS) produksi padi tahun 2013 hanya meningkat sebesar 0.31% dari produksi tahun 2012. Sebelumnya, pada tahun 2012 produksi padi di Indonesia meningkat sebesar 5,02% dari tahun 2011. Hal ini merupakan masalah serius yang dihadapi negara Indonesia, dimana berdasarkan penelitian sebelumnya temperatur udara, kelembaban udara dan penyinaran matahari mempunyai peranan penting dalam pertumbuhan tanaman. Tujuan dari penelitian ini yaitu: untuk mengetahui pengaruh fitur iklim terhadap produksi padi di Indonesia melalui model-model Linear Models (LM), Generalized Additive Models (GLM), dan Generalized Additive Models (GAM) fitting. Melalui penerapan basis spline kubik dikaji secara serempak temperatur udara, kelembaban, dan penyinaran matahari dan menunjukkan berpengaruh signifikan terhadap produksi padi di Indonesia (studi kasus: tahun 2013 dan 2014). Berdasarkan nilai AIC yang diperoleh, GAM sebagai model terbaik dengan nilai AIC 130,6588 dibandingkan model LM dan GLM yang memiliki nilai AIC 142,2529.

Kata kunci: LM, GLM, GAM, produktivitas padi, model fitting

PENDAHULUAN

Tanaman padi merupakan tanaman yang tumbuh baik di daerah tropis maupun subtropis. Padi (*oriza sativa*) merupakan salah satu tanaman budidaya strategis di Indonesia. Hal ini terkait dengan kenyataan bahwa makanan pokok sebagian besar penduduk Indonesia adalah nasi, yaitu makanan yang berasal dari tanaman padi. Produksi padi dunia menempati urutan ketiga dari semua serealia setelah jagung dan gandum. Namun demikian, padi merupakan sumber karbohidrat utama bagi mayoritas penduduk dunia.

Pemerintah menargetkan produksi padi tahun 2014 semakin meningkat dari tahun 2013. Namun, target tersebut meleset dari harapan pemerintah, berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS) produksi padi nasional tahun 2014 menurun sebesar 0,61% dari tahun 2013. Sedangkan tahun sebelumnya naik sebesar 3,22% dari tahun 2012, dan 5,02% dari tahun 2011 dan seterusnya. Hal ini merupakan hal serius, berdasarkan penelitian sebelumnya temperatur/suhu, kelembaban udara dan penyinaran matahari mempunyai peranan penting dalam pertumbuhan tanaman. Temperatur udara yang panas merupakan temperatur yang sesuai bagi tanaman padi, misalnya daerah tropika yang dilalui garis khatulistiwa seperti di Indonesia. Selain itu, kelembaban udara yang tinggi merupakan salah satu pemicu produksi

padi yang bagus dengan penyinaran matahari sepanjang hari penuh tanpa adanya naungan. Adapun konstruksi model mengenai fitur iklim sederhana telah dilakukan menggunakan model linier dan model GAM (Miftahuddin, 2016a dan 2016b).

Dari uraian tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pengaruh fitur iklim terhadap produksi padi di Indonesia tahun 2013-2014 melalui *Linear Models (LM)*, *Generalized Linear Models (GLM)*, dan *Generalized Additive Models (GAM) fitting*. Meskipun banyak faktor dan kompleksitas masalah produktivitas padi di Indonesia, peneliti pada tahap awal ini menggunakan tiga fitur iklim dalam mengkonstruksi model. Untuk selanjutnya dapat dikembangkan dengan beragam factor dengan multikompleksitas data.

KAJIAN LITERATUR

Linear Models (LM)

Perkembangan model LM dimulai dengan berkembangnya analisis regresi pada abad ke-19 oleh Pearson, dilanjutkan dengan perkembangan korelasi setelah itu. Teori regresi ini menjadi dasar perkembangan teori LM (Tirta, 2009). Model LM yang paling sederhana sudah dikenal adalah model regresi sederhana yang hanya melibatkan satu variabel respon dan satu variabel predictor. Predictor pada model linier disebut prediktor linier.

Bentuk umum model linier adalah sebagai berikut:

$$Y = \alpha + \sum_{j=1}^p \beta_j X_j + \varepsilon \quad (1)$$

dengan Y adalah variabel respon, X_j adalah variabel prediktor sampai ke- j , dan α, β_j merupakan koefisien linier. Nilai koefisien linier dapat diestimasi menggunakan metode kuadrat terkecil. Variabel respon pada model linier diasumsikan berdistribusi normal dan mempunyai fungsi linier.

Generalized Linear Models (GLM)

Generalized Linear Models atau GLM merupakan pengembangan LM ke dalam bentuk distribusi eksponensial. GLM memiliki asumsi model yang lebih fleksibel dari model linier dan mengandung tiga hal berikut:

1. Komponen tetap yang disebut prediktor linier.
2. Respon y_i berdistribusi secara independen dalam eksponensial.
3. Hubungan antara mean dengan prediktor linier ditunjukkan dengan fungsi monoton dan diferensiabel, $g(\cdot)$, yang disebut fungsi hubungan (*link-function*) sehingga $g(\mu_i) = \eta_i$.

Terdapat fungsi hubungan khusus yang disebut fungsi hubungan kanonik atau natural yang berkaitan erat dengan distribusi y . Misalnya, jika variabel respon berdistribusi normal maka $g(\cdot)$ adalah identitas sehingga $\mu_i = \eta_i$. dari ketiga hal di atas dapat dikatakan bahwa komponen penting dalam model linier tergeneralisasi ada tiga yaitu:

1. Adanya prediktor linier
2. Adany distribusi eksponensial
3. Adanya fungsi hubungan

(Tirta, 2009)

Generalized Additive Models (GAM)

Generalized Additive Models atau GAM mengembangkan model aditif ke dalam bentuk distribusi eksponensial. Model GAM juga dapat disebut sebagai model pengembangan dari model GLM, karena model ini mengembangkan model GLM dengan cara yang sama dengan model aditif mengembangkan model LM, yaitu mengganti prediktor linier $\sum_{j=1}^p \beta_j X_j$ dengan predictor aditif $\sum_{j=1}^p f_j(X_j)$. Hal tersebut membuat model GAM menjadi lebih fleksibel daripada GLM maupun *additive models (AM)*.

GAM dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$g(\mu) = s_0 + \sum_{j=1}^p s_j (X_j) + \varepsilon \quad (2)$$

dengan variabel responnya diasumsikan berdistribusi eksponensial, dan s merupakan fungsi mulus.

Model GAM dan GAM dapat diterapkan dalam situasi yang mirip, tetapi keduanya memberikan tujuan analitik yang berbeda. GLM menekankan estimasi dan inferensi untuk parameter model, sementara GAM fokus pada eksplorasi data nonparametrik (Statsoft, 2016).

Regresi Spline Kubik siklik (*Cyclic Cubic Regression*)

Regresi Spline Kubik siklik adalah spesifikasi dari regresi spline kubik yang nilai fungsi dan turunannya hingga order kedua di dua titik ujungnya adalah sama. Seperti regresi spline kubik yang telah dijelaskan sebelumnya, estimasi fungsi mulus f dengan regresi spline kubik siklik juga dapat dinyatakan kedalam bentuk berikut:

$$f(x) = \sum_{j=1}^{N-1} g_j(x)\beta_j \quad (3)$$

dengan N adalah banyaknya knot; g_j merupakan fungsi basis ke- j untuk regresi spline kubik siklik; dan β_j adalah parameter yang tidak diketahui. Regresi spline kubik siklik $\beta_1 = \beta_N$ dan $g_1(x) = g_N(x)$, j pada persamaan di atas bergerak dari 1 hingga ke $N-1$. Fungsi f pada persamaan tersebut mempunyai sebuah ekspansi baris, sehingga memungkinkan untuk menulis penalty kekasaran (*roughness penalty*) berikut:

$$\int_{x_1}^{x_N} (f''(x))^2 dx = \beta^T S \beta \quad (4)$$

Dalam hal ini $\beta^T = (\beta_1, \dots, \beta_{N-1})$; dan S adalah matriks koefisien yang diketahui. Matriks penalti untuk basis regresi spline kubik siklik ini adalah $S = M^T N^{-1} M$ dengan M dan N adalah matriks yang didefinisikan pada tabel di bawah

Tabel 1.1 Definisi matriks untuk regresi spline kubik siklik

Elemen matriks tak nol- spline kubik siklik

$N_{j-1,j} = N_{j,j-1} = h_{j-1}/6$	$N_{j,j} = (h_{j-1} + h_j)/3$	
$M_{j-1,j} = M_{j,j-1} = 1/h_{j+1}$	$M_{j,j} = -1/h_{j-1} - 1/h_j$	$j=2, \dots, N-1$
$N_{1,1} = (h_{k-1} + h_1)/3$	$N_{1,k-1} = h_{k-1}/6$	$N_{k-1,1} = h_{k-1}/6$
$M_{1,1} = -1/h_1 - 1/h_{k-1}$	$M_{1,k-1} = 1/h_{k-1}$	$M_{k-1,1} = 1/h_{k-1}$

Seperti pada regresi spline kubik sebelumnya, fungsi regresi spline kubik siklik pada persamaan 10 juga dapat dituliskan kedalam bentuk matriks, yaitu

$$f = G\beta \quad (5)$$

dengan $f = (f(x_1), \dots, f(x_n))^T$; $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_{N-1})^T$; dan $G_{i,j} = g_j(x_i)$. Dengan cara yang sama dapat diperoleh nilai estimasi parameter β yaitu :

$$\beta = (G^T G + \lambda S)^{-1} G^T y \quad (6)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (5) ke (6), maka didapatkan estimasi fungsi mulus f dengan penghalus regresi spline kubik siklik adalah

$$f = G(G^T G + \lambda S)^{-1} G^T y \quad (7)$$

dengan $S = M^T N^{-1} M$.

METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari Badan Pusat statistik (BPS) yang diambil dari laman <http://www.bps.go.id/> berupa data iklim dan analisa hasil sensus pertanian di Indonesia pada tahun 2013 dan 2014. Unit observasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah provinsi di Indonesia. Adapun variabel yang digunakan adalah data produksi padi menjadi variabel respon (Y) sedangkan temperature

udara (X_1), kelembaban udara (X_2) dan penyinaran matahari (X_3) sebagai variabel predictor, dengan satuan yang digunakan masing-masing variabel ton, °C, % dan %.

Analisa data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah analisa deskriptif dan inferensa. Analisa deskriptif digunakan untuk melihat sebaran data temperature udara, kelembaban udara, penyinaran matahari dan produksi padi. Sedangkan analisa inferensia digunakan untuk mengetahui model regresi linear, General Linear Model (GLM) dan model General Aditif Model (GAM), serta penggunaan basis *cyclic cubic* (*cc*) dalam fungsi *spline* pada GAM.

HASIL DAN PEMBAHASAN

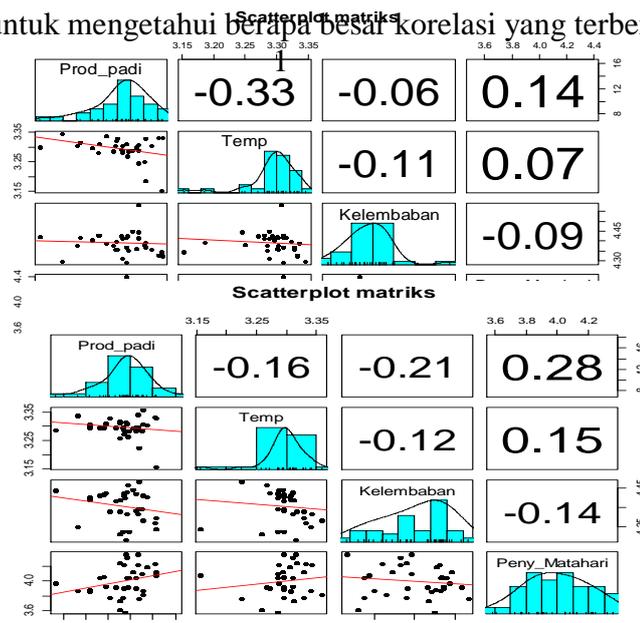
Adapun hasil pengolahan data secara deskriptif sebagai berikut,

Tabel 2. Deskripif Statistik data produksi padi di Indonesia tahun 2014

Variabel		Max	Min	Median	Mean
Produksi padi	2013	18,080	7,223	13,610	13,470
	2014	16,330	7,246	13,630	13,310
Temperatur udara	2013	3,359	3,157	3,296	3,296
	2014	3,346	3,153	3,330	3,294
Kelembaban udara	2013	4,465	4,316	4,414	4,401
	2014	4,583	4,293	4,391	4,391
Penyinaran matahari	2013	4,357	3,585	4,008	3,996
	2014	3,504	3,504	4,078	4,052

Dari tabel di atas produksi produksi paling rendah tahun 2013 yaitu sebesar 7,223 ton dan tertinggi sebesar 18,080 ton sedangkan produksi paling rendah tahun 2014 yaitu sebesar 7,246 ton dan tertinggi sebesar 6,330 ton. Hal ini menunjukkan terjadi penurunan produksi pada dari tahun 2013 ke tahun 2014 dilihat berdasarkan nilai maksimumnya.

Berikut merupakan plot untuk mengetahui berapa besar korelasi yang terbentuk antar vabel:

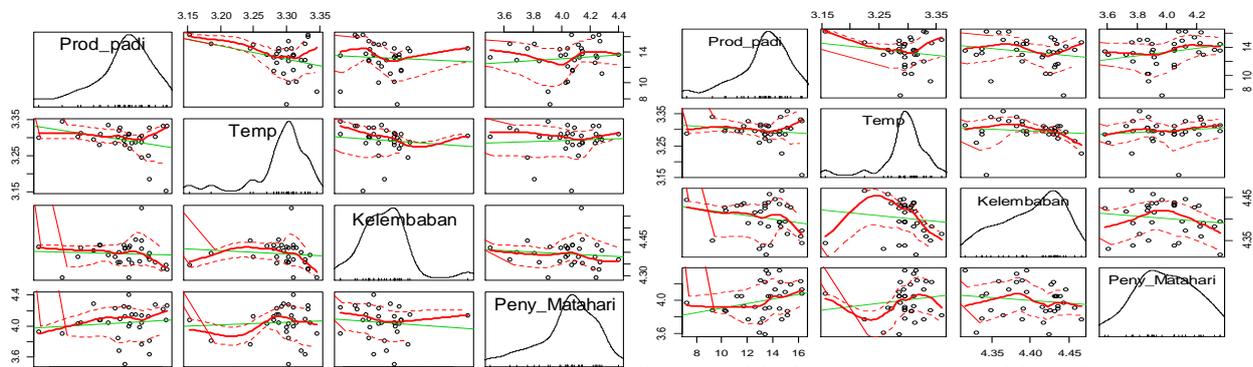


Nilai korelasi Pearson antar variabel tahun 2013 (a); dan tahun 2014 (b)

Dapat dilihat bahwa nilai korelasi terbesar yang diperoleh yaitu variabel produksi padi tahun2014 dengan temperatur udara yaitu sebesar -0,33. Sedangkan nilai korelasi terkecil berada diantara variabel produksi padi dengan kelembaban udara yaitu sebesar -0,06 dibandingkan dengan nilai korelasi variabel lainnya. Sedangkan perbandingannya dapat dilihat pada plot korelasi data produksi padi 2013, yaitu korelasi terbesar berada antara

produksi padi dan penyinaran matahari dengan nilai korelasi sebesar 0,18. Nilai korelasi terendah pada berada diantara produksi padi dan temperatur udara yaitu sebesar -0,07.

Salah satu cara yang digunakan untuk melihat suatu pola hubungan antara dua variabel yaitu dengan menyusunnya dengan *scatterplot* matrix. Berikut merupakan *scatterplot* matrix data temperatur udara, kelembaban udara, penyinaran matahari dan produksi padi di Indonesia pada tahun 2013 dan 2014



Gambar 2. *scatterplot* matrix produksi padi tahun 2013 (a); dan tahun 2014 (b)

Berdasarkan gambar di atas menunjukkan bahwa garis berwarna hijau merupakan garis regresi dimana variabel yang memiliki hubungan yang negatif yaitu temperatur udara dengan produksi padi, kelembaban udara dengan produksi padi, temperatur udara dengan kelembaban udara dan kelembaban udara dengan penyinaran matahari. Sedangkan yang memiliki hubungan positif yaitu penyinaran matahari dengan produksi padi dan temperature udara dengan penyinaran matahari. Secara keseluruhan pola data yang terbentuk dari hubungan variabel tersebut berpecah atau tidak mengumpul pada titik-titik tertentu. Garis putus-putus berwarna merah menunjukkan batas atas dan batas bawah yang memuat nilai parameter atau selang kepercayaannya. Untuk mengetahui berapa besar peningkatan atau penurunan produksi padi di Indonesia dapat dilihat pada analisa data menggunakan model regresi linear berikut.

Model Regresi Linier (LM)

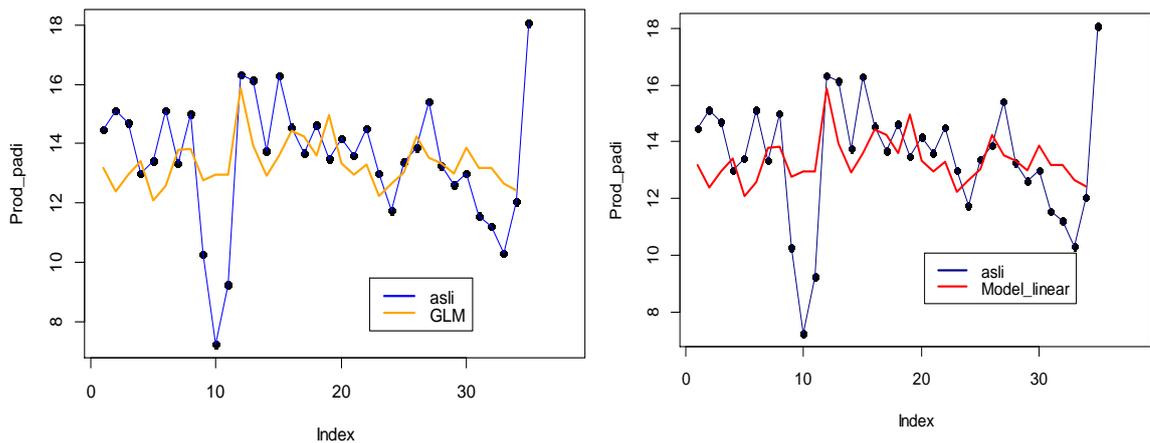
Model regresi linear data produktivitas padi di Indonesia tahun 2013 dan 2014 adalah:

$$\hat{y}_{2013} = 85,971 - 12,459X_1 - 9,743X_2 + 2,830X_3$$

$$\hat{y}_{2014} = 84,823 - 18,336X_1 - 3,765X_2 + 1,330X_3$$

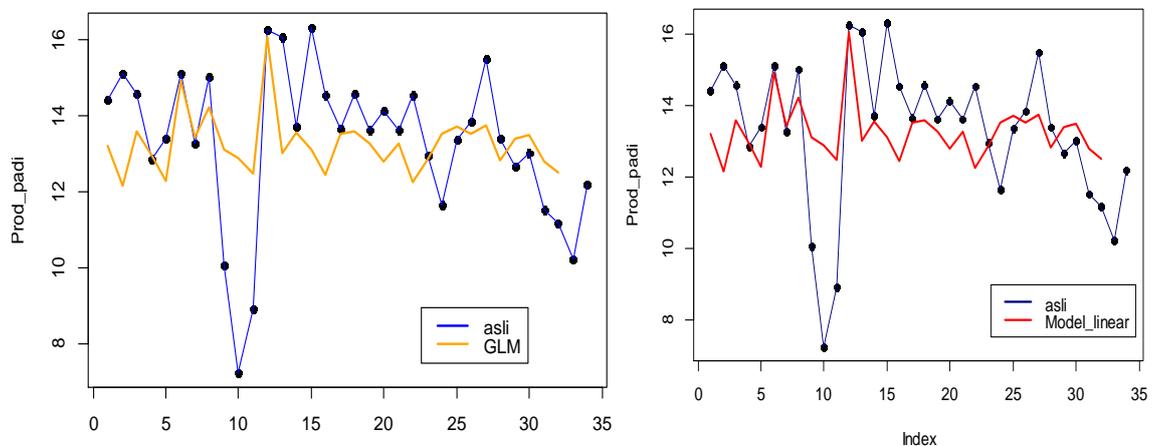
Analisa model pada tahun 2014 adalah jika temperatur udara meningkat 1 satuan, maka produksi padi akan menurun sebesar 18,336 ton dengan asumsi kelembaban udara dan penyinaran matahari bernilai konstan. Jika kelembaban udara meningkat 1 satuan, maka produksi padi akan menurun sebesar 3,765 ton dengan asumsi temperatur udara dan penyinaran matahari bernilai konstan. Jika penyinaran matahari meningkat 1 satuan, maka produksi padi akan meningkat sebesar 1,330 ton dengan asumsi temperatur udara dan kelembaban udara bernilai konstan. Nilai R^2 yang diperoleh tahun 2014 sebesar 0,1381 artinya variasi dari variabel prediktor mampu menjelaskan variabel produksi padi sebesar 13,8%. Sedangkan sisanya dijelaskan oleh variabel lain yang tidak dimasukkan dalam model ini. Jika dibandingkan dengan tahun 2013, R^2 yang diperoleh lebih besar dari tahun 2014 yaitu sebesar 15,3%. Pada tahun 2013 terdapat kesamaan hubungan dalam model antar variabel dimana variabel temperatur udara dan kelembaban udara memiliki hubungan negatif dengan produksi padi. Sedangkan penyinaran matahari memiliki hubungan positif dengan produksi padi. Sebelumnya telah dilakukan pengujian asumsi yang meliputi uji normalitas, heteroskedastisitas, autokorelasi dan multikolinieritas, dimana semua asumsi tersebut terpenuhi.

Model Linier Tergeneralisasi (GLM)



Gmar 4. Fitting model tahun 2013 untuk model GLM (a); dan model linier (b)

Dapat dilihat bahwa pada gambar di atas (a) dan (b), secara keseluruhan hampir memenuhi sebaran datanya tetapi masih terdapat data yang tidak dapat didekati dengan baik. Begitu pula pada tahun 2014 yang dapat divisualisasikan sebagai berikut



Gambar 4. Fitting model tahun 2014 untuk model GLM (a); dan model linier (b)

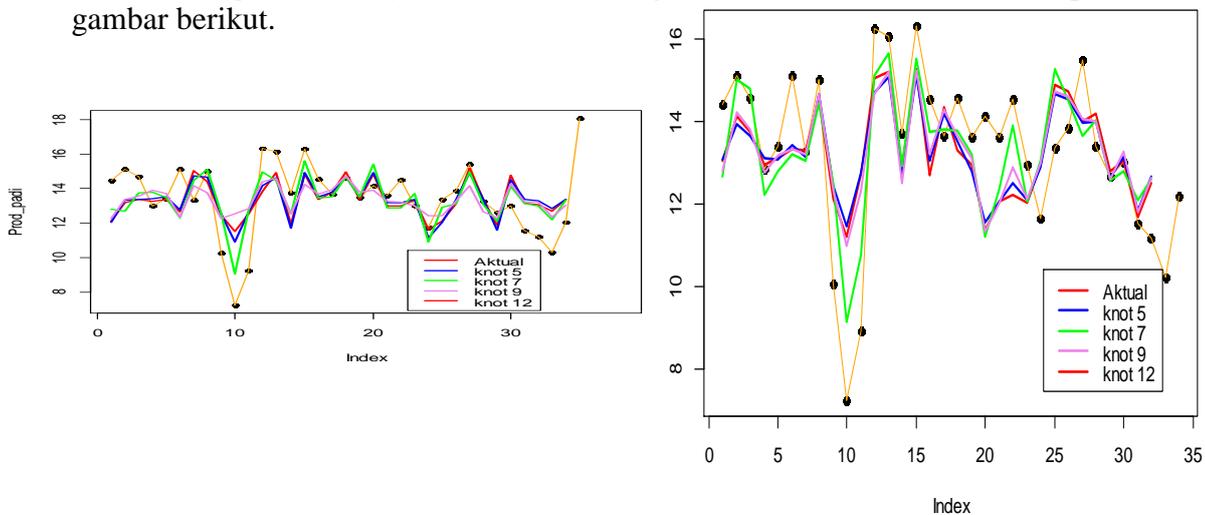
Model Aditif Tergeneralisasi (GAM)

Generalized Additive Model (GAM) mengembangkan model aditif ke dalam bentuk distribusi keluarga eksponensial dan menjadi lebih fleksibel daripada model linear. Adapun *spline* yang digunakan dalam data ini adalah *cyclic cubic regression* atau disingkat basis cc. Bentuk estimator basis cc sangat dipengaruhi oleh lokasi dan banyaknya titik knot. Pemilihan titik knot sangat penting, karena berpengaruh pada model regresi spline yang akan di pilih. Penentuan knot yang berbeda akan menghasilkan model cc yang berbeda pula. Pemilihan titik knot yang terbaik didasarkan pada perbandingan nilai GCV atau nilai MSE yang minimum dan juga bisa menggunakan nilai AIC yang minimum untuk menentukan model yang terbaik. Hasil dari pengolahan data dengan menggunakan *software* R menghasilkan Tabel 2 sebagai berikut.

Tabel 2. Nilai GCV dan MSE

Titik Knot (k)	Tahun	GCV	MSE
3	2013	4,279	3,768
	2014	4.326	3.6162
4	2013	4,267	3,714
	2014	3,8122	2,8585
5	2013	4,271	3,726
	2014	3,8889	2,8733
6	2013	4,273	3,730
	2014	3,8819	2,856
7	2013	4,273	3,731
	2014	3,9034	2,8739
8	2013	4,273	3,731
	2014	3,903	2,8674
9	2013	4,273	3,731
	2014	3,9033	2,8657
10	2013	4,273	3,731
	2014	3.9033	2.8657
11	2013	4,273	3,731
	2014	3.901	2.8592
12	2013	4,273	3,731
	2014	4.2735	3.7313

Tabel di atas menunjukkan nilai GCV dan nilai MSE terkecil. Dari pemilihan jumlah titik knot optimum, nilai GCV yang terkecil berada pada titik knot ke-4 pada tahun 2013 dan 2014. Sehingga digunakan $k=4$ dalam mengestimasi fungsi pada *Generalized Additive Model* (GAM) dengan basis *cyclic cubic (cc) regression*. Secara visualisasi dapat dilihat pada gambar berikut.



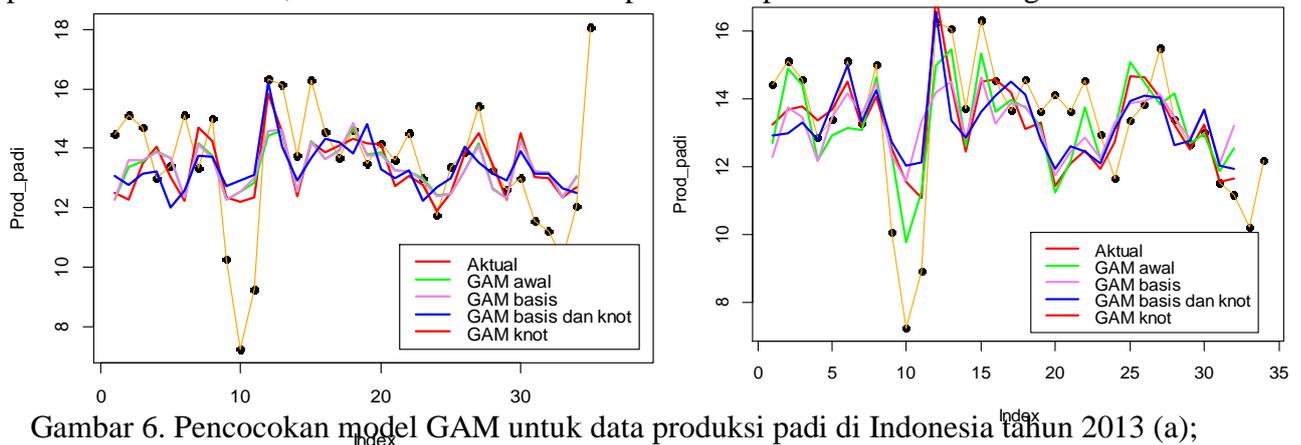
Gambar 5. Perbandingan knot menggunakan GAM pada data produksi padi Indonesia tahun 2013 (a); dan tahun 2014 (b)

Berikut merupakan hasil pengolahan data menggunakan *software R* untuk menentukan model GLM.

Tabel 3. Model aditif tergeneralisasi (GAM)

	Tahun	Model awal	Basis	Basis & knot	Knot
Intercept	2013	13,332	13,332	13,332	13,332
	2014	13,273	13,273	13,273	13,273
$s(X_1)$	2013	2,327e-10	9,542e-11	7,550e-01	1,019e+00
	2014	1,000	1,445	1,587	1,000
$s(X_2)$	2013	2,455e-10	7,328e-11	3,775e-11	3,553e-10
	2014	4,011	3,001	0,638	2,147
$s(X_3)$	2013	2,789e+00	4,410e+00	6,579e+00	1,957e+00
	2014	2,739	4,465	1,614	1,954
R^2 adj	2013	0,250	0,245	0,344	0,2
	2014	0,344	0,418	0,22	0,206
AIC	2013	145,950	142,242	142,110	147,193
	2014	133,8124	130,6588	136,213	138,068

Dapat dilihat bahwa pada tahun 2013 nilai AIC dari model GAM menggunakan basis dan knot lebih kecil daripada nilai AIC model GAM menggunakan model aktual, basis dan menggunakan knot. Nilai R^2 adj yang lebih besar juga berada pada model GAM dengan menggunakan basis dan knot yaitu sebesar 34,4%. Namun terdapat perbedaan pada tahun 2014, model yang paling tepat digunakan adalah model GAM menggunakan basis. Nilai R^2 adj yang lebih besar juga berada pada model GAM menggunakan basis yaitu dengan persentase sebesar 41,8% . Secara visualisasi dapat dilihat pada Gambar 6 sebagai berikut.



Gambar 6. Pencocokan model GAM untuk data produksi padi di Indonesia tahun 2013 (a); dan tahun 2014 (b).

Anova LM, GLM dan GAM memiliki kesamaan. Berikut tabel Anova ditunjukkan untuk melihat ada tidaknya pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon secara parsial

Tabel 4. Tabel Anova

	Tahun	df	Sum Sq	Mean Sq	F	<i>P-value</i>
X_1	2013	1	3,24	3,237	0,856	0,362
	2014	1	14,86	14,862	3,562	0,0695

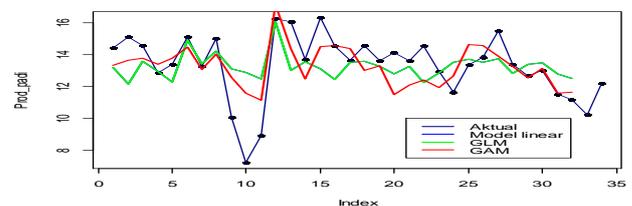
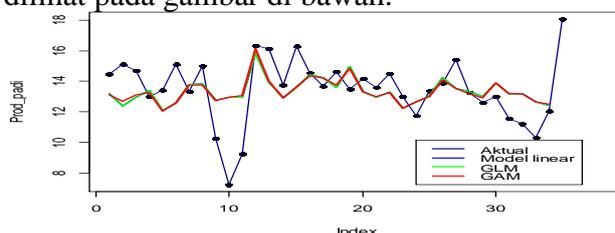
X ₂	2013	1	6,93	6,932	1,83 3	0,186
	2014	1	1,62	1,620	0,38 8	0,5382
X ₃	2013	1	10,34	10,342	2,73 5	0,109
	2014	1	2,23	2,232	0,53 5	0,4706
Galat	2013	3 0	113,45	3,782		
	2014	2 8	116,83	4,173		

Dari tabel Anova di atas dapat dilihat bahwa *p-value* pada tahun 2013 dan 2014 untuk variabel temperatur udara, kelembaban udara dan penyinaran matahari $> \alpha$, maka terima H_0 . Artinya secara parsial variabel temperatur udara, kelembaban udara dan penyinaran matahari tidak berpengaruh terhadap produksi padi. sedangkan secara serempak *p-value* $< \alpha$, maka tolak H_0 . Artinya secara serempak variabel temperatur udara, kelembaban udara dan penyinaran matahari berpengaruh terhadap produksi padi di Indonesia. Perbandingan ketiga model tersebut dapat dilihat pada tabel dan gambar berikut:

Tabel 5. Perbandingan model

Model	Tahun	Coefficient			R ² adj	AIC
		β_1	β_2	β_3		
LM	2013	12,459	9,743	2,830	0,153	147,457
	2014	18,336	3,765	1,330	0,138	142,253
GLM	2013	0,900	0,682	0,213	0,190	147,406
	2014	1,326	0,293	0,107	0,183	142,145
GAM	2013	1,099	1,433e- 10	1,805	0,202	142,110
	2014	1,445	3,001	4,465	0,418	130,659

Dapat dilihat bahwa pada tahun 2013 dan 2014 Model GAM memiliki nilai AIC lebih kecil serta nilai *R²adj* model GAM juga lebih besar dibandingkan dengan model LM dan GLM. Dengan menggunakan model GAM, pada tahun 2013 variasi variabel temperature udara, kelembaban udara dan penyinaran matahari mampu menjelaskan variabel produksi padi sebesar 20,2%. Maka model yang sesuai digunakan adalah model GAM. Begitu juga pada tahun 2014, variasi variabel temperatur udara, kelembaban udara dan penyinaran matahari mampu menjelaskan variabel produksi padi sebesar 41,8%. Secara visualisasi dapat dilihat pada gambar di bawah.



Gambar 7. Perbandingan model aktual, LM, GLM dan GAM data produksi padi di Indonesia tahun 2013 (a); dan tahun 2014 (b).

Berdasarkan gambar di atas dapat dilihat bahwa dengan menggunakan GAM secara keseluruhan lebih memenuhi sebaran data yang ada dibandingkan menggunakan LM dan GLM. Namun, terdapat beberapa data yang tidak dapat didekati dengan baik oleh pencocokan model GAM.

KESIMPULAN

1. Secara serempak temperatur udara, kelembaban udara, dan penyinaran matahari berpengaruh terhadap produksi padi di Indonesia tahun 2013 dan 2014. Berdasarkan nilai AIC yang diperoleh, model GAM merupakan model terbaik dibandingkan model LM dan GLM pada data produksi padi tahun 2013 dan 2014.

2. Model LM produksi padi di Indonesia tahun 2013 dan 2014 adalah:

$$\widehat{Produksi_padi}_{2013} = 85,971 - 12,459Temp - 9,743Kelembaban + 2,830Penyinaran$$

$$\widehat{Produksi_padi}_{2014} = 84,823 - 18,336Temp - 3,765Kelembaban + 1,330Penyinaran$$

Berdasarkan model LM yang diperoleh, produksi padi di Indonesia pada tahun 2013 dan 2014 memiliki hubungan positif dengan penyinaran matahari, yang berarti bahwa terjadinya peningkatan produksi padi pada tahun 2013 dan 2014 diindikasikan berdasarkan variabel penyinaran matahari. Sedangkan yang memiliki hubungan negatif yaitu produksi padi dengan temperatur udara dan kelembaban udara, yang berarti bahwa terjadinya penurunan produksi padi pada tahun 2013 dan 2014 yang diindikasikan berdasarkan kedua variabel tersebut.

3. Model GLM produksi padi di Indonesia tahun 2013 dan 2014 adalah

$$g(\widehat{Produksi_padi}_{2013}) = 7,7104 - 0,900Temp - 0,682Kelembaban + 0,213Penyinaran$$

$$g(\widehat{Produksi_padi}_{2014}) = 7,8035 - 1,3262Temp - 0,2925Kelembaban + 0,1072Penyinaran$$

Berdasarkan model GLM yang diperoleh, produksi padi di Indonesia pada tahun 2013 dan 2014 memiliki hubungan positif dengan penyinaran matahari, yang berarti bahwa terjadinya peningkatan produksi padi pada tahun 2013 dan 2014 diindikasikan berdasarkan variabel penyinaran matahari. Sedangkan yang memiliki hubungan negatif yaitu produksi padi dengan temperatur udara dan kelembaban udara, yang berarti bahwa terjadinya penurunan produksi padi pada tahun 2013 dan 2014 yang diindikasikan berdasarkan kedua variabel tersebut.

4. Model GAM produksi padi di Indonesia tahun 2013 dan 2014 adalah :

$$g(\widehat{Produksi_padi}_{2013}) = 13,332 + 1,045e+00f(Temp) + 3,114e-00f(Kelembaban) + 1,911e+00f(Penyinaran)$$

$$g(\widehat{Produksi_padi}_{2014}) = 13,273 + 1,445f(Temp) - 3,001f(Kelembaban) + 4,465f(Penyinaran)$$

Berdasarkan model GAM yang diperoleh, terdapat perbedaan dari model LM dan GLM. Produksi padi di Indonesia pada tahun 2013 memiliki hubungan positif dengan semua variabel prediktor, penyinaran matahari, yang berarti bahwa terjadinya peningkatan produksi padi pada tahun 2013 yang diindikasikan berdasarkan variabel temperatur udara, kelembaban udara dan penyinaran matahari. Pada tahun 2014, yang memiliki hubungan positif yaitu produksi padi dengan temperatur udara dan penyinaran matahari, yang berarti bahwa

terjadinya penurunan produksi padi pada tahun 2014 yang diindikasikan berdasarkan kedua variabel tersebut, sedangkan produksi padi dengan kelembaban udara memiliki pengaruh yang negatif.

DAFTAR PUSTAKA

- Dobson, A.J. 1990. *An Introduction to Generalized Linear Models*. London: Chapman and Hall.
- Eubank, W. 1999. *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*. New York: Marcel Dekker.
- Hastie, T.J. and Pregibon, D. 1992. *Generalized Linear Models*. Chapter 6 of *Statistical Models in S* eds J.M. Chambers and T.J. Hastie, Wadsworth & Brooks/Cole.
- McCullagh P. and Nelder, J.A. 1989. *Generalized Linear Model*. London: Chapman and Hall.
- Miftahuddin, 2016a. *The Use of Linear and Generalized Additive Models to Assess the Time Effects for Sea Surface Temperature*, Prosiding Semirata 2016 Bidang MIPA BKS-PTN Wilayah Barat, p 732-741, FMIPA Universitas Sriwijaya, Palembang, ISBN 978-602-71798-1-3
- Miftahuddin, 2016b. *Fundamental fitting of the SST Data using Linear Regression Models. The 12th International Conference on Mathematics, Statistics, and Their Application (ICSMA), 4-6 October, Banda Aceh Indonesia, p 128-133*. ISBN: 978-1-5090-3385-0.
- Statsoft, 2016. *Generalized Additive Models*. <http://www.statsoft.com/texbook/generalized-additive-models> [25 November 2016].
- Tirta, M. 2009. *Analisis Regresi dengan R*. Jember: Universitas Jember.
- Tripenna, A. 2011. *Analisis Regresi Spline Kuadrat. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Yogyakarta*. ISBN: 978-979-16353-6-3.
- Venables, W.N. and Ripley, B. D. 2002. *Modern Applied Statistics with S*. New York: Springer.
- Wigati, Dwindah S, 2016. *Pengembangan Analisis Model Aditif Tergeneralisasi Dengan Penghalus Spline berbasis WEB Interaktif Menggunakan R-Shiny*. Jurusan Matematika, No. 12-15
- Wood, S. N. 2006. *Generalized Additive Models: An Introduction with R*. London: Chapman & Hall/CRC Press.
- Yulir, 2004. *Geografi 2*. Jakarta: Bumi Aksara.

PENENTUAN FAKTOR-FAKTOR YANG MENYEBABKAN BANYAKNYA KASUS DEMAM BERDARAH DENGUE DI KOTA JAMBI DENGAN MODEL GEOGRAPHICALLY WEIGHTED POISSON REGRESSION

Gusmi Kholijah, Teguh Sumarsono, Niken Rarasati, Azzikra Febriyanti

Fakultas Sains dan Teknologi Univeritas Jambi

Email : gusmieazzah@gmail.com

ABSTRACT

Dengue Hemorrhagic Fever (DHF) is a disease that has become endemic in Jambi city. DHF gives the risk of death to the sufferer, otherwise it can affect social and welfare of the society. The number of DHF case in a region affected by certain factors, then DHF case from one region to another is now easily spread, this is due to the high mobility of society. To determine the model and the factors that influence the number of DHF case Poisson Regression Analysis was used. Then if the number of DHF case is also influenced by the effect of the location it is used Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR). Factors that affect the number of DHF cases in Jambi city sequentially i.e. the percentage of the population in one district, female gender, the number of health facilities, male gender, the number of medical personnel and the number of mosquito eradication activities. GWPR is better than Poisson Regression in modeling the number of DHF case in Jambi city seen from the Akaike Information Criterion (AIC) value. AIC value of GWPR Model was 16,303 while the Poisson Regression Model was 75,239.

Keywords: Dengue Fever, Poisson Regression, Geographically Weighted Poisson Regression

PENDAHULUAN

Demam Berdarah *Dengue* (DBD) merupakan salah satu penyakit yang mudah terjangkit di wilayah tropis dan subtropis. Hal ini disebabkan karena wilayah ini memiliki kelembapan yang tinggi pada waktu tertentu yang mengakibatkan mudahnya virus *dengue* yang dibawa oleh nyamuk *aedes aegypti* berkembang biak. Jenis penyakit ini mudah menular pada suatu wilayah yang sudah terjangkit virus DBD. Terjangkitnya suatu wilayah dengan virus DBD akan memberikan peluang terjangkitnya wilayah di sekitarnya.

Menurut Dinas Kesehatan Provinsi Jambi, Jambi juga memberikan kontribusi terhadap tingginya kasus DBD di Indonesia. Hal ini dilihat dari penyebaran penyakit DBD yang menyebar di seluruh kota/kabupaten di Provinsi Jambi. Kemudian dari data Dinas Kesehatan Provinsi Jambi, Kota Jambi tercatat sebagai wilayah dengan kasus DBD paling tinggi mulai dari tahun 2006 sampai tahun 2015.

Penelitian mengenai penyakit DBD ini pernah dilakukan oleh Rifada [9] yang menyampaikan bahwa tingkat kerawanan DBD dipengaruhi oleh kepadatan penduduk, ketinggian dari permukaan laut, jarak ke puskesmas terdekat, keberadaan penyuluh jentik, angka bebas jentik dan jarak ke ibukota kabupaten. Kemudian Arifanjuni [2] menyampaikan bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi responden terjangkit demam berdarah yaitu apakah semalaman tidur dalam kelambu, jenis sarana untuk menampung air minum, jenis saluran

untuk tempat pembuangan air limbah untuk kamar mandi atau tempat menyuci, dan ketersediaan tempat pembuangan sampah di luar rumah.

Menurut dinas kesehatan RI, banyaknya kasus DBD di suatu wilayah dipengaruhi oleh kepadatan penduduknya, iklim wilayah tersebut, sarana kesehatan, kemudian mobilitas masyarakat di wilayah tersebut. Banyaknya kasus DBD antara satu wilayah dengan wilayah lain akan berbeda-beda, hal ini karena perbedaan cuaca, iklim, lingkungan dan kepadatan penduduk yang tidak sama.

Model statistika yang membahas mengenai hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor dinamakan dengan Model Regresi. Tetapi tidak selamanya suatu data hanya dipengaruhi oleh data respon dan prediktor. Ada data yang juga dipengaruhi oleh efek lokasi atau ruang yang dinamakan dengan data spasial. Model statistika yang membahas variabel respon dan variabel prediktor yang juga bergantung terhadap lokasi geografis wilayah pengambilan data adalah Model *Geographically Weighted Regression* (GWR). Model GWR ini pertama kali diperkenalkan oleh Fotheringham, Brunson dan Chariton pada tahun 1996. Model GWR ini akan menaksir parameter model yang bersifat lokal (yang dipengaruhi oleh lokasi) untuk setiap lokasi tempat pengamatan data.

Jika variabel respon yang diteliti mengikuti pola distribusi Poisson dan dipengaruhi oleh lokasi pengamatan data maka model yang dipakai adalah *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR). Model GWPR ini dikembangkan oleh Nakaya, Fotheringham, Brunson dan Charlton [10].

Banyaknya kasus DBD pada wilayah tertentu merupakan variabel respon yang mengikuti pola distribusi Poisson maka analisis yang dipakai adalah GWPR. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan terhadap kasus DBD di Kota Jambi dengan respon berdistribusi Poisson dengan pendekatan GWPR. Pengambilan Kota Jambi sebagai tempat penelitian adalah karena Jambi memiliki kasus yang paling tinggi terserang kasus DBD pada tahun 2015.

KAJIAN LITERATUR

Demam Berdarah Dengue

Demam Berdarah *Dengue* (DBD) merupakan jenis penyakit yang masih menjadi masalah kesehatan bagi masyarakat Indonesia. Penyakit DBD ini berasal dari gigitan nyamuk *aedes aegypti* yang terjangkit virus *dengue*. Penyebaran penyakit DBD ini sudah menjadi endemik di kabupaten/kota di berbagai wilayah Indonesia.

Banyaknya kasus DBD yang terdapat di masyarakat tidak hanya masalah bagi penderita tetapi hal ini menjadi persoalan sosial dan persoalan ekonomi. Hal ini menyebabkan penanganan kasus ini tidak hanya oleh pihak kesehatan tetapi masyarakat harus turut serta dalam menurunkan jumlah kasus DBD ini.

Penyebaran penyakit DBD sangat tinggi sekali, sehingga menyebabkan banyaknya kasus DBD yang diderita oleh masyarakat. Hal ini disebabkan karena kepadatan penduduk suatu daerah, mobilitas yang semakin mudah dan perubahan cuaca yang sangat ekstrem [8].

Regresi Poisson

Regresi Poisson merupakan suatu fungsi regresi dengan peubah respon (Y) yang mempunyai sebaran peluang Poisson, misalkan peubah cacah (Y) menyatakan banyaknya kejadian yang terjadi dalam suatu periode waktu atau wilayah tertentu. Sebaran Poisson ditentukan oleh fungsi peluang [6]:

$$P(Y = y | \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}, \text{ untuk } y = 0, 1, 2, \dots (1)$$

Misalkan Y_1, \dots, Y_n merupakan contoh acak dari sebaran peluang Poisson dengan rata-rata μ_i . Fungsi massa peluang Y_i dinyatakan sebagai berikut:

$$f(y_i | \mu_i) = \frac{\mu_i^{y_i} e^{-\mu_i}}{y_i!} \quad (2)$$

Misalkan $\eta = \mathbf{X}'\boldsymbol{\beta}$ merupakan komponen sistematis yang merupakan fungsi linear dari peubah penjelas \mathbf{X} dan parameter $\boldsymbol{\beta}$ yang tidak diketahui. η dihubungkan dengan μ melalui fungsi penghubung $h(\mu) = \eta$ dengan $h(\mu) = \log \mu$. Sehingga Model Regresi Poisson Berganda dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\log \mu_i = x_{i1}\beta_1 + \dots + x_{ik}\beta_k + \varepsilon_i \quad (3)$$

dengan x_{ik} merupakan peubah penjelas ke- k pada pengamatan ke- i dan $i = 1, 2, \dots, n$ [4].

Geographically Weighted Regression

Model *Geographically Weighted Regression* (GWR) merupakan Model Regresi Linier Lokal. Model ini menghasilkan model dugaan pada setiap lokasi. Setiap Model GWR hanya berlaku untuk lokasi tersebut dan berbeda dengan model yang terdapat pada lokasi lainnya. Model GWR dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_p(u_i, v_i) x_{ip} + \varepsilon \quad (4)$$

Dengan y_i adalah nilai amatan peubah respon ke- i , (u_i, v_i) menyatakan koordinat lokasi dengan u_i adalah derajat lintang dan v_i adalah derajat bujur dari lokasi ke- i , x_{ip} merupakan peubah penjelas ke- p dari lokasi ke- i , $\beta_p(u_i, v_i)$ merupakan parameter ke- p dari lokasi ke- i , dan ε_i nilai galat regresi antara peubah penjelas dengan peubah respon di lokasi ke- i dengan $i = 1, 2, \dots, n$.

Setiap parameter yang ada pada Model *Geographically Weighted Regression* (GWR) dihitung di setiap lokasi ke- i , sehingga nilai parameternya akan memiliki perbedaan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya. Pendugaan parameter dengan menggunakan Metode MLE (*Maximum Likelihood Estimation*) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\underline{\beta}(u_i, v_i) = [\mathbf{X}'\mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{W}(u_i, v_i)\underline{Y}; i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

dengan $\mathbf{W}(u_i, v_i)$ merupakan matriks pembobot spasial yang berukuran $n \times n$. Nilai unsur-unsur diagonal matriks pembobot dihitung dengan melihat jarak antar lokasi pengamatan ke- i dengan lokasi lainnya. Matriks pembobot spasial yang digunakan pada penelitian ini adalah matriks pembobot kernel normal (*Gaussian*). Matriks pembobot didefinisikan sebagai berikut:

$$w_j(i) = \exp\left[-1/2\left(\frac{d_{ij}}{b}\right)^2\right] \quad (6)$$

Dengan d_{ij} adalah jarak *Euclid* dari lokasi ke- i ke lokasi ke- j , dan b merupakan lebar jendela optimum. Nilai matriks pembobot berada pada selang $0 \leq w_j(i) \leq 1$, semakin dekat suatu lokasi dengan lokasi lainnya maka nilai bobot semakin mendekati 1, dan jika kedua lokasi memiliki jarak yang semakin jauh nilai bobot akan mendekati 0.

Salah satu cara untuk memilih *bandwidth* yang optimum dapat dilakukan dengan menggunakan Metode *Cross Validation* (CV). Secara matematis CV dapat dituliskan sebagai berikut:

$$CV(h) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{\neq i}(h))^2 \quad (7)$$

Dengan:

n = banyaknya pengamatan

i = 1, 2, ..., n

y_i = pengamatan ke- i

$\hat{y}_{\pm i}(h)$ = nilai duga pengamatan ke-i yang nilainya diperoleh tanpa melibatkan pengamatan ke-i itu sendiri.

Geographically Weighted Poisson Regression

Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR) adalah bentuk lokal dari Regresi Poisson dengan lokasi yang menjadi pusat perhatian memiliki asumsi berdistribusi Poisson. Penggunaan spasial pada Model GWR untuk data *count* adalah:

$$\mu_i = \exp[\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}] \quad (8)$$

Fungsi masa peluang didefinisikan sebagai berikut:

$$f(y_i | \mathbf{X}; \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) = \frac{(\mu_i^{\text{GWR}})^{y_i} \exp(-\mu_i^{\text{GWR}})}{y_i!} \quad (9)$$

dengan $\mu_i^{\text{GWR}} = \exp(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))$.

Fungsi *likelihoodnya* adalah:

$$L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) | \mathbf{X}; y_1, y_2, \dots, y_n) = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{(\mu_i^{\text{GWR}})^{y_i} \exp(-\mu_i^{\text{GWR}})}{y_i!} \right\}$$

Fungsi *loglikelihoodnya* adalah:

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) | \mathbf{X}; y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n \ln \left\{ \frac{(\mu_i^{\text{GWR}})^{y_i} \exp(-\mu_i^{\text{GWR}})}{y_i!} \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) - \sum_{i=1}^n \exp[\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)] - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) \quad (10)$$

Untuk memperoleh penduga parameter dari $\boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)$, maka fungsi *loglikelihood* maksimum pada persamaan (10) diturunkan terhadap parameternya. Turunan pertamanya adalah:

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}'(u_j, v_j)} = \mathbf{y}' \mathbf{X} \mathbf{w}_j(u_i, v_i) - \sum_{j=1}^n \mathbf{X} \mathbf{w}_j(u_i, v_i) \exp[\mathbf{X} \mathbf{w}_j(u_i, v_i) \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)] = 0$$

Turunan keduanya adalah:

$$\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j) \partial \boldsymbol{\beta}'(u_j, v_j)} = - \sum_{j=1}^n \mathbf{X} \mathbf{w}_j(u_i, v_i) \exp[\mathbf{X} \mathbf{w}_j(u_i, v_i) \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)] = 0 \quad (11)$$

Pendugaan parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada Model GWPR menggunakan iterasi dengan Metode Newton-Raphson. Hal ini dikarenakan fungsi pada persamaan (11) berbentuk implisit. Tahapan dari Metode Newton-Raphson terdiri dari:

1. Menentukan $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)}^*$, dengan $\boldsymbol{\beta}_{(0)}^* = [\rho_0 \ \beta_{00} \ \beta_{10} \ \dots \ \beta_{k0}]$, iterasi pada saat $t = 0$.
2. Membentuk vektor gradien $\mathbf{g}'_{t+1} = \left[\frac{\partial L(\boldsymbol{\beta}^*(u_i, v_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} \right]$, dengan t menyatakan nomor iterasi.
3. Membentuk Matriks Hessian \mathbf{H} , yang merupakan matriks turunan kedua. Matriks \mathbf{H} dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{H}_{(k+1) \times (k+1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\beta^*)}{\partial \beta_0^2} & \frac{\partial^2 \ln L(\beta^*)}{\partial \beta_1 \partial_2} & \dots & \frac{\partial^2 \ln L(\beta^*)}{\partial \beta_1 \partial_k} \\ & \frac{\partial^2 \ln L(\beta^*)}{\partial \beta_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 \ln L(\beta^*)}{\partial \beta_1 \partial_k} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \frac{\partial^2 \ln L(\beta^*)}{\partial \beta_k^2} \end{bmatrix}$$

4. Memasukkan nilai $\hat{\beta}_{(0)}^*$ ke dalam elemen-elemen vektor \mathbf{g} dan matriks \mathbf{H} sehingga diperoleh vektor $\mathbf{g}_{(0)}$ dan $\mathbf{H}_{(0)}$.
5. Melakukan iterasi mulai dari $t = 0$ pada persamaan: $\beta_{(t+1)}^* = \beta_t^* - \mathbf{H}_t^{-1} \mathbf{g}'_t$, nilai β_t^* merupakan sekumpulan penduga parameter yang konvergen pada iterasi ke- t .
Jika belum mencapai penduga parameter yang konvergen, maka pada langkah ke-2 dilakukan kembali sampai mencapai kekonvergenan. Kriteria konvergen diperoleh ketika akar ciri dari matriks informasi Fisher bernilai positif.

METODE PENELITIAN

Sumber Data

Penelitian Ini mengambil data sekunder yang diperoleh dari Profil Dinas Kesehatan Kota Jambi tahun 2015. Penelitian ini dilakukan di Kota Jambi, sehingga unit pengamatannya adalah kecamatan-kecamatan di Kota Jambi. Pada tahun 2015 Kota Jambi terdiri dari 8 kecamatan, sehingga unit pengamatannya sebanyak 8 kecamatan.

Variabel penelitian yang dipakai pada penelitian ini terdiri dari satu variabel respon (Y) yaitu banyaknya kasus DBD dan faktor yang diduga mempengaruhi meliputi Persentase jumlah penduduk (X_1), Persentase jumlah sarana kesehatan (X_2), Persentase jumlah tenaga medis (X_3), jumlah penderita jenis kelamin laki-laki (X_{4_1}), jumlah penderita jenis kelamin perempuan (X_{4_2}), jumlah penderita usia 1-4 tahun (X_{5_1}), jumlah penderita usia 5-14 tahun (X_{5_2}), jumlah penderita usia 15- 25 tahun (X_{5_3}), jumlah penderita usia > 25 tahun (X_{5_4}), persentase kegiatan pemberantasan sarang nyamuk (X_6)

Metode Analisis Data

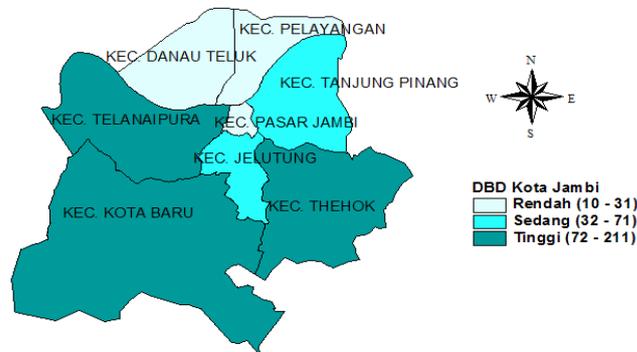
Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Langkah-langkah untuk menentukan pemodelan banyaknya kasus DBD di Kota Jambi:
 - a) Membuat analisis deskriptif antara variabel respon dan variabel prediktor
 - b) Melakukan uji kolinearitas antar variabel prediktor
 - c) Melakukan uji kesesuaian Model Regresi Poisson
2. Langkah-langkah membentuk Model *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR):
 - a) Melakukan penentuan letak geografis tiap kecamatan di Kota Jambi
 - b) Melakukan pemilihan nilai *bandwidth* optimum
 - c) Melakukan penghitungan matriks pembobot
 - d) Menaksir parameter Model GWPR
 - e) Melakukan uji kesamaan Model Regresi Poisson dan GWPR untuk jumlah kasus DBD di Kota Jambi
 - f) Melakukan pengujian parameter secara parsial
 - g) Membuat kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis Deskriptif

Kota Jambi sebagai salah satu wilayah di Provinsi Jambi menjadi daerah endemik penyakit DBD yang memiliki sebaran tidak merata di setiap wilayah untuk tingkat kecamatannya. Kecamatan Kota Baru dan Kecamatan Jambi Selatan memiliki jumlah kasus DBD paling banyak yaitu 211 kasus dan 143 kasus. Sedangkan untuk Kecamatan Pelayangan merupakan wilayah terjangkau paling sedikit untuk tahun 2015, yaitu 10 kasus. Perbedaan yang signifikan ini mengindikasikan bahwa jarak, letak, dan keadaan geografis setiap kecamatan berpengaruh terhadap banyaknya kasus DBD di Kota Jambi.



Gambar 1: Persebaran banyaknya Kasus DBD di Kota Jambi Tahun 2015

Berdasarkan nilai korelasi yang antar variabel prediktor terindikasi, bahwa terjadi multikolinearitas yang cukup tinggi antar variabel prediktor. Hampir seluruh variabel prediktor memiliki korelasi yang tinggi. Kemudian karena variabel prediktor lebih banyak dari jumlah data (kecamatan) maka variabel umur (X_5) dikeluarkan dari pembentukan model, hal ini untuk mengoptimalkan peran variabel prediktor di dalam pembentukan model.

Akibat terjadinya multikolinearitas antar variabel prediktor selanjutnya dilakukan proses reduksi variabel prediktor dengan menggunakan analisis faktor yang memakai metode prinsip komponen utama (KU). Metode KU dapat mereduksi dimensi variabel prediktor tetapi tetap mempertahankan sebagian informasi yang terkandung pada data asal.

Mengatasi Kasus Multikolinearitas

Untuk mengatasi kasus multikolinearitas pada data dilakukan beberapa proses. Langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut ini:

a) Nilai Kaiser Meyer Olkin (KMO) dan Uji Barlett

Nilai KMO ini digunakan untuk melihat kelayakan dari reduksi data untuk digunakan dalam analisis selanjutnya. Kemudian Uji Bartlett digunakan untuk dapat melihat korelasi antar variabel prediktor baru. Diperoleh nilai KMO = 0,697 yang berada di antara 0,5 dan 1. Hal ini menunjukkan bahwa analisis faktor layak digunakan. Kemudian dilakukan Uji Bartlett dengan hipotesisnya yaitu: Hipotesis:

H_0 : tidak ada korelasi antar variabel prediktor

H_1 : ada korelasi antar variabel prediktor

Dari nilai p -value (signifikansi) diperoleh $0,000 < 0,05$ yang menandakan tolak H_0 yang berarti terdapat korelasi antar variabel prediktor.

b) Anti Image Matrix (MSA)

Nilai MSA ini dapat digunakan untuk melihat bisa atau tidaknya analisis untuk dilanjutkan. Dari kriteria nilai MSA hampir semua nilai angka MSA di atas nilai 0,5 yang mengartikan analisis dapat dilanjutkan.

c) *Communalities*

Nilai *communalities* dapat digunakan untuk melihat seberapa besar variabel x dapat dijelaskan oleh faktor baru yang terbentuk. Untuk variabel x_1 diperoleh nilai sebesar 0,988 = 98,8 % . Hal ini mengartikan bahwa 98,8% variabel x_1 dapat dijelaskan oleh faktor yang terbentuk. Begitu juga untuk variabel $x_2, x_3, x_{4_1}, x_{4_2}$ dan x_6 .

d) Total Variance Explained

Total variance explained ini dapat digunakan untuk menghitung jumlah faktor yang terbentuk. Jika nilai eigen (*eigen value*) kecil dari 1 maka faktor tersebut tidak dapat digunakan, sehingga proses ini berhenti pada faktor kedua. Faktor 1 memiliki nilai eigen sebesar 4,244, artinya faktor 1 ini dapat menjelaskan 4,244 atau 70,73 % dari total *communalities*. Sedangkan untuk faktor 2 memiliki nilai eigen 1,171 atau 19,51 % dari total *communalities*.

e) Komponen Matriks dan Komponen Skor Koefisien Matriks

Dari proses ini akan diketahui berapa jumlah faktor baru yang terbentuk dan nilai koefisien faktor. Diperoleh faktor pertama dan faktor kedua dengan persamaan:

$$F_1 = 0.989X_1 + 0.952X_2 + 0.75X_3 + 0.916X_{4_1} + 0.958X_{4_2} - 0.202X_6 \quad \text{dan} \quad F_2 = 0.1X_1 - 0.15X_2 - 0.376X_3 + 0.311X_{4_1} + 0.236X_{4_2} + 0.919X_6$$

Dari bentuk persamaan F_1 dan F_2 dapat digunakan untuk mendapatkan nilai baru yang dapat dijadikan sebagai pengganti variabel asli.

Regresi Poisson

Regresi Poisson digunakan sebagai analisis awal sebelum analisis Model GWPR. Model Regresi Poisson adalah sebuah pemodelan umum yang dilakukan pada data yang variabel responnya berupa data *count*. Model Regresi Poisson juga digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap banyaknya kasus DBD di Kota Jambi.

Pengujian pada Model Regresi Poisson ini dilakukan secara serentak dengan hipotesis sebagai berikut ini:

$$H_0 = \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1 = \text{paling sedikit ada satu } \beta_j \neq 0, j = 0, 1, 2 \quad \text{Diperoleh nilai } D(\hat{\beta}) = 449,314 \text{ yang lebih}$$

besar dari $\chi^2_{(0,05;7)} = 14,07$. Sehingga diambil keputusan bahwa tolak H_0 yang mengartikan bahwa paling sedikit ada satu parameter yang signifikan ada pada model. Kemudian dilanjutkan dengan uji terhadap masing-masing variabel model. Uji variabel ini menggunakan nilai Z_{hitung} yang akan dibandingkan dengan nilai Z_{tabel} . Pada pengujian ini jika $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$ maka parameter variabel tersebut dikatakan signifikan. Adapun nilai Z_{hitung} masing-masing variabel dapat dilihat pada tabel berikut ini:

Tabel 1. Estimasi Model Regresi Poisson

Parameter	DF	Estimasi	Standar Error	Z_{hitung}
Intercept	1	3.9021	0.0586	66.576 *
F1	1	0.9434	0.0588	16.031 *
F2	1	0.0367	0.0529	0.694

*signifikansi pada taraf 5%

Dari uji signifikansi parameter tersebut diperoleh bahwa F1 signifikansi terhadap model, sedangkan F2 tidak signifikan. Sehingga bentuk Model Regresi Poisson untuk jumlah kasus DBD ini adalah:

$$\hat{\mu} = \exp(3,894 + 0,964 F_1)$$

dengan

$$F_1 = 0,989X_1 + 0,952X_2 + 0,75X_3 + 0,916X_{4_1} + 0,958X_{4_2} - 0,202X_6$$

Variabel prediktor yang berpengaruh terhadap

banyaknya kasus DBD di Kota Jambi pada tahun 2015 adalah F1, dengan variabel F1 tersebut merupakan kombinasi linier dari variabel persentasi jumlah penduduk, jumlah sarana kesehatan, jumlah tenaga medis, jumlah penderita laki-laki, jumlah penderita perempuan dan persentasi kegiatan pemberantasan sarang nyamuk.

Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)

Model lokal GPWR dengan komponen utama yang terbentuk adalah:

Tabel 2. Estimasi Model GWPR

Parameter	DF	Estimasi	Standard Error	Z _{hitung}
Intercept	1	3.816	0.065	58.461*
F1	1	0.848	0.053	16.031*
F2	1	0.030	0.043	0.694

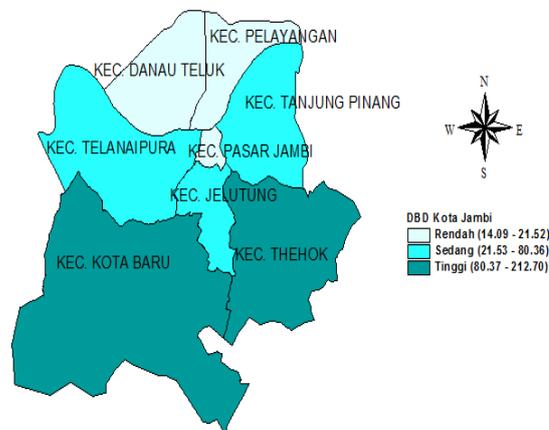
*Signifikan pada taraf 5%

Dari Tabel 2 diatas diperoleh Model GWPR untuk banyaknya kasus DBD yaitu;

$$\ln \hat{\mu}_i = 3,407 + 0,844F_1, \quad i = 1, \dots, 8$$

Analisis model lokal GPWR yang diperoleh dapat dibandingkan dengan model dari analisis regresi poisson. Kriteria pemilihan model terbaik dilakukan dengan menggunakan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) masing-masing model, model terbaik adalah model yang memiliki nilai AIC yang lebih kecil.

Nilai AIC dari analisis regresi poisson dengan variabel F1 sebesar 75,239 sedangkan nilai AIC dari Model GPWR sebesar 16,303. Berdasarkan nilai AIC tersebut, menyampaikan bahwa model menggunakan GPWR lebih baik dibandingkan model menggunakan analisis regresi poisson.



Gambr 2: Persebaran Banyaknya Kasus DBD Kota Jambi dengan Model GWPR

KESIMPULAN

Dari hasil pembahasan dan analisis yang telah dilakukan didapatkan bahwa Model GWPR lebih baik dalam memodelkan banyaknya kasus DBD di Kota Jambi dengan diperoleh nilai AIC yang lebih kecil yaitu 16,303 dibandingkan nilai AIC dari Model Regresi Poisson yaitu 75,239. Faktor yang paling berpengaruh terhadap jumlah kasus DBD di Kota Jambi yaitu persentase jumlah penduduk dalam suatu kecamatan, jenis kelamin perempuan, jumlah sarana kesehatan, kemudian disusul oleh jenis kelamin laki-laki, lalu jumlah tenaga medis dan yang terakhir kegiatan pemberantasan nyamuk. Sedangkan untuk model banyaknya kasus DBD dengan Model GWPR untuk kota Jambi yaitu;

$$\ln \hat{\mu}_i = 3,407 + 0,844F_1, \quad i = 1, \dots, 8 \text{ dengan}$$

$$F_1 = 0,989X_1 + 0,952X_2 + 0,75X_3$$

$$+ 0,916X_{4-1} + 0,958X_{4-2} - 0,202X_6$$

DAFTAR PUSTAKA

- Anonim. 2.10. *Penyakit Demam Berdarah Dengue*. <http://www.garutkab.go.id/downloadfiles/article/DBD.pdf>. Di akses tanggal 9 maret 2016.
- Arifanjuni. 2012. *Faktor-faktor yang menyebabkan Terkena Penyakit DB (Demam Berdarah) di Daerah Bengkulu dengan Menggunakan Regresi Logistik Biner*. ITS: Surabaya. Paper.
- Aulele, S.N & Puhadi. 2012. *Model Geographically Weighted Poisson Regression, Studi Kasus: Jumlah Kematian Bayi di Jawa Timur & Jawa Tengah Tahun 2007*. Paper Institut Teknologi Sepuluh Nopember. [4] Cameron, A.C, and Trivedi PK. 1998. *Regression Analysis of Count Data*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Dinas Kesehatan Propinsi Provinsi Jambi. (2014). *Profil Kesehatan Propinsi Jambi*. Jambi: Dinkes Jambi. (2015). *Profil Kesehatan Propinsi Jambi*. Jambi: Dinkes Jambi.
- Fleiss JL, Levin B, Paik MC. 2003. *Statistical Methods for Rates and Proportions*. Ed ke-3. USA: Columbia University.
- Fotheringham AS, Rogerson PA. 2009. *Handbook of Spatial analysis*. London: Sage Publications Ltd.
- Kementerian Kesehatan RI. 2010. *Demam Berdarah Dengue. Buletin Jendela Epidemiologi*. Volume 2 Agustus 2010.
- Lestari, R.D, Wulandari, S.P & Puhadi. 2014. *Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis di Jawa Timur dengan Pendekatan Generalized Poisson Regression dan Geographically Weighted Poisson Regression*. Paper Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Rifada, M & Puhadi. 2011. *Pemodelan Tingkat Kerawanan Demam Berdarah Dengue di Kabupaten Lamongan dengan Pendekatan Geographically Weighted Ordinary Logistic Regression*. Prosiding Seminar Nasional Statistika Universitas Diponegoro. Hal 114-126.
- Nakaya, T., Fotheringham, A.S., Brunson, C., & Charlton, M. 2005. *Geographically Weighted Poisson Regression for Disease Association Mapping, Statistics in Medicine*. Volume 24 Issue 17. pages 2695-2717.

MINIMISASI *TRIM LOSS* KERTAS GULUNGAN PADA *CUTTING STOCK PROBLEM* (CSP) SATU DIMENSI

Sisca Octarina, Putra Bahtera Jaya Bangun, Suci Novtari Kumala Dewi

Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya

email: s.octarina@gmail.com

ABSTRACT

One dimensional Cutting Stock Problem (CSP) is an optimization problem in cutting raw material using one side cutting, length or width. In this research, CSP aims to minimize the cutting waste of reel paper which called trim loss. It used Two Phase approach and Branch and Bound method. Based on the result and discussion, it found that Two Phase approach is more appropriately in one dimensional CSP that has size of stocked reels than Branch and Bound method. While Branch and Bound method is more appropriately in one dimensional CSP that hasn't size of stocked reels than Two Phase approach. It showed that both have much surplus and have little trim loss.

Keywords: Cutting Stock Problem, Two Phase Approach, Branch and Bound, Trim Loss.

PENDAHULUAN

Permasalahan pemotongan bahan baku dalam Optimasi dikenal dengan istilah *Cutting Stock Problem* (CSP). CSP merupakan permasalahan *Integer Linear Programming* (ILP) dalam bidang pengkombinasian, tentang bagaimana menentukan kombinasi solusi dari beberapa solusi yang mungkin dan layak, yang juga memenuhi kendala yang ada. CSP dapat dibedakan berdasarkan jumlah dimensi pemotongannya yaitu CSP satu dimensi, CSP dua dimensi, dan CSP tiga dimensi. CSP satu dimensi merupakan permasalahan pemotongan yang digunakan hanya menggunakan satu macam sisi pemotongan, yaitu pemotongan dari sisi panjang atau dari sisi lebar.

Banyak industri kertas yang dihadapkan pada permasalahan pemotongan ukuran bahan baku. Ukuran bahan baku yang besar akan dijadikan potongan kecil sesuai dengan ukuran yang diinginkan. Permasalahan yang sering terjadi dalam industri kertas adalah apabila industri tersebut menggunakan bahan baku kertas gulungan, dengan lebar yang bervariasi, dan dalam pemotongan dilakukan sesuai permintaan konsumen.

Pemotongan yang dilakukan pada kertas gulungan tidak menutup kemungkinan terdapat kelebihan sisi pemotongan kertas. Kertas gulungan mempunyai panjang yang sama dalam satu gulungan tersebut. Terkadang lebar kertas tidak cukup lebar untuk memenuhi pesanan lain yang diperlukan. Kelebihan sisa pemotongan kertas ini disebut sebagai kerugian pemotongan atau *trim loss* (Taha, 2007). *Trim loss* tidak dapat dihindari karena ukuran permintaan dari konsumen tidak selalu sama dengan ukuran yang ada pada pemasok. Selain hal tersebut, perilaku produksi juga berpengaruh dalam terjadinya *trim loss*, salah satunya dengan penentuan pola kombinasi pemotongan yang kurang tepat sehingga menyebabkan pemanfaatan bahan baku menjadi tidak efisien.

Beberapa peneliti telah mencari cara untuk meminimalkan *trim loss* sehingga kombinasi pemotongan yang dipilih mampu memenuhi permintaan dengan menghasilkan *trim loss* sekecil-kecilnya. Sepriansyah, dkk (2016) mendapatkan pola pemotongan dan *trim loss* yang optimal pada CSP satu dimensi di Percetakan CV Tunas Gemilang menggunakan ILP.

Octarina, dkk (2015) menyimpulkan bahwa metode *Column Generation Technique* (CGT) lebih tepat digunakan untuk menyelesaikan CSP satu dimensi dibandingkan dengan algoritma Balas yang dikembangkan. Pada kasus penelitian keduanya, data jumlah permintaan untuk setiap jenis pesanan produk tidak berpengaruh pada model. Selain itu material kertas yang diteliti bukan kertas gulungan.

Razaullah, *et.al.* (2012) merancang dan menggunakan pendekatan Dua Fase dalam penentuan solusi optimal persoalan ILP. Tahap pertama dikerjakan berdasarkan metode Simpleks yang pada umumnya mengarah pada solusi *non integer* dan pada tahap kedua menentukan solusi optimal *integer*. Suyanto (2010) menerangkan bahwa suatu teknik umum untuk pencarian solusi optimal dari berbagai masalah optimasi, khususnya untuk optimasi diskrit dan kombinatorial adalah metode *Branch and Bound*. Metode ini mampu membentuk solusi *integer* melalui teknik percabangan.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini meneliti tentang bagaimana menyelesaikan minimisasi *trim loss* kertas gulungan pada CSP satu dimensi dengan memperhatikan jumlah permintaan pesanan kertas gulungan. Model diuji pada serangkaian permasalahan literatur kertas gulungan menggunakan pendekatan Dua Fase dan metode *Branch and Bound*. Data-data yang digunakan untuk menguji model tersebut adalah data pada penelitian Chvatal (2007).

KAJIAN LITERATUR

Teknik Dua Fase

Sebagaimana namanya teknik dua fase, teknik ini memiliki dua fase (tahap) dalam pengerjaannya. Langkah-langkah pengerjaan teknik dua fase sebagai berikut:

1. Fase 1

Fase pertama bertindak untuk menguji apakah permasalahan yang dihadapi memiliki solusi layak atau tidak. Pada fase ini fungsi tujuan semula harus berupa meminimumkan variabel *artificial*. Jika minimum fungsi tujuan bernilai nol dan variabel *artificial* menjadi variabel non basis, artinya memiliki solusi layak. Jika fase pertama berhasil, maka pencarian dilanjutkan dengan fase kedua. Tetapi, jika nilai minimum fungsi tujuan berharga positif, artinya tidak memiliki solusi layak maka pencarian dihentikan.

2. Fase 2

Fase kedua bertindak dengan menggunakan solusi basis optimum dari fase 1 sebagai solusi awal dari permasalahan semula. Dalam hal ini mengubah bentuk fungsi tujuan fase 1 dengan mengembalikannya pada fungsi tujuan permasalahan semula.

Pendekatan Dua Fase

Razaullah, *et.al.* (2012) menerangkan bahwa pendekatan Dua Fase dapat digunakan dalam menyelesaikan permasalahan bidang Optimasi pemotongan bahan baku. Fase-fase dalam pendekatan ini adalah sebagai berikut:

1. Fase 1

Pengerjaan pada fase ini bertindak dengan mengerjakan permasalahan metode Simpleks yang pada umumnya mengarah pada solusi *non integer*.

2. Fase 2

Pengerjaan pada fase kedua bertindak dengan menentukan solusi optimal berupa *integer* dengan menggunakan pemrograman bilangan bulat apabila solusi optimal awal yang diperoleh dari fase 1 bernilai *non integer* atau memiliki lebih dari satu nilai *non integer*.

Integer Linear Programming (ILP)

Integer Linear Programming (ILP) merupakan bentuk lain dari pemrograman linier yang muncul karena tidak semua variabel keputusan berupa bilangan pecahan. Model Matematika dalam ILP digunakan untuk merumuskan bentuk permasalahan pemrograman linier sehingga

dapat menghasilkan solusi yang merupakan bilangan bulat atau *integer*. Nilai fungsi objektif dapat berupa minimum atau maksimum. Berbeda dengan bentuk model ILP persoalan *trim loss* fungsi objektifnya berupa kasus minimumkan.

Menurut Razaullah, *et.al.* (2012) bentuk umum ILP untuk menyelesaikan permasalahan *trim loss* sebagai berikut:

$$\text{Minimumkan } z = \sum_{\alpha=1}^j x_{\alpha} \quad (1)$$

dengan kendala

$$\sum_{\alpha=1}^j f_{i,\alpha} x_{\alpha} \geq d_i \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

$$x_{\alpha} \geq 0, \text{ dan bilangan bulat} \quad (4)$$

dengan

z menyatakan fungsi tujuan.

x_{α} menyatakan pola pemotongan layak ke- α .

$f_{i,\alpha}$ menyatakan berapa kali pesanan ke- i pada pola pemotongan layak x_{α} .

d_i menyatakan permintaan pesanan ke- i sebanyak m permintaan.

Cutting Stock Problem Satu Dimensi

CSP pertama kali diperkenalkan oleh Kantorovich pada tahun 1930 dan dipublikasikan di Inggris pada tahun 1960. Penelitian tersebut dimulai sejak lebih dari empat puluh tahun yang lalu dan tumbuh cepat dengan metode penyelesaian yang beragam serta metode-metode untuk persoalan CSP langsung diperkenalkan saat itu juga.

Dyckhoff, *et.al.* (1992) menerjemahkan CSP dimana bahan yang besar dibagi-bagi menjadi beberapa potongan, tidak boleh ada potongan yang menumpuk dan keseluruhan dari potongan harus merupakan bagian dari keseluruhan bahan. Pemrograman linier dengan metode Simpleks sering digunakan untuk menyelesaikan banyak model, salah satu yang paling sering digunakan dalam masalah CSP yaitu meminimumkan *trim loss* dengan mendapatkan kombinasi pemotongan yang layak (Triyanti dan Tirtasari, 2008).

Permasalahan *trim loss* yang dikaji dalam penelitian ini berkaitan dengan bagaimana menemukan kombinasi layak untuk meminimumkan *trim loss* dan memenuhi permintaan pesanan pelanggan. Dikatakan merupakan sebuah kombinasi yang fisibel (layak) apabila *trim loss* bernilai lebih kecil dibandingkan dengan lebar minimum dari permintaan dan jika jumlah lebar gulungan yang telah tersedia tidak melebihi lebar gulungan master (Razaullah, *et.al.*, 2012).

Adapun model CSP yang digunakan adalah sebagai berikut:

Minimumkan

$$z = W \sum_{\alpha=1}^j x_{\alpha} + w'_1 \sum_{b=j+1}^k x_b + w'_2 \sum_{c=k+1}^p x_c \quad (5)$$

dengan kendala

$$\sum_{\alpha=1}^j f_{i,\alpha} x_{\alpha} + \sum_{b=j+1}^k f_{i,b} x_b + \sum_{c=k+1}^p f_{i,c} x_c \leq d_i \quad (6)$$

$$\sum_{b=j+1}^k \leq N_1 \quad (7)$$

$$\sum_{c=k+1}^p x_c \leq N_2 \quad (8)$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_a, x_b, x_c \geq 0 \text{ dan bilangan bulat} \quad (9)$$

dengan

W merupakan lebar gulungan master.

x_a merupakan pola pemotongan layak dari lebar W .

w_i merupakan lebar permintaan pesanan gulungan ke- i sebanyak m pesanan.

d_i merupakan jumlah permintaan untuk setiap pesanan ukuran gulungan ke- i sebanyak m pesanan.

$f_{i,a}$ merupakan berapa kali pesanan ukuran gulungan ke- i ada pada pemotongan layak x_a sebanyak m pesanan.

w'_1 merupakan lebar gulungan persediaan ke-1.

w'_2 merupakan lebar gulungan persediaan ke-2.

x_b, x_c merupakan pola pemotongan layak dari lebar w'_1, w'_2 .

N_1, N_2 merupakan banyaknya gulungan yang telah tersedia dari lebar w'_1, w'_2 .

$f_{i,b}$ merupakan berapa kali pesanan ukuran gulungan ke- i ada pada pemotongan layak x_b sebanyak m pesanan.

$f_{i,c}$ merupakan berapa kali pesanan ukuran gulungan ke- i ada pada pemotongan layak x_c sebanyak m pesanan.

j, k, p merupakan jumlah maksimum pemotongan layak dari lebar W, w'_1, w'_2 .

$\sum_{b=j+1}^k x_b \leq N_1$ dan $\sum_{c=k+1}^p x_c \leq N_2$ merupakan kendala tambahan jika tersedia sejumlah gulungan tambahan produksi dengan lebar w'_1, w'_2 (Razaullah, *et. al*, 2012).

Berikut merupakan formulasi tambahan yang digunakan dalam perhitungan CSP yaitu:

a. Menghitung total luas permintaan gulungan

$$L_{pg} = \sum_{i=1}^m w_i d_i \quad (10)$$

b. Menghitung total luas gulungan dari pola kombinasi terpilih

$$L_g = \left(W \sum_{a=1}^j x_a + w'_1 \sum_{b=j+1}^k x_b + w'_2 \sum_{c=k+1}^p x_c \right) \times L \quad (11)$$

c. Menghitung total luas gulungan yang diproduksi untuk memenuhi pesan

$$L_p = \left[\sum_{a=1}^j \{x_a (W - T_a)\} + \sum_{b=j+1}^k \{x_b (w'_1 - T_b)\} + \sum_{c=k+1}^p \{x_c (w'_2 - T_c)\} \right] \times L \quad (12)$$

d. Menghitung total luas *surplus* gulungan menggunakan pola kombinasi terpilih

$$L_s = \left(\left[\sum_{a=1}^j \{x_a(W - T_a)\} + \sum_{b=j+1}^k \{x_b(w'_1 - T_b)\} + \sum_{c=k+1}^p \{x_c(w'_2 - T_c)\} \right] \times L \right) \left(\sum_{i=1}^m w_i d_i \right) \quad (13)$$

e. *Trim Loss*

$$T = \left(W \sum_{a=1}^j x_a + w'_1 \sum_{b=j+1}^k x_b + w'_2 \sum_{c=k+1}^p x_c \right) \times L \left(\left[\sum_{a=1}^j \{x_a(W - T_a)\} + \sum_{b=j+1}^k \{x_b(w'_1 - T_b)\} + \sum_{c=k+1}^p \{x_c(w'_2 - T_c)\} \right] \times L \right) \quad (14)$$

dengan L merupakan panjang bahan baku, sedangkan T_a , T_b , dan T_c merupakan besar *trim loss* pada masing-masing pola pemotongan x_a , x_b , dan x_c .

METODE PENELITIAN

Secara rinci langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan data.
2. Mendefinisikan variabel-variabel yang digunakan.
3. Membentuk pola pemotongan layak, dengan syarat *trim loss* bernilai lebih kecil dibandingkan dengan lebar minimum dari permintaan pesanan.
4. Membentuk tabel pengaturan pisau CSP satu dimensi kertas gulungan.
5. Membentuk model CSP satu dimensi kertas gulungan dengan mendefinisikan fungsi objektif dan kendala berdasarkan tabel pengaturan pisau.
6. Menyelesaikan CSP dengan pendekatan Dua Fase.
7. Menyelesaikan CSP dengan metode *Branch and Bound*.
8. Menganalisis dan mendeskripsikan solusi akhir *trim loss* yang diperoleh menggunakan pendekatan Dua Fase dan metode *Branch and Bound*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Minimisasi *trim loss* kertas gulungan pada CSP satu dimensi pada penelitian ini dilakukan pada permasalahan dengan menggunakan data dari Chvatal (2007) yang kemudian diselesaikan menggunakan pendekatan Dua Fase dan metode *Branch and Bound*. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data yang diperoleh dari Chvatal (2007). Permasalahan yang dihadapi dalam penelitian tersebut yakni CV. Maju Jaya merupakan industri yang bergerak di bidang produksi sejumlah kertas gulungan. Industri ini memproduksi kertas gulungan menggunakan mesin kertas dan dipotong dengan pisau pemotong. Adapun lebar gulungan yang diproduksi adalah **100 inci**. Industri ini harus mampu memenuhi sejumlah pesanan kertas gulungan dari konsumen dengan lebar masing-masing **14 inci**, **31 inci**, **36 inci**, dan **45 inci** dengan jumlah paling sedikit pesanan gulungan berturut-turut **211**, **395**, **610**, dan **97** gulungan.

Adapun variabel-variabel yang digunakan dalam permasalahan ini adalah sebagai berikut:

- x_j menyatakan pola pemotongan ke j .
- z menyatakan fungsi objektif yang nilainya merupakan lebar kertas gulungan master dari setiap pola pemotongan.
- W menyatakan lebar kertas gulungan master yaitu **100 inci**.
- w_i menyatakan lebar permintaan pesanan kertas gulungan ke- i dengan $i = 1,2,3,4$.
Jadi $w_1 = 14 \text{ inci}$, $w_2 = 31 \text{ inci}$, $w_3 = 36 \text{ inci}$, $w_4 = 45 \text{ inci}$.
- d_i menyatakan jumlah permintaan pesanan untuk setiap pesanan kertas gulungan ke- i dengan $i = 1,2,3,4$. Jadi $d_1 = 211$, $d_2 = 395$, $d_3 = 610$, $d_4 = 97$.
- $f_{i,a}$ menyatakan berapa kali lebar permintaan pesanan ke- i ada pada pola pemotongan x_a dengan $a = 1,2,3, \dots, j$.
- T_a menyatakan besar *trim loss* pada pola pemotongan x_a .
- L menyatakan panjang kertas gulungan.

Data pada permasalahan ini dapat dibentuk pola pemotongan yang layak. Pola pemotongan yang terpilih untuk digunakan dengan syarat nilai *trim loss* bernilai lebih kecil dibandingkan dengan lebar minimum dari permintaan pesanan. Pembuatan pola pemotongan dilakukan dengan mengurutkan pemotongan dengan memperhatikan besar lebar permintaan, dimulai dengan lebar permintaan terbesar. Adapun semua kombinasi pola pemotongan layak yang dapat dibentuk dari sejumlah permintaan lebar pesanan dari lebar gulungan **100 inci** dapat dilihat pada Gambar 1.

Gambar 1 menunjukkan 12 macam pola pemotongan layak, bagian kuning merupakan besar *trim loss* yang dihasilkan dari pola pemotongan tersebut. Setiap pola pemotongan memiliki jumlah potongan yang berbeda. Meminimumkan banyaknya kertas gulungan yang digunakan merupakan tujuan dari dibentuknya fungsi objektif (tujuan), sedangkan kendala dibentuk berdasarkan banyaknya lebar permintaan yang ada pada setiap pola pemotongan. Setiap pola pemotongan memiliki jumlah potongan yang berbeda. Bobot dari setiap pola tersebut selanjutnya disusun ke dalam tabel pengaturan pisau yaitu pada Tabel 1 untuk dapat dibentuk model penyelesaian.

Adapun model yang terbentuk adalah sebagai berikut:

Minimumkan

$$z = 100x_1 + 100x_2 + 100x_3 + 100x_4 + 100x_5 + 100x_6 + 100x_7 + 100x_8 + 100x_9 + 100x_{10} + 100x_{11} + 100x_{12}$$

dengan kendala

Tabel 1.

Pengaturan Pisau

		Pengaturan Pisau $W = 100 \text{ Inci}$												Jumlah Minimum Gulungan d_i
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	
Ukuran Lebar yang Diminta (Inci)	14	0	1	1	3	2	0	2	4	0	2	4	7	211
	31	0	0	1	0	0	2	1	0	3	2	1	0	395
	36	0	1	0	0	2	1	1	1	0	0	0	0	610
	45	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	97
<i>Trim Loss</i> (Inci)		(10	5	10	13	0	2	5	8	7	10	13	2	

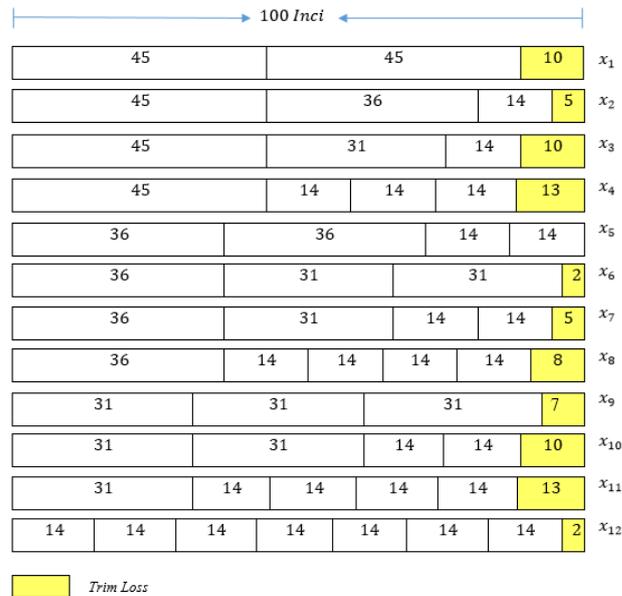
$$x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 + 2x_7 + 4x_8 + 2x_{10} + 4x_{11} + 7x_{12} \geq 211$$

$$x_3 + 2x_6 + x_7 + 3x_9 + 2x_{10} + x_{11} \geq 395$$

$$x_2 + 2x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \geq 610$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 97$$

$$x_j \geq 0, \forall j = 1, 2, 3, \dots, 12 \text{ dan bilangan bulat}$$



Gambar 1. Kombiasi Pola Pemotongan Layak Lebar Gulungan **100 Inchi** dari Sejumlah Permintaan Gulungan

Pengerjaan Fase 1

Pengerjaan fase 1 dimulai dengan mengubah bentuk model CSP (15) ke dalam bentuk standar yang selanjutnya dikerjakan menggunakan teknik dua fase. Pengerjaan menggunakan teknik dua fase dimulai dengan fase 1. Fungsi tujuan dirumuskan hanya menggunakan variabel *artificial* sehingga diperoleh Model (16).

Fase 1:

Minimumkan $A = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

dengan kendala (16)

$$x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 + 2x_7 + 4x_8 + 2x_{10} + 4x_{11} + 7x_{12} - e_1 + a_1 = 211$$

$$x_3 + 2x_6 + x_7 + 3x_9 + 2x_{10} + x_{11} - e_2 + a_2 = 395$$

$$x_2 + 2x_5 + x_6 + x_7 + x_8 - e_3 + a_3 = 610$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - e_4 + a_4 = 97$$

$$x_j \geq 0, \forall j = 1, 2, 3, \dots, 12$$

$$e_1, e_2, e_3, e_4, a_1, a_2, a_3, a_4 \geq 0 \text{ dan bilangan bulat}$$

Kendala-kendala pada Model (16) dirumuskan sehingga didapatkan fungsi tujuan baru yaitu:

Minimumkan

$$A = 1313 - 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 4x_4 - 4x_5 - 3x_6 - 4x_7 - 5x_8 - 3x_9 - 4x_{10} -$$

$$5x_{11} - 7x_{12} + e_1 + e_2 + e_3 + e_4$$

(17)

Persamaan dengan fungsi tujuan baru dari Persamaan (17) selanjutnya dikerjakan dengan menggunakan metode simpleks. Bentuk tabel solusi awal Simpleks menggunakan teknik dua fase dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Solusi Awal Teknik Dua Fase, Fase 1

VB	A	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	e_1	e_2	e_3	e_4	a_1	a_2	a_3	a_4	NK
A	1	2	3	3	4	4	3	4	5	3	4	5	7	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	1313
a_1	0	0	1	1	3	2	0	2	4	0	2	4	7	-1	0	0	0	1	0	0	0	211
a_2	0	0	0	1	0	0	2	1	0	3	2	1	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	395
a_3	0	0	1	0	0	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	610
a_4	0	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	97

Penyelesaian pada permasalahan minimum dengan memperhatikan nilai pada baris non basis paling maksimum untuk menjadi variabel masuk, sehingga nilai di baris non basis hanya menyisakan bilangan bernilai non positif (negatif atau nol). Perhitungan berlanjut hingga iterasi 5 seperti yang disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Teknik Dua Fase, Fase 1 Iterasi 5

V	A	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	e_1	e_2	e_3	e_4	a_1	a_2	a_3	a_4	NK
B																						
A	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0
x_5	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{11}{42}$	0	0	0	206,5
x_6	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	197,5
e_1	0	0	0	$-\frac{3}{2}$	0	0	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{7}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	-1	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	0	0	201,5
x_1	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	48,5

Berdasarkan Tabel 3, solusi tiap kendala sudah menunjukkan nilai non positif, artinya nilai dan basis yang diperoleh dari perhitungan Tabel 3 menunjukkan nilai yang optimal untuk Model (17) sehingga iterasi simpleks dihentikan.

Fase 2:

Fase ini persamaan dikembalikan ke bentuk fungsi tujuan semula, sehingga persamaan menjadi sebagai berikut:

Minimumkan

$$z = 100x_1 + 100x_2 + 100x_3 + 100x_4 + 100x_5 + 100x_6 + 100x_7 + 100x_8 + 100x_9 + 100x_{10} + 100x_{11} + 100x_{12} - 0e_1 - 0e_2 - 0e_3 - 0e_4 - 0a_1 + 0a_2 + 0a_3 + 0a_4$$

dengan kendala (18)

$$x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + \frac{1}{2}x_4 - \frac{1}{2}e_4 = 48,5$$

$$\frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{4}x_3 + x_5 + \frac{1}{4}x_7 + \frac{1}{2}x_8 - \frac{3}{4}x_9 - \frac{1}{2}x_{10} - \frac{1}{4}x_{11} + \frac{1}{4}e_2 - \frac{1}{2}e_3 = 206,25$$

$$\frac{1}{2}x_3 + x_6 + \frac{1}{2}x_7 + \frac{3}{2}x_9 + x_{10} + \frac{1}{2}x_{11} - \frac{1}{2}e_2 = 197,5$$

Langkah selanjutnya mensubstitusikan variabel x_1 , x_5 dan x_6 dari Persamaan (18) ke dalam fungsi tujuan z . Sehingga fungsi tujuan menjadi,

$$z = 45225 + 25x_3 + 50x_4 + 25x_7 + 50x_8 + 25x_9 + 50x_{10} + 75x_{11} + 100x_{12} + 25e_2 + 50e_3 + 50e_4 \quad (19)$$

Fungsi tujuan Persamaan (19) dan kendala pada Persamaan (17) selanjutnya diselesaikan menggunakan metode simpleks, seperti yang disajikan pada Tabel 4.

Tabel solusi awal pada fase 2 teknik dua fase sudah menunjukkan hasil yang optimal karena solusi pada baris z sudah bernilai non positif, sehingga pencarian pada fase 2 teknik dua fase dihentikan. Adapun solusi optimal didapatkan yaitu $x_1 = 48,5$, $x_5 = 206,25$, dan $x_6 = 197,5$. Oleh karena solusi masih berupa *non integer* maka perlu untuk mendapatkan pembulatan yang fisibel sehingga solusi optimal didapatkan berupa *integer*. Solusi optimal merupakan variabel keputusan yang merupakan pola kombinasi layak yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan. Selanjutnya pencarian dilanjutkan ke pengerjaan fase 2.

Tabel 4. Solusi Awal Teknik Dua Fase, Fase 2

V B	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	e_1	e_2	e_3	e_4	NK
z	1	0	0	-2	-5	0	0	-2	-5	-2	-5	-7	-10	0	-2	-5	-5	45225
x_5	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	1	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	206,25
x_6	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	197,5
e_1	0	0	0	$-\frac{3}{2}$	-3	0	0	$-\frac{3}{2}$	-3	$-\frac{3}{2}$	-3	$-\frac{9}{2}$	-7	1	$\frac{1}{2}$	-1	0	201,5
x_1	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	48,5

Pengerjaan Fase 2

Pengerjaan pada fase 2 bertujuan menemukan nilai *integer* dari solusi optimal agar memenuhi permintaan pesanan kertas gulungan sekaligus meminimalisir *trim loss*. Adapun pada tahap ini hanya menggunakan bagian *integer* dari solusi *non integer*, yaitu $x_1 = 48, x_5 = 206, x_6 = 197$.

Oleh karena itu untuk dapat memenuhi pesanan tersebut perlu meminimumkan *shortages* dengan membentuk model pemrograman linier dari setiap koefisien *shortages* yang bersesuaian dengan koefisien kendala dari variabel solusi optimal. Koefisien *excess* diabaikan karena dianggap sebagai *surplus*. Tabel *shortages* disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. *Shortages* & Koefisien Kendala dari Variabel Solusi Optimal

Ukuran Lebar yang Diminta (Inci)	x_1	x_5	x_6	<i>Shortages</i> (Gulungan)
31	0	0	2	1
36	0	2	1	1
45	2	0	0	1

Adapun model yang terbentuk adalah Model (20).

$$\text{Minimumkan } Z = x_1 + x_5 + x_6$$

dengan kendala

$$2x_6 \geq 1$$

$$2x_5 + x_6 \geq 1 \quad (20)$$

$$2x_1 \geq 1$$

$x_1, x_5, x_6 \geq 0$, dan bilangan bulat

Untuk mendapatkan solusi biner dari Model (20), model tersebut diselesaikan dengan menggunakan program MATLAB dengan solusi biner optimal dari masing-masing variabel x_1 , x_5 dan x_6 yakni berturut turut **1, 0**, dan **1**. Pada solusi optimal diperoleh dengan menambahkan solusi biner tersebut dengan bagian *integer* dari solusi *non integer* pengerjaan fase 1 yang diinterpretasikan pada Tabel 6.

Tabel 6.
Solusi Optimal Akhir Permasalahan 1

	Bagian <i>Integer</i> Pengerjaan Fase 1	Solusi Biner Pengerjaan Fase 2	<i>Add</i>	Solusi Optimal Akhir
x_1	48	1	48 + 1	49
x_5	206	0	206 + 0	206
x_6	197	1	197 + 1	198

Tabel 6 menunjukkan solusi optimal akhir dari tiap-tiap variabel solusi. Solusi optimal akhir untuk pola pemotongan ke **1** adalah **49** artinya banyak bahan baku yang digunakan dalam melakukan pemotongan dengan pola potong satu sebanyak **49** gulungan, dalam melakukan pemotongan dengan pola pemotongan ke **5** membutuhkan bahan baku sebanyak **206** gulungan, dan dalam melakukan pemotongan dengan pola pemotongan ke **6** membutuhkan bahan baku sebanyak **198** gulungan untuk dapat memenuhi permintaan pesanan.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil yang telah dicapai, dapat diambil kesimpulan bahwa minimisasi *trim loss* menggunakan pendekatan Dua Fase lebih tepat digunakan pada CSP satu dimensi kertas gulungan yang disertai dengan data persediaan ukuran gulungan, dibandingkan tanpa data persediaan ukuran kertas gulungan. Sedangkan minimisasi *trim loss* menggunakan metode *Branch and Bound* lebih tepat digunakan pada CSP satu dimensi kertas gulungan tanpa disertai data persediaan ukuran kertas gulungan.

DAFTAR PUSTAKA

Aminudin. (2005). *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga.

V. Chvatal. (2007). *Linear programming-cutting stock problem*. Volume 15, issue 3.

- Dyckhoff, *et. al.* (1992). Cutting and packing in production and distribution. *Physica Verlag*. Heidelberg.
- S.Octarina, D. Setiadi dan P.B.J. Bangun. (2015). Optimasi trim loss pada cutting stock problem (CSP) menggunakan column generation technique (CGT) dan algoritma balas yang dimodifikasi. *Annual Reasearch Seminar (ARS) Fakultas Ilmu Komputer UNSRI*. Volume 1, No 1.
- Razaullah, S. Rehman, I. Hussain. (2012). Trim loss minimization and reel cutting at paper mill. *International Journal of Engineering Research and Development*. Volume 4, Issue 3, 13-22.
- M.M. Sepriansyah, S. Octarina, dan E.S. Cahyono. (2016). Penyelesaian permasalahan trim loss pada cutting stock problem dengan integer linear programming (ILP). *Diseminarkan pada Seminar dan Rapat Tahunan BKS MIPA PTN Barat Universitas Sriwijaya*.
- Suyanto. (2010). *Algoritma Optimasi (Deterministik atau Probabilitik)*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- H. A. Taha.(2007). *An Introduction to Operations Research*. Edisi ke-8. 49-52.
- V. Triyanti dan O.Tirtasari. (2008). Usulan perbaikan metode pemilihan alternatif pemotongan roll dengan model *trim loss - integer linear programming* (Studi Kasus : PT Pelita Cengkareng Paper & Co, Tangerang). *Jurnal UNDIP*. Volume 2, No 2.
- D. Wirdasari. (2009). Metode simpleks dalam program linier. *Jurnal SAINTIKOM*. Volume 6, No 1, 276-285.

ASSESSMENT OF Sea Surface Temperature in the Indian Ocean using Generalized Additive Models

Miftahuddin

*Faculty of Mathematics and Science, Syiah Kuala University,
miftah@unsyiah.ac.id*

ABSTRACT

In recent years, we have observed an increase in the global temperature. Sea surface temperature (SST) is one of many important parameters that influence the climate system of the earth. In investigating the SST data observation from buoy in the Indian Ocean by using generalized additive models (GAM) without and with using continuous covariate, we suggested that several models can be used to fit the SST data. The trade-off in model fitting for the SST data makes no unique solution to the GAM models. The time covariates have a significant impact on model fitting compared to the continuous covariates. The seasonal and annual effects largely contributed in model fitting for the SST data.

Keywords: SST data, buoys, GAM models, time covariate, seasonal and annual effects.

PENDAHULUAN

Penelitian berkaitan *sea surface temperature* di Samudera Hindia telah dan terus dilakukan dalam beberapa tahun terakhir. Pendekatan yang digunakan beragam seperti menggunakan model regresi linier sebagai basic model [5], interaksi dalam model linier fitting [6], dan menggunakan LM dan GAM model [7]. Pada literatur ini akan dibahas kajian SST di tiga buoys yang terletak pada posisi yang berbeda-beda di Samudera Hindia. Isu perubahan iklim akibat adanya efek pemanasan global menarik untuk dicermati dari waktu ke waktu. *Generalized additive models* (GAM) merupakan model perluasan nonparametric dari model GLM dimana lebih fleksibel dan dapat mengakomodir isu data yang kompleks, seperti non normality errors, hubungan nonlinier, dan variabel autokorelasi. Selain itu, model dapat menhandel isu pemodelan seperti misfitting (*over* dan *underfitting*), seleksi variabel dan prediksi model. Model GAM telah dikembangkan dalam berbagai penerapan bidang seperti ekologi, iklim, kesehatan, dan lingkungan [1,4,11].

KAJIAN LITERATUR

Dalam penelitian ini, kita membandingkan data SST yang dimodelkan sebagai kombinasi linear dari tiga parameter iklim pada posisi buoy yang berbeda. Parameter-parameter ini adalah: suhu udara, kelembaban relatif, dan curah hujan dalam efek bulanan dan tahunan yang berasal dari stasiun darat di Meulaboh, provinsi Aceh. Variabilitas hubungan antara respon dan kovariat menjadi tantangan dalam memodelkan data SST yang dinamis. Dalam pemodelan SST data pengamatan, kami mempertimbangkan asumsi linear dari data $D = (x_i, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ dimana sumbu axis untuk covariates x_i dan y_i merupakan variabel respon. Hubungan antara variabel X dan Y dapat ditulis sebagai model linier dalam bentuk matriks sebagai:

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (1)$$

dimana $\mathbf{Y} = (y_1, \dots, y_n)^T \in \mathbb{R}^n$ adalah variabel respon, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)^T \in \mathbb{R}^{p+1}$ adalah parameter yang tidak diketahui, $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times (p+1)}$ adalah matriks dengan n baris dan $p + 1$ kolom dari sebuah himpunan dari p covariates (*predictor variables*) X_0, X_1, \dots, X_p dari panjang n termasuk *intercept* dan *errors* $\boldsymbol{\varepsilon}$ yang diasumsikan *independent and identically distributed* (i.i.d), i.e. normal variabel random $\boldsymbol{\varepsilon} \in N(\mathbf{0}_n, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$, dimana $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T$ dan \mathbf{I}_n adalah matriks identity. Kovariat dapat diberikan berupa nilai-nilai kuantitatif, transformasi, interaksi antara kovariat, dan variabel yang mewakili faktor nominal [2, 3, 8, 9, 10]. Ekspektasi bersyarat menggambarkan hubungan linier atau fungsional dari parameter model,

$$E[Y|\mathbf{X}] = \sum_{j=0} \beta_j X_j \quad (2)$$

atau

$$\mu_i = E[Y|X_i] = f(X_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

Generalized Additive Models (GAM)

Jika Y dan \mathbf{X} adalah variabel acak yang mewakili masing-masing respon (*output*) dan kovariat (*input*), maka hubungan bersyarat keduanya dapat ditulis sebagai

$$Y = E[Y|X_1, \dots, X_p] + \varepsilon, \quad (4a)$$

(4b)

$$\text{where } E[Y|X_1, \dots, X_p] = \beta_0 + \sum_{j=1}^p f_j(X_j).$$

Mod

l aditif didefinisikan sebagai:

(5)

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^p f_j(X_{ij}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

di

ana β_0 adalah *intercept*, f_j adalah jenis model, seperti linier, nonlinier, fungsi smooth, spasial, interaksi, dan sebagainya, yang menggabungkan efek kovariat. Errors $\boldsymbol{\varepsilon}$ independen dari X_j ,

$$E[\varepsilon_i] = 0, \text{ and } \text{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2, \text{ cov}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2 \mathbf{I}_n. \quad (6)$$

Model GAM adalah perluasan dari linier models and *Generalized Linear Models* (GLM) melalui sebuah link fungsi $g(\cdot)$ dengan asumsi bahwa respon variabel mengikuti beberapa distribusi keluarga eksponensial. Struktur GAM umum diberikan sebagai:

$$g(\mu) = g(E(Y|X_1, X_2, \dots, X_p)), \quad (7)$$

dimana $g(\cdot)$ adalah sebuah fungsi link. Dengan kata lain, dari persamaan (5) adalah,

$$f^*(\mathbf{X}) = \beta_0 + \sum_{j=1}^p f_j(\mathbf{X}_j). \quad (8)$$

dimana f^* adalah ekspektasi respon melalui tafsiran fungsi aditif. Dari persamaan (5) Hastie and Tibshirani [8], mengasumsikan $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$. Model GAM ditulis oleh Hastie and Tibshirani menggunakan fungsi loess smoothers atau smoothing splines, sedangkan GAM via package *mgcv* ditulis oleh Simon Wood [9,10]. Dengan menggunakan metode spline regresi, banyak knots dalam minimalkan penalize jumlah kuadrat dari persamaan berikut:

$$\| \mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \|^2 + \lambda \int f''(x)^2 dx$$

Diberikan sebuah λ atau gunakan cross validasi untuk memilih optimal penalty.

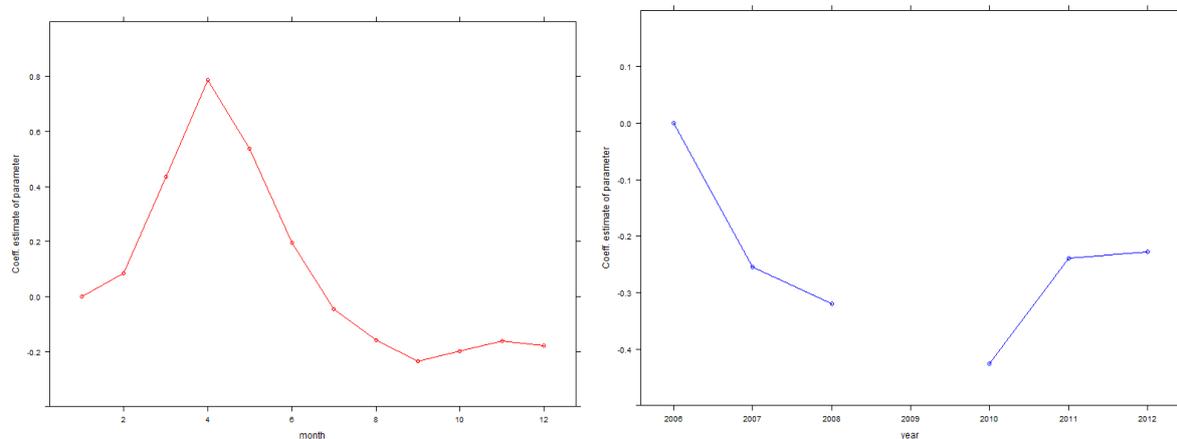
METODE PENELITIAN

Data digunakan dalam penelitian ini adalah berupa data *real-time* SST bulanan yang berasal dari Tropical Atmosphere Ocean (TAO) yaitu pelampung yang ditambatkan di Samudera Hindia pada posisi $4^{\circ}\text{N } 90^{\circ}\text{E}$, kedalaman 1 m, dari periode antara 16 November 2006 sampai 31 Desember 2012, posisi $1.5^{\circ}\text{N } 90^{\circ}\text{E}$, dari periode antara 1 Januari 2006 sampai 8 Juni 2012, dan $8^{\circ}\text{N } 90^{\circ}\text{E}$ dari periode waktu 11 Januari sampai 31 Desember 2012.

Dataset SST lengkap terdiri dari pengamatan bulanan dengan variabel respon SST ($^{\circ}\text{C}$) dari pukul 00.00 sampai 12.00 pm waktu GMT, diberikan kovariat, yaitu rata-rata suhu udara ($^{\circ}\text{C}$), curah hujan (mm), kelembaban (%) dalam periode efek bulanan dan tahunan. Data diolah menggunakan software R studio dengan model GAM dan basis P-splines serta model linier fitting. Melalui dua pendekatan ini dapat diketahui pola dan trend dari efek musiman dan tahunan variabilitas SST di ketiga buoys.

HASIL DAN PEMBAHASAN

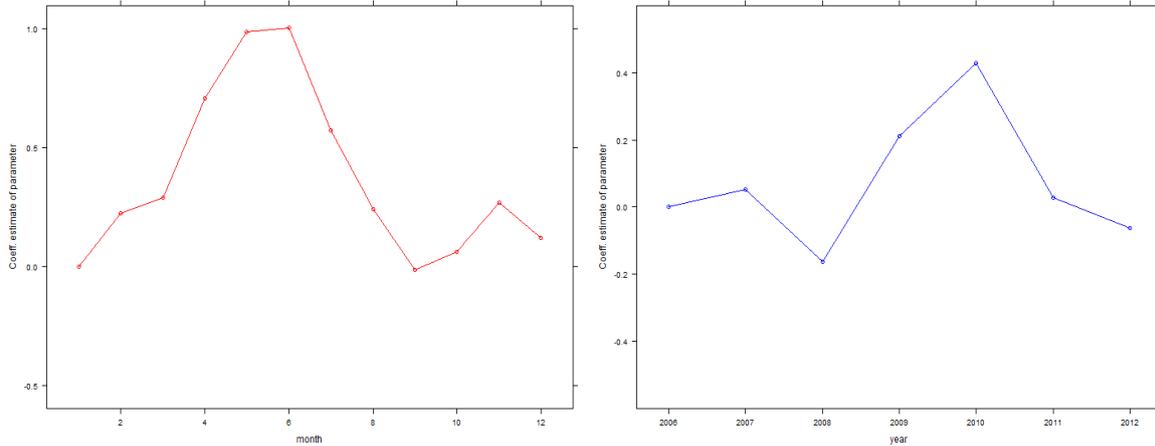
Melalui model linier M1 yang digunakan untuk menganalisa efek waktu di bouy1 menunjukkan bahwa untuk efek musiman terjadi kenaikan dari bulan Januari ke Februari, dan peningkatan kuat dari bulan Februari ke bulan April (*peak season*). Selanjutnya terus menurun dari bulan April hingga bulan September sebagai titik terendah, dan menaik lemah dari September- Oktober- November, serta menurun lemah ke Desember (Gambar 1a).



Gambar 1a dan 1b

Gambar 1 Pola musiman SST dari efek musiman (seasonal effects) dan pola tahunan SST dari efek tahunan (annual effects pada posisi $4^{\circ}\text{N } 90^{\circ}\text{E}$ dari model linier M1.

Gambar 1b, untuk efek tahunan menunjukkan penurunan kuat dari tahun 2006 ke tahun 2007, dan terus menurun hingga 2008. Sebaliknya, efek tahunan meningkat kuat dari tahun 2010 ke 2011, dan meningkat lemah dari tahun 2011 ke tahun 2012.

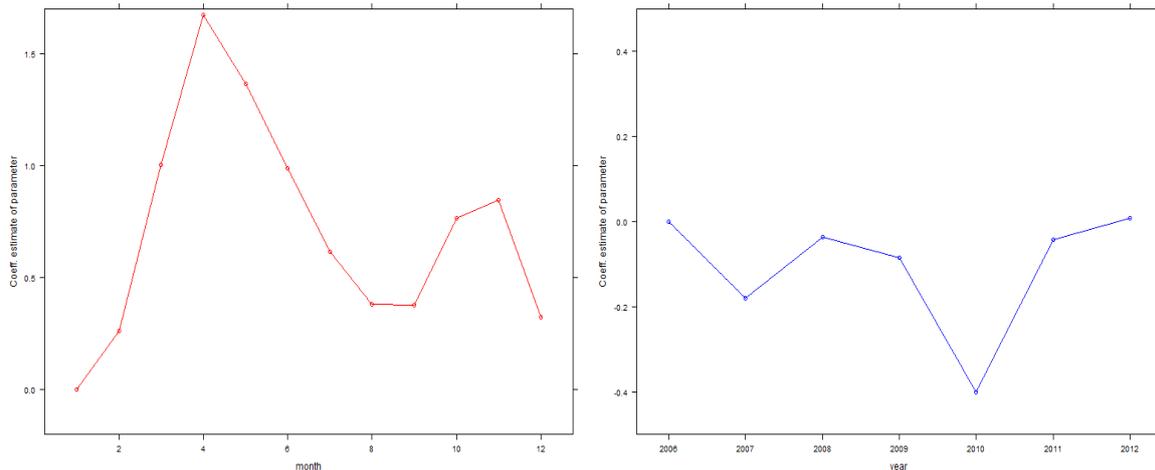


Gambar 2a dan 2b

Gambar 2: Pola musiman SST dari efek musiman (seasonal effects) dan pola tahunan SST dari efek tahunan (annual effects) pada posisi $1.5^{\circ}\text{N } 90^{\circ}\text{E}$ dari M2 model

Gambar 2a, untuk model linier M2 yang digunakan untuk menganalisa efek waktu di bouy 2 menunjukkan bahwa untuk efek musiman terjadi kenaikan dari bulan Januari ke Februari dan dari Februari ke Maret. Peningkatan kuat dari bulan Maret ke bulan Mei terus ke Juni (*peak season*). Selanjutnya terus menurun dari bulan Juni hingga bulan September sebagai titik terendah, dan menaik lemah dari September- Oktober-November, serta menurun ke Desember.

Gambar 2b, efek tahunan menunjukkan kenaikan lemah dari tahun 2006 ke 2007, penurunan terjadi dari tahun 2007 ke tahun 2008. Sebaliknya, efek tahunan meningkat kuat dari tahun 2008 ke 2009 dan terus menaik kuat pada 2010 (*peak annual*). Akan tetapi, menurun kuat dari tahun 2010 ke 2011 dan terus menurun ke tahun 2012.



Gambar 3a dan 3b

Gambar 3: Pola musiman SST dari efek musiman (seasonal effects) dan pola tahunan SST dari efek tahunan (annual effects) pada posisi $8^{\circ}\text{N } 90^{\circ}\text{E}$ dari M3 model

Gambar 3a, untuk model linier M3 yang digunakan untuk menganalisa efek waktu di bouy 3 menunjukkan bahwa untuk efek musiman terjadi kenaikan kuat dari bulan Januari ke April (*peak season*). Penurunan kuat dari bulan April ke bulan Agustus dan terus menurun lemah ke September. Selanjutnya menaik dari bulan September hingga bulan Oktober dan menaik lemah dari Oktober ke November, serta menurun kuat ke bulan Desember.

Gambar 3b, efek tahunan menunjukkan kenaikan lemah dari tahun 2006 ke 2007, kenaikan terjadi dari tahun 2007 ke tahun 2008. Sebaliknya, efek tahunan menurun kembali

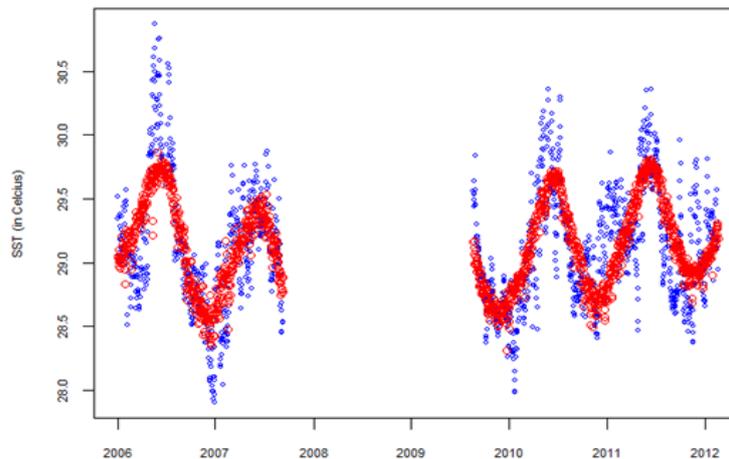
dari tahun 2008 ke 2009 dan terus menurun kuat pada 2010 (terendah tahunan), dan menaik kuat kembali dari tahun 2010 ke 2011 dan terus menaik ke tahun 2012.

Secara umum terdapat kesamaan pola musiman dengan trend fluktuasi kuat pada posisi buoy $4^0N 90^0E$ dan $8^0N 90^0E$ dimana *peak season* terjadi di bulan April, sedangkan di posisi buoy $1.5^0N 90^0E$ *peak season* terjadi dibulan Juni. Selanjutnya, trend fluktuasi rendah memiliki kesamaan pula di ketiga buoys sekitar September-Desember. Sedangkan, variabilitas efek tahunan menunjukkan pola yang berbeda-beda di ketiga buoys. Model GAM adalah salah satu alat untuk eksplorasi data.

GAM dapat mengkonstruksi sebuah fungsi smooth dari variable kontinu [3]. Dalam fitting model kita menggunakan aditif parametric dan aditif nonparametric untuk dataset SST. Derajat bebas yang digunakan untuk ketiga variable kontinu dalam model GAM fitting adalah sama yaitu 4 pada semua buoys (1, 2, dan 3). Sedangkan pada variabel waktu di buoy 1, derajat bebas untuk variable musiman adalah 7, dan untuk variable tahunan adalah 4.

SST dari Buoy 1

Berdasarkan pengolahan data menggunakan GAM model fitting dengan fungsi link identity dan keluarga distribusi Gaussian, maka model fitting untuk dataset SST di buoy pada posisi $4^0N 90^0E$, dengan complete data 1460 observasi.



Gambar 4. GAM model fitting untuk dataset SST di buoy 1 diperoleh AIC 924.9748 dengan variable kontinu

Pada Gambar. terlihat gap yang panjang pada tahun 2008 s/d 2009, akan tetapi model GAM dapat mengakomodir tantangan data SST tersebut. Diperoleh $R\text{-sq.}(adj) = 0.526$, *Deviance explained* 52.9%, $GCV = 0.11003$ dengan Scale estimasi = 0.10925.

Tabel 1a. Koefisien parametrik dengan variable kontinu pada model GAM fitting untuk buoy 1

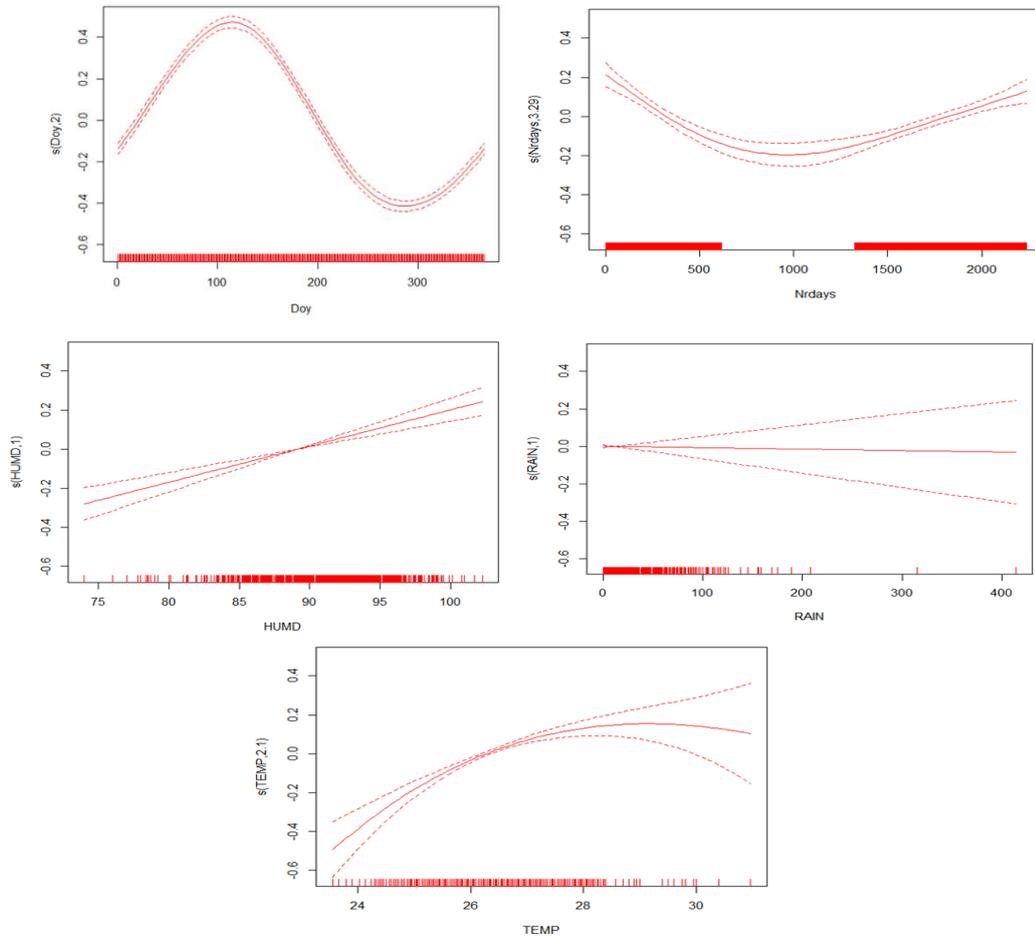
	Estimasi	Std.Error	t-value	Pr(> t)
Intercept	29.13067	0.00865	3368	< 2e-16

Tabel 1b. Anova model GAM fitting untuk buoy 1, aproksimasi signifikansi dari smooth terms

	edf	Ref	F	p-value
S(TEMP)	2.100	2.367	33.198	3.02e-16***
S(HUMD)	1.000	1.000	46.333	1.44e-11*
S(RAIN)	1.000	1.000	0.051	0.822

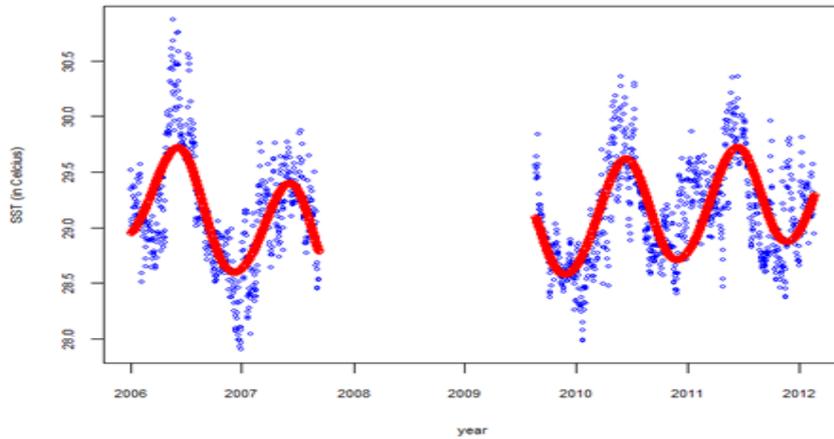
S(Nrdays)	3.287	3.747	29.348	$< 2e-16^{***}$
S(Doy)	1.998	2.000	568.565	$< 2e-16^{***}$

Diketahui bahwa untuk variable curah hujan menunjukkan bahwa tidak signifikan efek dalam pemodelan *Sea Surface Temperature* pada buoy 1. Sedang kan untuk dua variabel kontinu lainnya dan variable waktu menunjukkan signifikansi kuat pada p -value $< 2e-16$.



Gambar 5 Model GAM fitting untuk lokal model dari data SST di buoy 1 dengan tiga kontinu kovariat dan dua time kovariat

Bila kita keluarkan ketiga variable kontinu, untuk melihat efek waktu (*seasonal* dan *annual*) maka dapat kita lihat kontribusi kedua efek waktu ini terhadap variabilitas data SST sebagai berikut



Gambar 6. GAM model fitting untuk dataset SST pada buoy 1 dengan AIC 997.3169 tanpa variable kontinu

Gambar 6 menunjukkan smoothing dengan model GAM fitting pada buoy 1 tanpa variable kontinu. Pola dan *trend smoothing* memperlihatkan kontribusi signifikansi kuat oleh variable waktu (efek musiman dan tahunan) meskipun memiliki *long gap*.

Tabel 2a. Koefisien parametrik tanpa variable kontinu dengan model GAM fitting untuk buoy 1

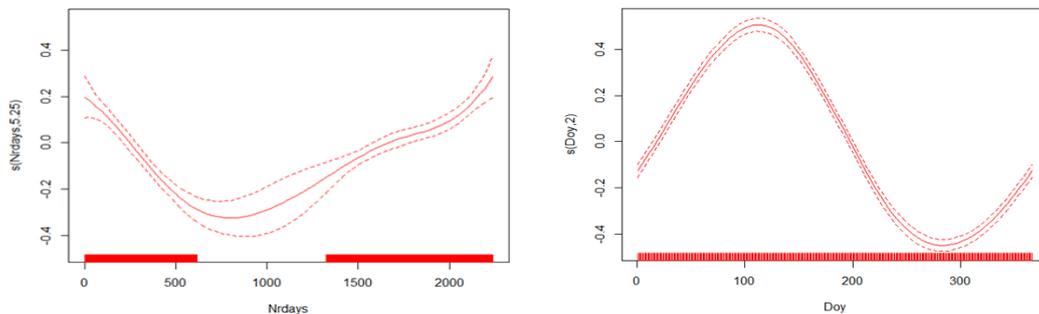
	Estimasi	Std.Error	t-value	Pr(> t)
Intercept	29.130671	0.008874	3283	< 2e-16

R-sq.(adj) = 50.1%, *Deviance explained* = 50.3%, GCV = 0.11561, Scale est. = 0.11496

Tabel 2b. Anova model GAM fitting untuk buoy 1

Aproksimasi signifikansi dari smooth terms tanpa variable kontinu

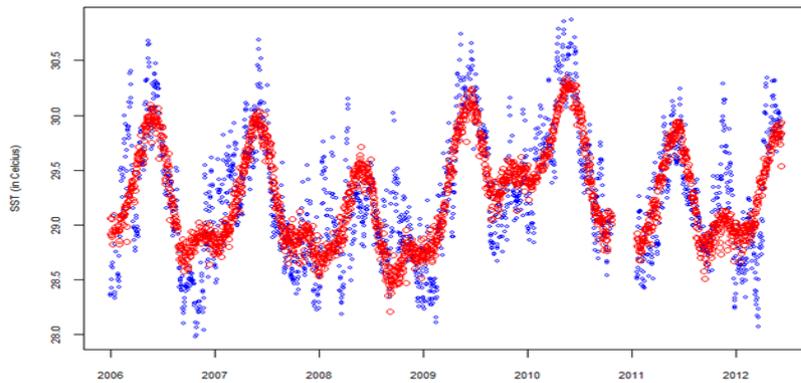
	edf	Ref	F	P-value
S(Nrdays)	5.249	5.738	37.430	< 2e-16
S(Doy)	2.000	2.000	625.250	< 2e-16



Gambar 7 Model M dengan local fitting untuk kovariat waktu

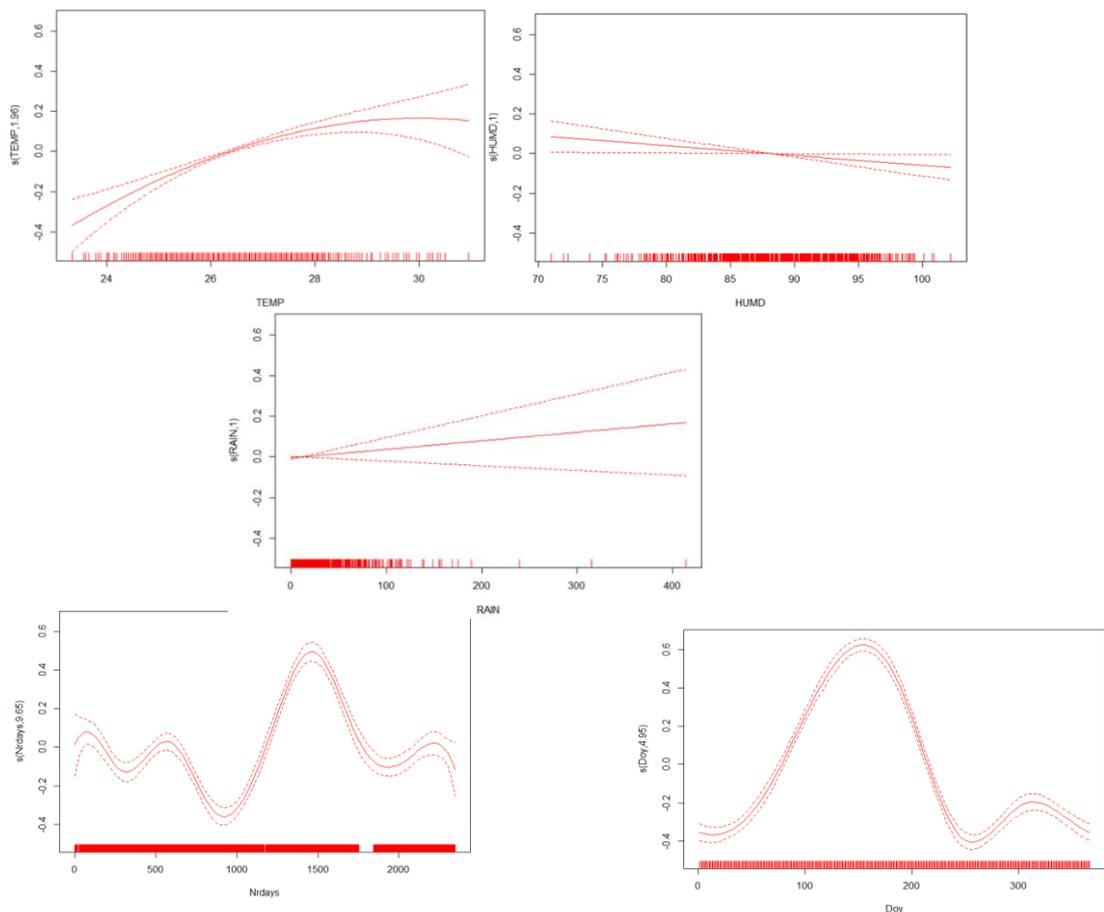
Dari Gambar 7 diatas menunjukkan bahwa efek musiman menunjukkan kesamaan pola dan trend model GAM fitting dengan dan tanpa kontinu variable. Akan tetapi, pola dan trend tahunan untuk GAM model fitting memperlihatkan sedikit berbeda antara dengan dan tanpa variable kontinu. Perbedaan ini potensial disebabkan oleh gap yang mempengaruhi proses smoothing.

SST dari Buoy 2



Gambar 8. GAM model fitting untuk dataset SST di buoy 2 dengan AIC 1655.957 dengan variable kontinu

Pada Gambar 8 terlihat gap pendek pada tahun 2011, akan tetapi model GAM dapat menganalisis data SST tersebut. Diperoleh $R\text{-sq.}(adj) = 60.3\%$, $Deviance\ explained\ 60.6\%$, $GCV = 0.13026$ dengan Scale estimasi = 0.12907 dengan complete data 2066 observasi.



Local fitting dari setiap komponen data SST

Pada model GAM fitting untuk variabel waktu di buoy 2, derajat bebas yang digunakan untuk variable musiman adalah 10, dan untuk variable tahunan adalah 7.

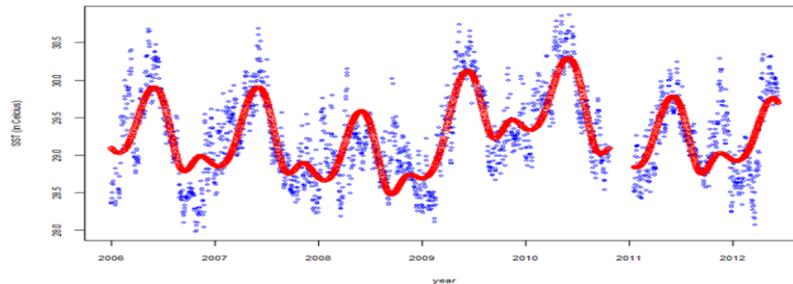
Tabel 3a. Koefisien parametrik dengan variable kontinu via model GAM fitting di buoy 2

	Estimasi	Std.Error	t-value	Pr(> t)
Intercept	29.258354	0.007904	3702	< 2e-16

Tabel 3b. Anova model GAM fitting untuk buoy 2, aproksimasi signifikansi dari smooth terms

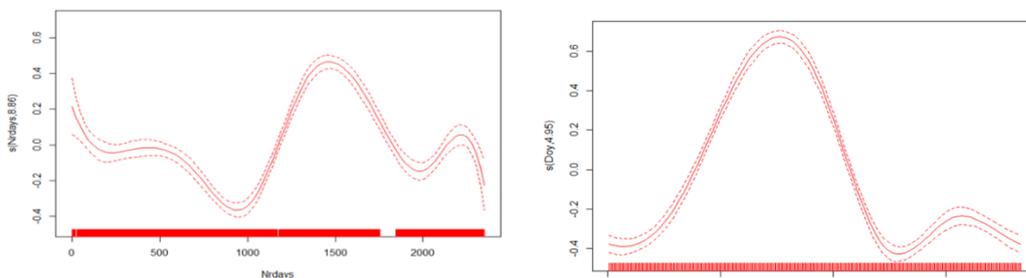
	edf	Ref	F	P-value
S(TEMP)	2.032	2.279	31.302	4.23e-15
S(HUMD)	1.000	1.000	4.413	0.0358*
S(RAIN)	1.000	1.000	1.382	0.2399
S(Nrdays)	8.864	8.992	70.242	< 2e-16
S(Doy)	4.961	5.000	360.172	< 2e-16

Pada buoy 2, melalui GAM model fitting menunjukkan variabel curah hujan tidak signifikan dan variabel *humidity* signifikan pada $p\text{-value} < 0.05$. Sedangkan variabel lainnya menunjukkan signifikansi kuat $p\text{-value} < 0.001$.



Gambar 10. GAM model fitting untuk dataset SST di buoy 2 dengan AIC 1749.684 tanpa variable kontinu

Gambar 10 menunjukkan smoothing dengan model GAM fitting pada buoy 2 tanpa variabel kontinu. Pola dan *trend smoothing* memperlihatkan kontribusi signifikansi kuat oleh variabel waktu (efek musiman dan tahunan) meskipun memiliki *small gap*.



Gambar 11 Modelocal fitting untuk time covariates di buoy 2

Tabel 4a. Model GAM fitting untuk buoy 2 dengan koefisien parametrik tanpa variable kontinu

	Estimasi	Std.Error	t-value	Pr(> t)
Intercept	29.258354	0.008093	3615	< 2e-16

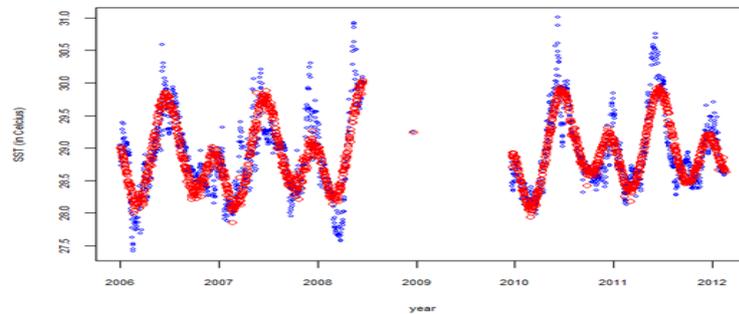
R-sq.(adj)=58.4%, *Deviance explained* =58.6%, GCV= 0.1363, Scale est.= 0.13533.

Tabel 4b. Anova model GAM fitting untuk buoy 2
 Aproksimasi signifikansi dari smooth terms tanpa variabel kontinu

	edf	Ref	F	P-value
S(Nrdays)	8.862	8.991	81.83	< 2e-16
S(Doy)	4.955	5.000	396.73	< 2e-16

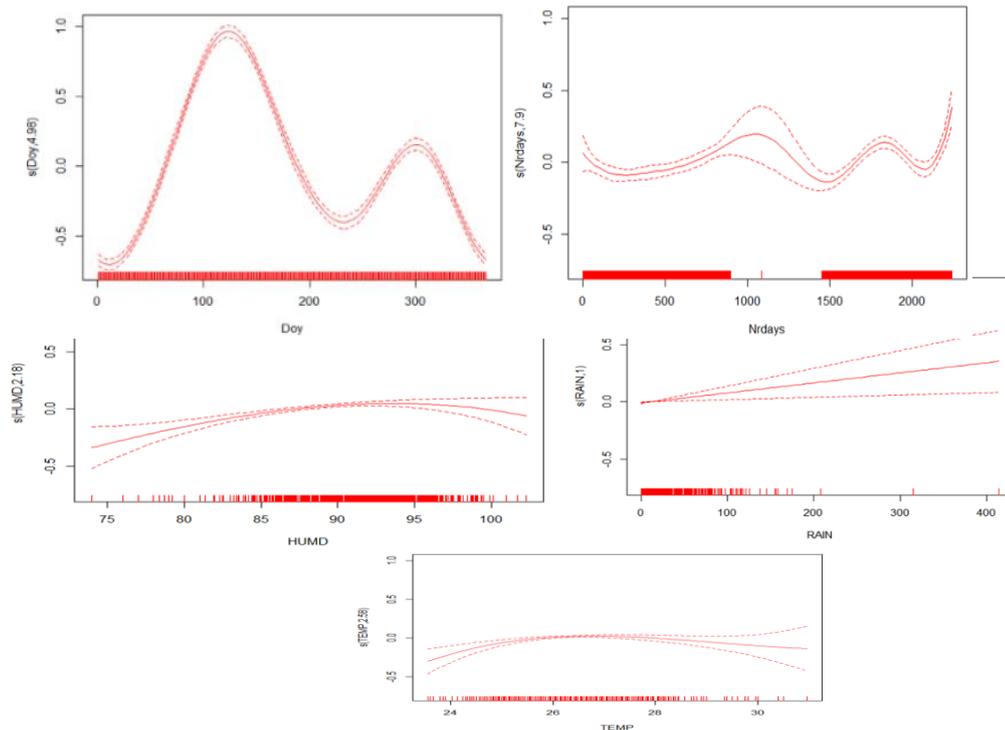
SST dari Buoy 3

Global model fitting untuk SST dataset dari buoy 3 seperti pada gambar berikut ini,



Gambar 1. GAM model fitting untuk dataset SST di buoy 3 dengan AIC 1031.458 dengan variable kontinu

Model terlihat belum smooth meskipun GAM model fitting tepat mengenai data original terutama pada titik gap. Pada Gambar 12 terlihat gap sedang pada tahun 2009, akan tetapi model GAM dapat menghandel data SST tersebut. Diperoleh $R\text{-sq.}(adj) = 69.5\%$, *Deviance explained* 69.9%, $GCV = 0.11103$ dengan Scale estimasi = 0.10967 dengan complete data 1606 observasi.



Gambar 13. Me local fitting dari setiap komponen data SST dari buoy 3

Pada model GAM fitting untuk variabel waktu di buoy 3, derajat bebas yang digunakan untuk variable musiman adalah 9, dan untuk variable tahunan adalah 7.

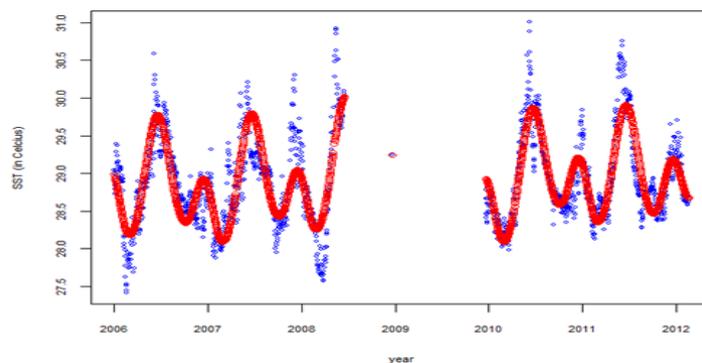
Tabel 5a. Koefisien parametrik tanpa variable kontinu dari model GAM fitting untuk buoy 3

	Estimasi	Std.Error	t-value	Pr(> t)
Intercept	28.895230	0.008264	3497	< 2e-16

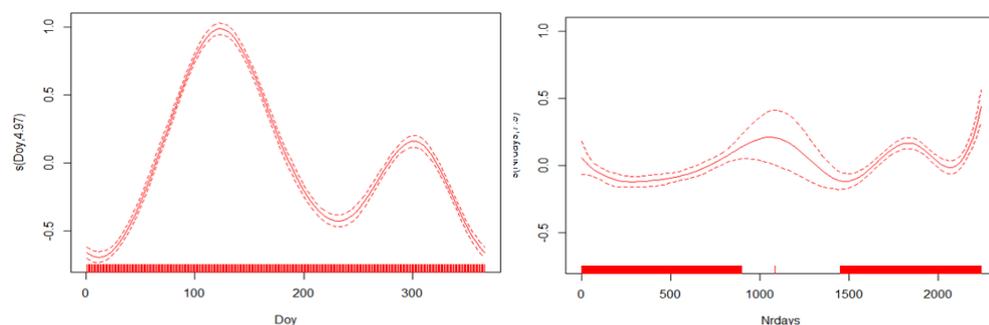
Tabel 5b. Anova model GAM fitting untuk buoy 3, aproksimasi signifikansi dari smooth terms

	edf	Ref	F	P-value
S(TEMP)	2.583	2.843	5.254	0.00179**
S(HUMD)	2.178	2.437	11.808	2.17e-06
S(RAIN)	1.000	1.000	6.784	0.00928**
S(Nrdays)	7.897	7.995	12.543	< 2e-16
S(Doy)	4.979	5.000	629.884	< 2e-16

Pada buoy 3, melalui GAM model fitting menunjukkan variabel curah hujan dan temperatur signifikan pada $p\text{-value} < 0.01$ dan variabel *humidity* serta variable waktu signifikan kuat pada $p\text{-value} < 0.001$.



Gambar 14. GAM model fitting untuk dataset SST di buoy 3 dengan AIC 1077.049 tanpa variable kontinu



Gambar 15. Modelocal fitting untuk time covariates di buoy 3

Gambar 15 menunjukkan smoothing dengan model GAM fitting pada buoy 3 tanpa variabel kontinu. Pola dan *trend smoothing* memperlihatkan kontribusi signifikansi kuat oleh variabel waktu (efek musiman dan tahunan) meskipun memiliki *medium gap*.

Tabel 6a. Model GAM fitting untuk buoy 3 Koefisien parametrik tanpa variable kontinu

	Estimasi	Std.Error	t-value	Pr(> t)
Intercept	28.895230	0.008397	3441	< 2e-16

R-sq.(adj)=68.5%, *Deviance explained*=68.8%, GCV=0.11422, dan Scale est.= 0.11323.

Tabel 6b. Anova model GAM fitting untuk buoy Aproksimasi signifikansi dari smooth terms tanpa variable kontinu

	edf	Ref	F	P-value
S(Nrdays)	7.899	7.995	18.98	< 2e-16
S(Doy)	4.975	5.000	656.12	< 2e-16

Dari data SST buoy diketahui bahwa kovariat waktu, musiman (seasonal) memiliki kemiripan pola untuk buoy 2 dan 3, sedangkan pada buoy 1 lebih menunjukkan pola gelombang sinus-co sinus. Pola musiman lebih kuat efeknya dibandingkan pola tahunan (*annual effect*). Hal ini dapat dilihat dari besaran fluktuasi efek waktu sebagaimana divisualisasikan pada model local fitting untuk ketiga buoys. Pola ini juga telah dikaji pada penelitian sebelumnya untuk satu data SST yang berasal dari satu buoy [5].

KESIMPULAN

Variabel waktu (*seasonal* dan *annual*) memiliki kontribusi paling besar dalam model GAM fitting terhadap pemodelan *Sea Surface Temperature* (SST) pada ketiga buoys. Untuk efek *seasonal* memiliki kestabilan model GAM fitting dengan dan tanpa variable kontinu dibandingkan efek tahunan.

Pola dan trend untuk efek waktu lebih smoothing dengan menggunakan GAM model fitting dibandingkan dengan menggunakan model linier fitting. Selain itu, melalui GAM model fitting dapat diperoleh model terbaik dengan indikator kestabilan efek waktunya. Penyelidikan lebih lanjut pada autokorelasi waktu pada ketiga buoys dalam pemodelan SST dan uji statistic parameteranya.

DAFTAR PUSTAKA

- Clements, M. S., Armstrong, B. K., and Moolgavkar, S. H., 2005. Lung cancer rate predictions using generalized additive models, *Biostatistics* (2005), **6**, 4, pp. 576–589.
- Clark, Michael, 2012. *Generalized Additive Models*. Center for Social Research University of Notre Dame.
- David Ruppert, M. P. Wand and R. J. Carroll. 2003. *Semiparametric Regression*. *Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics*. Cambridge University Press.
- Maloney, K. O., Schmid, M., and Weller, D. E., 2012. Applying additive modelling and gradient boosting to assess the effects of watershed and reach characteristics on riverine assemblages. *Methods in Ecology and Evolution*, 3, p. 116-128.
- Miftahuddin, 2016a. *Fundamental fitting of the SST Data using Linear Regression Models*. *The 12th International Conference on Mathematics, Statistics, and Their Application (ICSMA)*, 4-6 October, Banda Aceh Indonesia, p 128-133. ISBN: 978-1-5090-3385-0.
- Miftahuddin, 2016b, *Interaksi dalam Model Linier Fitting untuk Data SST*, Seminar Nasional Matematika dan Terapan 2016, 28-29 November, Medan, Sumatera Utara, Departement Matematika FMIPA USU, in press.
- Miftahuddin, 2016c. *The Use of Linear and Generalized Additive Models to Assess the Time Effects for Sea Surface Temperature*, Prosiding Semirata 2016 Bidang MIPA BKS-

PTN Wilayah Barat, p 732-741, FMIPA Universitas Sriwijaya, Palembang, ISBN 978-602-71798-1-3.

Trevor Hastie, Robert Tibshirani, and Jerome Friedman, 2009. *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference and Prediction*.

Wood, S.N., 2006. *Generalized Additive Models: An Introduction with R*.

Wood, S.N., 2008. *Fast stable direct fitting and smoothness selection for generalized additive models. Journal of the Royal Statistical Society (B) 70(3):495-518.*

Yee, Thomas W. and Mitchell, Neil D, 1991. Generalized additive models in plant ecology. *Journal of Vegetation Science 2: 587-602.*

SOLUSI ALTERNATIF PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA

Asli Sirait, M. Natsir, Rolan Pane

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau
email: aslisirait@gmail.com

ABSTRAK

Pada makalah ini akan ditunjukkan penyelesaian sistem persamaan diferensial $x' = Ax$ diformulasikan oleh persamaan $x(t) = e^{At}x_0 = Pe^{At}P^{-1}x_0 = c_1v_1e^{\lambda_1 t} + \dots + c_nv_n e^{\lambda_n t}$, dengan menentukan nilai (v_1, v_2, \dots, v_n) yang merupakan eigenvektor yang berkoresponden dengan eigen value λ dari matriks A . Matriks modal $P = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, dipenuhi oleh transformasi bentuk kanonik Jordan $P^{-1}AP = J$, Untuk nilai eigen berbeda $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \dots \neq \lambda_n$ penyelesaian $x' = Ax$ diberikan oleh $x(t) = e^{At}x_0 = \sum_{k=0}^n Z_k e^{\lambda_k t} x_0$ dimana $Z_0 = \prod_{j=1, j \neq k} \frac{(A - \lambda_j I_n)}{\lambda_k - \lambda_j}$ dan $e^{At} = \sum_{k=1}^n Z_k e^{\lambda_k t}$. Beberapa metode alternatif dalam menyelesaikan persamaan $x' = Ax$ antara lain metode Silvester dan metode langsung.

Kata kunci : eksponensial matriks, metode Silvester, metode langsung.

PENDAHULUAN

Persamaan diferensial yang memuat turunan fungsi satu variabel muncul hampir disetiap cabang matematika, suatu fenomena yang mengekspresikan setiap situasi fisik yang berhubungan dengan kecepatan perubahan satu variabel terhadap variabel lainnya akan menuju ke suatu persamaan diferensial. Sebagai ilustrasi tentang kecepatan perubahan y terhadap x yang sebanding dengan y diformulasikan dalam bentuk persamaan $\frac{dy}{dx} = y$, yang menghasilkan penyelesaian $y = C e^x$, untuk sembarang konstanta C .

Bentuk umum persamaan differensial linier adalah $x' = Ax$ atau $x'(t) = Ax(t)$ dengan $x(t) = e^{At}x_0 = Pe^{At}P^{-1}x_0 = c_1v_1e^{\lambda_1 t} + \dots + c_nv_n e^{\lambda_n t}$ berupa n -vektor dan A matriks konstan berukuran $n \times n$ dengan $x(0) = x_0$.

Solusi umum dari persamaan differensial $x'(t) = Ax(t)$ adalah $x(t) = e^{At}x_0$, dimana e^{At} adalah matriks eksponensial yang dapat diekspresikan melalui perluasan fungsi matriks

Eksponensial matriks merupakan deret dari fungsi eksponensial yang konstantanya diganti menjadi matriks A berukuran $n \times n$, sehingga terbentuklah deret matriks A berukuran $n \times n$. Suatu deret matriks dapat diperluas berdasarkan Teorema Cayley-Hamilton yang menguraikan polinomial nilai eigen dari suatu matriks A $n \times n$ kedalam bentuk polinomial matriks $A_{n \times n}$.

Penelitian ini menelusuri lebih mendalam tentang beberapa metode penyelesaian persamaan $x' = Ax$ yaitu Metode Silvester's dan metode langsung.

METODOLOGI

Penelitian ini berbentuk studi literatur dengan menelusuri beberapa buku, teks dan journal terkait untuk menganalisa lebih lanjut tentang penyelesaian persamaan $\dot{x} = Ax$ dengan metode Sylvester's, metode Putzer's dan metode langsung dengan pendekatan dan langkah-langkah berikut :

1. Tentukan nilai eigen $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ dari matriks A yang diketahui .
2. Formulasikan $x(t) = e^{At} x_0 = \sum_{k=0}^n Z_k e^{\lambda_k t} x_0$ dimana $Z_0 = \prod_{j=1, j \neq k} \frac{(A - \lambda_j I)}{\lambda_k - \lambda_j}$
 dan $e^{At} = \sum_{k=1}^n Z_k e^{\lambda_k t}$ [Metode Sylvester 's]
3. Rumuskan $x(t) = [I + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(A - \lambda I)^k}{k!} t^k] e^{\lambda t} x_0$ [Metode Langsung]

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelusuran literature tentang materi yang berkaitan dengan eksponen matriks memberikan informasi yang diperlukan dalam menganalisa perumusan dari eksponen matriks baik dari segi penelaahan nilai eigen dari matriks A tersebut maupun tinjauan tentang solusi dari sistem persamaan diferensial linier yang dibangun oleh $A_{n \times n}$ sebagai matriks koefisien sistem linier tersebut .

Perumusan tentang eksponensial dari suatu matriks persegi sebelumnya dijabarkan melalui perluasan fungsi matriks A yang mempunyai eigen value $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ yang diformulasikan dalam bentuk :

$$F(A) = \frac{(A - \lambda_1 I)}{(\lambda_1 - \lambda_2)} F(\lambda_1) + \frac{(A - \lambda_2 I)}{(\lambda_2 - \lambda_1)} F(\lambda_2) , \text{ untuk matriks } A_{2 \times 2}$$

$$F(A) = \frac{(A - \lambda_2 I)(A - \lambda_3 I)}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} F(\lambda_1) + \frac{(A - \lambda_3 I)(A - \lambda_1 I)}{(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_1)} F(\lambda_2) + \frac{(A - \lambda_1 I)(A - \lambda_2 I)}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} F(\lambda_3) \quad (1)$$

untuk matriks $A_{3 \times 3}$

A. Nilai Eigen dan Teorema Cayley-Hamilton

Dibagian ini dijelaskan pengertian nilai eigen dan vektor eigen untuk menjelaskan teorema Cayley-Hamilton.

o Definisi 1 [4].

Skalar λ disebut nilai eigen, bila $AX = \lambda x$ untuk $x \neq 0$ dengan matriks A $n \times n$ dan X adalah vektor eigen. Selanjutnya dapat dibentuk $(\lambda I - A)X = 0$ dan $\det(\lambda I - A) = 0$, diperoleh nilai eigen $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$

o Definisi 2 [5].

Jika $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ adalah nilai-nilai eigen dari matriks A ordo $n \times n$, maka dapat dibentuk polinomial nilai eigen

$$P(\lambda) = \lambda^n + c_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + c_1 \lambda + c_0 \quad (2)$$

o Teorema 1

Misalkan A matriks $n \times n$ dan $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n$ adalah nilai-nilai eigennya. Dan Jika polinomial nilai eigen matriks $A : P(\lambda) = \det(\lambda I - A) = a_0 + a_1 \lambda + a_2 \lambda^2 + \dots + a_{n-1} \lambda^{(n-1)} + \lambda^n$ Maka diperoleh

$$P(\lambda) = a_0 I + a_1 A + a_2 A^2 + \dots + A^n = 0 \quad (3)$$

B. Solusi Sistem Persamaan Diferensial Linear Homogen dengan Koefisien Konstan

Bentuk sistem persamaan differensial linear homogen dengan koefisien konstan dirumuskan :

$$\begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \\ \vdots \\ x_n'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix} \quad (4)$$

dengan titik awal,

$$\begin{pmatrix} x_1'(0) \\ x_1''(0) \\ \vdots \\ x_1^{(n)}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_2(t) \\ x_2'(t) \\ \vdots \\ x_2^{(n)}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_n(0) \\ x_n'(0) \\ \vdots \\ x_n^{(n)}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Secara singkat persamaan (4) dan (5) dapat ditulis sbb:

$$X'(t) = AX(t) \quad (6)$$

dengan nilai awal, $X(0) = x_0$

(7)

Solusi umum persamaan (6) dinyatakan sebagai

$$x(t) = a_1\varphi_1(t) + a_2\varphi_2(t) + \cdots + a_n\varphi_n(t) = a_1e^{\lambda_1 t} + a_2e^{\lambda_2 t} + \cdots + a_n e^{\lambda_n t} \quad (8)$$

Selanjutnya asumsikan persamaan (8) adalah solusi persamaan linier homogen orde- n dengan koefisien konstan, yaitu :

$$x^{(n)} + e_{n-1}x^{(n-1)} + \cdots + e_1x' + e_0x = 0 \quad (9)$$

dengan syarat , $x_k^{(k-1)} = 1$ dan $x_k^{(i)}(0) = 0$, untuk $i \neq k-1$, $0 \leq i \leq n-1$

Dari persamaan (9) dapat diketahui terdapat n solusi eksak dan ditulis [2] ,

$$S = \{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)\} \quad (10)$$

persamaan (10) adalah suatu basis pada fungsi turunan vektor

Oleh karena itu , dari persamaan (10) dapat dibentuk matriks yang non singular :

$$B_t = \begin{pmatrix} \varphi_1(t) & \varphi_1'(t) & \cdots & \varphi_1^{(n-1)}(t) \\ \varphi_2(t) & \varphi_2'(t) & \cdots & \varphi_2^{(n-1)}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_n(t) & \varphi_n'(t) & \cdots & \varphi_n^{(n-1)}(t) \end{pmatrix} \quad (11)$$

Suatu bentuk eksponensial matriks adalah sebuah solusi khusus dari sistem persamaan linier homogen pada teorema dibawah ini.

- o Teorema 2 Jika A matriks konstan $n \times n$ konstan dengan polynomial karakteristik $P(\lambda)$, maka eksponensial matriksnya adalah:

$$e^{At} = x_1(t)I + x_2(t)A + x_3(t)A^2 + \cdots + x_n(t)A^{(n-1)} \quad (12)$$

dengan,

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix} = B_0^{-1} \begin{pmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \\ \vdots \\ \varphi_n^{(n-1)}(t) \end{pmatrix}$$

B_0 adalah matriks persamaan (10) untuk $t = 0$ dan $S = \{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)\}$ merupakan basis solusi sistem persamaan differensial homogen yang persamaan karakteristiknya adalah persamaan karakteristik dari matriks A dengan $p(\lambda) = 0$.

Penelusuran Literature tentang materi yang berkaitan dengan eksponen matriks memberikan informasi yang diperlukan dalam menganalisa perumusan dari eksponen matriks baik dari segi penelaahan nilai eigen dari matriks A tersebut maupun tinjauan tentang solusi dari sistem persamaan diferensial linier yang dibangun oleh $A_{n \times n}$ sebagai matriks koefisien sistem linier tersebut .

Perumusan tentang eksponensial dari suatu matriks persegi sebelumnya dijabarkan melalui perluasan fungsi matriks A yang mempunyai eigen value $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ yang diformulasikan dalam bentuk :

- $e^{At} = \sum_{k=1}^n Z_k e^{\lambda_k t}$ dan $x(t) = e^{At} x_0 = \sum_{k=0}^n Z_k e^{\lambda_k t} x_0$ dimana $Z_0 = \prod_{j=1, j \neq k} \frac{(A - \lambda_j I)}{\lambda_k - \lambda_j}$

Sebagai ilustrasi dapat dilihat pada dua metode untuk mendapatkan hasil eksponen matriks persegi berikut ,

Tentukanlah e^A , Jika diketahui

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Cara (A) :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = |A - \lambda I| = 0$$

$$= \left| \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$= \left| \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - \lambda & -1 & 4 \\ 3 & 2 - \lambda & -1 \\ 2 & 1 & -1 - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

$$= (1 - \lambda)(2 - \lambda)(-1 - \lambda) + 2 + 12 - 8(2 - \lambda) + (1 - \lambda) + 3(1 - \lambda) = 0$$

$$= (1 - \lambda)(2 - \lambda)(-1 - \lambda) + 14 - 16 + 8\lambda + (1 - \lambda) - 3 - 3\lambda = 0$$

$$= (2 - 3\lambda + \lambda^2)(-1 - \lambda) + 4\lambda - 4 = 0$$

$$\begin{aligned}
&= -2 - 2\lambda + 3\lambda + 3\lambda^2 - \lambda^2 - \lambda^3 + 4\lambda - 4 = 0 \\
&= -\lambda^3 + 2\lambda^2 + 5\lambda - 6 = 0 \\
&= \lambda^3 - 2\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0 \\
&= (\lambda - 1)(\lambda + 2)\lambda - 3 = 0
\end{aligned}$$

Maka nilai Eigennya :

$$\lambda_1 = 1$$

$$\lambda_2 = -2$$

$$\lambda_3 = 3$$

$$\begin{aligned}
e^{At} &= \frac{(A - \lambda_2 I)(A - \lambda_3 I)}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} e^t + \frac{(A - \lambda_2 I)(A - \lambda_1 I)}{(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_1)} e^{-2t} + \frac{(A - \lambda_2 I)(A - \lambda_1 I)}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} e^{3t} \\
&= \frac{\begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 3 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix}}{(1+3)(1-3)} e^t + \frac{\begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 3 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}}{(-2-3)(-2-1)} e^{-2t} + \frac{\begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}}{(3-1)(3+2)} e^{3t} \\
&= \frac{\begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & -8 & 12 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}}{-6} e^t + \frac{\begin{bmatrix} 5 & 5 & -15 \\ -5 & -5 & 15 \\ -5 & -5 & 15 \end{bmatrix}}{15} e^{-2t} + \frac{\begin{bmatrix} 5 & 0 & 5 \\ 10 & 0 & 10 \\ 5 & 0 & 5 \end{bmatrix}}{(3-1)(3+2)} e^{3t} \\
&= \begin{bmatrix} 1/6 & -1/3 & 1/2 \\ -2/3 & 4/3 & -2 \\ 1/6 & 1/3 & -1/2 \end{bmatrix} e^t + \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & -1 \\ -1/3 & -1/3 & 1 \\ -1/3 & -1/3 & 1 \end{bmatrix} e^{-2t} + \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} e^{3t} \\
&= \begin{bmatrix} 1/6 \cdot e^t & -1/3 \cdot e^t & 1/2 \cdot e^t \\ -2/3 \cdot e^t & 4/3 \cdot e^t & -2 \cdot e^t \\ 1/6 \cdot e^t & 1/3 \cdot e^t & -1/2 \cdot e^t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/3 \cdot e^{-2t} & 1/3 \cdot e^{-2t} & -e^{-2t} \\ -1/3 \cdot e^{-2t} & -1/3 \cdot e^{-2t} & e^{-2t} \\ -1/3 \cdot e^{-2t} & -1/3 \cdot e^{-2t} & e^{-2t} \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} 1/2 \cdot e^{3t} & 0 & 1/2 \cdot e^{3t} \\ e^{3t} & 0 & e^{3t} \\ 1/2 \cdot e^{3t} & 0 & 1/2 \cdot e^{3t} \end{bmatrix} \\
e^{At} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{6} e^t + \frac{1}{3} e^{-2t} + \frac{1}{2} e^{3t} & -\frac{1}{3} e^t + \frac{1}{3} e^{-2t} & \frac{1}{2} e^t - e^{-2t} + \frac{1}{2} e^{3t} \\ -\frac{2}{3} e^t - \frac{1}{3} e^{-2t} + e^{3t} & \frac{4}{3} e^t - \frac{1}{3} e^{-2t} & -2e^t + e^{-2t} + e^{3t} \\ \frac{1}{6} e^t - \frac{1}{3} e^{-2t} + \frac{1}{2} e^{3t} & \frac{1}{3} e^t - \frac{1}{3} e^{-2t} & -\frac{1}{2} e^t + e^{-2t} + \frac{1}{2} e^{3t} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Cara (B) :

$$S = \{e^t, e^{-2t}, e^{3t}\}$$

$$B_t = \begin{bmatrix} e^t & e^t & e^t \\ e^{-2t} & -2e^{-2t} & 4e^{-2t} \\ e^{3t} & 3e^{3t} & 9e^{3t} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & 11 \\ 3 & -1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

$$B_0^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1/5 & -1/5 \\ 1/6 & -4/15 & 1/10 \\ -1/6 & 1/15 & 1/10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} x_1^{(t)} \\ x_2^{(t)} \\ x_3^{(t)} \end{bmatrix} &= B_0^{-1} \begin{bmatrix} e^t \\ e^{-2t} \\ e^{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1/5 & -1/5 \\ 1/6 & -4/15 & 1/10 \\ -1/6 & 1/15 & 1/10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^t \\ e^{-2t} \\ e^{3t} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} e^t + 1/5 e^{-2t} - 1/5 e^{3t} \\ 1/6 e^t - 4/15 e^{-2t} + 1/10 e^{3t} \\ -1/6 e^t + 1/15 e^{-2t} + 1/10 e^{3t} \end{bmatrix} \\
e^{At} &= x_1^{(1)} I + x_2^{(t)} A + x_3^{(t)} A^2 \\
&= \left[e^t + \frac{1}{5} e^{-2t} - \frac{1}{5} e^{3t} \right] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \left[\frac{1}{6} e^t - \frac{4}{15} e^{-2t} + \frac{1}{10} e^{3t} \right] \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\
&\quad + \left[-\frac{1}{6} e^t + \frac{1}{15} e^{-2t} + \frac{1}{10} e^{3t} \right] \\
&= \begin{bmatrix} e^t + \frac{1}{5} e^{-2t} - \frac{1}{5} e^{3t} & 0 & 0 \\ 0 & e^t + \frac{1}{5} e^{-2t} - \frac{1}{5} e^{3t} & 0 \\ 0 & 0 & e^t + \frac{1}{5} e^{-2t} - \frac{1}{5} e^{3t} \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} \frac{1}{6} e^t - \frac{4}{15} e^{-2t} + \frac{1}{10} e^{3t} & -\frac{1}{6} e^t + \frac{4}{15} e^{-2t} - \frac{1}{10} e^{3t} & \frac{4}{6} e^t - \frac{16}{15} e^{-2t} + \frac{4}{10} e^{3t} \\ \frac{3}{6} e^t - \frac{12}{15} e^{-2t} + \frac{3}{10} e^{3t} & \frac{2}{6} e^t + \frac{8}{15} e^{-2t} - \frac{2}{10} e^{3t} & -\frac{1}{6} e^t + \frac{4}{15} e^{-2t} + \frac{1}{10} e^{3t} \\ \frac{2}{6} e^t - \frac{8}{15} e^{-2t} + \frac{2}{10} e^{3t} & \frac{1}{6} e^t - \frac{4}{15} e^{-2t} + \frac{1}{10} e^{3t} & -\frac{1}{6} e^t + \frac{4}{15} e^{-2t} + \frac{1}{10} e^{3t} \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} -e^t + \frac{6}{15} e^{-2t} + \frac{6}{10} e^{3t} & -\frac{1}{6} e^t + \frac{1}{15} e^{-2t} + \frac{1}{10} e^{3t} & -\frac{1}{6} e^t + \frac{1}{15} e^{-2t} + \frac{1}{10} e^{3t} \\ -\frac{7}{6} e^t + \frac{7}{15} e^{-2t} + \frac{7}{10} e^{3t} & 0 & -\frac{11}{6} e^t + \frac{11}{15} e^{-2t} + \frac{11}{10} e^{3t} \\ -\frac{3}{6} e^t - \frac{3}{15} e^{-2t} + \frac{1}{10} e^{3t} & -\frac{1}{6} e^t - \frac{1}{15} e^{-2t} - \frac{1}{10} e^{3t} & -\frac{8}{6} e^t + \frac{8}{15} e^{-2t} + \frac{8}{10} e^{3t} \end{bmatrix} \\
e^{At} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{6} e^t + \frac{1}{3} e^{-2t} + \frac{1}{2} e^{3t} & -\frac{1}{3} e^t + \frac{1}{3} e^{-2t} & \frac{1}{2} e^t - e^{-2t} + \frac{1}{2} e^{3t} \\ -\frac{2}{3} e^t - \frac{1}{3} e^{-2t} + e^{3t} & \frac{4}{3} e^t - \frac{1}{3} e^{-2t} & 2e^t + e^{-2t} + e^{3t} \\ -\frac{1}{6} e^t - \frac{1}{3} e^{-2t} + \frac{1}{2} e^{3t} & \frac{1}{3} e^t - \frac{1}{3} e^{-2t} & -\frac{1}{2} e^t + e^{-2t} + \frac{1}{2} e^{3t} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Jadi dapat disimpulkan dengan menggunakan dua cara A dan B diatas menghasilkan e^{At} yang sama.

$$e^{At} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6}e^t + \frac{1}{3}e^{-2t} + \frac{1}{2}e^{3t} & -\frac{1}{3}e^t + \frac{1}{3}e^{-2t} & \frac{1}{2}e^t - e^{-2t} + \frac{1}{2}e^{3t} \\ -\frac{2}{3}e^t - \frac{1}{3}e^{-2t} + e^{3t} & \frac{4}{3}e^t - \frac{1}{3}e^{-2t} & -2e^t + e^{-2t} + e^{3t} \\ \frac{1}{6}e^t - \frac{1}{3}e^{-2t} + \frac{1}{2}e^{3t} & \frac{1}{3}e^t - \frac{1}{3}e^{-2t} & -\frac{1}{2}e^t + e^{-2t} + \frac{1}{2}e^{3t} \end{bmatrix}$$

- Sebagai ilustrasi tambahan untuk solusi sistem $x' = Ax$ dapat dilihat pada contoh berikut Selesaikan persamaan $x' = Ax$, dengan $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$, $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

Diperoleh $c(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0$. menghasilkan $\lambda = \{-1, -2\}$

$$\text{Maka } Z_1 = \frac{A - \lambda_2 I}{\lambda_1 - \lambda_2} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}; \quad Z_1 x_0 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$Z_2 = \frac{A - \lambda_1 I}{\lambda_2 - \lambda_1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}; \quad Z_2 x_0 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Sehingga penyelesaian dari persamaan $x' = Ax$ adalah

$$x(t) = \sum_{k=1}^2 Z_k e^{\lambda_k t} x_0 = e^{-t} Z_1 x_0 + e^{-2t} Z_2 x_0 = e^{-t} \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix} + e^{-2t} \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Jika dibandingkan dengan cara biasa, dari nilai eigen $\lambda = \{-1, -2\}$ diperoleh matriks P yang dibentuk oleh eigenvektor $[v_1, v_2]$,

$$\text{sehingga } P = [v_1, v_2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad P^{-1} x_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix},$$

diperoleh hubungan $Z_1 x_0 = c_1 v_1$ dan $Z_2 x_0 = c_2 v_2$ Jadi solusi persamaan

$$x(t) = P e^{At} P^{-1} x_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} = 4 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} e^{-t} - 3 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} e^{-2t}$$

Untuk metode langsung, solusi persamaan $x' = Ax$ adalah $x(t) = e^{At} x_0 = e^{(A-\lambda I)t} e^{\lambda t} x_0$

$$= [I + (A - \lambda I)t + (A - \lambda I)^2 \frac{t^2}{2!} + \dots] e^{\lambda t} x_0$$

$$x(t) = [I + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(A - \lambda I)^k}{k!} t^k] e^{\lambda t} x_0$$

KESIMPULAN

Dari hasil penelitian dalam bentuk penelusuran penyelesaian persamaan $x' = Ax$ dapat ditarik beberapa kesimpulan :

1. Dengan menggunakan Metode Sylvester's diperoleh perumusan yang lebih efisien
2. Dengan menggunakan Metode langsung diperoleh hasil eksak dengan menggunakan definisi e^{At}
3. Dengan membandingkan metode Sylvester's dan metode Langsung terdapat hubungan $Z_1 x_0 = c_1 v_1$ dan $Z_2 x_0 = c_2 v_2$

DAFTAR PUSTAKA

- Aston,H,& C. Rorres , 1984 , *Elementary Linear Algebra with Applications* , J, Wiley & Sons , New York
- Coddington , E,A , & Levinson , 1955 , *Theory of Ordinary Differential Equations* . Mc Graw- Hill , New York .
- Jack,L.G.1991.*Matrix theory with application*. Mc Graw Hill,New York
- Liz, E. 1998., *A Note on the matrix exponential*. *SIAM Rev.*, 40 : 700–702
- Leonard, I.E.1996., *The matrix exponential*. *SIAM Rev.*, 38 : 507–512.
- Piere N,V. Tu , 1994 , *Dynamical Systems* , Springer Verlag , New York .

PENGGUNAAN MATRIKS RANCANGAN TERPARTISI DALAM ANALISIS RANCANGAN PERCOBAAN TIGA FAKTOR

Sigit Nugroho

¹Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Bengkulu
snugroho@unib.ac.id.

ABSTRACT

Using classical sigma notation in calculating sum of squares for each source of variation could be difficult. QR decomposition procedures for calculating them is limited to the number of observations in an experiment. In this paper, partitioning the design matrix for calculating sum of squares with respect to it's source of variation will be exhibited for the factorial experimental design. In addition, their degrees of freedom will be calculated accordingly. Example will be given in the case of experimental data using three factors.

Keywords: Partitioned Design Matrix, Sum of Squares, Degrees of freedom, Factorial Experiment.

PENDAHULUAN

Salah satu tahapan dalam analisis keragaman model rancangan percobaan adalah menghitung jumlah kuadrat masing-masing sumber keragaman. Jumlah kuadrat respon atau jumlah kuadrat total secara umum terdiri dari jumlah kuadrat model dan jumlah kuadrat galat percobaan [3].

Faktor merupakan aspek yang dipelajari dalam sebuah percobaan tunggal. Sedangkan kategori yang berbeda dalam suatu faktor disebut dengan taraf suatu faktor. Percobaan yang dirancang / dilakukan dengan menggunakan lebih dari satu faktor sekaligus disebut dengan Percobaan Berfaktor [5].

Banyaknya taraf perlakuan yang digunakan untuk satu kali ulangan merupakan hasil kali silang keseluruhan dari taraf-taraf semua faktor. Bila masing-masing taraf perlakuan diulang r kali maka banyaknya satuan percobaan yang digunakan adalah r kali banyaknya taraf perlakuan [2].

Formula klasik yang digunakan untuk menghitung jumlah kuadrat menggunakan notasi aljabar yaitu notasi jumlah yang kadang sampai beberapa kali tergantung banyaknya subskrip yang digunakan [6]. Notasi ini sudah tentu akan membutuhkan pemahaman terlebih dahulu agar tidak sampai terjadi kesalahan penghitungan. Notasi aljabar matriks sebagaimana pada model linier secara umum juga tidak dengan mudah bisa dioperasionalisasikan mengingat matriks rancangan pada model rancangan percobaan tidak berpangkat penuh [1].

Metode matriks rancangan terpartisi untuk penghitungan jumlah kuadrat pada Rancangan Acak Lengkap, Rancangan Acak Kelompok Lengkap dan Rancangan Persegi Latin telah diperkenalkan oleh Nugroho [7].

NOTASI

Model Rancangan Tiga Faktor pada rancangan acak lengkap adalah seperti berikut:

$$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl}$$
$$i=1,2,\dots,a \quad j=1,2,\dots,b \quad k=1,2,\dots,c \quad l=1,2,\dots,r$$

dengan Y_{ijkl} adalah pengamatan ke- l yang memperoleh perlakuan A ke- i perlakuan B ke- j dan perlakuan C ke- k ; μ adalah rata-rata umum; α_i pengaruh perlakuan A ke- i ; β_j pengaruh perlakuan B ke- j ; γ_k pengaruh perlakuan C ke- k ; $(\alpha\beta)_{ij}$ pengaruh interaksi perlakuan A ke- i dan perlakuan B ke- j ; $(\alpha\gamma)_{ik}$ pengaruh interaksi perlakuan A ke- i dan perlakuan C ke- k ; $(\beta\gamma)_{jk}$ pengaruh interaksi perlakuan B ke- j dan perlakuan C ke- k ; $(\alpha\beta\gamma)_{ijk}$ pengaruh interaksi perlakuan A ke- i perlakuan B ke- j dan perlakuan C ke- k ; ε_{ijkl} galat percobaan ke- l yang memperoleh perlakuan A ke- i perlakuan B ke- j dan perlakuan C ke- k .

Dengan menggunakan notasi aljabar matriks, model diatas dapat dituliskan menjadi $\underline{Y} = \underline{X}\underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$ dengan \underline{Y} adalah vektor amatan berukuran $abc \times r$, \underline{X} adalah matriks rancangan berukuran $abc \times (1+a+b+c+ab+ac+bc+abc)$ yang dipartisi menjadi

$$\left[X_{\mu}, X_{\alpha}, X_{\beta}, X_{\gamma}, X_{\alpha\beta}, X_{\alpha\gamma}, X_{\beta\gamma}, X_{\alpha\beta\gamma} \right]$$

dengan

$$X_{\mu} = \mathbf{1}_{a \times 1} \otimes \mathbf{1}_{b \times 1} \otimes \mathbf{1}_{c \times 1} \otimes \mathbf{1}_{r \times 1}$$

$$X_{\alpha} = I_{a \times a} \otimes \mathbf{1}_{b \times 1} \otimes \mathbf{1}_{c \times 1} \otimes \mathbf{1}_{r \times 1}$$

$$X_{\beta} = \mathbf{1}_{a \times 1} \otimes I_{b \times b} \otimes \mathbf{1}_{c \times 1} \otimes \mathbf{1}_{r \times 1}$$

$$X_{\gamma} = \mathbf{1}_{a \times 1} \otimes \mathbf{1}_{b \times 1} \otimes I_{c \times c} \otimes \mathbf{1}_{r \times 1}$$

$$X_{\alpha\beta} = I_{a \times a} \otimes I_{b \times b} \otimes \mathbf{1}_{c \times 1} \otimes \mathbf{1}_{r \times 1}$$

$$X_{\alpha\gamma} = I_{a \times a} \otimes \mathbf{1}_{b \times 1} \otimes I_{c \times c} \otimes \mathbf{1}_{r \times 1}$$

$$X_{\beta\gamma} = \mathbf{1}_{a \times 1} \otimes I_{b \times b} \otimes I_{c \times c} \otimes \mathbf{1}_{r \times 1}$$

$$X_{\alpha\beta\gamma} = I_{a \times 1} \otimes I_{b \times 1} \otimes I_{c \times 1} \otimes \mathbf{1}_{r \times 1}$$

serta $\underline{\beta}$ adalah vektor parameter model berukuran $(1+a+b+c+ab+ac+bc+abc) \times 1$, dan $\underline{\varepsilon}$ vektor galat percobaan berukuran $abc \times r$

Selanjutnya dicari matriks proyeksi untuk tiap komponen sumber keragaman dengan menggunakan bentuk umum matriks proyeksi $M_* = X_*(X_*^t X_*)^{-1} X_*^t$, dan hasilnya seperti berikut

$$M_{\mu} = \frac{1}{rabc} J_{a \times a} \otimes J_{b \times b} \otimes J_{c \times c} \otimes J_{r \times r}$$

$$M_{\alpha} = \frac{1}{rbc} I_{a \times a} \otimes J_{b \times b} \otimes J_{c \times c} \otimes J_{r \times r}$$

$$M_{\beta} = \frac{1}{rac} J_{a \times a} \otimes I_{b \times b} \otimes J_{c \times c} \otimes J_{r \times r}$$

$$M_{\gamma} = \frac{1}{rab} J_{a \times a} \otimes J_{b \times b} \otimes I_{c \times c} \otimes J_{r \times r}$$

$$M_{\alpha\beta} = \frac{1}{rc} I_{a \times a} \otimes I_{b \times b} \otimes J_{c \times c} \otimes J_{r \times r}$$

$$M_{\alpha\gamma} = \frac{1}{rb} I_{a \times a} \otimes J_{b \times b} \otimes I_{c \times c} \otimes J_{r \times r}$$

$$M_{\beta\gamma} = \frac{1}{ra} J_{a \times a} \otimes I_{b \times b} \otimes I_{c \times c} \otimes J_{r \times r}$$

$$M_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{r} I_{a \times a} \otimes I_{b \times b} \otimes I_{c \times c} \otimes J_{r \times r}$$

Dengan menggunakan sifat-sifat *Kronecker Product*, dengan mudah dapat kita peroleh bentuk sederhana dari setiap kombinasi perkalian pasangan M_{μ} , M_{α} , M_{β} , M_{γ} , $M_{\alpha\beta}$, $M_{\alpha\gamma}$, $M_{\beta\gamma}$, dan $M_{\alpha\beta\gamma}$.

Tabel 1.
Perkalian Antar Matriks Proyeksi

	M_{μ}	M_{α}	M_{β}	M_{γ}	$M_{\alpha\beta}$	$M_{\alpha\gamma}$	$M_{\beta\gamma}$	$M_{\alpha\beta\gamma}$
M_{μ}	M_{μ}	M_{μ}	M_{μ}	M_{μ}	M_{μ}	M_{μ}	M_{μ}	M_{μ}
M_{α}	M_{μ}	M_{α}	M_{μ}	M_{α}	M_{α}	M_{α}	M_{μ}	M_{α}
M_{β}	M_{μ}	M_{μ}	M_{β}	M_{μ}	M_{β}	M_{μ}	M_{β}	M_{β}
M_{γ}	M_{μ}	M_{α}	M_{μ}	M_{γ}	M_{μ}	M_{γ}	M_{γ}	M_{γ}
$M_{\alpha\beta}$	M_{μ}	M_{α}	M_{β}	M_{μ}	$M_{\alpha\beta}$	M_{α}	M_{β}	$M_{\alpha\beta}$
$M_{\alpha\gamma}$	M_{μ}	M_{α}	M_{μ}	M_{γ}	M_{α}	$M_{\alpha\gamma}$	M_{γ}	$M_{\alpha\gamma}$
$M_{\beta\gamma}$	M_{μ}	M_{μ}	M_{β}	M_{γ}	M_{β}	M_{γ}	$M_{\beta\gamma}$	$M_{\beta\gamma}$
$M_{\alpha\beta\gamma}$	M_{μ}	M_{α}	M_{β}	M_{γ}	$M_{\alpha\beta}$	$M_{\alpha\gamma}$	$M_{\beta\gamma}$	$M_{\alpha\beta\gamma}$

FORMULA JUMLAH KUADRAT

Berikut adalah formula aljabar yang digunakan untuk menghitung jumlah kuadrat pada percobaan tiga faktor.

Faktor Koreksi

$$FK = \frac{\left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^r Y_{ijkl} \right)^2}{rabc}$$

$$\text{Jumlah Kuadrat Total } JK[Total] = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^r Y_{ijkl}^2 - FK$$

$$\text{Jumlah Kuadrat A } JK[A] = \sum_{i=1}^a \frac{Y_{i..}^2}{rbc} - FK$$

$$\text{Jumlah Kuadrat B } JK[B] = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j.}^2}{rac} - FK$$

$$\text{Jumlah Kuadrat C } JK[C] = \sum_{k=1}^c \frac{Y_{..k.}^2}{rab} - FK$$

$$\text{Jumlah Kuadrat interaksi AB } JK[AB] = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{Y_{ij.}^2}{rc} - FK - JK[A] - JK[B]$$

$$\text{Jumlah Kuadrat interaksi AC } JK[AC] = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \frac{Y_{i.k.}^2}{rb} - FK - JK[A] - JK[C]$$

$$\text{Jumlah Kuadrat interaksi BC } JK[BC] = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{Y_{.jk.}^2}{ra} - FK - JK[B] - JK[C]$$

Jumlah Kuadrat interaksi ABC

$$JK[ABC] = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{Y_{ijk}^2}{r} - FK - JK[A] \\ - JK[B] - JK[C] - JK[AB] \\ - JK[AC] - JK[BC]$$

Notasi formula jumlah kuadrat diatas dapat dituliskan dalam bentuk aljabar matriks seperti berikut:

$$JK[A] = \underline{Y}'(M_\alpha - M_\mu)\underline{Y}$$

$$JK[B] = \underline{Y}'(M_\beta - M_\mu)\underline{Y}$$

$$JK[C] = \underline{Y}'(M_\gamma - M_\mu)\underline{Y}$$

$$JK[AB] = \underline{Y}'(M_{\alpha\beta} - M_\alpha - M_\beta + M_\mu)\underline{Y} \quad JK[AC] = \underline{Y}'(M_{\alpha\gamma} - M_\alpha - M_\gamma + M_\mu)\underline{Y}$$

$$JK[BC] = \underline{Y}'(M_{\beta\gamma} - M_\beta - M_\gamma + M_\mu)\underline{Y} \quad JK[ABC] = \underline{Y}'(M_{\alpha\beta\gamma} + M_\alpha + M_\beta + M_\gamma \\ - M_{\alpha\beta} - M_{\alpha\gamma} - M_{\beta\gamma} - M_\mu)\underline{Y}$$

$$JK[Total] = \underline{Y}'(I - M_\mu)\underline{Y}$$

dan dengan demikian

$$JK[Galat] = \underline{Y}'(I - M_{\alpha\beta\gamma})\underline{Y}$$

Dapat diverifikasi dengan mudah bahwa $M_\alpha - M_\mu$, $M_\beta - M_\mu$, $M_\gamma - M_\mu$, $M_{\alpha\beta} - M_\alpha - M_\beta + M_\mu$, $M_{\alpha\gamma} - M_\alpha - M_\gamma + M_\mu$, $M_{\beta\gamma} - M_\beta - M_\gamma + M_\mu$, $M_{\alpha\beta\gamma} + M_\alpha + M_\beta + M_\gamma - M_{\alpha\beta} - M_{\alpha\gamma} - M_{\beta\gamma} - M_\mu$, dan $I - M_{\alpha\beta\gamma}$ merupakan matriks-matriks yang simetris dan idempoten.

Dari sifat simetris dan idempoten, bisa diperlihatkan dengan Tabel 1, maka matriks-matriks tersebut memiliki rank yang sama dengan nilai teras (*trace*) nya.

$$tr(M_\alpha - M_\mu) = a - 1$$

$$tr(M_\beta - M_\mu) = b - 1$$

$$tr(M_\gamma - M_\mu) = c - 1$$

$$tr(M_{\alpha\beta} - M_\alpha - M_\beta + M_\mu) = (a - 1)(b - 1)$$

$$tr(M_{\alpha\gamma} - M_\alpha - M_\gamma + M_\mu) = (a - 1)(c - 1)$$

$$tr(M_{\beta\gamma} - M_\beta - M_\gamma + M_\mu) = (b - 1)(c - 1)$$

$$tr(M_{\alpha\beta\gamma} + M_\alpha + M_\beta + M_\gamma - M_{\alpha\beta} - M_{\alpha\gamma} - M_{\beta\gamma} - M_\mu) \quad tr(I - M_{\alpha\beta\gamma}) = abc(r - 1) \\ = (a - 1)(b - 1)(c - 1)$$

Berdasarkan teorema [1], jika vektor peubah acak berukuran $n \times 1$ yang menyebar $N(\underline{y}; \underline{\square}, I)$, maka peubah acak $U = Y'AY$ memiliki sebaran $\chi^2(u; K, \lambda)$ dengan $\lambda = \underline{\mu}'A\underline{\mu}/2$ adalah parameter ketidaksen-tralan, jika dan hanya jika A matriks idempoten dengan rank K. Tanpa mengurangi sifat umum, dapat dimisalkan bahwa $\underline{\mu} = \underline{0}$.

Dengan demikian,

$$JK[A] \sim \chi_{a-1}^2$$

$$JK[B] \sim \chi_{b-1}^2$$

$$JK[C] \sim \chi_{c-1}^2$$

$$JK[AB] \sim \chi_{(a-1)(b-1)}^2$$

$$JK[AC] \sim \chi_{(a-1)(c-1)}^2$$

$$JK[BC] \sim \chi_{(b-1)(c-1)}^2$$

$$JK[ABC] \sim \chi_{(a-1)(b-1)(c-1)}^2$$

$$JK[Galat] \sim \chi_{abc(r-1)}^2$$

Untuk keperluan pengujian hipotesis, dengan mudah dapat ditunjukkan bahwa setiap matriks berikut :

$$M_{\alpha} - M_{\mu}, \quad M_{\beta} - M_{\mu}, \quad M_{\gamma} - M_{\mu}, \quad M_{\alpha\beta} - M_{\alpha} - M_{\beta} + M_{\mu}, \quad M_{\alpha\gamma} - M_{\alpha} - M_{\gamma} + M_{\mu}, \\ M_{\beta\gamma} - M_{\beta} - M_{\gamma} + M_{\mu}, \text{ dan } M_{\alpha\beta\gamma} + M_{\alpha} + M_{\beta} + M_{\gamma} - M_{\alpha\beta} - M_{\alpha\gamma} - M_{\beta\gamma} - M_{\mu}$$

bebas terhadap $I - M_{\alpha\beta\gamma}$. Dengan perkataan lain bahwa setiap perkalian matriks-matriks tersebut dengan $I - M_{\alpha\beta\gamma}$ menghasilkan matriks nol.

Selanjutnya diketahui jika A berdistribusi kai-kuadrat dengan derajat bebas a , dan B berdistribusi kai-kuadrat dengan derajat bebas b , serta A dan B saling bebas, maka $(A/a)/(B/b)$ menyebar menurut sebaran F dengan derajat bebas a dan b [1].

Dengan demikian, untuk model tetap, diperoleh hasil sebagai berikut :

- Untuk menguji adanya pengaruh utama A, tolak hipotesis nol apabila $(JK A/(a-1))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ besar nilainya. $(JK A/(a-1))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ berdistribusi F dengan derajat bebas $a-1$ dan $abc(r-1)$.
- Untuk menguji adanya pengaruh utama B, tolak hipotesis nol apabila $(JK B/(b-1))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ besar nilainya. $(JK B/(b-1))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ berdistribusi F dengan derajat bebas $b-1$ dan $abc(r-1)$.
- Untuk menguji adanya pengaruh utama C, tolak hipotesis nol apabila $(JK C/(c-1))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ besar nilainya. $(JK C/(c-1))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ berdistribusi F dengan derajat bebas $c-1$ dan $abc(r-1)$.
- Untuk menguji adanya pengaruh interaksi AB, tolak hipotesis nol apabila $(JK AB/((a-1)(b-1)))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ besar nilainya. $(JK AB/((a-1)(b-1)))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ berdistribusi F dengan derajat bebas $(a-1)(b-1)$ dan $abc(r-1)$.
- Untuk menguji adanya pengaruh interaksi AC, tolak hipotesis nol apabila $(JK AC/((a-1)(c-1)))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ besar nilainya. $(JK AC/((a-1)(c-1)))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ berdistribusi F dengan derajat bebas $(a-1)(c-1)$ dan $abc(r-1)$.
- Untuk menguji adanya pengaruh interaksi BC, tolak hipotesis nol apabila $(JK BC/((b-1)(c-1)))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ besar nilainya. $(JK BC/((b-1)(c-1)))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ berdistribusi F dengan derajat bebas $(b-1)(c-1)$ dan $abc(r-1)$.
- Untuk menguji adanya pengaruh interaksi ABC, tolak hipotesis nol apabila $(JK ABC/((a-1)(b-1)(c-1)))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ besar nilainya. $(JK ABC/((a-1)(b-1)(c-1)))/(JK Galat/(abc(r-1)))$ berdistribusi F dengan derajat bebas $(a-1)(b-1)(c-1)$ dan $abc(r-1)$.

TELADAN

Teladan diambil dari Hicks [4], untuk percobaan tiga faktor dengan masing-masing faktor terdiri dari tiga taraf dengan ulangan sama sebanyak 3 ulangan untuk tiap kombinasi taraf perlakuan yang mungkin. Respon berupa hasil yang telah dikoding dengan pengurangan 20, faktor *Hari* dan *Operator* merupakan faktor kualitatif, sedangkan *Konsentrasi* merupakan faktor kuantitatif. Meskipun jarak taraf tidak sama, namun logaritmanya berjarak sama.

Semua taraf dari semua faktor bersifat tetap yang dilakukan dalam rancangan acak lengkap. Data pengamatan disajikan pada tabel berikut.

Tabel 2. Data Pengamatan Percobaan Tiga Faktor dari Hicks[4].

		Hari								
		<i>Pertama</i>			<i>Kedua</i>			<i>Ketiga</i>		
		Operator								
		<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Konsentrasi	0,5	1,0	0,2	0,2	1,0	1,0	1,2	1,7	0,2	0,5
		1,2	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	1,2	0,7	1,0
		1,7	0,7	- 0,3	0,5	0,0	0,5	1,2	1,0	1,7
	1,0	5,0	3,2	3,5	4,0	3,2	3,7	4,5	3,7	3,7
		4,7	3,7	3,5	3,5	3,0	4,0	5,0	4,0	4,5
		4,2	3,5	3,2	3,5	4,0	4,2	4,7	4,2	3,7
	2,0	7,5	6,0	7,2	6,5	5,2	7,0	6,7	7,5	6,2
		6,5	6,2	6,5	6,0	5,7	6,7	7,5	6,0	6,5
		7,7	6,2	6,7	6,2	6,5	6,8	7,0	6,0	7,0

Program dalam bahasa R untuk menganalisa data diatas tertera seperti berikut :

```
##### Pengaturan Ukuran Data #####
```

```
#### a adalah taraf faktor A (Hari)
```

```
#### b adalah taraf faktor B (Operator)
```

```
#### c adalah taraf faktor C (Konsentrasi)
```

```
#### r adalah banyaknya ulangan
```

```
a <-3
```

```
b <-3
```

```
c <-3
```

```
r <-3
```

```
##### Data Observasi #####
```

```
y <-rbind(
```

```
  1.0, 1.2, 1.7, 5.0, 4.7, 4.2, 7.5, 6.5, 7.7,
```

```
  0.2, 0.5, 0.7, 3.2, 3.7, 3.5, 6.0, 6.2, 6.2,
```

```
  0.2, 0.0, -0.3, 3.5, 3.5, 3.2, 7.2, 6.5, 6.7,
```

```
  1.0, 0.0, 0.5, 4.0, 3.5, 3.5, 6.5, 6.0, 6.2,
```

```
  1.0, 0.0, 0.0, 3.2, 3.0, 4.0, 5.2, 5.7, 6.5,
```

```
  1.2, 0.0, 0.5, 3.7, 4.0, 4.2, 7.0, 6.7, 6.8,
```

```
  1.7, 1.2, 1.2, 4.5, 5.0, 4.7, 6.7, 7.5, 7.0,
```

```
  0.2, 0.7, 1.0, 3.7, 4.0, 4.2, 7.5, 6.0, 6.0,
```

```
  0.5, 1.0, 1.7, 3.7, 4.5, 3.7, 6.2, 6.5, 7.0)
```

```
##### Vektor2 dan Matriks2 Dasar #####
```

```
va <- matrix(1,a,1) #vektor 1a
```

```
vb <- matrix(1,b,1) #vektor 1b
```

```
vc <- matrix(1,c,1) #vektor 1c
vr <- matrix(1,r,1) #vektor 1r
Ia <- diag(1,a,a) #identitas a
Ib <- diag(1,b,b) #identitas b
Ic <- diag(1,c,c) #identitas c
```

Matriks2 Rancangan Terpartisi

```
Xmu <- kronecker(va,kronecker(vb,kronecker(vc,vr)))
Xa <- kronecker(Ia,kronecker(vb,kronecker(vc,vr)))
Xb <- kronecker(va,kronecker(Ib,kronecker(vc,vr)))
Xc <- kronecker(va,kronecker(vb,kronecker(Ic,vr)))
Xab <- kronecker(Ia,kronecker(Ib,kronecker(vc,vr)))
Xac <- kronecker(Ia,kronecker(vb,kronecker(Ic,vr)))
Xbc <- kronecker(va,kronecker(Ib,kronecker(Ic,vr)))
Xabc <- kronecker(Ia,kronecker(Ib,kronecker(Ic,vr)))
```

Matriks Proyeksi

```
Mmu <- (Xmu %>% solve(t(Xmu) %>% Xmu)) %>% t(Xmu)
Ma <- (Xa %>% solve(t(Xa) %>% Xa)) %>% t(Xa)
Mb <- (Xb %>% solve(t(Xb) %>% Xb)) %>% t(Xb)
Mc <- (Xc %>% solve(t(Xc) %>% Xc)) %>% t(Xc)
Mab <- (Xab %>% solve(t(Xab) %>% Xab)) %>% t(Xab)
Mac <- (Xac %>% solve(t(Xac) %>% Xac)) %>% t(Xac)
Mbc <- (Xbc %>% solve(t(Xbc) %>% Xbc)) %>% t(Xbc)
Mabc <- (Xabc %>% solve(t(Xabc) %>% Xabc)) %>% t(Xabc)
```

Penghitungan Jumlah Kuadrat

```
SSA <- round(t(y) %>% (Ma-Mmu) %>% y, digits=3)
SSB <- round(t(y) %>% (Mb-Mmu) %>% y, digits=3)
SSC <- round(t(y) %>% (Mc-Mmu) %>% y, digits=3)
SSAB <- round(t(y) %>% (Mab-Ma-Mb+Mmu) %>% y, digits=3)
SSAC <- round(t(y) %>% (Mac-Ma-Mc+Mmu) %>% y, digits=3)
SSBC <- round(t(y) %>% (Mbc-Mb-Mc+Mmu) %>% y, digits=3)
SSABC <- round(t(y) %>% (Mabc+Ma+Mb+Mc-Mab-Mac-Mbc-Mmu) %>% y, digits=3)
SSErr <- round(t(y) %>% (diag(1,a*b*c*r,a*b*c*r)-Mabc) %>% y, digits=3)
SSTotal <- round(t(y) %>% (diag(1,a*b*c*r,a*b*c*r)-Mmu) %>% y, digits=3)
```

Menghitung Kuadrat Tengah

```
library (psych)
MSA <- round(SSA/tr(Ma-Mmu), digits=3)
MSB <- round(SSB/tr(Mb-Mmu), digits=3)
MSC <- round(SSC/tr(Mc-Mmu), digits=3)
MSAB <- round(SSAB/tr(Mab-Ma-Mb+Mmu), digits=3)
MSAC <- round(SSAC/tr(Mac-Ma-Mc+Mmu), digits=3)
MSBC <- round(SSBC/tr(Mbc-Mb-Mc+Mmu), digits=3)
MSABC <- round(SSABC/tr(Mabc+Ma+Mb+Mc-Mab-Mac-Mbc-Mmu), digits=3)
MSErr <- round(SSErr/tr(diag(1,a*b*c*r,a*b*c*r)-Mabc), digits=3)
```

Menghitung Nilai F

```
FA <- round(MSA/MSErr, digits=3)
```

```

FB <- round(MSB/MSErr,digits=3)
FC <- round(MSC/MSErr,digits=3)
FAB <- round(MSAB/MSErr,digits=3)
FAC <- round(MSAC/MSErr,digits=3)
FBC <- round(MSBC/MSErr,digits=3)
FABC <- round(MSABC/MSErr,digits=3)

```

Ringkasan Hasil

```

sources <- rbind("A", "B", "C", "AB", "AC", "BC", "ABC", "Err", "Total")
Values <- cbind("Source", "Deg Frdm", "SS", "MS", "F")
SS1 <- rbind(SSA,SSB,SSC,SSAB,SSAC,SSBC,SSABC,SSErr,SSTotal)
MS1 <- rbind(MSA,MSB,MSC,MSAB,MSAC,MSBC,MSABC,MSErr,"")
DB1 <-rbind(tr(Ma-Mmu),tr(Mb-Mmu),tr(Mc-Mmu),tr(Mab-Ma-Mb+Mmu),tr(Mac-Ma-
Mc+Mmu),tr(Mbc-Mb-Mc+Mmu),tr(Mabc+Ma+Mb+Mc-Mab-Mac-Mbc-Mmu),
tr(diag(1,a*b*c*r,a*b*c*r)-Mabc),tr(diag(1,a*b*c*r,a*b*c*r)-Mmu))
F1 <- rbind(FA,FB,FC,FAB,FAC,FBC,FABC,"","")
factABC <-cbind(sources,DB1,SS1,MS1,F1)
factorialABC2 <-rbind(Values,factABC)
factorialABC2

```

OUTPUT

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]
[1,]	"Source"	"Deg Frdm"	"SS"	"MS"	"F"
[2,]	"A"	"2"	"3.483"	"1.742"	"9.416"
[3,]	"B"	"2"	"6.142"	"3.071"	"16.6"
[4,]	"C"	"2"	"468.985"	"234.493"	"1267.53"
[5,]	"AB"	"4"	"4.072"	"1.018"	"5.503"
[6,]	"AC"	"4"	"0.586"	"0.146"	"0.789"
[7,]	"BC"	"4"	"0.894"	"0.224"	"1.211"
[8,]	"ABC"	"8"	"1.094"	"0.137"	"0.741"
[9,]	"Err"	"54"	"9.973"	"0.185"	""
[10,]	"Total"	"80"	"495.231"	""	""

KESIMPULAN

Metode Matriks Rancangan Terpartisi ini sebagai alternatif penghitungan jumlah kuadrat dalam rancangan percobaan dengan menggunakan fungsi-fungsi aljabar matriks yang lebih mudah karena partisi matriks ini berpangkat penuh sehingga tidak diperlukan matriks kebalikan umum (*generalized inverse*). Bila partisi matriks tersebut adalah T yang bersesuaian dengan sumber keragaman dalam model, maka perhitungan jumlah kuadratnya menggunakan komponen $\underline{Y}'T(T'T)^{-1}T'\underline{Y} = \underline{Y}'M\underline{Y}$.

Bila sumber keragaman adalah pengaruh utama, maka jumlah kuadratnya adalah $\underline{Y}'(M_* - M_\mu)\underline{Y}$.

Bila sumber keragamannya adalah pengaruh interaksi, maka cara penghitungan jumlah kuadratnya sama seperti penghitungan jumlah kuadrat pengaruh utama diteruskan dengan mengurangi jumlah kuadrat pengaruh utama pembentuknya dan/atau pengaruh interaksi dengan derajat yang lebih rendah darinya.

Cara seperti ini dapat digeneralisasi untuk percobaan faktorial dengan banyak faktor lebih dari tiga.

DAFTAR PUSTAKA

- Christensen, R. *Plane Answers to Complex Questions. The Theory of Linear Models. 3rd ed.* Springer Verlag, 2001.
- Dean, A. and Voss, D., *Design and Analysis of Experiments*, Springer, 1999.
- Gomez, K.A. and Gomez, A.A., *Statistical Procedures for Agricultural Research. 2nd ed.* John Wiley & Sons. 1984.
- Hicks, C.R., *Fundamental Concepts in the Design of Experiments. 3rd ed.*, Holt, Rinehart and Winston. 1982.
- Lentner, M. and Bishop, T. *Experimental Design and Analysis*. Valley Book Company. 1986.
- Little, T.M. and Hills, F.J., *Agricultural Experimentation. Design and Analysis*, John Wiley and Sons, 1978.
- Nugroho, S., Metode Matriks Rancangan Terpartisi untuk Penghitungan Jumlah Kuadrat, *Prosiding Semirata BKS PTN Wilayah Barat. Bogor 9-11 Mei 2014.*

USING STOCHASTIC LINEAR PROGRAMMING FOR SOLVING FINANCIAL PLANNING AND CONTROL

Ramya Rachmawati

Mathematics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences,
University of Bengkulu, Bengkulu, Indonesia
Email: ramya_unib@yahoo.co.id

ABSTRACT

Linear Programming (LP) is a powerful planning tool. However, it is challenging to predict with certainty all parameters of the linear program. A Stochastic Linear Programming (SLP) approach can be considered to deal with risk and uncertainty. In this paper, we present a model to solve a financial planning problem when the investment yields are uncertain over a planning horizon. This multistage model is then illustrated in a case study taken from the literature. The model illustration shows that the model works well to handle this financial planning under uncertainty.

Keywords: Stochastic linear programming, Financial planning and control, Uncertainty

INTRODUCTION

Linear Programming (LP) is a powerful tool that can be used to deal with a financial planning problem when the returns of investment are known with certainty (Winston and Goldberg, 2004). In the presence of uncertainty, however, the method may be unsatisfying in determining the plans. For that reason, we need another approach to solve the problem, such as Stochastic Linear Programming (SLP) approach. This approach can be used when a random variable represents one or more of the data elements in a linear program.

The objective of this study is to address a multistage financial planning problem under uncertainty that maximizes the utility function of the investments throughout a planning horizon.

MODEL

In an SLP approach, the random variables depend on the values of the precedent random variables (Sen and Hagle, 1999). It is convenient to use a tree for illustrating the scenarios, where the outcomes in one stage branch out from the previous stage's output (Figure 1). The model to maximize the total utility function over a planning horizon under probabilistic environment, borrowing from Birge and Louveaux (2011) is as follows.

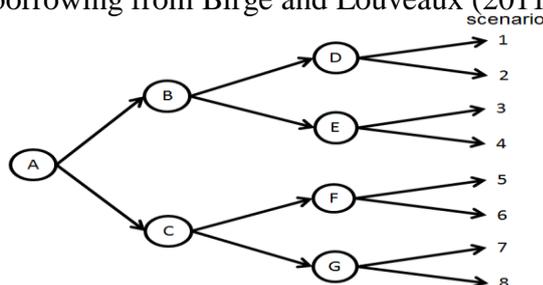


Figure 1. The cenario tree of three periods

Indices and sets:

S = scenario set

i = type of investment

t = period, $t = 1, 2, \dots, H$

s = scenario

Parameters:

$p(s)$ = the probability that scenario s occurs

q = surplus reward

r = shortage penalty

b = capital to invest at the beginning of period 1

Decision variables:

$x(i, t, s)$ = the amount of investment i in period t under scenario s

$y(s)$ = surplus variables related to scenario s

$w(s)$ = deficit variables related to scenario s

Maximize

$$z = \sum_s p(s)(qy(s) - rw(s)) \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{i=1}^I x(i, 1, s) = b, \quad \forall s \in S, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^I \xi(i, t, s)x(i, t-1, s) - \sum_{i=1}^I x(i, t, s) \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^I \xi(i, H, s)x(i, H, s) - y(s) + w(s) \quad (4)$$

$$\left(\sum_{s' \in S_j^t(s,t)} p(s')x(i, t, s') \right) - \left(\sum_{s' \in S_j^t(s,t)} \right) \quad (5)$$

$$x(i, t, s) \geq 0, \quad y(s) \geq 0, \quad w(s) \geq 0 \quad (6)$$

The objective function (1) maximizes the total utility value throughout a planning horizon for each investment under all possible scenarios. Constraints (2) ensure that the amount invested in the first period for all types of investments under all possible scenarios is b . The balance equations (3) are applied for period 2, 3, ..., H , while Constraints (4) are for period H . Constraints (5) is included in the formulation to enforce all decisions within the same group at time t to be the same. Finally, Constraints (6) ensure that the decision variables take nonnegative values.

MODEL DEMONSTRATION

The model presented in Section 2 is demonstrated in an example. To solve the problem, we use ILOG CPLEX 12.6 with the Python 2.7 programming language.

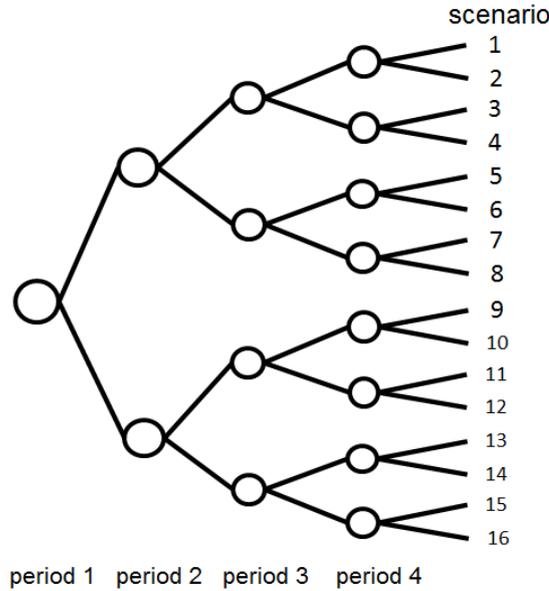


Figure 2. The cenario tree of four periods

Suppose that a family wish to provide a child's college educations $Y = 16$ years from now. Currently, $\$b = \$55,000$ is available for the two types of investments. The goal is to have a wealth that will exceed the tuition fee, i.e. $\$G = \$90,000$, after Y years. Suppose that in every $v = 4$ years, the family can change the investment type, therefore there are $H = Y/v = 16 / 4 = 4$ investment periods. Over the four decision periods, 16 possible scenarios may occur (Figure 2). The returns are equally likely to be 1.25 for stocks and 1.14 for bonds or 1.06 for stocks and 1.12 for bonds. Specifically, $\xi(1, t, s) = 1.25, \xi(2, t, s) = 1.14$ for $t = 1, s = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$, for $t = 2, s = 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12$, for $t = 3, s = 1, 2, 5, 6, 9, 10, 13, 14$ and for $t = 4, s = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15$. In the other cases, $\xi(1, t, s) = 1.06, \xi(2, t, s) = 1.12$. We assume that surplus rewards, $q = 1$, and shortage penalty, $r = 4$. Because there are 16 possible scenarios throughout the planning horizon, $p_s = \frac{1}{16}, s = 1, 2, \dots, 16$. The main question is how much the investment should be made for each types of investment each period so as to maximize the utility function values. The solution of this problem is as described in Table 1.

Table 1. Optimal solution for four periods

Period	Scenario	Stock (in thousand dollars)	Bonds (in thousand dollars)
1	1 - 16	42.78	12.22
2	1 - 8	46.20	21.20
2	9 - 16	49.31	9.71
3	1 - 4	81.92	0
3	5 - 8	18.20	54.52
3	9 - 12	18.20	54.52
3	13 - 16	63.15	0

4	1 - 2	102.40	0
4	3 - 4	86.84	0
4	5 - 6	84.90	0
4	7 - 8	80.35	0
4	9 - 10	84.90	0
4	11 - 12	0	80.35
4	13 - 14	0	78.94
4	15 - 16	66.94	0
	Scenario	Above G (in thousand dollars)	Below G (in thousand dollars)
	1	38.00	0.00
	2	18.55	0.00
	3	18.55	0.00
	4	2.05	0.00
	5	16.13	0.00
	6	0.00	0.00
	7	1.60	0.00
	8	0.00	0.00
	9	16.13	0.00
	10	0.00	0.00
	11	1.60	0.00
	12	0.00	0.00
	13	0.00	0.00
	14	0.00	1.57
	15	0.00	6.31
	16	0.00	19.03

The solution shows that the initial investment is \$ 42,780 for stock and \$ 12,220 for bonds. In the last period, only one type of investment should be made, either entirely in stock or entirely in bond. In Scenarios 1 to 10, there is no risk of missing the target. In Scenarios 11 to 14, we avoid the stock because it may cause to miss the target. In Scenarios 15 -16 the only possible way to reach the target is through stocks.

CONCLUSION

In this paper, we presented a stochastic linear programming approach for solving a financial planning problem. We then illustrated the model in a case study under uncertainties. The problem was to determine the optimal production scheduling to maximize the utility values of the investment over a planning horizon. The model illustration showed that the model worked well for four-year planning horizon. In the future, practitioners can utilize Stochastic Linear Programming as a promising approach in addressing real life problems that incorporate probabilistic environment.

DAFTAR PUSTAKA

Birge, J. R., & Louveaux, F. (2011). Introduction to stochastic programming. Springer Science & Business Media.

Sen, S., & Hige, J. L. (1999). An introductory tutorial on stochastic linear programming models. *Interfaces*, 29(2), 33-61.

Winston, W. L., & Goldberg, J. B. (2004). Operations research: applications and algorithms (Vol. 3). Boston: Duxbury press.

RENTANG NUMERIK UNTUK FUNGSI EKSPONENSIAL MATRIKS

M.Natsir, Musraini

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau

Email: natsir100@gmail.com

ABSTRAK

Suatu eksponensial matriks A dirielkan dalam bentuk $e^A = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!}$ dengan $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ dan rentang numerik dari e^{At} didefinisikan dengan $W(E_A) = \{t \in \mathbb{C} : 0 \in F(e^{At})\}$ dengan $E_A(t) = e^{At}, t \in \mathbb{C}$ ada makalah ini dianalisis sifat-sifat dasar dari $W(E_A)$, serta analisis kasus untuk A Hermitian dan Skew Hermitian

Kata kunci : fungsi eksponensial matriks, rentang numerik

PENDAHULUAN.

Eksponensial matriks merupakan deret dari fungsi eksponensial yang konstantanya diganti menjadi matriks A berukuran $n \times n$, sehingga terbentuklah deret matriks A berukuran $n \times n$.

Suatu deret matriks dapat diperluas berdasarkan Teorema Cayley-Hamilton yang menguraikan polinomial nilai eigen dari suatu matriks A kedalam bentuk polinomial matriks $A_{n \times n}$.

Rentang numerik dari suatu matriks secara umum telah menjadi topik penelitian yang luas selama setiap dekade yang mengungkapkan banyak informasi tentang matriks. Rentang numerik $F(A)$ dari matriks $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ adalah himpunan kompak dan konvex

$$F(A) = \{x^*Ax \in \mathbb{C} : x \in \mathbb{C}^n, x^*x = 1\} \\ = \{\mu \in \mathbb{C} : \|A - \lambda I_n\|_2 \geq |\mu - \lambda|, \forall \lambda \in \mathbb{C}\},$$

dengan $\|\cdot\|_2$ menunjukkan norm spektral matriks Definisi untuk $F(A)$ dianalisis di [9] dengan $F(A)$ memuat semua nilai eigen dari A .

Rentang numerik dari polinomial matriks dibahas secara ekstensif di [8],

Jika $P(\mu) = A_m\mu^m + A_{m-1}\mu^{m-1} + \dots + A_0$ adalah $n \times n$ matriks polinomial, maka rentang numerik dari $P(\mu)$ didefinisikan sebagai

$$W(P) = \{\mu \in \mathbb{C} : 0 \in F(P(\mu))\}.$$

Untuk analisis fungsi dari matriks difokuskan pada fungsi eksponensial e^{At} , di mana $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ dan $t \in \mathbb{C}$

Untuk $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$, eksponensial dari A didefinisikan sebagai

$$e^A = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!},$$

Penelitian ini bersifat studi literatur dengan menelusuri lebih mendalam dari hasil penelitian Christos Chorianopoulos dan Chun Hua Guo (2016) tentang Rentang Numerik

Untuk Fungsi Eksponensial Matriks dan beberapa artikel lainnya yang terkait dengan fungsi eksponensial matriks dan rentang numerik .

KAJIAN LITERATUR DAN MATERI PENDUKUNG

Dibagian ini dijelaskan pengertian nilai eigen dan vektor eigen untuk menjelaskan teorema Cayley-Hamilton.

Definisi 1 [5].

Skalar λ disebut nilai eigen, bila $AX=\lambda x$ untuk $x \neq 0$ dengan matriks A $n \times n$ dan X adalah vektor eigen. Selanjutnya dapat dibentuk

$$(\lambda I - A)X = 0 \text{ dan } \det(\lambda I - A) = 0, \text{ diperoleh nilai eigen } \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$$

(1)

Definisi 2 [5].

Jika $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ adalah nilai-nilai eigen dari matriks A ordo $n \times n$, maka dapat dibentuk polinomial nilai eigen,

$$P(\lambda) = \lambda^n + c_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + c_1\lambda + c_0 \quad (2)$$

Teorema 1 [5]

Misalkan A matriks $n \times n$ dan $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n$ adalah nilai-nilai eigennya. Dan Jika polinomial nilai eigen matriks $A : P(\lambda) = \det(\lambda I - A) = a_0 + a_1\lambda + a_2\lambda^2 + \dots + a_{n-1}\lambda^{(n-1)} + \lambda^n$ Maka diperoleh

$$P(\lambda) = a_0I + a_1A + a_2A^2 + \dots + A^n = 0 \quad (3)$$

Teorema 2 [8]

Jika A matriks konstan $n \times n$ konstan dengan polinomial karakteristik $P(\lambda)$, maka eksponensial matriksnya adalah:

$$e^{At} = x_1(t)I + x_2(t)A + x_3(t)A^2 + \dots + x_n(t)A^{(n-1)}$$

dengan,

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix} = B_0^{-1} \begin{pmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \\ \vdots \\ \varphi_n^{(n-1)}(t) \end{pmatrix}$$

B_0 adalah matriks untuk $t=0$ dan $S = \{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)\}$ merupakan basis solusi sistem persamaan differensial homogen yang persamaan karakteristiknya adalah persamaan karakteristik dari matriks A dengan $p(\lambda) = 0$. Penelusuran Literature tentang materi yang berkaitan dengan eksponen matriks memberikan informasi yang diperlukan dalam menganalisis perumusan dari eksponen matriks baik dari segi penelaahan nilai eigen dari matriks A tersebut maupun tinjauan tentang solusi dari sistem persamaan diferensial linier yang dibangun oleh $A_{n \times n}$ sebagai matriks koefisien sistem linier tersebut

METODOLOGI

Penelitian ini berbentuk studi literatur dengan menelusuri beberapa buku teks dan journal terkait untuk menganalisa lebih lanjut tentang penyelesaian persamaan eksponensial dan rentang numerik dari suatu matriks dengan pendekatan dan langkah-langkah berikut :

A. Tentukan nilai eigen $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ dari matriks A yang diketahui .

B. Formulasikan

$$x(t) = e^{At} x_0 = \sum_{k=0}^n Z_k e^{\lambda_k t} x_0$$

$$\text{dengan } Z_0 = \prod_{j=1, j \neq k} \frac{(A - \lambda_j I)}{\lambda_k - \lambda_j}$$

$$\text{dan } e^{At} = \sum_{k=1}^n Z_k e^{\lambda_k t}$$

$$x(t) = \left[I + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(A - \lambda I)^k}{k!} t^k \right] e^{\lambda t} x_0$$

C. Rumuskan

Perumusan tentang eksponensial dari suatu matriks persegi dijabarkan melalui perluasan fungsi matriks A yang mempunyai eigen value $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ yang diformulasikan dalam bentuk :

$$F(A) = \frac{(A - \lambda_2 I)}{(\lambda_1 - \lambda_2)} F(\lambda_1) + \frac{(A - \lambda_1 I)}{(\lambda_2 - \lambda_1)} F(\lambda_2) ,$$

untuk matriks $A_{2 \times 2}$

$$F(A) = \frac{(A - \lambda_2 I)(A - \lambda_3 I)}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} f(\lambda_1)$$

$$+ \frac{(A - \lambda_3 I)(A - \lambda_1 I)}{(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_1)} F(\lambda_2)$$

$$+ \frac{(A - \lambda_1 I)(A - \lambda_2 I)}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} F(\lambda_3)$$

untuk matriks $A_{3 \times 3}$

D. Telaah Sifat – Sifat $W(E_A)$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Eksponensial Matriks

Perumusan tentang eksponensial dari suatu matriks persegi sebelumnya dijabarkan melalui perluasan fungsi matriks A yang mempunyai eigen value $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ yang diformulasikan dalam bentuk :

$$e^{At} = \sum_{k=1}^n Z_k e^{\lambda_k t}$$

$$x(t) = e^{At} x_0 = \sum_{k=0}^n Z_k e^{\lambda_k t} x_0$$

dan

$$\text{dengan } Z_0 = \prod_{j=1, j \neq k} \frac{(A - \lambda_j I)}{\lambda_k - \lambda_j}$$

Sebagai ilustrasi , Selesaikan persamaan

$$x' = Ax , \text{ dengan}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} , x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Diperoleh $c(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0$. menghasilkan $\lambda = \{ -1 , -2 \}$

$$\text{Maka } Z_1 = \frac{A - \lambda_2 I}{\lambda_1 - \lambda_2} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} ;$$

$$Z_1 x_0 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$Z_2 = \frac{A - \lambda_1 I}{\lambda_2 - \lambda_1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} ;$$

$$Z_2 x_0 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Sehingga penyelesaian dari persamaan $\dot{x} = Ax$ adalah

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{k=1}^2 Z_k e^{\lambda_k t} x_0 = e^{-t} Z_1 x_0 + e^{-2t} Z_2 x_0 \\ &= e^{-t} \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix} + e^{-2t} \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Jika dibandingkan dengan cara biasa , dari nilai eigen $\lambda = \{ -1 , -2 \}$ diperoleh matriks P yang dibentuk oleh eigenvektor $[v_1 , v_2]$,

$$\text{sehingga } P = [v_1 , v_2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} ,$$

$$P^{-1} x_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} ,$$

diperoleh hubungan $Z_1 x_0 = c_1 v_1$
dan $Z_2 x_0 = c_2 v_2$

Jadi solusi persamaan

$$\begin{aligned} x(t) &= P e^{At} P^{-1} x_0 \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} \\ &= 4 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} e^{-t} - 3 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} e^{-2t} \end{aligned}$$

Rentang numerik $F(A)$ dari matriks $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ adalah himpunan kompak dan konvex
 $F(A) = \{x^* A x \in \mathbb{C} : x \in \mathbb{C}^n, x^* x = 1\}$
 $= \{\mu \in \mathbb{C} : \|A - \lambda I_n\|_2 \geq |\mu - \lambda|, \forall \lambda \in \mathbb{C}\}$,

dengan $\|\cdot\|_2$ menunjukkan norm spektral matriks Definisi untuk $F(A)$ dianalisis di [11] serta $F(A)$ memuat semua nilai eigen dari A . Rentang numerik dari polinomial matriks dibahas secara intensif di [4]

Jika $P(\mu) = A_m\mu^m + A_{m-1}\mu^{m-1} + \dots + A_0$ adalah $n \times n$ matriks polinomial, maka rentang numerik dari $P(\mu)$ didefinisikan sebagai

$$W(P) = \{\mu \in \mathbb{C} : 0 \in F(P(\mu))\}.$$

Untuk analisis fungsi dari matriks difokuskan pada fungsi eksponensial e^{At} , di mana $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ dan $t \in \mathbb{C}$

Untuk $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$, eksponensial dari A didefinisikan sebagai

$$e^A = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!},$$

RENTANG NUMERIK .

Rentang Numerik pada operator T merupakan himpunan bagian dari bilangan kompleks \mathbb{C} yang didefinisikan dalam bentuk :

$$W(T) = \{(Tx, x), x \in H, \|x\| = 1\}$$

Sifat-sifat dari $W(T)$ memenuhi :

$$W(\alpha I + \beta T) = \alpha + \beta W(T), \text{ untuk } \alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

$$W(T^*) = \{\bar{\sigma}, \sigma \in W(T)\}$$

$$W(U^*TU) = W(T) \text{ untuk suatu matriks Unitary } U$$

Sebagai ilustrasi , Misalkan matriks A ditransformasi :

$\mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ yang direpresentasikan oleh

$$A = \begin{bmatrix} r & b \\ 0 & -r \end{bmatrix}, r \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{C}$$

Dan misalkan (f, g) merupakan vektor satuan dalam \mathbb{C}^2 , $f = e^{i\alpha} \cos \theta$, $g = e^{i\beta} \sin \theta$

$$\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \beta \in [0, 2\pi]$$

Diperoleh :

$$Af = (r e^{i\alpha} \cos \theta + b e^{i\beta} \sin \theta, -r e^{i\beta} \sin \theta)$$

$$\text{Dan } (Af, f) = r(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

$$+ b^{i(\beta-\alpha)} \sin \theta \cos \theta = x + iy \quad x = r \cos 2\theta + \frac{|b|}{2} \sin 2\theta \cos(\beta - \alpha + \gamma)$$

$$y = \frac{|b|}{2} \sin 2\theta \cos(\beta - \alpha + \gamma) \sin 2\theta,$$

$$\gamma = \arg b$$

Diperoleh persamaan :

$$(x - r \cos 2\theta)^2 + y^2 = \frac{\|b\|^2}{4} \sin^2 2\theta, \text{ dengan } 0 \leq \theta \leq \pi$$

Yang merupakan himpunan lingkaran

Bentuk persamaan :

$$(x - r \cos 2\theta)^2 + y^2 = \frac{\|b\|^2}{4} \sin^2 2\theta$$

Dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$(x - r \cos 2\theta)^2 + y^2 = \frac{\|b\|^2}{4} \sin^2 2\theta$$

Diferensialkan ke w,r,t ,Ø, diperoleh :

$$(x - r \cos \theta)r = \frac{\|b\|^2}{4} \cos \theta$$

Dengan mengeliminasi kedua persamaan diperoleh :

$$\frac{x^2}{r^2 + \left(\frac{\|b\|^2}{4}\right)} + \frac{y^2}{\left(\frac{\|b\|^2}{4}\right)} = 1$$

Yang merupakan ellips dengan pusat 0 , sumbu minor b dan sumbu may $\sqrt{4r^2 + b^2}$ or

Perumusan tentang rentang numerik matriks eksponensial ditelaah berdasarkan definisi berikut :

Untuk suatu $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$, misalkan

$E_A(t) = e^{At}$, $t \in \mathbb{C}$, rentang numerik dari $E_A(t)$ didefinisikan sebagai berikut :

Definisi 3 [2]

Rentang numerikal dari $E_A(t)$ adalah

$$W(E_A) = \left\{ t \in \mathbb{C} : 0 \in F(e^{At}) \right\} \quad (4)$$

dan memenuhi :

$$W(E_A) = \left\{ t \in \mathbb{C} : x^* e^{At} x = 0, \right. \\ \left. \text{untuk suatu } x \neq 0 \text{ dan } x \in \mathbb{C}^n \right\} \\ \{t \in \mathbb{C} : \| e^{At} - \lambda I_n \|_2 \geq |\lambda| \forall \lambda' \in \mathbb{C}\}. \quad (4)$$

Teorema 3.

Misalkan $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$. maka $W(E_A)$ tidak kosong jika dan hanya jika A bukan matriks skalar.

Bukti.

Jika A adalah matriks skalar ($A = cI_n$ untuk suatu c kompleks), maka

$W(E_A)$ adalah kosong karena $F(e^{At}) = \{e^{ct}\}$ dan jelas $\{e^{ct}\} \neq 0$.

Misalkan A bukan matriks skalar, Akan dutunjukkan $W(E_A)$ tidak kosong dengan induksi pada ukuran n dari A.

Ambil U suatu matriks unitary sedemikian hingga $A = U * RU$ dan R adalah matriks segitiga atas. Diperoleh $e^{At} = U^* e^{Rt} U$, sedemikian hingga $F(e^{At}) = F(e^{Rt})$ untuk setiap $t \in \mathbb{C}$. Oleh karena itu $W(E_A) = W(E_R)$. Sehingga A merupakan matriks segitiga atas.

Misalkan A matriks kompleks 2×2

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & a \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}. \text{ diperoleh } e^{At} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & a \frac{e^{\lambda_2 t} - e^{\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix} \text{ dengan } \lambda_1 \neq \lambda_2; \text{ jika } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \text{ maka}$$

$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{\lambda t} & e^{\lambda t} at \\ 0 & e^{\lambda t} \end{bmatrix}.$$

Jika A memiliki dua nilai eigen yang berbeda maka $F(e^{At})$ adalah konvex untuk semua t , itu sudah cukup untuk menunjukkan bahwa selalu ada t kompleks yang menghubungkan

segmen garis $e^{\lambda_1 t}$ dan $e^{\lambda_2 t}$ melalui titik 0 atau dengan kata lain untuk suatu $a, t \in \mathbb{C}$ sedemikian hingga $\rho \in (0,1)$ maka

$$\rho e^{\lambda_1 t} + (1 - \rho)e^{\lambda_2 t} = 0,$$

Atau $e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} = -\frac{1-\rho}{\rho}$, sehingga $e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t - (2k+1)\pi i} = -\frac{1-\rho}{\rho}$, di mana $k \in \mathbb{Z}$. Oleh karena

itu, dapat dipilih t sehingga

$$t = \frac{\ln \frac{1-\rho}{\rho} + (2k+1)\pi i}{\lambda_1 - \lambda_2}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (5)$$

Jika $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, maka $F(e^{At}) = \{z \in \mathbb{C} : |z - e^{\lambda t}| \leq |\frac{at}{2}| |e^{\lambda t}|\}$

. Jadi, $0 \in F(e^{At})$ jika dan hanya jika $|t| \geq \frac{2}{|a|}$. Oleh karena itu $W(E_A) = \{t \in \mathbb{C} : |t| \geq \frac{2}{|a|}\}$.

Misalkan $W(E_A) \neq \emptyset$ untuk setiap matriks segitiga atas A berukuran $k \times k$, dengan $k \geq 2$. Jadi terdapat $t_0 \in \mathbb{C}$ sedemikian hingga $x_0^* e^{At_0} x_0 = 0$ untuk suatu $x_0 \neq 0, x_0 \in \mathbb{C}^k$.

Untuk setiap $(k+1) \times (k+1)$ matriks segitiga atas A , Terdapat tiga kemungkinan:

$$A = \begin{bmatrix} \hat{A} & y \\ 0 & \xi \end{bmatrix}, \text{ atau } A = \begin{bmatrix} \xi & y^T \\ 0 & \hat{A} \end{bmatrix},$$

atau

$$A = \begin{bmatrix} \lambda & & & a \\ & \lambda & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda \end{bmatrix}$$

dimana $y \in \mathbb{C}^k, \xi \in \mathbb{C}, a \neq 0$, dan \hat{A} matriks segitiga atas berukuran $k \times k$.

- **Sifat – Sifat $W(E_A)$**

Misalkan $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$. Rentang numerik dari A didefinisikan dengan

$$W(A) = \{x^* A x : x \in \mathbb{C}^n, x^* x = 1\}. \quad [3]$$

Teorema 4.

Misalkan $A \in \mathbb{C}^{n \times n}, \alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$$W(\alpha A + \beta I) = \alpha W(A) + \beta.$$

$$W(U^* A U) = W(A) \text{ untuk setiap Unitary } U \in \mathbb{C}^{n \times n}.$$

Misalkan $k \in \{1, \dots, n-1\}$ dan $X \in \mathbb{C}^{n \times k}$ memenuhi $X^* X = I_k$.

Maka $W(X^* A X) \subseteq W(A)$.

Kelas khusus dari matriks

Sifat dan karakteristik menggambarkan interaksi antara sifat-sifat geometris dari $W(A)$ dan sifat-sifat aljabar $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$. [11]

Teorema 5.

Misalkan $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$.

$A = \lambda I$ jika dan hanya jika $W(A) = \{\lambda\}$.

$A = A^*$ jika dan hanya jika $W(A) \subseteq \mathbb{R}$.

$A = A^*$ adalah definit positif jika dan hanya jika $W(A) \subseteq (0, \infty)$.

$A = A^*$ adalah semidefinite positif jika dan hanya jika $W(A) \subseteq [0, \infty)$.

Rentang numerik dari matriks Hermitian H adalah interval tertutup pada sumbu real, yang titik akhir dibentuk oleh eigen ekstim H .

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & a_n \end{pmatrix} \text{ dengan } a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$$

karena $\Phi(H, x) \equiv x^* H x \equiv \sum_{v=1}^n a_v x_v \bar{x}_v$. misalkan x menjadi vektor dengan komponen riil ξ_1, \dots, ξ_n dengan $\xi_v^2 = 1$. Maka $\Phi(H, x) = \sum_{v=1}^n a_v \xi_v^2$. $\Phi(H, x)$ mengasumsikan nilai eigen ekstim a_1, \dots, a_n dari matriks diagonal H hanya untuk vektor eigen

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{sembarang Unitary } U \text{ dari persamaan yang ekuivalen}$$

$$Hx = \alpha x, \quad (U^* H U) U^* x = \alpha U^* x$$

Nilai eigen ekstim $U^* H U$ diasumsikan hanya untuk vektor eigen dalam fungsi $\Phi(U^* H U, x)$

Untuk setiap matriks kompleks A dapat dibagi menjadi dua komponen sehingga

$$A = H_1 + iH_2,$$

dimana H_1 dan H_2 adalah matriks Hermitian yang berhubungan dengan A :

$$H_1 = \frac{A + A^*}{2}, \quad H_2 = \frac{A - A^*}{2i}$$

Dari ini diperoleh $\Phi(A, x) = \Phi(H_1, x) + i\Phi(H_2, x)$.

dimana $\Phi(H_1, x)$ dan $\Phi(H_2, x)$ adalah komponen riil untuk setiap vektor x .

Teorema 6. Misalkan $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ bukan matriks skalar dan $t \in W(E_A)$

$$\text{maka } |t| \geq \frac{\ln 2}{\inf_{k \in \mathbb{C}} \|A - kI_n\|_2} \quad (6)$$

Bukti.

Karena $t \in W(E_A)$,

$$\|e^{At} - \lambda I_n\|_2 \geq |\lambda|, \quad \forall \lambda \in \mathbb{C}. \text{ Untuk } \lambda = 1 \text{ diperoleh } \|e^{At} - I_n\|_2 \geq 1. .$$

Karena $0 \in F(e^{At}), 0 \in e^{-kt} F(e^{At}) = F(e^{At - ktI_n})$, Untuk setiap $k \in \mathbb{C}$.

Oleh karena itu

$$\|e^{At - ktI_n} - I_n\|_2 \leq 1 \quad (7)$$

Diperoleh hubungan

$$\|e^{X+Y} - e^X\|_2 \leq (e^{\|Y\|_2} - 1) e^{\|X\|_2},$$

di mana X, Y adalah matriks persegi dengan ukuran yang sama. Untuk $Y = At - ktI_n$ dan $X = 0$

ketaksamaan menjadi

$$\|e^{At - ktI_n} - I_n\|_2 \leq e^{\|At - ktI_n\|_2} - 1 \quad (8)$$

Menggabungkan ketaksamaan(7) dan (8) diperoleh $1 \leq \|e^{At - ktI_n}\|_2 - 1$, atau

$\ln 2 \leq |t| \|A - kI_n\|_2$, Ketaksamaan pada teorema (6) terbukti. Type equation here.

KESIMPULAN

Dari hasil penelitian ini diperoleh kesimpulan Fungsi eksponensial matriks diperoleh dari Solusi persamaan

$$x' = Ax \text{ dalam bentuk } x(t) = e^{At} x_0 = e^{(A-\lambda I)t} e^{\lambda t} x_0 = e^{(A-\lambda I)t} e^{\lambda t} x_0$$

$$= [I + (A - \lambda I)t + (A - \lambda I)^2 \frac{t^2}{2!} + \dots] e^{\lambda t} x_0$$

$$x(t) = [I + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(A - \lambda I)^k}{k!} t^k] e^{\lambda t} x_0$$

Suatu rentang numerik dari operator T yang merupakan subset dari bilangan kompleks C dalam bentuk $W(T) = \{ (T_{xx}), x \in H, \|x\|=1 \}$ diperoleh hubungan

$$W(\alpha I + \beta T) = \alpha + \beta W(T),$$

untuk $\alpha, \beta \in C$ dan $W(T^*)$

$$= \{ \lambda_1, \dots, \lambda_n \} \in W(T) \text{ serta } W(U^* T U) = W(T) \text{ untuk suatu matrik Unitary } U$$

Untuk suatu matriks Hermitian H , maka $W(H) = \{ t: \lambda_1 \leq t \leq \lambda_n \}$

dimana λ_1 dan λ_n merupakan eigen value terkecil dan terbesar dari Matriks H

dan jika $\|v\| = 1$ dan $\|H_{v,v}\| = \lambda_n$ Maka v merupakan egenvektor yang berkoresponden dengan λ_n

DAFTAR PUSTAKA

Beckermann and L. Reichel. *Error estimates and evaluation of matrix functions via the Faber transform*. SIAM Journal on Numerical Analysis, 47:3849–3883, 2009.

Choi and C.-K. Li. *Numerical ranges of the powers of an operator*. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 365:458–466, 2010.

Chorianopoulos, P. Psarrakos, and F. Uhlig. *A method for the inverse numerical range problem*. Electronic Journal of Linear Algebra, 20:198–206, 2010.

Diogo. *Algebraic , Properties of the set of operators with 0 in the closure of the numerical range*. Operators and Matrices, 9:83–93, 2015.

Higham.NJ , *Functions of Matrices*. SIAM, Philadelphia, 2008.

Horn R.A and C.R. Johnson. *Topics in Matrix Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge, 1991.

Jack,L.G..*Matrix , Theory with application*. Mc Graw Hill,New York , 1991

Liz,E., *A Note on the matrix exponential*. SIAM Rev., 40 : 700–702 , 1998.

Leonard, I.E., *The matrix exponential*. SIAM Rev., 38 : 507–512. 1996

Lancaster, P and P. Psarrakos. Normal and seminormal eigenvalues of matrix functions. Integral Equations Operator Theory, 41:331–342, 2001.

Li, C K and L. Rodman. Numerical range of matrix polynomials. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, 15:1256–1265, 1994.

J.G. Stampfli and J.P. Williams. Growth conditions and the numerical range in a Banach algebra. The Tohoku Mathematical Journal, 20:417–424, 1968.

A STUDY ON BEHAVIOR OF RAINFALL TO PLAN A PLANTING CALANDER USING A COMBINATION METHOD OF TIME SERIES AND MARKOV CHAIN

Henry Rani Sitepu, Open Darnius, Gracia M Simorangkir

FMIPA, Universitas Sumatera Utara

h.ranysitepu@gmail.com

ABSTRAK

Rainfall is a time series data which is considered as continuous data, can also be formulated as a discrete data, and a variable describing the rainfall data can be naturally characterized into three properties, namely: below normal (BN), normal (N), and the above normal (AN). Rainfall data recorded by metreology office can be used to predict rainfall in the future through forecasting by time series and Markov chain modelling. The purpose of this research is to make an agricultural planting calendar of the months of January until December. The cropping calendar is made by first predicting rainfall with the method of time series, and the forecasting result will be next analyzed in the consideration of the probability resulting from a shift in forecasting using Markov chain. Combination of Markov-Chain method and time series lies in the determination of the planting calendar by comparing or analyzing the success probability of the planting calendar produced by the method of time series by taking into account of the probability generated by Markov chain method. To determine a plant-calendar with the time series and Markov chain methods can provides a more effective consideration in making planting calendar

Keywords: Markov Chain, Time Series, Rainfall

PENDAHULUAN

Pertanian merupakan sektor penyedia pangan yang menjadi kebutuhan pokok masyarakat di Indonesia. Sektor pertanian memberikan sumbangsih yang sangat besar dalam memenuhi kebutuhan pokok masyarakat. Oleh sebab itu sektor Pertanian diharapkan mampu meng-optimalkan hasil produksinya agar dapat membantu pemerintah dalam mengatasi masalah pangan. Keberhasilan produksi pangan di bidang pertanian khususnya pada beberapa tanaman palawija yaitu : padi, singkong dan jagung sangat dipengaruhi faktor iklim. Kebutuhan tanaman ini terhadap air menjadikan masalah besar bagi para petani khususnya yang menggunakan lahan tadah hujan. Permasalahan yang ditemui bisa saja menurunkan hasil produksi pertanian bahkan sampai menyebabkan gagal panen, jika fenomena alam yang terjadi seperti perubahan iklim yang ekstrim, misalnya kekeringan yang sangat panjang atau curah hujan yang tidak normal. Meningkatnya frekuensi kekeringan dan banjir diperkirakan akan memberikan dampak negatif pada produksi pertanian di daerah subtropis dan tropis.

Keberadaan Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika yang salah satu tugasnya merekam keadaan iklim khususnya data curah hujan. Data ini dapat digunakan untuk meneliti karakteristik curah hujan di suatu wilayah. Dalam penelitian ini data curah hujan di Kabupaten Deli Serdang selanjutnya digunakan sebagai studi kasus untuk meramalkan curah hujan di suatu wilayah dan digunakan sebagai dasar menentukan kalaender

tanam pertanian di daerah tersebut. Saat ini berbagai model prediksi iklim telah banyak dikembangkan, baik dengan model statistik antara lain: model stokastik, model deterministik maupun kombinasi keduanya. Kombinasi kedua pendekatan model stokastik dan deterministik diharapkan dapat meningkatkan model kalender tanam karena hasil prediksi pola tanam dapat memberikan peluang keberhasilannya.

Dalam tulisan ini dilakukan pemodelan prediksi terhadap curah hujan dengan metode time series yang kemudian akan digunakan untuk membuat kalender tanam dengan membentuk peluang peralihan agar metode rantai Markov dapat digunakan. Kombinasi kedua metode ini akan digunakan untuk membuat kalender tanam. Studi kasus dalam menerapkan model ini dilakukan di Kabupaten Deli Serdang. Manfaat pemodelan untuk sektor pertanian diharapkan dapat membantu para petani dalam menentukan jenis tanaman yang akan ditanam, sehingga dapat memperbesar peluang keberhasilan untuk peningkatan hasil produksinya.

KAJIAN LITERATUR Model ARIMA dan Musiman

(SARIMA)

Musiman didefinisikan sebagai suatu pola data yang berulang dalam selang waktu tetap. Untuk data stasioner faktor musiman dapat ditentukan dengan mengidentifikasi koefisien autokorelasi pada dua atau tiga *time-lag* yang berbeda nyata dari nol. Autokorelasi secara signifikan berbeda dari nol menyatakan adanya satu pola dalam data. Untuk mengenali adanya faktor musiman, dapat dilihat dari autokorelasi yang tinggi. Secara umum notasi ARIMA faktor musiman adalah:

ARIMA (p,d,q)(P,D,Q)^S

dengan (p,d,q) menyatakan bagian yang tidak musiman dari model, (P,D,Q) menyatakan bagian musiman dari model, dan S menyatakan jumlah periode per musim.

Model ARIMA (1,1,1)(1,1,1)¹² yang mengandung faktor musiman adalah sebagai berikut:

$(1-\theta_1B)(1-\theta_1B^{12})(1-B)(1-B^{12})Y_t = (1-\phi_1B)(1-\phi_1B^{12})e_t$, dengan $(1-\theta_1B)$ adalah model AR(1) tidak musiman, $(1-\theta_1B^{12})$ adalah model AR(1) musiman, $(1-B)$ adalah perbedaan tidak musiman, $(1-B^{12})$ adalah perbedaan musiman, $(1-\phi_1B)$ adalah MA(1) tidak musiman, dan $(1-\phi_1B^{12})$ adalah MA(1) musiman.

Konsep Dasar Rantai Markov

Perhatikan suatu proses stokastik $\{X_n, n=0,1,2,\dots\}$ dengan indeks parameter diskrit dan ruang keadaan $i=0,1,2,3,\dots$ memenuhi

$$P\{X_{n+1}=j | X_0=i_0, X_1=i_1, \dots, X_{n-1}=i_{n-1}, X_n=i\} = P\{X_{n+1}=j | X_n=i\} = p_{ij}$$

$\forall i_0, i_1, \dots, i_{n-1}, i, j$, dan semua $n \geq 0$. Maka proses stokastik tersebut disebut Rantai Markov stasioner, dan p_{ij} disebut peluang transisi.

Karena peluang dimulai non-negatif dan proses harus melakukan transisi ke berbagai state, maka :

$$0 < p_{ij} < 1, \text{ dan } \sum_j p_{ij} = 1, \text{ untuk } i=0,1,2,\dots$$

Peluang transisi p_{ij} dapat dituliskan dalam bentuk matrik transisi $P=[p_{ij}]$

Karena unsur-unsur P adalah non-negatif dan jumlah peluang semua unsur pada setiap baris sama dengan 1, maka setiap baris adalah vektor peluang dan P adalah matrik stokastik. Matrik tersebut bersama state awal secara lengkap mendefinisikan suatu proses rantai Markov (Markov Chain, MC). Dengan perkataan lain, apabila informasi tersebut diketahui, kita dapat menentukan peluang kejadian pada step yang ke- n. Dalam bahasa matrik hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut.

Misalkan $p^{(0)}$ melambangkan vektor awal initial probability distribution, maka $p^{(1)} = p^{(0)}P^1, p^{(2)} = p^{(0)}P^2, p^{(3)} = p^{(0)}P^3, \dots, p^{(n)} = p^{(0)}P^n$

Dengan demikian, apabila berawal pada state i , maka $p^{(1)}$ adalah baris ke- i dari P , $p^{(2)}$ adalah baris ke- i dari P^2 dan $p^{(n)}$ adalah baris ke- i dari P^n . Baris-baris pada $p^{(n)}$, menyajikan vektor-vektor kejadian untuk berbagai state awal. Peluang $p_{ij}^{(n)}$ adalah peluang di mana apabila dimulai pada state i proses akan berada pada state j setelah n step.

$$p_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_j a_{ij}}$$

Dimana a_{ij} adalah banyaknya perpindahan dari *state*- i ke *state*- j pada periode pengamatan tertentu.

Kombinasi metode rantai Markov dan time series diaplikasikan dengan memanfaatkan hasil peramalan curah hujan tahun 2016 yang selanjutnya akan dipakai dalam pembuatan kalender tanam yang disertai dengan peluang-peluang peralihan yang dihasilkan dengan menggunakan metode Markov chain

METODE PENELITIAN

Langkah pertama dalam pembahasan ini dilakukan dengan menyajikan nilai tertinggi dan terendah data curah hujan pertahun untuk melihat kecenderungan volume curah hujan setiap bulan. Dengan menggunakan grafik dibuat plot data curah hujan bulanan. Selanjutnya disajikan nilai-nilai statistic data dan grafik plot time series, dan akhirnya dilakukan uji stasionaritas. Dalam penelitian ini uji stasioneritas dibuktikan dengan uji analisis unit root menggunakan software eviews. Jika data sudah stasioner, maka dilakukan identifikasi model untuk mendapatkan model ramalan yang sesuai. Pada bagian kedua dilakukan pemodelan rantai Markov dengan membentuk data curah hujan menjadi data diskrit agar dapat diperoleh matriks transisi peluangnya. Kombinasi kedua metode ini selanjutnya dilakukan untuk menganalisa data ramalan dalam bentuk pola kalender tanam dengan memperhitungkan peluang keberhasilannya menggunakan rantai Markov.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Adapun data yang akan dianalisis dalam penelitian ini adalah data curah hujan Kabupaten Deli Serdang yang diambil dari tahun 2006 sampai dengan 2015 dari Kantor BMKG Sampali.

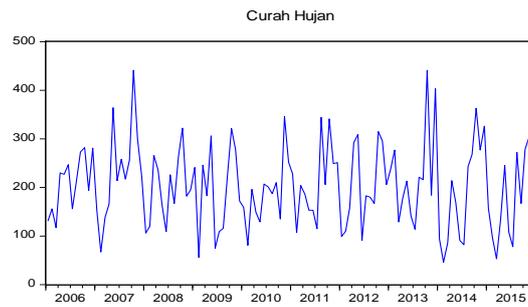
Untuk mengetahui jumlah curah hujan tertinggi dan terendah setiap tahun dapat dilihat dari tabel di bawah ini :

Tabel 1. Nilai Tertinggi dan Terendah Curah Hujan per Tahun

Thn	Nilai Tertinggi per Tahun		Nilai Terendah per Tahun	
	Bulan	Curah Hujan	Bulan	Curah Hujan
2006	Okt	282	Mar	117
2007	Mei	364	Feb	67
2008	Okt	322	Jan	106
2009	Okt	321	Feb	56
2010	Nov	346	Feb	81
2011	Agus	344	Febi	107
2012	Okt	315	Juni	91
2013	Okt	441	Juli	114
2014	Okt	363	Feb	46
2015	Nov	304	Mar	53

Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa jumlah curah hujan tertinggi terjadi pada bulan Oktober dan November sedangkan curah hujan terendah terjadi pada bulan Februari.

Pada analisis awal disajikan plot data curah hujan serta deskripsi statistiknya, pada gambar 1, dan table 2 disajikan secara berurutan.



Gambar1. Plot Data Curah Hujan

Tabel 2. Deskriptif statistic Curah Hujan

Analisis Deskriptif	Curah Hujan (mm)
Mean	202.02500
Median	198.50000
Maximum	441.00000
Minimum	46.00000
Std. Dev.	84.20039
Jarque-Bera	3.85565
Probability	0.14546
Observations	120.00000

Uji stationeritas dengan menggunakan software Eviews disajikan dalam table 3 dan diperoleh bahwa data adalah stasioner pada taraf signifikansi 0,05.

Tabel 3. Analisis Unit Root

Null Hypothesis: CURAH_HUJAN has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)			
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test stat		-8.914529	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.486064	
	5% level	-2.885863	
	10% level	-2.5798	

Identifikasi model dalam data ini selanjutnya dilakukan dan Model yang dipilih ialah model yang memiliki nilai AIC, nilai SC, dan nilai SSR/SE terkecil serta nilai Adj.R-square terbesar sehingga model yang terpilih adalah ARIMA (1,0,0)(1,1,1)¹².

Pemodelan rantai Markov dari data curah hujan dilakukan dengan mengkonversi tiga sifat curah hujan, yaitu : bawah normal (BN), normal (N) dan atas normal (AN) berdasarkan ketentuan pengolongan interval yang ditetapkan BMKG. Dari data curah hujan Kabupaten Deli Serdang diperoleh rata-rata curah hujannya sebesar 202.025 mm, dan menurut peraturan BMKG dalam menentukan tiga klasifikasi curah hujan (bawah normal, normal dan atas normal) dapat dilakukan dengan membuat interval, sebagai berikut:

Bawah Normal (BN) adalah nilai terkecil s/d 85% dari rata-rata ($46 \leq X < 171.7213$), Normal adalah 85% dari rata-rata s/d 115% dari rata-rata ($171.7213 \leq X \leq 232.3288$), dan Atas Normal (AN) adalah 115% dari rata-rata s/d nilai terbesar ($232.3288 < X \leq 441$), dengan X adalah Curah Hujan Perbulan (mm). Pemodelan data dari konversi ini diperoleh matriks transisi peluang sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} 0.5320 & 0.2340 & 0.2340 \\ 0.3333 & 0.2727 & 0.3940 \\ 0.3077 & 0.3077 & 0.3846 \end{bmatrix}$$

dengan distribusi peluang awalnya adalah

$$p^{(0)} = [p_0^{(0)} \quad p_1^{(0)} \quad p_2^{(0)}]$$

$$=[0.3950 \quad 0.2773 \quad 0.3277]$$

Dengan model ini dapat diperoleh keadaan *steady state* sebagai hasil ramalan curah hujan.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P^n = \begin{bmatrix} 0.4055 & 0.2684 & 0.3260 \\ 0.4055 & 0.2684 & 0.3260 \\ 0.4055 & 0.2684 & 0.3260 \end{bmatrix}$$

Kombinasi kedua model ramalan disajikan dalam table 4 berikut.

Tabel 4. Peramalan Kombinasi Metode *Time Series* dan *Markov Chain*

Priori	Bulan	Curah Hujan (Mm/Bulan)	Time Series	Markov Chain
121	Jan	155.9422	BN	B N
122	Feb	88.5527	BN	B N
123	Mar	134.6968	BN	B N
124	Apr	171.1288	BN	B N
125	Mei	243.6804	AN	B N
126	Juni	135.0265	BN	B N

127	Jul i	148.6619	BN	B Nl
128	Ag u	217.4467	N	B N
129	Se pt	211.3697	N	B N
130	Ok t	324.8760	AN	B N
131	No v	270.9490	AN	B N
132	De s	212.7703	N	B N

Hasil kombinasi model ini dapat dirumuskan dalam pola kalender tanam yang baik digunakan adalah:

Tabel 5. Kalender Tanam Kabupaten Deli Serdang Tahun 2016

Bulan	Kalender Tanam
Januari	
Februari	
Maret	
April	
Mei	
Juni	
Juli	
Agustus	
Septemebr	
Oktober	
November	
Desember	

KESIMPULAN

Dari hasil penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa hasil peramalan dengan metode Markov *chain* menghasilkan bulan yang bersifat Bawah Normal (BN) memiliki peluang terbesar dibandingkan curah hujan bersifat normal(N) dan atas normal(AN) pada setiap bulannya. Kombinasi ramalan dengan *time series* dan Markov *chain* diperoleh bahwa paada bulan Januari, Februari, Maret dan April disarankan untuk menanam palawija dengan peluang keberhasilan sekitar 40%, pada bulan Juli, Agustus, September, Oktober, November dan Desember tumbuhan yang disarankan untuk ditanam adalah padi dengan peluang keberhasilan sekitar 50% sampai dengan 60%, dan pada bulan Mei dan Juni disarankan untuk mempersiapkan lahan atau biasa disebut masa peralihan.

DAFTAR PUSTAKA

- Makridakis, S.C., Steven, C.W., Victor, E.M. 1991. Forecasting. Erlangga. Jakarta
- Prihantoro, Kismanto. Markov Chain Jakarta : Universitas Gunadarma.
- Pratiwi, Yulia Reta. 2012. Pemodelan Curah Hujan dengan Campuran

Rantai Markov dan Model Deret Waktu. Malang : Universitas Brawijaya.

Agustinah , Trihastuti. 2014. Probabilitas dan Proses Stokastik. Jakarta

Dayantolis, W., Ripaldi, A., Ania, S. Penentuan Normal Musim di Indonesia Berdasarkan Frekuensi Curah Hujan Dasarian.

[DPPP] DINAS PERTANIAN PERKEBUNAN DAN PET ERNAKAN. 2015. Dampak Perubahan Iklim(DPI) terhadap Organisme Pengganggu Tumbuhan (OPT) pada Tanaman Hortikultura Komoditi Cabai. Bangka Belitung.

Hadijah. Peramalan Operasional Reservasi dengan Program Minitab Menggunakan Pendekatan Arima Pt Surindo Andalan. Jakarta

Moediarta, Rani., Stalker, Peter. 2007. Sisi Lain Perubahan Iklim. Keen Media. Thailand.

Prasetyaning Tyas, Yukhestike. 2014. Analisa SARIMA(Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average) sebagai Alat Bantu Prediksi Harga Minyak mentah di Indonesia Menggunakan Backpropagation. Yogyakarta : UIN Sunan Kalijaga

Purnomo, F.S. 2015. Penggunaan Metode Arima (Autoregressive Integrated Moving Average) untuk Prakiraan Beban Konsumsi Listrik Jangka Pendek (Short Term Forecasting). [Skripsi] : Semarang: Universitas Negeri Semarang, Program Sarjana.

PENERAPAN *B-SPLINE* PADA PERSENTASE PENDUDUK MISKIN (Studi kasus: Provinsi Aceh)

Eva Maulia, Rohani, Miftahuddin

Faculty of Mathematics and Science, Syiah Kuala University,
Jln. Teuku Nyak Arief Darussalam, Banda Aceh, Aceh, 23111, Indonesia
evamaulia01@gmail.com, miftah@unsyiah.ac.id

ABSTRAK

Masalah kemiskinan merupakan masalah kompleks yang dipengaruhi oleh berbagai faktor, antara lain Indeks Pembangunan Manusia (IPM), inflasi, Produk Domestik Regional Bruto (PDRB), tingkat pendapatan masyarakat, pengangguran, kesehatan, pendidikan, geografis, gender, dan lokasi lingkungan. Adapun tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah menentukan model B-Spline terbaik untuk persentase penduduk miskin, melalui pendekatan model terbaik antara LM (Linear Model), GLM (Generalized Linear Model) dan GAM (Generalized Additive Model). Hasil kajian diperoleh bahwa model B-Spline terbaik adalah model B-Spline dengan titik knot=5 dan df=7 karena memiliki nilai AIC dan GCV minimum sebesar 113,2098 dan 16,52853. Sedangkan model GAM berbasis B-Spline merupakan model terbaik karena memiliki nilai AIC minimum sebesar 113,2098 dibandingkan LM (120,5332) dan GLM (121,7975). Nilai residual menunjukkan bahwa plot B-Spline memiliki garis regresi yang lebih mulus (smooth) dan lebih representatif dibandingkan garis regresi pada plot model LM.

Kata kunci: *B-Spline*, AIC, GCV, LM, GLM, GAM

PENDAHULUAN

Kemiskinan merupakan masalah utama yang dihadapi oleh negara-negara di berbagai belahan dunia, terutama negara-negara yang sedang berkembang. Masalah kemiskinan merupakan masalah kompleks yang dipengaruhi oleh berbagai faktor, antara lain Indeks Pembangunan Manusia (IPM), inflasi, Produk Domestik Regional Bruto (PDRB), tingkat pendapatan masyarakat, pengangguran, kesehatan, pendidikan, geografis, gender, dan lokasi lingkungan. Kemiskinan dapat memberikan dampak negatif terhadap pembangunan suatu negara, sehingga berbagai macam penelitian dilakukan oleh berbagai lembaga dan institusi untuk mengurangi kemiskinan. Menurut Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Aceh, Provinsi Aceh berada di urutan kedua termiskin di Sumatera setelah Provinsi Bengkulu. Dengan persentase penduduk miskin sebesar 16,73% pada Maret 2016, sedangkan di Provinsi Bengkulu pada periode yang sama mencapai sebesar 17,85%.

Kualitas sumber daya manusia merupakan salah satu faktor yang dapat menyebabkan terjadinya kemiskinan. Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dapat dijadikan tolak ukur dalam menentukan tingkat kualitas sumber daya manusia. Rendahnya IPM akan berakibat pada rendahnya produktivitas kerja. Semakin rendah produktivitas maka akan berakibat pada penurunan pendapatan sehingga akan mendorong terjadinya kemiskinan.

PDRB juga merupakan indikator tingkat kesejahteraan penduduk di suatu wilayah. Penurunan kemiskinan di Indonesia dapat dipengaruhi oleh tingkat pertumbuhan Produk

Domestik Bruto (PDB) riil dan faktor-faktor pendukung lainnya [1]. Seperti teknologi yang perkembangannya semakin inovatif dan produktif, investasi melalui penyerapan tenaga kerja yang dilakukan oleh swasta dan pemerintah, serta pertumbuhan penduduk melalui peningkatan modal manusia.

Faktor lain yang juga berpengaruh terhadap tingkat kemiskinan adalah pengangguran. Pengangguran dapat disebabkan oleh bertambahnya lulusan-lulusan sarjana yang menjadi angkatan kerja baru setiap tahunnya, sementara itu penyerapan tenaga kerja tidak bertambah. Dengan bertambahnya pengangguran berakibat pada bertambahnya beban yang harus ditanggung oleh penduduk yang bekerja, sehingga semakin tinggi jumlah pengangguran maka akan meningkatkan jumlah penduduk miskin.

Analisis regresi merupakan metode analisis data yang menggambarkan hubungan antara variabel respons dan variabel prediktor [2]. Terdapat dua pendekatan untuk mengestimasi fungsi regresi yaitu pendekatan parametrik dan nonparametrik. Pendekatan parametrik yaitu pendekatan yang digunakan apabila bentuk hubungan antara variabel prediktor dan variabel respons diketahui atau bentuk dari kurva regresinya diasumsikan mengikuti pola tertentu. Pendekatan nonparametrik yaitu pendekatan yang digunakan apabila bentuk hubungan antara variabel respons dan prediktornya tidak diketahui atau tidak adanya informasi mengenai bentuk fungsi regresinya.

Regresi parametrik memiliki asumsi yang ketat dan kaku seperti sisaan berdistribusi normal dan memiliki varians yang konstan. Selain itu, diketahuinya karakteristik data dari penelitian sebelumnya sangat penting agar diperoleh model yang baik. Dalam model regresi parametrik, estimasi kurva regresi ekuivalen dengan estimasi terhadap parameter-parameter dalam model [3]. Untuk menghindari penggunaan asumsi-asumsi yang ketat maka salah satu alternatif yang dapat digunakan adalah dengan pendekatan regresi nonparametrik.

Regresi nonparametrik adalah suatu metode pemodelan yang tidak terikat akan asumsi-asumsi dari persamaan regresi tertentu yang memberikan fleksibilitas yang tinggi dalam menduga sebuah model. Beberapa metode estimasi regresi nonparametrik yang dapat digunakan adalah deret fourier, *spline*, dan kernel [4]. *Spline* merupakan model polinomial yang tersegmen atau terpotong-potong yang mulus dan dapat menghasilkan fungsi regresi yang sesuai dengan data [5]. Tujuan dari penelitian ini adalah mengkonstruksi dan menentukan model *B-Spline* terbaik untuk persentase penduduk miskin, melalui pendekatan model terbaik antara LM (*Linear Model*), GLM (*Generalized Linear Model*) dan GAM (*Generalized Additive Model*).

TINJAUAN PUSTAKA

Kemiskinan memiliki beberapa definisi, seperti menurut Bank Dunia kemiskinan adalah kondisi dimana seseorang tidak dapat menikmati segala macam pilihan dan kesempatan dalam pemenuhan kebutuhan dasarnya misalnya tidak dapat memenuhi kesehatan, standar hidup layak, kebebasan, harga diri dan rasa dihormati seperti orang lain (kemiskinan absolut). Bank Dunia mengukur kemiskinan absolut sebagai orang yang hidup dengan pendapatan dibawah USD \$1 per hari dan kemiskinan menengah untuk pendapatan dibawah \$2 per hari [6].

Generalized Linear Models (GLM) merupakan pengembangan *Linear Models* (LM) ke dalam bentuk distribusi eksponensial. GLM memiliki asumsi model yang lebih fleksibel dari model linier [17]. *Generalized Additive Models* (GAM) mengembangkan model aditif ke dalam bentuk distribusi eksponensial. Model GAM juga dapat disebut sebagai model pengembangan dari model GLM, karena model ini mengembangkan model GLM dengan cara yang sama dengan model aditif mengembangkan model LM, yaitu mengganti prediktor linier $\sum_{j=1}^p \beta_j X_j$ dengan predictor aditif $\sum_{j=1}^p f_j(X_j)$. Hal tersebut membuat model GAM menjadi lebih fleksibel daripada GLM maupun *additive models* (AM).

GAM dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$g(\mu) = s_0 + \sum_{j=1}^p s_j(X_j) + \varepsilon$$

dengan variabel responnya diasumsikan berdistribusi eksponensial, dan s merupakan fungsi mulus [15].

B-Spline merupakan model polinomial yang tersegmen atau terpotong-potong yang mulus dan dapat menghasilkan fungsi regresi yang sesuai dengan data. Istilah *B-Spline* atau basis *spline* diciptakan oleh Isaac Jacob Schoenberg pada tahun 1946 [5]. Titik kontrol kurva *B-Spline* tidak terbatas hanya 4 buah melainkan banyak titik kontrol. Kurva *B-Spline* juga lebih fleksibel, karena perubahan yang dilakukan pada titik kontrol tertentu hanya akan mempengaruhi bentuk kurva pada segmen di dekat titik kontrol tersebut. Hal ini dikarenakan segmen kurva pada *B-Spline* hanya dipengaruhi oleh beberapa titik kontrol yang ada di dekatnya [7].

Bila terdapat n buah titik kontrol, maka C_t dapat dihasilkan melalui fungsi yang kontinu $C(t)$, seperti pada persamaan 1 [8]:

$$C(t) = \sum_{i=0}^n P_i N_{i,p}(t)$$

dimana:

P_i = Titik control ke i

p = derajat, biasanya bernilai 3 atau 4

N = *blending function* atau basis.

$N(t)$ disebut sebagai *blending functions* yang dijabarkan sebagai berikut :

dimana : $u_i = k$

$$N_{i,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{bila } t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0 & \text{sebaliknya} \end{cases}$$

$$N_{i,p}(t) = \frac{t - u_i}{u_{i-p} - u_i} N_{i,p-1}(t) + \frac{u_{i+p+1} - t}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(t)$$

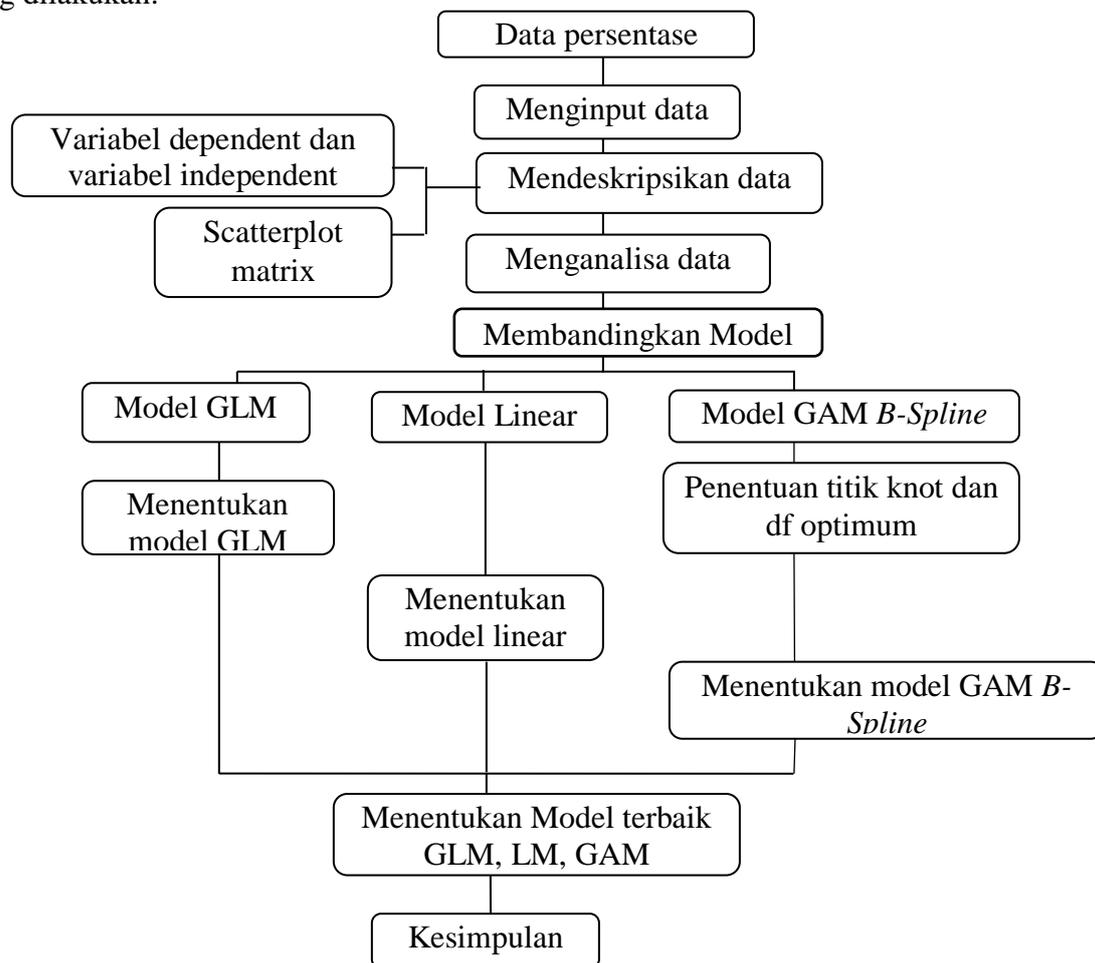
ot vektor

Beberapa elemen penting pada pembentukan kurva *B-Spline* adalah [7]:

- Derajat (p) mengatur seberapa dekat kurva tersebut melewati titik kontrol dari kurva *B-Spline*. Semakin kecil derajat dari kurva *B-Spline* tersebut, maka semakin dekat pula kurva tersebut akan melewati titik-titik kontrol pembentuknya, dan sebaliknya apabila derajat kurva tersebut semakin besar, maka jarak titik kontrol kurva dengan kurva akan semakin jauh.
- Blending function* atau *basis function* (N) merupakan fungsi yang menentukan seberapa besar lengkungan dari kurva *B-Spline*, yang dipengaruhi oleh besarnya derajat, knot vektor dan t .

METODOLOGI

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari BPS provinsi Aceh. Meskipun definisi kemiskinan beragam dan faktor-faktor penyebabnya adalah kompleks, adapun data yang digunakan pada persentase penduduk miskin dalam penelitian ini terbatas mencakup, persentase Indeks Pembangunan Manusia (IPM), persentase Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), persentase Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) dan persentase Produk Domestik Regional Bruto (PDRB). Data tersebut terdiri dari 5 variabel, yaitu penduduk miskin sebagai variabel Y, IPM sebagai variabel X_1 , TPT (X_2), TPAK (X_3), PDRB (X_4). Data tersebut merupakan data deret lintang (*cross section*) sebanyak 18 kabupaten dan 5 kota di Aceh pada tahun 2015. Data yang digunakan pada penelitian ini dianalisis menggunakan *software R*. Metode yang digunakan yaitu *B-Spline*, LM, GLM dan GAM berbasis *B-Spline*. Berikut *flowchart* proses penelitian yang dilakukan:



Gambar 1. *Flowchart* metode penelitian

HASIL DAN PEMBAHASAN

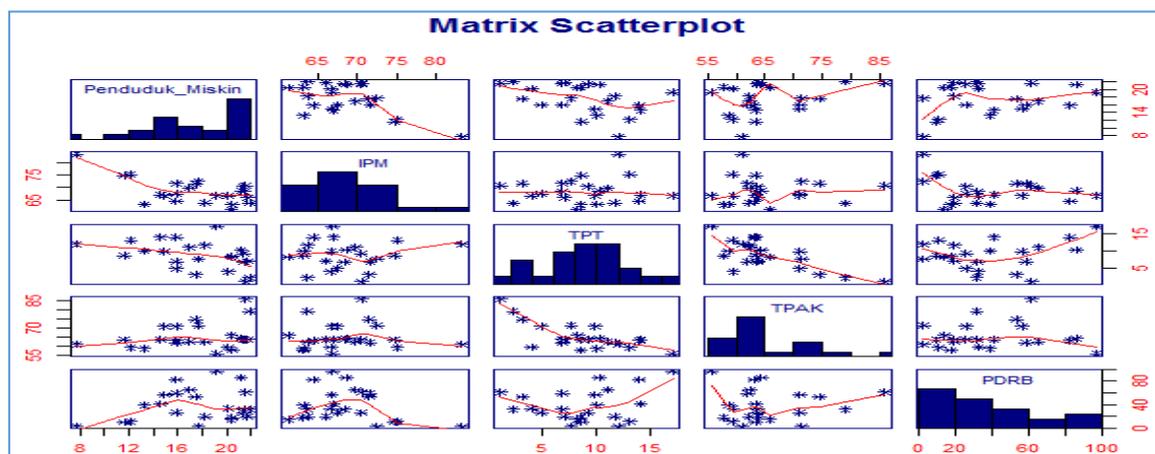
Langkah pertama yang harus dilakukan ketika melakukan analisis data adalah mengeksplor data. Hal ini bertujuan untuk mengetahui keadaan sebenarnya suatu permasalahan. Berikut ini adalah *summary* statistik dari data yang digunakan:

Tabel 1. *Summary* statistik dari variabel miskin, IPM, TPT, TPAK dan PDRB

	Penduduk Miskin (%)	IPM (%)	TPT (%)	TPAK (%)	PDRB (%)
Minimum	7,72	61,32	1,040	55,65	2,171
Kuartal 1	15,38	65,30	6,790	61,48	18,162

Median	17,69	67,53	8,550	63,44	31,971
Mean	17,47	68,59	8,729	65,35	38,320
Kuartal 3	20,80	71,06	11,340	68,47	57,608
Maksimum	21,95	83,25	17,050	85,94	96,678

Summary statistik tersebut menunjukkan bahwa persentase minimum dari variabel miskin sebesar 7,72% sedangkan persentase maksimumnya sebesar 21,95%. Variabel IPM memiliki persentase minimum sebesar 61,32% sedangkan persentase maksimumnya sebesar 83,25%. Variabel TPT memiliki persentase minimum sebesar 1,040% sedangkan persentase maksimumnya sebesar 17,050%. Variabel TPAK memiliki persentase minimum sebesar 55,65% sedangkan persentase maksimumnya sebesar 85,94%. Variabel PDRB memiliki persentase minimum sebesar 2,171% sedangkan persentase maksimumnya sebesar 96,678%. Berikut matriks *scatterplot* dari persentase penduduk miskin, IPM, TPT, TPAK dan PDRB yang menunjukkan korelasi atau hubungan antar variabel:



Gambar 2. *Matrixscatterplot* dari persentase penduduk miskin, IPM, TPT, TPAK dan PDRB
Pemilihan model regresi *B-Spline* yang terbaik dipilih berdasarkan derajat (*df*) dan banyaknya titik *knot*. Dalam memilih titik *knot* yang optimal sangatlah penting dalam menentukan model terbaik. Lokasi titik *knot* yang berbeda akan menghasilkan model yang berbeda. Titik *knot* yang optimal dilihat berdasarkan kriteria GCV dan AIC yang paling minimum. Berikut ini merupakan tabel yang menunjukkan titik-titik *knot* yang optimal, *df* (derajat bebas) dan GCV yang minimum pada setiap variabel:

Tabel 2. Nilai AIC dan GCV minimum untuk masing-masing titik *knot* dan *df*

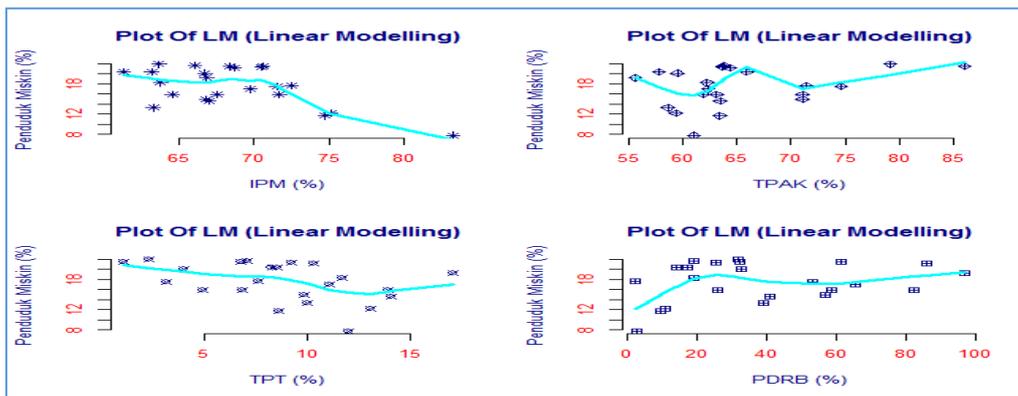
Model	Knot	df	AIC	GCV
A	2	4	122,3935	21,23758
B	3	5	122,4113	24,65931
C	4	6	121,6694	23,87659
D	5	7	113,2098	16,52853

Berdasarkan Tabel 2 dapat dilihat bahwa nilai AIC dan GCV paling minimum diperoleh untuk model dengan titik *knot* = 5 dan *df* = 7 yaitu sebesar 113,2098 dan 16,5285. Sehingga model *B-Spline* terbaik untuk pengaruh persentase IPM, TPT, TPAK dan PDRB terhadap persentase penduduk miskin menggunakan titik *knot* = 5 dan *df* = 7. Berikut tabel perbandingan antara Model LM, GLM dan GAM berbasis *B-Spline* berdasarkan nilai AIC:

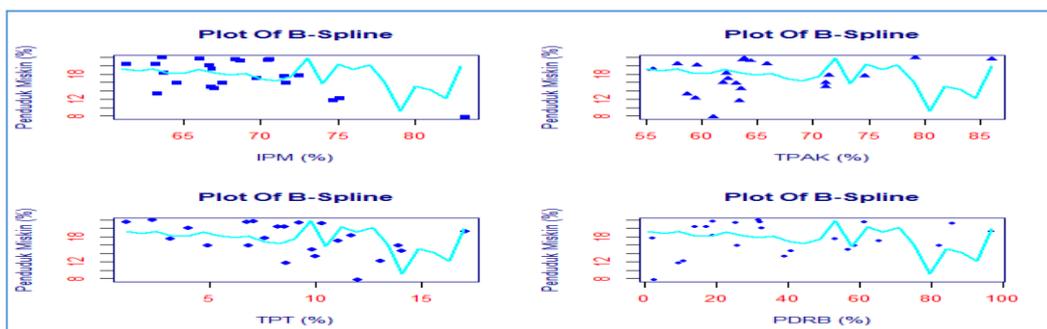
Tabel 3. Nilai AIC pada model LM, GLM dan GAM

Model	Nilai AIC
LM (Linear Model)	120,5332
GLM (Generalized Linear Model)	121,7975
GAM (Generalized Additive Model)	113,2098

Nilai AIC dapat digunakan untuk menentukan model terbaik. Semakin kecil nilai AIC suatu model, maka model tersebut semakin baik. Tabel 3 menunjukkan bahwa model GAM berbasis *B-Spline* memiliki nilai AIC terkecil. Jadi, model GAM berbasis *B-Spline* merupakan model terbaik dibandingkan model LM dan GLM. Berikut perbandingan plot data menggunakan model LM dan *B-Spline*:



Gambar 3. Plot L dari persentase penduduk miskin, IPM, TPT, TPAK dan PDRB



Gambar 4. Plot *BSpline* dari persentase penduduk miskin, IPM, TPT, TPAK dan PDRB

Kedua gambar tersebut menunjukkan bahwa plot *B-Spline* memiliki garis regresi yang lebih mulus (*smooth*) dan lebih representatif dibandingkan dengan garis regresi pada plot LM. Hal ini dikarenakan *B-Spline* merupakan model polinomial yang tersegmentasi atau terpotong-potong yang mulus dan dapat menghasilkan fungsi regresi yang sesuai dengan data. Selain itu, model GAM berbasis *B-Spline* memiliki nilai residual yang lebih kecil dibandingkan model LM. Berikut nilai residual dari kedua model tersebut:

Tabel 4. Nilai residual model LM dan GAM berbasis *B-Spline*

No	Nilai Residual		No	Nilai Residual	
	LM	GAM		LM	GAM
1	1,10470295	1,82122988	13	0,13246685	-1,00514778
2	2,98890105	0,11198376	14	-1,20614102	-1,03439301
3	-5,96995816	-3,27117357	15	-0,26897156	-0,40302741
4	-3,17429041	0,06944183	16	-3,17461338	-0,48407376

5	-2,23545766	-0,34123531	17	1,26254943	0,21588971
6	-1,54614909	1,24892789	18	5,23619365	1,75801602
7	3,16085493	0,88965733	19	-1,42854187	0,23674471
8	-1,88867788	0,2387622	20	2,54119985	-0,19635699
9	2,99456170	-0,22467089	21	-2,66139117	-4,19824611
10	0,10620527	0,8769161	22	-0,05620143	1,68712600
11	2,84221682	0,03727184	23	0,54004644	1,48227295
12	0,70049468	0,48408462			

Penelitian mengenai penerapan *B-Spline* pada persentase penduduk miskin tahun 2010 juga pernah dilakukan sebelumnya oleh penulis. Berikut tabel perbandingan hasil penerapan *B-Spline* pada persentase penduduk miskin di Provinsi Aceh tahun 2010 dengan tahun 2015:

Tabel 5. Perbandingan nilai AIC dan GCV tahun 2010 dengan 2015

Model	Knot	df	Tahun 2010		Tahun 2015	
			AIC	GCV	AIC	GCV
A	2	4	99,86911	7,047584	122,3935	21,23758
B	3	5	101,38346	8,518933	122,4113	24,65931
C	4	6	101,84071	8,689987	121,6694	23,87659
D	5	7	101,84591	8,691951	113,2098	16,52853

Tabel 5 tersebut menunjukkan bahwa pada persentase penduduk miskin Provinsi Aceh tahun 2010 model *B-Spline* terbaik adalah model *B-Spline* dengan titik knot = 2 dan $df = 4$ karena memiliki nilai AIC dan GCV minimum yaitu sebesar 99,86911 dan 7,047584. Sedangkan pada tahun 2015, Model *B-Spline* terbaik yang dapat diterapkan pada persentase penduduk miskin di Provinsi Aceh adalah model *B-Spline* dengan titik knot = 5 dan $df = 7$ karena memiliki nilai AIC dan GCV minimum yaitu sebesar 113,2098 dan 16,52853.

Tabel 6. Perbandingan nilai AIC pada model LM, GLM dan GAM tahun 2010 dengan 2015

Model	Nilai AIC	
	Tahun 2010	Tahun 2015
LM (Linear Model)	126,6569	120,5332
GLM (Generalized Linear Model)	127,5621	122,7975
GAM (Generalized Additive Model)	99,86911	113,2098

Tabel 6 tersebut menunjukkan bahwa pada persentase penduduk miskin Provinsi Aceh tahun 2010, GAM berbasis *B-Spline* merupakan model terbaik karena memiliki nilai AIC (99,86911) minimum dibandingkan LM (126,6569) dan GLM (127,5621). Sedangkan pada tahun 2015, model GAM berbasis *B-Spline* merupakan model terbaik karena memiliki nilai AIC (113,2098) minimum dibandingkan dengan model LM (120,5332) dan GLM (121,7975).

Berikut model LM, GLM dan GAM berbasis *B-Spline* pada persentase penduduk miskin tahun 2010 dan 2015:

1. Model LM pada persentase penduduk miskin tahun 2010

$$\text{Miskin} = 4.3181 - 0.8454(IPM) - 0.4282(TPT) + 0.1283(TPAK) + 0.8498(PDRB)$$
2. Model LM pada persentase penduduk miskin tahun 2015

$$\text{Miskin} = 49.64629 - 0.39936(IPM) - 0.46115(TPT) - 0.02928(TPAK) + 0.03000(PDRB)$$

Model GLM pada persentase penduduk miskin tahun 2010

Keluarga distribusi = Gaussian dan Fungsi link = "log"

$$f(\text{Miskin}) = 3.22127 - 0.039915(IPM) - 0.023259(TPT) + 0.004398(TPAK) + 0.041757(PDRB)$$

3. Model GLM pada persentase penduduk miskin tahun 2015

$$f(\text{Miskin}) = 4.777847 - 0.023798(IPM) - 0.027268(TPT) - 0.002040(TPAK) + 0.001935(PDRB)$$

4. Model GAM berbasis *B-Spline* pada persentase penduduk miskin tahun 2010

Keluarga distribusi = Gaussian dan Fungsi link = "identity"

$$f(\text{Miskin}) = 10.25266 + 3.27564(IPM)_1 + 15.73343(TPT)_1 + 1.93799(TPAK)_1 - 4.12542(PDRB)_1 + 9.18004(IPM)_2 - 3.90795(TPT)_2 - 17.28955(TPAK)_2 + 1.08318(PDRB)_2 + 9.62319(IPM)_3 - 4.80072(TPT)_3 + 37.93655(TPAK)_3 + 4.26319(PDRB)_3 - 11.82621(IPM)_4 + 3.22790(TPT)_4 - 12.33233(TPAK)_4 + 9.03171(PDRB)_4$$

5. Model GAM berbasis *B-Spline* pada persentase penduduk miskin tahun 2015

$f(\text{Miskin}) =$

$$118.86199 + 30.84015(IPM)_1 - 194.08916(TPT)_1 + 64.25295(TPAK)_1 - 5.13463(PDRB)_1 + 41.57899(IPM)_2 - 186.59025(TPT)_2 + 43.27197(TPAK)_2 - 0.83687(PDRB)_2 + 25.59779(IPM)_3 - 192.90226(TPT)_3 + 135.22686(TPAK)_3 - 4.04503(PDRB)_3 + 20.84506(IPM)_4 - 198.99995(TPT)_4 - 123.88979(TPAK)_4 + 0.57238(PDRB)_4$$

Berdasarkan kajian beberapa literatur dan penelitian sebelumnya yang telah dilakukan oleh Wigati (2016) menunjukkan bahwa model aditif tergeneralisir (GAM) memiliki asumsi yang lebih fleksibel jika dibandingkan dengan model linier tergeneralisir (GLM) maupun model linier (LM), yaitu distribusi yang digunakan merupakan distribusi keluarga eksponensial dan hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor tidak harus linier. Fungsi mulus pada GAM diestimasi menggunakan penghalus diagram pencar, salah satu penghalus yang sering digunakan para peneliti karena kelebihan yang dimilikinya adalah penghalus *B-spline*. Dalam fitting GAM, model terbaik dapat diketahui melalui nilai AIC yang minimum. Selain itu, model dengan parameter penghalus optimal dapat dilihat melalui nilai GCV yang minimum.

KESIMPULAN

Adapun kesimpulan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) Model *B-Spline* terbaik yang dapat diterapkan pada persentase penduduk miskin di Provinsi Aceh adalah model *B-Spline* dengan titik knot = 5 dan $df = 7$ karena memiliki nilai AIC (113,2098) dan GCV (16,52853) minimum.
- 2) Model GAM berbasis *B-Spline* merupakan model terbaik karena memiliki nilai AIC (113,2098) minimum dibandingkan model LM (120,5332) dan GLM (121,7975).
- 3) Nilai residual menunjukkan bahwa plot *B-Spline* memiliki garis regresi yang lebih mulus (*smooth*) dan lebih representatif dibandingkan garis regresi pada plot model LM.

DAFTAR PUSTAKA

- Wongdesmiwati. (2009). Pertumbuhan Ekonomi dan Pengentasan Kemiskinan di Indonesia Tahun 1990-2004: Analisis Ekonometrika. *Jurnal Ekonomi Pembangunan*.
- Hosmer, D.W. and S. Lemeshow. 2000. *Applied Logistic Regression*, second edition. John Wiley and Sons, Inc. New York.
- Budiantara. (2009). *Spline dalam Regresi Nonparametrik dan Semi parametrik: Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kinidan Masa Mendatang*. Jurusan Statistika, Fakultas MIPA. Institut Teknologi Sepuluh Nopember, ITS Press: Surabaya.
- Eubank, R. (1988). *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*. Marcel Dekker. New York.
- Eilers, P. H., & Marx, B. D. (1996). Flexible smoothing with B-splines and penalties. *Statistical science*, 89-102.
- World, Bank. (2007). *Measuring Poverty*. <http://go.worldbank.org/34ghpdukv0>
www.worldbank.org. Diakses 15 Februari 2016.
- Bourke, Paul. (1996). *Spline curves (in 3D)*. Maret 26, 2006.
[http://astronomy.swin.edu.au/~pbourke/curves/spline/C.-K. Shene, Derivatives](http://astronomy.swin.edu.au/~pbourke/curves/spline/C.-K.Shene,Derivatives)
of a B-spline Curve, Department of Computer Science, Michigan Technological University.
- Wood, S. N. (2004). Stable and efficient multiple smoothing parameter estimation for generalized additive models. *Journal of the American Statistical Association*, 99(467), 673-686. [9]
- Imoto, S., and Konishi, S. (2003). Selection of smoothing parameters in B-spline nonparametric regression models using information criteria. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 55(4), 671-687.
- Imoto, S., and Konishi, S. (1999). Estimation of B-spline nonparametric regression models using information criteria. In *Proceedings of the 52nd. International Statistical Institute* (Vol. 2, pp. 157-158).
- Miftahuddin. (2016). *The Use of Linear and Generalized Additive Models to Assess the Time Effects for Sea Surface Temperature*. Proceedings of the Semirata PTN Barat Bidang Ilmu MIPA 22-24 May. UNSRI Palembang. ISBN:978-602-71798-1-3. Pp.732-741.
- Wood, S. N. (2008). Fast stable direct fitting and smoothness selection for generalized additive models. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 70(3), 495-518.
- Racine, J. S. (2014). A primer on regression splines. URL:
<http://cranrprojectorg/web/packages/crs/vignettes/splineprimerpdf>.
- Wigati, D. S., Tirta, I M., Anggraeni, D.(2016). Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

URL: **Error! Hyperlink reference not valid.** Diakses tanggal 13 April 2017

Wood, S. (2006). Generalized additive models: an introduction with R. CRC press.

Guisan, A., Edwards, T. C., & Hastie, T. (2002). Generalized linear and generalized additive models in studies of species distributions: setting the scene. *Ecological modelling*, 157(2), 89-100.

Width, C., & Old, Y. (1991). Generalized linear models.

Leathwick, J. R., Elith, J., & Hastie, T. (2006). Comparative performance of generalized additive models and multivariate adaptive regression splines for statistical modelling of species distributions. *Ecological modelling*, 199(2), 188-196.

Dominici, F., McDermott, A., Zeger, S. L., & Samet, J. M. (2002). On the use of generalized additive models in time-series studies of air pollution and health. *American journal of epidemiology*, 156(3), 193-203.

MODEL MATEMATIKA KONVEKSI CAMPURAN (MIXED CONVECTION) DENGAN SYARAT BATAS PADA PELAT HORIZONTAL

Leli Deswita

Fakultas Matematika & Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Riau, Pekanbaru
deswital@yahoo.com

ABSTRACT

This paper examines mathematical analysis with the terms of the mixed convection boundary on the horizontal plate. This mathematical equation is derived first into the form of a system of ordinary nonlinear differential equations, using similarity equations. This ordinary nonlinear differential equation system is solved using the finite difference scheme method, and also with the Mathematics program using Matlab Software. A numerical solution is obtained for the problem of Newton laminar fluid flow in the incompressible viscous fluid flow on the horizontal plate. Results obtained from this program to determine skin friction coefficient and temperature profile.

Keywords: finite difference scheme, mixed convection and plate horizontal.

PENDAHULUAN

Aliran konveksi campuran, atau gabungan aliran konveksi paksa dan konveksi bebas banyak terdapat berbagai peristiwa di alam ini [1]. Masalah aliran konveksi campuran dengan syarat batas pada pelat horizontal pokok masalah dalam penelitian ini. Secara umum proses konveksi terbagi dua, yaitu konveksi paksa dan konveksi bebas, gabungan ke dua jenis konveksi disebut sebagai konveksi campuran. Aliran konveksi campuran banyak dipakai dalam proses transport, termasuk juga dalam aplikasi rekayasa. Masalah konveksi campuran telah di pertimbangkan oleh [6] bagi masalah permeabel. Masalah konveksi campuran terhadap pelat horizontal yang panas atau dingin adalah masalah yang menarik banyak dilakukan oleh para peneliti untuk kajian selanjutnya, misalnya kajian yang dilakukan oleh [4, 5]. Kajian-kajian tersebut adalah relevan secara langsung dengan masalah kajian ini dan tujuan kajian ini adalah untuk memper luas kajian yang dilakukan oleh [3,4]

FORMULASI MATEMATIKA

Telah dipertimbangkan bahwa penelitian ini menggunakan persamaan dalam bentuk sistem persamaan diferensial nonlinear dengan syarat batas konveksi campuran pada pelat horizontal yang dipanaskan, adapun bentuk model matematika dari persamaan adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0, \quad (1)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \quad (2)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + g\beta(\bar{T} - T_\infty), \quad (3)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} = \alpha \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2}. \quad (4)$$

Dengan syarat batas adalah,

$$\left. \begin{array}{l} \bar{u} = 0, \\ \bar{v} = \bar{V}_w(x), \\ \bar{T} = \bar{T}_w(\bar{x}) \end{array} \right\} \bar{y} = 0, \quad \left. \begin{array}{l} \bar{u} = \bar{U}(\bar{x}), \\ \bar{T} = T_\infty, \\ \bar{p} = p_\infty \end{array} \right\} \bar{y} \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Didefinisikan parameter dalam bentuk sebagai berikut [2]

$$\left. \begin{array}{l} x = \bar{x}/L, \\ y = \text{Re}^{1/2}(\bar{y}/L), \\ u = \bar{u}/U_0, \\ v = \text{Re}^{1/2}(\bar{v}/U_0), \\ p = (\bar{p} - p_\infty)/\rho U_0^2, \\ T = (\bar{T} - T_\infty)/\Delta T, \\ U(x) = \bar{U}(\bar{x})/U_0, \\ V_w(x) = \text{Re}^{1/2}(\bar{V}_w/U_0), \end{array} \right\} \quad (6)$$

Dengan $\text{Re} = U_0 L/\nu$ adalah nomor Reynolds dan $\Delta T = T_w - T_\infty$ adalah perubahan suhu.

Substitusikan persamaan (6) ke persamaan (1)-(5) sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (7)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (8)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} + \lambda T, \quad (9)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (10)$$

Dengan syarat batas sebagai berikut:

$$\left. \begin{array}{l} u = 0, \\ v = V_w(x), \\ T = T_w(x) \end{array} \right\} \bar{y} = 0, \quad \left. \begin{array}{l} u \rightarrow 0, \\ T \rightarrow 0, \\ P \rightarrow 0 \end{array} \right\} \bar{y} \rightarrow \infty. \quad (11)$$

Pada persamaan (10) di atas P_r adalah nomor Prandtal dan λ merupakan parameter konveksi campuran (mixed convection) yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\lambda = s \frac{G_r}{R_e^{5/2}}, \quad (12)$$

Dengan $G_r, g\beta\Delta TL^3/\nu^2$ adalah nomor Granshof dan $R_e = U_0/\nu$ merupakan nomor Reynolds dan $s = 1$ adalah pelat panas dan $s = -1$ merupakan pelat dingin.

Pada sistem persamaan (7)-(11) di atas dirobah ke bentuk sistem persamaan deferensial biasa, digunakan *similarity transformation* yang di defenisikan [2] sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \phi_1(x)f(\eta) \\ p &= \phi_2(x)P(\eta) \\ T &= \phi_3(x)\theta(\eta) \\ \eta &= \phi_4(x)y \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

dengan ψ adalah fungsi *strim* yang di definisikan sebagai berikut:

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial\psi}{\partial x}. \quad (14)$$

Persamaan (13) disubstitusikan ke dalam persamaan (14), kemudian disubstitusikan ke persamaan (8)–(11), selanjutnya diperoleh persamaan diferensial biasa sebagai berikut:

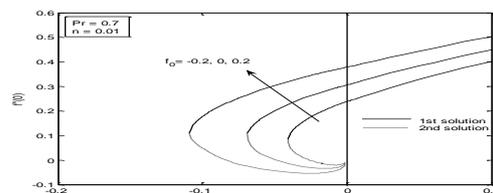
$$f''' + \frac{n+1}{2}ff'' - nf'^2 - 2nP - \frac{n-1}{2}\eta P' = 0 \quad (15)$$

$$P' = \lambda\theta \quad (16)$$

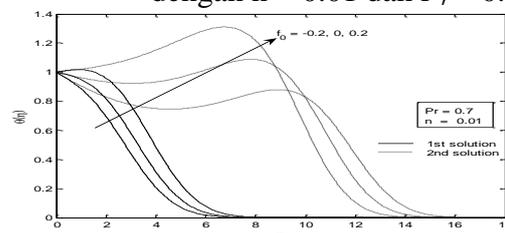
$$\frac{1}{Pr}\theta'' + \frac{n+1}{2}f\theta' - \frac{5n-1}{2}f'\theta = 0 \quad (17)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sistem persamaan (15)-(17) dengan syarat batas (18) diselesaikan secara numerik untuk nilai $P_r = 0.7$ (air), $n = 0.01$ dan $f_0 = -0.2, 0, 0.2$ dengan menggunakan metode *finite difference schem* yang telah di jelaskan pada [7]. Variasi koefisien geseran kulit (variation of the skin friction coefficient) Pada Gambar 3.1 untuk beberapa nilai f_0 dan $n = 0.01$ serta $p_r = 0.7$. Untuk nilai-nilai λ yang negatif penyelesaiannya dual didapati, dengan interval $\lambda_c < \lambda < 0$, penyelesaian unik pada $\lambda = \lambda_c$ dan tiada penyelesaian apabila $\lambda < \lambda_c$. Profil suhu $\theta(\eta)$ yang dapat dilihat pada Gambar 3.2 yang memenuhi syarat batas (12) terpenuhi



Gambar 3.1. Variasi of The Skin Friction Coefficient $f''(0)$ untuk beberapa f_0 dengan $n = 0.01$ dan $P_r = 0.7$



Gambar 3.2. Temperature profiles $\theta(\eta)$ Untuk beberapa nilai f_0 dengan $n = 0.01$
dan $Pr = 0.7$.

KESIMPULAN

Analisa matematika konveksi campuran (mixed convection) dengan syarat batas pada pelat horizontal telah dibahas secara teoritis. Permasalahan ini telah diselesaikan secara numerik, dengan menggunakan metode *finite difference scheme*, dan juga dengan program Matematika dengan menggunakan Software Matlab. Penyelesaian secara numerik diperoleh dan Hasil yang didapat dari program ini untuk menentukan *skin friction coefficient* dan profil suhu (*temperature profile*).

DAFTAR PUSTAKA

Heat Transfer, Springer-Verlag , New York, 1988.

K. Chellappa and P. Singh, *Possible Similarity Formulations for Laminar Free Convection on A Semi-Infinite Horizontal Plate*, Int. J. Engineering Science, 27 (1989),161-167.

Ishak, R. Nazar and I. Pop, *The Schneider Problem for A Micropolar Fluid*, Fluid Dyn. Res., 38 (2006), 489-502.

Magyari, I. Pop and B. Keller, *Mixed Convection Boundary-Layer Flow Past A Horizontal Permeable Flat Plate*, Fluid Dyn. Res., 31 (2002), 215-225

Wilks and J. S. Bramley, *Dual Solutions in Mixed Convection*, Proc. Royal Society Edinburgh, 87A (1981), 349-358.

N. Afzal and T. Hussain, *Mixed Convection Over A Horizontal Plate*, Heat Transfer, 106 (1986), 240-241.

T. Cebeci and P. Brandshaw, *Physical and Computation Aspects of Convective*

SOLUSI KESTABILAN UNTUK KALMAN FILTER SISTEM SINGULAR

Budi Rudianto

Jurusan Matematika FMIPA, Universitas Andalas Padang

email: budialbarqy@fmipa.unand.ac.id

ABSTRACT

In this paper deterministic approach used to determine the optimal form into the formulation "9-block". The expression "9-block", besides stating stages pending state space, also presents a simple structure that is interesting and symmetrical. Stability results for Kalman Filter finally presented in the form Riccati Equation.

Keywords : Stability, Kalman Filter, Riccati Equation, Singular Systems.

PENDAHULUAN

Pada makalah ini dibahas masalah estimasi rekursif optimal untuk sistem deskriptor waktu diskrit. Estimasi dan kontrol pada sistem deskriptor dinyatakan sebagai sistem tunggal atau sistem implisit. Hal ini dapat dilihat bahwa sistem deskriptor sering digunakan secara alami dalam sistem ekonomi [10], pemodelan [5], dan robotika [12]. Untuk sistem deskriptor waktu-diskrit, estimasi ruang keadaan disajikan secara rekursif dan dihasilkan bentuk umum Kalman filter. Formulasi berbeda telah dinyatakan untuk menyelesaikan masalah ini (lihat rincian lebih lanjut di [6], [7]). Selanjutnya bentuk *Kalman Filtering* disajikan sebagai lintasan optimal untuk masalah deterministik. Sehingga formulasi ini digunakan pada kasus ketidakpastian dalam beberapa sistem matriks [8]. Pada akhir makalah ini analisis sensitivitas dinyatakan dalam bentuk persamaan Riccati.

PERMASALAHAN

Perhatikan suatu himpunan sinyal yang diukur atau yang diamati sebagai $z = \{z_0, z_1, z_2, \dots, z_k\}$ dari sistem dinamik tertentu yang nyata. Pada makalah ini deskriptor *Kalman filtering* didefinisikan sebagai masalah deterministik yang tepat atas seluruh lintasan. Suatu sistem dinamik linear yang ideal akan 'menjelaskan' suatu pengukuran z , dalam bentuk yang lebih umum dan dapat dinyatakan secara implisit atau sistem deskriptor sebagai berikut :

$$\begin{aligned} E_{i+1}x_{i+1} &= F_i x_i, i = 0, 1, 2, \dots \\ z_i &= H_i x_i \end{aligned} \quad (1)$$

dengan x_i adalah variabel deskriptor atau ruang keadaan yang menggambarkan perilaku internal sistem E_i , F_i , dan H_i adalah matriks persegi panjang dengan dimensi yang disesuaikan.

Untuk sistem matriks yang telah ditentukan, maka setiap kandidat barisan ruang keadaan dapat didefinisikan *fitting errornya* adalah

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} G_{w,i} & G_{v,i+1} \\ K_{w,i} & K_{w,i+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{ik} \\ v_{i+1k} \end{bmatrix} &:= \begin{bmatrix} E_{i+1}x_{i+1k} - F_i x_{ik} \\ z_{i+1} - H_{i+1}x_{i+1k} - J_i x_{ik} \end{bmatrix} \text{ dengan } i = 0, 1, 2, \dots, k-1 \\ p_{0k} &:= E_0 x_{0k} - F_{-1} \bar{x}_0; \\ K_{v,0} v_{0k} &:= z_0 - H_0 x_{0k} \end{aligned} \quad (2)$$

Dengan matriks E_0 dan F_{-1} merupakan matriks yang bersesuaian. Selanjutnya matriks ini dapat digunakan sebagai keadaan awal x_0 dan selanjutnya dipilih $E_0 = F_{-1} = I$. Masalah optimisasi pada makalah ini adalah menentukan barisan ruang keadaan $\{\hat{x}_{ik}\}$ yang meminimumkan suatu fungsi yang telah ditetapkan. Untuk meminimumkan barisan $\{\hat{x}_{i,k}\}$, persamaan (2) berkaitan dengan *fitting error* \hat{w}_{ik} , \hat{v}_{ik} , \hat{p}_{0k} sehingga model lengkap himpunan sinyal yang diukur $z = \{z_0, z_1, z_2, \dots, z_k\}$ berbentuk sebagai berikut :

$$E_0 \hat{x}_{0k} = F_{-1} \bar{x}_0 + \hat{p}_{0k} \quad (3)$$

$$E_{i+1} \hat{x}_{i+1k} = F_i \hat{x}_{ik} + G_{w,i} \hat{w}_{ik} + G_{v,i+1} \hat{v}_{i+1k} \quad (4)$$

$$z_0 = H_0 \hat{x}_{0k} + K_{v,0} \hat{v}_{0k} \quad (5)$$

$$z_{i+1} = H_{i+1} \hat{x}_{i+1k} + J_i \hat{x}_{ik} + K_{w,i} \hat{w}_{ik} + K_{v,i+1} \hat{v}_{i+1k} \quad (6)$$

dengan $i = 0, 1, 2, \dots, k-1$

Selanjutnya, untuk masalah *fitting* adalah menentukan \hat{x}_{kk} dan \hat{x}_{k-1k} sehingga diperoleh estimasi yang *smooth* dan *filtered*.

Jika $H_k = I$, $J_k = 0$, $K_{w,k} = 0$ dan $K_{v,k} = I$ pada model (3) – (6) maka diperoleh

$$z_k = \hat{x}_{kk} + \hat{v}_{kk} \quad (7)$$

Sehingga jika sinyal \hat{x}_{kk} diperoleh dari sinyal z_k , maka sinyal *error* \hat{v}_{kk} diperoleh dari sinyal z_k .

Rekursi Kalman Filter

Masalah *fitting* dalam bentuk kuadrat terkecil deterministik yang tersaring adalah menentukan barisan $\{\hat{x}_{0k}, \hat{x}_{1k}, \hat{x}_{2k}, \dots, \hat{x}_{kk}\}$ yang meminimumkan nilai *fitting error* $J_k(\{x_{ik}\}_{i=0}^k)$

$$J_0(x_{00}) := \frac{1}{2} \{ \|E_0 x_{00} - F_{-1} \bar{x}_0\|_{p_0^{-1}}^2 + \|v_{00}\|_{R_0^{-1}}^2 \}, \quad (8)$$

$$\text{terhadap } z_0 = H_0 x_{00} + K_{v,0} v_{00} \quad (9)$$

untuk $k = 0$ dan

$$J_k(\{x_{ik}\}_{i=0}^k) := \frac{1}{2} \{ \|E_0 x_{0k} - F_{-1} \bar{x}_0\|_{p_0^{-1}}^2 + \|v_{0k}\|_{R_0^{-1}}^2$$

$$+ \sum_{i=0}^{k-1} \begin{bmatrix} w_{ik} \\ v_{i+1k} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_i & S_i \\ S_i^T & R_{i+1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} w_{ik} \\ v_{i+1k} \end{bmatrix} \}$$

(10)

terhadap

$$E_{i+1} x_{i+1k} = F_i x_{ik} + G_{w,i} w_{ik} + G_{v,i+1} v_{i+1k}$$

$$z_{i+1} = H_{i+1} x_{i+1k} + J_i x_{ik} + K_{w,i} w_{ik} + K_{v,i+1} v_{i+1k}$$

$$\text{dengan } i = 0, 1, 2, \dots, k-1 \quad (11)$$

Untuk $k > 0$, dengan J_i menyatakan matriks untuk waktu tunggu. Untuk setiap $k \geq 0$ dapat dilihat bahwa persamaan (8) – (11) merupakan masalah optimisasi yang ekuivalen dengan masalah minimisasi berikut :

$$\min_{\mathfrak{S}_{kk} \mathfrak{S}_{kk}} \frac{1}{2} \mathfrak{S}_{kk}^T \mathfrak{R}_k^{-1} \mathfrak{S}_{kk} \quad (12)$$

$$\text{terhadap } \mathcal{P}_k \mathfrak{S}_{kk} + \ell_k \mathfrak{S}_{kk} - \tilde{\lambda}_k = 0 \quad (13)$$

dengan

$$\hat{x}_{00} := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}^T X \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F_{-1}\bar{x}_0 \\ z_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P_{00} := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{v,0} \\ 0 & I & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & K_{v,0}^T & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & -E_0^T & H_0^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}$$

Tahap k : Perbarui $\{\hat{x}_{k-1,k-1}, P_{k-1,k-1}\}$ menjadi $\{\hat{x}_{k,k}, P_{k,k}\}$ pada persamaan (14) dan (15).

Pada persamaan (14) dan (15) memiliki matriks terpusat yang simmetri dan memuat elemen yang sederhana. Sehingga bentuk \hat{x}_{k-1k} mempunyai bentuk :

$$\hat{x}_{k-1k} := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_{k-1k-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{k-1} & S_{k-1} & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{k-1}^T & R_k & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{k-1} & G_{w,k-1} & G_{v,k} & -E_k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{k-1} & K_{w,k-1} & K_{v,k} \\ I & I & 0 & 0 & F_{k-1}^T & J_{k-1}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & G_{w,k-1}^T & K_{w,k-1}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & G_{v,k}^T & K_{v,k}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -E_k^T & H_k^T & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_{k-1k-1} \\ 0 \\ 0 \\ z_k \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Teorema 3.1 menunjukkan eksistensi filter dengan asumsi *full* rank dari matriks $[F_i \ G_{w,i}]$ yang berkorespondensi dengan asumsi A1. Selanjutnya dari Teorema 3.1 juga diperoleh bahwa $G_{w,i} = G_i$, $G_{v,i} = 0$, $J_i = 0$, $K_{w,i} = 0$, $K_{v,i} = I$ dan $[F_i \ G_i]$ memiliki rank *full* baris untuk semua i . Maka dengan menggunakan invers matriks, persamaan (14) dan (15) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\hat{x}_{kk} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Y & -S_k & E_k \\ -S_k^T & R_k & H_k \\ E_k^T & H_k^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{k-1}\hat{x}_{k-1,k-1} \\ z_k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$P_{kk} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Y & -S_k & E_k \\ -S_k^T & R_k & H_k \\ E_k^T & H_k^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Karena $Y = F_{k-1}P_{k-1,k-1}F_{k-1}^T + G_{k-1}Q_{k-1,k-1}G_{k-1}^T$. Selanjutnya jika $S_i = 0$, maka diperoleh matriks invers sebagai berikut :

$$\hat{x}_{kk} = P_{kk}E_k^T(F_{k-1}P_{k-1,k-1}F_{k-1}^T + G_{k-1}Q_{k-1,k-1}G_{k-1}^T)^{-1}F_{k-1}\hat{x}_{k-1,k-1}P_{kk}H_k^TR_k^{-1}z_k \quad (19)$$

dan

$$P_{kk} = (E_k^T(F_{k-1}P_{k-1,k-1}F_{k-1}^T + G_{k-1}Q_{k-1,k-1}G_{k-1}^T)^{-1} \times E_k + H_k^TR_k^{-1}H_k)^{-1} \quad (20)$$

Sehingga dapat diperhatikan bahwa untuk $E_k = I$ persamaan (19) dan (20) merupakan solusi dari ruang keadaan *Kalman Filter*

KESTABILAN

Perhatikan bahwa persamaan (11) yang dinyatakan dalam persamaan *time invariant* sebagai berikut :

$$z_{i+1} = \varepsilon x_{i+1} + \alpha_i x_i + \beta v_{i+1}$$

dengan

$$z_{i+1} := \begin{bmatrix} 0 \\ z_{i+1} \end{bmatrix}; \quad \varepsilon := \begin{bmatrix} -E \\ H \end{bmatrix}; \quad \alpha := \begin{bmatrix} F \\ J \end{bmatrix}$$

$$\beta := \begin{bmatrix} G_w & G_v \\ K_w & K_v \end{bmatrix}; \quad V_{i+1} := \begin{bmatrix} w_i \\ v_{i+1} \end{bmatrix}; \quad i \geq 0$$

jika estimasi terbaik \hat{x}_{kk} dari x_k diberikan oleh persamaan (14), maka

$$\hat{x}_{kk} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & \beta & \varepsilon \\ 0 & I & 0 & \alpha^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & \beta^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^T & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_{k-1,k-1} \\ 0 \\ z_k \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

dengan Persamaan Aljabar Riccati dari persamaan (15) berbentuk :

$$P = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & \beta & \varepsilon \\ 0 & I & 0 & \alpha^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & \beta^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^T & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\text{dengan } R := \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix}$$

Matriks Q, R dan S adalah matriks yang tidak bergantung waktu dan disajikan dalam matriks pembobotan w_{ik} , v_{ik}

Lemma 4.1 Estimasi \hat{x}_{kk} dan korespondensi persamaan *Riccati* dari persamaan (21) dan (22) ditulis kembali dalam bentuk :

$$\hat{x}_{kk} = L_{31}\hat{x}_{k-1,k-1} + L_{33}z_k \quad (23)$$

$$P = L_{31}PL_{31}^T + L_{32}RL_{32}^T \quad (24)$$

Dengan

$$L := \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & \beta & \varepsilon \\ I & 0 & \alpha^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & \beta^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^T & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Definisi 4.1 P merupakan solusi kestabilan Persamaan Aljabar Riccati Jika P memenuhi (24) dan L_{31} stabil.

Lemma 4.2 Jika diberikan persamaan Riccati dari persamaan (24) dengan L seperti (25) Maka akan diperoleh $-L_{33}\alpha = L_{31}$.

Lemma 4.3 Jika diberikan matriks $A \in C^{m \times m}$, $B \in C^{n \times n}$ dan $\Gamma \in C^{m \times m}$, maka persamaan Stein $S - BSA = \Gamma$ (26) memiliki solusi tunggal jika dan hanya jika $\lambda_r, \mu_s \neq 1$ untuk setiap $\lambda_r \in \sigma(A)$ dan $\mu_s \in \sigma(B)$.

KESIMPULAN

Telah ditunjukkan bahwa pada masalah Kalman Filter untuk sistem linear dengan formulasi yang lebih umum. Dengan bentuk 9-block persamaan Riccati disajikan lebih sederhana. Sehingga pada kasus ini, dapat diperoleh solusi dari Kalman Filter.

DAFTAR PUSTAKA

- L. Dai. Impulsive modes and causality in singular systems. *Int. J. Control*, 50(4):1267–1281, 1989.
- M. Darouach, M. Zasadzinski, and D. Mehdi. State estimation of stochastic singular linear systems. *Int. J. Syst. Sci.*, 24(2):345–354, 1993.
- Z. Deng and Y. Liu. Descriptor Kalman estimators. *Int. J. Syst. Sci.*, 30(11):1205–1212, 1999.
- A. Germani, C. Manes, and P. Palumbo. Optimal linear filtering for stochastic Non-Gaussian descriptor systems. *40th IEEE Conf. Decision Control, Orlando, Florida, USA*, pages 2514–2519, December 2001.
- M. A. Hasan and M. R. Azim-Sadjani. Noncausal image modeling using descriptor approach. *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, 42(8):536–540, 1995.

- J. Y. Ishihara, A. F. Bianco, and M. H. Terra. A deterministic approach for optimal recursive prediction of singular discrete-time systems. *Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic, 2005*.
- J. Y. Ishihara, M. H. Terra, and J. C. T. Campos. Kalman estimators for discrete-time descriptor systems. *Proceedings of the 2004 American Control Conference, Boston, Massachusetts*, pages 188–193, July 2004.
- J. Y. Ishihara, M. H. Terra, and J. C. T. Campos. Robust Kalman filter for descriptor systems. *Proceedings of the 2004 American Control Conference, Boston, Massachusetts*, pages 194–199, July 2004.
- J. Y. Keller, S. Nowakowski, and M. Darouach. State estimation and failure detection in singular systems. *Control-Theory and Advanced Technology*, 8(4):755–762, 1992.
- D. V. Luenberger. Dynamic equations in descriptor form. *IEEE*
- J. S. Meditch. *Stochastic Optimal Linear Estimation and Control*. McGraw-Hill Book Company, 1969.
- J. K. Mills and A. A. Goldenberg. Force and position control of manipulators during constrained motion tasks. *IEEE Trans. Robot. Automat.* 68:30–46, 1989.
- R. Nikoukhah, S. L. Campbell, and F. Delebecque. Kalman filtering for general discrete-time linear systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 44(10):1829–1839, 1999.
- R. Nikoukhah, A. L. Willsky, and B. C. Levy. Kalman filtering and Riccati equations for descriptor systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 37(9):1325–1342, 1992.
- H. Zhang, L. Xie, and Y. C. Soh. Optimal recursive state estimation for singular stochastic discrete-time systems. *IEEE Conf. Decision Control, Tampa, Florida, USA*, pages 2908–2913, December 1998.
- H. S. Zhang, L. Xie, and Y. C. Soh. Optimal recursive filtering, prediction and smoothing for singular stochastic discrete-time systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 44(11):2154–2158, 1999.

PREMI PENSIUN UNTUK KASUS MULTIPLE DECREMENT DENGAN TINGKAT BUNGA RENDLEMAN-BARTTER

Hasriati¹, Anggia Fitri²

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau

Email:hasriati.hasri@gmail.com

ABSTRACT

This article discusses the present value of future benefit and the due life annuity of multiple decrements using Rendleman-Bartter interest rate model, have parameters β and σ to be estimated. Where the parameter in the model is estimated using MLE (maximum likelihood estimation) and then followed by a numerical approach using Newton-Raphson Method.

Keywords: Present Value, due life annuity, multiple decrements, Rendlemen-Bartter.

PENDAHULUAN

Berdasarkan Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 11 tahun 1992 tentang Dana Pensiun didefinisikan bahwa program pensiun adalah setiap program yang mengupayakan manfaat pensiun bagi peserta. Manfaat pensiun itu berupa pembayaran berkala yang diberikan setelah peserta mencapai usia pensiun.

Winklevoss [7, h. 10-22] menyatakan pensiun yang terjadi pada usia pensiun normal disebut pensiun usia normal. Adakalanya peserta akan pensiun sebelum mencapai usia pensiun normal, yang disebut dengan pensiun dipercepat. Terjadinya pensiun dipercepat dipengaruhi oleh banyak faktor seperti faktor lamanya masa kerja, status kesehatan, besar manfaat pensiun, pekerjaan, gender dan usia.

Manfaat pensiun dapat diberikan karena beberapa faktor diantaranya beberapa kasus yang menimpa pekerja suatu perusahaan. Ada berbagai kasus yang menyebabkan penyusutan itu terjadi, penyebab penyusutan yang lebih dari satu kasus disebut *multiple decrement*, yang mana pada kasus ini dibatasi hanya dua kasus. Manfaat pensiun yang akan diterima oleh peserta asuransi dalam pendanaan pensiun bergantung pada besar premi pensiun. Premi pensiun dipengaruhi oleh jenis asuransi dan anuitas. Premi tahunan adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan oleh peserta asuransi kepada perusahaan asuransi setiap setahun sekali dalam batas waktu sepanjang kontrak asuransi yang telah disepakati dan premi tunggal adalah pembayaran premi asuransi yang dilakukan peserta hanya sekali selama waktu kontrak yang telah disetujui saat masuk menjadi peserta asuransi.

Futami [5, h. 9] menjelaskan anuitas (*annuity*) merupakan serangkaian pembayaran dalam jumlah tertentu yang dilakukan dalam jangka waktu tertentu. Anuitas yang pembayarannya dikaitkan dengan hidup dan meninggalnya seseorang disebut dengan anuitas hidup (*life annuity*). Pada asuransi dana pensiun untuk kasus *multiple decrement* pembayaran anuitasnya berlangsung setiap awal tahun dan akan berakhir bila jangka waktu pertanggunganaan mencapai jangka waktu $w-x-1$ tahun. Anuitas juga menggunakan asumsi uniform dan dipengaruhi oleh tingkat bunga.

Pada makalah akan digunakan tingkat bunga Rendleman-Bartter, yang mana model tersebut adalah salah satu model *equilibrium one factor* yang mendeskripsikan pergerakan tingkat bunga jangka pendek (*short rate*). Sehingga premi yang akan dihitung dipengaruhi oleh tingkat bunga model Rendleman-Bartter.

KAJIAN LITERATUR DAN PENGEMBANGAN HIPOTESA

Peluang keluar untuk kasus *multiple decrement* dan nilai sekarang dari manfaat pensiun

Pada perhitungan peluang keluar dan peluang bertahan untuk kasus *multiple decrement*, terlebih dahulu ditentukan fungsi survival. Fungsi survival merupakan fungsi yang menyatakan seseorang dapat bertahan hidup hingga beberapa tahun berikutnya. Fungsi $F_{T(x)}$ menyatakan peluang seseorang berusia x tahun bertahan hidup hingga t tahun yang akan datang. Fungsi survival untuk variabel acak kontinu $T(x)$ yaitu [6, h. 90]

$$S_{T(x)} = 1 - F_{T(x)}(t), t \geq 0.$$

Berikut ini diuraikan fungsi kepadatan peluang untuk kasus *multiple decrement*. Peluang keluar untuk kasus *multiple decrement* yaitu [1, h. 310]

$${}_tq_x^{(j)} = \int_0^t F_{t(x)} \cdot J(x)(t, j) dt, \quad (1)$$

Untuk peluang keluar untuk kasus total adalah

$${}_tq_x^{(T)} = \sum_{j=1}^m {}_tq_x^{(j)} \quad (2)$$

Peluang keluar untuk kasus *multiple decrement* dipengaruhi percepatan mortalita, yang mana untuk kasus j dapat dinyatakan

$$\mu_x^{(j)}(t) = \frac{1}{{}_tp_x^{(T)}} \frac{d}{dt} ({}_tq_x^{(j)}) \quad (3)$$

Peluang keluar digunakan asumsi *uniform* untuk kasus *multiple decrement* dinyatakan sebagai berikut [5, h. 104]

$${}_tq_x^{(j)} = t \cdot q_x^{(j)} \quad (4)$$

${}_tq_x^{(j)}$ merupakan peluang keluar peserta asuransi yang berusia x sampai $x + t$ tahun dan $\mu_x^{(j)}(t)$ merupakan percepatan mortalita dari peserta asuransi, sehingga peluang keluar untuk kasus *multiple decrement* dapat ditulis [1, h. 313]

$${}_tq_x^{(j)} = \int_0^t {}_tp_x^{(T)} \mu_x^{(j)}(t) dt \quad (5)$$

Sehingga peluang keluar untuk kasus *multiple decrement* dengan asumsi *uniform* pada interval $[0,1]$ untuk dua kasus adalah sebagai berikut:

(i). Meninggal dunia, ($j = 1$)

$$q_x^{(1)} = q_x^{1(1)} \left(1 - \frac{1}{2} q_x^{1(2)} \right) \quad (6)$$

(ii). Cacat permanen, ($j = 2$)

$$q_x^{(2)} = q_x^{1(2)} \left(1 - \frac{1}{2} q_x^{1(1)} \right) \quad (7)$$

Di dalam Winklevoss [7, h. 72] dijelaskan bahwa *Present Value Benefit Future (PVFB)* adalah nilai sekarang dari manfaat pensiun berkala yang akan diterima oleh peserta program pensiun di masa yang akan datang. Secara matematis dirumuskan

$$\tilde{A}_x = B_x w_{-x} p_x v^{w-x} \ddot{a}_x \quad (8)$$

Pada persamaan (8) nilai sekarang untuk kasus *multiple decrement* dapat dinyatakan

$$\tilde{A}_x = B_x \cdot {}_{w-x}p_x^{(T)} v^{w-x} \ddot{a}_r \quad (9)$$

Anuitas awal seumur hidup dan premi tahunan

Anuitas yang digunakan pada perhitungan asuransi pensiun ini adalah anuitas awal seumur hidup, yaitu anuitas yang pembayarannya pada tiap awal tahun polis dilakukan selama tertanggung (peserta asuransi pensiun) masih hidup [3, h. 9].

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{w-x-1} v^t (1 - {}_tq_x^{(T)}) \quad (10)$$

sehingga dengan menggunakan asumsi *uniform* pada persamaan persamaan (4) dan mensubstitusikan persamaan 2 ke persamaan (10) diperoleh

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{w-x-1} v^t - v^t \cdot t \cdot q_x^{1(1)} - v^t \cdot t \cdot q_x^{1(2)} + v^t \cdot t \cdot q_x^{1(1)} q_x^{1(2)} \quad (11)$$

Misalkan *Total Normal Cost* (TNC) yang disimbolkan dengan P yang menyatakan besarnya premi keseluruhan yang dibayarkan oleh peserta asuransi dana pensiun dan *Present Value of Pension Benefit* (PVFB) disimbolkan dengan \tilde{A}_x yang menyatakan jumlah dari nilai sekarang manfaat pensiun dengan perhitungan nilai tunai anuitasnya, F menyatakan jumlah akumulasi dana pensiun yang diberikan perusahaan kepada karyawan atau pegawai peserta asuransi dana pensiun dan \ddot{a}_r adalah nilai tunai anuitas seumur hidup untuk yang berusia x tahun. Secara umum dapat ditulis

$$P = \frac{\tilde{A}_x - F}{\ddot{a}_x} \quad (12)$$

Dalam menghitung nilai peluang hidup dan peluang meninggal diperlukan tabel mortalita. Menentukan premi juga dipengaruhi oleh faktor diskon. Besar nilai faktor diskon dipengaruhi oleh tingkat bunga, faktor diskon dinotasikan dengan v dan tingkat bunga yang dinotasikan dengan i . Tingkat bunga merupakan persentase dari nilai bunga. Hubungan antara tingkat bunga dan faktor diskon dinyatakan dengan

$$v = \frac{1}{1+i} \quad (13)$$

Menurut Bowers et al. [1, h. 645] untuk tingkat bunga yang tidak konstan, yaitu tingkat bunga selama t tahun berturut-turut r_1, r_2, \dots, r_t faktor diskonnya dinyatakan oleh

$$v^t = \frac{1}{\prod_{t=1}^n (1+r(t))} \quad (14)$$

Tingkat bunga model Rendleman-Bartter

Model Rendleman-Bartter ditemukan oleh Richard J. Rendleman dan Birt J. Bartter [4, h. 242]. Model Rendleman-Bartter dinyatakan dalam bentuk persamaan differensial stokastik sebagai berikut:

$$dr_t = \beta r_t dt + \sigma r_t dW_t, \quad (15)$$

dengan r_t menyatakan tingkat bunga model Rendleman--Bartter, β menyatakan ekspektasi laju *return*, σ menyatakan standar deviasi yang menunjukkan volatilitas tingkat bunga, W_t menyatakan proses Wiener dan t menyatakan waktu.

Persamaan differensial pada persamaan (15) diselesaikan, dengan r_0 menyatakan tingkat bunga pada saat t_0 sehingga diperoleh solusi eksplisit model Rendleman-Bartter

$$r_t = r_0 \exp\left(\left(\beta - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t\right). \quad (16)$$

METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Mencari nilai parameter β dan σ dari tingkat bunga Rendleman-Bartter.
2. Selanjutnya nilai parameter tingkat bunga model Rendleman-Bartter disubstitusikan ke faktor diskon dengan nilai r_t pada persamaan (16).
3. Selanjutnya substitusikan faktor diskon dengan tingkat bunga Rendleman-Bartter ke nilai tunai anuitas seumur hidup awal.
4. Menentukan nilai sekarang dari manfaat pensiun untuk kasus *multiple decremenet*.
5. Menentukan premi tahunan pensiun untuk kasus *multiple decrement* dengan tingkat bunga Rendleman-Bartter.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Tingkat bunga Rendleman-Bartter merupakan tingkat bunga yang tidak kosntan, diperoleh dengan menentukan nilai parameternya. Kemudian persamaan (16) dicari fungsi kepadatan peluang dengan menggunakan metode maksimum *likelihood* dan dilakukan turunan parsial terhadap β dan σ yaitu

$$\beta = \frac{-\ln r_0 + \ln r_n + \frac{n}{2}\sigma^2 \delta t}{n\delta t}, \quad (17)$$

dan

$$\sigma = \frac{\left((-8(\sum_{i=1}^n r_i)\delta t + 4\ln^2(\sum_{i=1}^n r_i^2) + n\delta^2 t^2) + 4n \ln \delta t - 4(\sum_{i=1}^n r_i^2)\delta t + 8(\sum_{i=1}^n r_i \ln(i-1)) - 8\beta(\sum_{i=1}^n \ln(r_{i-1}))\delta t + 4n \delta^2 t^2 \beta^2\right)}{(18)}$$

Karena persamaan (17) dan (18) masing-masing masih bergantung pada β dan σ , maka metode maksimum *likelihood* tidak dapat menentukan parameternya, sehingga dilakukan pendekatan numerik dengan menggunakan metode Newton-Raphson yang menggunakan *software* Matlab.

Taksiran parameter tingkat bunga Rendleman-Bartter dengan metode Newton-Raphson dinyatakan dengan $\beta_{t+1} = \bar{\beta}$ dan $\sigma_{t+1} = \bar{\sigma}$. Dengan toleransi *error* yang digunakan adalah sebesar $TOL = 10^{-6}$ dengan 50 iterasi, dan data BI *rate* dari tahun 2006 sampai 2015 dengan taksiran awal $\beta_0 = 0,1$ dan $\sigma_0 = 0,2$ diperoleh taksiran parameter tingkat bunga model Rendleman-Bartter yaitu $\bar{\beta} = 0,0378$ dan $\bar{\sigma} = 0,276$.

Selanjutnya substitusikan persamaan (16) dan nilai parameter β dan σ kepersamaan (14) dengan interval waktu $t+1$, sehingga di peroleh

$${}^{RB}v^t = \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} \left(1 + r(0) \exp\left(\left(0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2\right)t + 0,276 W_t\right)\right)}$$

(19)

Kemudian persamaan (19) disubstitusikan kepersamaan (11), sehingga diperoleh nilai tunai anitas dengan tingkat bunga Rendleman-Bartter yaitu

$$\begin{aligned} \ddot{a}_x &= \sum_{t=0}^{w-x-1} \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \\ &- \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(1)} \\ &- \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(2)} \\ &+ \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(1)} q_x^{1(2)} \end{aligned} \quad (20)$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan persamaan (20) kepersamaan (9) maka diperoleh nilai sekarang dari manfaat pensiun untuk kasus *multiple decrement* dengan tingkat bunga Rendleman-Bartter

$$\begin{aligned} \tilde{A}_x &= B_x \cdot {}_{w-x}p_x^{(T)} \cdot {}^{RB}v^{w-x} \\ &\sum_{t=0}^{w-x-1} \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \\ &- \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(1)} \\ &- \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(2)} \\ &+ \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(1)} q_x^{1(2)} \end{aligned} \quad (21)$$

Sehingga premi tahunan pensiun untuk kasus *multiple decrement* dengan tingkat bunga Rendleman-Bartter diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (20) dan persamaan (21) kepersamaan (12) yaitu

$$\begin{aligned} & \cdot {}_{w-x}p_x^{(T)} \cdot {}^{RB}v^{w-x} \\ & \sum_{t=0}^{w-x-1} \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \\ & - \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(1)} \\ & - \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(2)} \\ & + \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} B_x \cdot t \cdot q_x^{1(1)} q_x^{1(2)} - F \\ P &= \frac{\cdot {}_{w-x}p_x^{(T)} \cdot {}^{RB}v^{w-x} \sum_{t=0}^{w-x-1} \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} - \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(1)} - \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(2)} + \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(1)} q_x^{1(2)} - F}{B_x \cdot {}_{w-x}p_x^{(T)} \cdot {}^{RB}v^{w-x} \sum_{t=0}^{w-x-1} \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} - \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(1)} - \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(2)} + \frac{1}{\pi_{t=1}^{n+1} (1+r(0) \exp((0,378 - \frac{1}{2}(0,276)^2)t + 0,276 W_t))} \cdot t \cdot q_x^{1(1)} q_x^{1(2)}} \end{aligned}$$

Contoh: Seorang karyawan di sebuah perusahaan perkebunan kelapa sawit yang mengikuti program asuransi dana pensiun pada tanggal 29 april 1993 di usia 26 tahun. Usia pensiun yang ditentukan perusahaan adalah $w=56$. Dia lahir pada tanggal 19 maret 196, sehingga dia pensiun pada tanggal 19 maret 2023. Gaji pokok yang dia terima tiap bulannya sebesar Rp 2.285.245,00, tahun pertama kerja kenaikan gaji sebesar $e=9\%$ pertahun, dan nilai manfaat pensiun yang diberikan kepada peserta asuransi dana pensiun adalah sebesar $k=2\%$. Pada bulan juli 2015, dia mengalami kecelakaan yang mengakibatkan meninggal dunia pada usia 48 tahun. Jika tingkat bunga yang berlaku $r(0)=0.07$. Pihak asuransi akan menghitung kemudian akan dihitung besar premi pensiun untuk kasus *multiple decrement* dengan tingkat bunga Rendleman-Bartter. Dari kasus di atas diketahui usia masuk $x=26$, usia untuk pensiun normal $w=56$, usia pensiun untuk kasus *multiple decrement* 48 tahun. Proporsi gaji $k=2\%$, kenaikan gaji $e=9\%$, tingkat bunga $r(0)=0,07$ dan $t = 31$. Pembayaran dilakukan setiap awal tahunnya dan gaji pada bulan pertama $s_{\overline{26}|} = \text{Rp } 2.285.245,00$.

Tabel 1. Untuk faktor diskon tingkat bunga Rendleman-Bartter untuk $t=31$

x	t	v^t
26	0	0.74294
27	1	0.74295
28	2	0.74296
29	3	0.74298
30	4	0.74299
⋮	⋮	⋮
51	25	0.74322
52	26	0.74323
53	27	0.74324
54	28	0.74325
55	29	0.74326
56	30	0.74327

T	\ddot{a}_x	PVFB	P
0	0.74294	Rp. 0.00	Rp. 0.00
1	0.74154	Rp. 603,899.01	Rp. 4,094.971727
2	0.74028	Rp. 1,976,553.11	Rp. 302,641.7784
3	0.73912	Rp. 4,312,705.02	Rp. 736,161.2051
4	0.73800	Rp. 7,841,475.42	Rp. 1,281,699.633
⋮	⋮	⋮	⋮
25	0.66323	Rp. 1,591,191,162.49	Rp. 79,163,674.2
26	0.65555	Rp. 1,876,030,601.28	Rp. 90,437,049.6
27	0.64643	Rp. 2,205,713,362.89	Rp. 103,172,351.6
28	0.63616	Rp. 2,586,670,294.34	Rp. 117,557,852

29	0.62446	Rp. 3,026,187,051.66	Rp. 133,807,823.5
30	0.61187	Rp. 4,362,244,788.36	Rp. 191,083,091.9

Tabel 2. Premi pensiun untuk kasus *multiple decrement* dengan tingkat bunga Rendleman-Bartter, F menyatakan jumlah akumulasi dana pensiun yang diberikan perusahaan kepada karyawan atau pegawai peserta asuransi dana pensiun dinyatakan dengan (B_x)

KESIMPULAN

Kesimpulan yang didapatkan dari pembahasan artikel yaitu untuk menentukan premi pensiun menggunakan tingkat bunga model Rendleman-Bartter memperhatikan besar dana pensiun yang dipengaruhi besar gaji yang diperoleh oleh peserta asuransi dana pensiun dan tingkat kenaikan gaji (e) serta akumulasi gaji keseluruhan peserta asuransi dana pensiun (B_x). Karena jumlah peserta asuransi dana pensiun cenderung berkurang menjelang masa pensiun tiba yang disebabkan oleh dua kasus, untuk itu digunakan kasus *multiple decrement* dalam perhitungan peluang bertahan dan peluang keluar peserta asuransi dana pensiun dengan asumsi *uniform*. Sehingga jika usia terjadinya pensiun semakin lama maka besar premi pensiun yang akan dibayar semakin besar, dan sebaliknya jika usia terjadinya pensiun lebih cepat maka premi yang akan dibayar juga semakin kecil.

Dalam perhitungan digunakan kasus *multiple decrement*, dalam hal ini di batasi untuk dua kasus yaitu meninggal dunia dan cacat permanent. Model tingkat bunga Rendleman-Bartter dipengaruhi oleh nilai parameternya yaitu β dan σ , yang mana nilai parameternya dapat berubah-ubah setiap saat. Jika nilai parameter β dan σ kecil, maka faktor diskonnya akan besar, sebaliknya jika nilai parameternya β dan σ besar maka faktor diskonnya akan kecil.

DAFTAR PUSTAKA

- N. L. Bowers, H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones dan C. J. Nesbitt. *Actuarial Mathematics, The Society of Actuaries, Schaumburg, 1997.*
- T. Futami, *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian I. Terj. dari Seimei Hoken Sugaku, Jokan(92 Revision)*, oleh G. Herliyanto, Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Tokyo, 1993.
- J. C. Hull, *Options, Futures, and Other Derivative, Fifth Edition*, Education International, Upper Saddle River, 2003.
- S. D. Promislow, *Fundamental of Actuarial Mathematics, Second Edition*, John Wiley & Sons., Toronto, 2011.
- R. E. Walpole, R. H. Myers, S. L. Myers dan K. Ye. *Probability and Statistics for Engineers and Scientists, Ninth Edition*, Pearson Education International, Upper Saddle River, 2012.
- H. E. Winklevoss, *"Pension Mathematics With Numerical Illustrations"*, University of Pennsylvania Press, Philadelphia, 1976.

APLIKASI SIMULASI MONTE CARLO DAN METODE PERT/CPM PADA JARINGAN KERJA: SEBUAH KAJIAN SURVEI

M. D. H. Gamal dan Erni Pratiwi

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau, Pekanbaru

E-Mail : mdhgamal@unri.ac.id

ABSTRAK

Artikel ini membahas optimisasi penjadwalan proyek pembuatan kapal menggunakan simulasi Monte Carlo dan metode PERT/CPM. Kedua Metode ini menggunakan jaringan kerja untuk memudahkan penjadwalan proyek. Hasil komputasi menunjukkan bahwa penjadwalan proyek menggunakan simulasi Monte Carlo lebih baik daripada metode PERT/CPM.

Kata kunci: Jaringan kerja, metode PERT/CPM, simulasi Monte Carlo

PENDAHULUAN

Seiring perkembangan zaman, sangat diperlukannya penggunaan waktu yang efisien dan efektif. Di dalam sebuah perencanaan proyek, waktu pengerjaan merupakan suatu hal yang harus sangat diperhatikan. Ganame dan Chaudhari [3] mengutarakan bahwa suatu proyek diharapkan akan selesai dalam jangka waktu tertentu tanpa ada penundaan. Jika penyelesaian aktivitas proyek tertunda, maka akan mengakibatkan terjadinya keterlambatan penyelesaian proyek. Hal ini akan menyebabkan meningkatnya biaya proyek serta kemungkinan kontraktor harus menghadapi hukuman. Sangatlah penting bagi seorang kontraktor untuk mengikuti jadwal proyek yang telah dirancang.

Wuliang dan Hua [10] menjelaskan bahwa dalam sebuah manajemen proyek, tahap perencanaan dan pengendalian proyek merupakan persoalan paling utama yang harus diperhatikan. Penjadwalan proyek sangat menentukan waktu penyelesaian proyek, kinerja ekonomi proyek, tingkat keuntungan dan reputasi perusahaan. *Plan Evaluation Review Technology* (PERT) dan *Critical Path Method* (CPM) merupakan dua alat yang sangat populer dalam menentukan penjadwalan proyek.

Catwal [1] menjelaskan bahwa metode PERT dan CPM merupakan teknik yang dapat digunakan untuk merencanakan penjadwalan, menentukan anggaran dan mengendalikan berbagai aktivitas yang terkait dengan proyek penjadwalan. Di dalam Winston dan Albright [9, h. 863] dijelaskan bahwa metode CPM digunakan ketika durasi dari setiap rangkaian aktivitas proyek diketahui secara pasti, sedangkan metode PERT digunakan ketika terjadinya ketidakpastian durasi pada aktivitas proyek.

Di dalam Hillier dan Lieberman [2, h. 445] diterangkan bahwa teknik simulasi telah lama menjadi alat penting dari proses rancangan. Simulasi di dalam riset operasi berkaitan dengan pengembangan rancangan atau prosedur operasi untuk beberapa sistem stokastik. Model yang dihasilkan dari sistem simulasi ini merupakan peristiwa secara acak dengan probabilitas keberhasilannya.

Wuliang dan Hua [10] mengutarakan bahwa simulasi Monte Carlo adalah kelas yang luas dari algoritma komputasi yang mengandalkan bilangan sampel acak untuk memperoleh hasil numerik. Metode Monte Carlo sering digunakan dalam masalah fisika dan matematika. Metode Monte Carlo sering digunakan dalam tiga kelas masalah yang berbeda yaitu optimasi, integrasi numerik dan generasi dari distribusi probabilitas. Saat ini, alat-alat dan teknologi

untuk penjadwalan proyek sudah populer dan dapat diterima. Hal ini merupakan dasar untuk menerapkan teori-teori yang terkait dalam manajemen proyek, untuk mempromosikan penerapan metode Monte Carlo dalam manajemen proyek.

Oktavera dan Saraswati [4] menjelaskan bahwa simulasi Monte Carlo banyak digunakan dalam masalah statistik dimana solusi analitis tidak membawa hasil, risiko penilaian yang berkaitan dengan dampak lingkungan, biaya dan rekayasa. Simulasi Monte Carlo menggunakan sampel acak dari peluang masing-masing variabel aktivitas.

Di dalam Roy [5, h. 33] dijelaskan bahwa meskipun simulasi Monte Carlo merupakan sebuah metode yang sangat bermanfaat untuk diaplikasikan dalam bidang manajemen proyek, namun di dalam prakteknya metode ini belum banyak digunakan oleh para manajer proyek, kecuali disyaratkan oleh organisasi atau perusahaannya. Alasan utama simulasi Monte Carlo jarang digunakan oleh kebanyakan manajer proyek adalah kurangnya pemahaman terhadap metode Monte Carlo dan statistik. Manajer proyek umumnya menganggap penggunaan metode ini sebagai beban terhadap organisasi atau perusahaannya.

Pada artikel ini penulis memaparkan penyelesaian penjadwalan proyek pembuatan kapal bermuatan 50 ton yang diproduksi oleh perusahaan Galangan Citra Bersama, dengan menggunakan simulasi Monte Carlo dan metode PERT/CPM. Metode PERT/CPM digunakan untuk menentukan probabilitas durasi setiap aktivitas dan mengetahui lamanya durasi penyelesaian proyek secara keseluruhan berdasarkan durasi lintasan kritis (LK). LK merupakan lintasan terpanjang dari alur jaringan kerja suatu proyek. Berdasarkan probabilitas keberhasilan penyelesaian proyek dari kedua metode ini, akan dilihat metode mana yang lebih baik, guna membantu manajer proyek dalam menyelesaikan masalah penjadwalan proyek dengan mudah.

METODE PERT/CPM

Di dalam Taha [7, h. 293] diuraikan bahwa parameter PERT merupakan taksiran-taksiran durasi yang digunakan untuk setiap aktivitas, hal ini dikarenakan durasi penyelesaian aktivitas tidak dapat diketahui secara pasti, sehingga terdapat tiga jenis taksiran durasi yang digunakan oleh PERT. Untuk setiap aktivitas PERT mengharuskan manajer proyek memperkirakan tiga durasi sebagai berikut:

- i. m yaitu perkiraan durasi yang paling mungkin.
- ii. a yaitu perkiraan durasi pada kondisi yang paling menguntungkan.
- iii. b yaitu perkiraan durasi pada kondisi paling tidak menguntungkan.

Di dalam Winston [8, h. 472] diterangkan bahwa nilai harapan t_e dan variansi σ dari setiap aktivitas proyek, dapat dinyatakan dengan rumus berikut:

$$t_e = \frac{a + 4m + b}{6}, \quad (1)$$

dan

$$\sigma = \left[\frac{b - a}{6} \right]^2. \quad (2)$$

Di dalam Winston [8, h. 472] dijelaskan bahwa PERT membutuhkan asumsi bahwa durasi dari semua aktivitas independen. LK memiliki lama durasi dan variansi yang dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{Durasi LK} = \sum_{t_e \in \text{LK}} \mu_{t_e}, \quad (3)$$

dan

$$\text{Variansi LK} = \sum_{t_e \in \text{LK}} \sigma_{t_e}. \quad (4)$$

Setelah memperoleh t_e dari seluruh aktivitas, dilakukan analisis penjadwalan dengan menggunakan metode CPM, yaitu menentukan durasi proyek secara keseluruhan berdasarkan LK. Untuk mengetahui LK suatu proyek diperlukan penjadwalan aktivitas proyek. Di dalam Hillier dan Lieberman [2, h. 477] dijelaskan bahwa penjadwalan aktivitas proyek dilakukan untuk mengetahui kapan waktu memulai pengerjaan suatu aktivitas paling cepat (ES) dan waktu selesai pengerjaan paling cepat (EF), serta waktu memulai pengerjaan suatu aktivitas paling lama (LS) dan waktu selesai pengerjaan paling lama (LF).

Perhitungan EF dan ES dilakukan dari aktivitas pertama. Jika ES dari aktivitas pertama sama dengan nol, maka EF dan ES dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$EF = ES + \text{durasi dari aktivitas}, \quad (5)$$

dan

$$ES = EF \text{ terbesar dari aktivitas pendahulunya.} \quad (6)$$

Untuk perhitungan LS dan LF dilakukan dari aktivitas terakhir. Jika LF aktivitas terakhir sama dengan EF aktivitas terakhir, maka LS dan LF dapat ditentukan dengan rumus

$$LS = LF - \text{durasi dari aktivitas}, \quad (7)$$

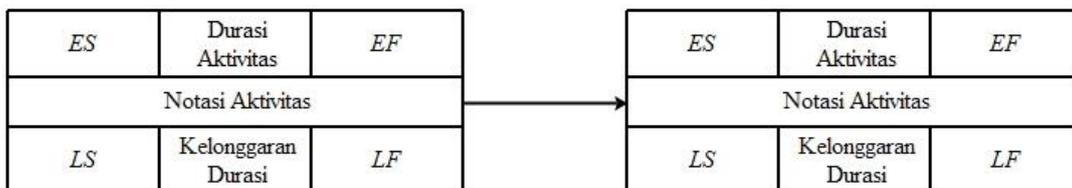
dan

$$LF = LS \text{ terkecil dari aktivitas sesudahnya.} \quad (8)$$

LK pada metode CPM dapat dilihat dari kelonggaran durasi dari setiap aktivitas proyek. Di dalam Hillier dan Lieberman [2, h. 477] dijelaskan bahwa mengidentifikasi kelonggaran durasi dalam penjadwalan ini bertujuan untuk mengetahui aktivitas mana saja yang dalam waktu pengerjaannya dapat terlambat dalam durasi tertentu, tetapi tidak menunda penyelesaian proyek secara keseluruhan. Jika kelonggaran durasi dari suatu aktivitas sama dengan nol, maka aktivitas tersebut merupakan aktivitas kritis, yaitu aktivitas yang berada dalam LK. Kelonggaran durasi setiap aktivitas proyek dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Kelonggaran durasi} = LF - EF = LS - ES. \quad (9)$$

Di dalam suatu jaringan kerja untuk memudahkan seorang manajer melihat te , ES , EF , LS , LF dan kelonggaran durasi dari setiap aktivitas, digunakanlah notasi jaringan kerja seperti pada Gambar 1.



Gambar 1: Jaringan kerja penjadwalan aktivitas

Misalkan seorang manajer menginginkan penyelesaian proyek lebih cepat dari waktu penyelesaian proyek normal maka akan dilakukan *crashing* proyek. Shanmugasundaram dan Kumar [6] menjelaskan bahwa *crashing* proyek adalah metode yang digunakan untuk mempersingkat durasi proyek dengan cara mengurangi durasi aktivitas kritis. *Crashing* proyek mengacu pada mengambil langkah-langkah khusus yang memerlukan biaya lebih mahal dengan tujuan untuk mengurangi panjangnya durasi penyelesaian suatu proyek. Di dalam Hillier dan Lieberman [2, h. 491] disebutkan bahwa jika T didefinisikan sebagai sembarang durasi yang berkaitan dengan durasi penyelesaian sebuah proyek, maka probabilitas keberhasilan dari T berdasarkan distribusi normal dapat ditentukan dengan rumus

$$Z = \frac{T - \mu_{t_e}}{\sqrt{\sigma_{t_e}}}. \quad (10)$$

TEORI SIMULASI MONTE CARLO

Di dalam Taha [7, h. 605] diterangkan bahwa salah satu simulasi dengan teknik Monte Carlo merupakan bentuk pemodelan yang memperkitakan stokastik dari parameter deterministik berdasarkan sampel acak. Di dalam Winston [8, h. 1165] diterangkan bahwa bilangan acak didefinisikan sebagai sampel acak independen, yang diambil dari distribusi seragam yang fungsi kepadatan probabilitas (*pdf*) diberikan oleh

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{untuk } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{untuk yang lainnya} \end{cases}$$

Langkah-langkah dalam melakukan perhitungan simulasi Monte Carlo untuk optimisasi penjadwalan proyek dapat dilakukan sebagai berikut:

Langkah 1. Menentukan banyaknya iterasi yang akan dilakukan. Simulasi Monte Carlo dapat memprediksi kesalahan (*error*) dari simulasi terhadap jumlah iterasinya. Jika jumlah iterasi sebesar n dan standar deviasi σ , maka total *error* dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$\varepsilon = \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}.$$

σ dihitung berdasarkan seluruh anggota yang terdapat di dalam simulasi. Jika x merupakan anggota simulasi dan k banyaknya anggota simulasi, maka σ dapat ditentukan dengan rumus sebagai berikut:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{k}} \quad (11)$$

Jika diinginkan nilai *absolute error* yang kurang dari 2%, maka nilai tersebut diperoleh dengan menggunakan rumus

$$\varepsilon = \frac{\bar{x}}{\left(\frac{1}{0,02}\right)}.(12)$$

Sehingga jumlah iterasi yang dibutuhkan untuk mendapatkan hasil *error* yang kurang dari 2% dapat ditentukan dengan rumus

$$n = \left(\frac{3\sigma}{\varepsilon}\right)^2.(13)$$

Langkah 2. Menentukan nilai durasi maksimum dan durasi minimum dari setiap aktivitas.

Langkah 3. Membangkitkan bilangan acak dengan menggunakan fungsi = ()*RAND* pada *Microsoft Excel*.

Langkah 4. Melakukan iterasi pada setiap aktivitasnya dengan menggunakan formula = ()*RAND* * (durasi maksimum-durasi minimum) + durasi minimum.

Langkah 5. Melakukan uji *Data Analysis* pada *Microsoft Excel* untuk melihat probabilitas keberhasilan dari setiap kemungkinan durasi penyelesaian proyek secara keseluruhan.

PERHITUNGAN OPTIMISASI PENJADWALAN PROYEK DENGAN SIMULASI MONTE CARLO

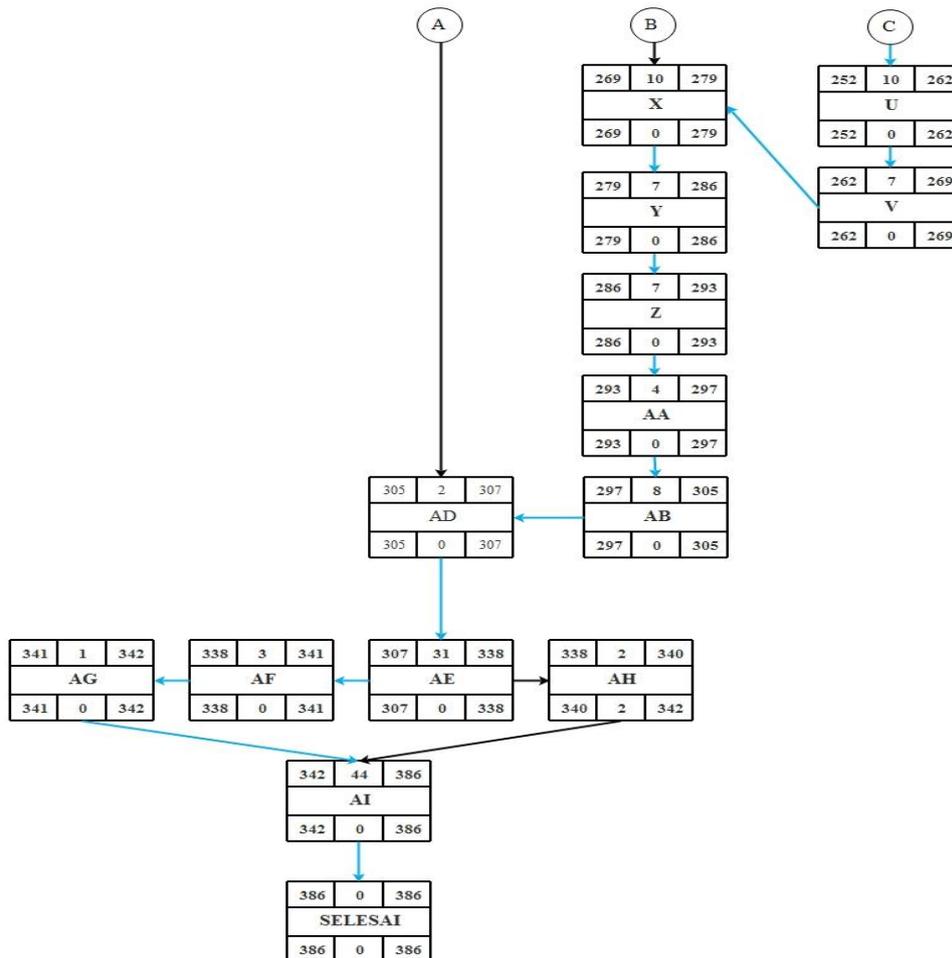
Aktivitas-aktivitas yang dilakukan ketika memproduksi kapal kayu bermuatan 50 ton serta notasi yang digunakan, dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1: Aktivitas-aktivitas produksi kapal kayu bermuatan 50 ton

Nama Aktivitas	Notasi	Nama Aktivitas	Notasi
Membuat kontrak pemesanan	A	Pemasangan galang dek	S
Pemesanan lunas, sauk dan stantiup	B	Pemasangan lepe-lepe	T
Pengakuan lunas, sauk dan stantiup	C	Pemasangan dek	U
Persiapan galangan dan bangsal	D	Pemasangan papan induk kamar	V
Pemesanan papan	E	Pemesanan tajuk dinding angin	W
Pengetaman 30 keping papan	F	Pemasangan tajuk dinding angin	X
Pengeringan papan	G	Pemasangan papan dinding angin	Y
Penyusunan papan setengah badan kapal	H	Pemasangan tutup dinding angin	Z
Membuat mal tajuk dan gading	I	Pemasangan papan apit dinding angin	AA
Pemesanan tajuk dan gading	J	Pemasangan senta dinding angin, senta tutup tajuk dan senta gading	AB
Pemasangan tajuk dan gading	K	Pemesanan lunas dalam	AC
Pemasangan baut	L	Pemasangan lunas dalam	AD

Pengetaman 70 keping papan	M	Pemakalan	AE
Pengeringan papan	N	Membuat landasan penurunan	AF
Pemasangan papan untuk penyelesaian badan kapal	O	Penurunan	AG
Pemasangan papan kong belakang	P	Pemesanan bahan rumah kapal	AH
Pemotongan kepala tajuk	Q	Pembuatan rumah kapal	AI
Pemesanan galang dek	R		

Berdasarkan perhitungan dengan menggunakan rumus pada persamaan (1), (2), (5), (6), (7) dan (8), diperoleh jaringan kerja untuk proses produksi kapal yang dapat dilihat pada Gambar 2. Panah biru pada gambar menunjukkan LK.



Gambar 2: Linasn kritis proyek produksi kapal bermuatan 50 ton

Simulasi Monte Carlo merupakan salah satu metode pengoptimalan penjadwalan proyek dengan memanfaatkan bilangan acak. Perhitungan pengoptimalan waktu penjadwalan dengan simulasi Monte Carlo mengikuti formula langkah 1 sampai dengan langkah 5. Durasi maksimum diperoleh berdasarkan perhitungan t_e pada persamaan (1), sedangkan durasi minimum diperoleh berdasarkan pengalaman dengan cara penambahan tukang, disebut dengan durasi *crash*.

Durasi *crash* didefinisikan sebagai nilai sampel $x_1=268$ dan durasi normal digunakan sebagai nilai sampel $x_2=386$, dengan menggunakan persamaan (11), (12) dan (13), diperoleh jumlah iterasi yang dibutuhkan sebanyak $n=732$. Hasil simulasi Monte Carlo proyek produksi pembuatan kapal kayu dengan menggunakan *Microsoft Excel*, dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2: Hasil simulasi Monte Carlo 732 iterasi

Aktivitas	A	B	C	D	E	F	...	AI	Total	Total Durasi
Minimum	1	11	10	2	30	2	...	30	335	268
Maksimum	1	11	10	4	60	4	...	44	473	386
Iterasi 1	1	11	10	4	51	3	...	35	400	313
Iterasi 2	1	11	10	4	59	4	...	43	369	382
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮
Iterasi 732	1	11	10	4	46	2	...	31	362	275

Selanjutnya dilakukan pemeriksaan *Histogram* pada *Data Analysis* untuk melihat probabilitas keberhasilan dari setiap kemungkinan durasi yang muncul pada iterasi Tabel 2. Hasil dari *Histogram* dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3: Probabilitas keberhasilan dengan simulasi Monte Carlo

Duras i	Kemunculan	Probabilitas %
360	22	75,89
364	34	80,52
369	31	84,74
377	25	93,05
386	19	100,00

Untuk probabilitas keberhasilan dengan menggunakan metode PERT/CPM dilakukan *crashing* proyek terlebih dahulu, yaitu menentukan durasi proyek yang diinginkan. Selanjutnya barulah melihat berapa probabilitas keberhasilan dari durasi proyek yang baru dengan menggunakan persamaan (3), (4) dan (10). Hasil dari probabilitas keberhasilan dengan menggunakan metode PERT/CPM untuk durasi yang telah ditetapkan, dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4: Durasi *crash* pembuatan kapal bermuatan 50 ton dengan metode PERT/CPM

Durasi	Nilai Z	Probabilitas(%)
360	-3,08	50,10
370	-1,90	52,87
380	-0,71	73,89
386	0,00	100,00

Berdasarkan Tabel 3 dan Tabel 4 terlihat jelas perbedaan antara probabilitas keberhasilan proyek antara metode PERT/CPM dan simulasi Monte Carlo. Pada metode PERT/CPM probabilitas keberhasilan sangatlah rendah. Seperti halnya jika seorang manajer ingin

mempercepat durasi penyelesaian proyek secara keseluruhan menjadi 360 hari maka probabilitas keberhasilan hanyalah sebesar 50,1%. Sedangkan pada perhitungan simulasi Monte Carlo, jika seorang manajer ingin mempercepat durasi penyelesaian proyek secara keseluruhan menjadi 360 hari maka probabilitas keberhasilan sebesar 75,89%.

Secara umum, Pada metode PERT/CPM seorang harus terlebih dahulu menentukan durasi *crash*, barulah setelah itu menentukan probabilitas keberhasilan proyek untuk durasi *crash* yang telah ditetapkan. Hal ini tentunya akan membutuhkan waktu yang lama untuk menentukan durasi *crash* dengan probabilitas keberhasilan yang optimal. Pada simulasi Monte Carlo seorang manajer langsung dapat melihat semua kemungkinan durasi *crash* beserta probabilitas keberhasilannya.

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dikemukakan sebelumnya dapat dilihat bahwa simulasi Monte Carlo lebih efisien dan efektif dalam mengambil keputusan optimisasi penjadwalan proyek. Hal ini disebabkan pada metode PERT/CPM seorang manajer menentukan durasi *crash* yang akan diambil baru setelah itu mengetahui berapa probabilitas keberhasilan dari durasi yang dipilih. Sedangkan pada simulasi Monte Carlo seorang manajer langsung dapat melihat beberapa kemungkinan durasi yang dapat diambil beserta probabilitas keberhasilan dari masing-masing durasi tersebut. Hal ini sangat memudahkan bagi seorang manajer dalam mengambil keputusan.

Berdasarkan uji komputasi yang dilakukan terlihat jelas bahwa probabilitas keberhasilan simulasi Monte Carlo lebih tinggi, dibandingkan dengan probabilitas keberhasilan pada metode PERT/CPM. Probabilitas keberhasilan yang tinggi akan memudahkan seorang manajer untuk mengambil keputusan.

DAFTAR PUSTAKA

- S. Chatwal, *Application of project scheduling in a bottling unit startup using pert and CPM techniques*, International Journal of Advanced Research in Engineering and Applied Sciences, 3 (2014), 1 – 9.
- F. S Hillier dan G. J. Lieberman, *Introduction to Operation Research, 7ndEd*, McGraw-Hill Higher Education, New York, 2001.
- P. Ganame dan P. Chaudhari, *Construction Building Schedul Risk Analysis Using Monte Carlo Simulation*, International Research Journal of Engineering and Technologi, 2 (2015), 1402 – 1406.
- R. Oktavera dan R. Saraswati, *Framework for implementation project portfolio selection decision in shipping company*, Natural and Applied Sciences, 3 (2012), 163 – 174.
- R. N. Roy, *A Modern Approach to Operations Management*, New Age International, New Delhi, 2005.
- S. Shanmugasundaram dan V. M. Kumar, *Application of project scheduling and cost analysis using PERT and CPM*, International Journal of Multidisciplinary and Academic Research (SSIJMAR), 4 (2015), 1 – 9.
- H. A. Taha, *Operation Research an Introduction, 8th Ed*, Pearson Prentice, Upper Saddle River, 2007.

- W. L. Winston, *Operations Research: Applications and Algorithms, 4thEd*, Duxbury, New York. 2004.
- W. L. Winston dan S. C. Albright *Partical Management Science, 3thRev*, Cengage Learning, South Western, 2007.
- W. Na, P. Wuliang dan G. Hua, *A robustness simulation method of project schedule based on the monte carlo method*, The Open Cybernetics & Systemics Journal, 8 (2014), 254 – 258.

**ESTIMASI TINGKAT KEMATIAN BAYI DAN HARAPAN HIDUP BAYI
KABUPATEN BUNGO PROVINSI JAMBI TAHUN 2010
DENGAN MENGGUNAKAN METODE TRUSSEL**

Ahmad Iqbal Baqi

Mathematics Department, Andalas University, Padang
ahmadiqbalbaqi@gmail.com

ABSTRACT

Based on the results of the 2010 Indonesian Population Census, the difference of the average number of children ever born (CEB) and the average number of children surviving (CS) per woman of child bearing years at Bungo regency is the highest in Jambi province, 0.22808 child per woman. The average is higher than the average of Jambi province, 0.14824 child per woman. This study aimed to estimate infant mortality rate (IMR) and infant life expectancy (e^o) of Bungo regency in 2010. The estimation is calculated by the indirect Trussel's method. The data required are the secondary data, the results of the 2010 Indonesian Population Census, The Indonesian Central Bureau of Statistics, the average number of children ever born and the average number of children surviving per woman of child bearing years (15-49 years old), classified by five-year age group, rural and urban area at Bungo regency. The Level of Mortality of Bungo regency is 20.93 West. The resulting estimates of IMR are 32 female infant deaths of 1,000 female births and female infant life expectancy is 69.83 years old; and 42 male infant deaths of 1,000 male births and male infant life expectancy is 65.85 years old.

Keywords: estimation of mortality, Trussel's method, infant mortality rate (IMR), infant life expectancy (e^o), Bungo regency

PENDAHULUAN

Di provinsi Jambi, perbedaan terbesar antara rata-rata jumlah anak masih hidup (AMH) per perempuan dan rata-rata jumlah anak lahir hidup (ALH) per perempuan pada tahun 2000 terdapat di kabupaten Bungo, yakni 0,22808. Angka ini satu setengah kali lebih tinggi dari angka perbedaan tingkat provinsi Jambi. Rata-rata jumlah AMH per perempuan kabupaten Bungo adalah 2,10612 dan rata-rata jumlah ALH per perempuan adalah 1,87804; sedangkan rata-rata jumlah AMH provinsi Jambi per perempuan adalah 1,91803 dan rata-rata jumlah ALH per perempuan adalah 1,76979 [3] [4]. Kota atau kabupaten lain yang masih tinggi namun sedikit lebih rendah dari kabupaten Bungo adalah kabupaten Tanjung Jabung Timur (0,22785), kabupaten Kerinci (0,21455), dan kabupaten Tanjung Jabung Barat (0,19830). Apabila dibandingkan dengan tingkat paling rendah yakni kota Jambi (0,06446), maka angka di kabupaten Bungo tiga setengah kali lebih besar dari kota Jambi. Perbedaan ini sangat mencolok.

Kabupaten Bungo merupakan pemekaran dari kabupaten Bungo Tebo pada tahun 1999. Kabupaten ini sebelah utara berbatasan dengan provinsi Sumatera Barat; sebelah selatan dengan kabupaten Merangin; sebelah barat dengan kabupaten Tebo; dan sebelah timur

dengan provinsi kabupaten Kerinci dan provinsi Sumatera Barat. Ibukota kabupaten Bungo terletak di Muaro Bungo. Karena terletak dengan perbatasan dengan provinsi Sumatera Barat, kabupaten ini terletak jauh dari ibukota provinsi, kota Jambi.

Salah satu indikator kesejahteraan penduduk diukur berdasarkan tingkat kematian bayi dan harapan hidup bayi. Tingkat kematian bayi yang tinggi dan harapan hidup bayi yang rendah mengindikasikan kesejahteraan penduduk masih kurang dan layanan kesehatan masyarakat suatu wilayah belum maksimal. Demikian juga sebaliknya, tingkat kematian bayi yang rendah dan harapan hidup bayi yang tinggi mengindikasikan kesejahteraan penduduk dan layanan kesehatan masyarakat sudah lebih baik. Dengan mengetahui tingkat kematian bayi dan harapan hidup bayi, maka dapat diperkirakan tingkat kesejahteraan kabupaten Bungo pada tahun 2010.

Metode yang digunakan untuk estimasi mortalitas kabupaten Bungo tahun 2010 adalah metode Trussel [1]. Metode ini mempertimbangkan bahwa jumlah kelahiran banyak terjadi pada perempuan kelompok umur 15-19 dan 20-24 tahun. Hal ini karena kabupaten Bungo terletak jauh dari ibukota provinsi, dengan perkiraan umur pernikahan pertama perempuan masih rendah.

METODE PENELITIAN DAN DATA

Metode yang digunakan untuk estimasi adalah metode Trussel [1]. Langkah-langkah yang dilakukan untuk estimasi adalah:

- (1) Tentukan proporsi anak mati per perempuan dari rata-rata jumlah anak lahir hidup (ALH) per perempuan dan rata-rata jumlah anak masih hidup (AMH) per perempuan, menurut kelompok umur perempuan reproduktif (15-49) dengan interval 5 tahun.
- (2) Tentukan faktor pengali Trussel dengan menggunakan model Trussel pola mortalitas *West*, lihat Lampiran Tabel 2 [1].
- (3) Timbang (*adjusted*) proporsi yang mati dengan faktor pengali Trussel, sehingga proporsi anak yang mati layak untuk dianalisis dan lebih *smoothing*.
- (4) Berdasarkan jumlah anak yang bertahan (masih) hidup dari populasi radiks (angka awal dalam *life table* yang diberikan 100.000) yang tepat mencapai umur tepat 2 dan 3 tahun, yakni l_2 dan l_3 , tentukan *Level of Mortality* (LM).
- (5) Mengacu pada LM pola mortalitas *West*, tentukan tingkat kematian bayi dan harapan hidup bayi berdasarkan jenis kelamin, bayi perempuan dan bayi laki-laki.

Data yang digunakan adalah data sekunder dari Badan Pusat Statistik (BPS), hasil Sensus Penduduk 2010 kabupaten Bungo provinsi Jambi, yakni rata-rata jumlah anak lahir hidup (ALH) per perempuan kelompok umur interval 5 tahun [3] dan rata-rata jumlah anak masih hidup (AMH) per perempuan kelompok umur interval 5 tahun [4]. Sensus Penduduk tersebut diselenggarakan oleh BPS Indonesia sekali dalam 10 tahun.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian dapat dilihat pada Tabel 1 yang terdiri atas 9 kolom. Selanjutnya langkah-langkah untuk mengisi data dalam tabel, mengikuti langkah-langkah berdasarkan kolom secara berurutan sebelum pindah ke kolom berikut.

Kolom (1) : umur perempuan (15-49 tahun) kelompok interval 5 tahun

Kolom (2) : indeks kelompok umur

Kolom (3) : rata-rata anak lahir hidup (ALH) per perempuan = p_i

Kolom (4) : rata-rata anak masih hidup (AMH) per perempuan = s_i

Kolom (5) : proporsi anak yang mati, $q_i = 1 - (s_i/p_i)$, yakni (5) = 1 - (4)/(3)

$$q_1 = 1 - (s_1/p_1) = 1 - (0,13943/0,14537) = 0,04086$$

$$q_2 = 1 - (s_2/p_2) = 1 - (0,73641/0,76661) = 0,03939$$

$$q_3 = 1 - (s_3/p_3) = 1 - (1,42208/1,48746) = 0,04395$$

$$q_4 = 1 - (s_4/p_4) = 1 - (2,15320/2,28665) = 0,05836$$

$$q_5 = 1 - (s_5/p_5) = 1 - (2,76949/2,98058) = 0,07082$$

$$q_6 = 1 - (s_6/p_6) = 1 - (3,19419/3,51625) = 0,09159$$

$$q_7 = 1 - (s_7/p_7) = 1 - (3,46773/3,91580) = 0,11443$$

Kolom (6) : faktor pengali Trussel

$$K_i = A(P_1/P_2) + B(P_2/P_3) + C \ln(P_1/P_2) + D \ln A(P_2/P_3) + E$$

$A, B, C, D,$ dan E adalah koefisien-koefisien regresi untuk faktor pengali dengan pola mortalitas *West* (lihat Lampiran Tabel 2 [1])

$$p_1/p_2 = (0,14537/0,76661) = 0,18963 \text{ dan } \ln p_1/p_2 = \ln 0,18963 = -1,66268$$

$$p_2/p_3 = (0,76661/1,48746) = 0,51538 \text{ dan } \ln p_2/p_3 = \ln 0,51538 = -0,66285$$

$$15-19 : K_1 = (-1,0394 \times 0,18963) + (0,5379 \times 0,51538) + (-0,0060 \times -1,66268) + (-0,1290 \times -0,66285) + 0,8237 = 0,99931$$

$$20-24 : K_2 = (-0,2772 \times 0,18963) + (-0,0373 \times 0,51538) + (-0,0305 \times -1,66268) + (-0,0458 \times -0,66285) + 1,0211 = 1,03038$$

$$25-29 : K_3 = (-0,0249 \times 0,18963) + (-0,1153 \times 0,51538) + (0,0101 \times -1,66268) + (-0,1258 \times -0,66285) + 0,9754 = 0,97785$$

$$30-34 : K_4 = (0,0480 \times 0,18963) + (-0,1362 \times 0,51538) + (0,0232 \times -1,66268) + (-0,1273 \times -0,66285) + 0,9975 = 0,98221$$

$$35-39 : K_5 = (0,0949 \times 0,18963) + (-0,2016 \times 0,51538) + (0,0246 \times -1,66268) + (-0,0996 \times -0,66285) + 1,0545 = 0,99371$$

$$40-44 : K_6 = (0,1307 \times 0,18963) + (-0,2812 \times 0,51538) + (0,0221 \times -1,66268) + (-0,0668 \times -0,66285) + 1,0916 = 0,97899$$

$$45-49 : K_7 = (0,1510 \times 0,18963) + (-0,3323 \times 0,51538) + (0,0194 \times -1,66268) + (-0,0456 \times -0,66285) + 1,1159 = 0,97124$$

Kolom (7): x , batas umur anak yang bertahan hidup, yakni asumsi batas umur kumulatif anak yang meninggal sebelum x tahun, terhitung sejak kelahiran

Kolom (8): ${}_nq_x$, proporsi mati setelah ditimbang (*adjusted*) dengan faktor pengali Trussel, yakni (8)=(5) x (6)

$${}_5q_1 = 0,04086 \times 0,99931 = 0,04083$$

$${}_5q_2 = 0,03939 \times 1,03038 = 0,04059$$

$${}_5q_3 = 0,04395 \times 0,97785 = 0,04298$$

$${}_5q_5 = 0,05836 \times 0,98221 = 0,05732$$

$${}_5q_{10} = 0,07082 \times 0,99371 = 0,07037$$

$${}_5q_{15} = 0,09159 \times 0,97899 = 0,08967$$

$${}_5q_{20} = 0,11443 \times 0,97124 = 0,11114$$

Kolom (9): Jumlah yang berhasil hidup mencapai umur tepat x tahun, l_x dengan radiks 100.000 (angka awal *life table*), yakni (9)=[1-(8)] x 100.000

$$l_1 = [1-(0,04083)] \times 100.000 = 95.917$$

$$l_2 = [1-(0,04059)] \times 100.000 = 95.941$$

$$l_3 = [1-(0,04298)] \times 100.000 = 95.702$$

$$l_5 = [1-(0,05732)] \times 100.000 = 94.268$$

$$l_{10} = [1-(0,07037)] \times 100.000 = 92.963$$

$$l_{15} = [1-(0,08967)] \times 100.000 = 91.033$$

$$l_{20} = [1-(0,11114)] \times 100.000 = 88.886$$

Tabel 1

Estimasi Tingkat Kematian Bayi dan Harapan Hidup Bayi Kabupaten Bungo, Metode Trussel, 2010

Umur	Indeks Umur i	Rata-rata ALH p_i	Rata-rata AMH s_i	Proporsi Mati q_i	Faktor Penggali Trussel K_i	Umur x	Proporsi Mati 5q_x	Jumlah yang Hidup l_x
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
15-19	1	0,14537	0,13943	0,04086	0,99931	1	0,04083	95.917
20-24	2	0,76661	0,73641	0,03939	1,03038	2	0,04059	95.941
25-29	3	1,48746	1,42208	0,04395	0,97785	3	0,04298	95.702
30-34	4	2,28665	2,15320	0,05836	0,98221	5	0,05732	94.268
35-39	5	2,98058	2,76949	0,07082	0,99371	10	0,07037	92.963
40-44	6	3,51625	3,19419	0,09159	0,97899	15	0,08967	91.033
45-49	7	3,91580	3,46773	0,11443	0,97124	20	0,11114	88.886

Sumber: Kolom (1), (3), dan (4) dari [3] dan [4].

Untuk menentukan *Level of Mortality* (LM), dapat diketahui dari harga l_2 dan l_3 kolom (9) pada Tabel 1, yakni $l_2=95.941$, dan $l_3=95.702$.

(i) $l_2=95.941$ (hitung) terletak antara 93.453 (tabel LM 19) dan 96.020 (tabel LM 21) [2], sehingga dengan cara interpolasi diperoleh LM dari l_2 (hitung),

$$LM(l_2) = 19 + [(95.941-93.453)/(96.020-93.453)](21-19) = 20,94$$

(ii) $l_3=95.702$ (hitung) terletak antara 93.011 (tabel LM 19) dan 95.822 (tabel LM 21) [2], sehingga dengan cara interpolasi diperoleh LM dari l_3 (hitung),

$$LM(l_3) = 19 + [(95.702-93.011)/(95.822-93.011)](21-19) = 20,91$$

sehingga $LM_{akhir} = \frac{1}{2} [LM(l_2)+LM(l_3)] = \frac{1}{2} (20,94+20,91) = 20,93$.

Jadi dengan demikian diperoleh *Level of Mortality* penduduk kabupaten Bungo tahun 2010 dengan menggunakan metode Trussel adalah 20,93 *West*. Berdasarkan *Level of Mortality* tersebut dapat diestimasi tingkat kematian bayi dan harapan hidup bayi.

(1) Tingkat Kematian Bayi/*Infant Mortality Rate* (IMR)

Berdasarkan *life table* [2], dari LM 19 dan LM 21 *West* diketahui,

IMR female: LM 19=0,0499 dan LM 21 = 0,0309

IMR male: LM 19=0,0629 dan LM 21 = 0,0409;

sehingga IMR female (hitung) dan IMR male (hitung):

$$(i) \text{ IMR female} = 0,0499 + [(20,93-19)/(21-19)](0,0309-0,0499) = 0,03157$$

Jadi dalam 1.000 kelahiran IMR female = $0,03157 \times 1.000\text{‰} = 31,57\text{‰} \approx 32\text{‰}$ (terdapat 32 kematian bayi perempuan).

$$(ii) \text{ IMR male} = 0,0629 + [(20,93-19)/(21-19)](0,0409-0,0629) = 0,04167$$

Jadi dalam 1.000 kelahiran IMR male = $0,04167 \times 1.000\text{‰} = 41,67\text{‰} \approx 42\text{‰}$ (terdapat 42 kematian bayi laki-laki).

(2) Harapan Hidup Bayi (e^0)

Berdasarkan *life table* [2], dari LM 19 dan LM 21 *West* diketahui,

e^0 female : LM 19=65,00 dan LM 21 = 70,00

e^0 male : LM 19=61,23 dan LM 21 = 66,02;

sehingga e^0 female (hitung) dan e^0 male (hitung):

$$(i) \text{ } e^0 \text{ female} = 65,00 + [(20,93-19)/(21-19)](70,00-65,00) = 69,83$$

Jadi harapan hidup bayi perempuan adalah 69,83 tahun.

$$(ii) \text{ } e^0 \text{ male} = 61,23 + [(20,93-19)/(21-19)](66,02-61,23) = 65,85$$

Jadi harapan hidup bayi laki-laki adalah 65,85 tahun.

Dengan tingkat kematian bayi perempuan 32 dari 1.000 kelahiran bayi perempuan dan 42 kematian bayi laki-laki dari 1.000 kelahiran bayi laki-laki, maka tingkat kematian bayi (IMR) kabupaten Bungo tahun 2010 berada pada akhir tahap *middlerock* (30-70 kematian dari 1.000

kelahiran), yakni suatu tingkat tahap sedang yang menuju tahap rendah (*softrock*). Selain itu harapan hidup bayi mulai tinggi, yakni 69,83 tahun bagi bayi perempuan dan 65,85 tahun bagi bayi laki-laki. Hal ini mengindikasikan bahwa tingkat kesejahteraan penduduk dan layanan kesehatan masyarakat di kabupaten Bungo masih belum baik.

KESIMPULAN

Berdasarkan data hasil Sensus Penduduk 2010 dan menggunakan estimasi mortalitas metode Trussel, diperoleh *Level of Mortality* kabupaten Bungo provinsi Jambi tahun 2010 adalah 20,93 *West*. Dengan demikian dapat diperkirakan dari 1.000 kelahiran bayi perempuan terdapat 32 kematian bayi perempuan dan dari 1.000 kelahiran bayi laki-laki terdapat 42 kematian bayi laki-laki, dengan harapan hidup bayi perempuan 69,83 tahun dan bayi laki-laki 65,85 tahun.

DAFTAR PUSTAKA

- Trussel, James T. 1975. "A Re-Estimation of the Multiplying Factors for the Brass Techniques for Determining Childhood Survivorship Rate" in *Population Studies*: 26(1), pp. 97-107.
- U.N. 1967. *Manual IV: Methods of Estimating Basic Demographic Measures from Incomplete Data*. United Nations, New York.
- BPS Indonesia. 2011. Rata-rata Banyaknya Anak yang Pernah Dilahirkan Hidup Per Wanita Menurut Wilayah dan Kelompok Umur Provinsi Jambi 2010 Perkotaan+Perdesaan, <http://sp2010.bps.go.id/index.php/site/tabel?tid=304&wid=1500000000>, diakses pada 28 Februari 2017.
- BPS Indonesia. 2011. Rata-rata Banyaknya Anak yang Masih Hidup Per Wanita Menurut Wilayah dan Kelompok Umur Provinsi Jambi 2010 Perkotaan+Perdesaan, <http://sp2010.bps.go.id/index.php/site/tabel?tid=310&wid=1500000000>, diakses pada 28 Februari 2017.

LAMPIRAN

Tabel 2 Koefisien Regresi Faktor Pengali Trussel Pola Mortalitas *West*

K_i	A	B	C	D	E
1	-1,0394	0,5379	-0,0060	-0,1290	0,8237
2	-0,2772	-0,0373	-0,0305	-0,0458	1,0211
3	-0,0249	-0,1153	0,0101	-0,1258	0,9754
4	0,0480	-0,1362	0,0232	-0,1273	0,9975
5	0,0949	-0,2016	0,0246	-0,0996	1,0545
6	0,1307	-0,2812	0,0221	-0,0668	1,0916
7	0,1510	-0,3323	0,0194	-0,0456	1,1159

Sumber: [1].

ESTIMATOR RATAAN HARMONIK PADA SAMPEL HIMPUNAN TERURUT UNTUK DISTRIBUSI NORMAL

Sukma Adi Perdana, S.Si, M.Sc

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Maritim Raja Ali Haji

email: Ska88perdana@gmail.com

ABSTRACT

In this study, an estimator for harmonic mean of population in ranked set sampling design is developed. Ranked set sampling is a set of sampling units which is drawn from population that can be ranked by using another certain mean without the actual measurement of the variable of interest which is to measure this variable is more costly and time consuming. The study investigates the bias and relative efficiency of the proposed estimator and the efficiency comparison is made for normal distribution. It is shown that the new estimators out perform its competitor in the literature.

Keywords: Ranked Set Sampling, Simple Random Sampling, Harmonic Mean, Relative Efficiency

PENDAHULUAN

Salah satu hal yang penting dalam statistika adalah memastikan bahwa data sampel memang mewakili populasi yang diamati. Usaha dalam memastikan hal ini mengarahkan ke beberapa metode yang digunakan dalam pengambilan data sampel. Data sampel adalah himpunan bagian dari populasi yang diambil dengan tujuan untuk mengestimasi parameter dari populasi. Sampel acak sederhana adalah salah satu metode yang digunakan dalam pengambilan data sampel, namun metode ini relative tidak mencakup populasi secara penuh. Hal ini penting karena kekurangan dari sampel acak sederhana ini dapat mengurangi keakuratan dari estimator dalam menduga parameter populasi. Untuk menyikapi masalah tersebut ada metode alternative yang dapat digunakan dalam pengambilan data sampel yaitu sampel himpunan terurut.

Rataan Harmonik adalah salah satu dari beberapa ukuran yang dapat digunakan sebagai nilai tengah dari sebuah variabel acak khususnya pada bidang aplikasi teknik. Sebagai contoh penggunaan dari rataan harmonik adalah Estimasi arus alir dari alokasi pembuangan limbah (Rossman,1990), Estimasi Properti dari sekumpulan media geofisika (Gomez-Hernandez and Gorelick ,1989), dan desain dari kecepatan penurunan dari *filter beds* (Saatci ,1989).

Mengingat fungsi dari sampel himpunan terurut yang dapat meningkatkan akurasi dari pendugaan parameter serta aplikasi dari rataan harmonic maka perlu dilakukan sebuah penelitian untuk estimator rataan harmonic pada sampel himpunan terurut, sehingga tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengenalkan estimator untuk rataan harmonic pada sampel himpunan terurut serta melakukan evaluasi terhadap estimator yang diusulkan dengan menelaah bias dan efisiensi relative dari estimator yang diusulkan untuk populasi yang berdistribusi normal.

KAJIAN LITERATUR DAN PEGEMBANGAN HIPOTESIS

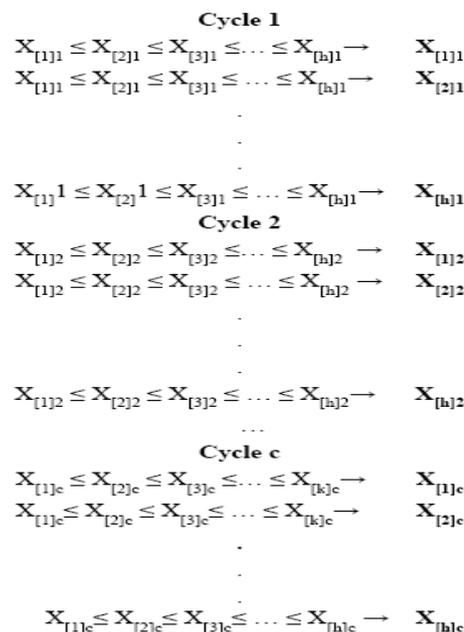
Dari (Chen, Bai, and Sinha, 2003), Bentuk asli dari Sampel Himpunan Terurut yang disusun oleh McIntyre dapat dideskripsikan sebagai berikut. Pertama, pilih sampel berukuran h unit dengan sampel acak sederhana dari populasi dan h unit sampel tersebut diurut menurut concomitant variable dari X , tanpa pengukuran aktual dari X . Dan kemudian, urutan pertama dari unit ini diidentifikasi dan diambil untuk perhitungan X . Sisa unit dari sampel yang diambil tadi lalu dibuang. Selanjutnya, proses sama yang lain dilakukan dan lagi unit-unit dari sampel diurut dengan Concomitant variable dari X , unit urutan kedua diambil untuk perhitungan dari X dan sisa unit dibuang. Proses ini dilakukan sebanyak h kali dan akan didapat unit sampel sebanyak h unit. Langkah ini disebut sebagai satu siklus sampel himpunan terurut. Siklus ini dapat diulang sebanyak c kali dan akan menghasilkan unit sampel sebanyak $n=c.h$ unit. Proses dari sampel himpunan terurut dapat diilustrasikan pada gambar 1.

Estimator dari rata-rata aritmatik pada sampel himpunan terurut yang dinotasikan $\hat{\mu}_{RSS}$ dapat dilihat pada persamaan 1 dan varians dari estimator dapat dilihat pada persamaan 6.

$$\hat{\mu}_{RSS} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h \frac{1}{c} \sum_{j=1}^c X_{[i]j} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h \bar{X}_{[i]} \dots\dots\dots(1)$$

$$Var(\hat{\mu}_{RSS}) = Var(\bar{X}) - \frac{1}{h^2} \sum_{i=1}^h (\mu_{[i]} - \mu)^2 \quad (2)$$

Dimana $X_{[i]j}$ adalah variabel X setelah diurutkan, $\bar{X}_{[i]}$ adalah rata-rata X diantara siklus, dan μ adalah parameter rata-rata.



Gambar 1. Proses Sampel Himpunan Terurut

Definisi dari rata-rata harmonik adalah nilai tengah yang digunakan untuk kondisi tertentu seperti data yang mengandung nilai seperti harga (\$/pound), kecepatan (mph), atau produktivitas (hasil/jam kerja). Rataan harmonik dari n unit populasi dihitung dengan persamaan 3.

$$H = \frac{N}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \dots + \frac{1}{X_N}} \dots\dots\dots(3)$$

Estimator dari rata-rata harmonik pada sampel himpunan terurut dapat dilihat pada persamaan 4.

$$\tilde{X} = \frac{c \cdot h}{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \frac{1}{X_{[i]j}}} \dots\dots\dots(4)$$

Where \tilde{X}_{HRSS} is the estimator of harmonic mean in RSS design, c is cycle size, and h is set size.

Dimana \tilde{X}_{HRSS} adalah estimator dari rata-rata harmonik pada sampel himpunan terurut, c

adalah ukuran siklis dan h adalah ukuran himpunan yang diambil.

1	10	5	2.56E-06	2.03E-05
p	c	h	Normal (20,16)	
			AM	HM
0.5	2	3	0.000686	0.007726
0.5	2	4	1.96E-06	2.08E-03
0.5	2	5	7.29E-06	0.001354
0.5	6	3	6.56E-05	2.34E-04
0.5	6	4	1.09E-05	0.000384
0.5	6	5	1E-06	0.000132
0.5	10	3	3.36E-05	0.000361
0.5	10	4	1.21E-06	9.41E-05
0.5	10	5	1.61E-04	1.85E-05
0.75	2	3	3.88E-04	5.45E-03
0.75	2	4	1.44E-06	0.001673
0.75	2	5	2.16E-04	2.01E-03
0.75	6	3	1.00E-06	2.59E-04
0.75	6	4	1.85E-05	4.76E-05
0.75	6	5	1.96E-06	5.33E-05
0.75	10	3	1.44E-06	0.000139
0.75	10	4	1.94E-05	1.42E-04
0.75	10	5	1.76E-05	1.19E-04
0.9	2	3	3.28E-04	0.003956
0.9	2	4	4.41E-06	0.001204
0.9	2	5	3.25E-05	0.00087
0.9	6	3	1.00E-06	0.00021
0.9	6	4	1.60E-07	0.000112
0.9	6	5	1.00E-06	6.4E-05
0.9	10	3	2.89E-06	0.000135
0.9	10	4	3.60E-07	4.62E-05
0.9	10	5	1.00E-08	2.81E-05
1	2	3	5.33E-05	2.37E-03
1	2	4	8.1E-07	0.000581
1	2	5	1.21E-06	2.86E-04
1	6	3	4.90E-05	4.62E-04

1	6	4	7.29E-06	2.92E-05
1	6	5	5.76E-06	8.84E-05
1	10	3	3.61E-06	0.000104
1	10	4	1.30E-04	2.43E-04
1	10	5	2.56E-06	2.03E-05

METODE PENELITIAN

Bukti empiris dari efisiensi estimator yang dibangun dilakukan dengan simulasi. Bias dan relative efisiensi dari estimator diamati dan

dilakukan pengamatan untuk data yang berdistribusi normal.

Proses simulasi dilakukan dengan menggunakan matlab. Pembangkitan data dan perhitungan dari rataan harmonic, rataan aritmatika, dan juga perhitungan standar deviasi untuk sampel acak sederhana maupun sampel himpunan terurut dilakukan dengan Matlab.

Detail keterangan mengenai proses simulasi dijelaskan sebagai berikut:

1. Dibangkitkan 10.000 data bivariate dari data yang berdistribusi normal dengan koefisien korelasi $\rho=0.5, 0.75, 0.9, 1$.
2. Setelah data diperoleh, data disimulasi 10.000 kali untuk metode sampel acak sederhana dan sampel himpunan terurut untuk setiap kombinasi, $n=c.h$, dimana banyak siklus (c)=2,4,10 dan banyak himpunan (h)=3, 4, 5.
3. Setelah data sampel dari rataan harmonic didapat untuk setiap kombinasi siklus dan himpunan, standar deviasi untuk setiap rataan yang dihasilkan dihitung satu persatu.
4. Untuk menghitung Mean Square Error (MSE), maka digunakan persamaan 5.

$$MSE = \text{bias}^2 + \text{variance} \dots \dots \dots (5)$$

5. Setelah MSE dari setiap kombinasi siklus dan himpunan didapatkan, MSE digunakan untuk menghitung Efisiensi Relatif (RE) dengan persamaan 6.

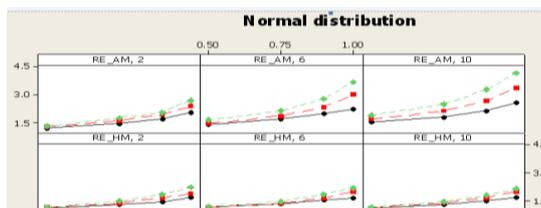
$$RE_{HM} = \frac{MSE_{SRSHM}}{MSE_{RSSHM}}, RE_{AM} = \frac{MSE_{SRSAM}}{MSE_{RSSAM}} \dots \dots \dots (6)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil dari proses simulasi dihimpun pada tabel efisiensi relative pada tabel 1 dan tabel bias pada tabel 2. Lalu nilai dari efisiensi relative juga digambarkan pada gambar 2.

Tabel 1. Nilai dari efisiensi relative atau RE

cycle size	set size	ρ	AM	HM	ρ	AM	HM
2	3	0.5	1.218	1.123	0.9	1.690	1.464
2	4	0.5	1.278	1.131	0.9	1.917	1.655
2	5	0.5	1.290	1.155	0.9	2.049	1.823
6	3	0.5	1.402	1.157	0.9	1.994	1.536
6	4	0.5	1.455	1.129	0.9	2.341	1.634
6	5	0.5	1.624	1.188	0.9	2.807	1.846
10	3	0.5	1.529	1.118	0.9	2.123	1.502
10	4	0.5	1.673	1.120	0.9	2.690	1.664
10	5	0.5	1.888	1.168	0.9	3.277	1.817
2	3	0.75	1.430	1.287	1	2.039	1.705
2	4	0.75	1.606	1.369	1	2.383	1.910
2	5	0.75	1.753	1.472	1	2.708	2.243
6	3	0.75	1.696	1.359	1	2.254	1.645
6	4	0.75	1.857	1.363	1	3.012	1.993
6	5	0.75	2.127	1.468	1	3.657	2.213
10	3	0.75	1.791	1.278	1	2.569	1.703
10	4	0.75	2.125	1.384	1	3.396	2.008
10	5	0.75	2.495	1.449	1	4.179	2.126



Gambar . Grafik perbandingan efisiensi relative

Pada tabel 1 dan gambar 2 terdapat informasi mengenai efisiensi relative dari hasil simulasi data yang memiliki distribusi normal. Berdasarkan tabel dan gambar, terlihat bahwa setiap nilai dari efisiensi relative adalah besar dari 1. Ini mengindikasikan bahwa estimator dengan sampel himpunan terurut lebih efisien dari estimator dengan menggunakan sampel acak sederhana.

Pada gambar 2 juga terlihat bahwa ketika nilai dari koefisien korelasi ditingkatkan maka nilai dari efisiensi relative juga meningkat sehingga dapat dikatakan koefisien korelasi mempengaruhi nilai dari efisiensi relative. Dari gambar juga dapat diindikasikan bahwa ukuran himpunan mempengaruhi efisiensi relative, artinya semakin besar ukuran himpunan maka semakin besar juga efisiensi relatifnya.

Pada tabel 2 terdapat nilai-nilai bias dari hasil proses simulasi. Dari tabel 2 tersebut dapat dilihat jika nilai bias untuk setiap kombinasi sangat kecil sekali baik untuk rata-rata aritmatika maupun untuk rata-rata harmonik nya. Ini menunjukkan bahwa estimator yang digunakan efektif dalam pendugaan parameter populasi.

KESIMPULAN

Pada penelitian ini estimator yang dibangun untuk rata-rata harmonik pada sampel himpunan terurut ditunjukkan dengan persamaan 4 dan telah dilakukan evaluasi terhadap estimator tersebut dengan menggunakan simulasi komputer untuk data yang berdistribusi normal. Berdasarkan dari hasil simulasi, pendugaan rata-rata harmonik dengan menggunakan sampel himpunan terurut memberikan efisiensi yang lebih baik dibandingkan dengan sampel acak sederhana untuk data dari populasi yang berdistribusi normal. Estimator rata-rata harmonik pada sampel himpunan terurut adalah estimator yang tidak bias atau unbiased estimator untuk data populasi yang berdistribusi normal.

DAFTAR PUSTAKA

- Chen, Z., Bai, Z., & Sinha, B. K. (2003). *Ranked set sampling, theory and applications*. New York: Springer.
- Gomez-Hernandez, J. J., & Gorelick, S. M. (1989). Effective ground-water model parameter values: Influence of spatial variability of hydraulic conductivity, leakage, and recharge. *Water Resource Repository*, 25(3), 405–419.
- Rossman, L. A. (1990). Design stream flows based on harmonic means. *Journal of Hydrology Engineering, ASCE*, 116(7), 946–950.
- Saatci, A. M. (1989). Harmonic mean conductivity in declining rate filters. *Journal of Environmental Engineering, ASCE*, 115(2), 462–466.

PEMODELAN SUHU PERMUKAAN LAUT MENGGUNAKAN GENERALIZED ADDITIVE MODELS DALAM EFEK WAKTU

Shafia Ananda, Reza Ariska, Rifa Atul Humaira, Miftahuddin

Faculty of Mathematics and Science, Syiah Kuala University,

shafia.ananda@students.stat.unsyiah.ac.id

ABSTRACT

We have explored the time effects with respect to the assessment of Sea Surface Temperature (SST) data from buoys at the Indian Ocean. We used Linear Fitting Model Linear and Generalized Additive Models to analyse SST data on fourteen climate features such as, Wind Speed, Subsurface Temp, Shortwave Radiation, Salinity, Humidity, Prec. Rain, Dynamic Height, Density, Air Temperature, Isoterm, Conductivity, Current Velocity, Zonal, and Merid. The results obtained using GAM model fitting showed an increase in explained deviance to 65,9%. There was also a significant decrease in Akaike's Information Criterion (AIC) from 678,24 to 634,99 and significant increase in adjusted R-squared from 51,2% to 64,4%. GAM Model fitting is suitable to estimate annual and monthly of SST data has been made using predictive GAM models.

Keywords: Fitting model, GAM model, AIC, Deviance, SST data.

PENDAHULUAN

Provinsi Aceh yang terletak dibagian paling barat dari kepulauan Nusantara, menduduki posisi strategis sebagai pintu masuk lalu lintas laut bagian Barat Indonesia, baik perhubungan laut dan udara. Provinsi Aceh dikelilingi oleh Samudera Hindia dibagian laut dan pegunungan Leuser di bagian darat. Sebagai provinsi diujung Barat Indonesia yang masih memiliki sumber daya hutan yang berfungsi sebagai ekosistem paru-paru dunia, Aceh dapat dijadikan standar Indonesia dan seluruh dunia dalam hal mitigasi perubahan iklim yang menjadi isu dan permasalahan dunia saat ini dan mendatang.

Perubahan iklim adalah satu dari isu terkini dan mendatang dimana tidak mengenal ruang dan waktu serta dapat mengancam kelanjutan dari penyangga kehidupan di bumi secara langsung maupun tidak langsung. Dampak dari perubahan iklim bagi manusia cenderung bersifat negatif sehingga mengakibatkan menurunnya kualitas hidup. Bahkan menurut laporan badan iklim dunia menyebutkan bahwa sebagian besar anak-anak di dunia terancam akibat perubahan iklim dunia. Perubahan cenderung berfluktuasi dan bervariasi secara signifikan terhadap waktu. Sebagian besar masalah perubahan iklim terkait dengan pemanasan global (*global warming*). Sistem iklim bumi dipengaruhi oleh banyak parameter. Suhu Permukaan Laut (SPL) atau *Sea Surface Temperature* (SST) adalah salah satu dari parameter tersebut. Schott (2009), parameter SPL berguna dalam mendapatkan indikasi iklim bumi dan variabilitas, seperti variabilitas iklim tropis. Data SPL dapat digunakan untuk menafsirkan fenomena (seperti suhu panas laut, arus, meningkatnya air laut, distribusi suhu permukaan laut, dan aktivitas biologis laut) yang terjadi di laut. Data SPL digunakan sebagai indikator untuk mendeteksi banyaknya fenomena di laut, seperti *Indian Ocean Dipole Mode* (IOD), monsun, dan *El Nino-Southern Oscillation* (ENSO) yang terdiri dari El Nino dan La Nina

phenomena. Pengukuran *real-time* data SPL biasanya diperoleh dari pelampung (*bouy*) yang berbeda dan lokasinya terletak di samudera.

Laut-atmosfer memegang peranan penting dalam sistem iklim selain daratan. Interaksi antara laut dan atmosfer dikendalikan oleh transmisi energi panas matahari yang memanasi lautan atmosfer dan daratan. Salah satu parameter penting yang memainkan peranan di laut adalah SPL, karena SPL menentukan fluks panas nyata (*sensible*) dan panas terselubung (*latent*) melalui permukaan laut.

Pada tahun 2012, J. R. Magnus mengusulkan model iklim untuk menyelidiki efek dari radiasi matahari dan efek rumah kaca pada pemanasan global. Analisis mereka didasarkan pada data dari stasiun darat saja dan tidak mempertimbangkan hubungan antara data laut dan darat, sedangkan permukaan bumi terdiri dari air 70,9%.

Miftahuddin (2016a) mengkonstruksi model Suhu Permukaan Laut (SPL) yang berasal dari *buoy* dan tiga parameter yang berasal dari stasiun Meulaboh yaitu suhu udara, kelembaban relatif, dan curah hujan dalam efek bulanan dan tahunan. Analisis mereka menggunakan data SPL untuk mengungkapkan hubungan antara variabel di kedua media tersebut. Variabel-variabel tersebut juga memiliki skala pengukuran yang berbeda-beda.

Dalam penelitian ini peneliti menambah parameter-parameter iklim menjadi 14 parameter agar hubungan antara respon dan kovariat menjadi lebih kompleks dalam memodelkan data SPL yang dinamis. Pemodelannya dimulai dari fitting model menggunakan GAM (*Generalized Additive Model*), dimana sebelumnya telah ditunjukkan bahwa model linier regresi sebagai fundamental fitting untuk data SST sebagaimana dalam Miftahuddin (2016b).

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui dan mendeskripsikan variabilitas SPL dari permodelan data SPL dengan GAM model fitting. Sehingga dapat diketahui signifikansi pengaruhnya pada perubahan iklim lokal saat ini khususnya di Provinsi Aceh bagian selatan, barat dan barat daya yang berhadapan langsung dengan Samudera Hindia.

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui model yang representatif berdasarkan pola efek musiman dan tahunan dari dataset SPL, dan mengidentifikasi faktor apa saja yang mempengaruhi terjadinya perubahan iklim lokal berdasarkan indikator dataset tersebut.

KAJIAN LITERATUR

Dalam kajian ini, awalnya data SST dimodelkan sebagai kombinasi linear dari 14 parameter iklim. Parameter-parameter ini adalah *Wind Speed, Subsurface Temp, Shortwave Radiation, Salinity, Humadity, Prec. Rain, Dynamic Height, Density, Air Temperature, Isoterm, Conductivity, Current Velocity, Zonal, and Merid.* dalam efek bulanan dan tahunan.

Fitting Model Linear

Kovariat dapat diberikan berupa nilai-nilai kuantitatif, transformasi, interaksi antara kovariat, dan variabel yang mewakili faktor nominal (Hastie, et al. 2001; 2008; Weiberg, 2005; Rencher and Schaalje, 2008; Myers, 2010 dan James et al. 2013). Ekspektasi bersyarat menggambarkan hubungan linier atau fungsional dari parameter model.

Generalized Additive Models (GAM)

Model GAM adalah perluasan dari linear models dan *Generalized Linear Model (GLM)* melalui sebuah link fungsi $g(\cdot)$ dengan asumsi bahwa respon variabel mengikuti beberapa distribusi keluarga eksponensial. Deskripsi model merupakan generalisasi yang berguna dari metode regresi berganda:

$$y_i = \mu + \beta_1 x_{1,i} + \dots + \beta_p x_{p,i} + \varepsilon_i \quad (1)$$

adalah kelas dari model additive,

$$y_i = \mu + f_1(x_{1,i}) + \dots + f_p(x_{p,i}) + \varepsilon_i \quad (2)$$

dimana f_j merupakan komponen “nonparametric” yang dapat dimodelkan. Ketika generalisasi ini dibawa ke *Generalized Linear Model*, dan *Generalized Additive Model* (Hastie dan Tibshirani, 1990). Untuk setiap komponen f_j dapat dibangun desain matrix X sehingga $f_j(x_{i,j}) = X^{(i)}u$, dimana $X^{(i)}$ adalah baris ke-i dari X dan u adalah vektor koefisien. Eilers dan Marx (1996):

$$-\lambda^2 \sum_{k=2}^n (u_k - u_{k-1})^2, \quad (10)$$

untuk ordinary GLM log-likelihood, dimana λ adalah penghalusan parameter untuk diestimasi dan u sebagai efek acak vektor dengan Gaussian. Bila λ sebagai hyper-parameter, maka struktur dari GLM:

$$g(\mu_i) = \sum_j \beta_j x_{ij},$$

digeneralisasikan untuk model GAM:

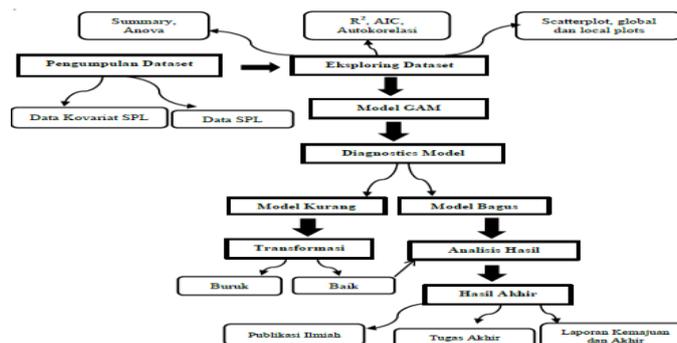
$$g(\mu_i) = \sum_j s_j(x_{ij}), \quad (11)$$

dimana $s_j(\cdot)$ adalah fungsi penghalusan yang tidak ditentukan dari prediktor j . Fungsi penghalusan misalnya *cubic spline*. Wood Simon N (2006) mendefinisikan *Cubic spline* adalah sebuah kurva yang terdiri dari bagian-bagian dari polinomial kubik,. Alan Argesti (2002), pilihan dari nilai df (atau smoothing parameter) menentukan seberapa penghalusan hasil dugaan model GAM tersebut.

METODE PENELITIAN

Data-data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data *real-time* dari bouys yang terletak di Samudera Hindia. Data SST harian yang digunakan dalam penelitian ini berasal dari *Tropical Atmosphere Ocean* (TAO) yaitu pelampung yang ditambatkan di samudera Hindia pada posisi 4⁰N 90⁰E, kedalaman 1 m, dari tahun 2011 sampai 2015.

Dalam penelitian ini digunakan *dataset* SST terdiri dari 1180 pengamatan harian dengan variabel respon SST (⁰C) dari pukul 00.00 sampai 12.00 pm waktu GMT, diberikan kovariat, yaitu *Wind Speed, Subsurface Temp, Shortwave Radiation, Salinity, Humadity, Prec. Rain, Dynamic Height, Density, Air Temperature, Isoterm, Conductivity, Current Velocity, Zonal, and Merid*. Ke semua data tersebut berasal dari satu lokasi buoy yang sama.

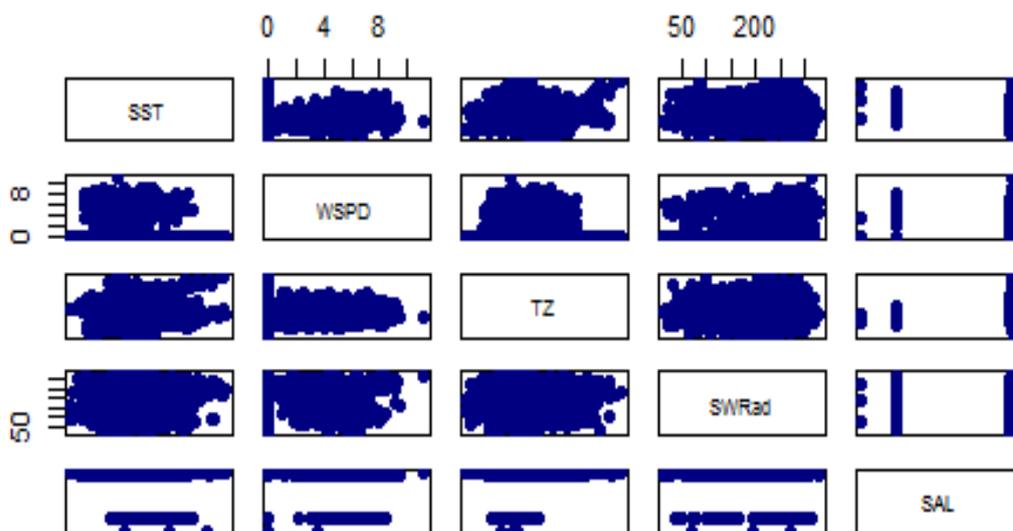


Gambar 3.1. Diagram alir metode penelitian

HASIL DAN PEMBAHASAN

Langkah eksplorasi dataset pertama kali adalah membuat *scatterplot*. Berikut ini adalah *scatterplot* dari data SST dengan 13 kovariat:

ariabel	SST	WSPD	TZ	SWRad	SAL
SST	1	-0.109	0.116	0.003	-0.154
WSPD	-0.109	1	-0.045	-0.001	-0.348
TZ	0.116	-0.045	1	-0.016	0.13
SWRad	0.003	-0.001	-0.016	1	0.02
SAL	-0.154	-0.348	0.13	0.02	1
RH	-0.079	-0.112	-0.122	-0.026	0.086
PrecRain	0.009	0.002	0.043	-0.032	0.004
DYN	-0.023	-0.014	-0.179	-0.004	-0.118
DEN	0.001	0.119	-0.113	0.023	-0.077
AIRT	0.011	-0.033	-0.165	-0.017	-0.128
ISO	0.033	-0.089	-0.185	-0.013	-0.108
SSS	-0.227	0.578	-0.154	0.031	-0.212
SPEED	-0.019	-0.036	-0.034	0.039	0.041
ZONAL	0.052	0.075	-0.056	-0.013	-0.085
MERID	-0.002	0.083	0.167	0.046	0.084

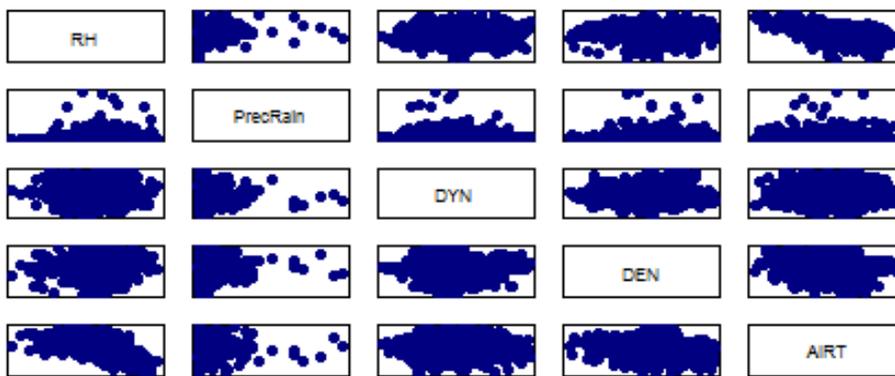


Gambar 4.1. Scatterplot dan Tabel Nilai Korelasi

Scatterplot dan tabel nilai korelasi pada gambar 4.1. memperlihatkan tidak ada variabel yang saling berkorelasi. Hal itu ditandai dengan tidak ada nilai korelasi yang lebih besar dari 0,5. Pola penyebaran titik-titik untuk setiap variabel bervariasi. Variabel *Wind Speed* menunjukkan hubungan *non linear*, *zero slope*, dan terdapat *gap* pada data, begitu juga variabel *Salinity*. Kedua variabel tersebut berisi pengamatan yang hilang (*missing data*), sehingga membuat *gap* pada sebaran datanya.

Varibel	RH	PrecRain	DYN	DEN	AIRT
SST	-0.079	0.009	-0.023	0.001	0.011
WSPD	-0.111	0.002	-0.014	0.119	-0.033
TZ	-0.122	0.043	-0.179	-0.113	-0.165

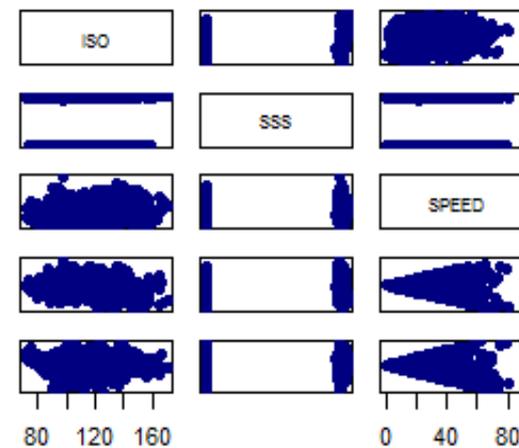
SWRad	-0.026	-0.032	-0.004	0.023	-0.017
SAL	0.086	0.004	-0.118	-0.077	-0.128
RH	1	0.093	-0.029	0.028	-0.508
PrecRain	0.093	1	-0.056	0.049	-0.092
DYN	-0.029	-0.056	1	0.103	0.104
DEN	0.028	0.049	0.103	1	-0.102
AIRT	-0.508	-0.092	0.104	-0.102	1
ISO	-0.065	-0.047	0.908	0.049	0.088
SSS	-0.124	-0.029	0.024	-0.126	0.111
SPEED	0.018	-0.009	0.067	-0.091	0.045
ZONAL	0.129	0.064	-0.14	0.109	0.023
MERID	-0.104	-0.035	-0.052	0.117	-0.017



Gambar 4.2. Scatterplot dan Tabel Nilai Korelasi

Variabel *Air Temperature* dan *Humadity* berkorelasi kuat secara negatif, dengan nilai korelasi sebesar -0,508. Scatterplot menunjukkan hubungan *Air Temperature* dan *Humadity* juga berpola *linear*, dengan *negative slope* dan kuat.

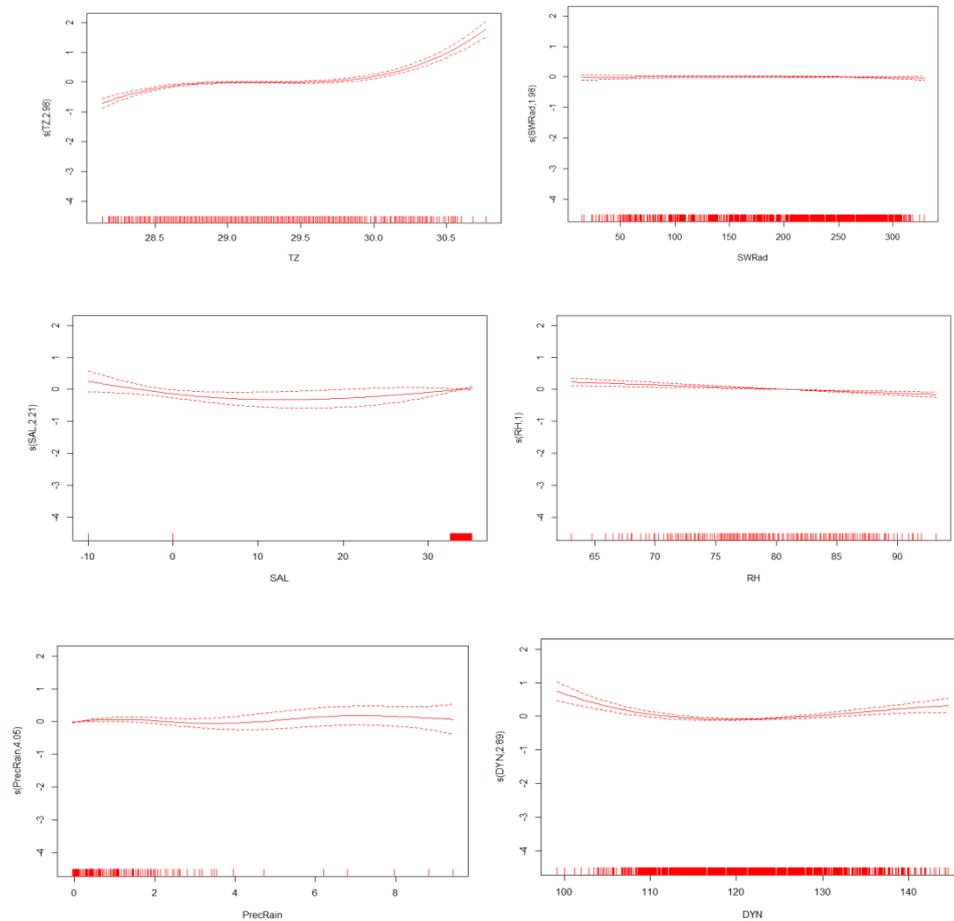
	IO	SSS	SPEED	ZONAL	MERID
SST	0.003	-0.227	-0.019	0.052	-0.002
WSPD	-0.089	0.578	-0.036	0.075	0.083
TZ	-0.186	-0.154	-0.034	-0.055	0.167
SWRad	-0.013	0.031	0.039	-0.013	0.046
SAL	-0.108	-0.212	0.041	-0.086	0.084
RH	-0.065	-0.124	0.018	0.129	-0.104
PrecRain	-0.046	-0.029	-0.009	0.064	-0.035
DYN	0.907	0.024	0.067	-0.14	-0.052
DEN	0.049	-0.126	-0.091	0.109	0.117
AIRT	0.088	0.111	0.045	0.023	-0.017
ISO	1	-0.068	0.087	-0.165	-0.082
SSS	-0.068	1	0.059	0.074	-0.028
SPEED	0.087	0.059	1	-0.079	-0.101
ZONAL	-0.165	0.074	-0.079	1	0.043
MERID	-0.082	-0.028	-0.101	0.043	1

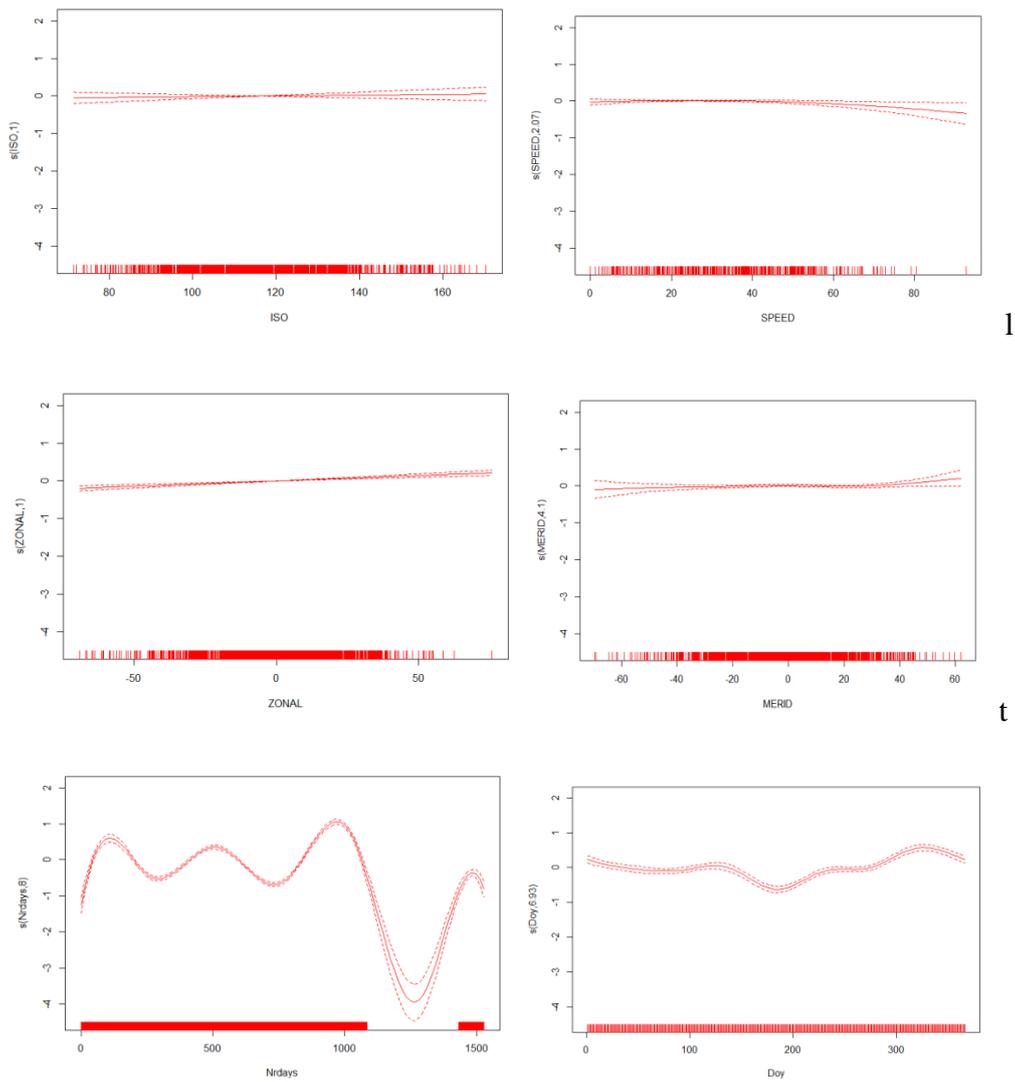


Gambar 4.3. Scatterplot dan Tabel Nilai Korelasi

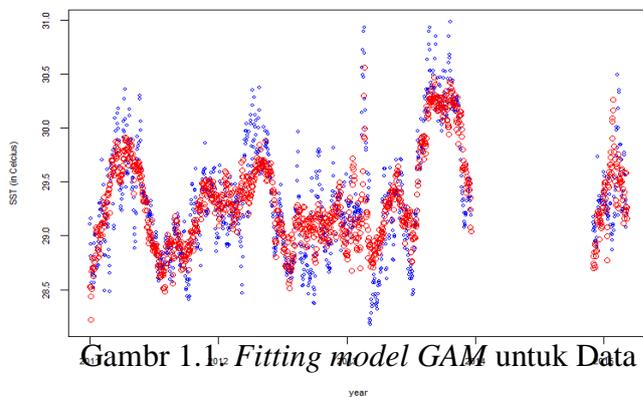
Variabel SSS mengalami *missing data* sebanyak 510 amatan, terlihat pada plot terdapat gap yang besar. Variabel *Wind Speed* dengan SSS memiliki nilai korelasi sebesar 0,578, dan variabel *Isoterm* dengan *Dynamic Height* memiliki nilai korelasi sebesar 0,908 (Tabel 4.2). Pola penyebaran variabel *Wind Speed* dengan SSS menunjukkan hubungan *linear, positive slope*, dan kuat. Hubungan antara variabel *Speed* dengan *Zonal* dan *Merid* adalah non linear yang membentuk suatu pola seperti corong pada scatterplot.

Setelah membuat scatterplot, selanjutnya data dianalisis dengan menggunakan *GAM (Generalized Additive Models)*. Berikut ini adalah Ilustrasi Model GAM dengan lokal fitting untuk setiap covariate:





Gambar 1 Model GAM dengan lokal fitting untuk setiap covariate dengan deviance 64.2%



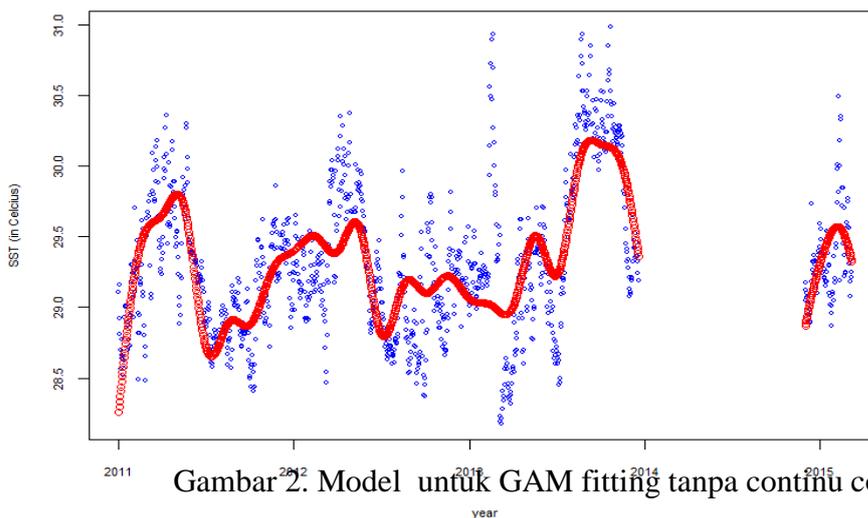
Gambar 1.1 Fitting model GAM untuk Data SST

Hasil dari Fitting Model GAM ditampilkan dalam Tabel 1, dimana hasil menunjukkan bahwa semua kovariat secara statistik signifikan, kecuali *Shortwave Radiation*, *Isoterm*, *Current Velocity*, dan *Merid*. Pengukuran *adjusted R-squared* adalah 62.9% untuk model. Pengukuran tersebut menunjukkan bahwa model tersebut fit dengan data sebesar 62.9% dan 37.1% belum tercover dalam model. Sedangkan AIC dan GCV dari model ini masing-masing

adalah 678.239 dan 0.10382. Adapun anova untuk model 1 dengan 13 kovariate adalah sebagai berikut,

Tabel 1. *Analysis of Variance* untuk model 1

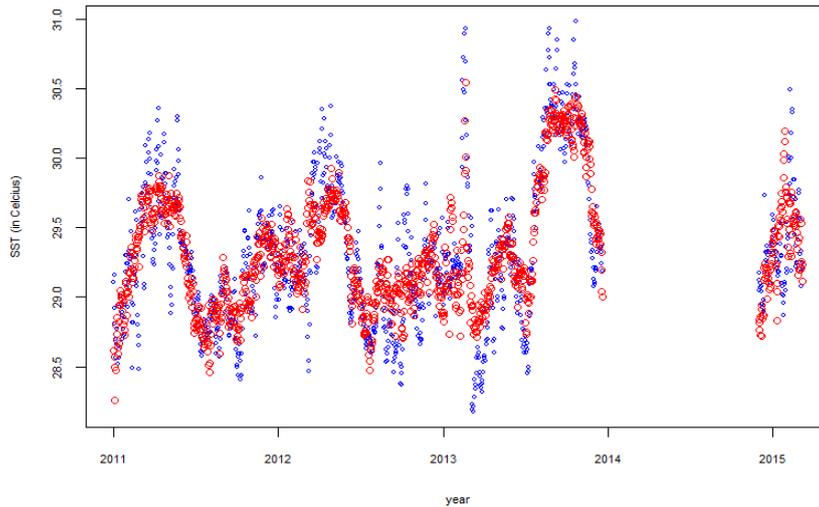
Predictor	edf	Red.df	F-value	P-value
<i>Subsurface Temperature</i>	2.983	3.000	70.934	<2e-16
<i>Shortwave Radiation</i>	1.984	2.493	0.585	0.594
<i>Salinity</i>	2.210	2.643	2.621	0.057
<i>Humadity</i>	1.000	1.000	14.728	0.000
<i>Prec. Rain</i>	4.046	4.948	1.918	0.089
<i>Dynamic Height</i>	2.892	2.989	21.520	1.67e-13
<i>Density</i>	2.915	2.993	6.856	0.000
<i>Air Temperature</i>	1.954	2.213	3.497	0.027
<i>Isoterm</i>	1.000	1.000	0.376	0.540
<i>Current Velocity</i>	2.069	2.317	2.119	0.111
<i>Zonal</i>	1.000	1.000	35.700	3.05e-09
<i>Merid</i>	4.102	5.193	1.415	0.213
<i>Nrdays</i>	8.000	8.000	136.675	<2e-16
<i>Doy</i>	6.930	7.000	42.512	<2e-16



Model 2 selanjutnya adalah model GAM fitting tanpa kontinu covariates. Kovariat waktu yang dimodelkan adalah *Day of the Year (Doy)* dan *Number of the days (Nrdays)*. Berdasarkan hasil pada tabel 2 dapat disimpulkan bahwa *Nrdays* dan *Doy* secara statistik signifikan kuat terhadap model. Nilai AIC dan GCV yang diperoleh masing-masing adalah 971.8472 dan 0.13229 serta nilai *adjusted R-squared* adalah 51,2%.

Tabel 2. *Analysis of Variance* untuk model 2

Predictor	edf	Red.df	F-value	P-value
<i>Nrdays</i>	7.993	8	125.310	<2e-16
<i>Doy</i>	6.937	7	67.720	<2e-16

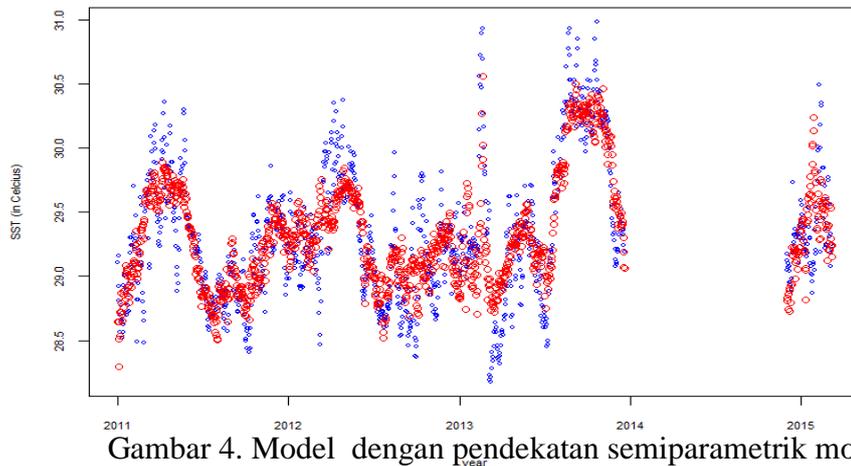


Gambar 3. Model dengan variabel *Wind Speed* dan *SSS* yang memiliki missing data

Model 3 adalah model yang memasukkan variabel yang memiliki missing data yaitu *Wind Speed* dan *SSS*. Hasil pada tabel 3 menunjukkan bahwa kedua variabel tersebut secara statistik signifikan terhadap model. Nilai AIC yang diperoleh sebesar 634.9884 dan nilai GCV sebesar 0.10014, dengan nilai *Adjusted R-squared* adalah 64,4%.

Tabel 3. *Analysis of Variance* untuk model 3

Predictor	edf	Red.df	F-value	P-value
<i>Wind Speed</i>	4.951	6.094	4.371	0.000
<i>Subsurface Temperature</i>	2.979	2.999	61.932	<2e-16
<i>Shortwave Radiation</i>	1.896	2.381	0.639	0.555
<i>Salinity</i>	1.800	2.221	0.688	0.518
<i>Humidity</i>	1.000	1.000	12.112	0.000
<i>Prec. Rain</i>	4.370	5.318	2.508	0.026
<i>Dynamic Height</i>	2.850	2.978	21.432	2.21e-13
<i>Density</i>	2.845	2.976	6.774	0.000
<i>Air Temperature</i>	1.956	2.215	3.882	0.017
<i>Isoterm</i>	1.000	1.000	0.035	0.852
<i>SSS</i>	2.757	2.938	6.459	0.000
<i>Current Velocity</i>	2.293	2.563	2.435	0.073
<i>Zonal</i>	1.000	1.000	30.385	4.36e-08
<i>Merid</i>	3.734	4.765	0.722	0.601
<i>Nrdays</i>	8.000	8.000	97.955	<2e-16
<i>Doy</i>	6.908	7.000	40.567	<2e-16



Gambar 4. Model dengan pendekatan semiparametrik model

Model 4 adalah model semiparametrik dimana nilai AIC dan GCV masing-masing adalah 665.8154 dan 0.10271 dengan nilai *Adjusted R-squared* sebesar 63,1%.

Tabel 4. *Analysis of Variance* untuk model 4 untuk parametrik

Predictor	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)
<i>Intercept</i>	3.030e+01	2.774e-01	109.220	<2e-16
<i>Wind Speed</i>	-1.108e-02	8.151e-03	-1.360	0.174
<i>Shortwave Radiation</i>	-8.107e-05	1.347e-04	-0.602	0.548
<i>Salinity</i>	8.760e-04	1.811e-03	0.484	0.629
<i>Humadity</i>	-1.207e-02	3.364e-03	-3.587	0.000
<i>Prec. Rain</i>	1.910e-02	1.277e-02	1.496	0.135
<i>Zonal</i>	2.977e-03	4.724e-04	6.302	4.18e-10
<i>Merid</i>	4.465e-04	4.835e-04	0.923	0.356

Tabel 4. *Analysis of Variance* untuk model 4 untuk smoothing parameter

Predictor	edf	Red.df	F-value	P-value
<i>Subsurface Temperature</i>	2.980	3.000	64.628	<2e-16
<i>Dynamic Height</i>	2.870	2.984	20.237	1.07e-12
<i>Density</i>	2.877	2.985	6.497	0.000
<i>Air Temperature</i>	1.953	2.213	3.739	0.021
<i>Isoterm</i>	1.000	1.000	0.019	0.891
<i>SSS</i>	2.847	2.976	9.133	6.36e-06
<i>Current Velocity</i>	2.623	2.869	2.397	0.071
<i>Nr Days</i>	8.000	8.000	96.208	<2e-16
<i>Doy</i>	6.844	7.000	38.234	<2e-16

KESIMPULAN

Model 1 untuk fitting data SST diperoleh *adjusted R-squared* adalah 62.9% Sedangkan AIC dan GCV dari model ini masing-masing adalah 678.24 dan 0.10.

Untuk model 2, nilai AIC dan GCV yang diperoleh masing-maisng adalah 971.85 dan 0.13 serta nilai *adjusted R-squared* adalah 51,2%. Hal ini menunjukkan bahwa efek waktu

memiliki kontribusi terbesar dibandingkan efek kontinu variabel sebesar 11.7% (13 variabel), bila kita merujuk pada model 1 dan 2.

Sedangkan melalui pendekatan model 3 dengan memasukkan variabel *Wind Speed* dan *SSS* diperoleh statistik signifikan terhadap model. Nilai AIC yang diperoleh sebesar 634.99 dan GCV sebesar 0.10 dengan nilai *adjusted R-squared* adalah 64,4%.

Melalui model 4 dengan memisahkan variabel kontinu dimana sebagian dalam koefisien parametrik dan aproksimasi parameter smoothing diperoleh nilai AIC dan GCV masing-masing adalah 665.82 dan 0.10 dengan nilai *adjusted R-squared* sebesar 63,1%. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa pendekatan model 3 memiliki nilai AIC terkecil dan R^2_{adj} terbesar. Meskipun demikian kesemua model menunjukkan bahwa efek waktu memiliki signifikan kuat dan kontribusi terbesar dalam model fitting data SST.

ACKNOWLEDGE

Penelitian ini lolos pada seleksi PKM 5 bidang tahun 2017, dengan kategori PKM-PE (Penelitian) yang diadakan oleh Belmawa Ristekdikti. Penulis mengucapkan terimakasih kepada Belmawa karena telah mendanai penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Argesti, Alan. *Categorical Data Analysis*. USA: John Wiley and Sons. 2002.
- C. Rencher and G. B. Schaalje. *Linear Models in Statistics*. John Wiley & Sons, Inc, 2008.
- Eilers, P. & Marx, B. (1996), 'Flexible smoothing with B-splines and penalties', *Statistical Science* 89, 89-121.
- F. A. Schott, S.-P. Xie, and J. P. McCreary, Indian ocean circulation and climate variability, *Reviews of Geophysics*, vol. 47, no. RG1002, pp. 1–46, 2009.
- Hastie, T. & Tibshirani, R. (1990), *Generalized Additive Models*, Vol. 43 of *Monographs on Statistics and Applied Probability*, Chapman & Hall, London.
- J. R. Magnus, B. Melenberg, and C. Muris, Global warming and local dimming: The statistical evidence, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 106, no. 494, pp. 452–464, 2011.
- Miftahuddin, 2016a. The Use Of Linear And Generalized Additive Models To Assess The Time Effects For Sea Surface Temperature, Dalam: Prosiding SEMIRATA Bidang MIPA 2016 BKS-PTN Barat, Palembang 22-24 Mei 2016, pp: 732-741
- Miftahuddin, 2016b. Fundamental fitting of the SST Data using Linear Regression Models. Program Book 12th International Conference on Mathematics, Statistics, and Its Applications (ICSMA) 2016, ISBN 978-1-5090-3385-0.
- R. H. Myers, D. C. Montgomery, G. G. Vining, and T. J. Robinson. *Generalized Linear Models*. John Wiley & Sons, Inc. 2010.
- S. Weiberg, *Applied Linear Regression: Third Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2005.
- T. Hastie, R. Tibshirani, and J. Friedman, *the Elements of Statistical Learning*. Stanford, California: Springer, 2008.

T. Hastie, R. Tibshirani, and J. Friedman, the Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction. Springer-Verlag, 2001.

Wood, Simon N. 2006. *Generalized Additive Models: an introduction with R*. Boca Raton: Chapman and Hall-CRC.

ANALISIS KORELASI KANONIK UNTUK MENGIDENTIFIKASI FAKTOR-FAKTOR YANG BERPENGARUH TERHADAP DERAJAT KESEHATAN

Asep Rusyana, Nurhasanah, dan Restu Deviyanti

Program Studi Statistika, FMIPA, Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh

Email : aseprusyana@unsyiah.ac.id

ABSTRACT

Important sector which gives contribution in society prosperity indicator is health sector. The essential indicators of the health consist of baby mortality number, life expectation value, and poor nutritious status. Four essential indicators which can influence society health are environment, human habit, health service, and ancestry. Objectives of this research identify relation on environment, human habit, and health service to health aspects in Aceh Province with using canonical correlation analysis. Source of data are Aceh Statistic Center Board (BPS) and Department of Health in Aceh Province. According to the research results, canonical correlation coefficient between independent variable and dependent variable is 0.923. This shows that there is strong correlation between environment, human habit, and healthy service indicators to healthy indicators. Health indicators are dominated by life expectation value and poor nutrition status. Environment and human habit indicators are dominated by tap water or bottled water, a number of active posyandu, and a number of babies given exclusive ASI. Every increasing of tap water or bottled water, a number of active posyandu, and the number of baby given exclusive ASI then life expectation value will also increase, vice versa poor nutrient will decrease.

Keywords : health indicator, environment indicator, human habit, health service, canonical correlation.

PENDAHULUAN

Sektor penting yang memberikan kontribusi dalam indikator kesejahteraan masyarakat adalah sektor kesehatan. Kesehatan merupakan aspek yang mengukur kesejahteraan kualitas fisik dari masyarakat. Indikator utama derajat kesehatan adalah angka kematian bayi, angka harapan hidup, dan status gizi buruk (Dinkes, 2013). Ketiga indikator tersebut sangat berpengaruh terhadap kemampuan/ kinerja petugas kesehatan dalam merencanakan, melaksanakan, dan mengendalikan program (kegiatan) sehingga mampu meningkatkan derajat kesehatan masyarakat.

Empat faktor utama yang dapat mempengaruhi derajat kesehatan masyarakat yaitu lingkungan, perilaku manusia, pelayanan kesehatan, dan keturunan (Blum, 1974). Keempat faktor tersebut saling berpengaruh. Oleh karena itu, upaya pembangunan sarana kesehatan harus dilaksanakan secara simultan dan berkesinambungan. Pemerintah harus berperan aktif dalam pembangunan sarana kesehatan serta pelaksanaan kesehatan secara menyeluruh.

Berdasarkan data dari Dinas Kesehatan Aceh mengenai derajat kesehatan, maka informasi dapat dijadikan teori untuk mendukung penelitian yang dilakukan. Oleh karena itu, peneliti akan mengidentifikasi hubungan antara indikator utama derajat kesehatan yang

berupa angka kematian bayi, angka harapan hidup, dan status gizi buruk di provinsi Aceh dengan persentase rumah/bangunan bebas jentik nyamuk aedes, persentase keluarga yang memiliki jamban sehat, persentase rumah tangga dengan sumber air minum, persentase jumlah posyandu aktif, persentase penduduk berobat jalan, persentase jumlah bayi yang diberi Air Susu Ibu (ASI) eksklusif, persentase bayi yang mendapatkan imunisasi campak, persentase pertolongan persalinan oleh tenaga kesehatan, dan persentase cakupan pemberian vitamin A pada bayi.

Dalam kasus penelitian ini, melibatkan lebih dari satu peubah tak bebas dan peubah bebas, salah satu analisis statistika adalah korelasi kanonik. Analisis korelasi kanonik digunakan untuk mengidentifikasi dan mengukur tingkat keeratan hubungan antara segugus peubah tak bebas dengan segugus peubah bebas, dan menguraikan struktur hubungan di dalam gugus peubah tak bebas maupun dalam gugus peubah bebas (Mattjik, 2011). Tujuan dari penelitian ini adalah melihat hubungan antara aspek lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan terhadap derajat kesehatan di provinsi Aceh dengan metode korelasi kanonik.

TINJAUAN PUSTAKA

Analisis Korelasi Kanonik

Analisis korelasi kanonik adalah salah satu teknik analisis statistika yang digunakan untuk melihat hubungan antara segugus peubah tak bebas (Y_1, Y_2, \dots, Y_p) dengan segugus peubah bebas (X_1, X_2, \dots, X_q). Tujuan dari analisis korelasi kanonik adalah mengukur tingkat keeratan hubungan antara segugus peubah tak bebas dengan segugus peubah bebas, dan menguraikan struktur hubungan di dalam gugus peubah tak bebas maupun dalam gugus peubah bebas (Mattjik, 2011).

Analisis korelasi kanonik berfokus pada korelasi antara kombinasi linier dari gugus peubah tak bebas dengan kombinasi linier dari gugus peubah bebas. Ide utama dari analisis ini adalah mencari pasangan dari kombinasi linier ini yang memiliki korelasi terbesar. Pasangan dari kombinasi linier ini disebut fungsi/peubah kanonik dan korelasinya disebut korelasi kanonik (Safitri, 2009).

Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dalam analisis korelasi kanonik adalah (Mattjik, 2011) :

1. Linieritas, yaitu keadaan dimana hubungan antar peubah tak bebas dengan peubah bebas bersifat linier.
2. Normalitas multivariat, yaitu menguji signifikansi setiap fungsi kanonik. Namun, pengujian normalitas secara multivariat sulit dilakukan, maka cukup dilakukan uji normalitas untuk setiap peubah. Asumsi yang digunakan adalah jika secara individu sebuah peubah memenuhi kriteria normalitas, maka secara keseluruhan juga akan memenuhi asumsi normalitas.
3. Tidak ada multikolinieritas antar anggota kelompok peubah, baik peubah tak bebas maupun peubah bebas.

2.2. Penentuan Fungsi Kanonik dan Pendugaan Koefisien Kanonik

Misalkan ingin dibuat hubungan antara gugus peubah tak bebas Y_1, Y_2, \dots, Y_p yang dinotasikan dengan vektor peubah acak Y , dengan gugus peubah bebas X_1, X_2, \dots, X_q yang dinotasikan dengan vektor peubah acak X , dimana $p \leq q$. Misalkan karakteristik dari vektor peubah acak X dan Y adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \mu_x & \text{Cov}(X) &= \sum_{XX} \\
 E(Y) &= \mu_y & \text{Cov}(Y) &= \sum_{YY} & \text{Cov}(X, Y) &= \sum_{XY} = (\sum_{YX})^t & (1)
 \end{aligned}$$

Kombinasi linear dari kedua gugus peubah dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} W &= \underline{a}^t X = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_q X_q \\ V &= \underline{b}^t Y = b_1 Y_1 + b_2 Y_2 + \dots + b_p Y_p \end{aligned} \quad (2)$$

Sehingga

$$\begin{aligned} \text{Var}(W) &= \underline{a}^t \text{Cov}(X) \underline{a} = \underline{a}^t \Sigma_{XX} \underline{a} \\ \text{Var}(V) &= \underline{b}^t \text{Cov}(Y) \underline{b} = \underline{b}^t \Sigma_{YY} \underline{b} \quad \text{Cov}(W, V) = \underline{a}^t \text{Cov}(X, Y) \underline{b} \\ &= \underline{a}^t \Sigma_{XY} \underline{b} \end{aligned} \quad (3)$$

Vektor koefisien \underline{a} dan \underline{b} dapat diperoleh dengan cara mencari $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_k$ yang merupakan nilai eigen dari matriks $\Sigma_{YY}^{-1} \Sigma_{YX} \Sigma_{XX}^{-1} \Sigma_{XY}$ yang berpadanan dengan vektor eigen $\underline{f}_1, \underline{f}_2, \dots, \underline{f}_k$. Disamping itu, $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_k$ juga merupakan nilai eigen dari matriks $\Sigma_{XX}^{-1} \Sigma_{XY} \Sigma_{YY}^{-1} \Sigma_{YX}$ yang berpadanan dengan vektor eigen $\underline{e}_1, \underline{e}_2, \dots, \underline{e}_k$. Sehingga vektor koefisien \underline{a} dan \underline{b} diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \underline{a}_k &= \frac{1}{\sqrt{\underline{e}_k^t \Sigma_{XX} \underline{e}_k}} \underline{e}_k \\ \underline{b}_k &= \frac{1}{\sqrt{\underline{f}_k^t \Sigma_{YY} \underline{f}_k}} \underline{f}_k \end{aligned}$$

Korelasi kanonik diperoleh dengan menghitung (Johnson, 2007):

$$\text{Corr}(W_k, V_k) = \rho = \frac{\underline{a}_k^t \Sigma_{XY} \underline{b}_k}{\sqrt{\underline{a}_k^t \Sigma_{XX} \underline{a}_k} \sqrt{\underline{b}_k^t \Sigma_{YY} \underline{b}_k}} \quad (4)$$

Didefinisikan pasangan pertama dari peubah kanonik adalah kombinasi linear W_1, V_1 yang memiliki ragam satu dan korelasinya terbesar; pasangan kedua dari peubah kanonik adalah kombinasi linear W_2, V_2 yang memiliki ragam satu dan korelasi terbesar kedua serta tidak berkorelasi dengan peubah kanonik yang pertama dan pasangan ke-k dari peubah kanonik adalah kombinasi linear W_k, V_k yang memiliki ragam satu dan korelasinya terbesar ke-k serta tidak berkorelasi dengan peubah kanonik 1, 2, ..., k-1.

a. Fungsi kanonik pertama :

$$W_1 = \underline{a}_1^t X \quad \text{Var}(W_1) = 1$$

$$V_1 = \underline{b}_1^t Y \quad \text{Var}(V_1) = 1$$

$$\text{Maksimum Corr}(W_1, V_1) = \rho_1$$

b. Fungsi kanonik kedua :

$$W_2 = \underline{a}_2^t X \quad \text{Var}(W_2) = 1$$

$$\text{Cov}(W_1, W_2) = 0$$

$$V_2 = \underline{b}_2^t Y \quad \text{Var}(V_2) = 1$$

$$\text{Cov}(V_1, V_2) = 0$$

$$\text{Cov}(W_1, V_2) = \text{Cov}(W_2, V_1) = 0 \text{ dan maksimum Corr}(W_2, V_2) = \rho_2$$

c. Fungsi kanonik ke- k :

$$W_k = \underline{a}_k^t X \quad \text{Var}(W_k) = 1$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(W_1, W_k) &= 0, \quad k \neq 1 \\ V_k &= \underline{b}_k^t Y \quad \text{Var}(V_k) = 1 \\ \text{Cov}(V_1, V_k) &= 0, \quad k \neq 1 \\ \text{Cov}(W_1, V_k) &= \text{Cov}(W_k, V_1) = 0, \quad k \neq 1 \text{ dan maksimum } \text{Corr}(W_k, V_k) = \rho_k \end{aligned}$$

Besarnya nilai proporsi keragaman menunjukkan baik tidaknya peubah kanonik yang dipilih untuk menerangkan keragaman asal. Semakin besar nilai proporsi keragaman maka semakin baik peubah-peubah kanonik yang dipilih menerangkan keragaman asal. Batasan yang digunakan untuk nilai proporsi bersifat relatif, sebagai acuan lebih besar dari 70% (Mattjik, 2011).

2.3. Uji Statistik

Ada dua hipotesis yang akan di uji dalam analisis korelasi kanonik yaitu uji hipotesis untuk mengetahui apakah secara keseluruhan korelasi kanonik signifikan (uji korelasi kanonik secara bersama) dan uji hipotesis untuk mengetahui apakah ada sebagian korelasi kanonik signifikan (uji individu). Jika uji hipotesis pertama memperoleh kesimpulan bahwa paling tidak ada satu korelasi kanonik tidak bernilai nol maka dilanjutkan dengan uji hipotesis kedua untuk mengetahui apakah ada sebahagian korelasi kanonik signifikan.

1. Uji korelasi kanonik secara keseluruhan (kelompok)

Hipotesis:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0 \text{ (semua korelasi kanonik tidak signifikan)}$$

$$H_a : \text{ada } \rho_i \neq 0, i= 1, 2, \dots, k \text{ (paling tidak ada satu korelasi kanonik signifikan)}$$

Statistik uji :

$$B = - \left[(n - 1) - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda$$

(5)

dengan

$$\Lambda = \prod_{i=1}^k (1 - \rho_i^2),$$

dimana :

Λ = peubah Lambda Wilk's

n = jumlah pengamatan

p = jumlah peubah tak bebas

q = jumlah peubah bebas

Kriteria keputusan :

Hipotesis nol ditolak pada taraf signifikansi α jika $B > \chi_{\alpha}^2$ dengan derajat bebas pxq .

2. Uji korelasi kanonik secara sebagian (individu)

Hipotesis:

$$H_0 : \rho_1 = 0, \rho_2 = 0, \dots, \rho_k = 0 \text{ (korelasi kanonik tidak signifikan)}$$

$$H_a : \rho_i \neq 0, i= 1, 2, \dots, k \quad \text{(korelasi kanonik signifikan)}$$

Statistik uji :

$$B_r - \left[(n - 1) - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda_r$$

(6)

dengan

$$\Lambda_r = \prod_{i=r}^k (1 - \rho_i^2),$$

dimana :

Λ = peubah Lambda Wilk's

n = jumlah pengamatan

p = jumlah peubah tak bebas

q = jumlah peubah bebas

Kriteria keputusan :

Hipotesis nol ditolak pada taraf signifikansi α jika $B_r > \chi_{\alpha}^2$ dengan derajat bebas (p-r)(q-r).

2.4. Interpretasi Fungsi Kanonik

Interpretasi yang dapat dilakukan dalam analisis korelasi kanonik yaitu terhadap koefisien kanonik yaitu bobot kanonik (*canonical weights*), muatan kanonik (*canonical loadings*), muatan silang kanonik (*canonical cross-loadings*).

1. Bobot kanonik (*canonical weights*)

Bobot kanonik merupakan koefisien kanonik yang telah dibakukan, dapat diinterpretasi sebagai besarnya kontribusi peubah asal terhadap peubah kanonik. Semakin besar nilai koefisien ini maka semakin besar kontribusi peubah yang bersangkutan terhadap peubah kanonik.

2. Muatan kanonik (*canonical loadings*)

Muatan kanonik dapat dihitung dari korelasi antara peubah asal dengan masing-masing peubah kanoniknya. Semakin besar nilai muatan kanonik maka akan semakin penting peranan peubah asal tersebut dalam kumpulan peubahnya. Peubah asal yang memiliki nilai muatan kanonik besar (>0.5) akan dikatakan memiliki peranan besar dalam kumpulan peubahnya sedangkan tanda muatan kanonik menunjukkan arah hubungannya (Hair, dkk., 1998).

Muatan kanonik dibedakan menjadi :

a. Muatan kanonik peubah bebas

$$R_{XW} = R_{XX} A_Z$$

dimana :

R_{XX} = korelasi sederhana antar variabel X

A_Z = vektor koefisien kanonik variabel W

b. Muatan kanonik peubah tak bebas

$$R_{YV} = R_{YY} B_Z$$

dimana :

R_{YY} = korelasi sederhana antar variabel Y

B_Z = vektor koefisien kanonik variabel V.

3. Muatan silang kanonik (*canonical cross-loadings*).

Muatan-silang kanonik dapat dihitung dari korelasi antara peubah asal dengan bukan peubah kanoniknya. Semakin besar nilai muatan silang mencerminkan semakin dekat hubungan fungsi kanonik yang bersangkutan dengan peubah asal. Peubah asal yang memiliki nilai muatan silang kanonik besar (>0.5) akan dikatakan memiliki peranan besar dalam kumpulan peubahnya sedangkan tanda muatan silang kanonik menunjukkan arah hubungannya (Hair, dkk., 1998).

Muatan silang kanonik terdiri dari :

- a. Muatan silang kanonik peubah bebas

$$R_{XV} = R_{XW} \rho_k$$

dimana ρ_k = nilai korelasi kanonik dari variabel kanonik ke-k

- b. Muatan silang kanonik peubah tak bebas

$$R_{YW} = R_{YV} \rho_k$$

dimana ρ_k = nilai korelasi kanonik dari variabel kanonik ke-k

METODE

Data yang digunakan terdiri dari 3 peubah derajat kesehatan, 3 peubah aspek lingkungan, 3 peubah aspek perilaku, dan 3 peubah aspek pelayanan kesehatan. Adapun peubah-peubah tersebut adalah:

1. Peubah tak bebas (Y) yang berupa indikator derajat kesehatan, diantaranya:

Y_1 = Angka kematian bayi

Y_2 = Angka harapan hidup

Y_3 = Status gizi buruk

2. Peubah bebas (X) yang berupa aspek lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan, diantaranya:

X_1 = Persentase rumah/bangunan bebas jentik nyamuk aedes

X_2 = Persentase keluarga memiliki jamban sehat

X_3 = Persentase rumah tangga dengan sumber air minum

X_4 = Persentase jumlah posyandu aktif

X_5 = Persentase penduduk berobat jalan

X_6 = Persentase jumlah bayi yang diberi ASI eksklusif

X_7 = Persentase bayi yang mendapatkan imunisasi campak

X_8 = Persentase pertolongan persalinan oleh tenaga kesehatan

X_9 = Persentase cakupan pemberian vitamin A pada bayi.

Analisis data pada penelitian ini menggunakan metode korelasi kanonik. Pengolahan data dilakukan dengan *software* SPSS. 17.0 dan Minitab 14. Adapun tahapan analisisnya sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan data kesehatan masyarakat berdasarkan aspek lingkungan, perilaku, pelayanan kesehatan, dan derajat kesehatan tahun 2012 dalam bentuk diagram batang.

2. Melakukan uji asumsi analisis korelasi kanonik.

Data harus memenuhi asumsi korelasi kanonik yaitu linieritas, normalitas, dan tidak ada multikolinieritas.

3. Menentukan fungsi kanonik dan pendugaan koefisien kanonik.

4. Uji statistik.

Pengujian hipotesis dilakukan untuk melihat keterkaitan antara sebagian atau keseluruhan dari peubah korelasi kanonik. Ada dua pengujian yang akan dilakukan yaitu pengujian secara bersama (kelompok) dan pengujian secara individu. Masing-masing pengujian dilakukan dengan uji Wilk's dengan nilai peubah Lambda Wilk's.

5. Menginterpretasikan hasil analisis korelasi kanonik.

Interpretasi korelasi kanonik dengan tiga koefisien yaitu bobot kanonik (*canonical weights*), muatan kanonik (*canonical loadings*), muatan silang kanonik (*canonical cross-loadings*).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penentuan Koefisien Korelasi Kanonik dan Fungsi Kanonik

Koefisien korelasi kanonik yang terbentuk disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Koefisien korelasi kanonik

Fungsi ke-	Koefisien korelasi kanonik	Persentase keragaman
1	0.923	79.887
2	0.742	16.942
3	0.432	3.171

Pemilihan jumlah fungsi kanonik dapat dilihat dari nilai keragaman. Besarnya nilai proporsi keragaman menunjukkan baik tidaknya peubah kanonik yang dipilih untuk menerangkan keragaman asal.. Menurut Mattjik (2011), batasan yang digunakan untuk nilai proporsi bersifat relatif, sebagai acuan lebih besar dari 70%. Dari Tabel 4.1. terlihat bahwa korelasi kanonik yang cukup besar yaitu fungsi ke-1 yaitu 0.923 dengan besar keragaman yaitu 79.887%. Sedangkan fungsi ke-2 dan ke-3 memiliki keragaman yang relatif kecil. Oleh karena itu, hanya nilai korelasi kanonik fungsi pertama saja yang digunakan untuk interpretasi, untuk lebih memperjelas akan dilakukan uji statistik secara kelompok dan individu.

4.2. Uji Signifikansi Korelasi Kanonik

1. Uji Korelasi Kanonik Secara Keseluruhan (Kelompok)

Pengujian korelasi kanonik secara keseluruhan dapat dilakukan dengan menggunakan uji Wilks dengan peubah Lamda Wilks dengan hipotesis sebagai berikut :

Hipotesis:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0$$

(semua korelasi kanonik tidak signifikan)

$$H_a : \text{ada } \rho_i \neq 0, i= 1, 2, 3$$

(paling tidak ada satu korelasi kanonik signifikan)

Berdasarkan hasil yang didapat, nilai peubah Lamda Wilks (Λ) yaitu sebesar 0.05402, maka dapat disubstitusikan pada persamaan (5) berikut ini :

$$B = - \left[(n - 1) - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda$$

$$B = -[22 - 6.5] -2.9184$$

$$B = (-15.5)(-2.9184)$$

$$B = 45.235$$

Berdasarkan dari nilai tabel *chi-square* diperoleh nilai $\chi^2_{(\alpha, p \times q)} = \chi^2_{(0.05, 27)} = 40.113$.

Bila dibandingkan dengan nilai hitung yang diperoleh maka $B = 45.235 > \chi^2_{(0.05, 27)} = 40.113$ dapat disimpulkan bahwa tolak H_0 . Hasil yang sama juga dapat dilihat dari *p-value* sebesar 0.045 kurang dari 0.05 yang menunjukkan tolak H_0 . Artinya bahwa paling sedikit ada satu korelasi kanonik yang signifikan, sehingga fungsi kanonik dapat dilakukan uji lebih lanjut.

2. Uji Korelasi Kanonik Secara Sebagian (Individu)

Pengujian korelasi kanonik secara individu juga dilakukan dengan menggunakan uji Wilks dengan peubah Lamda Wilks dengan hipotesis sebagai berikut :

Hipotesis:

$$H_0 : \rho_1 = 0, \rho_2 = 0, \rho_3 = 0$$

(korelasi tidak signifikan)

$$H_a : \rho_i \neq 0, i= 1, 2, 3$$

(korelasi kanonik signifikan)

Berdasarkan hasil yang didapat, nilai masing-masing peubah Lamda Wilks (Λ) yaitu sebesar 0.05402, 0.36583, dan 0.81359, maka dapat disubstitusikan pada persamaan (6) berikut ini :

$$B_1 = - \left[(n - 1) - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda$$

$$B_1 = -[22 - 6.5] -2.9184$$

$$B_1 = (-15.5)(-2.9184)$$

$$B_1 = 45.235$$

$$B_2 = - \left[(n - 1) - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda$$

$$B_2 = -[22 - 6.5] -1.00353$$

$$B_2 = (-15.5)(-1.00353)$$

$$B_2 = 15.555$$

$$B_3 = - \left[(n - 1) - \frac{1}{2}(p + q + 1) \right] \ln \Lambda$$

$$B_3 = -[22 - 6.5] -0.20629$$

$$B_3 = (-15.5)(-0.20629)$$

$$B_3 = 3.198$$

Berdasarkan dari nilai tabel *chi-square* diperoleh nilai $\chi^2_{(\alpha, p \times q)} = \chi^2_{(0.05, 27)} = 40.113$.

Bila dibandingkan dengan nilai hitung B_1 untuk fungsi kanonik ke-1 yang diperoleh maka $B_1 = 45.235 > \chi^2_{(0.05, 27)} = 40.113$ dapat disimpulkan bahwa tolak H_0 . Hasil yang sama juga dapat dilihat dari *p-value* sebesar 0.045 kurang dari 0.05 yang menunjukkan tolak H_0 . Artinya fungsi kanonik ke-1 secara individu signifikan.

Untuk perhitungan B_2 sebagai fungsi kanonik ke-2 dibandingkan dengan nilai hitung yang diperoleh maka $B_2 = 15.555 < \chi^2_{(0.05, 27)} = 40.113$ dapat disimpulkan bahwa belum cukup bukti untuk menolak H_0 . Hasil yang sama juga dapat dilihat dari *p-value* sebesar 0.580 lebih besar dari 0.05 yang menunjukkan belum cukup bukti untuk menolak H_0 . Artinya fungsi kanonik ke-2 secara individu tidak signifikan.

Untuk perhitungan B_3 sebagai fungsi kanonik ke-3 dibandingkan dengan nilai hitung yang diperoleh maka $B_3 = 3.198 < \chi^2_{(0.05, 27)} = 40.113$ dapat disimpulkan bahwa belum cukup bukti untuk menolak H_0 . Hasil yang sama juga dapat dilihat dari nilai *p-value* sebesar 0.889 lebih besar dari 0.05 yang menunjukkan belum cukup bukti untuk menolak H_0 . Artinya fungsi kanonik ke-3 secara individu tidak signifikan. Dengan demikian dari hasil pengujian secara individu dapat disimpulkan bahwa fungsi korelasi kanonik pertama yang dapat di interpretasi lebih lanjut.

4.3. Interpretasi Fungsi Kanonik

1. Bobot Kanonik

Bobot kanonik yang terdapat pada peubah kanonik pertama untuk peubah bebas disajikan pada Tabel 4.3. dan peubah tak bebas disajikan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.3. Bobot kanonik peubah bebas

Peubah kanonik bebas	Fungsi ke-1
X_1	0.004
X_2	0.057
X_3	0.817
X_4	0.319
X_5	0.078
X_6	0.483
X_7	-0.467
X_8	0.288
X_9	-0.052

Tabel 4.3. menunjukkan bobot kanonik pada fungsi kanonik pertama urutan kontribusi terbesar sampai terkecil terhadap peubah bebas kanonik adalah rumah tangga dengan sumber air minum ledeng/isi ulang/air kemasan (X_3), jumlah bayi yang di beri ASI eksklusif (X_6), bayi yang mendapatkan imunisasi campak (X_7), jumlah posyandu aktif (X_4), pertolongan persalinan oleh tenaga kesehatan (X_8), penduduk berobat jalan (X_5), keluarga yang memiliki jamban sehat (X_2), cakupan pemberian vitamin A pada bayi (X_9), dan rumah/bangunan bebas jentik nyamuk aedes (X_1).

Tabel 4.4. Bobot kanonik peubah tak bebas

Peubah kanonik tak bebas	Fungsi ke-1
Y_1	-0.492
Y_2	0.763
Y_3	-0.608

Tabel 4.4. menunjukkan bobot kanonik pada fungsi kanonik pertama urutan kontribusi terbesar sampai terkecil terhadap peubah kanonik tak bebas adalah angka harapan hidup (Y_2), status gizi buruk (Y_3), dan angka kematian bayi (Y_1).

2. Muatan Kanonik

Muatan kanonik menunjukkan korelasi antara peubah asal dengan peubah kanonik. Nilai muatan yang terdapat pada peubah kanonik pertama untuk peubah bebas disajikan pada Tabel 4.5. dan nilai muatan yang terdapat pada peubah kanonik pertama untuk peubah tak bebas disajikan pada Tabel 4.6.

Tabel 4.5. Muatan kanonik peubah bebas

Peubah kanonik bebas	Fungsi ke-1
X_1	0.340
X_2	0.298
X_3	0.658
X_4	0.586
X_5	0.309
X_6	0.357
X_7	-0.197

X₈	-0.038
X₉	-0.395

Tabel 4.5. menunjukkan muatan kanonik peubah bebas yang memiliki korelasi paling erat dengan fungsi kanonik pertama adalah rumah tangga dengan sumber air minum ledeng/isi ulang/air kemasan (X₃) dengan nilai korelasi sebesar 0.658, dan jumlah posyandu aktif (X₄) dengan nilai korelasi sebesar 0.586.

Tabel 4.6. Muatan kanonik peubah tak bebas

Peubah kanonik tak bebas	Fungsi ke-1
Y₁	-0.239
Y₂	0.726
Y₃	-0.540

Tabel 4.6. menunjukkan muatan kanonik peubah tak bebas yang memiliki korelasi paling erat dengan fungsi kanonik pertama adalah status gizi buruk (Y₃) dengan nilai korelasi sebesar -0.540 dan angka harapan hidup (Y₂) dengan nilai korelasi sebesar 0.726.

3. Muatan Silang Kanonik

Muatan silang kanonik yang terdapat pada peubah kanonik pertama untuk peubah bebas disajikan pada Tabel 4.7. dan peubah tak bebas disajikan pada Tabel 4.8.

Tabel 4.7. Muatan silang kanonik peubah bebas

Peubah kanonik bebas	Fungsi ke-1
X₁	0.003
X₂	0.059
X₃	0.824
X₄	0.313
X₅	0.081
X₆	0.572
X₇	-0.467
X₈	0.293
X₉	-0.058

Tabel 4.7. menunjukkan muatan silang kanonik peubah bebas yang memiliki korelasi paling erat dengan fungsi kanonik pertama adalah rumah tangga dengan sumber air minum ledeng/isi ulang/air kemasan (X₃) dengan nilai korelasi sebesar 0.824 dan jumlah bayi yang di beri ASI eksklusif (X₆) dengan korelasi sebesar 0.572.

Tabel 4.8. Muatan silang kanonik peubah tak bebas

Peubah kanonik tak bebas	Fungsi ke-1
Y₁	-0.496
Y₂	0.745
Y₃	-0.599

Tabel 4.8. menunjukkan muatan silang kanonik peubah tak bebas yang memiliki korelasi paling erat dengan fungsi kanonik pertama adalah angka harapan hidup (Y_2) dengan nilai korelasi sebesar 0.745 dan status gizi buruk (Y_3) dengan nilai korelasi sebesar -0.599.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Koefisien korelasi kanonik antara peubah bebas terhadap peubah tak bebas sebesar 0.923. Hal ini menunjukkan adanya hubungan yang erat antara faktor lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan terhadap derajat kesehatan.
2. Derajat kesehatan didominasi oleh angka harapan hidup dan status gizi buruk. Faktor lingkungan dan perilaku didominasi oleh sumber air minum ledeng/isi ulang/air kemasan, jumlah posyandu aktif, dan jumlah bayi yang diberi ASI eksklusif. Setiap meningkatnya sumber air minum, jumlah posyandu aktif, dan jumlah bayi yang diberi ASI eksklusif maka angka harapan hidup juga akan meningkat begitu pula sebaliknya gizi buruk akan menurun.

DAFTAR PUSTAKA

- , 2013. *Aceh Dalam Angka 2013*. BPS Aceh, Banda Aceh.
- , 2013. *Indikator Kesejahteraan Masyarakat Provinsi Aceh 2013*. BPS Aceh, Banda Aceh.
- , 2013. *Profil Kesehatan Provinsi Aceh Tahun 2012*. Dinas Kesehatan Aceh, Banda Aceh.
- Asbah, M.F., Sudarno, Safitri, D. 2013. Penentuan Koefisien Korelasi Kanonik dan Interpretasi Fungsi Kanonik Multivariat. *Jurnal Gaussian*. Vol 2 (2): 119-128.
- Balkaya, A., S. Cankaya, and M. Ozbakır. 2011. Use of Canonical Correlation Analysis for Determination of Relationships Between Plant Characters and Yield Components in Winter Squash (*Cucurbita maxima* Duch.) Populations. *Bulgarian Journal of Agricultural Science*. Vol 17 (5): 606-614.
- Blum, Hendrik L. 1974. *Planning for Health, Development and Application of Social Changes Theory*. New York: Human Sciences Press.
- Ebenezer, Ogunsakin R. 2012. Canonical Correlation Analysis of Poverty and Literacy Levels in Ekiti State, Nigeria. *Mathematical Theory and Modeling*. Vol 2 (6): 2224-5804.
- Gujarati, D.N. 2004. *Basic Econometric*, 4th Edition. McGraw-Hill, New York.
- Hair, Jr., R.E. Anderson, R.L. Tatham, and W.C. Black. 1998. *Multivariate Data Analysis*, 5th ed. Prentice Hall International, Inc.: New Jersey.
- Jannah, R. 2012. Analisis Korelasi Kanonik Untuk Mengkaji Hubungan Antara Peubah Ekonomi Dengan Peubah Kesejahteraan Rakyat. *Skripsi*. Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh.

- Johnson, R.A dan D.W. Wichren. 2007. *Applied Multivariat Statistical Analysis 6th Edition*, Prentice Hall Inc: New Jersey.
- Krishnan, Gobi, et al., 2014. An Approach of Canonical Correlation Analysis, Risk Estimate Analysis and Response Surface Methodology Towards Factors That Affecting the Efficiency of Management of Vessels. *Journal of Advanced Scientific Research*. Vol 5 (4): 25-30.
- Mattjik, A.A. dan Sumertajaya, I Made. 2011. *Sidik Peubah Ganda Dengan Menggunakan SAS*. IPB Press.
- Peraturan Menteri dalam Negeri, No. 54, 2010, *Tata Cara Pengolahan Data dan Informasi Perencanaan Pembangunan Daerah*, Jakarta.
- Safitri, D dan Indrasari, P. 2009. Analisis Korelasi Kanonik Pada Perilaku Kesehatan dan Karakteristik Sosial Ekonomi di Kota Pati Jawa Tengah. *Media Statistika*. Vol 2 (1): 39-48.

PENAKSIR RASIO RATA-RATA POPULASI MENGGUNAKAN STANDAR DEVIASI, KOEFISIEN SKEWNESS, DAN KOEFISIEN KURTOSIS PADA SAMPLING GANDA

Rustam Efendi, Firdaus, Haposan Sirait, Marini
Jurusan Matematika FMIPA Universitas Riau^{1,2,3}
rustam.r4m@gmail.com*

ABSTRACT

This paper discusses three type ratio estimators for population's mean using standard deviation, coefficient of skewness and coefficient of kurtosis on double sampling which is a review from the article of Singh et.al [Italian Journal of Pure and Applied Mathematics-N. 28(2011): 135-142]. The three estimators are biased estimator, then determined the mean square error (MSE) of the three estimators. Furthemore compared the mean square error of each estimators. The smallest mean square error of estimator is the most efficient estimator.

Keywords: Ratio estimator, mean square error, double sampling, standard deviation, coefficient of skewness and coefficient of kurtosis.

PENDAHULUAN

Sampel yang baik dari sebuah populasi harus representatif, mencerminkan semua unsur dalam populasi secara proporsional dan mempunyai karakteristik yang relatif sama dengan populasinya.[7]. Untuk memperoleh sampel yang representatif maka dalam proses pengambilan sampel dari populasi harus memenuhi kaidah-kaidah pengambilan sampel. Metode sampling ganda (dua tahap) adalah salah satu cara pengambilan sampel dimana pengambilan sampel dilakukan dua tahap pengambilan. Tahap pertama, diambil sampel berukuran n' dari populasi berukuran N secara acak sederhana tanpa pengembalian. Selanjutnya pada tahap kedua, sampel berukuran n diambil dari sampel tahap pertama berukuran n'' secara acak sederhana tanpa pengembalian.

Salah satu cara untuk meningkatkan ketelitian sebuah penaksir adalah dengan melibatkan variabel tambahan dari populasi yang diteliti atau menambahkan informasi tambahan. Dalam makalah ini dibahas metode rasio dengan menggunakan informasi tambahan. Misalkan Y , X dan Z merupakan karakteristik yang dimiliki populasi, dimana Y adalah variabel yang akan diteliti, serta X dan Z adalah variabel tambahan yang telah diteliti sebelumnya. Dengan memanfaatkan hubungan Y dan variabel tambahan X dan Z dalam populasi yang sama, variabel Y , X dan Z saling berkorelasi positif, sehingga penggunaan informasi tambahan dapat meningkatkan ketelitian penaksir. Selanjutnya dibandingkan tiga penaksir rasio yang terdapat pada Singh et al. [6] yaitu penaksir rasio \hat{Y}_1 , \hat{Y}_2 dan \hat{Y}_3 , dengan menggunakan standar deviasi σ_z , koefisien skewness $\beta_1(z)$ dan koefisien kurtosis $\beta_2(z)$. Karena ketiga penaksir ini bias, maka untuk memperoleh penaksir rata-rata populasi yang efisien diantara ketiga penaksir adalah dengan membandingkan *mean square error (MSE)* dari masing-masing penaksir. Penaksir yang memiliki *MSE* terkecil merupakan penaksir yang paling efisien.

METODE PENELITIAN

Metode yang dipakai dalam menulis makalah ini adalah kajian literatur dari beberapa karya ilmiah dan buku-buku referensi yang terkait dan diskusi dengan tim dan beberapa teman yang mengkaji ilmu-ilmu statistik yang relevan dengan tulisan ini.

Makalah ini dimulai dengan mengemukakan definisi dan beberapa teorema yang terkait dengan topik utama permasalahan tulisan dalam makalah ini.

Definisi 1 [2, h.61] Misalkan Y adalah variabel acak diskrit sebanyak N dengan fungsi kepadatan peluang $P(y_i)$, ekspektasi dari Y yang dilambangkan dengan notasi $E(Y)$ dan didefinisikan sebagai

$$E(Y) = \sum_{i=1}^N y_i P(y_i)$$

Sampling Acak Sederhana

Pengambilan sampel dengan metode acak sederhana adalah suatu metode untuk mengambil n unit dari populasi berukuran N , dimana setiap unit mempunyai kesempatan yang sama untuk terambil menjadi anggota sampel. Pengambilan sampel dapat dilakukan dengan pengembalian atau tanpa pengembalian [7, h.21].

Misalkan suatu populasi berukuran N yang berkarakter Y dengan nilai variabel Y_i untuk masing-masing unit, $t = 1, 2, 3, \dots, N$, sehingga rata-rata populasi \bar{Y} adalah $\bar{Y} = 1/N \sum_{i=1}^N y_i$.

Akan diambil sampel berukuran n secara acak sederhana dengan nilai variabel y_i untuk masing-masing unit, $t = 1, 2, 3, \dots, n$ sehingga rata-rata sampel \bar{y} adalah $\bar{y} = 1/n \sum_{i=1}^n y_i$.

Ekspektasi \bar{y} sama dengan \bar{Y} . Pernyataan ini dapat ditunjukkan sebagai berikut:

$$E(y_i) = \sum_{t=1}^N y_i P(y_i),$$

dengan $P(y_i)$ adalah probabilitas terpilihnya y_i menjadi anggota sampel. Jika probabilitas sampel berukuran n pengambilan yaitu $1/N$, maka

$$E(y_i) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} y_i$$

$$E(y_i) = \bar{Y}$$

dengan demikian diperoleh

$$E(\bar{y}) = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i\right)$$

$$E(\bar{y}) = \bar{Y} \dots\dots\dots(1)$$

Persamaan (1) menunjukkan bahwa penaksir \bar{y} merupakan penaksir tak bias untuk \bar{Y} .

Teorema 2 [7, h.27] Apabila \bar{y} adalah rata-rata sampel berkarakter Y yang diambil secara sampling acak sederhana tanpa pengembalian, maka variansi \bar{y} dinotasikan dengan $Var(\bar{y})$ adalah

$$Var(\bar{y}) = \frac{S_y^2}{n} \frac{N-n}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})^2}{(N-1)n} (i-f)$$

dengan $f = n/N$ adalah fraksi penarikan sampel, dan $S_y^2 = \frac{y_i - \bar{Y}^2}{N-1}$ adalah variansi y_i dalam populasi. (Bukti: Cochran [7, h.27]).

Sampling Ganda

Berdasarkan keterangan proses pengambilan sampel pada metode sampling ganda diperoleh rata-rata sampel pada tahap pertama adalah

$$\bar{y}_{sas} = 1/n' \sum_{i=1}^{n'} y_{i_{sas}}$$

dan rata-rata sampel pada tahap kedua adalah

$$\bar{y}_{sg} = 1/n \sum_{i=1}^n y_{i_{sas}}$$

Teorema 3 [3, h.287] Untuk rata-rata sampel per unit, penaksir rata-rata pada sampling ganda dinotasikan dengan \bar{y}_{jsg} merupakan penaksir tak bias untuk rata-rata populasi \bar{Y} .

Bukti. Misalkan rata-rata sampel per unit pada tahap kedua adalah $\bar{y}_{ij_{sas}}$ dan dinotasikan dengan \bar{y}_{jsg} , sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} E(\bar{y}_{jsg}) &= \sum_{j=1}^{C_n^{n'}} \bar{y}_{jsg} P(\bar{y}_{jsg}) \\ &= \sum_{i=1}^{C_n^N} \sum_{j=1}^{C_n^{n'}} \bar{y}_{ij_{sas}} P(\bar{y}_{ij_{sas}}) \\ &= \sum_{i=1}^{C_n^N} \sum_{j=1}^{C_n^{n'}} \bar{y}_{ij_{sas}} P(\bar{y}_{i_{sas}}) P(\bar{y}_{j/i_{sas}}) \\ &= \sum_{i=1}^{C_n^N} P(\bar{y}_{i_{sas}}) \sum_{j=1}^{C_n^{n'}} P(\bar{y}_{j/i_{sas}}) P(\bar{y}_{j/i_{sas}}) \\ &= \sum_{j=1}^{C_n^{n'}} P(\bar{y}_{i_{sas}}) E(\bar{y}_{j/i_{sas}} | i) \\ E(\bar{y}_{jsg}) &= \sum_{i=1}^{C_n^N} P(\bar{y}_{i_{sas}}) \bar{y}_{i_{sas}} \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

Probabilitas seluruh n' unit tertentu yang terambil dalam n' pengambilan tanpa pengembalian yaitu $1/C_n^{n'}$, sehingga persamaan (2) menjadi

$$\begin{aligned} E(\bar{y}_{jsg}) &= \frac{1}{C_n^{n'}} \sum_{i=1}^{C_n^N} \bar{y}_{i_{sas}} \\ E(\bar{y}_{jsg}) &= \bar{Y} \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

Persamaan (3) menunjukkan bahwa penaksir rata-rata pada sampling ganda merupakan penaksir tak bias.

Teorema 4 [3, h.287] Jika pengambilan sampel tahap pertama secara acak berukuran n' , dan sampel tahap kedua secara acak berukuran n , maka variansi \bar{y}_{jsg} pada sampling ganda adalah

$$Var(\bar{y}_{jsg}) = \left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{N}\right) s_y^2 + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n'}\right) s_d^2$$

dengan

$$s_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{y}_{i_{sas}} - \bar{Y})^2}{N-1}, s_d^2 = \frac{\sum_{i,j=1}^{n'} (\bar{y}_{ij_{sas}} - \bar{y}_{i_{sas}})^2}{n'-1},$$

(Bukti: Sukhatme [3, h.287]).

Penaksir Rasio untuk Rata-rata Populasi pada Sampling Ganda

Metode rasio yang sering digunakan adalah metode rasio yang menggunakan informasi yang sudah ada sebelumnya yaitu yang menggunakan variabel tambahan berkarakter **X**, dengan memanfaatkan hubungan variabel **Y** dengan variabel tambahan **X**. Sebelumnya telah dibahas penaksir rasio untuk rata-rata populasi pada sampling ganda yang diajukan oleh sukhatme [3], yaitu

$$\hat{\bar{Y}}_{rsg} = \frac{\bar{y}_{sg}}{\bar{x}_{sg}} \bar{x}'_{sas}$$

dengan

$$\bar{x}'_{sas} = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} y_{i_{sas}}, \bar{y}_{sg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{j_{sg}},$$

dan

$$\bar{x}_{sg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n'} x_{j_{sg}},$$

$\hat{\bar{Y}}_{rsg}$ adalah penaksir rasio untuk rata-rata populasi menggunakan satu variabel tambahan pada sampling ganda.

Bias dan MSE

Penaksir rasio adalah penaksir bias, kemudian ditentukanlah *MSE*. Bias dan *MSE* dari penaksir rasio pada sampling ganda yang diajukan oleh sukhatme [3] adalah sebagai berikut:

Bias dari penaksir rasio yaitu

$$B(\hat{\bar{Y}}_{rsg}) \approx \bar{Y} (f_3(C_x^2 - \rho_{xy} C_x C_y))$$

dan

MSE dari penaksir rasio yaitu

$$MSE(\hat{\bar{Y}}_{rsg}) \approx \bar{Y}^2 (f_1 C_y^2 + (f_1 - f_2)(C_x^2 - 2\rho C_x C_y))$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

PENAKSIR RASIO RATA-RATA POPULASI PADA SAMPLING GANDA

Penaksir rasio yang dibahas dalam makalah ini adalah penaksir yang dikemukakan oleh Singh et al. [6], namun diakhir pembahasan dikemukakan contoh yang berbeda dengan yang dikemukakan oleh Singh. Ketiga penaksir tersebut adalah sebagai berikut:

(i) Penaksir Rasio Pertama

$$\hat{\bar{Y}}_1 = \bar{y}_{sg} \left(\frac{\bar{x}'_{sas}}{\bar{x}_{sg}} \right) \left(\frac{\bar{Z} + \sigma_Z}{\bar{z}'_{sas} + \sigma_Z} \right) \dots\dots(4)$$

(ii) Penaksir Rasio Kedua

$$\hat{\bar{Y}}_2 = \bar{y}_{sg} \left(\frac{\bar{x}'_{sas}}{\bar{x}_{sg}} \right) \left(\frac{\beta_1(z)\bar{Z} + \sigma_Z}{\beta_1(z)\bar{z}'_{sas} + \sigma_Z} \right) \dots(5)$$

(iii) Penaksir Rasio Kedua

$$\hat{Y}_3 = \bar{y}_{sg} \left(\frac{\bar{x}'_{sas}}{\bar{x}_{sg}} \right) \left(\frac{\beta_2(z)\bar{Z} + \sigma_Z}{\beta_2(z)\bar{z}'_{sas} + \sigma_Z} \right) \dots (6)$$

dengan \bar{x}'_{sas} merupakan rata-rata sampel tahap pertama dari variabel X , \bar{z}'_{sas} merupakan rata-rata sampel tahap pertama dari variabel Z , \bar{x}'_{sg} merupakan rata-rata sampel tahap kedua dari variabel X serta \bar{y}'_{sg} merupakan rata-rata sampel tahap kedua dari variabel Y , σ_Z adalah standar deviasi, β_1 adalah koefisien *skewness* dan β_2 merupakan koefisien kurtosis.

Penaksir-penaksir pada persamaan (4), (5), dan (6) merupakan penaksir bias. Untuk menentukan penaksir yang efisien diperlukan *mean square error (MSE)* dari masing-masing penaksir.

BIAS DAN MSE PENAKSIR RASIO UNTUK RATA-RATA POPULASI

Dengan melakukan beberapa proses aljabar diperoleh Bias dan *MSE* dari penaksir rasio pada persamaan (4), (5) dan (6) yaitu sebagai berikut:

(i) Bias dan *MSE* penaksir rasio pertama (\hat{Y}_1)

$$B(\hat{Y}_1) \approx \bar{Y} ((f_1 - f_2)(C_x^2 - \rho_{xy} C_x C_y) + \theta_1^2 f_2 C_z^2 - \theta_1 \rho_{yz} C_y C_z))$$

dan

$$MSE(\hat{Y}_1) \approx \bar{Y}^2 (f_1 C_y^2 + f_2 (\theta_2^2 C_z^2 - 2\theta_1 \rho_{xy} C_y C_z) + f_3 (C_x^2 - \rho_{xz} C_x C_y))$$

(ii) Bias dan *MSE* penaksir rasio kedua (\hat{Y}_2)

$$B(\hat{Y}_2) \approx \bar{Y} ((f_1 - f_2)(C_x^2 - \rho_{xy} C_x C_y) + \theta_2^2 f_2 C_z^2 - \theta_2 \rho_{yz} C_y C_z))$$

dan

$$MSE(\hat{Y}_2) \approx \bar{Y}^2 (f_1 C_y^2 + f_2 (\theta_2^2 C_z^2 - 2\theta_2 \rho_{xy} C_y C_z) + f_3 (C_x^2 - \rho_{xz} C_x C_y))$$

(iii) Bias dan *MSE* penaksir rasio ketiga (\hat{Y}_3)

$$B(\hat{Y}_3) \approx \bar{Y} ((f_1 - f_2)(C_x^2 - \rho_{xy} C_x C_y) + \theta_3^2 f_2 C_z^2 - \theta_3 \rho_{yz} C_y C_z))$$

dan

$$MSE(\hat{Y}_3) \approx \bar{Y}^2 (f_1 C_y^2 + f_2 (\theta_3^2 C_z^2 - 2\theta_3 \rho_{xy} C_y C_z) + f_3 (C_x^2 - \rho_{xz} C_x C_y))$$

dengan

$$f_1 = \frac{1}{n} - \frac{1}{N}, \theta_1 = \frac{\bar{Z}}{\bar{Z} - \sigma_Z}, f_2 = \frac{1}{n'} - \frac{1}{N}, \theta_2 = \frac{\beta_1(z)\bar{Z}}{\beta_1(z)\bar{Z} - \sigma_Z}, f_3 = \frac{1}{n} - \frac{1}{n'}, \theta_3 = \frac{\beta_2(z)\bar{Z}}{\beta_2(z)\bar{Z} - \sigma_Z}$$

PENAKSIR RASIO YANG EFISIEN

Penaksir yang efisien dari ketiga penaksir yang dikemukakan diatas diperoleh dengan membandingkan masing-masing MSE dari tiga penaksir tersebut. Dengan melakukan beberapa proses aljabar diperoleh perbandingan MSE dari ketiga penaksir tersebut sebagai berikut:

(i) $MSE(\hat{y}_1)$ versus $MSE(\hat{y}_2)$

Jika

$$(\theta_1 - \theta_2) > 0 \text{ dan } \rho_{yz} < \frac{(\theta_1 + \theta_2)C_z}{2C_y}$$

maka diperoleh

$$MSE(\hat{y}_1) > MSE(\hat{y}_2)$$

(ii) $MSE(\hat{y}_1)$ versus $MSE(\hat{y}_3)$

Jika

$$(\theta_1 - \theta_2) < 0 \text{ dan } \rho_{yz} < \frac{(\theta_1 + \theta_2)C_z}{2C_y}$$

maka diperoleh

$$MSE(\hat{y}_1) < MSE(\hat{y}_3)$$

(iii) $MSE(\hat{y}_2)$ versus $MSE(\hat{y}_3)$

Jika

$$(\theta_1 - \theta_2) < 0 \text{ dan } \rho_{yz} < \frac{(\theta_1 + \theta_2)C_z}{2C_y}$$

maka diperoleh

$$MSE(\hat{y}_2) < MSE(\hat{y}_3)$$

Contoh

Diperoleh 50 data yang dibangkitkan dengan program R versi 3.3.2, yang disajikan pada Tabel berikut.

Tabel Data Pengeluaran, Pendapatan dan Banyak Tanggungan seorang karyawan sebuah perusahaan

No.	Y Pengeluaran (Juta Rupiah)	X Pendapatan (Juta Rupiah)	Z Banyak Tanggungan
1	1,9196462	3,258323	4
2	1,0219652	4,400171	3
3	2,4674942	4,741579	2
4	1,0370126	5,307309	2
5	2,2395041	5,04761	4
6	3,107916	3,767991	4
7	1,7915487	4,384669	2
8	1,1589816	3,960669	3
9	2,9771854	4,627056	3
10	1,0696526	4,040546	3
11	1,748893	5,151615	2
12	2,330801	4,301515	2

13	3,1368627	3,762017	5
14	1,2722416	3,227514	3
15	1,4235975	4,14466	3
16	0,8468319	4,281524	4
17	3,0763357	5,233162	3
18	2,5632537	4,808353	4
19	3,1461003	3,180757	4
20	2,752398	4,438267	2
21	1,3720794	5,205179	3
22	2,6299732	3,9666	2
23	1,4528317	3,613031	3
24	1,945411	3,80417	2
25	2,8550705	4,657255	5
26	1,7308604	4,663405	3
27	3,1978787	5,148338	4
28	1,6274685	3,279134	3
29	1,5701676	3,494827	2
30	1,4951168	4,736994	3
31	2,7903934	5,129744	2
32	2,653884	4,87532	3
33	0,9728584	4,217548	3
34	1,3524105	4,521783	3
35	0,801907	5,10544	1
36	1,8141031	3,945191	3
37	1,3484506	3,005574	2
38	0,8676167	4,56039	1
39	3,0609983	4,937473	1
40	2,3489756	3,352796	1
41	2,1539337	3,346256	4
42	1,3745556	4,008557	4
43	0,9572955	3,345597	4
44	3,064297	3,805206	1
45	2,5250759	3,944563	5
46	1,2392419	4,631485	1
47	2,8520091	3,698441	1
48	2,3982018	5,439711	2
49	2,5682293	3,313568	3
50	2,653625	4,305307	2

Nilai variabel Y dan X dibangkitkan dari data berdistribusi uniform, dan nilai variabel Z dibangkitkan dari data berdistribusi binomial. Disini N adalah populasi karyawan dalam sebuah perusahaan dan dimisalkan Y adalah jumlah pengeluaran karyawan perbulan, X adalah jumlah pendapatan karyawan perbulan, dan Z adalah jumlah tanggungan dalam keluarga.

Dari hasil perhitungan data pada Tabel di atas diperoleh:

- (i) $MSE(\hat{y}_1) > MSE(\hat{y}_2)$,
dengan $\rho_{yz} < 0,46667$

(ii) $MSE(\hat{y}_1) < MSE(\hat{y}_3)$
dengan $\rho_{yz} < 1,83048$

(iii) $MSE(\hat{y}_2) < MSE(\hat{y}_3)$
dengan $\rho_{yz} < 1,548122$

KESIMPULAN

Hasil perhitungan dengan menggunakan data pada contoh menegaskan bahwa teori yang dikemukakan pada pembahasan memang benar adanya seandainya syarat-syarat yang dikemukakan dipenuhi. Dari hasil perhitungan diperoleh hubungan yang sesuai dengan teori yang dibahas, yaitu

$$MSE(\hat{y}_2) < MSE(\hat{y}_1) < MSE(\hat{y}_3)$$

yang berarti bahwa penaksir kedua,

$$\hat{Y}_2 = \bar{y}_{sg} \left(\frac{\bar{x}'_{sas}}{\bar{x}_{sg}} \right) \left(\frac{\beta_1(z)\bar{Z} + \sigma_z}{\beta_1(z)\bar{z}'_{sas} + \sigma_z} \right)$$

merupakan penaksir yang paling efisien dalam menaksir rata-rata pengeluaran diantara ketiga penaksir yang dibahas.

REFERENSI

- D. C. Montgomery dan G. C. Runger. *Applied Statistics and Probability for Engineers*, 2ndEd. John Wiley & Sons, New York, 1999.
- J. Bain dan M. Engelhardt. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, Second Edition. Duxbury Press, Belmont, California, 2000.
- V. Sukhatme. *Sampling Theory of Surveys with Applications*. The Indian Council of Agricultural Research, New Delhi, 1957.
- R. G. Bartle dan D. R. Sherbert. *Introduction to Real Analysis*, Third Edition. Hamilton Printing Company, New York, 1999.
- R. V. Hogg dan E. A. Tanis. *Probability and Statistical Inference*, Sixth Edition. Upper Saddle River, New Jersey, 2001.
- R. Singh, P. Chauhan, N. Sawan dan F. Smarandache. Improvement for in estimating population mean using two auxiliary variables in two-phase Sampling. *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics*-N. 28 (135-142), 2011.
- W. G. Cochran. *Teknik Penarikan Sampel*, Edisi ke-3. Terj. dari *Sampling Techniques*, oleh Radiansyah dan E. R Osman. Penerbit Universitas Indonesia, Jakarta, 1991.

DIVISIBILITY PROPERTIES OF THE SUM INVOLVING PELL-LUCAS NUMBERS

Baki Swita

Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Bengkulu
email: b.swita@yahoo.com

ABSTRACT

Pell-Lucas numbers Q_n are infinite sequences of integers defined by recurrence relation $Q_n = 2Q_{n-1} + Q_{n-2}; n \geq 2; Q_0 = Q_1 = 2$. The divisibility properties of the sum involving Pell-Lucas numbers $\sum Q_i$ for i odd and even have been investigated. Some results have been found. This research investigates additional properties and proves that $Q_n \mid \sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}$ for n odd, $Q_{n+1} \mid \sum_{k=0}^n Q_{2k+1}$ for n even, and $Q_n \mid \sum_{k=0}^n Q_{2k}$ for n even.

Keywords: Pell-Lucas numbers, the sum involving Pell-Lucas Numbers, divisibility properties

PENDAHULUAN

Sifat-sifat pembagian dari bilangan bulat seperti Bilangan Pell dan Pell-Lucas salah satu topik kajian yang menarik perhatian peneliti. Bilangan Pell P_n merupakan barisan takhingga dari bilangan bulat yang didefinisikan dengan relasi rekursi

$P_n = 2P_{n-1} + P_{n-2}; n \geq 2, P_0 = 0, P_1 = 1$. Bilangan Pell-Lucas Q_n didefinisikan dengan relasi rekursi yang sama, dengan *initial condition* $Q_0 = Q_1 = 2$.

Pada tahun 2006, Santana dan Barero [1] telah menunjukkan dua sifat pembagian dari jumlah yang memuat Bilangan Pell $\sum_{k=0}^{2n} P_{2k+1}$ dan $\sum_{k=1}^{2n} P_{2k-1}$. Penyelidikan sifat-sifat pembagian dari jumlah yang memuat Bilangan Pell dilanjutkan oleh Bradie pada tahun 2010 [2]. Beberapa sifat-sifat tambahan untuk $\sum P_{2k+1}$ dan $\sum P_{2k}$ telah ditemukan. Termotivasi dari Santana dan Barero, suatu investigasi dilakukan terhadap sifat-sifat dari jumlah yang memuat Bilangan Pell-Lucas $\sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}, \sum_{k=1}^n Q_k$ dan $\sum_{k=0}^{2n} Q_{2k}$ [3,4]. Beberapa sifat pembagian telah diperoleh.

Hasil eksplorasi berbantuan Maple mem berikan indikasi beberapa sifat pembagian yang ditunjukkan oleh Bradie untuk jumlah yang memuat Bilangan Pell juga relevan untuk jumlah yang memuat Bilangan Pell-Lucas. Beberapa hasil eksplorasi tersebut dapat dilihat pada [5]. Hasil eksplorasi memberikan indikasi: (i) $Q_n \mid \sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}, \forall n \in N$; (ii) $Q_{n+1} \mid \sum_{k=0}^n Q_{2k+1}, n$ genap; (iii) $(Q_{n+1} + Q_n) \mid \sum_{k=0}^n Q_{2k+1}$ untuk n ganjil; (iv) $Q_n \mid \sum_{k=0}^n Q_{2k}$ untuk n genap.

Artikel ini membuktikan sifat (i), (ii), dan (iv), khususnya:

- (1) Membuktikan $Q_n \mid \sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}, n$ ganjil
- (2) Membuktikan $Q_{n+1} \mid \sum_{k=0}^n Q_{2k+1}, n$ genap
- (3) Membuktikan $Q_n \mid \sum_{k=0}^n Q_{2k}, n$ genap.

KAJIAN LITERATUR

Suatu bilangan bulat b dikatakan habis dibagi oleh bilangan bulat $a \neq 0$ jika terdapat bilangan bulat c sedemikian sehingga $b = ac$, ditulis $a | b$ (lihat [6]).

Untuk memahami sifat-sifat pembagian dari jumlah yang memuat Bilangan Pell-Lucas $\sum Q_i$ diperlukan sifat-sifat dari Bilangan Pell-Lucas. Beberapa sifat dari Bilangan Pell-Lucas Q_n ditunjukkan pada [7] dengan menggunakan pendekatan matrik, diantaranya adalah sebagai berikut.

$$Q_{n+1}Q_{n-1} - Q_n^2 = 8(-1)^{n+1} \quad (1)$$

$$Q_{n+1}Q_{n-1} + Q_n^2 = 2(Q_{2n} + 2(-1)^{n+1}) \quad (2)$$

Disamping menggunakan matrik, pembuktian sifat-sifat yang berhubungan dengan Bilangan Pell-Lucas juga dapat dilakukan dengan “Rumus Binet” untuk Q_n , seperti pada Persamaan (3) berikut (lihat [7]).

$$Q_n = \alpha^n + \beta^n; \alpha = 1 + \sqrt{2}; \beta = 1 - \sqrt{2} \quad (3)$$

Analog dengan P_n , perluasan Rumus Q_n untuk indeks negatif dapat dibuktikan dengan induksi matematika, diberikan oleh [8].

$$Q_{-n} = (-1)^{n+1} Q_n \quad (4)$$

Beberapa sifat pembagian dari $\sum Q_{2k+1}$ dan $\sum Q_{2k}$ yang telah diperoleh sebelumnya adalah sebagai berikut [3,4]:

- (i) $Q_{2n+1} | \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}; \forall n \in N$
- (ii) $S_{4n+1} | \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}; \forall n \in N$
- (iii) $Q_{2n} | \sum_{i=0}^{2n} Q_{2i}; \forall n \in N$
- (iv) $8 | \sum_{k=1}^n Q_k$; untuk n genap
- (v) $S_{4n} + 1 | \sum_{i=0}^{2n} Q_{2i}; \forall n \in N$
- (vi) $3 | \sum_{k=1}^{8n} Q_k; \forall n \in N$

di mana S_n adalah jumlah n bilangan Pell-Lucas yang pertama yang tidak sama dengan nol.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian dasar yaitu mengembangkan teori tentang sifat pembagian dari jumlah yang memuat Bilangan Pell-Lucas. Metode yang digunakan adalah eksplorasi berbantuan Maple. Sifat-sifat yang diperoleh dibuktikan secara analitik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil eksplorasi berbantuan Program Maple memberikan indikasi bahwa Q_{n+1} membagi habis $\sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}$ untuk bilangan bulat positif n . Hasil eksplorasi tersebut dapat dilihat pada Tabel 1. Hasil eksplorasi ini akan dibuktikan benar untuk semua n ganjil pada Proposisi 1 berikut.

Proposisi 1. Jika n ganjil, maka $Q_n | \sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}$.

Bukti.

Dengan menggunakan Rumus Binet pada Persamaan (3) diperoleh

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1} &= Q_1 + Q_3 + Q_5 + \dots + Q_{4n-1} \\ &= (\alpha + \beta) + (\alpha^3 + \beta^3) + (\alpha^5 + \beta^5) + \dots + (\alpha^{4n-1} + \beta^{4n-1}) \\ &= (\alpha + \alpha^3 + \alpha^5 + \alpha^7 + \alpha^9 + \dots + \alpha^{4n-1}) + (\beta + \beta^3 + \beta^5 + \beta^7 + \beta^9 + \dots + \beta^{4n-1}) \\ &= \frac{\alpha((\alpha^2)^{2n} - 1)}{\alpha^2 - 1} + \frac{\beta((\beta^2)^{2n} - 1)}{\beta^2 - 1} = \frac{1}{2}(\alpha^{4n} + \beta^{4n} - 2) \\ &= \frac{1}{2}((\alpha^{2n} + \beta^{2n})^2 - 4) \\ &= \frac{1}{2} Q_{2n}^2 - 2 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan Persamaan (1) dan (2) untuk n ganjil diperoleh

$$Q_{2n} = \frac{1}{2}(4 + 2Q_n^2) = Q_n^2 + 2. \text{ Sehingga}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1} &= \frac{1}{2}(Q_n^2 + 2)^2 - 2 \\ &= \frac{1}{2} Q_n (Q_n^3 + 4Q_n) \blacksquare \end{aligned}$$

Hasil eksplorasi pada Tabel 1 membe rikan indikasi bahwa Q_n juga membagi habis $\sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}$ untuk n genap. Tetapi pembuk tian secara analitik belum dapat diberikan. Oleh karena masih diperlukan penyelidikan lebih lanjut.

Tabel 1. Hasil Eksplorasi Sifat Pembagian dari $\sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}$

n	Q_n	$\sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}$	$\frac{\sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}}{Q_n}$
1	2	16	8
2	6	576	96
3	14	19600	1400
4	34	665856	19584
5	82	22619536	275848
6	198	768398400	3880800
7	478	26102926096	54608632
8	1154	886731088896	768397824
9	2786	30122754096400	10812187400
10	6726	1023286908188736	152138999136
11	16238	34761632124320656	2140758229112
12	39202	1180872205318713600	30122754076800
13	94642	40114893348711941776	423859315617928
14	228486	1362725501650887306816	5964153171970656

15	551614	46292552162781456490000	83922003725035000
16	1331714	1572584048032918633353216	1180872205318047744
17	3215042	53421565080956452077519376	16616132878188357128
18	7761798	181476062870448645200230560 0	233806732499929327200
19	18738638	616484398108715829160008710 56	3289910387877261032312
20	45239074	2094232192940929332 69 2027310336	46292552162781433870464
⋮			
25	3710155682	94741125149636 933 4178730799 20900017936	2553561986880445234585 5248648
26	8957108166	321840933675706717 20263761 19771675835456	3593134387 91966819263526142816
n	Q_n	$\sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}$	$\frac{\sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}}{Q_n}$
27	21624372014	109331176324590 6 469 15478914 992316078387600	5055923762956339922106 878113400
28	52205852194	371404158569932492 7954 256 73 3618974989342976	7114224612 0180725728586824754304
29	126036076402	12616808273 745245 69 0352925002 8052833559273616	1001047369 44548650012274007149120 8
30	304278004998	428600077148768420 9792040 24 4220177366025960000	1408580541 83569917274459395370200 00
⋮			
41	494086626389 6162	297976764206018805693714935 737288356560393442733134000 759210256	60308607497310947430861 42958525827965734785408 8
42	119283063441 69798	101224383660487390458608542 325893599163502386489105155 00799041600	84860650573384094824185 20544377955423518765592 00
43	287974789522 35758	343864927681451108753575328 972300948799347720620224393 026408204176	11940799687771084222816 79019171449129903437304 1272
44	695232642486 41314	116812851028032889585757003 308256428992614722624387188 47397079900416	16801980213452902006767 69147384404433490014 81250944
45	167844007449 518386	396819828567630373482820235 919099557626090709202296216 418474308410000	23642180295711773651702 9359652988125437116909 9685000
⋮			
55	112891876915 0954098718	812121070965910275504978328 266832039962001161968326359 479764058998682116657066456 336	71937954541822041811602 32961585765111290231840 63121700227298552

56	272545100330 1774613634	275882098006079119063750646 554250153641095979710569034 572735322689208409814442784 45056	10122438366048739045860 85423258935991635023728 6185013849911734784
57	657982077575 4503325986	937187012149703094541247219 956183690339764329853966391 187820333084309911252448400 675600	14243351667010056706016 79825524096153400323669 94261342013188494600
58	158850925548 10781265606	318367702032892973024960304 138548204561878776170638003 969286177925976161416018013 44525376	20041916717474566778882 12609966323974676803322 567277595998524051296
59	383500058853 76065857198	108151299989968640519032378 685110771182004807465031524 710438518461523463890320879 7313187216	28201116921134494057495 14452208094526081527901 0016888124478775337592
60	925851043255 62912980002	367396052263860484791685127 225238073814254466604936546 011521676591253801065674973 07303840000	39681982856763037348282 02359190995576260907091 56003664255692851920000
⋮			

n	Q_n	$\sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}$	$\frac{\sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}}{Q_n}$
77	297664998981 095236352003 825842	392537442330006018755990884 781700335960725561365165761 891090520171652636530294742 770603394991467965411162233 0762194576	13187222000358065284828 24207077649321588330197 96220862994547545516581 38114014555862075528
78	718626877583 933638536009 393798	133347178157981963284792732 024184553532467912133102709 284259246622672683493662333 429661021841784558720368251 484821249600	18555829501716261708213 66362108270887127059920 44563174583551941087866 583873982498438255200
79	173491875414 896251342402 2613438	452987868294808669149539297 997445781674430175691184045 804590347996915471241921638 918076870867076031683840892 8153160291856	26110033522406347044347 41149022355735193767190 60350653046918767879681 0983818877822072798712
80	418846438588 185866538405 4620674	153882528042076965547558568 587107381215773791822869472 864276459072328587538759694 898716475072964066213785535 305722628673536	367396052263860484791 685127225238073814254 466604936546011521655 648931871656381646152 7652 9664
⋮			
98	325100144934 084991997272 258199415974	558519906672550721253859703 351964355557092796946833595 434245932003881352989708528	17179934102637581740851 84883400033746689269108 25387252441470082452475

	46	688535853138487161527628123 739704627221736410385749163 347405384325696	61789175308265446865005 472388458264345441376
99	78486117902 93268381800 9467010929 219214	189732355358934806809172147 215472950284253424776337688 120533295054124831081748787 335198015676898633022182316 468866625895978394440739423 82959661952864400	24174001776159365429211 10368018744381253106772 39402753991333193461992 34451098213100158269568 1118586959960614324600
100	189482250299 273866835746 159841800035 874	64453148831370579242993144 08292560666109045514426013 06014378957252020544324956 16841098471744831686511389 22478704068234191048046881 28291857281101013063936	340154018276494874183 0406364060242471221242 1724341772811228117167 13140384942297253344 38114307058853016162 5512232064

Hasil eksplorasi pada Tabel 2 berikut menunjukkan bahwa hasil bagi $\sum_{k=0}^n Q_{2k+1}$ oleh Q_{n+1} merupakan bilangan bulat untuk n genap. Berarti ada indikasi bahwa Q_{n+1} membagi habis $\sum_{k=0}^n Q_{2k+1}$ untuk n genap. Sifat ini akan dibuktikan benar untuk semua bilangan bulat positif genap sebagaimana dinyatakan pada Proposisi 2.

Tabel 2. Hasil Eksplorasi Sifat Pembagian $\sum_{k=0}^n Q_{2k+1}$

n	Q_{n+1}	$\sum_{k=0}^n Q_{2k+1}$	$\frac{\sum_{k=0}^n Q_{2k+1}}{Q_{n+1}}$
1	6	16	2,666666667
2	14	98	7
3	34	576	16,94117647
4	82	3362	41
5	98	19600	98,98989899
6	478	114242	239
7	1154	665856	576,9982669
8	2786	3880898	1393
9	6726	22619536	336,999703
10	16238	131836322	8119
11	39202	768398400	19600,99995
12	94642	4478554082	47321
13	228486	26102926096	114243,0000
14	551614	152139002498	275807
15	133174	886731088896	665857,0000
16	3715042	5168247530882	$0,1607521 \cdot 10^7$
17	7761798	30122754096400	$0,3880899000 \cdot 10^7$
18	18738638	175568277047522	$0,9369319 \cdot 10^7$
19	45239074	1023286908188736	$0,2261953700 \cdot 10^8$
20	10921678	5964153172084898	$0,54608393 \cdot 10^8$
21	263672646	34761632124320656	$0,1318363230 \cdot 10^9$

22	636562078	202605639573839042	$0,318281039 \cdot 10^9$
23	1536796802	1180872205318713600	$0,7683984010 \cdot 10^9$
24	3710155682	6882627592338442562	$0,1855077841 \cdot 10^{10}$
25	8957108166	40114893348711941776	$0,4478554083 \cdot 10^{10}$
26	21624372014	233806732499933208098	$0,1081218601 \cdot 10^{11}$
27	52205852194	1362725501650887306816	$0,2610292610 \cdot 10^{11}$
28	126036076402	7942546277405390632802	$0,6301803820 \cdot 10^{11}$
29	304278004998	46292552161781456490000	$0,1521390025 \cdot 10^{12}$
30	734592086398	26981276669928334830720	$0,3672960432 \cdot 10^{12}$

Proposisi 2. Jika n genap, maka $Q_{n+1} \mid \sum_{k=0}^n Q_{2k+1}$.

Bukti. Menggunakan teknik yang sama dengan pembuktian pada Proposisi 1, diperoleh

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n Q_{2k+1} &= Q_1 + Q_3 + Q_5 + \dots + Q_{2n+1} \\ &= (\alpha + \beta) + (\alpha^3 + \beta^3) + (\alpha^5 + \beta^5) + \dots + (\alpha^{2n+1} + \beta^{2n+1}) \\ &= (\alpha + \alpha^3 + \alpha^5 + \alpha^7 + \alpha^9 + \dots + \alpha^{2n+1}) + (\beta + \beta^3 + \beta^5 + \beta^7 + \beta^9 + \dots + \beta^{2n+1}) \\ &= \frac{\alpha((\alpha^2)^{n+1} - 1)}{\alpha^2 - 1} + \frac{\beta((\beta^2)^{n+1} - 1)}{\beta^2 - 1} \\ &= \frac{1}{2}(\alpha^{2n+2} + \beta^{2n+2} - 2) \end{aligned}$$

Karena n genap dan $\alpha\beta = -1$, maka $\sum_{k=0}^n Q_{2k+1} = \frac{1}{2}(\alpha^{n+1} + \beta^{n+1})^2$

$= \frac{1}{2}(Q_{n+1})(Q_{n+1}) \blacksquare$

Hasil perhitungan Maple pada Tabel 3 menunjukkan hasil bagi $\sum_{k=0}^n Q_{2k}$ oleh Q_n adalah bernilai bulat untuk n genap.

Tabel 3. Hasil Eksplorasi Sifat Pembagian dari $\sum_{k=0}^n Q_{2k}$

n	Q_n	$\sum_{k=0}^n Q_{2k}$	$\frac{\sum_{k=0}^n Q_{2k}}{Q_n}$
1	2	8	4
2	6	42	7
3	14	240	17.14285714
4	34	1394	41
5	82	8120	99.02439024
6	198	47322	239
7	478	275808	577.0041841
8	1154	1607522	1393
9	2786	9369320	3363.000718
10	6726	54608394	8119

11	16238	318281040	19601.00012
12	39202	1855077842	47321
13	94642	10812186008	114243.0000
14	228486	63018038202	275807
15	551614	367296043200	665857.0000
16	1331714	2140758220994	1607521
17	3215042	12477253282760	3.880899000 . 10 ⁶
18	7761798	72722761475562	9369319
19	18738638	423859315570608	2.261953700 . 10 ⁷
20	45239074	2470433131948082	54608393
21	109216786	14398739476117880	1.318363230 . 10 ⁸
22	263672646	83922003724759194	318281039
23	636562078	489133282872437280	7.683984010 . 10 ⁸
24	1536796802	2850877693509864482	1855077841
25	3710155682	16616132878186749608	4.478554083 . 10 ⁹
26	8957108166	96845919575610633162	10812186007
27	21624372014	564459384575477049360	2.610292610 . 10 ¹⁰
28	52205852194	3289910387877251662994	63018038201
29	126036076402	19175002942688032928600	1.521390025 . 10 ¹¹
30	304278004998	111760107268250945908602	367296043199

Berarti juga ada indikasi bahwa Q_n membagi habis $\sum_{k=0}^n Q_{2k}$ untuk n genap. Berikut akan dibuktikan bahwa sifat ini benar untuk semua n genap sebagaimana dinyatakan pada Proposisi 3.

Proposisi 3. Jika n genap, maka $Q_n \mid \sum_{k=0}^n Q_{2k}$

Bukti. Karena berdasarkan Persamaan 4, $Q_{-n} = (-1)^n Q_n$, maka dengan menggunakan Persamaan rekursi dari Q_n diperoleh

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n Q_{2k} &= \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n (Q_{2k+1} - Q_{2k-1}) \\ &= \frac{1}{2} ((Q_1 + Q_{-1}) + (Q_3 - Q_1) + (Q_5 - Q_3) + \dots \\ &\quad + (Q_{2n-1} + Q_{2n-3}) + (Q_{2n+1} - Q_{2n-1})) \\ &= \frac{1}{2} (Q_{2n+1} + 2) = \frac{1}{2} (\alpha^{2n+1} + \beta^{2n+1} + 2) \\ &= \frac{1}{2} (\alpha^n + \beta^n)(\alpha^{n+1} + \beta^{n+1}) + (-\alpha^{n+1} \beta^n \\ &\quad - \alpha^n \beta^{n+1} + 2) \end{aligned}$$

Karena n genap, maka $-\alpha^{n+1} \beta^n - \alpha^n \beta^{n+1} + 2 = 0$. Sehingga diperoleh

$$\sum_{k=0}^n Q_{2k} = \frac{1}{2} (Q_n)(Q_{n+1}) \blacksquare$$

KESIMPULAN

Penelitian ini telah menunjukkan tiga sifat pembagian dari jumlah yang memuat Bilangan Pell-Lucas seperti pada Proposisi 1, 2, dan 3.

Penelitian ini belum dapat membuktikan $Q_n | \sum_{k=0}^{2n-1} Q_{2k+1}$ untuk n genap dan $(Q_{n+1} + Q_n) | \sum_{k=0}^n Q_{2k+1}$ untuk n ganjil.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Santana SF, Barrero. 2006. Some Properties of Sum Involving Pell Numbers. *Missouri Journal of Mathematical Sciences*, 18(1). The Fourth Articles.
- [2] Bradie. 2010. Extensions and Refinements Some Properties of Sums Involving Pell Numbers. *Missouri Journal of Mathematical Sciences* 1(22): 37-43.
- [3] Swita, B., Memimayasari, Z., Otami, S. 2014. Beberapa Sifat dari Jumlah yang Memuat Bilangan Pell-Lucas. *Prosiding Semirata BKS Barat*.
- [4] Swita, B, Harianto, F. 2014. The Sequences Involving the Sum of Pell-Lucas Numbers. *Prosiding Semnas MIPA Universitas Sriwijaya*. 61-66.
- [5] Estiawan, D. 2016. Pengembangan Sifat-sifat dari Jumlah Yang Memuat Bilangan Pell-Lucas. Skripsi, Universitas Bengkulu.
- [6] Burton DM. 2002. *Elementary Number Theory*. University of New Hampshire. Mc Graw Hill.
- [7] Dasdemir, A. 2011. On the Pell, Pell-Lucas and Modified Pell Numbers By Matrix Method. *Applied Mathematical Sciences* 64(5): 3173-3181.
- [8] Horadam, AF. 1971. Pell Identities. *The Fibonacci Quarterly* 9(3): 245-252.

PENAKSIR PARAMETER DISTRIBUSI INVERS MAXWELL UKURAN BIAS SAMPEL MENGGUNAKAN METODE BAYESIAN

Haposan Sirait Rince Adrianti ,

Dosen Matematika, Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau Kampus Bina Widya,
Pekanbaru, 28293
rinceadrianti.17@gmail.com

ABSTRAK

This article discusses the estimator for parameter of inverse Maxwell distribution via size-biased sampling by Bayes method. This is a review of Singh dan Srivastava [International Journal of Science and Research, 3 (2014), 1835–1839]. The process of Bayes inference starts under squared error loss function and entropy loss function, by using quasi prior. The performance of the obtained estimator from Bayes method with two different loss function are then compared among themselves by computing mean square error (MSE) of each estimator.

Keywords: Bayes method, quasi prior, squared error loss function, entropy loss function, mean square error

ABSTRAK

Artikel ini membahas penaksir parameter distribusi inversi ukuran bias sampel menggunakan metode Bayes. Ini merupakan kajian ulang dari artikel Singh dan Srivastava [International Journal of Science and Research, 3 (2014), 1835–1839]. Proses inferensi pada metode Bayes didasarkan pada fungsi kerugian kuadratik dan fungsi kerugian entropi, dengan menggunakan quasi prior. Penaksir parameter yang diperoleh dari metode Bayes dengan dua fungsi kerugian berbeda kemudian dibandingkan berdasarkan MSE masing-masing penaksir.

Kata kunci: Metode Bayes, quasi prior, fungsi kerugian kuadratik, fungsi kerugian entropi, mean square error

PENDAHULUAN

Dalam Lind *et al.*[5, h. 6] dijelaskan bahwa statistika inferensi adalah serangkaian teknik yang digunakan untuk mengkaji, menaksir, dan meng-ambil kesimpulan data sampel yang dipilih secara acak dari populasi. Walpole *et al.* [12, h. 265] menjelaskan bahwa statistika inferensi dapat dibagi dalam dua bagian besar yaitu penaksiran dan uji hipotesis. Menaksir dapat dilakukan dalam dua cara yaitu menaksir titik dan menaksir interval. Secara garis besar, teori penaksiran dikelompokkan menjadi dua metode, yaitu metode penaksiran klasik dan metode penaksiran Bayes. Pada metode penaksiran klasik, penaksiran dilakukan semata-mata atas dasar informasi yang diperoleh dari nilai statistik, sedangkan pada metode penaksiran Bayes di samping atas dasar informasi statistik tersebut, juga didasarkan pada unsur subjektif yang berupa pengetahuan terdahulu tentang distribusi suatu parameter.

Pada Bayesian parameter-parameter yang akan diestimasi dipandang sebagai variabel-variabel random yang mempunyai distribusi awal yaitu distribusi prior. Dalam Box dan Tiao

[3, h. 3] dijelaskan bahwa distribusi prior dianggap mewakili pengetahuan tentang parameter sebelum hasil percobaan diketahui. Konsep dari metode penaksiran Bayes adalah mengkombinasikan informasi data sampel dan data prior menggunakan teorema Bayes yang menghasilkan distribusi yang disebut dengan distribusi posterior, selanjutnya distribusi posterior dengan memakai fungsi kerugian tertentu akan menghasilkan penaksir Bayes.

Kriteria penaksir dalam statistika ada dua macam yaitu penaksir bias dan penaksir tak bias. Apabila penaksir tersebut tak bias maka penaksir terbaik dari beberapa penaksir adalah yang memiliki variansi terkecil, sedangkan untuk penaksir bias penaksir yang efisien adalah yang mempunyai rata-rata kuadrat eror terkecil (*Mean Square Error* atau disingkat dengan *MSE*).

Artikel ini merupakan kajian dari artikel Singh dan Srivastava [10] yang membahas tentang penaksir Bayes distribusi invers Maxwell ukuran bias sampel dengan lima fungsi kerugian, tetapi penulis membatasi pembahasan hanya menggunakan dua fungsi kerugian yaitu fungsi kerugian kuadratik dan fungsi kerugian entropi. Setelah diperoleh penaksir parameter berdasarkan kedua fungsi kerugian tersebut, selanjutnya akan ditentukan bias atau tak bias kedua penaksir tersebut. Setelah itu, ditentukan efisiensi relatif dari kedua penaksir

2. DISTRIBUSI INVERS MAXWELL UKURAN BIAS SAMPEL

Distribusi Maxwell-Boltzmann merupakan aplikasi dari teori kinetik gas, yang menjelaskan sifat gas, termasuk difusi dan tekanan dari gas tersebut. Distribusi Maxwell menggambarkan kecepatan pergerakan partikel dalam gas, dimana partikel bergerak bebas antara tumbukan kecil, tetapi tidak berinteraksi antara satu partikel dengan partikel lainnya, sebagai fungsi suhu dari sistem, massa partikel dan ke cepatan pergerakan partikel. Partikel dalam konteks ini mengacu pada atom atau molekul dari gas [4]. Variabel random X dikatakan berdistribusi Maxwell dengan parameter θ jika mempunyai fkp sebagai berikut [11]:

$$f(x; \theta) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{x^2}{\theta^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{x^2}{\theta}\right), x > 0, \theta > 0, \sqrt{\pi} = \Gamma\left(\frac{1}{2}\right).$$

Misalkan $Y = 1/X$ variabel random distribusi invers Maxwell, sehingga fkp dari distribusi invers Maxwell dapat diperoleh dengan menggunakan teknik transformasi seperti pada Roussas [9, h. 170].

$$f(y; \theta) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\theta^{\frac{3}{2}}} y^4 \exp\left(-\frac{1}{y^2 \theta}\right), y > 0, \theta > 0. \tag{1}$$

Distribusi ukuran bias merupakan kasus khusus dari bentuk umum yang dikenal dengan distribusi terbobot[1]. Jika Y variabel random dengan fkp $f(y; \theta)$, maka Y^* disebut variabel random versi ukuran bias dari Y dengan fkp $f^*(y; \theta)$ didefinisikan sebagai berikut [7]:

$$f^*(y; \theta) = \frac{yf(y; \theta)}{E[Y]}, y \in Y, \tag{2}$$

dengan

$$E[Y] = \int_0^{\infty} yf(y; \theta) dy, y > 0 \tag{3}$$

Untuk mendapatkan fkp dari distribusi invers Maxwell ukuran bias sampel perlu diketahui $E[Y]$, menggunakan persamaan (3) dengan $f(y;\theta)$ terdefinisi pada persamaan (1), diperoleh

$$E[Y] = \int_0^{\infty} y \frac{4}{\sqrt{\pi}\theta^{\frac{3}{2}}} \frac{1}{y^4} \exp\left(-\frac{1}{y^2\theta}\right) dy$$

$$E[Y] = \frac{2}{\sqrt{\pi\theta}} \tag{4}$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan persamaan (4) ke persamaan (2), diperoleh fkp dari distribusi invers Maxwell ukuran bias sampel dinotasikan dengan $h(y;\theta)$ sebagai berikut:

$$h(y; \theta) = \frac{2}{\theta} \frac{1}{y^3} \exp\left(-\frac{1}{y^2\theta}\right), y > 0, \theta > 0. \tag{5}$$

Untuk mendapatkan nilai MSE dari Penaksir Bayes Parameter Distribusi Invers Maxwell Ukuran Bias Sampel diperlukan nilai $E\left(\frac{1}{y^2}\right)$ dan nilai $Var\left(\frac{1}{y^2}\right)$ berturut - turut sebagai

berikut:

$$E\left(\frac{1}{y^2}\right) = \theta. \tag{6}$$

$$Var\left(\frac{1}{y^2}\right) = \theta^2 \tag{7}$$

Selanjutnya dibahas penaksir parameter distribusi invers Maxwell ukuran bias sampel menggunakan metode Bayesian berdasarkan fungsi kerugian kuadratik dan fungsi kerugian entropi.

3. PENAKSIR PARAMETER DISTRIBUSI INVERS MAXWELL UKURAN BIAS SAMPEL DENGAN METODE BAYESIAN

Misalkan Y_1, Y_2, \dots, Y_n merupakan sampel random berukuran n yang memiliki fkp pada persamaan (5), ditentukan penaksir Bayes dengan menggunakan *quasi prior* berdasarkan fungsi kerugian kuadratik dan fungsi kerugian entropi. Untuk mencari penaksir Bayes, terlebih dahulu tentukan distribusi posterior. Distribusi posterior merupakan kombinasi linier dari fungsi *likelihood* dengan distribusi prior. Fungsi *likelihood* dari distribusi invers Maxwell ukuran bias sampel yaitu

$$L(\theta) = \left(\frac{2}{\theta}\right)^n \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^3} \exp\left(\left(-\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2}\right)\left(\frac{1}{\theta}\right)\right). \tag{8}$$

Setelah diperoleh fungsi *likelihood*, selanjutnya dicari distribusi posterior. Ramachandran dan Tsokos [8,h.563] mendefinisikan distribusi posterior sebagai berikut:

$$\pi(\theta) = \frac{f(y|\theta)\pi(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(y|\theta)\pi(\theta)d\theta} \tag{9}$$

dengan $\pi(\theta|y)$ menunjukkan distribusi posterior, $f(y|\theta)$ menunjukkan fungsi *likelihood*, dan $\pi(\theta)$ menunjukkan distribusi prior. Untuk situasi percobaan tidak memiliki informasi prior

untuk parameter θ , maka dapat menggunakan densitas quasi sebagai distribusi prior [6].

$$\pi(\theta) = \frac{1}{\theta^d}, \theta > 0, d > 0. \tag{10}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (10) dan persamaan (8) ke persamaan (9) diperoleh

$$\pi(\theta|y) = \frac{s^{n+d-1} \exp\left(-\frac{s}{\theta}\right)}{\theta^{n+d} \Gamma(n+d-1)}. \tag{11}$$

Setelah diperoleh distribusi posterior pada persamaan (11), selanjutnya cari penaksir Bayes parameter distribusi invers Maxwell ukuran bias sampel dengan dua fungsi kerugian berbeda, yaitu fungsi kerugian kuadratik dan fungsi kerugian entropi. Menurut Bain dan Engelhardt [2, h.322] penaksir bayes berdasarkan fungsi kerugian kuadratik dinotasikan dengan $\hat{\theta}_s$ merupakan ekspektasi bersyarat dari θ yang relatif terhadap distribusi posterior

$$\hat{\theta}_s = E(\theta|y).$$

Dengan distribusi posterior pada persamaan (11), diperoleh

$$\hat{\theta}_s = \int_0^\infty \theta \frac{s^{n+d-1} \exp\left(-\frac{s}{\theta}\right)}{\theta^{n+d} \Gamma(n+d-1)} d\theta,$$

$$\hat{\theta}_s = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2}}{n+d-2}$$

Adapun penaksir bayes berdasarkan fungsi entropi kuadratik dinotasikan dengan $\hat{\theta}_e$, yaitu [6]

$$\hat{\theta}_e = \left[\int_{-\infty}^\infty \theta^{-1} \pi(\theta|y) d\theta \right]^{-1}.$$

Dengan distribusi posterior pada persamaan (11), diperoleh

$$\hat{\theta}_e = \left[\int_{-\infty}^\infty \theta^{-1} \frac{s^{n+d-1} \exp\left(-\frac{s}{\theta}\right)}{\theta^{n+d} \Gamma(n+d-1)} d\theta \right]^{-1},$$

$$\hat{\theta}_e = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2}}{n+d-1}$$

4. SIFAT PENAKSIR PARAMETER DISTRIBUSI INVERS MAXWELL UKURAN BIAS SAMPEL

Penaksir yang diperoleh dapat berupa penaksir bias dan tak bias. Dalam menentukan bias atau tak bias dari suatu penaksir, maka dicari ekspektasi dari penaksir tersebut. Menggunakan sifat ekspektasi pada Ramachandran dan Tsokos[8, h. 95] ditentukan sifat penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian kuadratik dan penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian entropi. Terlebih dahulu tentukan sifat penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian kuadratik sebagai berikut:

$$E(\hat{\theta}_s) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2}}{n+d-2}\right),$$

$$E(\hat{\theta}_s) = \frac{1}{n+d-2} \sum_{i=1}^n E\left(\frac{1}{y_i^2}\right). \quad (12)$$

Dengan mesubtitusikan persamaan (6) ke persamaan (12) diperoleh

$$E(\hat{\theta}_s) = \frac{n\theta}{(n+d-2)}. \quad (13)$$

Dari persamaan (13), diketahui bahwa $\hat{\theta}_s$ merupakan penaksir bias untuk $d \neq 2$.

Selanjutnya ditentukan sifat penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian entropi.

$$E(\hat{\theta}_e) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2}}{n+d-1}\right),$$

$$E(\hat{\theta}_e) = \frac{1}{n+d-1} \sum_{i=1}^n E\left(\frac{1}{y_i^2}\right). \quad (14)$$

Dengan mensubtitusikan persamaan (6) ke persamaan (14) diperoleh

$$E(\hat{\theta}_e) = \frac{n\theta}{(n+d-1)}. \quad (15)$$

Dari persamaan (15), diketahui bahwa $\hat{\theta}_e$ merupakan penaksir bias untuk $d \neq 1$.

5. MSE PENAKSIR PARAMETER DISTRIBUSI INVERS MAXWELL UKURAN BIAS SAMPEL

Untuk mendapatkan MSE penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian kuadratik terlebih dahulu perlu diketahui bias dari $\hat{\theta}_s$ yang dinotasikan dengan $b(\hat{\theta}_s)$ yaitu

$$b(\hat{\theta}_s) = \frac{(2-d)\theta}{n+d-2} \quad (16)$$

Dengan menggunakan persamaan (7) dan persamaan (16) diperoleh $MSE(\hat{\theta}_s)$ sebagai berikut:

$$MSE(\hat{\theta}_s) = \frac{1}{(n+d-2)^2} \sum_{i=1}^n \text{Var}\left(\frac{1}{y_i^2}\right) + \frac{(2-d)^2\theta^2}{(n+d-2)^2},$$

$$MSE(\hat{\theta}_s) = \frac{1}{(n+d-2)^2} \sum_{i=1}^n (\theta^2) + \frac{(2-d)^2\theta^2}{(n+d-2)^2},$$

$$MSE(\hat{\theta}_s) = \frac{n\theta^2}{(n+d-2)^2} + \frac{(2-d)^2\theta^2}{(n+d-2)^2},$$

$$MSE(\hat{\theta}_s) = \frac{(n+(2-d)^2)\theta^2}{(n+d-2)^2}.$$

Selanjutnya untuk mendapatkan *MSE* penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian entropi perlu diketahui bias dari $\hat{\theta}_e$ yang dinotasikan dengan

$b(\hat{\theta}_e)$ sebagai berikut:

$$b(\hat{\theta}_e) = \frac{(1-d)\theta}{n+d-1} \tag{17}$$

Dengan menggunakan persamaan (7) dan persamaan (17) diperoleh $MSE(\hat{\theta}_e)$ sebagai berikut:

$$MSE(\hat{\theta}_e) = \frac{1}{(n+d-1)^2} \sum_{i=1}^n Var\left(\frac{1}{y_i^2}\right) + \frac{(1-d)^2\theta^2}{(n+d-1)^2},$$

$$MSE(\hat{\theta}_e) = \frac{1}{(n+d-1)^2} \sum_{i=1}^n (\theta^2) + \frac{(1-d)^2\theta^2}{(n+d-1)^2},$$

$$MSE(\hat{\theta}_e) = \frac{n\theta^2}{(n+d-1)^2} + \frac{(1-d)^2\theta^2}{(n+d-1)^2},$$

$$MSE(\hat{\theta}_e) = \frac{(n+(1-d)^2)\theta^2}{(n+d-1)^2}.$$

Kriteria penaksir yang efisien dari beberapa penaksir bias adalah yang memiliki *MSE* minimum. Apabila $\hat{\theta}_e$ relatif efisien daripada $\hat{\theta}_s$, maka

$$\frac{(n+(1-d)^2)\theta^2}{(n+d-1)^2} < \frac{(n+(2-d)^2)\theta^2}{(n+d-2)^2}, \tag{18}$$

Dari pertaksamaan (18) diperoleh pertaksamaan kuadrat dalam bentuk *dyaitu*

$$2d^2 + (2n-8)d + (-5n+7) < 0, \tag{19}$$

Karena $d > 0$, maka himpunan penyelesaian yang memenuhi pertaksamaan (19) adalah

$$0 < d < \frac{(4-n) + \sqrt{n^2 + 2n + 2}}{2} \tag{20}$$

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dikemukakan sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa penaksir parameter distribusi invers Maxwell ukuran bias sampel dengan metode Bayes berdasarkan fungsi kerugian kuadratik dan fungsi kerugian entropi bersifat bias. Faktor yang mempengaruhi efisiensi relatif dari kedua penaksir adalah ukuran sampel dan nilai d yang merupakan parameter prior. Penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian entropi lebih efisien dari penaksir Bayes berdasarkan fungsi kerugian kuadratik jika nilai d memenuhi himpunan penyelesaian pada pertaksamaan (20).

DAFTAR PUSTAKA

- [1] O. Akman, J. Gamage, J. Jannot, S. Juliano, A. Thurman dan D. Whit-man, *A simple test for detection of length biased sampling*, Journal of Biostatistics, 1 (2007), 189-195.
- [2] L. J. Bain dan M. Engelhardt, *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, Second Edition, Duxbury Press, New York, 1992.
- [3] G. E. P. Box dan G. C. Tiao, *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company, California, 1973.
- [4] I. K. Fayyadh, H. A. R. Hassan, M. A. Eleiwi dan F. L. Rashid Determination of the Maxwell-Boltzmann distribution probability for different gas mixtures, *Engineering and Technology Journal*, 32 (2014), 1485–1496.
- [5] D. A. Lind, R. D. Mason dan W. G. Marchal, *Basic Statistics for Business and Economics*, Internasional Edition, The McGraw-Hill Higher Education, Singapore, 2000.
- [6] H. Pandey dan A. K. Rao, Bayesian estimation of the shape parameter of a generalized pareto distribution under asymmetric loss function, *Hacetatepe Journal of Mathematics and Statistics*, 3 (2009), 69–83.
- [7] G. P. Patil, Weighted distributions, *Encyclopedia of Environmetrics*, 4 (2002), 2369–2377.
- [8] K. M. Ramachandran dan C. P. Tsokos, *Mathematical Statistics with Applications*, Elsevier Academic Press, San Diego, 2009.
- [9] G. Roussas, *Introduction to Probability and Statistical Inference*, Elsevier Science, San Diego, 2003.
- [10] K. L. Singh dan R. S. Srivastava, Bayesian estimation of parameter of inverse Maxwell distribution via size-biased sampling, *International Journal of Science and Research*, 3 (2014a), 1835–1839.
- [11] K. L. Singh dan R. S. Srivastava, Inverse Maxwell distribution as survival model, genesis, and parameter estimation, *Research Journal of Mathematical and Statistical Sciences*, 2 (2014b), 23–28.
- [12] R. E. Walpole, R. H. Myers, S. L. Myers dan K. Ye, *Probability and Statistics for Engineer and Scientists*, Ninth Edition, Pearson Education, New York, 2012.

ANALISIS MODEL DAN ALGORITMA UNTUK MASALAH PEMROGRAMAN STOKASTIK

Ihda hasbiyati , Aziskhan
FMIPA, Universitas Riau
email: ihdahasbiyati@gmail.com

ABSTRACT

Stochastic programming problem is optimization problem that involve uncertainty well on objektif's function and or on konstrain's function. In this research will determine model and algorithm who can be utilized to determine optimal solution on stochastic programming problem. To get model and algorithm suitably, utilized severally method amongst those algorithms L-shape's decomposition, cutting plane algorithm, and prejected lagrange algorithm. Of each method will see method which the most optimal to troubleshoot stochastic programming.

Keywords: *Stochastic programming problem, model and algorithm, benders's decomposition method, nested benders's decomposition method*

PENDAHULUAN

Pemrograman stokastik adalah masalah optimisasi pemodelan yang melibatkan ketidakpastian. Berbeda dengan masalah optimisasi deterministik yang dirumuskan dengan parameter-parameter yang diketahui, dalam masalah di dunia nyata selalu memasukkan beberapa parameter-parameter yang tidak diketahui.

Pemrograman stokastik adalah juga pemrograman matematis (linier, integer, mixed integer, nonlinier) dengan elemen stokastik berada dalam data. Situasi dalam pemrograman stokastik mengandung ketidakpastian, yang melibatkan model probabilistik. Model probabilistik disebut dengan proses stokastik.

Beberapa penelitian yang telah dilakukan peneliti terhadap pemrograman stokastik diantaranya, oleh Julia L. Hagle pada tahun 1991 yang menggunakan dekomposisi benders dengan variabel random pada fungsi tujuan, pada tahun 1997 Andrzej Ruszczyński meneliti metode dekomposisi dengan menggunakan metode dekomposisi stokastik, pada tahun 2000 X. Chen meneliti metode newton dengan fungsi tujuannya membutuhkan ekpektasi dan tidak mempunyai turunan, pada tahun 2006 Jeff Linderoth meneliti metode sampling dengan menggunakan metode dekomposisi untuk pemrograman stokastik dua-tahap dengan recourse. Pada tahun 2011 Ihda Hasbiyati melakukan penelitian untuk masalah pemrograman nonlinier stokastik multi-tahap dengan menggunakan metode lagrange.

Model dari masalah pemrograman stokastik dapat dilihat dari variabel keputusannya yaitu pemrograman stokastik satu-tahap dengan keputusan tahap-satu, pemrograman stokastik dua-tahap dan seterusnya hingga pemrograman stokastik multi-tahap. Dalam makalah ini dibahas mengenai analisis model dan algoritma untuk masing-masing model pemrograman stokastik. Model dan algoritma yang terbentuk akan digunakan untuk menemukan solusi optimal. Untuk memperoleh model dan algoritma digunakan beberapa metode diantaranya metode dekomposisi, metode dekomposisi dual, dan metode lagrange. Dari masing-masing metode akan dilihat metode mana yang paling optimal untuk masing-masing model pemrograman stokastik.

KAJIAN LITERATUR DAN PENGEMBANGAN HIPOTESIS

Bentuk perubahan masalah pemrograman stokastik dari masalah pemrograman matematis diberikan sebagai berikut,

Misalkan masalah pemrograman linier sebagai berikut

$$\left. \begin{array}{l} \min\{c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n\} \\ \text{kendala,} \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{array} \right\} (1)$$

Dengan menggunakan notasi matriks persamaan (1) dapat dituliskan kembali sebagai berikut

$$\left. \begin{array}{l} \min c^T x \\ \text{kendala} \\ Ax = b \\ x \geq 0 \end{array} \right\} (2)$$

Persamaan (2) dapat dituliskan kembali dalam bentuk umum sebagai berikut

$$\left. \begin{array}{l} \min g_0(x) \\ \text{kendala, } g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m \\ x \in X \subset \mathbb{R}^n \end{array} \right\} (3)$$

Himpunan X mempunyai sifat yang sama dengan fungsi $g_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, i = 0, \dots, m$. Fungsi g_i dan himpunan X disebut pemrograman linier atau nonlinier apabila:

1. Linier, jika X adalah himpunan konvek dan fungsi $g_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, i = 0, \dots, m$ linier.
2. Nonlinier, jika paling sedikit satu dari fungsi $g_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, i = 0, \dots, m$ nonlinier atau X bukan himpunan konvek

Persamaan (3) dapat dituliskan dalam bentuk masalah pemrograman stokastik dengan menambahkan parameter random ξ sebagai berikut

$$\left. \begin{array}{l} \min g_0(x, \xi) \\ \text{kendala, } g_i(x, \xi) \leq 0, i = 1, \dots, m \\ x \in X \subset \mathbb{R}^n \end{array} \right\} (4)$$

Pada persamaan (4) ditambahkan suatu fungsi recourse untuk memastikan bahwa setiap pemilihan vektor random ξ menjamin tidak terjadinya pelanggaran yang dapat mengakibatkan biaya ekstra perunit, sehingga persamaan (4) dapat dituliskan kembali sebagai berikut

$$\left. \begin{array}{l} \min f_0(x, \xi) = g_0(x, \xi) + Q(x, \xi) \\ \text{kendala, } g_i(x, \xi) \leq 0, i = 1, \dots, m \\ x \in X \subset \mathbb{R}^n \end{array} \right\} (5)$$

Fungsi recourse pada persamaan (5) yaitu

$Q(x, \xi) = \min_y \{q^T y | W_y \geq g^+(x, \xi), y \in Y\}$ dengan $g^+(x, \xi) = (g_1^+(x, \xi), \dots, g_m^+(x, \xi))$, $y \in Y \subset \mathbb{R}^{\bar{n}}$ adalah vektor recourse dengan $\{y | y \geq 0\}$, W adalah matriks berukuran $m \times \bar{n}$, dan $q \in \mathbb{R}^{\bar{n}}$ adalah vektor unit biaya.

METODE PENELITIAN

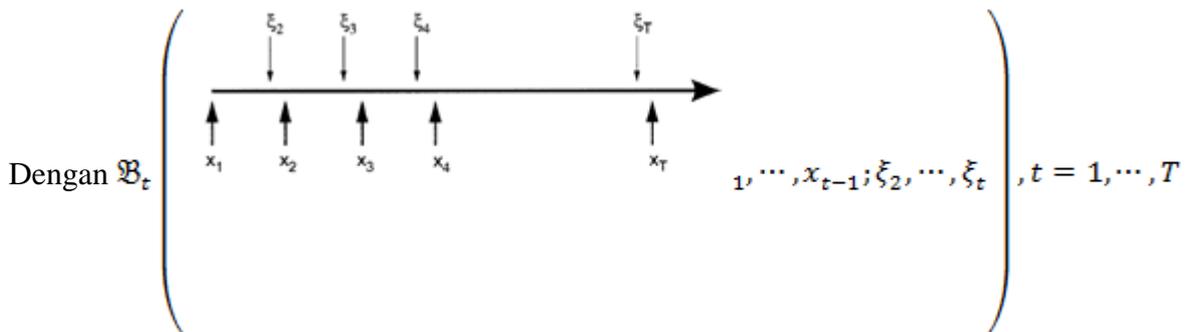
Metode penelitian dalam makalah ini merupakan hasil dari beberapa penelitian yang dilakukan terhadap masalah pemrograman stokastik, dengan menganalisis model dan algoritma.

Masalah pemrograman stokastik terbagi dua yaitu masalah pemrograman stokastik linier dan masalah pemrograman stokastik nonlinier. Masalah pemrograman stokastik linier adalah masalah pemrograman dengan fungsi tujuan dan fungsi kendalanya berbentuk linier, sedangkan masalah pemrograman stokastik nonlinier adalah masalah pemrograman yang salah satu atau keduanya dari fungsi tujuan ataupun fungsi kendalanya berbentuk nonlinier.

Algoritma yang digunakan pada model satu-tahap, model dua-tahap dan model multi-tahap diambil dan juga dikembangkan dari algoritma masalah pemrograman matematis.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model-model pada masalah pemrograman stokastik dimulai dengan bentuk sebagai berikut,



Untuk keputusan satu-tahap dimulai dengan $x_1 \in \mathfrak{B}_1 \subset \mathbb{R}^{n_1}$; setelah observasi realisasi variabel random (vector) ξ_2

Untuk keputusan dua-tahap dimulai dengan $x_2(x_1; \xi_2) \in \mathfrak{B}_2(x_1; \xi_2) \subset \mathbb{R}^{n_2}$; setelah observasi realisasi variabel random (vector) ξ_3

Untuk keputusan tiga-tahap dimulai dengan $x_3(x_1, x_2; \xi_2, \xi_3) \in \mathfrak{B}_3(x_1, x_2; \xi_2, \xi_3) \subset \mathbb{R}^{n_3}$;

Dan untuk keputusan T -tahap/multi-tahap dimulai dengan

$$x_T(x_1, \dots, x_{T-1}; \xi_2, \dots, \xi_T) \in \mathfrak{B}_T(x_1, \dots, x_{T-1}; \xi_2, \dots, \xi_T) \subset \mathbb{R}^{n_T}$$

Himpunan feasible/layak

$$\mathfrak{B}_T(x_1, \dots, x_{T-1}; \xi_2, \dots, \xi_T) \text{ untuk}$$

x_T diberikan oleh konstrain linier (random) yang bergantung pada keputusan awal (x_1, \dots, x_{T-1}) dan observasi ξ_2, \dots, ξ_T .

Untuk setiap tahap t keputusan $x_t(x_1, \dots, x_{t-1}; \xi_2, \dots, \xi_t)$ memerlukan nilai objektif t -tahap $c_t^T(\xi_2, \dots, \xi_t)x_t(x_1, \dots, x_{t-1}; \xi_2, \dots, \xi_t)$ dan tujuannya adalah meminimumkan nilai ekspektasi dari jumlah objektif T .

Bentuk model pada persamaan (5) adalah model masalah pemrograman stokastik satu-tahap.

Model persamaan stokastik dua-tahap adalah,

$$\min_{x \in X} E_{\xi} f_0(x, \xi) = \min_{x \in X} E_{\xi} \{g_0(x, \xi) + Q(x, \xi)\}$$

Model masalah stokastik multi-tahap diberikan sebagai berikut:

$$Q_t(x, y_1, \dots, y_{t-1}, \xi_1, \dots, \xi_t) \\ = \min_{y_t} q_t(x, y_1, \dots, y_{t-1}, \xi_1, \dots, \xi_t) + E_{\xi_{t+1}} Q_{t+1}(x, y_1, \dots, y_{t-1}, \xi_1, \dots, \xi_t, \xi_{t+1})$$

Algoritma untuk masing-masing model masalah pemrograman stokastik diberikan sebagai berikut,

Model satu-tahap dapat diselesaikan dengan algoritma cutting plane [Peter Kall, 1994], untuk model dua-tahap bisa diselesaikan dengan algoritma dekomposisi dual, algoritma L-shape dan metode dekomposisi regularisasi [Petre Kall, 2005], dan untuk model multi-tahap dapat diselesaikan dengan algoritma proyeksi lagrange yang diberikan sebagai berikut, Misalkan masalah pemrograman nonlinier stokastik multi-tahap sebagai berikut,

$$\min_{x \in X} \hat{c}_0(x) + E_{\xi_1} Q_1(x, \xi_1)$$

Fungsi recurse:

$$\text{kendala } c_1(Q_1(x, \hat{\xi}_1) = \min_y q_1(x, y_1, \hat{\xi}_1) + E_{\xi_2} Q_2(x, y_1, \hat{\xi}_1, \xi_2), y_1, \hat{\xi}_1) = 0$$

Dan untuk $t = 2, \dots, T - 1$, berulang dipunyai

$$Q_t(x, y_1, \dots, y_{t-1}, \hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_t) = \min_{y_t} q_t(x, y_1, \dots, y_{t-1}, \hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_t) + E_{\xi_{t+1}} Q_{t+1}(x, y_1, \dots, y_{t-1}, \hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_t, \xi_{t+1})$$

$$\text{s.t. } c_1(x, y_1, \dots, y_t, \hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_t) = 0 \quad (6)$$

$Q_T = 0, x \in \mathbb{R}^{n_0}$ adalah vektor deterministik, $\hat{\xi}_i$ adalah realisasi dari vektor random $\xi_i \cdot y_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ yang merupakan vektor keputusan pada tahap ke-i, yang dibangun secara rekursif oleh x, y_1, \dots, y_{i-1} dan $\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_i$, dalam hal ini $y_i(x, y_1, \dots, y_{i-1}, \hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_i)$ direpresentasikan secara aktual. \hat{c}_0 dan c_0 adalah fungsi bernilai riil pada \mathbb{R}^{n_0} . c_t random karena berelasi dengan $\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_t$. Untuk vektor random diskrit $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_{T-1})$, jika c_t mempunyai realisasi hingga $c_{it} (i = 1, \dots, S_t)$, maka semua c_{ti} bentuk fungsi konstrain pada tahap t .

Proses penyelesaian masalah pemrograman nonlinier stokastik multi-tahap pada persamaan (6) dimulai dengan barisan "iterasi major", pada setiap barisan iterasi major, konstrain nonlinier dilinierisasi pada beberapa titik dasar x_k dan ketaklinieran didampirkan dengan fungsi objektif dengan pengali Lagrange, kemudian definisikan,

$$\tilde{f}(x, x_k) = f(x_k) + J(x_k)(x - x_k),$$

dimana $J_k = [J(x_k)]_{ij} = \partial f^i / \partial x_j$ adalah matriks Jacobian dari turunan parsial pertama dari fungsi konstrain. Selanjutnya selesaikan sub-problem linier berikut untuk iterasi major ke-k, sehingga diperoleh

$$\text{Min}_{xy} L(x, y, x_k, \lambda_k, \rho) = F(x) + d^T y - \lambda_k^T (f - \tilde{f}) + \frac{1}{2} \rho (f - \tilde{f})^T (f - \tilde{f}) \text{ kendala } J_k x + A_1 y = b_1 + J_k x_k - f(x_k)$$

$$A_2 x + A_2 y = b_2$$

$$l \leq \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \leq u \quad (7)$$

Fungsi objektif pada Persamaan (7) adalah modifikasi Lagrangian augmented, dimana parameter penalty ρ mempertinggi sifat konvergen dari estimasi awal derajat optimum paling jauh. Estimasi pengali Lagrangian λ_k diperoleh sebagai nilai optimum pada solusi subproblem sebelumnya. Sepanjang pendekatan barisan iterasi major, optimum (diukur dengan pertukaran relatif pada estimasi berurut dari λ_k dan degree untuk konstrain nonlinier yang dipenuhi pada x_k), parameter penalty ρ direduksi menjadi nol dan kuadrat nilai konvergen dari subproblem dipenuhi untuk mencapai kondisi optimum.

Selanjutnya masalah pada persamaan (7) diselesaikan dengan algoritma proyeksi lagrange sebagai berikut:

KESIMPULAN

Algoritma Proyeksi Lagrange:

Langkah 1. Ambil $k = 0$. Pilih estimasi awal x_0, y_0 dan λ_0 . Dengan $\rho \geq 0$ dan

tolensi konvergensi $\epsilon_c > 0$.

Langkah 2. Pilih x_k, y_k, λ_k dan ρ , untuk menyelesaikan subproblem dengan konstrain linier.

Langkah 3. Pilih x_{k+1}, y_{k+1} dan π (π adalah vektor pengali lagrange dari submasalah).

Langkah 4. Ambil λ_{k+1} yang sama dengan komponen pertama dari π .

Langkah 5. Lakukan Tes konvergensi. Jika optimal, ada.

Langkah 6. Relinierisasi konstrain pada x_{k+1} .

Langkah 7. Ambil $k = k + 1$ dan ulangi Langkah 2.

Masaah pemrograman stokastik berdasarkan variabel keputusan mempunyai beberapa model yaitu, model masalah pemrograman stokastik satu-tahap, model dua-tahap hingga model multi-tahap. Masing-masing model mempunyai algoritma penyelesaian yang berbeda-beda. Model satu-tahap dapat menggunakan algoritma cutting plane, model dua-tahap menggunakan algoritma L-Shape dan model multi-tahap menggunakan algoritma proyeksi lagrange.

REFERENSI

- Ihda Hasbiyati. (2015). Simple Technique of Projected lagrange for a Class of Multi-Stage Stochastic Nonlinear Programs. *Global Journal of Technology & Optimization*. Volume 6. Issue 3.
- Ihda Hasbiyati. (2011). *A Projected Lagrangian Approach for a Class of Multi-Stage Stochastic Nonlinear Programs*. Prociding Conference of the International Federation of Operational research Societies (IFORS). Melbourne Convention and Exhibition Centre, Melbourne, Australia.
- Peter kall, dan Janos Mayer. (2005). Stochastic Linear programming, Spriger, New York.
- Peter kall, dan Stein W. Wallace. (1994). Stochastic Programming, Springer, New York.
- M.S. Bazaraa and C.M. Shetty. (1993). Nonlinear Programming, Theory and Algorithms, (2nd Ed.), John Wiley & Sons, NewYork.

MODEL INTERNET BUNDLING PRICING GENERALIZED MENGGUNAKAN FUNGSI UTILITAS COBB-DOUGLAS DAN QUASI LINIER

Fitri Maya Puspita, Maijance Oktarina ' Yayan Febrian ' Bella Arisha
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sriwijaya
email: fitrimayapuspita@unsri.ac.id

ABSTRACT

In this generation of internet era, the task of ISPs to promote best internet services to customers is very critical. This research basically attempts to determine the generalized model of internet bundling pricing schemes based on Cobb-Douglas and Quasi Linear utility functions according to the capability of solver LINGO 13.0 Super Edition. The preliminary research showed that model is solved optimally by applying 3 users and services so the possibility to extend the model of bundling pricing into the maximum capability of solver achieved is possibly occurred. Based on that objective, then each model will be extended and be classified depending on customer types of homogeneous consumer. Data obtained is from local server in Palembang. The model generated will be the problem of Mixed Integer Nonlinear Programming (MINLP) solved by branch and bound solver of LINGO 13.0. Based on the solution of each case, Lingo 13.0 is able to solve the model of MINLP to maximum of 4 users and services. Both utility functions result in optimal solutions which are better than the original bundling model proposed previously by some research.

Keywords: *Cobb-Douglas, Quasi Linear, utility function, Bundling Pricing Generalized, Mixed Integer Nonlinear Programming*

PENDAHULUAN

Bundling didefinisikan sebagai layanan internet yang didalamnya terdapat beberapa produk layanan individu digabungkan dalam suatu paket dan ditawarkan dalam satu harga. Dengan strategi *bundling* ini penyedia layanan informasi beranggapan dapat menarik minat pelanggan dengan mengkombinasikan beberapa produk layanan. Penyedia layanan informasi (ISP) biasanya dihadapkan dengan permasalahan menentukan model yang tepat dalam menawarkan produk layanan informasi secara cepat dan menguntungkan. Karena, kesalahan dalam menetapkan strategi produk layanan informasi berdampak pada tidak tertariknya pelanggan untuk memilih produk *bundling* yang ditawarkan.

Strategi pembiayaan dianalisis berdasarkan pertimbangan pelanggan, yaitu pelanggan homogen dan pelanggan heterogen (Wu & Banker, 2010). Dalam kasus homogen, semua pelanggan memiliki utilitas yang sama mengenai level konsumsi per hari sedangkan dalam kasus heterogen, pelanggan memiliki dua segmen menurut keinginan untuk membayar (*willingness to pay*) dan level konsumsi (*level of consumption*) (Wu & Banker, 2010).

Meskipun penyesuaian *bundling* untuk layanan informasi dengan pendekatan *nonlinear mixed-integer programming* (Puspita et al., 2012) pada jaringan QoS (Byun & Chatterjee, 2004; Safari et al., 2014; Yang et al., 2005) dengan tujuan penyedia layanan informasi mendapat keuntungan serta meminimalkan biaya yang dikeluarkan konsumen telah dilakukan,

tetapi penerapan fungsi utilitas (Indrawati et al., 2014; Indrawati et al., 2015) untuk mempertimbangkan kepuasan konsumen dalam pemilihan paket layanan belum banyak dianalisis. Riset terkini yang dibahas oleh Puspita, dkk. (2016) yang membahas skema *bundling pricing* dengan fungsi utilitas bandwidth, Puspita and Ulfa (2016) mendiskusikan pendekatan baru dalam penyelesaian *bundling pricing* dengan memodelkan sebagai permasalahan MINLP dan Puspita, et al (2016) yang mendiskusikan perbandingan antara fungsi utilitas bandwidth, Cobb-Douglas dan quasi-linear menunjukkan bahwa model *improved* yang dibentuk dengan melibatkan fungsi utilitas mampu memberikan keuntungan yang maksimum bagi ISP jika dibandingkan dengan model original yang telah ada pada literatur terdahulu.

Kenyataannya, model *improved* terkini yang dibentuk, dianggap penting untuk digeneralisasi agar mendekati keadaan riil yang terjadi pada jaringan. Penggeneralisasian dilakukan sampai batas maksimum solver LINGO 13.0 mampu menyelesaikan permasalahan *Mixed Integer Nonlinear Programming* (MINLP) yang terbentuk tersebut. Jadi, kontribusi yang diberikan pada penelitian ini adalah model generalisasi yang terbentuk dari model *improved bundling pricing* yang melibatkan konsumen homogen menggunakan fungsi utilitas Cobb-Douglas dan quasi linier yang menjadi salah satu pilihan bagi ISP untuk diadopsi.

KAJIAN LITERATUR

Parameter untuk model *original* adalah sebagai berikut.

B_j	=	Biaya dalam pembuatan <i>bundling</i> untuk setiap layanan j .
I	=	Jumlah konsumen berpotensi sebagai target pemasaran.
J	=	Jumlah layanan yang disediakan penyedia layanan
M	=	Biaya marginal jika menambahkan lebih dari satu layanan <i>bundling</i> dalam menu.
V_{ik}	=	Harga pemesanan konsumen ke- i untuk setiap layanan favorit ke- k .
R_{ij}	=	Total harga pemesanan untuk setiap kosumen ke- i pada setiap layanan favorit ke- k .

Sedangkan untuk variabel keputusannya adalah berikut ini.

P_j	=	Harga yang ditetapkan untuk setiap <i>bundling</i> dari layanan j .
S_i	=	Keuntungan pemakaian untuk konsumen ke- i .
X_{ij}	=	$\begin{cases} 1, & \text{dalam bundling} \\ 0, & \text{tidak} \end{cases}$
Y_j	=	$\begin{cases} 1, & \text{menawarkan bundling} \\ 0, & \text{tidak} \end{cases}$

Model original bundling yang dijelaskan dalam Wu et al., (2008) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Maks } \mathbf{R} &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^3 M Y_j \\ &= ((P_1 - 200)X_{11} + (P_1 - 200)X_{21} + (P_1 - 200)X_{31} + (P_2 - 15)X_{12} + \\ &\quad (P_2 - 15)X_{22} + (P_2 - 15)X_{32} + (P_3 - 300)X_{13} + (P_3 - 300)X_{23} + (P_3 - \\ &\quad 300)X_{33}) - (200Y_1 + 200Y_2 + 200Y_3) \end{aligned} \quad (1)$$

dengan Kendala

$$\begin{aligned} S_1 &\geq (R_{11} - P_1)Y_1 \\ S_1 &\geq (R_{12} - P_2)Y_2 \\ S_1 &\geq (R_{13} - P_3)Y_3 \\ S_2 &\geq (R_{21} - P_1)Y_1 \\ S_2 &\geq (R_{22} - P_2)Y_2 \\ S_2 &\geq (R_{23} - P_3)Y_3 \\ S_3 &\geq (R_{31} - P_1)Y_1 \\ S_3 &\geq (R_{32} - P_2)Y_2 \\ S_3 &\geq (R_{33} - P_3)Y_3 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} S_1 &= (R_{11} - P_1)X_{11} + (R_{12} - P_2)X_{12} + (R_{13} - P_3)X_{13} \\ S_2 &= (R_{21} - P_1)X_{21} + (R_{22} - P_2)X_{22} + (R_{23} - P_3)X_{23} \\ S_3 &= (R_{31} - P_1)X_{31} + (R_{32} - P_2)X_{32} + (R_{33} - P_3)X_{33} \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} (R_{11} - P_1)X_{11} &\geq 0 \\ (R_{12} - P_2)X_{12} &\geq 0 \\ (R_{13} - P_3)X_{13} &\geq 0 \\ (R_{21} - P_1)X_{21} &\geq 0 \\ (R_{22} - P_2)X_{22} &\geq 0 \\ (R_{23} - P_3)X_{23} &\geq 0 \\ (R_{31} - P_1)X_{31} &\geq 0 \\ (R_{32} - P_2)X_{32} &\geq 0 \\ (R_{32} - P_2)X_{32} &\geq 0 \\ (R_{33} - P_3)X_{33} &\geq 0 \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{12} + X_{13} &\leq 1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} &\leq 1 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} &\leq 1 \end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned} X_{11} &\leq Y_1 \\ X_{21} &\leq Y_1 \\ X_{31} &\leq Y_1 \\ X_{12} &\leq Y_2 \\ X_{22} &\leq Y_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{32} &\leq Y_2 \\
X_{13} &\leq Y_3 \\
X_{23} &\leq Y_3 \\
X_{33} &\leq Y_3
\end{aligned}
\tag{6}$$

$$\begin{aligned}
S_1 &\geq 0 \\
S_2 &\geq 0 \\
S_3 &\geq 0
\end{aligned}
\tag{7}$$

$$\begin{aligned}
P_1 &\geq 0 \\
P_2 &\geq 0 \\
P_3 &\geq 0
\end{aligned}
\tag{8}$$

METODE PENELITIAN

Model bundling pricing yang terbentuk merupakan model Mixed Integer Nonlinear Programming (MINLP) yang diselesaikan secara pemrograman matematis dengan menggunakan alat bantu perhitungan LINGO 13.0 Super Edition. Kemampuan LINGO 13.0 menyelesaikan model untuk Super Edition sebanyak 4 user dan 4 link.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pendefinisian parameter yang digunakan dalam penggeneralisasian model bundling pricing adalah sebagai berikut.

B_j	=	Biaya dalam pembuatan <i>bundling</i> untuk setiap layanan j .
I	=	Jumlah konsumen berpotensi sebagai target pemasaran.
J	=	Jumlah layanan yang disediakan penyedia layanan
M	=	Biaya marginal jika menambahkan lebih dari satu layanan <i>bundling</i> dalam menu.
V_{ik}	=	Harga pemesanan konsumen ke- i untuk setiap layanan favorit ke- k .
R_{ij}	=	Total harga pemesanan untuk setiap konsumen ke- i pada setiap layanan favorit ke- k .
P	=	Biaya yang akan dikeluarkan konsumen untuk mengikuti layanan.
P_x	=	Harga satuan yang ditetapkan oleh penyedia

- P_Y = layanan pada jam sibuk.
 = Harga satuan yang ditetapkan oleh penyedia layanan pada jam tidak sibuk.
 $U_{i(X_i, Y_i)}$ = Fungsi utilitas konsumen i untuk tingkat konsumsi jam sibuk dan jam tidak sibuk.

Sedangkan untuk variabel keputusan adalah sebagai berikut:

- P_j = Harga yang ditetapkan untuk setiap *bundling* dari layanan j .
 S_i = Keuntungan pemakaian untuk konsumen ke- i .
 X_{ij} = $\begin{cases} 1, & \text{dalam bundling} \\ 0, & \text{tidak} \end{cases}$
 Y_j = $\begin{cases} 1, & \text{menawarkan bundling} \\ 0, & \text{tidak} \end{cases}$
 X_i = Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan jam sibuk.
 Y_i = Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan jam tidak sibuk.
 Z_i = $\begin{cases} 1, & \text{bergabung pada bundling} \\ 0, & \text{tidak} \end{cases}$
 \bar{X}_i = Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan jam sibuk.
 \bar{Y}_i = Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan jam tidak sibuk.

Model bundling pricing menurut fungsi utilitas Cobb-Douglas adalah sebagai berikut dengan batas kemampuan solver LINGO 13.0 super edition adalah dengan menggunakan 4 user dan 4 link.

$$\text{Maks } R = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^4 M Y_j - X^4 Y^3 + P_x X + P_y Y + PZ \quad (9)$$

dengan Kendala (2) sampai (8) dan kendala

$$X \leq 196,64 Z \quad (10)$$

$$Y \leq 125,87 Z \quad (11)$$

$$X^4 Y^3 - P_x X - P_y Y - PZ \geq 0 \quad (12)$$

$$Z = 1 \quad (13)$$

Jika kasus skema pembiayaan *flat fee* ditambah dengan kendala :

$$P_x = 0 \quad (14)$$

$$P_y = 0 \quad (15)$$

$$P > 0 \quad (16)$$

Jika kasus skema pembiayaan *usage based* ditambah dengan kendala :

$$P_x > 0 \quad (17)$$

$$P_y > 0 \quad (18)$$

$$P = 0 \quad (19)$$

Jika kasus skema pembiayaan *two-part tariff* ditambah dengan kendala :

$$P_x > 0 \quad (20)$$

$$P_y > 0 \quad (21)$$

$$P > 0 \quad (22)$$

Selanjutnya, solusi model bundling pricing dengan fungsi utilitas Cobb-Douglas untuk 4 link ditampilkan dalam Tabel 1-Tabel 4.

Tabel 1. Solusi Model Bundling Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb-Douglas (4 User, Link 1)

Solver Status	Jenis Pembiayaan		
	Flat fee	Usage based	Two-part tariff
Model class	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local optimal	Local optimal	Local optimal
Objective	2199,6	2199,6	2199,6
Infeasibility	2,41194e-005	2,41194e-005	2,41191e-005
Iterations	56	56	56
Extended Solver status			
Solver type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best objective	2199,6	2199,6	2199,6
Steps	1	1	1
Update interval	2	2	2
GMU (K)	29	29	29
ER(sec)	0	1	0

Dari empat tabel di atas, masing-masing jenis pembiayaan per link menghasilkan solusi optimal yang sama, yang membedakan hanya banyaknya iterasi yang diperlukan untuk menyelesaikan model. Iterasi yang paling singkat dianggap lebih efisien dalam menyelesaikan model. Dari Persamaan (4.1) sampai dengan Persamaan (4.22) dapat disimpulkan bahwa iterasi yang paling singkat terjadi pada model bundling pricing dengan jenis pembiayaan flat fee. Dengan demikian, ISP dapat memilih jenis skema pembiayaan flat fee.

Tabel 2. Solusi Model Bundling Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb-Douglas (4 User, Link 2)

Solver Status	Jenis Pembiayaan		
	Flat fee	Usage based	Two-part tariff

Model class	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local optimal	Local optimal	Local optimal
Objective	5459,6	5459,6	5459,6
Infeasibility	1,13687e-013	1,13687e-013	1,13687e-013
Iterations	161	201	201
Extended Solver status			
Solver type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best objective	5459,6	5459,6	5459,6
Steps	2	2	2
Update interval	2	2	2
GMU (K)	38	35	37
ER(sec)	1	1	0

Tabel 3. Solusi Model Bundling Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb-Douglas (4 User, Link 3)

Solver Status	Jenis Pembiayaan		
	Flat fee	Usage based	Two-part tariff
Model class	MINLP	MINLP	MINLP
State	Feasible	Feasible	Feasible
Objective	14319,6	14319,6	14319,6
Infeasibility	6,83031e-011	6,83031e-011	6,83031e-011
Iterations	3244	3255	3255
Extended Solver status			
Solver type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best objective	14319,6	14319,6	14319,6
Steps	1687	1687	1687
Update interval	2	2	2
GMU (K)	42	42	42
ER(sec)	34	30	28

Tabel 4. Solusi Model Bundling Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb-Douglas (4 User, Link 4)

Solver Status	Jenis Pembiayaan		
	Flat fee	Usage based	Two-part tariff
Model class	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local	Local	Local

	optimal	optimal	optimal
Objective	19499,6	19499,6	19499,6
Infeasibility	3,63792e-013	3,63792e-013	3,63792e-013
Iterations	2370	2464	2464
Extended Solver status			
Solver type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best objective	19499,6	19499,6	19499,6
Steps	6	6	6
Update interval	2	2	2
GMU (K)	50	50	50
ER(sec)	14	14	13

Selanjutnya, model bundling pricing dengan fungsi utilitas quasi linier disajikan dalam model berikut ini:

$$\text{Maks } R = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^4 M Y_j - (4X + Y^3) + P_x X + P_y Y + PZ \quad (23)$$

dengan Kendala (2)-(8) dan

$$X \leq 196,64 Z \quad (24)$$

$$Y \leq 125,87 Z \quad (25)$$

$$(4X + Y^3) - P_x X - P_y Y - PZ \geq 0 \quad (26) \quad (4.40)$$

$$Z = 1 \quad (27)$$

Jika kasus skema pembiayaan *flat fee*, ditambah dengan Kendala (14) sampai (16).

Jika kasus skema pembiayaan *usage based*, ditambah dengan Kendala (17) sampai (19).

Model diselesaikan dengan LINGO 13.0 super edition dengan jumlah user maksimum sebanyak 4 dan link maksimum sebanyak 4 seperti yang ditampilkan pada Tabel 5-8 berikut ini.

Untuk Tabel 5-8, terlihat bahwa setiap jenis pembiayaan menghasilkan nilai optimal yang sama, yang membedakannya terletak pada jumlah iterasi dalam menyelesaikan model dimana flat fee menghasilkan paling sedikit iterasi untuk menyelesaikan model. Sehingga, dapat disimpulkan bahwa jenis pembiayaan flat fee dengan fungsi utilitas quasi-linier menghasilkan keuntungan yang lebih besar bagi ISP.

Tabel 5. Solusi Model Bundling Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier (4 User, Link 1)

Solver Status	Jenis Pembiayaan		
	Flat fee	Usage based	Two-part tariff
Model class	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local optimal	Local optimal	Local optimal
Objective	2199,6	2199,6	2199,6
Infeasibility	2,41194e-005	2,41194e-005	2,41191e-005

Iterations	56	56	56
Extended Solver status			
Solver type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best objective	2199,6	2199,6	2199,6
Steps	1	1	1
Update interval	2	2	2
GMU (K)	28	28	28
ER(sec)	0	0	0

Tabel 6. Solusi Model Bundling Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier (4 User , Link 2)

Solver Status	Jenis Pembiayaan		
	<i>Flat fee</i>	<i>Usage based</i>	<i>Two-part tariff</i>
Model class	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>
State	<i>Local optimal</i>	<i>Local optimal</i>	<i>Local optimal</i>
Objective	5459,6	5459,6	5459,6
Infeasibility	1,13687e-013	1,13687e-013	1,13687e-013
Iterations	161	201	201
Extended Solver status			
Solver type	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>
Best objective	5459,6	5459,6	5459,6
Steps	2	2	2
Update interval	2	2	2
GMU (K)	35	35	35
ER(sec)	0	0	0

Tabel 7. Solusi Model Bundling Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier (4 User , Link 3)

	Jenis Pembiayaan		
	Flat fee	Usage based	Two-part tariff
Model class	MINLP	MINLP	MINLP
State	Feasible	Feasible	Feasible
Objective	14319,6	14319,6	14319,6

Infeasibility	6,83031e-011	6,83031e-011	6,83031e-011
Iteration	3244	3255	3255
Extended Solver status			
Solver type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best objective	14319,6	14319,6	14319,6
Steps	1687	1687	1687
Update interval	2	2	2
GMU (K)	42	42	42
ER(sec)	34	29	29

Tabel 8. Solusi Model Bundling Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier (4 User , Link 4)

Solver Status	Jenis Pembiayaan		
	<i>Flat fee</i>	<i>Usage based</i>	<i>Two-part tariff</i>
Model class	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>
State	<i>Local optimal</i>	<i>Local optimal</i>	<i>Local optimal</i>
Objective	<i>19499,6</i>	<i>19499,6</i>	<i>19499,6</i>
Infeasibility	<i>4,05635e-011</i>	<i>3,63792e-013</i>	<i>3,63792e-013</i>
Iterations	<i>2464</i>	<i>2464</i>	<i>2464</i>
Extended Solver status			
Solver type	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>
Best objective	<i>19499,6</i>	<i>19499,6</i>	<i>19499,6</i>
Steps	<i>5303</i>	<i>6</i>	<i>6</i>
Update interval	<i>2</i>	<i>2</i>	<i>2</i>
GMU (K)	<i>50</i>	<i>50</i>	<i>50</i>
ER(sec)	<i>1:40</i>	<i>13</i>	<i>13</i>

Berdasarkan hasil yang dijelaskan sebelumnya, diantara dua fungsi utilitas tersebut, fungsi Cobb-Douglas pada skema pembiayaan dapat dijadikan pertimbangan ISP untuk mengadopsi model bundling pricing dengan fungsi utilitas Cobb-Douglas dan jenis pembiayaan flat fee

karena menghasilkan solusi optima lterbaik dengan waktu penyelesaian model yang paling singkat.

KESIMPULAN

Dari pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa pemanfaatan fungsi utilitas dalam menyelesaikan model bundling pricing dapat menaikkan keuntungan bagi ISP tetapi juga memandang tingkat kepuasan pengguna. Model bundling pricing dengan jenis pembiayaan flat fee pada fungsi utilitas Cobb-Douglas dianggap sebagai model improved bundling pricing terbaik karena menghasilkan nilai optimal dengan jumlah iterasi tersingkat. Jumlah iterasi dalam kondisi riil dapat dipandang sebagai penghematan pada penyediaan sumber daya.

REFERENSI

- Byun, J., & Chatterjee, S. (2004). *A strategic pricing for quality of service (QoS) network business*. Paper presented at the Proceedings of the Tenth Americas Conference on Information Systems, New York.
- Indrawati, Irmeilyana, Puspita, F. M., & Lestari, M. P. (2014). Cobb-Douglass *Utility Function in Optimizing the Internet Pricing Scheme Model*. *TELKOMNIKA*, 12(1).
- Indrawati, Irmeilyana, Puspita, F. M., & Sanjaya, O. (2015). Internet pricing on *bandwidth function diminished with increasing bandwidth utility function*. *TELKOMNIKA*, 13(1), 299-304.
- Puspita, F. M., Irmeilyana, & Ringkisa, R. R. O. (2016). *Pemodelan Bundle Pricing dengan Fungsi Utilitas Bandwidth pada Tiga Strategi Pembiayaan Internet*. Paper presented at the Seminar dan Rapat Tahunan 2016 Bidang MIPA BKS-PTN Barat Universitas Sriwijaya.
- Puspita, F. M., Seman, K., Taib, B. M., & Shafii, Z. (2012). A new approach of optimization model on internet *charging scheme in multi service networks*. *International Journal of Science and Technology*, 2 (6), 391-394.
- Puspita, F. M., & Ulfa, M. (2016). *The New Approach of Bundle-Pricing Scheme Models by Using Branch and Bound Solver* Paper presented at the Indonesia-Malaysia Symposium on South East Asia Studies, Jakarta.
- Puspita, F. M., Yuliza, E., & Ulfa, M. (2016). The Comparison of Bundle-Pricing Scheme Models Using Quasi-Linear *Utility Function INSIST*, 1(1).
- Safari, E., Babakhani, M., Sadjadi, S. J., Shahanaghi, K., & Naboureh, K. (2014). Determining strategy of pricing for a web service with different *QoS levels and reservation level constraint*. *Applied Mathematical Modelling*.
- Wu, S.-y., & Banker, R. D. (2010). Best Pricing Strategy for Information Services. *Journal of the Association for Information Systems*, 11(6), 339-366.
- Wu, S.-y., Hitt, L. M., Chen, P.-y., & Anandalingam, G. (2008). Customized Bundle Pricing for Information Goods: A Nonlinear Mixed-Integer Programming Approach. *Management Science*, 54(3), 608-622.

Yang, W., Owen, H. L., & Blough, D. M. (2005). *Determining Differentiated Services Network Pricing Through Auctions*. Paper presented at the Networking-ICN 2005, 4th International Conference on Networking April 2005 Proceedings, Part I, Reunion Island, France, .

Multivariate Object Ranking Based On Quantile Method

Open Darnius, Indah

FMIPA, Universitas Sumatera Utara

open@usu.ac.id

ABSTRACT

Multivariate object ranking is often made based on the average value of using all the data of each object. In an extreme way, the ranking can even be done based on the maximum value of the data. The validity of the ranking that involve only one data often debated because it is not representative of the existence of each of these objects. On the other hand, the average method that includes all the data is considered most appropriate to describe the existence of the resulted ranking. But how the pattern of the rank changes if we desired the rank of data that only involved some percentage of the best data, for example 10% of the best data of each object. This problem can be approached by quantile method that sets some appropriate data to be used in determining the appropriate ranking. The pattern of changes in the ranking objects based on the quantile method is simulated, for which data is generated in the form of normal distribution. The other form such as left-skewed distribution, and right-skewed distribution can be simulated further.

Keywords: ranking, quantile, average.

PENDAHULUAN

Pengolahan data untuk mendapatkan suatu peringkat dari sekumpulan objek kerap menjadi permasalahan yang penuh dengan kontroversial walaupun sudah diberikan suatu kriteria tertentu sebagai dasar perankingannya. Untuk memeringkat sekumpulan objek yang masing-masing memiliki sejumlah nilai tertentu sebagai dasar penentuan kualitas objek tersebut juga sering menjadi permasalahan dalam pengolahan kualitas masing-masing objek berdasarkan sejumlah nilai yang mereka miliki. Persoalan ini terjadi khususnya ketika masing-masing objek tidak memiliki nilai-nilai yang sama banyaknya. Suatu hal yang sederhana dapat digunakan untuk menentukan kualitas sebuah objek yang memiliki beberapa nilai adalah rata-ratanya. Sehingga rata-rata nilai masing-masing objek sering digunakan untuk sebagai dasar untuk membuat peringkat objek-objek tersebut. Untuk hal yang ekstrim pembuatan peringkat bahkan sering didasarkan atas kualitas terbaik yang dimiliki oleh sebuah objek. Hal ini tentu saja kurang adil karena mengabaikan nilai-nilai lain yang juga menggambarkan objek tersebut. Kedua kriteria yang digunakan dalam menentukan kualitas objek sebagai dasar pembuatan peringkat yakni nilai rata-rata objek yang menggunakan keseluruhan data dan nilai terbaik objek yang barangkali hanya melibatkan satu data, akan lebih tidak proporsional jika masing-masing objek memiliki nilai-nilai yang banyaknya tidak sama. Hal ini menjadi pokok permasalahan yang dikaji dalam tulisan ini. Pemeringkatan objek yang diusulkan berdasarkan nilai rata-rata secara proporsional dari masing-masing objek menggunakan metode kuantil. Kajian terhadap permasalahan ini dilakukan dengan studi simulasi d, akan dibandingkan melalui suatu studi simulasi menggunakan software R. Dari tiga bentuk distribusi yaitu distribusi menceng kiri, normal, dan menceng kanan, pada makalah ini disimulasi perubahan

ranking untuk untuk kasus normal yang dikaji terhadap parameter yang berbeda. Pertama dilakukan simulasi dengan rata-rata yang berbeda, dan standar deviasi yang sama, dan yang kedua disimulasi untuk rata-rata yang sama dan standard deviasi yang berbeda. Untuk kasus menceng kiri dan kanan akan merupakan kajian yang disarankan pada penelitian berikutnya.

KAJIAN LITERATUR

2.1. Perankingan

Pengurutan data secara umum dapat dikatakan sebagai suatu proses untuk menyusun kembali sekumpulan nilai menggunakan aturan tertentu, sehingga susunan data menjadi lebih teratur dibandingkan dengan susunan awal data.

Pada umumnya terdapat 2 jenis pengurutan, yaitu :

1. Secara urut naik (*ascending order*) yaitu diurutkan dari data terkecil menuju data terbesar.
2. Secara urut turun (*descending order*) yaitu diurutkan dari data terbesar menuju data terkecil.

Kedua jenis pengurutan ini merupakan proses awal dalam menentukan nilai kuantil. Suatu permasalahan dalam penentuan peringkat, tidaklah sesederhana pengurutan yang disebutkan di atas. Pemeringkatan atau perankingan yang dimaksud dalam tulisan ini adalah memeringkat sekumpulan objek yang masing-masing mempunyai sejumlah nilai sebagai dasar penentuan peringkatnya.

Perankingan atau pemeringkatan adalah suatu kegiatan mengurutkan dua atau lebih objek dengan satu atau lebih kriteria untuk mendapatkan objek terbaik utama, kedua dan seterusnya. Jika setiap objek dilambangkan dengan suatu variabel X , maka jika ada sebanyak p objek dapat dinotasikan dengan X_j untuk $j= 1, 2, \dots, k$. Selanjutnya jika setiap objek memiliki n_j nilai sebagai kriteria penilaian terhadap objek tersebut, maka sekumpulan p objek beserta nilainya dapat dinotasikan dengan X_{ij} untuk $i= 1,2, \dots, n_j$. Jika masing-masing objek kualitasnya dinyatakan dengan rata-rata objek sebagai dasar penentuan peringkatnya, maka nilai kualitas setiap objek dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\overline{X}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} X_{ij} \text{ untuk } j=1, 2, \dots, k$$

dengan \overline{X}_j adalah nilai rata-rata objek ke- j

Pengurutan yang dilakukan terhadap nilai rata-rata setiap objek \overline{X}_j adalah ranking atau peringkat dari k objek tersebut. Namun jika kualitas suatu objek dinyatakan dengan nilai terbesarnya maka kualitas masing-masing objek dapat dirumuskan sebagai berikut.

$X_j^m = \max (X_{ij})$ untuk $i=1,2, \dots, n_j$, dan $j=1,2,\dots,k$. dan X_j^m = nilai terbesar ke- j . Pengurutan yang dilakukan terhadap nilai terbesar X_j^m adalah ranking atau peringkat dari k objek tersebut. Untuk menentukan peringkat secara proporsional dapat dilakukan dengan metode kuantil, yaitu dengan menetapkan jumlah data setiap objek berdasarkan proporsi untuk digunakan sebagai dasar pembuatan peringkat.

2.2. Metode Nilai Ambang

Metode melebihi nilai ambang (*Peaks Over Threshold, POT*) yang merupakan salah satu pendekatan teori nilai ekstrim (*Extrem Value Theory, EVT*) adalah metode yang hanya mempertimbangkan data bernilai lebih besar dari suatu nilai ambang yang ditetapkan. Metode POT mengidentifikasi nilai ekstrim dengan cara menetapkan nilai ambang tertentu, berdasarkan proporsi yang ditetapkan. Beberapa peneliti yang membahas teori nilai ekstrim seperti Danielsson, dkk (1997), Danielsson dan de Varis (1997a), dan Duvis (1998) telah membicarakan penentuan bagian data yang merupakan milik dari ekor suatu distribusi,

yang pada umumnya digunakan sebagai dasar perankingan objek. Metode penentuan nilai ambang ini dapat dilakukan dengan metode kuantil. Kuantil merupakan bentuk umum dari median, quartil maupun desile. Jika q_p menyatakan kuantil ke- p dengan $0 < p < 1$ dari suatu peubah acak X dengan fungsi distribusi $F(x)$, maka sebanyak p 100% dari data nilainya lebih kecil atau sama dengan q_p . Dengan kata lain peluang peubah acak X lebih kecil atau sama dengan q_p sama atau lebih besar dari $1 - p$. Dalam notasi matematika $P(X \leq q_p) = p$

METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini pertama dilakukan pemodelan penentuan kualitas berdasarkan proporsi data setiap objek, hal ini dilakukan dengan metode kuantil. Selanjutnya rata-rata nilai dari proporsi data setiap objek dihitung sebagai nilai kualitas masing-masing objek pada proporsi yang ditetapkan. Model ini diterjemahkan dalam suatu program atau fungsi yang dibuat menggunakan software R. Program ini selanjutnya digunakan untuk melakukan simulasi dengan untuk tiga bentuk distribusi data yaitu bentuk menceng kiri, normal, dan menceng kanan. Hasil simulasi dianalisa dan ditarik sebuah kesimpulan yang disajikan dalam bagian 5.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Jika dari k objek masing-masing mempunyai sebanyak n_j nilai yang mendiskripsikannya, ingin diurutkan secara proporsional, maka rata-rata dari proporsi masing-masing objek dapat digunakan sebagai salah satu ukuran kualitas untuk penentuan peringkat. Untuk mendapatkan proporsi (p) data tertentu dari suatu objek dilakukan dengan mencari suatu nilai ambang sedemikian hingga semua nilai yang lebih besar atau sama dengan nilai tersebut ada sebanyak proporsi yang ditetapkan. Penentuan nilai ambang ini dapat dilakukan dengan metode kuantil. Andaikan p menyatakan proporsi, $0 < p < 1$, dan q_p adalah nilai kuantil p yang merupakan nilai ambang yang dicari, maka secara matematis akan dicari suatu nilai q_p sedemikian hingga $P(X \leq q_p) = p$. Dalam fungsi distribusi peluang kumulatif dinotasikan $F_X(q_p) = p$. Secara empiris dalam menentukan nilai kuantil suatu variable X dapat dilakukan sebagai berikut.

Langkah pertama tetapkan nilai p sebagai besaran proporsi data objek yang akan digunakan. Langkah kedua tetapkan nilai terkecil sebagai nilai ambang yang memenuhi proporsi yang sudah ditetapkan. Selanjutnya dihitung proporsi data yang lebih besar dari nilai ambang tersebut, dan bandingkan nilai proporsi yang diperoleh dengan proporsi yang ditetapkan. Jika proporsi yang diperoleh lebih besar dari proporsi yang diinginkan, maka nilai ambang berikutnya ditetapkan adalah nilai terkecil kedua, selanjutnya kembali dihitung proporsi data yang lebih besar dari data terkecil kedua, hasilnya dibandingkan dengan proporsi yang ditetapkan. Demikian seterusnya proses ini dilakukan sampai proporsi yang diperoleh sama dengan proporsi yang ditetapkan, dan nilai ambang sudah diperoleh. Tahapan berikutnya gunakanlah semua data yang lebih besar dari nilai ambang untuk mendapatkan nilai rata-ratanya, untuk dasar penentuan penentuan peringkat. Langkah atau algoritma ini diterjemahkan dalam suatu fungsi (program) dengan menggunakan software R untuk mensimulasi tiga bentuk distribusi data.

Dalam simulasi ini, pertama dibangkitkan 5 objek data yang akan dibuat peringkatnya, masing-masing berdistribusi normal dengan parameter rata-rata yang berbeda, dan standar deviasi yang sama. Setiap objek dibangkitkan sebanyak 1.000 data. Parameter kelima objek yang dibangkitkan disajikan dalam table 1. Selanjutnya kembali dibangkitkan 5 objek masing-masing berdistribusi normal dengan parameter rata-rata yang sama dan standar deviasi yang berbeda, seperti ditunjukkan pada tabel 2.

Tabel 1. Data Bangkitan dengan Standar Deviasi yang Sama

Data	μ	σ
data1	70	15
data2	80	15
data3	90	15
data4	100	15
data5	110	15

Selanjutnya dihiung nilai rata-rata dari setiap data yang dibangkitkan, demikian juga dihitung rata-rata dengan proporsi 0,1 ; 0,2 ; ...;0,9 dari setiap data yang dibangkitkan dan masing-masing rata-rata setiap proporsi yang ditetapkan dihitung. seluruhnya dan data bangkitan untuk setiap kuantil diurutkan dari yang terbesar hingga yang terkecil.

Tabel 5. Perbandingan Peringkat Objek dengan Kuantil $q_{0,1}$

No	Urutan Rata Seluruhnya				Urutan Data Kuantil q_{10}			
	Data	μ	σ	\bar{x}	Data	μ	σ	\bar{x}
1	data5	110	15	109,517	data5	110	15	135,665
2	data4	100	15	99,863	data4	100	15	125,801
3	data3	90	15	89,698	data3	90	15	115,756
4	data2	80	15	80,637	data2	80	15	106,578
5	data1	70	15	70,242	data1	70	15	97,022

Untuk $q_{0,2}$ sampai dengan $q_{0,9}$, dilakukan dengan cara yang sama, dan diperoleh data bangkitan yang berdistribusi normal dengan mean yang berbeda dan standar deviasi yang sama memiliki peringkat objek yang sama dengan peringkata melibatkan data seluruhnya. Simulasi kedua dilakukan dengan membangkitkan 5 objek data yang berdistribusi normal dengan mean yang sama dan standard deviasi yang berbeda, masing-masing dengan 1.000 data. Hasil simulasi yang diperoleh menunjukkan bahwa untuk data berdistribusi normal degan rata-rata yang sama dan standard deviasi yang berbeda memberikan peringkat objek yang berbeda disbanding dengan menggunakan seluruh data pada setiap kuantil yang ditetapkan.

Simulasi selanjutnya dapat dilakukan dengan mempertimbangkan untuk kasus data yang mempunyai bentuk distribusi menceng kiri dan menceng kanan, dalam melihat sifat-sifat perubahan peringkat dari data proporsinya.

KESIMPULAN

Dari hasil dan pembahasan, dapat diambil kesimpulan bahwa apabila setiap objek mempunyai distribusi yang berbeda, maka peringkat objek akan berbeda untuk setiap kuantilnya. Sebaliknya, apabila setiap objek mempunyai distribusi yang sama, maka urutan objek akan sama untuk setiap kuantilnya. Untuk data simulasi, apabila setiap objek berdistribusi normal dengan mean yang berbeda dan standar deviasi yang sama, maka urutan objek akan sama untuk setiap kuantilnya. Sebaliknya, apabila setiap objek berdistribusi normal dengan mean yang sama dan standar deviasi yang berbeda, maka urutan objek akan berbeda untuk setiap kuantilnya.

REFERENSI

- Acerbi, C. dan Tasche, D. (2001). Expected shortfall: a natural coherent alternative to Value at Risk. Preprint, TU Munchen and Risk Lab, ETH, Zurich.
- A. Davison, R. Smith, (1990). Models for exceedances over high thresholds, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B* 52 (3) 393–442.
- Alexander J. McNeil., (1999) Extreme Value Theory for Risk Managers, Departemen Matematik ETH Zentrum, C-H8092 Zurich.
- Artzner, P., Delbean, F., Eber, J.M. dan Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Math. Finance* 9, 203-228.
- B. Das, S. Resnick, (2008). QQ plots, random sets and data from a heavy tailed distribution, *Stochastic Models* 24 (1) 103–132.
- Beirlant, J., Wet, T. De, and Geoghebeur, Y. (2006). A goodness-of-fit for Pareto type behaviour. *J. Computational and Applied Mathematics* 186, 99-116.
- Boyle, P., M. Hardy, and T. Vorst, 2005. Life after VaR. *Journal of Derivatives*, 13(1): 48-55.
- Chen, M. Y., Chen, J. E. Application of Quantile Regression to Estimation Value at Risk.
- Davison, A. & Smith, R. (1990), 'Models for exceedances over high thresholds (with discussion)', *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 52, 393-442.
- Degen, M. and Embrechts, P. (2008), EVT-based Estimation of Risk Capital and Convergence of High Quantiles, *Advances in Applied Probability* 40(3), 696-715
- Eksi, Z., Yildirim, I., dan Yildirak, K. Alternative Risk Measures and Extreme Value Theory in Finance: Implementation on ISE 100 Index. Diunduh tanggal 11 april 2012 <http://www.vif.ac.at/eksi/conf1.pdf>
- Follmer, H., dan Schied, A. (2008). Convex and Coherent Risk Measures. Diunduh tanggal 5 November 2012. <http://www.mathematik.huberlin.de/~foellmer/papers/CCRM.pdf>
- Gilli M, dan Kelleze E, An Application of Extreme Value Theory or Measuring Risk, Preprinted Submitted to Elsevier Science, Department of Econometrics, University of Geneva and FAME CH-1211 Geneva, Switzerland.
- Gilli M, dan Kelleze E, Extreme Value Theory for Tail-Related Risk Measures [Jurnal online], <http://springerlink.com/index/f450v1786h2u6.pdf>, 15 januari 2011. Geneva and FAME CH-1211 Geneva, Switzerland.
- Gourieroux, C., dan Liu, W. (2006). Sensitivity Analysis of Distortion Risk Measures. Diunduh tanggal 4 Maret 2013 <http://homes.chass.utoronto.ca/~weiliu/quantiletest5.pdf>
- Gourieroux, C., J. P. Laurent, and O. Scaillet, 2000. Sensitivity Analysis of Values at Risk. *Journal of Empirical Finance*, 7: 225-245.

- Hardy, R.M. (2006). An Introduction To Risk Measures For Actuarial Applications, Reproduced by the Casualty Actuarial Society and the Society of Actuaries,. Printed in U.S.A. Hosking, J. & Wallis, J. (1987), Parameter and quantile estimation for the generalized Pareto distribution', *Technometrics* 29, 339-349.
- Ivana, M., (2007) Models for Estimation of Operational Risk and Risk Management, master thesis, Departeman Matematika Informatiku, Matematički Fakultet, Univerzitet Novom Sadu. Prirodno.
- Modarres, R., Nayak, T.K., Gastwirth, J.L. (2002), Estimation of upper quantiles under model and parameter uncertainty. *Comput. Stat. Data Anal.* 28, 529–5.

MODEL PREDATOR-PREY DENGAN POPULASI TERINFEKSI DAN PENYEBARAN INFEKSI MELALUI PREDASI

Khozin Mu'tamar

Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Riau

email: khozin.mutamar@unri.ac.id

ABSTRACT

Predator –prey model is used to analyze behaviour of interaction two population which are predator and prey. Basically, this model assume both of predator and prey are healthy. In this article, we develop alternative approach to describe predator-prey model with infected population. Infected population will conduct behaviour between predator and prey population. Stability analysis is done locally using Routh-Hurwitz criterion. In the end of this article, simulation is given to show comparison between numerical solution of nonlinear system with linearized.

Keywords: *Predator-prey model, Routh-Hurwitz criterion, Infected Population*

PENDAHULUAN

Hubungan antar individu merupakan hal alamiah yang selalu terjadi di dunia. Beberapa individu melakukan interaksi untuk mendukung kelangsungan hidup mereka. Interaksi yang dilakukan merupakan wujud mempertahankan kelangsungan hidup berupa memangsa individu dari jenis lain. Beberapa interaksi yang lain dilakukan sebagai wujud penguasaan terhadap suatu wilayah. Hal ini biasanya dilakukan oleh populasi yang memiliki kekuatan lebih dibandingkan populasi lainnya.

Pada suatu wilayah, kadangkala, terdapat dua atau lebih populasi yang saling berinteraksi. Salah satu populasi merupakan pemangsa bagi populasi lainnya. Contoh dalam kehidupan nyata adalah kehidupan ikan Gabus dan ikan Nila dalam suatu kolam. Ikan Gabus yang merupakan ikan predator akan berburu dan memangsa ikan Nila untuk bertahan hidup. Selain itu, kehidupan Kelinci dan Serigala dalam suatu wilayah juga bersifat mangsa-pemangsa. Serigala membutuhkan Kelinci untuk dapat bertahan hidup karena sifat Serigala yang karnivora.

Perilaku hubungan populasi yang bersifat mangsa-pemangsa dapat dianalisa secara matematis. Dalam matematika, perilaku ini dianalisa dengan model yang dikenal dengan Model Predator-Prey. Model ini menganalisa dua buah populasi yang hidup dalam suatu wilayah, dimana satu populasi bersifat pemangsa dan yang lainnya sebagai mangsa. Model yang digunakan berupa sistem persamaan diferensial biasa, yang berfungsi mengamati perubahan jumlah individu di masing-masing populasi setiap waktunya.

Model yang sudah terbentuk terdiri atas dua buah persamaan diferensial biasa nonlinear yang masing-masingnya menggambarkan laju perubahan jumlah populasi mangsa dan pemangsa. Pada pembentukan model ini, diasumsikan bahwa kedua populasi dalam kondisi sehat. Hakikatnya, asumsi ini tidak sepenuhnya benar karena dalam sebuah populasi, ada kemungkinan beberapa individu dalam kondisi sakit. Kondisi individu yang sakit akan mengakibatkan menurunnya kemampuan bertahan hidup alaminya. Selain itu, individu yang sakit lebih mudah untuk diserang oleh pemangsa dan bagi pemangsa akan membuatnya sukar

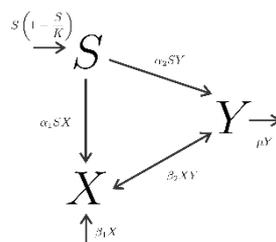
untuk berburu. Mangsa yang terinfeksi penyakit juga secara langsung akan mempengaruhi kondisi pemangsa karena beberapa penyakit dapat ditularkan melalui makanan.

Beberapa penelitian mengenai model predator-prey dengan melibatkan populasi yang terinfeksi telah dilakukan. Model predator-prey dengan infeksi hanya pada mangsa telah diteliti ada [1,8,11,12,14,15, 17,19,20,21]. Khusus untuk infeksi pada predator telah diteliti pada [4,6,18], sedangkan untuk infeksi yang terjadi di kedua populasi mangsa dan pemangsa telah dikaji dalam [2,3,5,7,9,10,13,16]. Pada [11], model predator prey diterapkan pada pertumbuhan virus pada jaringan komputer. Model infeksi pada mangsa dengan batasan bahwa mangsa tidak bisa berkembang biak dan tumbuh dianalisis pada [1]. [12] meneliti model dengan mempertimbangkan penyebaran infeksi pada mangsa secara bilinear. Konsep susceptible-infectible-susceptible diterapkan pada infeksi mangsa pada [8,14,17] dan pada [8] mengkaji bahwa mangsa yang terinfeksi secara SIS lebih memiliki tingkat kerawanan untuk dipredasi lebih besar. Kombinasi penyebaran infeksi dengan Gower Holling pada pertumbuhan populasi pemangsa dikaji pada [19,21].

Berdasarkan penjabaran di atas, pada paper ini akan dikaji model predator-prey dengan infeksi pada populasi prey. Selanjutnya, populasi prey akan memberi efek kematian bagi predator yang memangsanya. Selanjutnya, paper ini disusun berdasarkan sistematika berikut ini. Perumusan model diberikan setelah bab ini. Analisis kualitatif kestabilan model secara lokal di sekitar titik ekuilibrium diberikan pada bagian tiga. Simulasi numerik diberikan pada bagian empat. Akhirnya, kesimpulan dari paper ini diberikan pada bagian akhir paper ini.

PERUMUSAN MODEL PREDATOR-PREY DENGAN INFEKSI PADA PREY

Misalkan didefinisikan $S(t), X(t), Y(t)$ sebagai jumlah populasi yaitu pemangsa, mangsa sehat, dan mangsa sakit pada suatu wilayah pada waktu t yang diasumsikan membaaur secara merata. Hubungan antara keduanya diberikan pada Gambar (1).



Gambar 1. Skema ubungan antara ketiga populasi di wilayah tertutup

Asumsi yang digunakan dalam perumusan model ini adalah

1. Pemangsa akan tumbuh secara logistik dengan *carrying capacity* K
2. Pemangsa akan sakit dan mati ketika berinteraksi dengan mangsa yang sakit, dengan laju α_2 .
3. Mangsa saling berinteraksi dengan proporsi intensitas penyebaran infeksi sebesar β_2 .
4. Hanya mangsa sehat yang bisa tumbuh, dengan laju pertumbuhan proporsional sebesar β_1
5. Mangsa sakit akan mati dengan laju proporsional sebesar μ dan akan berkurang sebesar α_2 .

Berdasarkan asumsi-asumsi di atas, rumusan masalah untuk model predator-prey dengan infeksi di populasi dengan skema

$$\begin{aligned}
S' &= S \left(1 - \frac{S}{K} \right) + \alpha_1 SX - \alpha_2 SY \\
X' &= \beta_1 X - \alpha_1 SX - \beta_2 XY \\
Y' &= \beta_2 XY - \alpha_2 SY - \mu Y
\end{aligned} \tag{1}$$

dengan $\alpha_i, \beta_i \in \mathbb{R}^+$ untuk $i = 1, 2$.

Analisis Kualitatif Kestabilan Model

Pertama, sistem ini memiliki enam (6) titik ekuilibrium. Terdapat beberapa titik ekuilibrium yang tidak bergantung pada nilai parameter dari model ini, diantaranya adalah titik ekuilibrium trivial $E_0(0,0,0)$ dan titik ekuilibrium bebas mangsa $E_1(K,0,0)$. Selanjutnya, titik ekuilibrium lain yang bergantung nilai parameter adalah

$$E_2 \left(0, \frac{\mu}{\beta_2}, \frac{\beta_1}{\beta_2} \right), E_3 (S^*, X^*, Y^*)$$

dengan S^*, X^*, Y^* diberikan oleh

$$\begin{aligned}
S^* &= \frac{K(\mu\alpha_1 - \alpha_2\beta_1 + \beta_2)}{\beta_2} \\
X^* &= \frac{K\mu\alpha_1\alpha_2 - K\alpha_2^2\beta_1 + K\alpha_2\beta_2 + \mu\beta_2}{\beta_2^2} \\
Y^* &= \frac{K\mu\alpha_1^2 - K\alpha_1\alpha_2\beta_1 + K\alpha_1\beta_2 + \beta_1\beta_2}{\beta_2^2}
\end{aligned}$$

Proposisi 1. Titik ekuilibrium trivial E_0 dan bebas mangsa E_1 adalah titik ekuilibrium tidak stabil.

Bukti: Matriks Jacobian dari sistem Persamaan (1) dapat dituliskan dengan

$$A = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2S}{K} + \alpha_1 X - \alpha_2 X & \alpha_1 S & -\alpha_2 S \\ \alpha_1 X & \alpha_1 S - \beta_2 Y + \beta_1 & -\beta_2 X \\ -\alpha_2 X & \beta_2 Y & -\alpha_2 S + \beta_2 X - \mu \end{pmatrix}$$

Substitusikan titik ekuilibrium E_0 akan menghasilkan persamaan karakteristik

$$\lambda^3 - (-\mu + 1 + \beta_1)\lambda^2 - (\mu\beta_1 + \mu - \beta_1)\lambda + \mu\beta_1 = 0$$

yang dipenuhi oleh nilai eigen $\lambda_0 = \{1, \beta_1, -\mu\}$. Titik ekuilibrium E_0 tidak stabil karena $1, \beta_1 > 0$. Untuk E_1 dengan proses yang sama, diperoleh persamaan karakteristik yaitu

$$\begin{aligned}
&\lambda^3 - (\alpha_1 K - \alpha_2 K - \mu + \beta_1 - 1)\lambda^2 \\
&- (K^2\alpha_1\alpha_2 + K\mu\alpha_1 + K\alpha_2\beta_1 + \alpha_1 K - \alpha_2 K + \mu\beta_1 - \mu + \beta_1)\lambda \\
&- (\alpha_2 K + \mu)(\alpha_1 K + \beta_1) = 0
\end{aligned}$$

yang dipenuhi oleh nilai eigen $\lambda_1 = \{-1, K\alpha_1 + \beta_1, -K\alpha_2 - \mu\}$. Jelas bahwa $K\alpha_1 + \beta_1 > 0$ sehingga titik ekuilibrium E_1 juga tidak stabil.

Selanjutnya, oleh karena model melibatkan enam (6) parameter, akan dilakukan penyederhanaan dengan menentukan nilai beberapa parameter. Jika diinginkan untuk menganalisis hubungan antara pemangsa dan mangsa sakit, maka parameter selain α_2, β_2 akan ditentukan nilainya secara spesifik. Misalkan dipilih $K = 1, \mu = 0.01, \beta_1 = 0.8$ dan $\alpha_1 = 0.05$. Titik ekuilibrium E_2 selanjutnya dapat dituliskan menjadi

$$\left\{ S = 0, X = \frac{0.01}{\beta_2}, Y = \frac{0.8}{\beta_2} \right\}$$

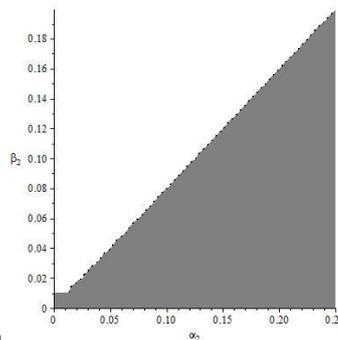
Persamaan karakteristik dari titik ekuilibrium ini adalah

$$\frac{(-\beta_2 - 0.0005 + 0.8\alpha_2 + \lambda\beta_2)(\lambda^2 + 0.008)}{\beta_2} = 0$$

dengan solusinya adalah

$$\left\{ 0.089443I, -0.089443I, 1 - 0.8\frac{\alpha_2}{\beta_2} + \frac{0.0005}{\beta_2} \right\}$$

Kestabilan dari titik ekuilibrium ini ditentukan oleh persamaan $1 - 0.8\frac{\alpha_2}{\beta_2} + \frac{0.0005}{\beta_2}$. Bidang kestabilan ditunjukkan pada Gambar (2) berikut ini.



Gambar 2. Daerah kestabilan berdasarkan ketergantungan parameter α_2, β_2 .

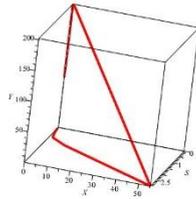
Daerah abu-abu adalah daerah yang akan menghasilkan kestabilan bagi titik ekuilibrium, sedangkan daerah putih adalah daerah yang membuat titik ekuilibrium ini tidak stabil.

SIMULASI NUMERIK

Bagian ini menyajikan hasil komputasi model dengan menggunakan nilai parameter tertentu untuk melihat perilaku model. Hal pertama yang dilakukan adalah memilih nilai awal di sekitar titik ekuilibrium untuk melihat perilaku kestabilan model di sekitarnya. Untuk titik ekuilibrium E_0, E_1 dan E_2 akan menggunakan data parameter yang sama. Misalkan dipilih $K = 1, \mu = 0.01, \beta_1 = 0.8$ dan $\alpha_1 = 0.05$. Selanjutnya, nilai α_2, β_2 dipilih berdasarkan Gambar (2). Misalkan dipilih $\alpha_2 = 0.2$ dan $\beta_2 = 0.05$ yang terletak di daerah abu-abu atau daerah stabil. Seluruh simulasi diambil dalam jangka waktu $t \in [0,100]$.

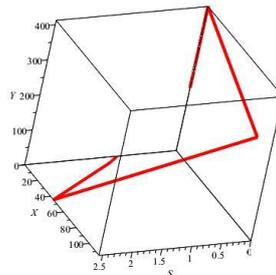
Pada kasus nilai parameter di atas, titik ekuilibrium E_4 tidak termasuk dalam titik ekuilibrium dengan menggunakan data parameter yang digunakan. Hal ini disebabkan, jika substitusikan nilai parameter yang digunakan maka akan diperoleh nilai populasi negatif.

Nilai awal tertentu diperlukan untuk melihat perilaku model ini dalam bentuk bidang fase. Pertama, nilai awal akan dipilih sangat dekat dengan E_0 yaitu $E(0) = \{0.05, 0.05, 0.05\}$. Bidang fase dari nilai awal ini ditunjukkan pada Gambar (3).

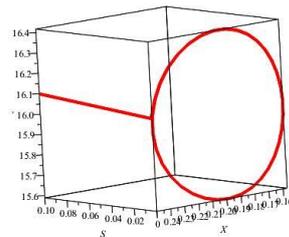


Gambar 3. Ruang ase model pada persamaan (1) dengan nilai awal di sekitar E_0 . Gambar (3) menunjukkan bahwa populasi akan menjauhi titik $E_1(0)$ walaupun komposisi awal populasi berada di sekitar titik ekuilibrium E_0 .

Nilai awal kedua dipilih di sekitar titik ekuilibrium E_1 yaitu $E(0) = \{1,0.001,0.001\}$ dan bidang fase dari nilai awal ini ditunjukkan pada Gambar (4).

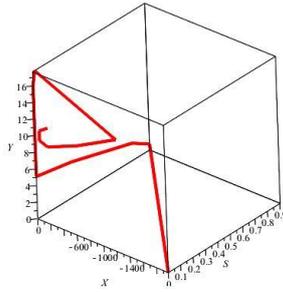


Gambar 4. Ruang ase model pada persamaan (1) dengan nilai awal di sekitar E_1 . Nilai awal ketiga dipilih di sekitar titik ekuilibrium $E_2 = \{0,0.2,16\}$ yaitu $E(0) = \{0.001,0.21,16.01\}$. Bidang fase ditunjukkan pada Gambar (5).



Gambar 5. Ruang ase model pada persamaan (1) dengan nilai awal di sekitar E_2 . Gambar (5) menunjukkan bahwa dari nilai awal $E_2(0)$ sistem bergerak menuju titik E_2 . Ketika di titik E_2 populasi akan berkembang secara stabil. Terlihat dari gambar populasi membentuk sebuah lingkaran dikarenakan nilai eigen dari E_2 adalah imajiner murni.

Berikutnya, dipilih parameter pada daerah yang mengakibatkan ketidak stabilan pada titik ekuilibrium E_2 . Misalkan dipilih nilai parameter $\alpha_2 = 0.1, \beta_2 = 0.1$. Menggunakan parameter yang baru, diperoleh titik ekuilibrium $E_2 = \{0,0.1,8\}$ dan dipilih nilai awal di sekitar E_2 yaitu $E_2(0) = \{0.1,0.5,10\}$. Ruang fase untuk model ditunjukkan pada Gambar (6). Pada Gambar (6) terlihat bahwa dari populasi awal, sistem bergerak menjauhi titik ekuilibrium E_2 dan tidak pernah mencapai E_2 sepanjang waktu t .



Gambar 6. Ruang ase model pada persamaan (1) dengan nilai awal di sekitar E_2 dengan parameter yang dipilih sedemikian sehingga sistem tidak stabil.

KESIMPULAN

Model predator-prey dengan infeksi pada prey yang mengakibatkan kematian pada predator telah dikaji dalam paper ini. Secara kualitatif, terdapat empat titik kesetimbangan pada model dimana tiga diantaranya bersifat tidak stabil sedangkan yang lain, kestabilannya sangat tergantung kepada nilai parameter yang dipilih. Hasil numerik juga menunjukkan bahwasanya, perilaku model di sekitar titik kesetimbangan tidak stabil. Hal ini dapat ditunjukkan dari menjauhnya sistem dari titik kesetimbangan dengan pemilihan nilai awal yang cukup dekat.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada LPPM Universitas Riau atas bantuannya sehingga penelitian ini dapat terlaksana.

REFERENSI

- O. Arino, A El abdllaoui, J Mikram and J Chattopadhyay, Infection in prey population may act as a biological control in ratio-dependent predator-prey models, *Nonlinearity* 17 (2004) 1101–1116
- A.M. Bate dan Frank M. Hilker, Predator-prey oscillations can shift when diseases become endemic, *Journal of Theoretical Biology*, 316 (2013) pp. 1–8
- S. P. Bera, A. Maiti, G. P. Samanta, A Prey-predator Model with Infection in Both Prey and Predator, *Filomat* 29:8 (2015), 1753–1767
- K.P. Das, A mathematical study of a predator-prey dynamics with disease in predator, *ISRN Applied mathematics* Vol. 2011 Article ID 807486
- S.B. Dash, H. Saini, T.C. Panda, A. Mishra, Predator-Prey Model for Infectious Virtual Machines in IaaS Cloud Environment Based on Lotka-Volterra Equation, *Asian Journal of Information Technology*, 14(3):84-91, 2015
- F.M. Yusof, A.I.B. MD. Ismail dan N.M. Ali, Effect of Predators on the Spread of Hantavirus Infection, *Sains Malaysiana* 43(7)(2014): 1045–1051
- L. Han dan Z. Ma, Four Predator Prey Models with Infectious Diseases, *Mathematical and Computer Modelling* 34 (2001) 849-858
- H.W. Hethcote, W. Wang, L. Han, Zhien Ma, A predator-prey model with infected prey, *Theoretical Population Biology* 66 (2004) 259 – 268

- Y.H. Hsieh, C.K. Hsiao, Predator–prey model with disease infection in both populations, *Mathematical Medicine and Biology* (2008) 25, 247–266, doi:10.1093/imammb/dqn017
- A. Hugo, E.S. Massawe and O.D. Makinde, An eco-epidemiological mathematical model with treatment and disease infection in both prey and predator population, *Journal of Ecology and the Natural Environment*, Vol. 4(10), pp. 266-279, July 2012.
- M. Kumar, Bimal Kumar Mishra and T. C. Panda, Predator-Prey Models on Interaction between Computer Worms, Trojan Horse and Antivirus Software Inside a Computer System, *International Journal of Security and Its Applications*, Vol. 10, No. 1 (2016), pp.1 73-1 90
- Md. S. Rahman, Santabrata Chakravarty, A predator-prey model with disease in prey, *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 2013, Vol. 18, No. 2, 191–209
- S.Z. Rida, M. Khalil, H.A. Hosham, S. Gadellah, predator-prey fractional-order dynamical system with both the populations affected by diseases, *Journal of Fractional Calculus and Applications*, Vol. 5(3S) No. 13, pp. 1-11.
- A. Sani, E. Cahyono, Mukhsar, G.A. Rahman, Y.T. Hewindati, F.A.A. Faeldog, F.A. Abdullah, Dynamics of Disease Spread in a Predator-Prey System, *Advanced Studies in Biology*, vol. 6, 2014, no. 4, 169 – 179
- S. Sinha, O.P. Misra a, J. Dhar, Modelling a predator–prey system with infected prey in polluted environment, *Applied Mathematical Modelling*, 34 (2010) 1861–1872
- J. Sooknanan, B. Bhatt, DMG Comission. A modifid predator–prey model for the interaction of police and gangs. *R. Soc. open sci.* 3: 160083. <http://dx.doi.org/10.1098/rsos.160083>
- K. Sujatha, M. Gunasekaran, Dynamics in a Harvested Prey-Predator Model with Susceptible-Infected-Susceptible (SIS) Epidemic Disease in the Prey, *Advances in Applied Mathematical Biosciences*. ISSN 2248-9983 Volume 7, Number 1 (2016), pp. 23-31
- J.J.Tewa, R.D. Demasse and S. Bowong, Predator-Prey Model with Prey Harvesting, Holling Response Function of Type III and SIS Disease, *Biomath* 1 (2012), 1210231, 1–7.
- S. Wang, Zhihui Ma, Analysis of an Ecoepidemiological model with prey refuges, *Journal of applied mathematics* vol. 2012.
- S.A. Wuhaib, Y. Abu Hasan, A predator-infected prey model with harvesting of infected prey, *ScienceAsia* 39S (2013): 37–41
- X. Zhou, Jingan Cui, Xiangyun Shi, Xinyu Song, A modified Leslie–Gower predator–prey model with prey infection, *J Appl Math Comput* (2010) 33: 471–487

SISTEM DETEKSI DAN PENGENALAN CITRA *OVERLAPPING* KOIN DENGAN ALGORITMA *CIRCULAR HOUGH TRANSFORMATION* (CHT)

Zaiful Bahri

Jurusan Ilmu Komputer FMIPA Universitas Riau

E-mail. zaiful_br@yahoo.co.id

ABSTRACT

This paper discuss a system to detect and recognize an image of overlapping coin using Circular Hough Transformation (CHT) algorithm. To detect a coin on image can be used direction gradient method and to count radius of a circle of coin can be used CHT algorithm with $r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2$. This equation can form parametric equations $x = a + r\cos\theta$ and $y = b + r\sin\theta$. With these parametric equations, obtained the radius of a circle of coins that can be used to identify each coin in the image with a range of values.

Keywords. *Detection, Recognition, Coin, Radius, Circular Hough Transformation (CHT)*

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Ada tiga jenis sistem deteksi dan pengenalan koin berdasarkan pada metode yang berbeda, sistem berbasis metode mekanik, sistem berbasis metode elektromagnetik dan sistem berbasis pemrosesan citra. Dalam penelitian ini digunakan metode yang ketiga.

Citra bisa diproses menggunakan berbagai teknik atau metode pemrosesan citra seperti FFT[8,9], Gabor Wavelets[10], DCT, deteksi tepi, segmentasi, subtraksi citra,[11], pohon keputusan[12] dan berbagai fitur diekstraksi dari citra. Kemudian berdasarkan fitur yang berbeda ini koin dikenali.

Setiap citra direpresentasikan dalam bentuk matrik berukuran $m \times n$, dimana m menunjukkan banyaknya elemen baris dan n menunjukkan jumlah kolom pada matriks tersebut. Berikut adalah persamaan representasi citra digital berukuran $m \times n$.

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} f(x_1, y_1) & \dots & f(x_1, y_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f(x_m, y_1) & \dots & f(x_m, y_n) \end{pmatrix}$$

Asumsinya adalah bahwa fungsi-fungsi ini adalah diskrit. Z merupakan himpunan real integer, dan bahwa (x, y) adalah integer dari $Z \times Z$ sedangkan f adalah fungsi yang memberikan nilai level abu-abu untuk setiap pasang koordinat (x, y) [6].

Deteksi dan pengenalan citra koin dilakukan menggunakan metode *Circular Hough Transformation*. Metode *Circular Hough Transformation* merupakan perluasan Hough Transformation[2] untuk mengidentifikasi *circular* objek sebuah citra. Metode ini membantu dalam mengatasi batasan yang dialami oleh metode *Hough Transformation*. Metode *Circular Hough Transformation* menggunakan tepi *canny*[4] untuk mendeteksi tepi citra koin dan

berdasarkan jari-jari koin, koin dapat dideteksi dan dikenali[1][7]. Perbedaan nominal koin bisa dikenali berdasarkan jari-jari koin[1]. Pola lingkaran diatur dengan persamaan yang diberikan sebagai :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Sebuah lingkaran didefinisikan oleh parameter x dan y yang digunakan dalam persamaan di atas dan a dan b digunakan sebagai koordinat titik pusat lingkaran dan r untuk jari-jari.

Berbagai himpunan citra dapat dihitung dengan teknik di atas.

Dalam penelitian ini yang menjadi masalah utama adalah uang koin mempunyai ukuran jari-jari yang berbeda-beda termasuk jumlah nominal koin itu sendiri, warna dan tekstur koin seperti Rp. 100, Rp. 200, Rp. 500, Rp. 1000. Untuk itu bagaimana sistem nantinya dapat mendeteksi dan mengenali *overlapping* koin termasuk nominalnya untuk membedakan koin-koin tersebut dalam satu citra menggunakan metode *Circular Hough Transformation*.

METODOLOGI

2.1 *Overlapping* Koin

Overlapping koin dapat digambarkan beberapa buah koin yang saling tumpang tindih. Bisa lebih dari dua koin yang saling tumpang tindih(*overlapping*). Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 2.1.

Gambar 2.1 Over



apping Koin

2.2 Deteksi Koin

Menurut[4] ada beberapa metode deteksi tepi lingkaran yang dapat digunakan untuk mendeteksi tepi mata uang logam dengan kelebihan dan kekurangannya. Di antaranya adalah metode Sobell, Robert, Prewitt, Canny dan Gradient. Dalam penelitian ini digunakan metode gradient direksi untuk mendeteksi multi *overlapping* koin dikarenakan metode ini menggunakan batasan dengan filtering intensitas cahaya yang diperoleh dari perubahan citra dari grayscale menjadi biner. Intensitas cahaya atau tingkat kecerahan suatu citra sangat diperlukan dalam mendeteksi dan mengenali suatu pola pada citra.

Natural citra adalah sekumpulan piksel yang mempunyai perbedaan nilai R(Red), G(Green) dan B(Blue). Hough Transformation menggunakan citra dengan warna grey(abu-abu) dan penggunaan setiap piksel untuk mendeteksi garis dan kurva untuk persegi empat dan lingkaran[7].

2.3 Circular Hough Transformation

Di dalam penelitian[1] berbagai teknik digunakan untuk mendeteksi dan mengenali koin dengan denominasi yang berbeda. Berbagai variasi teknik dan pendekatan seperti *Circular Hough Transformation*, *Artificial Neural Network*, *Heuristics* dan lain-lain bisa dilakukan. Metode yang paling kuat digunakan salah satunya adalah *Circular Hough Transformation*[14]. CHT memetakan setiap lingkaran :

$r^2 = (a - x)^2 + (b - y)^2$ (2.1) di dalam ruang variabel $X=\{x,y\}$ ke dalam ruang parameter $P=\{a,b,r\}$.

2.5 Algoritma CHT

Untuk suatu parameter (a,b,r) yang diberikan pada himpunan titik $\{(x_j, y_j)\}$ yang memenuhi persamaan lingkaran (2.1), semuanya harus terletak pada garis keliling yang didefinisikan oleh (a,b,r) . Sebaliknya, jika himpunan titik $\{(x_j, y_j)\}$ semuanya terletak pada garis lingkaran yang sama, maka harus memenuhi persamaan lingkaran(2.1) dengan parameter yang sama juga. Ini berarti bahwa dari himpunan parameter berhingga $\{(a_j, b_j, r_{ij})\}$ pada setiap titik (x_j, y_j) dapat ditemukan himpunan parameter (a,b,r) untuk himpunan titik $\{(x_j, y_j)\}$. Ini merupakan metode dasar yang dapat diimplemnetasikan pada CHT. Berikut adalah algoritma CHT.

Langkah 1. Set akumulator array (a,b,r) menjadi 0.

Langkah 2. Untuk setiap titik dalam himpunan m pasangan parameter (x_j, y_j) yang mungkin dipilih, dan himpunan parameter lain (r_{ij}) dihitung dari persamaan (2.1).

$$r_{ij}^2 = (a_j - x_i)^2 + (b_j - y_i)^2 \quad (2.2)$$

Untuk setiap titik (a_j, b_j, r_{ij}) ditemukan ditambah dengan 1

$$A(a_j, b_j, r_{ij}) = A(a_j, b_j, r_{ij}) + 1 \quad (2.3)$$

Langkah 3. Akumulator array $A(a, b, r)$ dicari untuk lokal maksimum, yang masing-masing menunjukkan sebuah busur lingkaran. Karenanya parameter lingkaran yang sedang dideteksi (a_k, b_k, r_k) pada distribusi $A(a_k, b_k, r_k)$ yang memenuhi :

$$A(a_k, b_k, r_k) = \max_i A(a_j, b_j, r_j) \quad (2.4)$$

Apabila sebuah kurva dilengkapi oleh sebuah lingkaran kontribusi pada akumulator merupakan busur kecil dari lingkaran besar bisa menjadi busur besar dari lingkaran kecil. Oleh kartena itu akumulator harus dinormalkan sehinggann lingkaran yang ditemukan sesuai. Normalisasi dapat dilakukan dengan mengalikan akumlator array $A(a, b, r)$ pada langkah 3 sebelumnya dengan faktor skala :

$$S(x) = \frac{1}{2\pi r} \quad (2.5)$$

2.6 Metode Gradient Direksi

Implementasi yang lebih cepat untuk CHT diperoleh dengan menggunakan suatu metode gradient direksi untuk menganalisa batas citra hitam dan putih, seperti yang dilkukan oleh Kimme et.al (1975) dan Haralik dan Sapiro (1992). Pusat lingkaran adalah titik di mana semua jari-jari lingkaran beririsan. Arah suatu jari-jari diberikan oleh intesitas gradient yang terletak pada irisan titik jari-jari. Berikut adalah algoritma menggunakan metode gradient direksi pada CHT.

Langkah 1. Set akumulator array (a,b,r) menjadi 0.

Langkah 2. Citra dipindai, tetapi arah intesnsitas gradient θ_i ditemukan pada setiap titik pada kurva untuk memberikan arah jari-jari.

Langkah 3. Untuk setiap titik yang ditemukan di atas, himpunan m parameter yang mungkin dipilih, dan himpunan parameter laninnya dihitung dari :

$$a_j = x_i + r_j \cos \theta_i \quad (2.6)$$

$$b_j = y_i + r_j \sin \theta_i \quad (2.7)$$

kemudian akumulator array dihitung dengan menaikkan nilai akumulator array dengan 1 seperti berikut :

$$A(a_j, b_j, r_j) = A(a_j, b_j, r_j) + 1 \quad (2.8)$$

Langkah 4. Titik (x_j, y_j) dan arah θ diperbarui dan algoritma diulang dari langkah 2 untuk semua titik pada kurva.

Langkah 5. Akumulator $A(a, b, r)$ dicari untuk lokal maksimum, dari parameter ini, (a, b, r) lingkaran yang sesuai ditentukan.

Apabila sudut θ menyapu seluruh jangkauan titik-titik (x, y) sejauh 360 derajat, maka pelacakan menemukan sebuah lingkaran. Jika citra memuat banyak titik, dan beberapa berada pada lingkaran, kemudian program pencarian untuk menemukan triplet parameter (a, b, r) menggambarkan masing-masing lingkaran.

2.7 Matlab R2012b

Matlab R2012b mempunyai fitur yang sangat handal, terutama Image Processing Toolboxnya (IPT). Dengan matlab R2012b dapat dengan mudah dibuat Graphical User Interface(GUI) untuk sebuah aplikasi. Dengan Matlab R2012b juga dapat dengan mudah dilakukan pembuatan **executable (.exe)** program. Dan tidak salah lagi, bahwa Matlab adalah salah satu software yang paling handal dalam pengolahan citra dikarenakan matlab kaya dengan fungsi-fungsi yang sudah siap pakai.

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Input Citra Multi Koin

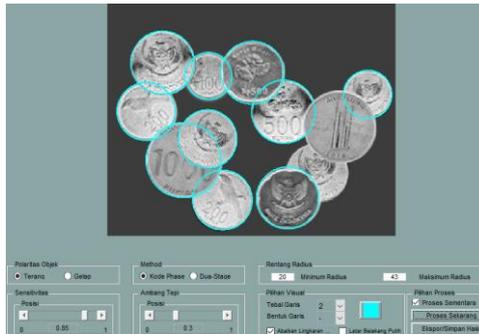
Citra input adalah citra multi koin *offline*, di mana citra multi koin disimpan di dalam komputer. Untuk mempercepat proses, maka citra multi koin disimpan dalam bentuk citra grayscale(skala abu-abu).



Gambar 3.1 InputCitra Overlapping Multi Koin

a. Pemberian Intensitas Cahaya

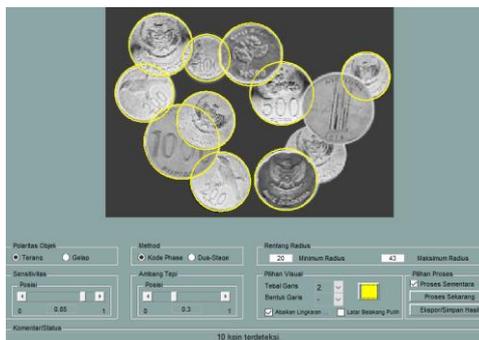
Intensitas cahaya citra multi koin diperlukan untuk mempermudah pelabelan citra setiap koin, di mana rentang intensitas cahaya citra adalah dari 0 sampai 1.



Gambar 3.2 Pemberian Intensitas Cahaya

b. Deteksi Tepi dan Ambang Batas Citra Koin

Proses deteksi dan pemberian ambang batas citra multi overlapping koin sangat diperlukan untuk mendeteksi masing-masing citra koin. Dengan diperolehnya deteksi dan pemberian ambang batas masing-masing citra multi overlapping koin, maka dapat ditentukan jari-jari masing-masing citra koin menggunakan *Circular Hough Transformation*.

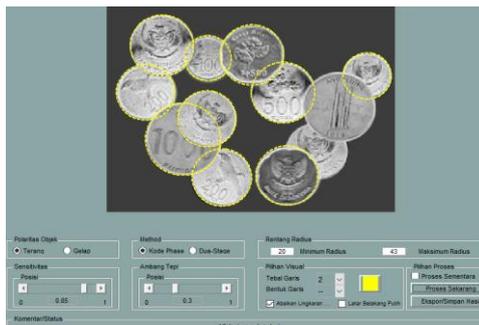


Gambar 3.3 Deteksi Tepi Koin

1. jari_jari ≥ 24 & jari_jari < 26 untuk koin Rp. 100
2. jari_jari ≥ 30 & jari_jari < 32 untuk koin Rp. 200
3. jari_jari ≥ 32 & jari_jari < 36 untuk koin Rp. 500 (baru dan lama)
4. jari_jari ≥ 38 & jari_jari < 40 untuk koin Rp. 1000

3.4 Hasil

Gambar 3.4 memperlihatkan adanya koin yang tidak terdeteksi. Ini dikarenakan intensitas cahaya atau polarisasi diambil adalah 0.85. Terlihat bahwa sistem belum mampu untuk mendeteksi koin yang intensitas cahaya tepi koin kurang dari 0.86 dan ambang batasnya 0.3. Hasil lengkapnya dapat dilihat pada Tabel 3.1.

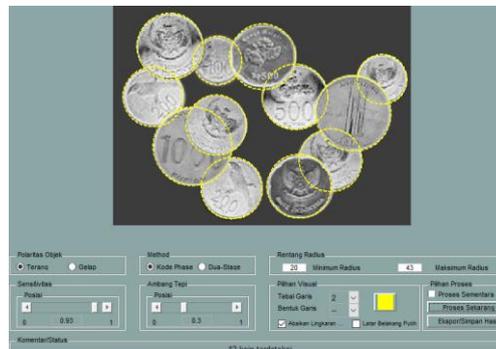


Gambar 3.4 Deteksi dan Pengenalan Koin Untuk Intensitas Cahaya 0.85 dan Ambang Batas 0.3

Tabel 3.1 Hasil Deteksi dan Pengenalan Multi Connected/Overlapping Koin Dengan Circular Hough Transformation Dengan Intensitas Cahaya 0.85 dan Ambang Batas 0.3

No.	Intensitas Cahaya	Ambang Batas	X	Y	Radius	Koin (Rp.)
1	0.85	0.3	40.98	116.60	30.22	200
2			271.81	98.78	25.13	100
3			120.56	209.17	31.10	200
4			58.06	65.48	32.90	500
5			188.18	206.93	32.29	500
6			105.09	145.32	30.38	200
7			151.79	76.08	32.85	500
8			184.19	116.92	33.03	500
9			105.92	179.60	24.43	100
10			80.03	167.57	39.10	1.000

Gambar 3.5 memperlihatkan adanya koin yang tidak terdeteksi. Ini dikarenakan intensitas cahaya atau polarisasi diambil adalah 0.94. Terlihat bahwa sistem sudah mampu untuk mendeteksi koin yang intensitas cahaya tepi koin kurang dari 0.94 dan ambang batasnya 0.3. Hasil lengkapnya dapat dilihat pada Tabel 3.2.



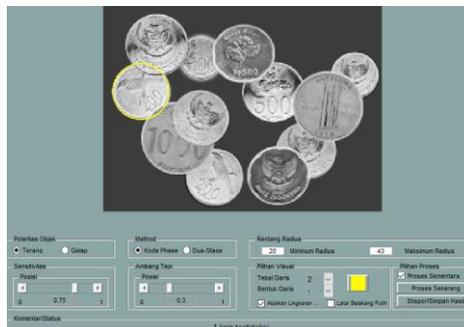
Gambar 3.5 Deteksi dan Pengenalan Koin Dengan Intensitas Cahaya 0.93 dan Ambang Batas 0.3

Tabel 3.2 Hasil Deteksi dan Pengenalan Multi Overlapping Koin Dengan Circular Hough Transformation Dengan Intensitas Cahaya 0.93 dan Ambang Batas 0.3.

No.	Intensitas Cahaya	Ambang Batas	X	Y	Radius	(Rp.)
1	0.93	0.3	40.98	116.60	30.22	200
2			271.81	98.78	25.13	100
3			120.56	209.17	31.10	200
4			58.06	65.48	32.90	500
5			188.18	206.93	32.29	500
6			105.09	145.32	30.38	200
7			151.79	76.08	32.85	500
8			184.19	116.92	33.03	500
9			105.92	179.60	24.43	100
10			80.03	167.57	39.10	1.000

11			242.52	133.42	38.11	1.000
12			219.92	180.86	31.70	500

Berikut adalah gambar 3.6 yang memperlihatkan sebuah koin yang terdeteksi berdasarkan tingkat intensitas atau polarisasi cahaya yang paling tinggi yaitu 0.75 dengan ambang batas tepi koin adalah 0.3. Terlihat hanya ada satu koin yang terdeteksi.



Gambar 3.6 Deteksi Koin Dengan Tingkat Intensitas Cahaya 0.75

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Dari hasil dan pembahasan dapat diambil kesimpulan bahwa dengan menggunakan Circular Hough Transformation permasalahan deteksi dan pengenalan multi *overlapping* koin dapat dilakukan dengan beberapa proses yang harus dilakukan sebelumnya. Proses-proses tersebut merupakan proses pendukung terhadap deteksi dan pengenalan. Proses pengenalan multi *overlapping* koin ini bukan berdasarkan pengenalan citra pada umumnya, namun pengenalan citra multi koin dengan metode Circular Hough Transformation dilakukan dengan menentukan jari-jari koin dengan bantuan tingkat intensitas cahaya antara 0 dan 1, dan nilai ambang tepi suatu citra antara 0 dan 1. Di mana sistem mendeteksi koin dengan cara memilih citra koin dengan tingkat intensitas atau polarisasi cahaya yang paling tinggi. Ini dapat dilihat pada gambar 3.6 yaitu koin dengan nilai nominal 200. Apabila tingkat intensitas cahaya ditingkatkan sampai dengan 0.77, koin yang terdeteksi ada dua, dengan tambahan satu koin yaitu dengan nominal 100. Kemudian apabila tingkat intensitas cahaya dinaikan menjadi 0.79 maka terdapat 3 koin yang dikenali dan seterusnya sampai dengan tingkat intensitas cahaya 0.93 semua koin dapat dideteksi oleh sistem sehingga jari-jari seluruh koin dapat dihitung.

4.2 Saran

Pengenalan koin dengan metode Circular Hough Transformation dapat digunakan untuk menentukan besarnya sebuah objek lingkaran. Untuk itu disarankan kepada peneliti untuk dapat mengembangkan penelitian ini kepada penelitian yang berupa objek lingkaran, seperti, mata, roda dan memungkinkan untuk mendeteksi objek bulat yang bergerak dalam tiga dimensi.

REFERENSI

- [1]. Deepika Mehta et al. (2013). *A Survey on Various Techniques of Coin Detection and Recognition*, International Journal of Computer Applications, Volume 69-No.5 May 2013.
- [2]. <http://stackoverflow.com/questions/26855264/identifying-different-coin-values-from-an-image-using-matlab>. Akses internet Agustus 2015
- [3]. Tao Peng. (2010). *Detect Circles with Various Radii in Grayscale Image via*

Hough Transformation.

<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/9168-detect-circles-with-various-radii-in-grayscale-image-via-hough-transform>

- [4]. Beberapa Metode Deteksi Tepi Mata Uang Logam Dengan Menggunakan Software Matlab.
- [5]. Shatrughan Modi and Seema Bawa.(2011). *Automated Coin Recognition System using ANN*. International Journal of Computer Applications, Volume 26-No.4 Juni 2011.
- [6]. R. Gonzales and R. E.Wood.(2002). *Digital Image Processing*, Second Edition. Prentice Hall, Inc., New Jersey
- [7.] Jain, N and Jain, N.(2012). *Coin Recognition Using Circular Hough Transformation*, *International Journal of Electronics Communication and Computer Technology*, Vol.2 Issue 3.
- [8] Cai-ming Chen, Shi-qing Zhang, Yue-fen Chen.(2010). *A Coin Recognition System with Rotation Invariance*,International Conference on Machine Vision and Human machine Interface, 2010, pp. 755-757.
- [9] Thumwarin, P., Malila, S., Janthawong, P. and Pibulwej, W.(2006). *A Robust Coin Recognition Method with Rotation Invariance*, International Conference on Communications, Circuits and Systems Proceedings, pp. 520-523.
- [10] Shen, L., Jia, S., Ji, Z. and Chen, W.S.(2009). *Statistics of Gabor features for coin recognition*, IEEE International Workshop on Imaging Systems and Techniques, pp.295 - 298.
- [11] Gupta, V., Puri, R., Verma, M.(2011). *Prompt Indian Coin Recognition with Rotation Invariance using Image Subtraction Technique*, International Conference on Devices and Communications (ICDeCom).
- [12] P. Davidsson.(1996). *Coin classification using a novel technique for learning characteristic decision trees by degree of generalization*, Ninth International Conference controlling the on Industrial & Engineering Applications of Artificial Intelligence & Expert Systems.
- [13] A.S, Rosa dan M. Shalahuddin. (2014). *Rekayasa Perangkat Lunak Terstruktur dan Berorientasi Objek*. Bandung : Informatika.
- [14] Just Kjeldgaard Pedersen and Simon (2007). "Circular Hough Transform." Aalborg University, Vision, Graphics, and Interactive Systems.
- [15] D. Luo (1998). *Pattern Recognition and Image Procerssing*, Woodhead Publishing Limited.

A NOTE ON k -HYPERGRAPHIC SEQUENCES

Mudin Simanihuruk

Department of Mathematics Bengkulu University
Jalan W.R. Supratman, Kandanglimun, Bengkulu, Indonesia 38371
e-mail:mudinsimanihuruk@yahoo.com.au

ABSTRACT:

Let π be a non increasing list of positive integers such that $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_p)$ and $\sum_{i=1}^p d_i = km$. A list π is k -hypergraphic if there is a k -uniform hypergraph H such that the degree list of H is π . Finding an efficient characterization of k -hypergraphic sequences is an open problem for all $k, k \geq 3$. This paper provides a partial solution to this problem. I will show that if $p - k + 1 \geq d_1 + \dots + d_{k-1} - (k - 2)m, p \geq m + k - 1$, and $\pi' = (d_1 - 1, \dots, d_{k-1} - 1, d_k, \dots, d_{p-1}, d_p - 1)$ is $(k-1)$ -hypergraphic, then π is k -hypergraphic.

Key Words: degree, sequence, hypergraph, k -graphic, uniform

PENDAHULUAN

A k -uniform hypergraph H is an order pair $(V(H), \varepsilon(H))$ where $V(H)$ is a finite non-empty set and $\varepsilon(H) = \{E : E \subset V(H) \text{ and } |E| = k\}$. The elements of $V(H)$ and $\varepsilon(H)$ are called *vertices* and *edges* respectively. A k -hypergraph $H = (V(H), \varepsilon(H))$ is called *simple* if all the elements of $\varepsilon(H)$ are distinct.

We denote by $BH(v)$ be the set of all edges containing the vertex v . The degree of the vertex v , denoted by $degH(v)$ is the cardinality of $BH(v)$. Thus $degH(v) = |BH(v)|$. The degree sequence of H is the list of the degree of its vertices. Let $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_p)$ be a non-increasing sequence of positive integers. Is there a simple k -uniform hypergraph H such that π is the degree sequence of H ? If there exist such a k -uniform hypergraph then π and H are called *k -hypergraphic sequences* and a *realization* of π respectively.

Finding an efficient characterizations of k -hypergraphic sequences is a long standing open problem for $k \geq 3$. Behrens et al. [3] proposed the following problem.

Problem 1: Determine an efficient characterization of k -hypergraphic sequences for all $k, k \geq 3$ (Behrens et al. [3]).

There are two major results on k -hypergraphic sequences. The first result is attributed to Dewdney[7] and the second result is attributed to Behrens et al. [3]. The result of Dewdney is a generalization of the theorem of Havel [10] and Hakimi [9] and the result of Behrens et al. is a generalization of the theorem of Barrus et al.[2]. The results of Dewdney and Behrens et al. are the following two theorems respectively.

Teorema 2.4 (Dewdney[7]): *Let k be an integer, $k \geq 2$, and let π be a non-increasing sequence of non-negative integers such that $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_p)$. The sequence π is k -*

hypergraphic sequence if and only if there exists a non-increasing sequences $\pi' = (d'_2, d'_3, \dots, d'_p)$ such that

- (i) π' is $(r-1)$ -hypergraphic
- (ii) $\sum_{i=2}^p d'_i = (r-1)d_1$
- (iii) $\pi'' = (d''_2 - d'_2, d''_3 - d'_3, \dots, d''_p - d'_p)$.

Theorem 1.2. (Behrens et al. [3]). Let π be a non-increasing sequence of non-negative integers such that $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_p)$. Let t be the largest integer such that $d_t \geq d_1 - 1$. If

$$\sum_{i=1}^p d_i = km \text{ and } \binom{t-1}{k-1} \geq d_1, \text{ then } \pi \text{ is } k\text{-hypergraphic for all } k, k \geq 2. \square$$

Theorem 1.1 is in recursive form. Therefore it has to apply to $k-2$ number of sequences to test whether π is k -hypergraphic. Moreover each application of Theorem 1.1 depends on integral solutions of the equation in Condition (ii). Hence Theorem 1.1 does not provide practical characterizations of sequence π . On the other hand Theorem 1.2 provides only a sufficient condition on k -hypergraphic sequences.

Another problem in the theory of k -hypergraphic sequences is a generalization of the Erdős-Gallai Theorem[8] to k -hypergraphic sequences where k is at least 3. Billington[4], Choudum [6] and Achuthan, Achuthan and Simanihuruk [1] discussed the Erdős-Gallai kind of characterization of 3-graphic sequences. A generalization of the theorem of Boesch and Harary [5] on 2-graphic sequences is also not known.

The following is the theorem of Boesch and Harary.

Theorem 1.3. (Boesch and Harary [5]). Let $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_p)$ be a non-increasing sequence of non-negative integers. The sequence π is 2-graphic if and only if π is 2-graphic, where π is defined as follows.

$$\pi' = (d_1, \dots, d_{d_j} - 1, d_{d_j+1}, \dots, d_j - 1, d_{j+1}, \dots, d_p) \text{ for } j > d_j \text{ or}$$

$$\pi' = (d_1, \dots, d_j - 1, d_{j+1}, \dots, d_{d_j+1} - 1, d_{d_j+2}, \dots, d_j - 1, \dots, d_p) \text{ for } j \leq d_j \text{ is 2-hypergraphic. } \square$$

Recently Simanihuruk[11] provided a simple formulation of Theorem 1.3.

Theorem 1.4. (Simanihuruk[11]) Let π be a non-increasing list of positive integers such that $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_p)$, and $\sum_{i=1}^p d_i = k$. If $k = 2$, then π is

k -hypergraphic if and only if

$$(i) \quad p - k + 1 \geq \sum_{i=1}^{k-1} d_i - (k-2)m,$$

$$(ii) \quad \pi' = (d_1 - 1, \dots, d_{k-1} - 1, d_k, \dots, d_{p-1}, d_p - 1) \text{ is } k\text{-hypergraphic.}$$

Base on Theorem 1.4, I provide the sufficient condition for π to be k -hypergraphic sequences and formulate a conjecture on characterizations of k -hypergraphic sequences.

For the rest of the paper we follow the following convention and notations. We define $D \subset \{1, 2, \dots, p\}$ such that $|D| = k-1$ and $|\bigcap_{i \in D} BH(v_i)| = |BH(v_i)|$ for $k = 2$.

Main results

In this section I provide the sufficient condition for $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_p)$ to be a k -hypergraphic sequences.

The following theorem plays impotent roles in proving the result of this paper.

Theorem 2.1. (Behrens et al. [3]) *Let k be an integer, $k \geq 2$, and let π be a non-increasing k -hypergraphic sequence such that $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_p)$. Let H be a k -realization of π such that $V(H) = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$, and $\deg(v_i) = d_i$. If*

$e \in E(H)$, $v_i \in e$ and $v_j \in e$ for any $i < j$, then there exists a k -realization H' such that $e \cup \{v_j\} \cup \{v_i\} \in E(H')$.

Using Theorem 2.1, the following result can be proved in similar line to that of Theorem 1.4. Hence the readers are refer to Simanihuruk[11].

Theorem 2.2. *Let $k \geq 3$ be integer. Let π be a non-increasing sequence of positive integers such that $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_p)$, $\sum_{i=1}^p d_i = km$ and*

$$(i) \quad p - k + 1 \geq \sum_{i=1}^{k-1} d_i - (k - 2)m,$$

$$(ii) \quad p \geq m + k - 1,$$

(iii) $\pi' = (d_1 - 1, \dots, d_{k-1} - 1, d_k, \dots, d_{p-1}, d_p - 1)$ is k -hypergraphic.

If π and π' satisfy Conditions (i), (ii) and (iii), then π is k -hypergraphic.

Next we formulate the following conjecture base on the Theorem 2.2 and 1.4.

Conjecture 2.1. *Let π be a non-increasing sequence of positive integers integers such that $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_p)$, and $\sum_{i=1}^p d_i = k$. If $k \geq 3$, then π is k -hypergraphic if and only if*

$$(i) \quad p - k + 1 \geq \sum_{i=1}^{k-1} d_i - (k - 2)m,$$

(ii) $\pi' = (d_1 - 1, \dots, d_{k-1} - 1, d_k, \dots, d_{p-1}, d_p - 1)$ is k -hypergraphic.

Numerical examples

In this section we provide some numerical examples to show the implementation of the Conjecture 2.1. The examples are taken from previous literatures.

Example 1: Let $\pi = (7, 7, 4, 3, 3, 3)$. Using Theorem 1.1, Dewdney [7] proved this sequence π is not 3-graphic. Next we will show that π is not 3-graphic sequence by Conjecture 2.1. Let $d_1 = 7, d_2 = 7, d_3 = 4$, and $d_i = 3, i = 4, 5, 6$.

Suppose π is 3-graphic and let H be a 3-realization of π such that $V(H) = \{v_1, v_2, \dots, v_6\}$, and $\deg(v_i) = d_i$. The calculations show that $\sum_{i=1}^7 d_i = 27 = 3 \times 9$. Therefore $m = 9$ and $p - 2 = 6 - 2 = 4 \geq d_1 + d_2 - m = 7 + 7 - 9 = 5$, a contradiction. Hence π does not satisfy the Condition (i) of Conjecture 2.1 and therefore π is not 3-graphic.

Example 2: Let $\pi = (7, 5, 5, 3, 3, 1)$. Achuthan, Achuthan and Simanihuruk ([1]) proved that this sequence π is not 3-graphic sequence. Moreover they used this sequence to prove that some necessary conditions in Billington([4]) and Choudum([6]) are not sufficient. Next we will show that π is not 3-graphic sequence by Conjecture 2.1. Let $d_1 = 7, d_2 = 5, d_3 = 5,$ and $d_4 = d_5 = 3$ and $d_6 = 1$. Suppose π is 3-graphic and let H be a 3-realization of π such that $V(H) = \{v_1, v_2, \dots, v_6\}$ and $\deg(v_i) = d_i$.

Step 0: The calculations show that $\sum_{i=1}^6 d_i = 24 = 3 \times 8$. Hence $m = 8$.

Now $p - 2 = 6 - 2 = 4 \geq d_1 + d_2 - m = 7 + 5 - 8 = 4$. Hence π satisfies the Condition (i) of Conjecture 2.1. Therefore we continue to show whether π' is 3-graphic. The calculations show that $\pi' = (6, 4, 5, 3, 3, 0)$. We reorder π' so that we have $\pi = (6, 5, 4, 3, 3, 0)$.

Step 1: We drop off the 0 element from π' and define $\pi_1 = \pi' = (6, 5, 4, 3, 3)$ with $d_1 = 6, d_2 = 5, d_3 = 4,$ and $d_4 = d_5 = 3$. Again the calculations show that $\sum_{i=1}^5 d_i = 21 = 3 \times 7$. Hence $m = 7$. Now $p - 2 = 5 - 2 = 3 \geq d_1 + d_2 - m = 7 + 5 - 7 = 5$, a contradiction. Hence π_1 does not satisfy the Condition (i) of Conjecture 2.1 and therefore π_1 is not 3-graphic sequence. Hence the original sequence $\pi = (7, 5, 5, 3, 3, 1)$ is not 3-graphic sequence.

Example 3: Let $\pi = (7, 6, 5, 3, 3, 3)$. Using Theorem 1.1, Dewdney [7] proved this sequence π is 3-graphic.

Next we will show that π is 3-graphic sequence by Conjecture 2.1. Suppose π is 3-graphic and let H be a 3-realization of π such that $V(H) = \{v_1, v_2, \dots, v_6\}$ and $\deg(v_i) = d(v_i) = d_i, 5, 3, 3, 3, 3)$

Step 0 :

Vertices	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
π	7	5	5	3	3	3

The calculations show that $\sum_{i=1}^6 d_i = 27 = 3 \times 9$. Hence $m = 9$. Now

$p - 2 = 6 - 2 = 4 \geq d_1 + d_2 - m = 7 + 6 - 9 = 4$. Hence π satisfies the Condition (i) of Conjecture 2.1. Therefore we continue to test whether the sequence π is 3-graphic. The calculations of π' produce π' as follows.

Vertices	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
π'	6	5	5	3	3	2

It is not easy yet to determine whether the sequence π' is 3-graphic. Therefore we apply again Conjecture 2.1 to π' in the next step.

Step 1 :

Vertices	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆
$\pi_1 = \pi'$	5	4	5	3	3	1

We reorder π_1 so that we have the following π_1 .

Vertices	V ₁	V ₃	V ₂	V ₄	V ₅	V ₆
$\pi_1 = \pi'$	5	5	4	3	3	1

It is not easy yet to determine whether the sequence π_1 is 3-graphic. Therefore we apply again Conjecture 2.1 to π_1 in the next step.

Step 2 :

Vertices	V ₁	V ₃	V ₂	V ₄	V ₅	V ₆
$\pi_2 = \pi_1$	5	5	4	3	3	1

Suppose π_2 is 3-graphic and let H_2 be a 3-realization of π_2 . It is easy to show that π_2 satisfies the Condition (i) of Conjecture 2.1. Therefore we continue to test whether the sequence π_2 is 3-graphic. The calculations of π_2' produce π_2' as follows.

Vertices	V ₁	V ₃	V ₂	V ₄	V ₅	V ₆
π_2'	4	4	4	3	3	0

The sequence $\pi_i, i \in \{3, 4, 5, \dots, 9\}$, can be computed in the same way as π_1 in Step 1 and π_2 in Step 2. The results of these computations are shown at Step i in Table 1, $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 9\}$. Notice that we always keep the associated vertex to each element of π_i in the calculation of $\pi_i, i \in \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 9\}$.

Let H_i be a 3-realization of $\pi_i, i \in \{9, 8, \dots, 1\}$ and let H be the 3-realization of π . It is easy to show that each $\pi_i, i \in \{1, 2, \dots, 9\}$, satisfies the Condition (i) of Conjecture 2.1. Clearly π_9 is 3-graphic with $E(H_9) = \emptyset$. Hence the sequences $\pi_8, \pi_7, \pi_6, \pi_5, \pi_4, \pi_3, \pi_2, \pi_1$ and π are 3-graphic sequences.

Construction of edges of H

We recall that H_i is the 3-realization of $\pi_i, i \in \{9, 8, \dots, 1\}$, and H is the 3-realization of π . Notice that $E(H_i) = E(H_{i+1}) \cup e_i$ where $e_i, i \in \{8, 6, \dots, 1\}$, is constructed as follows. Clearly $e_9 = \emptyset$. Next we construct e_8 . We calculate π_9 by subtracting one from each element of π_8 that is associated to the symbol v_4, v_3 and v_1 (see Step 8 to Step 9, Table 1). Now we reverse this operation by adding the edge $e_8 = \{v_1, v_3, v_4\}$ (Step 8, Table 1). Similarly we calculate π_8 by subtracting one from each element of π_7 that is associated to the symbol v_4, v_3 and v_2 (see Step 7 to Step 8, Table 1). Again we reverse this operation by adding the edge $e_7 = \{v_2, v_3, v_4\}$ (Step 7, Table 1). The edges $e_6 = \{v_1, v_2, v_4\}, e_5 = \{v_2, v_3, v_5\}, e_4 = \{v_1, v_2, v_5\}, e_3 = \{v_1, v_3, v_5\}, e_2 = \{v_1, v_3, v_6\}$ and $e_1 = \{v_1, v_2, v_6\}$ can be constructed in similar way to e_7 . All these edges are shown in the second column of Table 1. Now the construction of $E(H_i) = E(H_{i+1}) \cup e_i, i \in \{9, 8, \dots, 1\}$, can be done in backward order as follows.

Step 9: $E(H_9) = \emptyset$.

Step 8: $E(H_8) = E(H_9) \cup \{e_8\} = \{e_8\}$.

Step 7: $E(H_7) = E(H_8) \cup \{e_7\} = \{e_8, e_7\}$.

Step 6: $E(H_6) = E(H_7) \cup \{e_6\} = \{e_8, e_7, e_6\}$.

Step 5: $E(H_5) = E(H_6) \cup \{e_5\} = \{e_8, e_7, e_6, e_5\}$.

Step 4: $E(H_4) = E(H_5) \cup \{e_4\} = \{e_8, e_7, e_6, e_5, e_4\}$.

Step 3: $E(H_3) = E(H_4) \cup \{e_3\} = \{e_8, e_7, e_6, e_5, e_4, e_3\}$.

Step 2: $E(H_2) = E(H_3) \cup \{e_2\} = \{e_8, e_7, e_6, e_5, e_4, e_3, e_2\}$.

Step 1: $E(H_1) = E(H_2) \cup \{e_1\} = \{e_8, e_7, e_6, e_5, e_4, e_3, e_2, e_1\}$.

Step 0: $E(H) = E(H_1) \cup \{e_0\}$.

Table 1: The construction of the 3-realization H of $\pi = (7, 6, 5, 3, 3, 3)$

Step	Vertices	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	Adding an edge
0	π	7	6	5	3	3	3	$e_0 = \{v_1, v_2, v_6\}$
1	Vertices	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	
	$\pi_1 = \pi'$	6	5	5	3	3	2	$e_1 = \{v_1, v_2, v_6\}, e_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$
2	Vertices	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	
	$\pi_2 = \pi_1'$	5	4	5	3	3	1	
2	Vertices	V ₁	V ₃	V ₂	V ₄	V ₅	V ₆	
	$\pi_2 = \pi_1'$	5	5	4	3	3	1	$e_2 = \{v_1, v_3, v_6\}$
3	Vertices	V ₁	V ₃	V ₂	V ₄	V ₅	V ₆	
	$\pi_3 = \pi_2'$	4	4	4	3	3	0	$e_3 = \{v_1, v_3, v_5\}$
4	Vertices	V ₁	V ₃	V ₂	V ₄	V ₅	V ₆	
	$\pi_4 = \pi_3'$	3	3	4	3	2	0	
4	Vertices	V ₂	V ₁	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	
	$\pi_4 = \pi_3'$	4	3	3	3	2	0	$e_4 = \{v_1, v_2, v_5\}$
5	Vertices	V ₂	V ₁	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	
	$\pi_5 = \pi_4'$	3	2	3	3	1	0	
5	Vertices	V ₂	V ₃	V ₄	V ₁	V ₅	V ₆	
	$\pi_5 = \pi_4'$	3	3	3	2	1	0	$e_5 = \{v_2, v_3, v_5\}$
6	Vertices	V ₂	V ₃	V ₄	V ₁	V ₅	V ₆	
	$\pi_6 = \pi_5'$	2	2	3	2	0	0	
6	Vertices	V ₄	V ₂	V ₃	V ₁	V ₅	V ₆	
	$\pi_6 = \pi_5'$	3	2	2	2	0	0	$e_6 = \{v_1, v_2, v_4\}$
7	Vertices	V ₄	V ₂	V ₃	V ₁	V ₅	V ₆	
	$\pi_7 = \pi_6'$	2	1	2	1	0	0	
7	Vertices	V ₄	V ₃	V ₁	V ₂	V ₅	V ₆	
	$\pi_7 = \pi_6'$	2	2	1	1	0	0	$e_7 = \{v_2, v_3, v_4\}$
8	Vertices	V ₄	V ₃	V ₁	V ₂	V ₅	V ₆	

	$\pi_8 = \pi_7'$	1	1	1	0	0	0	$e_8 = \{v_1, v_3, v_4\}, e_8 = \{v_1, v_4, v_6\}$
9	Vertices	V_4	V_3	V_1	V_2	V_5	V_6	
	$\pi_9 = \pi_8'$	0	0	0	0	0	0	$e_9 = \emptyset$

We notice that $E(H)$ in Step 0 contains multiple edges. The edge $e_0 = \{v_1, v_2, v_6\}$ is equal to the edge e_1 in $E(H_1)$. Thus we are in Case 2 in the proof of Theorem 2.2. Therefore we have to delete e_1 from $E(H_1)$ by the following switching operations such that $E(H)$ does not contain multiple edges.

Following the notations in the proof of Theorem 2.2, we have $Y = \{v_1, v_2\}$, $X = Y \cup \{v_6\} = e_1 = \{v_1, v_2, v_6\}$ where $e_1 \in E(H_1)$. Notice that $\deg_{H_1}(v_1) = \deg_H(v_1) - 1$ and $\deg_{H_1}(v_2) = \deg_H(v_2) - 1$. Therefore there exists the vertex $v_3 \in V(H) - X$ such that $\{v_3\} \cup Y \notin E(H_1)$. Since $\deg_{H_1}(v_3) > \deg_{H_1}(v_6)$, there exists the 2-subset $Q = \{v_1, v_4\}$ such that $Q \cup \{v_3\} \in E(H_1)$ but $Q \cup \{v_6\} \notin E(H_1)$. Notice that $Q \cup \{v_3\} = e_8 = \{v_1, v_3, v_4\}$. Delete the edges $e_1 = \{v_1, v_2, v_6\}$ and $e_8 = Q \cup \{v_3\}$ from $E(H_1)$ and add the edges $\{v_3\} \cup Y = \{v_1, v_2, v_3\} = e_1'$ and $Q \cup \{v_6\} = \{v_1, v_4, v_6\} = e_8'$ to $E(H_1)$. These switching operations on the edges $e_1 = \{v_1, v_2, v_6\}$ and $e_8 = \{v_1, v_3, v_4\}$ of $E(H_1)$ produce the new 3-uniform hypergraph H_1' so that $E(H_1') = \{e_8', e_7, e_6, e_5, e_4, e_3, e_2, e_1'\}$. Hence $E(H) = E(H_1') \cup \{e_0\} = \{e_8', e_7, e_6, e_5, e_4, e_3, e_2, e_1', e_0\} = \{\{v_1, v_4, v_6\}, \{v_2, v_3, v_4\}, \{v_1, v_2, v_4\}, \{v_2, v_3, v_5\}, \{v_1, v_2, v_5\}, \{v_1, v_3, v_5\}, \{v_1, v_3, v_6\}, \{v_1, v_2, v_3\}, \{v_1, v_2, v_6\}\}$.

References

- [1] N.Achuthan, N.R.Achuthan and M.Simanihuruk. *On 3-uniform hyper-graphic sequences*, *J. Combin. Math. Combin. Comput.*, 14, 3-13, 1993
- [2] M.Barrus, S. Hartke, K. Jao, and D. West. *Length thresholds for graphic lists given fixed largest and smallest entries and bounded gaps*. *Discrete Math.*, 312(9):1494 - 1501, 2012.
- [3] S.Behrens, C. Erbes, M.Ferrara, S.G. Hartke, B. Reiniger, H.Spinoza and C. Tomlison. *New results on degree sequences of uniform hypergraphs*, *Electron. J. Combin.*, 20(4): 2013, #P 14.
- [4] D. Billington. *Conditions for degree sequences to be realisable by 3- uniform hypergraphs*, *J. Combin. Math. Combin. Comput.*, 3: 71-91, 1988.
- [5] F. Boesch and F. Harary. *Line removal algorithms for graphs and their degree lists*, *IEEE Trans. on Circuits and System*, 23(12): 778 - 782, 1976.
- [6] S.A. Choudum. *On graphic and 3-hypergraphic sequences*, *Discrete Math.*, 87: 91-95, 1991.
- [7] A. Dewdney. *Degree sequences in complexes and hypergraphs*, *Proc.Amer.Math.Soc.*, 53: 535 - 540, 1975.
- [8] P.Erdos and T.Gallai. *Graphs with prescribed degrees of vertices (Hungarian)*, *Mat. Lapok*, 11: 264-274, 1960.
- [9] S.Hakimi. *On realizability of a set of integers as degrees of the vertices of a linear graph.I*, *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, 10: 496 - 506, 1962.
- [10] V.Havel. *A remark on the existence of finite graphs (czech)*, *Časopis Pěst.Math.*, 80: 477-480, 1955.

- [11] M. Simanihuruk, *A simple formulation of the Boesch-Harary Theorem on 2-graphic lists*, *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 100, 923-931, 2016.

PENDETEKSIAN *OUTLIER* PADA REGRESI LOGISTIK DENGAN MENGGUNAKAN TEKNIK *TRIMMED MEANS*

Sigit Sugiarto , Arisman Adnan , Sarimah

Jurusan Matematika

FMIPA Universitas Riau, Pekanbaru, Indonesia

sigit.sugiarto@lecturer.unri.ac.id

ABSTRACT

This article discusses the outlier of logistic regression, where the estimator is obtained by using maximum likelihood method. Then numerical approach of Newton-Raphson method is applied. Furthermore the coefficient of determination R^2 is evaluated to interpret the predictor variables which are explained by the response variables. The next step is the outlier detection by trimming of outlier estimate data in side of X , this technique is an idea from trimmed means. Trimming of data affects the regression model an upgrade the coefficient of determination R^2 .

Keywords: Logistic regression model, outlier, trimmed means, maximum likelihood method, Newton-Raphson method, coefficient of determination R^2

ABSTRAK

Artikel ini bertujuan untuk menyelidiki outlier pada regresi logistik. Parameter regresi logistik ditaksir menggunakan metode maksimum *likelihood* dan selanjutnya dilakukan pendekatan secara numerik yaitu metode Newton-Raphson. Koefisien determinasi R^2 ditelaah untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon. Pendeteksian outlier dilakukan hanya pada arah X yakni dengan melakukan *trimming* pada data sebesar α , yang idenya diambil dari *trimmed means*. *Trimming* data mempengaruhi model regresi dan meningkatkan nilai koefisien determinasi R^2 .

Keywords: Model regresi logistik, *outlier*, *trimmed means*, metode maksimum *likelihood*, metode Newton-Raphson, koefisien determinasi R^2

PENDAHULUAN

Regresi logistik digunakan ketika variabel respon berupa variabel kategori (Hosmer dan Lemeshow (2000)). Telaah terhadap outlier pada regresi logistik telah banyak dilakukan, antara lain oleh Adnan dan Avery (2001), Imon (2006), dan Syaiba dan Habshah (2010). Ketika satu atau beberapa data pengamatan berada jauh dari pola data pada umumnya (disebut juga outlier) maka kejadian ini dapat mempengaruhi taksiran parameter yang dilakukan secara klasik. Keberadaan *outlier* dalam data dapat mempengaruhi kesimpulan akhir dari model persamaan regresi logistik, oleh karena itu pendeteksian outlier menjadi sangat penting.

Dalam artikel ini, pendeteksian *outlier* menggunakan *trimmed means* pada regresi logistik untuk data respon biner yang merupakan tinjauan dari sebagian laporan penelitian yang ditulis oleh Adnan dan Avery (2001).

Hubungan antara variabel prediktor X dan variabel respon Y dapat dinyatakan dalam suatu persamaan regresi. Jika terdapat n pengamatan variabel X dan variabel Y , maka Myers dan Milton (1991) menjelaskan bahwa model persamaan regresi linier dengan k variabel prediktor dapat ditulis dalam bentuk:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n; n \geq k + 1 \quad (1)$$

persamaan (1) dapat disingkat menjadi

$$y_i = \sum_{p=0}^k \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n; n \geq k + 1 \quad (2)$$

Persamaan (2) disebut dengan model regresi linier dengan variabel prediktor sebanyak k , x_{ip} adalah nilai variabel prediktor X ke- p untuk pengamatan ke- i , ε_i adalah *error* ke- i dan y_i adalah nilai variabel respon Y ke- i . Persamaan (2) dapat dinyatakan dengan notasi matriks berikut:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon},$$

dengan \mathbf{Y} merupakan vektor respon yang berukuran $n \times 1$, \mathbf{X} merupakan matriks berukuran $n \times (k+1)$, $\boldsymbol{\beta}$ merupakan vektor parameter berukuran $(k+1) \times 1$ yang akan ditaksir dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ merupakan vektor *error* berukuran $n \times 1$.

Model regresi logistik dibentuk dengan menyatakan nilai $P(Y_i=1|x)$ sebagai π_i yang dinotasikan oleh Agresti (2002) sebagai berikut:

$$\pi_i = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_{ix})}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_{ix})}, \quad (3)$$

dengan menggunakan transformasi logit yang dinyatakan dalam bentuk

$$\eta_i = \ln \left[\frac{\pi_i}{1 - \pi_i} \right], \quad (4)$$

persamaan (3) dapat tulis sebagai berikut:

$$\eta_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik}.$$

Nilai Y pada regresi logistik bernilai 0 atau 1, sehingga regresi logistik mengikuti distribusi binomial. Misalkan variabel random Y menyatakan fenomena banyaknya sukses dari n percobaan dimana peluang sukses (π) adalah sama di semua percobaan. Dobson (2002) menyatakan fungsi kepadatan peluang (fkp) sebagai berikut:

$$f(x) = \binom{n}{y} \pi^y (1 - \pi)^{n-y}, \quad y = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Taksiran parameter dapat diperoleh dengan menggunakan metode maksimum *likelihood* yakni metode yang digunakan dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*.

METODOLOGI

Langkah pertama adalah mendefinisikan fungsi *likelihood* dari $L(\boldsymbol{\beta})$ fungsi *likelihood* dari persamaan (5) dan selanjutnya untuk mendapatkan taksiran maksimum *likelihood* dari parameter $\boldsymbol{\beta}(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$ yaitu $\hat{\boldsymbol{\beta}}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k)$ dalam bentuk logaritma natural dari fungsi *likelihood*, yakni:

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n \left\{ y_i \eta_i + n_i \ln(1 + \exp(\eta_i)) + \ln \binom{n_i}{y_i} \right\}. \quad (6)$$

Selanjutnya persamaan (6) diselesaikan menggunakan Metode Newton-Raphson dengan pendekatan polinomial Taylor. Kemudian hitung derivatif pertama dan kedua terhadap β_p dari persamaan (6) yaitu:

$$\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_p} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \pi_i} \frac{\partial \pi_i}{\partial \eta_i} \frac{\partial \eta_i}{\partial \beta_p} \right),$$

dengan

$$\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \pi_i} = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_i}{\pi_i} - \frac{n_i - y_i}{1 - \pi_i} \right\}, \quad (7)$$

dari persamaan (4) diketahui bahwa $\eta_i = \ln \left[\frac{\pi_i}{1 - \pi_i} \right]$, $\eta_i = \ln \pi_i - \ln(1 - \pi_i)$ sehingga

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_i}{\partial \eta_i} &= \frac{1}{\pi_i} + \frac{1}{1 - \pi_i}, \\ \frac{\partial \pi_i}{\partial \eta_i} &= \pi_i(1 - \pi_i). \end{aligned} \quad (8)$$

Karena $\eta_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik}$, maka

$$\frac{\partial \eta_i}{\partial \beta_p} = x_{ip}. \quad (9)$$

Dengan demikian diperoleh diperoleh

$$\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_p} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{\pi_i} - \frac{n_i - y_i}{1 - \pi_i} \right) \pi_i(1 - \pi_i) x_{ip}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_p} = \sum_{i=1}^n (y_i - n_i \pi_i) x_{ip}.$$

Derivatif kedua dari persamaan (6) yaitu:

$$\frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_p \partial \beta_{p'}} = \frac{\partial}{\partial \beta_{p'}} \left(\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_p} \right). \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_p \partial \beta_{p'}} = \frac{\partial \sum_{i=1}^n (y_i - n_i \pi_i) x_{ip}}{\partial \beta_{p'}},$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_p \partial \beta_{p'}} = - \sum_{i=1}^n x_{ip} x_{ip'} n_i \pi_i (1 - \pi_i). \quad (12)$$

Misalkan derivatif pertama dari $\ln L(\beta)$ terhadap β_p dinotasikan dalam bentuk vektor \mathbf{q} berukuran $p \times 1$, sehingga vektor \mathbf{q} dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (y_i x_{i0} - n_i \pi_i x_{i0}) \\ \sum_{i=1}^n (y_i x_{i1} - n_i \pi_i x_{i1}) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n (y_i x_{ik} - n_i \pi_i x_{ik}) \end{bmatrix}, \\ &= \begin{bmatrix} x_{10} & \dots & x_{n0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1k} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{10} & \dots & x_{n0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1k} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \pi_1 \\ \vdots \\ n_n \pi_n \end{bmatrix} \\ \mathbf{q} &= \mathbf{X}^T \mathbf{Y} - \mathbf{X}^T \mathbf{n}_i \pi_i. \end{aligned} \quad (13)$$

Misalkan $n_i \pi_i = \bar{\mu}$ sehingga matriks \mathbf{q} pada persamaan (13) dapat ditulis menjadi

$$\mathbf{q} = \mathbf{X}^T (\mathbf{Y} - \bar{\mu}). \quad (14)$$

Misalkan derivatif kedua dari $\ln L(\beta)$ terhadap β_p dinotasikan menjadi matriks \mathbf{W} berukuran $p \times p$, maka derivatif kedua dari $\ln L(\beta)$ dapat ditulis dalam bentuk

$$\mathbf{W} = - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_{i0} n_i \pi_i (1 - \pi_i) x_{i0} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{i0} n_i \pi_i (1 - \pi_i) x_{ik} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ik} n_i \pi_i (1 - \pi_i) x_{i0} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ik} n_i \pi_i (1 - \pi_i) x_{ik} \end{bmatrix}$$

Matriks \mathbf{W} dapat ditulis menjadi

$$\mathbf{W} = -\mathbf{X}^T \mathbf{V} \mathbf{X}, \quad (15)$$

dengan

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} n_1 \pi_1 (1 - \pi_1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & n_n \pi_n (1 - \pi_n) \end{bmatrix}$$

Menggunakan metode Newton-Raphson dapat ditulis dalam bentuk

$$Q^*(\beta) \approx g(\beta^*) + \mathbf{q}^{*T} (\beta - \beta^*) - \frac{1}{2} (\beta - \beta^*)^T \mathbf{W}^* (\beta - \beta^*), \quad (16)$$

kemudian dengan menyelesaikan

$$\frac{\partial Q^*(\beta)}{\partial \beta} = \mathbf{q}^* + \mathbf{W}^* (\beta - \beta^*) = 0, \quad (17)$$

diperoleh

$$\mathbf{q}^* + \mathbf{W}^* (\beta - \beta^*) = 0,$$

$$\beta = \beta^* - \mathbf{W}^{*-1} \mathbf{q}^*.$$

Apabila iterasi sebanyak $(t+1)$ dilakukan, maka rumus penaksiran parameter β pada iterasi ke $(t+1)$ dilambangkan sebagai $\beta^{(t+1)}$ yaitu

$$\beta^{(t+1)} = \beta^{(t)} - \mathbf{W}^{(t)-1} \mathbf{q}^{(t)}. \quad (18)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (16) dan (17) ke persamaan (18), maka persamaan (18) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\beta^{(t+1)} = \beta^{(t)} + [\mathbf{X}^T \mathbf{V} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T (\mathbf{Y} - \bar{\mu}). \quad (19)$$

Proses iterasi ini berjalan sampai tidak ada perubahan secara esensi di antara elemen-elemen β dari satu iterasi ke iterasi lain. Pada tahap ini, penaksir maksimum *likelihood* sudah dapat dikatakan konvergen.

Trimmed means mengestimasi lokasi pada data yang mengandung outlier. Dengan *trimmed means* dalam data yang mengandung outlier, seolah-olah membuang data yang terbesar dan data terkecilnya. Secara umum, misalkan $t \in [0, 1/2]$ dan $m = [(n-1)/t]$ dengan $[\cdot]$ menunjukkan bagian bulatnya, t *trimmed means* didefinisikan oleh Maronna (2006) sebagai

$$\bar{x}_t = \frac{1}{n - 2m} \sum_{i=m+1}^{n-m} x_{(i)},$$

dengan $x_{(i)}$ merupakan statistik terurut. Selanjutnya *trimmed means* digunakan sebagai konsep dasar *trimming data*, dengan melakukan *trimming data* sebanyak t persen, maka data pada variabel X dipotong atau dihilangkan sebanyak $2t \times n$ data pengamatan.

SIMULASI DAN ANALISIS DATA

Data yang digunakan dalam artikel ini adalah data simulasi yang dibangkitkan dengan menggunakan program R versi 3.2.5. Banyak data (n) yang dibangkitkan adalah 100 data pengamatan. Variabel X dibangkitkan dari data berdistribusi normal sebanyak 90% dan data berdistribusi uniform 10%, nilai acak variabel respon Y dibangkitkan dari data berdistribusi binomial. Tahapan selanjutnya adalah menaksir parameter regresi, koefisien determinasi R^2 digunakan untuk mengetahui besarnya pengaruh variabel inrespon X terhadap variabel respon Y , kemudian *trimming* data dilakukan berdasarkan $t=0.05$, langkah selanjutnya menaksir kembali parameter regresi logistik untuk data yang telah dilakukan *trimming*.

Untuk melihat karakteristik sebaran data dilakukan plot data variabel X , hasil plot data ditampilkan pada Gambar 1.

Gambar 1. Scatter Plot X

Dari *scatter plot* pada Gambar 1 dapat dilihat data yang diduga sebagai *outlier* yaitu 5 data terbesar dan 5 data terkecil, yaitu data ke $X_2, X_{13}, X_{22}, X_{92}, X_{100}, X_1, X_3, X_6, X_{40}, X_{97}$.

Hasil analisis regresi logistik terhadap data simulasi adalah sebagai berikut:

$$\pi = \frac{\exp(-1.85935 + 0.02235 X)}{1 + \exp(-1.85935 + 0.02235 X)},$$

nilai R^2 adalah 0.037225, artinya 3.7% variabel X berpengaruh terhadap variabel Y .

Selanjutnya dengan mengambil $t=0.05$ *trimming* data sebanyak 10 data, 5 data terkecil dan 5 data terbesar setelah data diurutkan. hasil analisis regresi logistik untuk data yang telah dilakukan *trimming* adalah sebagai berikut:

$$\pi = \frac{\exp(-2.46529 + 0.02989 X)}{1 + \exp(-2.46529 + 0.02989 X)},$$

dengan nilai R^2 sebesar 0.04512, artinya sebesar 4.5% variabel X berpengaruh sebesar 4.5% terhadap variabel Y .

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dikemukakan sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa *outlier* dapat menyebabkan model menjadi salah, oleh karena itu setelah dilakukan *trimming* pada data pengamatan akan berpengaruh pada model regresi dan juga nilai koefisien determinasinya.

Pada data simulasi yang dibangkitkan dengan menggunakan R versi 3.2.5, data yang telah dilakukan *trimming* mempengaruhi model regresi dan nilai koefisien determinasi R^2 , nilai R^2 meningkat sebesar 0.8% untuk data yang telah dilakukan *trimming*. Kesimpulannya adalah *trimming* pada data simulasi ini dapat digunakan untuk mendeteksi *outlier* dan mempengaruhi model regresi logistik.

DAFTAR PUSTAKA

Adnan dan P. J. Avery, *Goodness-of-fit test and outlier detection in taste-panel experiments*, Proceeding the 6th ISSM, 395-398, Manchester, 2001.

A. Agresti, *Categorical Data Analysis*, John Wiley and Sons, New York, 2002.

L. J. Bain dan M. Engelhardt, *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, Second Edition, Wardsworth Publishing Company, Belmont, 1991.

- R. G. Bartle dan D. R. Sherbert, *Introduction to Real Analysis*, Third Edition, John Wiley and Sons, New York, 1999.
- A. J. Dobson, *Introduction To Generalized Linear Models*, Second Edition, Chapman and Hall, New York, 2002.
- D. W. Hosmer dan S. Lemeshow, *Applied Logistic Regression*, Second Edition, John Wiley and Sons, New York, 2000.
- A. H. M. R. Imon, Identification of high leverage points in logistic regression, *Pakistan Journal of Statistics*, 22 (2006), 147-156.
- R. A. Maronna, R. D. Martin dan V. J. Yohai, *Robust Statistics: Theory and Method*, John Wiley and Son, West Sussex, 2006.
- R. H. Myers dan J. S. Milton, *A First Course in the Theory Linear Statistical Models*, PWS-KENT, Boston, 1991.
- B.A. Syaiba, and M. Habshah, Robust logistic diagnostic for the identification of high leverage points in logistic regression model, *Journal of Applied Sciences*, 23 (2010), 3042-3050.

KARAKTERISASI BILANGAN PRIMA GAUSSIAN

Mahmudi, Syarifah Meurah Yuni
FMIPA, Universitas Syiah Kuala
Email: mahmudi@unsyiah.ac.id

ABSTRACT

Bilangan asli p dikatakan prima jika dan hanya jika $p > 1$ dan p hanya memiliki dua faktor. Sifat bilangan prima dapat diperluas atas struktur ring himpunan semua bilangan bulat. Artikel ini akan membahas sifat bilangan prima atas struktur ring yang lain, yaitu ring himpunan bilangan bulat Gaussian. Bilangan prima tersebut dinamakan bilangan prima Gaussian. Lebih jauh, akan dibuktikan beberapa bilangan yang merupakan bilangan prima di ring himpunan semua bilangan bulat tetapi bukan merupakan bilangan prima di ring himpunan semua bilangan bulat Gaussian.

Keywords: *bilangan prima, bilangan prima Gaussian, ring himpunan bilangan bulat Gaussian.*

PENDAHULUAN

Himpunan bilangan bulat Gaussian adalah himpunan semua bilangan kompleks yang berbentuk $m + ni$ dengan $m \in \mathbb{Z}$ dan $n \in \mathbb{Z}$. Himpunan tersebut merupakan suatu ring, yang dinamakan dengan ring bilangan bulat Gaussian.

Artikel ini akan membahas karakterisasi bilangan prima pada struktur ring bilangan bulat Gaussian dan membandingkan dengan karakterisasi bilangan prima pada struktur ring bilangan bulat \mathbb{Z} . Karakterisasi tersebut bukanlah sesuatu yang baru, namun tulisan ini mencoba menyajikan secara lebih sederhana sehingga dapat memberikan wawasan baru bagi pembaca pemula di bidang aljabar.

Lebih jauh, tulisan ini juga akan menyajikan contoh bilangan yang bersifat prima pada ring bilangan bulat tetapi tidak bersifat prima pada ring bilangan bulat Gaussian.

METODE PENELITIAN

Tulisan ini merupakan kajian teoritis bidang Matematika Aljabar dengan fokus kajian karakterisasi bilangan prima pada struktur ring bilangan bulat Gaussian. Dengan demikian, penelitian ini akan memanfaatkan pengetahuan penulis dalam bidang aljabar dan hasil-hasil lain yang telah ada di literatur.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk memudahkan dalam pembahasan, dibutuhkan beberapa pengertian dan notasi.

3.1. Beberapa Pengertian dan Notasi

Definisi 3.1.1 Himpunan bilangan bulat Gaussian adalah ring yang berbentuk

$$\mathbb{Z}[i] = \{m + ni \mid m, n \in \mathbb{Z}\}.$$

Untuk setiap $\alpha = m + ni \in \mathbb{Z}[i]$, sekawan dari α dinotasikan $\bar{\alpha}$, yaitu $\bar{\alpha} = m - ni$. Norma dari α dinotasikan $N(\alpha)$, yaitu

$$N(\alpha) = \alpha \bar{\alpha} = m^2 + n^2.$$

Norma dari bilangan bulat *Gaussian* bersifat multiplikatif, yaitu untuk setiap $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}[i]$ berlaku $N(\alpha\beta) = N(\alpha)N(\beta)$. Pernyataan tersebut dapat dibuktikan sebagai berikut

$$N(\alpha\beta) = \alpha\beta\overline{\alpha\beta} = \alpha\beta\overline{\alpha}\overline{\beta} = \alpha\overline{\alpha}\beta\overline{\beta} = N(\alpha)N(\beta)$$

Definisi 3.1.2. Misalkan $\alpha \in \mathbb{Z}[i]$. Elemen α dikatakan unit di $\mathbb{Z}[i]$ jika $N(\alpha) = 1$.

Contoh 1. Elemen-elemen $\mathbb{Z}[i]$ yang merupakan unit hanya ± 1 dan $\pm i$.

Ambil sebarang $\alpha \in \mathbb{Z}[i]$, maka $\alpha = m + ni$ dengan $m \in \mathbb{Z}$ dan $n \in \mathbb{Z}$. Jika α adalah unit maka $N(\alpha) = 1$, artinya $m^2 + n^2 = 1$. Karena m, n merupakan bilangan bulat maka haruslah $m^2 = 1$ atau $n^2 = 1$. Dengan demikian, akan diperoleh $m = \pm 1$ atau $n = \pm 1$. Jadi, elemen-elemen $\mathbb{Z}[i]$ yang merupakan unit hanyalah ± 1 dan $\pm i$.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Telah diketahui bahwa keterbagian di ring \mathbb{Z} dapat didefinisikan sebagai berikut, misalkan $a, b \in \mathbb{Z}$, elemen b dikatakan membagi a , dinotasikan $b|a$, jika $a = bc$ untuk suatu $c \in \mathbb{Z}$. Berdasarkan sifat keterbagian tersebut dapat didefinisikan bilangan bulat yang bersifat prima sebagai berikut.

Definisi 3.2.1. Misalkan $p \in \mathbb{Z}$, bilangan bulat p dikatakan prima jika $p \neq 0, p \neq \pm 1$, dan pembagi p hanya ± 1 dan $\pm p$.

Definisi 3.2.1 menyatakan bahwa bilangan bulat yang bersifat prima di ring \mathbb{Z} adalah bilangan yang bukan 0, yang bukan unit, dan hanya memiliki faktor trivial. Dengan demikian, beberapa bilangan bulat berikut bersifat prima pada ring \mathbb{Z} ,

$$-7, -5, -3, -2, 2, 3, 5, 7$$

Dengan cara serupa, dapat juga didefinisikan keterbagian dan bilangan yang bersifat prima pada ring bilangan bulat *Gaussian*.

Definisi 3.2.2. Misalkan $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}[i]$. Elemen β dikatakan membagi α , dinotasikan $\beta|\alpha$, jika $\alpha = \beta\gamma$ untuk suatu $\gamma \in \mathbb{Z}[i]$.

Definisi 3.2.3. Misalkan α elemen tak nol di $\mathbb{Z}[i]$, elemen α dikatakan bilangan prima *Gaussian* atau bersifat prima di $\mathbb{Z}[i]$ jika α bukan unit dan hanya memiliki faktor trivial, yaitu $\pm 1, \pm i, \pm \alpha$, dan $\pm i\alpha$.

Suatu elemen tak nol α di $\mathbb{Z}[i]$ bukan unit dapat juga dinyatakan dengan norma, yaitu $N(\alpha) \neq 1$.

Dengan demikian, karakterisasi bilangan prima di $\mathbb{Z}[i]$ dan di \mathbb{Z} dapat juga dinyatakan lewat norma sebagaimana lemma berikut.

Lemma 3.2.4. Misalkan $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}[i]$, jika $\beta|\alpha$ di ring bilangan bulat *Gaussian* maka $N(\beta)|N(\alpha)$ di ring bilangan bulat \mathbb{Z} .

Bukti. Ambil sebarang $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}[i]$, jika $\beta|\alpha$ maka $\alpha = \beta\gamma$ untuk suatu $\gamma \in \mathbb{Z}[i]$. Dengan menerapkan sifat multiplikatif pada norma, diperoleh $N(\alpha) = N(\beta\gamma) = N(\beta)N(\gamma)$. Artinya, $N(\beta)|N(\alpha)$.

Berikut, akan diberikan beberapa contoh elemen-elemen $\mathbb{Z}[i]$ yang bersifat prima dan elemen-elemen yang bersifat prima di \mathbb{Z} namun tidak bersifat prima di $\mathbb{Z}[i]$.

Contoh 3. Elemen $\alpha = 2 + i$ merupakan bilangan prima *Gaussian*.

Bukti. Misalkan $\alpha = \beta\gamma$, diperoleh $N(\alpha) = N(\beta)N(\gamma)$. Dapat dihitung bahwa $N(\alpha) = 5$, yang merupakan bilangan prima di \mathbb{Z} . Diperoleh $N(\beta) = 1, N(\gamma) = 5$ atau $N(\beta) = 5, N(\gamma) = 1$. Tanpa mengurangi keumuman, dapat dipilih $N(\beta) = 1$, artinya β

merupakan unit dan γ merupakan hasil kali unit dengan α . Dengan demikian, faktor dari $\alpha = 2 + i$ hanyalah unit dan hasil kali unit dengan α . Jadi elemen $\alpha = 2 + i \in \mathbb{Z}[i]$ merupakan bilangan prima *Gaussian*.

Contoh 4. Elemen $\alpha = 2 = 2 + 0i \in \mathbb{Z}[i]$ bukan merupakan bilangan prima *Gaussian*.

Bukti. Misalkan $\alpha = \beta\gamma$, dapat dihitung $N(\alpha) = 4 = N(\beta)N(\gamma)$, diperoleh faktor positif yang mungkin adalah $4 \cdot 1$ dan $2 \cdot 2$. Jika tidak ada elemen $\mathbb{Z}[i]$ yang memiliki norma 2 maka $\alpha = 2 \in \mathbb{Z}[i]$ bersifat prima. Namun $a^2 + b^2 = 2$, dapat dipenuhi oleh $a = \pm 1$ atau $b = \pm 1$. Dengan demikian, elemen-elemen $\mathbb{Z}[i]$ berikut $1 + i$, $1 - i$, $-1 + i$, dan $-1 - i$ semuanya memiliki norma 2. Dengan menghitung beberapa kombinasi diperoleh

$$2 = (1 + i)(1 - i) = (-1 + i)(-1 - i)$$

yang merupakan pemfaktoran dari 2. Artinya, elemen $\alpha = 2 \in \mathbb{Z}[i]$ memiliki faktor tak trivial. Jadi $\alpha = 2 \in \mathbb{Z}[i]$ bukan bilangan prima *Gaussian*.

Contoh 5. Elemen $\alpha = 13 = 13 + 0i \in \mathbb{Z}[i]$ bukan merupakan bilangan prima *Gaussian*.

Bukti. Misalkan $\alpha = \beta\gamma$, dapat dihitung $N(\alpha) = 169 = N(\beta)N(\gamma)$, diperoleh faktor positif yang mungkin adalah $169 \cdot 1$ dan $13 \cdot 13$. Jika tidak ada elemen $\mathbb{Z}[i]$ yang memiliki norma 13 maka $\alpha = 13 \in \mathbb{Z}[i]$ bersifat prima. Namun $a^2 + b^2 = 13$, dapat dipenuhi oleh $a = 2, b = 3$ atau $a = 2, b = -3$ atau $a = -2, b = 3$ atau $a = -2, b = -3$. Dengan menghitung beberapa kombinasi diperoleh

$$13 = (2 + 3i)(2 - 3i)$$

$$13 = (-2 + 3i)(-2 - 3i)$$

yang merupakan faktor tak trivial dari 13. Jadi elemen $13 = 13 + 0i \in \mathbb{Z}[i]$ bukan merupakan bilangan prima *Gaussian*.

Contoh 4 dan Contoh 5 memberikan ilustrasi terdapat bilangan-bilangan yang bersifat prima di ring bilangan bulat \mathbb{Z} namun tidak bersifat prima di ring bilangan bulat *Gaussian* $\mathbb{Z}[i]$.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa terdapat bilangan-bilangan yang bersifat prima di ring bilangan bulat namun tidak bersifat prima di ring bilangan bulat *Gaussian*. Penelitian lebih lanjut dapat dilakukan untuk membuktikan syarat cukup dan syarat perlu bilangan prima merupakan bilangan prima *Gaussian*. Selain itu, dapat juga membandingkan karakterisasi ideal prima di ring \mathbb{Z} dengan ring $\mathbb{Z}[i]$.

REFERENSI

- [1] Hungerford, Thomas W., Abstract Algebra, an Introduction, Brook/Cole Cengage Learning, Boston, 2014.
- [2] Gallian, Joseph A., Contemporary Abstract Algebra, Brook/Cole Cengage Learning, Boston, 2013.
- [3] Gilbert, Linda dan Gilbert, Jimmie, Elements of Modern Algebra, Cengage Learning, Stamford, 2015.

MASALAH PENUGASAN DUA FUNGSI TUJUAN DENGAN METODA PERMAINAN DUA ORANG BERJUMLAH NOL

Endang Lily, Aziskhan , Rolan Pane³

FMIPA Universitas Riau

endang.lily60@gmail.com

ABSTRACT

In this assignment problem is reviewed and the total cost and minimum time into two-person zero-sum game .After that assignment problem two objective function is formed into a regular assignment problem and solved with linear programming 0-1, in order to obtain an efficient solution.

keyword: *assignment problem, two-person zero-sum game, linear programming 0-1 and efficient solutions.*

PENDAHULUAN

Masalah Penugasan (Assignment Problem) adalah masalah penugasan n petugas ke masing masing satu obyek tugas dari n obyek tugas yang tersedia dengan pertimbangan total biaya minimum [1],[2].Di dalam kehidupan nyata sering juga ditemukan selain harus dipertimbangkan total biaya minimum juga harus diperitungkan total panjang waktu pelaksanaan tugas minimum .Se- mentara itu untuk menentukan petugas melaksana- nakan tugasnya timbul permasalahan solusi total biaya minimum tidak menghasilkan solusi total waktu minimum. Begitu juga total waktu mini -mum tidak menghasilkan total biaya minimum [3],[4]. Dalam hal ini dengan kata lain muncul situasi confrontation yang harus ditemukan solusinya.Selanjutnya model matematika ini disebut Masalah Penugasan Dua Tujuan dan bentuk so-lusinya disebut solusi efisien yang diharapkan bisa menjadi The Best compromise.

METODA PENELITIAN

1. Masalah Penugasan Dua Fungsi Tujuan

Diketahui n petugas masing-masing mengoperasikan satu mesin dari n yang tersedia.Begitu juga setiap mesin hanya dioperasikan oleh satu orang maka dapat dibentuk tabelnya,seperti Tabel 1

Tabel 1.

	1	2		N
1	C_{11}	C_{12}		C_{1n}
2	C_{21}	C_{22}		C_{2n}
N	C_{n1}	C_{n2}		C_{nn}

Dari Tabel 1 dapat dibentuk masalah Penugasan(MP),[1],[2]

$$\text{Minimum } Z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$\text{Kendala } \sum_{i=1}^n X_{ij} = 1 \quad j = 1,2..n \quad \dots(1)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$X_{ij} = 1 \text{ atau } X_{ij} = 0$$

Selanjutnya masalah MP diperhitungkan selain biaya (C_{ij}) juga diperhitungkan waktu (t_{ij}) dengan tabel di bawah ini,

Tabel 2.

	1	2		N
1	t_{11}	t_{12}		t_{1n}
2	t_{21}	t_{22}		t_{2n}
N	t_{n1}	t_{n2}		t_{nn}

Selanjutnya bila Tabel 1 dan Tabel 2 digabung -kan maka terbentuklah Masalah Penugasan Dua Fungsi Tujuan termuat pada Tabel 3.

Dengan metoda Hungarian [1],[2], ditentukan solusi total biaya minimum ,yaitu X_c dengan biaya $T_c(X_c)$ dan solusi total waktu minimum adalah X_t dengan total waktu $T_t(X_t)$.

Tabel 3.

	1	2		n
1	C_{11} t_{11}	C_{12} t_{12}	...	C_{1n} t_{1n}
2	C_{21} t_{21}	C_{22} t_{22}	...	C_{2n} t_{2n}
.	.	.		.
n	C_{n1} t_{n1}	C_{n2} t_{n2}	...	C_{nn} t_{nn}

Untuk memudahkan melihat keadaan dua solusi tersebut ,disusun pada tabel dibawah ini.

Tabel 4.

Solusi Total	X_c	X_t
T_c	$T_c(X_c)$	$T_c(X_t)$
T_t	$T_t(X_c)$	$T_t(X_t)$

Dari Tabel 4 diperoleh total biaya minimum ($T_c(X_c)$) tidak menghasilkan total waktu minimum ($T_t(X_c)$), karena $T_t(X_c) > T_c(X_c)$.

Begitu juga total waktu minimum ($T_t(X_t)$) tidak menghasilkan total biaya minimum ($T_c(X_t)$), karena $T_c(X_t) > T_t(X_t)$.

2. Pemrograman Linear Dua Fungsi Tujuan. (PLDFT)

Masalah MPDFT diaplikasikan ke dalam masalah PLDFT dan diperoleh sifat-sifat solusinya pada teorema di bawah ini.[3]

Teorema: Misalnya S daerah fisibel pada PLDFT ,
Minimum $f_1(X)$

Minimum $f_2(X)$

i. Jika $X^* \in S$ solusi minimum $(\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2)(X)$ untuk $\alpha_1, \alpha_2 \in K = [0,1]$ dan $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ maka X^* adalah solusi efisien.

ii. Jika X^* adalah solusi efisien maka terdapat $\alpha_1, \alpha_2 \in K = [0,1]$ dan $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ sehingga $(\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2)(X^*)$ adalah minimum

3. Permainan Dua Orang Berjumlah Nol (PDBN)

Melalui masalah PDBN dan diselesaikan dengan bantuan pemrograman linear maka dapat ditentukan $\alpha_1, \alpha_2 \in C = [0,1]$ dan $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$. Dari MPDFT diperoleh Tabel 5, sebagai Matriks Pay-Off PDBN di bawah ini.

Tabel 5.

	X_c	X_t
$T_c(X)$	a_{01}	a_{02}
$T_t(X)$	b_{01}	b_{02}

Misalkan P = nilai Permainan, α_1 =peluang terpilih fungsi T_c dan α_2 =peluang terpilih fungsi T_t masing-masing untuk solusi X_c ($\alpha_1 + \alpha_2 = 1$) maka ekspektasi terpilih solusi X_c adalah $E[T] = \alpha_1 a_{01} + \alpha_2 b_{01} \geq P$ dan ekspektasi terpilih solusi X_t adalah $E[T] = \alpha_1 a_{02} + \alpha_2 b_{02} \geq P$. Selanjutnya untuk menentukan α_1 dan α_2 dapat diselesaikan melalui penyelesaian pemrograman linear di bawah ini,

$$\text{Min} \frac{1}{P} = r_1 + r_2$$

$$\text{Kendala } r_1 a_{01} + r_2 b_{01} \geq 1$$

$$r_1 a_{02} + r_2 b_{02} \geq 1$$

$$\text{untuk } r_1 = \frac{\alpha_1}{P} \geq 0 \text{ dan } r_2 = \frac{\alpha_2}{P} \geq 0.$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dibahas tentang penunjukan tiga Petugas untuk mengoperasikan tiga mesin yang tersedia dengan ketentuan masing-masing Petugas mengoperasikan satu mesin dan satu mesin hanya dioperasikan oleh satu Petugas. Pada pelaksanaan tugas tersebut masing-masing petugas memuat daftar Biaya dan Waktu penyelesaian untuk setiap mesin yang berbeda. Hal ini diberikan tiga contoh, pertama pada Tabel 6 di bawah ini.

Tabel 6.

		M,T		
Petugas		1	2	3
1	Biaya	20	70	60
	Waktu	40	30	30
2	Biaya	85	40	40
	Waktu	50	85	100
3	Biaya	80	45	60
	Waktu	60	45	15

Permasalahannya petugas manakah masing-masing yang harus mengoperasikan mesin 1, 2 dan 3, sehingga total biaya dan waktu minimum?. Dalam menentukan penyelesaian tersebut dilakukan dalam urutan beberapa langkah sebagai berikut.

Langkah 1. Dipisahkan tabel biaya dan tabel waktu seperti di bawah ini. Dengan menggunakan Metoda Hungarian dari Tabel 7, diperoleh solusi, biaya minimum,

$X_{11} = X_{23} = X_{32} = 1$ ditulis $X_C = (X_{11} = X_{23} = X_{32} = 1)$

Tabel 7.

Mesin Petugas	1	2	3
1	20	70	60
2	85	40	40
3	80	45	60

Tabel 8.

Waktu Petugas	1	2	3
1	40	30	30
2	50	85	100
3	60	45	15

Total biaya minimum $T_C(X_C) = 105$ dan total waktu $T_t(X_C) = 185$. Dari Tabel 8, diperoleh solusi waktu minimum, $t_{13} = t_{21} = t_{32} = 1$ ditulis $X_t = (t_{13} = t_{21} = t_{32} = 1)$ dengan total waktu minimum $T_t(X_t) = 125$ dan total biaya $T_C(X_t) = 190$. Dengan demikian dapat dibentuk Matriks Pay-Off di bawah ini,

Tabel 9

	X_C	X_t
$T_C(X)$	105	190
$T_t(X)$	185	125

Langkah 2. Menentukan $\alpha_1, \alpha_2 \in K = [0,1]$ dan $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ sebagai berikut,

Tabel 9 dinormalisir menjadi

Tabel 10

	X_C	X_t
$T_C(X)$	1	1,8
$T_t(X)$	1,5	1

Dari Tabel 10, dapat dibentuk P L,

$$\text{Minimum } \frac{1}{p} = r_1 + r_2$$

$$\text{Kendala, } r_1 + 1,5r_2 \geq 1$$

$$, 1,8r_1 + r_2 \geq 1$$

$$r_1 = \frac{\alpha_1}{p} \geq 0 \text{ dan } r_2 = \frac{\alpha_2}{p} \geq 0 .$$

Dengan menggunakan MAPLE, diperoleh

$$r_1 = \frac{\alpha_1}{p} = 0,29, r_2 = \frac{\alpha_2}{p} = 0,47 \text{ dan}$$

$$P = 1,32, \text{ sehingga } \alpha_1 = 0,38 \text{ dan } \alpha_2 = 0,62.$$

Langkah 3.

Berdasarkan $\alpha_1 = 0,38$ dan $\alpha_2 = 0,62$. maka diperoleh,

$$T = 0,38 \begin{bmatrix} 20 & 70 & 60 \\ 85 & 40 & 40 \\ 80 & 45 & 60 \end{bmatrix} + 0,62 \begin{bmatrix} 40 & 30 & 30 \\ 50 & 85 & 100 \\ 60 & 45 & 15 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 32,4 & 45,1 & 41,4 \\ 63,3 & 67,9 & 77,2 \\ 67,6 & 45 & 32,1 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya dengan MAPLE diselesaikan Pemrograman Linear dibawah ini,

Minimum

$$Z = 32,4X_{11} + 45,2X_{12} + 41,4X_{13} + 63,3X_{21} + 67,9X_{22} + 72,2X_{23} + 67,6X_{31} + 45X_{32} + 32,1X_{33}$$

Kendala,

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} = 1$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} = 1$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 1$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 1$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 1$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 1$$

$$X_{ij} = 1 \text{ atau } X_{ij} = 0 \quad i,j=1,2,3$$

Diperoleh $X^0 = (X_{11} = X_{22} = X_{33} = 1)$, dengan total biaya, $T_c(X^0) = 120$ dan total waktu $T_t(X^0) = 140$

Contoh 2 pada Tabel 11.

Tabel 11.

Mesin		1	2	3
Petugas				
1	Biaya	5	7	9
	Waktu	10	9	14
2	Biaya	14	10	12
	Waktu	13	12	13
3	Biaya	15	13	16
	Waktu	8	9	9

Dengan Metoda Hungarian diperoleh solusi biaya minimum $X_c = (X_{11} = X_{23} = X_{32} = 1)$ total biaya minimum $T_c(X_c) = 30$ dan total waktu $T_t(X_c) = 32$. Begitu juga dengan Metoda Hungarian diperoleh solusi waktu minimum $X_t = (t_{12} = t_{23} = t_{31} = 1)$, total waktu minimum $T_t(X_t) = 30$ dan total biaya $T_c(X_t) = 34$. Selanjut dapat disusun seperti tabel di bawah ini

Tabel 12.

	X_c	X_t
$T_c(X)$	30	34
$T_t(X)$	32	30

Dengan menggunakan PDBN diperoleh PL

$$\text{Minimum } Z = 0,24 T_c + 0,76 T_t$$

Kendala Persamaan (1).

Diperoleh solusi $X^0 = (x_{11} = X_{22} = X_{33} = 1)$ dengan total biaya $T_c(X^0) = 31$ dan total waktu $T_t(X^0) = 31$.

Contoh 3. Pada Tabel 13.
Tabel 13.

Mesin Petugas		1	2	3
1	Biaya	5	7	9
	Waktu	13	14	8
2	Biaya	14	10	12
	Waktu	10	20	12
3	Biaya	15	13	16
	Waktu	14	10	12

Dengan Metoda Hungarian diperoleh solusi biaya minimum $X_c = (X_{11} = X_{23} = X_{32} = 1)$ total biaya minimum $T_c(X_c) = 30$ dan total waktu $T_t(X_c) = 32$. Begitu juga dengan Metoda Hungarian diperoleh solusi waktu minimum $X_t = (t_{13} = t_{21} = t_{32} = 1)$, total waktu minimum $T_t(X_t) = 28$ dan total biaya $T_c(X_t) = 36$. Selanjutnya dapat disusun seperti tabel di bawah ini

Tabel 14..

	X_c	X_t
$T_c(X)$	30	36
$T_t(X)$	32	28

Dengan menggunakan PDBN diperoleh PL
Minimum $Z = 0,59T_c + 0,41T_t$

Kendala Persamaan (1)

diperoleh solusi $X^0 = (x_{11} = X_{23} = X_{32} = 1)$ dengan total biaya $T_c(X^0) = 30$ dan total waktu $T_c(X^0) = 32$.

Dari tiga contoh pembahasan masalah tersebut masing-masing memberikan hasil sebagai berikut. Dari contoh 1 diperoleh, Tabel 15.

Tabel 15.

Dari Contoh 1			
Solusi total	(X_c)	(X^0)	(X_t)
$T_c(X)$	105	=> 120 <=	190
$T_t(X)$	185	=> 140 <=	125

Dari Tabel 15. total biaya minimum untuk solusi biaya ($T_c(X_c)=105$) naik menjadi 120 dan total biaya untuk solusi waktu ($T_c(X_t)=190$) turun menjadi 120. Selanjutnya total waktu minimum untuk solusi waktu ($T_t(X_t)=125$) naik menjadi 140 dan total waktu untuk solusi biaya ($T_t(X_c)=185$) turun menjadi 140.

Tabel 16.

Dari Contoh 1

solusi total	(Xc)	(X ⁰)	(Xt)
Tc(X)	30	=> 31 <=	34
Tt(X)	32	=> 31 <=	30

Dari Tabel 16. total biaya minimum untuk solusi biaya (Tc(Xc)=30) naik menjadi 31 dan total biaya untuk solusi waktu (Tc(Xt)=34) turun menjadi 31. Selanjutnya total waktu minimum untuk solusi waktu (Tt(Xt)=30) naik menjadi 31 dan total waktu untuk solusi biaya (Tt(Xc)=32) turun menjadi 31.

Dari Tabel 17 di bawah ini, total biaya minimum untuk solusi biaya (Tc(Xc)=30) tidak berubah (tetap) 30 dan total biaya untuk solusi waktu (Tc(Xt)=36) turun menjadi 30. Selanjutnya total waktu minimum untuk solusi waktu (Tt(Xt)=28) naik menjadi 32 dan total waktu untuk solusi biaya (Tt(Xc)=32) tidak berubah, tetap 32.

Tabel 17.

Dari Contoh 1			
solusi total	(Xc)	(X ⁰)	(Xt)
Tc(X)	30	=> 30 <=	36
Tt(X)	32	=> 32 <=	28

KESIMPULAN.

Pada umumnya solusi minimum untuk dua fungsi tujuan pada MPFDT tidak dapat ditemukan. Meskipun demikian solusi efisien dengan metoda PDBN dapat memperkecil selisih antara dua total biaya dan antara dua total waktu. Selain itu dengan metoda PDBN penurunan menuju solusi efisien cenderung setinggi-tingginya, sedangkan naik meninggalkan solusi minimum menuju solusi efisien cenderung serendah-rendahnya.

REFERENSI.

- W.L. Wiston, (2004), Operations Research: Applications and Algorithms. International Student 4th Edition. Brooks/cole-Thomson Learning. Belmont. USA..
- Thaha, H.A. Operations Research : An Introduction 6th Edition Prentice Hall International Editions.
- E. Steur. (1983). Multiple Criteria Optimizations: theory Computations and Application. John Wiley & Son, Inc
- S.M. Belenson; K.C. Kapur (1973). An Algorithm for Solving Multicriterion Linear Programming Problem, journal of Operational Research Quarterly, 24, pp.65-77

PERMUTASI DISJOIN DAN SEMIDISJOIN PADA GRUP PERMUTASI

Musraini M, Asli Sirait, Fitra Dwi Anggara
Dosen Jurusan Matematika FMIPA Universitas Riau
musraini.m4r@gmail.com

ABSTRACT

This paper discusses the disjoint and semidisjoint permutations defined in terms of transient points. It is shown that the collection of disjoint pairs of permutations is contained in the collection of semidisjoint pairs of permutations in the permutation groups. Commutativity result for semidisjoint permutations are established.

Keywords : *disjoint permutations, permutation groups, semidisjoint permutations.*

PENDAHULUAN

Misalkan S himpunan tak kosong, permutasi α pada S adalah pemetaan yang satu-satu dan sekaligus pada. Himpunan semua permutasi pada S dinotasikan dengan $\text{Sym}(S)$. $\text{Sym}(S)$ dengan operasi komposisi fungsi membentuk sebuah grup [1, p.38, teorema 6.1], yang disebut dengan grup permutasi pada S . $\text{Sym}(S)$ tidak komutatif untuk $|S| \geq 3$ [1, p.40, teorema 6.3]).

Pada [3] telah diberikan definisi dari permutasi disjoint pada grup permutasi yang didefinisikan dalam istilah titik sementara (*transient points*). Juga telah dibahas tentang kekomutatifan untuk permutasi disjoint pada grup permutasi. Pada makalah ini dibahas tentang permutasi disjoint dan semidisjoin yang juga didefinisikan dalam istilah titik sementara yang merupakan pengembangan dari konsep permutasi disjoint. Selanjutnya pada makalah ini ditunjukkan bahwa kumpulan dari semua pasangan permutasi disjoint pada S termuat dalam kumpulan dari semua pasangan permutasi semidisjoin pada S dan juga ditunjukkan dua hasil utama kekomutatifan untuk permutasi semidisjoin. Makalah ini merupakan review dari artikel Richard Winton [4] yang berjudul *Semidisjoint Permutations* dalam *Journal of Mathematical Sciences and Mathematics Education*, Vol. 8, No. 1, 2013, pp. 1 – 11.

KAJIAN LITERATUR DAN PEGEMBANGAN HIPOTESIS

Pada makalah ini diberikan beberapa definisi dan notasi yang digunakan dalam pembahasan hasil utama makalah ini.

Definisi 1: Misalkan S adalah himpunan tak kosong, permutasi (simetri) α pada S adalah pemetaan satu-satu dan pada, $\alpha: S \rightarrow S$. Himpunan semua permutasi pada S dinotasikan dengan $\text{Sym}(S)$. Jika S adalah himpunan berhingga dengan orde n , $\text{Sym}(S)$ ditulis dengan S_n , dan $\text{Sym}(S)$ disebut sebagai himpunan dari permutasi-permutasi pada n buah elemen. Dalam hal ini S direpresentasikan sebagai $S = \{k\}_{k=1}^n$. Jika $\alpha \in \text{Sym}(S)$ dan n adalah bilangan bulat positif, maka α adalah cycle dengan panjang n jika dan hanya jika terdapat subhimpunan hingga $\{a_i\}_{i=1}^n$ dari S sedemikian sehingga $\alpha(a_i) = a_{i+1}$ untuk $1 \leq i \leq n-1$, $\alpha(a_n) = a_1$, dan $\alpha(x) = x$ untuk setiap $x \in S - \{a_i\}_{i=1}^n$. Dalam hal ini dapat ditulis sebagai $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_n)$. Pemetaan identitas pada S dinotasikan dengan 1_S .

Definisi 2: Misalkan S adalah himpunan tak kosong, $p \in S$, dan $\alpha \in \text{Sym}(S)$. p adalah titik tetap (*fixed point*) dari α jika dan hanya jika $\alpha(p) = p$, p adalah titik sementara dari α jika dan hanya jika $\alpha(p) \neq p$. Himpunan titik tetap dari α adalah $F_\alpha = \{x \in S | \alpha(x) = x\}$, himpunan titik sementara dari α adalah $T_\alpha = \{x \in S | \alpha(x) \neq x\}$.

Definisi 3: Misalkan $\alpha, \beta \in \text{Sym}(S)$, α dan β adalah permutasi disjoint jika dan hanya jika $T_\alpha \cap T_\beta = \emptyset$. Akibatnya, jika $\alpha = (a_1, \dots, a_n)$ dan $\beta = (b_1, \dots, b_m)$ merupakan cycle-cycle di $\text{Sym}(S)$, maka α dan β merupakan disjoint jika dan hanya jika $a_i \neq b_j$ untuk setiap i dan j sedemikian sehingga $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq j \leq m$. Sebuah kumpulan C dari permutasi-permutasi di $\text{Sym}(S)$ adalah disjoint jika dan hanya jika α dan β adalah disjoint untuk setiap $\alpha, \beta \in C$ sedemikian sehingga $\alpha \neq \beta$.

Definisi 4: Misalkan $\alpha, \beta \in \text{Sym}(S)$, α dan β merupakan permutasi semidisjoin jika dan hanya jika $\alpha(x) = \beta(x)$ untuk setiap $x \in T_\alpha \cap T_\beta$. Sebuah kumpulan C dari permutasi-permutasi di $\text{Sym}(S)$ adalah semidisjoin jika dan hanya jika α dan β adalah semidisjoin untuk setiap $\alpha, \beta \in C$.

Dari definisi-definisi tersebut diperoleh beberapa akibat berikut yang selanjutnya digunakan untuk pembahasan pembuktian pada hasil makalah ini.

Akibat 5: Misalkan $\alpha \in \text{Sym}(S)$,

- (a) F_α dan T_α adalah himpunan yang saling berkomplemen yang relatif terhadap S
- (b) Jika F_α dan T_α tidak kosong, maka $\{F_\alpha, T_\alpha\}$ adalah partisi dari S .

Bukti :

- (a) Dari definisi 2 diperoleh bahwa $F_\alpha \subseteq S$ dan $T_\alpha \subseteq S$. Selanjutnya untuk setiap $x \in S$, $x \in F_\alpha$ jika dan hanya jika $\alpha(x) = x$ jika dan hanya jika $x \notin T_\alpha$. Jadi $S - F_\alpha = T_\alpha$ dan $S - T_\alpha = F_\alpha$.
- (b) Karena F_α dan T_α tidak kosong dan dari Akibat 5(a), maka $S = F_\alpha \cup T_\alpha$. Jadi $S = \{F_\alpha, T_\alpha\}$ adalah partisi dari S .

Akibat 6: Misalkan $\alpha \in \text{Sym}(S)$, maka α adalah disjoint dengan dirinya sendiri (artinya α dan α adalah disjoint) jika dan hanya jika $\alpha = 1_S$.

Bukti : Karena $1_S(x) = x$ untuk setiap $x \in S$ maka $F_{1_S} = S$, berdasarkan Definisi 2, jadi $T_{1_S} = \emptyset$ dari Akibat 5. Oleh karena itu $T_{1_S} \cap T_{1_S} = \emptyset$, jadi 1_S adalah disjoint dengan dirinya sendiri berdasarkan Definisi 3. Tetapi, jika $\alpha \neq 1_S$ maka terdapat $x \in S$ sedemikian sehingga $\alpha(x) \neq x$. Dengan demikian $x \in T_\alpha$ dari Definisi 2, jadi $T_\alpha \neq \emptyset$. Akibatnya $T_\alpha \cap T_\alpha = T_\alpha \neq \emptyset$, sehingga α tidak disjoint dengan dirinya sendiri.

Untuk permutasi disjoint, permutasi di $\text{Sym}(S)$ tidak disjoint dengan dirinya sendiri kecuali pada kasus trivial dari pemetaan identitas 1_S . Sedangkan untuk permutasi semidisjoin, permutasi di $\text{Sym}(S)$ semidisjoin dengan dirinya sendiri. Ini dapat dilihat dalam akibat berikut.

Akibat 7: Jika $\alpha \in \text{Sym}(S)$, maka α semidisjoin dengan dirinya sendiri.

Bukti: Karena $\alpha(x) = \alpha(x)$ untuk setiap $x \in T_\alpha \cap T_\beta$, sehingga berdasarkan Definisi 4, α dengan α semidisjoin atau α semidisjoin dengan dirinya sendiri.

Sekarang ditunjukkan bahwa pasangan dari permutasi yang disjoint adalah juga merupakan pasangan dari permutasi yang semidisjoin.

Akibat 8: Misalkan $\alpha, \beta \in \text{Sym}(S)$. Jika α dan β disjoint, maka α dan β adalah semidisjoin.

Bukti: Cara I : Jika α dan β adalah disjoint, maka $T_\alpha \cap T_\beta = \emptyset$ dari Definisi 3. Jadi ini benar bahwa untuk $\alpha(x) = \beta(x)$ untuk setiap $x \in T_\alpha \cap T_\beta$. Sehingga berdasarkan Definisi 4, α dan β adalah semidisjoin.

Cara II : Menggunakan kontraposisif. Jika α dan β tidak semidisjoin, maka dari Definisi 4 ada beberapa $x \in T_\alpha \cap T_\beta$ sedemikian sehingga $\alpha(x) \neq \beta(x)$. Oleh karena itu $T_\alpha \cap T_\beta \neq \emptyset$, jadi α dan β tidak disjoint berdasarkan Definisi 3.

Selanjutnya hasil dari Akibat 8 diperluas untuk kumpulan permutasi-permutasi di $\text{Sym}(S)$ pada akibat berikut ini yaitu, jika C kumpulan disjoint dari permutasi-permutasi di $\text{Sym}(S)$ maka C adalah kumpulan semidisjoin dari permutasi-permutasi di $\text{Sym}(S)$.

Akibat 9: Jika C adalah kumpulan disjoint dari permutasi-permutasi di $\text{Sym}(S)$, maka C adalah kumpulan semidisjoin dari permutasi-permutasi di $\text{Sym}(S)$.

Bukti: Misalkan C kumpulan disjoint di $\text{Sym}(S)$ dan $\alpha, \beta \in C$, maka $\alpha = \beta$ atau α dan β adalah disjoint berdasarkan Definisi 3. Jika $\alpha = \beta$, maka α dan β semidisjoin dari Akibat 7. Jika α dan β disjoint, maka mereka merupakan semidisjoin dari Akibat 6. Jadi C adalah kumpulan semidisjoin di $\text{Sym}(S)$ berdasarkan Definisi 4.

METODE PENELITIAN

Penelitian dilakukan dalam bentuk studi literatur dengan materi dari jurnal dan buku-buku teks yang berkaitan dengan pembahasan ini. Adapun tahapan-tahapan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Diawali dengan memberikan definisi dari titik tetap dan titik sementara pada grup permutasi. Selanjutnya didefinisikan permutasi disjoint dan permutasi semidisjoin dalam istilah titik sementara.
2. Menunjukkan sebuah permutasi semidisjoin selalu semidisjoin dengan dirinya sendiri. Sedangkan untuk permutasi disjoint akan disjoint dengan dirinya sendiri jika dan hanya jika dia adalah sebuah pemetaan identitas.
3. Kemudian ditunjukkan jika α dan β pasangan permutasi disjoint maka α dan β juga merupakan pasangan permutasi semidisjoin. Selanjutnya jika C merupakan kumpulan dari permutasi disjoint maka C merupakan kumpulan dari permutasi semidisjoin.
4. Selanjutnya ditunjukkan kumpulan dari semua pasangan permutasi disjoint pada S termuat dalam kumpulan dari semua pasangan permutasi semidisjoin pada S .
5. Terakhir, ditunjukkan dua hasil utama kekomutatifan untuk permutasi semidisjoin.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini diberikan teorema yang menyatakan bahwa kumpulan dari semua pasangan permutasi disjoint pada S termuat dalam kumpulan dari semua pasangan permutasi semidisjoin pada S .

Teorema 10: Misalkan H adalah kumpulan dari semua pasangan disjoint dan K adalah kumpulan dari semua pasangan semidisjoin dari permutasi-permutasi pada S , maka $H \subseteq K$. Selanjutnya, $H \subset K$ jika dan hanya jika $|S| > 1$.

Bukti: Jika $\{\alpha, \beta\} \in H$ maka α dan β adalah disjoint. Oleh karena itu α dan β merupakan semidisjoin dari Akibat 8, sehingga $\{\alpha, \beta\} \in K$. Jadi $H \subseteq K$. Selanjutnya, karena S adalah himpunan tak kosong, maka $|S| \geq 1$. Jika $|S| = 1$, maka $\text{Sym}(S) = S_1 = \{1_S\}$. Karena 1_S adalah disjoint dengan dirinya sendiri. Akibatnya 1_S adalah semidisjoin dengan dirinya sendiri dari Akibat 8. (alternatif lain, 1_S adalah semidisjoin dengan dirinya sendiri dari Akibat 7). Jadi $H = \{\{1_S, 1_S\}\} = K$.

Di sisi lain, jika $|S| > 1$ maka ada $p, q \in S$ sedemikian sehingga $p \neq q$. Definisikan cycle $\alpha = (p, q)$, sehingga $T_\alpha = \{p, q\}$ dari Definisi 1 dan Definisi 2. Kemudian α adalah semidisjoin dengan dirinya sendiri dari Akibat 7, dan juga $\{\alpha, \alpha\} \in K$. Jelas bahwa $\alpha = (p, q) \neq 1_S$, sehingga α tidak disjoint dengan dirinya sendiri. (alternatif lainnya, karena $T_\alpha \cap T_\beta = \{p, q\} \neq \emptyset$, maka α tidak disjoint dengan dirinya sendiri dari Definisi 3). Oleh karena itu $\{\alpha, \alpha\} \notin H$, sehingga $H \subset K$.

Akibat 8 menyatakan bahwa jika $\alpha, \beta \in \text{Sym}(S)$ dan α dan β disjoint, maka α dan β semidisjoin. Sementara pada Teorema 10 membuktikan bahwa permutasi di $\text{Sym}(S)$ mungkin saja semidisjoin tetapi bukan disjoint. Sebagai contoh, permutasi α adalah semidisjoin dengan dirinya sendiri dari Akibat 7. Tetapi, α tidak disjoint dengan dirinya sendiri jika $T_\alpha \neq \emptyset$, atau jika $\alpha \neq 1_S$. Jika $\alpha = \beta$ maka α dan β semidisjoin tetapi belum tentu disjoint. Meskipun ini tidak benar untuk permutasi-permutasi secara umum, tapi untuk dua cycle berbeda tidak mungkin untuk semidisjoin tetapi tidak disjoint. Akibatnya, sekarang ditunjukkan bahwa semidisjoin cycle-cycle di $\text{Sym}(S)$ disjoint atau identik.

Lema 11: Jika α dan β semidisjoin cycle di $\text{Sym}(S)$, maka α dan β disjoint atau $\alpha = \beta$.

Bukti : Misalkan α dan β semidisjoin cycle di $\text{Sym}(S)$ yang tidak disjoint. Jika α adalah cycle dengan panjang $r = 1$ maka $\alpha = 1_S$, sehingga $T_\alpha = \emptyset$. Oleh karenanya $T_\alpha \cap T_\beta = \emptyset$, jadi α dan β disjoint dari Definisi 3. Ini kontradiksi, sehingga $r > 1$. Karena α dan β tidak disjoint, maka $T_\alpha \cap T_\beta \neq \emptyset$ dari Definisi 3, sehingga terdapat $a_1 \in T_\alpha \cap T_\beta$. Selanjutnya, karena $r > 1$ maka terdapat $\{a_i\}_{i=2}^r \subseteq S$ sehingga $\alpha = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_r)$, dengan $a_i \neq a_j$ ketika $1 \leq i < j \leq r$, $\alpha(a_i) = a_{i+1}$ untuk $1 \leq i \leq r - 1$, dan $\alpha(a_r) = a_1$ dari Definisi 1.

Karena α dan β semidisjoin dan $a_1 \in T_\alpha \cap T_\beta$, maka $\beta(a_1) = \alpha(a_1) = a_2$ dari Definisi 4, sehingga $a_2 \in T_\alpha \cap T_\beta$ ([7, Akibat 5(a)], [7, Akibat 6(b)]). Dengan cara yang sama, karena α dan β semidisjoin dan $a_2 \in T_\alpha \cap T_\beta$, maka $\beta(a_2) = \alpha(a_2) = a_3$ dari Definisi 4, dan juga $a_3 \in T_\alpha \cap T_\beta$ ([7, Akibat 5(a)], [7, akibat 6(b)]). Dengan melanjutkan cara ini, diperoleh $a_{i+1} = \beta(a_i) = \alpha(a_i)$ untuk $1 \leq i \leq r - 1$, dan $a_i \in T_\alpha \cap T_\beta$ untuk $1 \leq i \leq r$. Karena α dan β semidisjoin dan $a_r \in T_\alpha \cap T_\beta$, maka $a_1 = \beta(a_r) = \alpha(a_r)$ berdasarkan Definisi 4. Sehingga, β juga cycle dengan panjang r . Selanjutnya, $\alpha = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_r) = (a_1, \alpha(a_1), \alpha(a_2), \dots, \alpha(a_{r-1})) = (a_1, \beta(a_1), \beta(a_2), \dots, \beta(a_{r-1})) = \beta$.

Hasil dari Lema 11 tidak bisa diperluas ke sebarang permutasi-permutasi di $\text{Sym}(S)$. Dengan kata lain, terdapat permutasi semidisjoin $\alpha, \beta \in \text{Sym}(S)$ yang tidak disjoint dan $\alpha \neq \beta$. Jadi hasil dari Lema 11 tidak bisa menjamin bahkan pada kasus yang menyertakan satu cycle dan satu permutasi sebarang pada himpunan berhingga. Sebagai contoh, misalkan $S = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ dengan $\alpha, \beta \in S_4$ dan $\alpha = (1,2)$ adalah cycle, tapi β bukan cycle. Oleh karena itu $T_\alpha = \{1,2\}$ dan $T_\beta = \{1,2,3,4\}$, jadi $T_\alpha \cap T_\beta = \{1,2\}$. Karena $\alpha(1) = 2 = \beta(1)$ dan $\alpha(2) = 1 = \beta(2)$, maka α dan β semidisjoin dari Definisi 4. Tetapi, $T_\alpha \cap T_\beta \neq \emptyset$, sehingga α dan β tidak disjoint dari Definisi 3. Selanjutnya, karena $\alpha(3) = 3$ tetapi $\beta(3) = 4$, maka $\alpha \neq \beta$.

Lema 11 merupakan persyaratan penting untuk membentuk hasil utama pada kekomutatifan untuk permutasi semidisjoin yang pertama. Sekarang dikembangkan pokok penting untuk hasil kekomutatifan kedua yaitu, ketika dua permutasi semidisjoin dapat difaktorkan menjadi perkalian hingga dari permutasi disjoint berbeda, maka setiap pasangan tersebut semidisjoin. Ini dituangkan dalam lema berikut.

Lema 12: Misalkan $\alpha, \beta \in \text{Sym}(S)$, α dan β adalah semidisjoin, $\alpha = \alpha_1 \cdots \alpha_k$, $\beta = \beta_1 \cdots \beta_m$, dan setiap $\{\alpha_i\}_{i=1}^k$ dan $\{\beta_j\}_{j=1}^m$ adalah sebuah kumpulan disjoint dari permutasi-permutasi berbeda di $\text{Sym}(S)$, maka α_r dan β_j adalah semidisjoin untuk setiap r dan j sedemikian sehingga $1 \leq r \leq k, 1 \leq j \leq m$. Selanjutnya, $\{\alpha_i\}_{i=1}^k \cup \{\beta_j\}_{j=1}^m$ adalah sebuah kumpulan semidisjoin dari permutasi-permutasi di $\text{Sym}(S)$.

Bukti: Misalkan $1 \leq r \leq k$. Karena $\{\alpha_i\}_{i=1}^k$ adalah kumpulan disjoint dari permutasi-permutasi berbeda di $\text{Sym}(S)$, maka α_r dan α_s adalah disjoint bila $r \neq s$. Jadi jika $x \in T_{\alpha_r}$ maka $x \notin T_{\alpha_s}$ ketika $r \neq s$ dari Definisi 3. Oleh karena itu $x \in F_{\alpha_s}$ ketika $r \neq s$ [3, Akibat 3]. Jadi $\alpha_s(x) = x$ untuk setiap $r \neq s$ dari Definisi 2. Selanjutnya, karena $x \in T_{\alpha_r}$, maka $\alpha_r(x) \in T_{\alpha_r}$ ([3, Akibat 5(a)], [3, Akibat 6(b)]). Dengan cara yang sama untuk x , $\alpha_r(x) \in F_{\alpha_s}$ untuk setiap $r \neq s$ dan juga $\alpha_s[\alpha_r(x)] = \alpha_r(x)$ ketika $r \neq s$ dari Definisi 2. Jadi $\alpha_i(x) = x$ untuk $r+1 \leq i \leq k$ dan $\alpha_i[\alpha_r(x)] = \alpha_r(x)$ untuk $1 \leq i \leq r-1$, sehingga $\alpha_{r+1}\alpha_k(x) = x$ dan $\alpha_1 \cdots \alpha_{r-1}[\alpha_r(x)] = \alpha_r(x)$. Oleh karena itu $\alpha(x) = \alpha_1 \cdots \alpha_{r-1}\alpha_r\alpha_{r+1} \cdots \alpha_k(x) = \alpha_1 \cdots \alpha_{r-1}\alpha_r(x) = \alpha_1 \cdots \alpha_{r-1}[\alpha_r(x)] = \alpha_r(x) \neq x$ karena $x \in T_{\alpha_r}$. Akibatnya $x \in T_\alpha$, dan $T_{\alpha_r} \subseteq T_\alpha$.

Dengan cara yang sama, jika $1 \leq j \leq m$ maka $\beta(x) = \beta_j(x) \neq x$ untuk setiap $x \in T_{\beta_j}$ dan $T_{\beta_j} \subseteq T_\beta$, dan juga $T_{\alpha_r} \cap T_{\beta_j} \subseteq T_\alpha \cap T_\beta$. Jadi jika $x \in T_{\alpha_r} \cap T_{\beta_j}$, maka $x \in T_\alpha \cap T_\beta$. Oleh karena itu $\alpha(x) = \beta(x)$ dari Definisi 4 karena α dan β semidisjoin. Jadi $\alpha_r(x) = \alpha(x) = \beta(x) = \beta_j(x)$, sehingga α_r dan β_j semidisjoin.

Karena $\{\alpha_i\}_{i=1}^k$ dan $\{\beta_j\}_{j=1}^m$ masing-masing adalah kumpulan disjoint di $\text{Sym}(S)$, maka $\{\alpha_i\}_{i=1}^k$ dan $\{\beta_j\}_{j=1}^m$ adalah kumpulan semidisjoin di $\text{Sym}(S)$ dari Akibat 9. Jadi α_r dan α_j semidisjoin untuk setiap r dan j ($1 \leq r \leq k, 1 \leq j \leq k$) dari Definisi 4. Dengan cara yang sama, β_r dan β_j juga semidisjoin untuk setiap r dan j ($1 \leq r \leq m, 1 \leq j \leq m$). Karena bahwa α_r dan β_j semidisjoin untuk setiap r dan j sehingga $1 \leq r \leq k$ dan $1 \leq j \leq m$, maka $\{\alpha_i\}_{i=1}^k \cup \{\beta_j\}_{j=1}^m$ adalah sebuah kumpulan semidisjoin di $\text{Sym}(S)$ dari Definisi 4.

Lema 12 tidak bisa diperluas ke salah satu kesimpulan α_r dan β_j untuk r dan j jika $1 \leq r \leq k, 1 \leq j \leq m$ atau $\{\alpha_i\}_{i=1}^k \cup \{\beta_i\}_{i=1}^m$ adalah kumpulan permutasi disjoint di $\text{Sym}(S)$. Ada kumpulan disjoint $\{\alpha_i\}_{i=1}^k$ dan $\{\beta_i\}_{i=1}^m$ dari permutasi berbeda untuk $\alpha = \alpha_1 \cdots \alpha_k$ dan $\beta = \beta_1 \cdots \beta_m$ semidisjoin, tapi untuk α_r dan β_j tidak disjoint untuk beberapa r dan j dan $\{\alpha_i\}_{i=1}^k \cup \{\beta_i\}_{i=1}^m$ bukan kumpulan disjoint dari permutasi di $\text{Sym}(S)$. Sebagai contoh misalkan $\alpha, \beta \in S_4$ dengan $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Dari Definisi 3, setiap $\{\alpha\}$ dan $\{\beta\}$ adalah kumpulan disjoint dari permutasi berbeda di S_4 . Selanjutnya, α dan β adalah perkalian trivial dari permutasi-permutasi di $\{\alpha\}$ dan $\{\beta\}$. Jadi α dan β semidisjoin. Tetapi, karena $T_\alpha = \{1,2\}$ dan $T_\beta = \{1,2,3,4\}$, maka $T_\alpha \cap T_\beta = \{1,2\} \neq \emptyset$, jadi α dan β tidak disjoint dari Definisi 3. Selain itu, karena $\alpha \neq \beta$, maka $\{\alpha\} \cup \{\beta\} = \{\alpha, \beta\}$ bukan kumpulan disjoint dari permutasi di S_4 berdasarkan Definisi 3.

Sekarang ditunjukkan pada akibat berikut ini bahwa misalkan faktor $\{\alpha_i\}_{i=1}^k$ dan $\{\beta_i\}_{i=1}^m$ dari α dan β adalah kumpulan disjoint dari cycle yang berbeda di $\text{Sym}(S)$, maka $\{\alpha_i\}_{i=1}^k \cup \{\beta_i\}_{i=1}^m$ adalah kumpulan disjoint di $\text{Sym}(S)$.

Akibat 13 : Misalkan $\alpha, \beta \in \text{Sym}(S)$, α dan β semidisjoin, $\alpha = \alpha_1 \cdots \alpha_k, \beta = \beta_1 \cdots \beta_m$, dan setiap $\{\alpha_i\}_{i=1}^k$ dan $\{\beta_i\}_{i=1}^m$ kumpulan disjoint dari cycle berbeda di $\text{Sym}(S)$, maka $\{\alpha_i\}_{i=1}^k \cup \{\beta_i\}_{i=1}^m$ adalah kumpulan disjoint dari cycle di $\text{Sym}(S)$.

Bukti : Jika $1 \leq r \leq k$ dan $1 \leq j \leq m$, maka α_r dan β_j adalah semidisjoin dari Lema 12. Jadi jika $\alpha_r \neq \beta_j$, maka α_r dan β_j disjoint dari Lema 9 karena α_r dan β_j merupakan cycle-cycle. Karena $\{\alpha_i\}_{i=1}^k$ dan $\{\beta_i\}_{i=1}^m$ adalah kumpulan disjoint dari cycle berbeda di $\text{Sym}(S)$, maka $\{\alpha_i\}_{i=1}^k \cup \{\beta_i\}_{i=1}^m$ juga kumpulan disjoint dari cycle-cycle di $\text{Sym}(S)$.

Sekarang diberikan hasil utama kekomutatifan yang pertama yaitu kekomutatifan pasangan permutasi semidisjoin cycle di $\text{Sym}(S)$ yang diperluas ke kumpulan semidisjoin dari cycle-cycle di $\text{Sym}(S)$ pada teorema berikut.

Teorema 14: (*Winton's First Theorem*)

- (a) Jika α dan β semidisjoin cycle di $\text{Sym}(S)$, maka $\alpha\beta = \beta\alpha$.
- (b) Jika C kumpulan semidisjoin dari cycle di $\text{Sym}(S)$, maka $\alpha\beta = \beta\alpha$ untuk setiap $\alpha, \beta \in C$.

Bukti:

- (a) Jika α dan β semidisjoin cycle di $\text{Sym}(S)$, maka berdasarkan Lema 9, $\alpha = \beta$ atau α dan β merupakan disjoint. Jika $\alpha = \beta$, maka benar $\alpha\beta = \beta\alpha$. Sebaliknya, α dan β disjoint, jadi $\alpha\beta = \beta\alpha$ [3, Teorema 9].
- (b) Karena C kumpulan semidisjoin dari cycle di $\text{Sym}(S)$, berdasarkan Definisi 4 diperoleh α dan β semidisjoin cycle di $\text{Sym}(S)$. Oleh karena itu berdasarkan Teorema 14(a) maka $\alpha\beta = \beta\alpha$.

Pada teorema berikut diberikan hasil utama kekomutatifan yang kedua yaitu kekomutatifan pasangan permutasi semidisjoin di S_n yang selanjutnya diperluas ke kumpulan semidisjoin dari permutasi-permutasi di S_n

Teorema 15: (*Winton's Second Theorem*)

- (a) Jika α dan β permutasi semidisjoin di S_n , maka $\alpha\beta = \beta\alpha$.
- (b) Jika C kumpulan permutasi semidisjoin di S_n , maka $\alpha\beta = \beta\alpha$ untuk setiap $\alpha, \beta \in C$.

Bukti:

- (a) Misalkan α dan β permutasi semidisjoin di S_n . Karena $\alpha, \beta \in S_n$, maka α dan β bisa ditulis sebagai produk berhingga $\alpha = \alpha_1 \cdots \alpha_k$ dan $\beta = \beta_1 \cdots \beta_m$, pasangan disjoint nontrivial cycle, [2, p. 133, Teorema 3.2.2]. Akibatnya setiap $\{\alpha_i\}_{i=1}^k$ dan $\{\beta_i\}_{i=1}^m$ adalah kumpulan disjoint dari cycle yang berbeda di S_n . Karena α dan β semidisjoin, maka $\{\alpha_i\}_{i=1}^k \cup \{\beta_i\}_{i=1}^m$ adalah kumpulan disjoint dari cycle di S_n dari Akibat 11. Oleh karena itu $\lambda p = p\lambda$ untuk setiap $\lambda, p \in \{\alpha_i\}_{i=1}^k \cup \{\beta_i\}_{i=1}^m$ [3, Akibat 11]. Oleh karena itu
- $$\begin{aligned} \alpha\beta &= \alpha_1 \cdots \alpha_k \beta_1 \cdots \beta_m = \\ &= \beta_1 \alpha_1 \cdots \alpha_k \beta_2 \cdots \beta_m = \beta_1 \beta_2 \alpha_1 \cdots \alpha_k \beta_3 \cdots \beta_m = \cdots = \\ &= \beta_1 \cdots \beta_m \alpha_1 \cdots \alpha_k = \beta\alpha \end{aligned}$$
- (b) Karena C kumpulan permutasi semidisjoin di S_n , berdasarkan definisi 4 diperoleh α dan β permutasi semidisjoin di S_n . Oleh karena itu berdasarkan Teorema 15(a) maka $\alpha\beta = \beta\alpha$ untuk setiap $\alpha, \beta \in C$.

Teorema 14 dan Teorema 15 tidak bisa dikombinasikan dan diperluas untuk menunjukkan bahwa permutasi semidisjoin umum pada sebarang himpunan tak kosong S adalah komutatif. Sebagai contoh, pada bidang Cartesian R^2 , didefinisikan $A = \{(n, 0) | n \text{ adalah bilangan bulat ; } n \leq -1\}$, $B = \{(0, n) | n \text{ adalah bilangan bulat ; } n \leq -1\}$, dan $C = \{(0, n) | n \text{ adalah bilangan bulat ; } n \geq 0\}$, didefinisikan $\alpha: R^2 \rightarrow R^2$ dengan $\alpha(n, 0) = (n + 1, 0)$ untuk setiap $(n, 0) \in A$; $\alpha(n, 0) = (0, n + 1)$ untuk setiap $(0, n) \in C$; $\alpha(x, y) = (x, y)$ untuk setiap $(x, y) \in R^2 - (A \cup C)$. Dengan cara yang sama, didefinisikan $\beta: R^2 \rightarrow R^2$ dengan $\beta(0, n) = (0, n + 1)$ untuk setiap $(0, n) \in B \cup C$; $\beta(x, y) = (x, y)$ untuk setiap $(x, y) \in R^2 - (B \cup C)$. Oleh karena itu $\alpha, \beta \in \text{Sym}(R^2)$. Dari sini diperoleh $T_\alpha = A \cup C$ dan $T_\beta = B \cup C$, jadi $T_\alpha \cap T_\beta = C$. Selanjutnya, jika $(0, n) \in T_\alpha \cap T_\beta = C$ maka $\alpha(0, n) = (0, n + 1) = \beta(0, n)$. Oleh karena itu α dan β merupakan semidisjoin dari Definisi 4. Selanjutnya karena $(-1, 0) \in A$ maka $\alpha(-1, 0) = (0, 0)$. Tetapi, $(-1, 0) \notin B \cup C$, jadi $\beta(-1, 0) = (-1, 0)$. Selanjutnya, karena $(0, 0) \in C$ maka $\beta(0, 0) = (0, 1)$. Oleh karena itu, $\alpha\beta(-1, 0) = \alpha[\beta(-1, 0)] = \alpha(-1, 0) = (0, 0)$. Pada sisi lain $\beta\alpha(-1, 0) = \beta[\alpha(-1, 0)] = \beta(0, 0) = (0, 1)$. Jadi $\alpha\beta(-1, 0) \neq \beta\alpha(-1, 0)$, dan juga $\alpha\beta \neq \beta\alpha$. Oleh sebab itu α dan β permutasi semidisjoin di $\text{Sym}(R^2)$ dengan sifat $\alpha\beta \neq \beta\alpha$. Akibatnya, Teorema 14 dan Teorema 15 tidak bisa dikombinasikan dan diperluas untuk memperoleh kesimpulan bahwa permutasi semidisjoin umum pada sebarang himpunan tak kosong S adalah komutatif.

Selain itu, karena $T_\alpha \cap T_\beta = C \neq \emptyset$ maka α dan β tidak disjoint berdasarkan Definisi 3. Selanjutnya, jelas bahwa $\alpha \neq \beta$, karena sebagai contoh, $\alpha(-1, 0) = (0, 0)$ tetapi $\beta(-1, 0) = (-1, 0)$. Oleh karena itu α dan β merupakan permutasi berbeda di $\text{Sym}(R^2)$ yang mana merupakan semidisjoin tetapi bukan disjoint. Merujuk ke ulasan Lema 11, α dan β adalah contoh tambahan bahwa hasil di Lema 11 untuk semidisjoin cycle di $\text{Sym}(S)$ tidak bisa diperluas ke sebarang permutasi semidisjoin di $\text{Sym}(S)$. Terakhir, telah ditunjukkan dari

contoh diatas bahwa α dan β merupakan semidisjoin. Selanjutnya, α dan β hasil kali trivial dari permutasi di $\{\alpha\}$ dan $\{\beta\}$. Akhirnya, setiap $\{\alpha\}$ dan $\{\beta\}$ jelas merupakan kumpulan disjoin dari permutasi berbeda di $\text{Sym}(R^2)$ dari Definisi 3. Tetapi, telah ditunjukkan diatas bahwa $\alpha \neq \beta$ dan α dan β tidak disjoin. Oleh karena itu $\{\alpha\} \cup \{\beta\} = \{\alpha, \beta\}$ bukan kumpulan disjoin di $\text{Sym}(R^2)$ berdasarkan Definisi 3. Merujuk ke ulasan Lema 12, α dan β merupakan contoh lain bahwa hasil di Lema 12 tidak bisa diperluas ke salah satu kesimpulan bahwa α dan β disjoin untuk setiap r dan j jika $1 \leq r \leq k, 1 \leq j \leq m$ atau $\{\alpha_i\}_{i=1}^k \cup \{\beta_i\}_{i=1}^m$ adalah kumpulan disjoin dari permutasi di $\text{Sym}(S)$.

KESIMPULAN

Dari uraian yang telah diberikan diperoleh beberapa kesimpulan yaitu ;

1. Hasil dari Lema 11 tidak bisa diperluas ke sebarang permutasi-permutasi di $\text{Sym}(S)$. Dengan kata lain, terdapat permutasi semidisjoin $\alpha, \beta \in \text{Sym}(S)$ yang tidak disjoin dan $\alpha \neq \beta$. Jadi hasil dari Lema 11 tidak bisa menjamin bahkan pada kasus yang menyertakan satu cycle dan satu permutasi sebarang pada himpunan berhingga.
2. Hasil dari Teorema 14 dan Teorema 15 tidak bisa dikombinasikan dan diperluas untuk menunjukkan bahwa permutasi semidisjoin umum pada sebarang himpunan tak kosong S adalah komutatif. Jadi ketika semidisjoin cycle diperluas menjadi permutasi semidisjoin sebarang di $\text{Sym}(S)$ pada Teorema 14 dan permutasi semidisjoin di S_n diperluas menjadi permutasi semidisjoin di $\text{Sym}(S)$ pada Teorema 15 tidak menjamin kekomutatifan permutasi-permutasi tersebut.

REFERENSI

- Durbin, John R., *Modern Algebra: An Introduction*, 3rd edition, John Wiley and Sons, New York, 1992.
- Herstein, I. N., *Abstract Algebra*, Macmillan Publishing Company, Ney York, 1986.
- Winton, Richard, Commutativity in Permutation Groups, *Journal of Mathematical Sciences and Mathematics Education*, Vol. 6, No. 2, (2011) pp. 1-7.
- Winton, Richard, Semidisjoint Permutations, *Journal of Mathematical Sciences and Mathematics Education*, Vol. 8, No. 1, (2013) pp. 1 – 11.

PERSEPSI SISWA TENTANG IKLIM SEKOLAH DAN KINERJA GURU MATEMATIKA DAN PENGARUHNYA TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA

Fahrul Ilmi

Mahasiswa Magister Pendidikan Matematika Universitas Jambi

ABSTRACT

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui: (1) Berapa besar pengaruh persepsi siswa tentang iklim sekolah terhadap hasil belajar matematika siswa. (2) Berapa besar pengaruh persepsi siswa tentang kinerja guru matematika terhadap hasil belajar matematika siswa. (3) Berapa besar pengaruh persepsi siswa tentang iklim sekolah dan kinerja guru matematika secara bersama-sama terhadap hasil belajar matematika siswa di SMA Negeri 1 Muaro Jambi. Penelitian dilakukan di SMA Negeri 1 Muaro Jambi dengan populasi 824 siswa dan sampel 84 siswa. Data penelitian diperoleh dengan cara menyebarkan angket untuk memperoleh data tentang persepsi siswa tentang iklim sekolah dan persepsi siswa tentang kinerja guru matematika dan tes hasil belajar matematika. Kemudian data dianalisis dengan menggunakan analisis jalur (path analysis) dengan bantuan program SPSS 17. Hasil penelitian menunjukkan bahwa persepsi siswa tentang iklim sekolah berpengaruh signifikan terhadap hasil belajar matematika. Iklim sekolah secara langsung mempengaruhi hasil belajar sebesar 28,62 %. Persepsi siswa tentang kinerja guru matematika juga berpengaruh signifikan terhadap hasil belajar matematika secara langsung mempengaruhi hasil belajar sebesar 18,58 %. Secara bersama-sama persepsi siswa tentang iklim sekolah dan kinerja guru matematika berpengaruh signifikan terhadap hasil belajar matematika sebesar 94,8 %.

Kata Kunci : Persepsi Siswa, Iklim Sekolah, Kinerja Guru Matematika

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Penataan sumber daya manusia perlu diupayakan secara bertahap dan berkesinambungan melalui sistem pendidikan yang berkualitas baik pada jalur pendidikan formal, informal maupun non formal mulai dari pendidikan dasar sampai pendidikan tinggi (Mulyasa 2004:4). Kebutuhan perkembangan masyarakat dan pembangunan manusia tidak terlepas dari proses pendidikan di Sekolah, oleh karena itu sekolah menjadi ujung tombak pendidikan harus berupaya semaksimal mungkin secara berkesinambungan untuk mencapai tujuan pendidikan.

Iklim sekolah adalah salah satu indikator sekolah yang efektif yang menekankan pada keberadaan rasa yang menyenangkan dari suasana sekolah bukan saja kondisi fisik tetapi keseluruhan aspek internal organisasi sekolah. Menurut Larsen dalam Moedijarto (2002:28) dijelaskan bahwa iklim sekolah merupakan suatu norma, harapan dan kepercayaan dari personil-personil yang terlibat di dalam organisasi sekolah yang dapat memberikan dorongan untuk bertindak guna pencapaian prestasi siswa. Dengan terciptanya iklim sekolah yang

kondusif, maka dalam pelaksanaan pembelajaran akan merasa nyaman dalam belajar, mengajar dan terpacu untuk bekerja lebih baik lagi.

Salah satu komponen sekolah adalah guru. Menurut Sardiman (2005:125) mengemukakan guru adalah salah satu komponen manusiawi dalam proses belajar mengajar yang ikut berperan dalam usaha pembentukan sumber daya manusia yang potensial di bidang pembangunan. Tugas keprofesionalan guru menurut Undang-Undang Republik Indonesia nomor 14 Tahun 2005 pasal 20 (a) tentang guru dan dosen adalah merencanakan pembelajaran, melaksanakan proses pembelajaran yang bermutu, serta menilai dan mengevaluasi hasil pembelajaran. Tugas pokok guru tersebut yang diwujudkan dalam kegiatan belajar mengajar serta tugas-tugas guru dalam kelembagaan merupakan bentuk kinerja guru. Oleh karena itu kinerja guru menjadi perhatian yang penting perlu dukungan dari berbagai pihak seperti sekolah dan instansi dinas pendidikan untuk meningkatkan kinerja guru.

Walaupun demikian dalam pelaksanaan di lapangan di SMA 1 Muaro Jambi masih terdapat sekolah yang belum memperhatikan bagaimana iklim sekolah yang bisa mendukung proses belajar mengajar seperti banyaknya pelanggaran yang dilakukan siswa terhadap aturan sekolah sebagai contoh terlambatnya siswa masuk sekolah yang terjadi berulang-ulang kali, keluar masuknya siswa ketika proses pembelajaran sehingga mempengaruhi hasil pembelajaran yang kurang baik.

Begitu juga dengan kinerja guru terlihat bahwa guru kurang disiplin dalam melaksanakan proses pembelajaran sehingga hasil yang akan dicapai kurang memuaskan yaitu adanya guru yang terlambat memulai pembelajaran, adanya guru yang dalam proses belajar mengajar tidak mempersiapkan rencana pembelajaran sehingga pembelajaran tidak tercapai dengan optimal tujuan pembelajaran yang akan dicapai, kurangnya pengelolaan guru dalam memimpin kelas sehingga proses mengajar tidak berjalan dengan kondusif.

Kondisi yang terjadi di sekolah yang diikuti siswa setiap harinya akan berdampak pada persepsi siswa tentang iklim sekolah, begitu juga kondisi kinerja guru dalam proses belajar yang berlangsung akan berdampak persepsi siswa yang tidak baik terhadap kinerja yang kemudian berdampak pada proses pembelajaran yang berlangsung maupun pada hasil pembelajaran.

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka penulis tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “Persepsi Siswa Tentang Iklim Sekolah Dan Kinerja Guru Matematika Dan Pengaruhnya Terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Di SMA N 1 Muaro Jambi”.

Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan, maka permasalahan yang ingin dibahas adalah :

1. Berapa besar pengaruh persepsi siswa tentang iklim sekolah terhadap hasil belajar matematika siswa.
2. Berapa besar pengaruh persepsi siswa tentang kinerja guru matematika terhadap hasil belajar matematika siswa.
3. Berapa besar pengaruh persepsi siswa tentang iklim sekolah dan kinerja guru matematika secara bersama-sama terhadap hasil belajar matematika siswa di SMA Negeri 1 Muaro Jambi.

Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan yaitu :

1. Untuk mengetahui berapa besar pengaruh persepsi siswa tentang iklim sekolah terhadap hasil belajar matematika siswa.

2. Untuk mengetahui berapa besar pengaruh persepsi siswa tentang kinerja guru matematika terhadap hasil belajar matematika siswa.
3. Untuk mengetahui berapa besar pengaruh persepsi siswa tentang iklim sekolah dan kinerja guru matematika secara bersama-sama terhadap hasil belajar matematika siswa di SMA Negeri 1 Muaro Jambi.

METODE PENELITIAN

Rancangan Penelitian

Penelitian ini dirancang dengan metode survei dengan jenis penelitian korelasional. Penelitian korelasional merupakan metode penelitian untuk mengetahui besarnya pengaruh langsung dari suatu variabel eksogenus ke variabel endogenus tertentu, dinyatakan oleh besarnya nilai numerik koefisien jalur (path coefficient) dari eksogenus ke endogenus (Sumnatri dan muhidin, 2006:260).

Populasi dan Sampel Penelitian

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa SMA Negeri 1 Muaro Jambi adalah sebanyak 874 siswa yang terdistribusi dari kelas 1, kelas II, kelas III IPA dan kelas III IPS. Penentuan ukuran sampel yang digunakan peneliti berpedoman pada Arikunto (2000) jika subjeknya besar dapat diambil 10 % atau sebanyak 84 siswa dari 824 siswa. Pengambilan sampel dalam penelitian ini adalah dilakukan teknik proporsional sampling dimana jumlah sampel sebanding dengan ukuran tiap kelas.

Metode Pengumpulan Data

Menurut arifinto (2002), teknik pengumpulan data adalah cara-cara yang digunakan dalam mengumpulkan data. Dalam penelitian ini ada tiga kelompok data yang akan dikumpulkan yaitu data persepsi siswa tentang iklim sekolah, data persepsi siswa tentang kinerja guru matematika dan data hasil belajar yang diperoleh dari pihak sekolah. Untuk memperoleh data persepsi siswa tentang iklim sekolah dan data tentang persepsi siswa tentang kinerja guru matematika digunakan instrumen penelitian berupa angket dan untuk data hasil belajar siswa dengan menggunakan instrumen tes hasil belajar.

Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah dengan menggunakan angket kepada siswa yaitu angket untuk persepsi siswa tentang iklim sekolah dan angket untuk persepsi siswa tentang kinerja guru. Sedangkan untuk hasil belajar instrumen yang digunakan tes hasil belajar.

Adapun kisi-kisi angket iklim sekolah adalah sebagai berikut :

Variabel (1)	Indikator (2)	Deskriptor (3)
Iklim Sekolah	Kondisi Lingkungan fisik	Memberikan kesejahteraan Sesuai dengan aturan sekolah.
	Kondisi Lingkungan Kerja	Memberikan penghargaan pada staf terhadap tugas Terpenuhinya sarana dan prasarana sesuai dengan program. Perlunya dukungan pemimpin dalam menjalankan. Dapat merancang dan mendesain pekerjaan sesuai dengan tugas dan fungsinya.

Adanya pengawasan dan disiplin kerja melalui peraturan sekolah.
 Dibangunnya komunikasi dengan teman sejawat, orang tua siswa, kepala sekolah dan masyarakat sekitar.
 Kepemimpinan kepala sekolah otoriter, demokratis dan tradisional.
 Menetapkan program-program sekolah sesuai dengan sifat dan bagaimana cara menetapkan tujuan.

Menetapkan program sekolah sesuai dengan sifat dan bagaimana cara menetapkan tujuan
 Dapat menetapkan kebijakan secara personal.
 Dapat menetapkan kebijakan mengenai kompensasi.
 . Penetapan kebijakan pengelolaan sekolah bersama-sama dengan komite sekolah

Adapun kisi-kisi angket kinerja guru dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

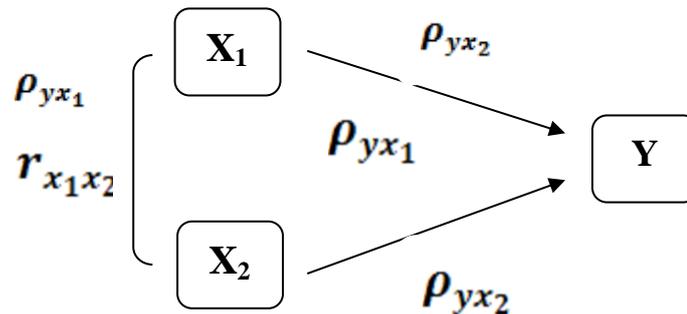
Variabel (1)	Indikator (2)	Deskriptor (3)
Kinerja Guru	Kualitas Kerja	Merencanakan program pengajaran dengan tepat. Melakukan penilaian hasil belajar Berhati-hati dalam menjelaskan materi pelajaran Menetapkan hasil penelitian dalam pembelajaran
	Kecepatan/kecepatan kerja	Menetapkan hal-hal terbaru dalam pembelajaran Memberikan materi ajar sesuai dengan karakteristik yang dimiliki siswa Menyelesaikan program pengajaran sesuai kalender akademik
	Inisiatif dalam kerja	Menggunakan media dalam pembelajaran. Menggunakan berbagai metode dalam pembelajaran Menyelenggarakan administrasi sekolah yang baik Menciptakan hal-hal yang baru yang lebih efektif dalam menata administrasi sekolah.
	Kemampuan dalam kerja	Mampu memimpin dalam kelas Mampu mengelola proses belajar mengajar Mampu melakukan penilaian hasil belajar siswa Menguasai landasan pendidikan.
	Komunikasi	Melaksanakan layanan bimbingan belajar Mengkomunikasikan hal-hal yang baru dalam proses belajar mengajar Terbuka dalam menerima masukan untuk perbaikan pembelajaran.

Teknik Analisis Data

Analisis data dilakukan dengan menggunakan analisis jalur yaitu analisis yang digunakan untuk melihat hubungan sebab akibat atau hubungan krelasional dengan terlebih dahulu data harus berdistribusi normal. Tujuannya menerangkan sebab akibat langsung dan

tidak langsung seperangkat variabel, sebagai variabel penyebab terhadap variabel lainnya merupakan variabel akibat.

Adapun desain penelitian ini adalah:



Keterangan :

X_1 = Iklim Sekolah

X_2 = Kinerja Guru

Y = Hasil belajar

Hubungan antara X_1 dan X_2 adalah hubungan korelasional. Intensitas keamatan hubungan tersebut dinyatakan oleh besarnya koefesien korelasional. Hubungan antara X_1 dan X_2 ke Y adalah hubungan kausal. Besar pengaruh langsung dari X_1 ke Y dan X_2 ke Y masing-masing dinyatakan oleh besarnya nilai numerik koefesien jalur

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Uji Validitas dan Reliabilitas

Uji coba instrumen penelitian (angket) persepsi siswa tentang iklim sekolah dan instrumen kinerja guru matematika dilakukan pada 32 siswa di SMA N 1 Muaro Jambi. Dari hasil analisis uji validitas angket uji coba diperoleh t_{Hitung} setiap item dan $t_{\text{tabel}} = 1,697$. Keputusan sebuah item itu valid atau tidak valid apabila $t_{\text{Hitung}} > t_{\text{tabel}}$, sehingga hasil perhitungan diperoleh 20 item yang valid dan 7 item yang tidak valid. Sedangkan hasil perhitungan instrumen kinerja guru matematika diperoleh item yang valid 38 item dan 8 item yang tidak valid. Oleh karena itu keputusannya bahwa item yang valid digunakan untuk penelitian dan yang tidak valid tidak digunakan dalam penelitian.

Dari hasil perhitungan reliabelitas intrumen penelitian menghasilkan angka yang dapat dipercaya dengan nilai reliabilitas (r_{11}) angket iklim sekolah sebesar 0,903 kemudian $r_{11} = 0,903097$ ini dikonsultasikan dengan nilai tabel t product momen dengan $dk = N - 1 = 32 - 1 = 31$, signifikasi 5 % maka diperoleh $r_{\text{tabel}} = 0,355$. Maka angket iklim sekolah reliabel sebagai sebuah intrumen. Sedangkan perhitungan untuk angket kinerja guru matematika diperoleh data yang cukup dipercaya dengan reliabelitas (r_{11}) sebesar 0,945 kemudian $r_{11} = 0,934$ ini dikonsultasikan dengan nilai tabel r product momen dengan $dk = N - 1 = 32 - 1 = 31$, signifikasi 5 %, maka diperoleh $r_{\text{tabel}} = 0,355$. Karena $r_{11} > r_{\text{tabel}}$ ($0,945 > 0,355$), maka angket tersebut reliabel.

Kemudian uji coba soal Tes hasil belajar (THB) matematika dilakukan terhadap 32 siswa di SMA Negeri 1 Muaro Jambi. Dari hasil validitas, tingkat kesukaran dan daya beda diperoleh hasil bahwa soal yang dipakai sebagai intrumen pengumpul data hasil belajar matematika berjumlah 20 item soal dari 25 item soal yang diuji cobakan. Hasil perhitungan reliabelitas 20 item soal yang valid diperoleh angka sebesar $r_{11} = 0,767$. Ini berarti tes hasil belajar yang digunakan untuk penelitian mempunyai reliabelitas tinggi.

Uji Signifikansi Koefisien jalur

Pengujian Koefisien Jalur secara simultan

Pengujian signifikansi koefisien jalur akan melihat hubungan antara iklim sekolah dan kinerja guru matematika secara bersama-sama (simultan) terhadap hasil belajar. Hasil penelitian yang akan diuji adalah :

Ho : $\rho_{yx_1} = \rho_{yx_2} \neq 0$, Iklim sekolah dan kinerja guru matematika tidak berpengaruh secara simultan dan signifikan terhadap hasil belajar matematika.

Ha : $\rho_{yx_1} = \rho_{yx_2} = 0$, Iklim sekolah dan kinerja guru matematika berpengaruh secara simultan dan signifikan terhadap hasil belajar matematika.

Menurut Ridwan dan Sunarto (2009:152) signifikansi koefisien jalur secara simultan dapat dilihat berdasarkan tabel Anova. Berdasarkan hasil perhitungan analisis jalur menggunakan SPSS diperoleh data tabel Anova sebagai berikut :

Tabel . Anova X_1 dan X_2 terhadap Y

Model	Sum of Squares	df	Mean Squares	F	Sig
Regression	76.544	2	38.272	.096	.908 ^a
Residual	32229.49	81	397.894		
Total	32305.952	83			

Dari tabel diperoleh nilai F sebesar 0.96 dengan nilai probabilitas (sig) = 0.908, karena nilai Sig > 0.05. Maka keputusannya adalah Ho ditolak dan Ha diterima. Jika Ha diterima maka pengujian koefisien jalur secara individu dapat dilanjutkan (Ridwan dan Sunarto, 2009:340)

Pengujian koefisien secara individual

Pengujian koefisien jalur secara individu dapat dilihat berdasarkan tabel *Coefficient* yang dihasilkan dari perhitungan analisis jalur menggunakan SPSS versi 17. Dari hasil perhitungan analisis jalur (output path analysis) data penelitian terlihat pada tabel berikut :

Model	Unstandardized		Standardized	T	Sig
	Coefficients		Coefficient		
	B	Std.Error	Beta		
1 (Constant)	47.507	22.190		2.141	0.035
Iklim Sekolah	0.050	0.252	0.027	0.245	0.017
Kinerja Guru Matematika	0.062	0.141	0.039	0.354	0.047

a. *Dependent Variabel : Hasil Belajar Matematika*

Dari tabel tersebut dapat dilakukan pengujian koefisien secara individual, pengujian yang akan diuji yaitu :

Hipotesis 1 : Hipotesis penelitian yang akan diuji adalah :

Ho : $\rho_{yx_1} > 0$, Iklim Sekolah berpengaruh secara signifikan terhadap hasil belajar matematika

Ha : $\rho_{yx_1} = 0$, Iklim Sekolah tidak berpengaruh secara signifikan terhadap hasil belajar matematika

Dari tabel *Coefficient* diatas, bahwa pada kolom Sig (signifikan) sebesar 0.017 lebih kecil dari nilai probabilitas 0.05 atau $0.07 > 0.017$, maka H_0 ditolak dan H_a diterima artinya koefisien analisis jalur signifikan. Jadi, iklim sekolah berpengaruh secara signifikan terhadap hasil belajar matematika.

Hipotesis 1 : Hipotesis penelitian yang akan diuji adalah :

H_0 : $\rho_{yx_2} > 0$, Kinerja Guru berpengaruh secara signifikan terhadap hasil belajar matematika

H_a : $\rho_{yx_2} = 0$, Kinerja guru tidak berpengaruh secara signifikan terhadap hasil belajar matematika

Dari tabel *Coefficient* diatas, bahwa pada kolom Sig (signifikan) sebesar 0.047 lebih kecil dari nilai probabilitas 0.05 atau $0.07 > 0.017$, maka H_0 ditolak dan H_a diterima artinya koefisien analisis jalur signifikan. Jadi, kinerja guru matematika berpengaruh secara signifikan terhadap hasil belajar matematika.

Pengujian Koefisien Determinasi

Koefisien daterminasi menunjukkan besarnya pengaruh variabel eksogenus secara bersama-sama (simultan) terhadap variabel endogenus. Dari hasil perhitungan analisis jalur dengan SPSS 17 besarnya koefisien determinasi dapat dilihat pada tabel Model Summary pada kolom R_{Square} . hasil perhitungan analisis jalur (output path analysis) dalam penelitian ini diperoleh tabel sebagai berikut :

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std Error of Estimate	Change Statistics				
					R Square Change	F Change	df1	df2	Sig F Change
1	0.974 ^B	0.948	0.947	4.55224	0.948	738.975	2	81	0.000

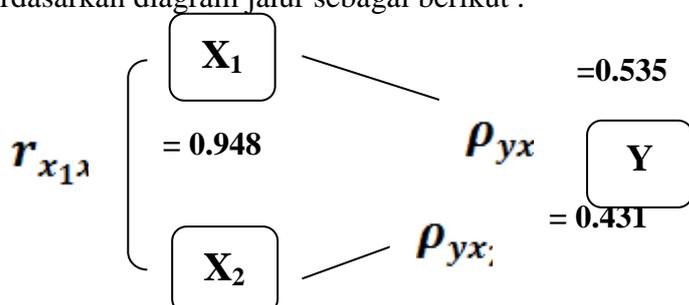
Dari tabel terlihat R_{Square} sebesar 0.948 atau $R^2_{x_3(x_1x_2)} = 0.948 = 94.8\%$ artinya bahwa hasil belajar dipengaruhi oleh iklim sekolah dan kinerja guru matematika sebesar 94.8 %.

Besar Pengaruh Variabel Eksogenus terhadap Variabel Endogenus

Model	Unstandardized Coefficient		Standardized Coefficient	T	Sig
	B	Std. Error	Beta		
(Constant)	-83.128	3.775		-22.019	0.000
Iklim Sekolah	1.212	0.495	0.535	2.448	0.017
Kinerja Guru	0.558	0.277	0.431	2.015	0.047

Dependent Variabel Hasil belajar

Pengaruh variabel eksogenus yaitu iklim sekolah (X_1) dan kinerja guru matematika (X_2) terhadap variabel endogenus yaitu hasil belajar matematika (Y) dapat berupa pengaruh langsung dan tidak langsung. Besar pengaruh tersebut diperoleh dari analisis jalur berdasarkan diagram jalur sebagai berikut :



Dari diagram diatas kita dapatkan bahwa :

1. Besarnya pengaruh langsung iklim sekolah (X_1) terhadap hasil belajar matematika (Y) adalah $\rho_{YX_1} \times \rho_{YX_1} = 0.535 \times 0.535 = 0.2862$ atau sebesar 28.62 %
2. Besarnya pengaruh langsung iklim sekolah (X_1) terhadap hasil belajar matematika (Y) adalah $\rho_{YX_2} \times \rho_{YX_2} = 0.431 \times 0.431 = 0.1858$ atau sebesar 18.58 %
3. Dari perhitungan tersebut diperoleh pengaruh iklim sekolah dan kinerja guru matematika secara bersama-sama (simultan) yang langsung mempengaruhi terhadap hasil belajar matematika adalah 0.948 atau sebesar 94.8 %. Sisanya 5.2 % dipengaruhi faktor lainnya.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Dari hasil pembahasan terhadap hasil penelitian maka dapat diambil kesimpulan bahwa:

1. Persepsi siswa tentang iklim sekolah berpengaruh secara signifikan terhadap hasil belajar matematika di SMA Negeri 1 Muaro Jambi dengan total pengaruhnya yaitu sebesar 28,62 %
2. Persepsi siswa tentang kinerja guru matematika berpengaruh secara signifikan terhadap hasil belajar matematika di SMA Negeri 1 Muaro Jambi dengan total pengaruhnya yaitu sebesar 18,58 %
3. Persepsi siswa tentang iklim sekolah dan kinerja guru secara bersama-sama berpengaruh secara signifikan terhadap hasil belajar matematika di SMA Negeri 1 Muaro Jambi dengan total pengaruhnya yaitu sebesar 94, 8 %

SARAN

Berdasarkan hasil penelitian ini, dalam rangka meningkatkan hasil belajar matematika siswa, disarankan agar guru maupun sekolah lebih memperhatikan kondisi peserta didik serta kondisi lingkungan dengan memperhatikan iklim sekolah yang kondusif serta dapat memberikan dan menumbuhkan motivasi belajar matematika.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdurrahman M, 2013. *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*. Jakarta: Rhineka Cipta.
- Akbar, R, 2004, *Akselarasi A-Z Informasi Program Percepatan Belajar dan Anak Berbakat Intelektual*. Jakarta: Grasindo.
- Arikunto, S, 2006. *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*. Jakarta: Rhineka Cipta.
- Djamariah, S.B, 2008. *Psikologi Belajar*. Jakarta : Rhineka Cipta.
- Djiwandono, W. 2006. *Psikologi Pendidikan edisi revisi*. Jakarta. Grasindo.
- Hamalik, Umar, 2008. *Proses Belajar Mengajar*. Jakarta. Bumi Aksara.
- Iskandar, 2009. *Psikologi Pendidikan*. Jakarta:Gaung Persada Press.
- Purwanto, 2009. *Evaluasi Hasil Belajar*. Yogyakarta: Pustaka Belajar
- Priyanto D, 2009. *5 Jam Olah Data Dengan SPSS 17*. Yoyakarta:Pustaka belajar.

- Ridwan dan Sunarto.2009. *Pengantar Statistika untuk Penelitian Pendidikan, Sosial, Ekonomi, Komunikasi dan Bisnis*. Bandung: Alfabeta.
- Ridwan, 2007. *Belajar Mudah Penelitian untuk Guru, Karyawan dan Peneliti Pemula*. Bandung: Alfabeta.
- Sardiaman, 2007. *Interaksi dan Motivasi Belajar Mengajar*. Jakarta: Grafindo Persada.
- Sa'ud, 2008. *Inovasi Pendidikan*. Bandung: Alfabeta.
- Sudjana,S.1995. *Teknik Analisis Regresi dan Korelasi Bagi Para Peneliti*. Bandung: Tarsito.
- Sudjana, 2005. *Metode Statistika*. Bandung:Tarsito.
- Sugiyono, 2009. *Statistika Untuk Penelitian*. Bandung: Al fabeta.
- Sulistio, 2010. *6 Hari Jago SPSS 17*. Yogyakarta: Cakrawala.
- Somantri dan Mujahidin, 2006. *Aplikasi Statistika Dalam Penelitian*. Bandung:Pustaka Setia
- Yamin dan Maissah, 2009. *Manajemen Pembelajaran di Kelas*. Jakarat: Gaung Persada Press

PENGEMBANGAN INSTRUMEN TES SMP SEBAGAI APLIKASI MATA KULIAH EVALUASI PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Edi Susanto, Rusdi

Pendidikan Matematika FKIP Universitas Bengkulu

email: eddhysusanto89@gmail.com

ABSTRACT

Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam mengembangkan instrumen tes SMP yang memenuhi kriteria valid, reliabel, memiliki daya pembeda baik, dan tingkat kesukaran sedang. Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan dengan menggunakan tahapan pengembangan instrumen, yaitu: (1) menyusun spesifikasi tes, (2) menulis soal tes, (3) menelaah soal tes, (4) melakukan ujicoba tes, (5) menganalisis butir soal, (6) memperbaiki tes, (7) merakit tes. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari lembar validasi ahli dan lembar respon mahasiswa. Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Bengkulu pada mata kuliah Evaluasi Pembelajaran Matematika Tahun Ajaran 2016/2017 yang berjumlah 41 orang. Hasil penelitian menunjukkan instrumen tes untuk siswa SMP yang dikembangkan berdasarkan uji validitas ahli memenuhi kriteria valid. Hal ini ditunjukkan dari perhitungan menggunakan rumus Aiken dengan nilai V rata-rata lebih dari 0,3. Berdasarkan uji empiris menunjukkan sebanyak 72 instrumen pilihan ganda memenuhi kriteria valid dan reliabel sehingga layak digunakan. Selanjutnya secara empiris terdapat 48 instrumen tes uraian yang memenuhi kriteria valid dan reliabel. Hasil respon mahasiswa menunjukkan bahwa sebanyak 15 orang (36,58%) pada kriteria sangat tinggi, sebanyak 22 orang (53,65%) kategori tinggi dan sebanyak 4 orang (9,77%) dengan kriteria cukup.

Kata Kunci: pengembangan, instrumen tes SMP, pembelajaran matematika

PENDAHULUAN

Salah satu kompetensi yang dituntut bagi tenaga pendidik di sekolah adalah kemampuan melakukan evaluasi pembelajaran. Evaluasi merupakan salah satu kegiatan yang sangat penting dalam pembelajaran guna mengidentifikasi sebatas mana ketercapaian hasil pembelajaran yang telah dilakukan. Menurut Djamarri Merdapi (2008, p.8) evaluasi merupakan salah satu rangkaian kegiatan dalam meningkatkan kualitas, kinerja, atau produktivitas suatu lembaga dalam melaksanakan programnya.

Evaluasi dapat memberikan informasi terkait ketercapaian pembelajaran. Oleh karena itu, evaluasi yang dilakukan harus dapat mengukur pembelajaran yang telah dilakukan. Hal ini menunjukkan bahwa setiap guru harus mampu merancang alat evaluasi pembelajaran seperti instrumen tes. Dalam menyusun instrumen tes guru harus mengetahui bagaimana kriteria instrumen yang baik.

Menurut Usman (2006, p.19) salah satu indikator kinerja guru di sekolah adalah kemampuan mengevaluasi, yang meliputi: (1) evaluasi normatif; (2) evaluasi formatif; (3)

laporan hasil evaluasi, dan (4) pelaksanaan perbaikan. Namun, kenyataan menunjukkan bahwa sebagian besar guru masih kesulitan dalam menyusun instrumen tes sebagai alat ukur evaluasi. Hasil survei penulis pada beberapa sekolah menengah di SMP Kota Bengkulu menunjukkan beberapa temuan, salah satunya sebagian guru masih kesulitan dalam menyusun instrumen sendiri. Instrumen yang disusun belum dilakukan uji coba, baik secara teoritis maupun empiris.

Selain itu, sebagian mahasiswa pendidikan matematika yang melakukan kegiatan PPL belum mampu menyusun instrumen tes sendiri. Hal ini berdasarkan hasil wawancara terhadap beberapa mahasiswa yang menyebutkan masih kesulitan dalam menyusun instrumen tes sendiri.

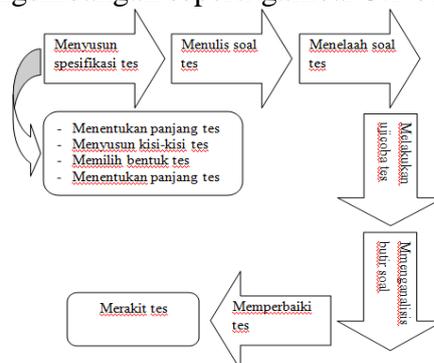
Salah satu upaya yang dapat dilakukan untuk meningkatkan kemampuan guru sebagai tenaga pendidik untuk mengembangkan alat evaluasi adalah melalui calon tenaga pendidik. Salah satu mata kuliah pendukung calon guru di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Bengkulu untuk memperoleh bekal dalam menyusun instrumen tes adalah evaluasi pembelajaran matematika.

Melalui mata kuliah evaluasi pembelajaran matematika di FKIP UNIB dapat membekali dan meningkatkan kemampuan mahasiswa untuk secara langsung dalam melakukan pengembangan instrumen. Mahasiswa dapat melakukan uji empiris instrumen yang dikembangkan secara langsung dilapangan. Sehingga kemampuan dalam menyusun instrumen dapat meningkat. Masih kurangnya pengalaman mahasiswa calon guru dalam melakukan penyusunan instrumen tes menjadi salah satu landasan dilakukan penelitian pengembangan instrumen oleh mahasiswa pendidikan matematika FKIP UNIB sebagai aplikasi mata kuliah evaluasi pembelajaran matematika.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan instrumen. Produk dari penelitian pengembangan ini adalah instrumen tes matematika SMP yang terdiri dari pilihan ganda dan uraian. Sasaran penelitian ini adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Bengkulu Semester ganjil tahun ajaran 2016/2017. Subjek penelitian merupakan mahasiswa yang mengikuti mata kuliah evaluasi pembelajaran matematika yang berjumlah 41 orang.

Model pengembangan instrumen yang digunakan dalam penelitian ini mengadaptasi dari model pengembangan oleh Merdapi (2008, p.88). Tahapan pengembangan yang digunakan terdiri dari tujuh tahapan, yaitu: (1) menyusun spesifikasi tes, (2) menulis soal tes, (3) menelaah soal tes, (4) melakukan ujicoba tes, (5) menganalisis butir soal, (6) memperbaiki tes, (7) merakit tes. Prosedur pengembangan seperti gambar 3.1 berikut.



Gambar 3.1 Model Pengembangan Instrumen

Tahapan spesifikasi tes dilakukan untuk mempermudah dalam penulisan soal yang seperti: (1) menentukan panjang tes, (2) penyusunan kisi-kisi tes, (3) bentuk tes, dan (4) menentukan panjang tes. Tahapan selanjutnya adalah tahapan penulisan soal merupakan langkah

menjabarkan indikator menjadi pertanyaan-pertanyaan yang karakteristiknya sesuai dengan perincian pada kisi.kisi yang telah dibuat.

Tahapan ketiga yaitu menelaah tes. Pada tahapan ini dilakukan uji validitas logis yang dinilai oleh ahli, yaitu dosen pendidikan Matematika FKIP UNIB. Soal ditelaah untuk mengetahui kesesuaian dengan konstruk materi SMP. Tahapan selanjutnya melakukan uji coba. Pada tahap ini mahasiswa yang terdiri dari empat kelompok dengan anggota 2-3 orang melakukan ujicoba empiris di SMP Kota Bengkulu. Hasil uji coba akan dilakukan analisis validitas konstruk, estimasi reliabilitas, uji daya pembeda dan uji tingkat kesukaran.

Hasil dari analisis selanjutnya dilakukan penelaahan soal dan revisi. Soal yang dipilih adalah soal yang memenuhi kriteria. Setiap kelompok mengelompokkan soal-soal yang memenuhi kriteria valid, reliabel, daya pembeda baik serta tingkat kesukaran sedang. Selanjutnya, mahasiswa diberikan angket untuk mengetahui respon mahasiswa setelah melakukan pengembangan serta melakukan pengujian empiris secara langsung.

Uji coba empiris soal dilakukan pada siswa kelas VII, VII dan XI SMP di Kota Bengkulu. Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini terdiri dari dua jenis, yaitu teknik tes dan teknik non tes. Teknik tes dilakukan dengan memberikan instrumen pada siswa SMP dan teknik non tes dilakukan dengan memberikan angket respon pada mahasiswa. Data tes digunakan untuk menentukan kualitas instrumen yang disusun sedangkan data angket digunakan untuk memberikan gambaran respon mahasiswa setelah melakukan pengembangan.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini yaitu lembar validasi ahli dan angket respon siswa. Lembar validasi ahli digunakan untuk mengukur kevalidan instrumen tes yang telah disusun secara teoritis. Sedangkan angket respon digunakan untuk mengukur respon mahasiswa.

Analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini terdiri dari analisis data penilaian ahli, analisis data pengujian empiris, dan analisis data respon. Adapun analisis data dalam penelitian ini diuraikan sebagai berikut.

a. Analisis Penilaian Ahli

Data hasil uji coba ahli dianalisis untuk mengetahui aspek kevalidan instrumen yang dikembangkan. Instrumen dikatakan valid jika hasil analisis yang telah dilakukan rata-rata memenuhi kategori valid. Analisis kevalidan berdasarkan ahli menggunakan indeks validitas Aiken dengan formula seperti berikut.

$$V = \frac{\sum s}{n(c-1)} \text{ dengan } s = r - I_0$$

Keterangan:

V = indeks validitas butir

r = skor kategori pilihan rater

I_0 = skor terendah kategori penyekoran

c = kategori yang dapat dipilih rater

n = banyaknya rater (Retnawati, p. 3)

b. Analisis Data Uji Empiris

Analisis data hasil uji empiris yang dilakukan dalam empat tahapan, yaitu: (1) estimasi validitas, (2) reliabilitas, (3) tingkat kesukaran dan (4) daya pembeda.

(1)Estimasi Validitas Empiris

Pengujian validitas instrumen dilakukan dengan cara mengkorelasikan skor butir-butir soal dengan jumlah skor diperoleh siswa. Uji validitas dalam penelitian menggunakan analisis dengan rumus korelasi *product moment* sebagai berikut:

$$r_{XY} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}} \text{ (Arikunto, 2013: 87)}$$

Keterangan:

r_{xy} = koefisien korelasi antara skor tiap item dan skor total.

X = Skor item

Y = Jumlah skor total

N = Banyaknya Subjek

Kriteria dalam uji validitas ini adalah soal dikatakan valid jika nilai dari r_{xy} lebih dari 0,03.

(2)Estimasi Reliabelitas

Uji reliabilitas dalam penelitian ini bertujuan untuk mengetahui apakah instrumen telah mengukur apa yang seharusnya diukur. Dalam penelitian ini uji reliabilitas yang digunakan untuk soal uraian dengan rumus *cronbach alpha* sebagai berikut:

$$r_{11} = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(\frac{1 - \sum Si^2}{S^2} \right) \quad (\text{Arikunto, 2013, p.122})$$

Keterangan:

r_{11} = reliabilitas tes

n = banyaknya item

S_1^2 = jumlah varians skor tiap item

S^2 = Variansi total

Instrumen tes pilihan ganda dianalisis dengan persamaan sebagai berikut.

$$r_{11} = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(\frac{1 - \sum pq}{S^2} \right)$$

Nilai dari r_{11} dari perhitungan diinterpretasikan dengan kriteria Guilford (Rusefendi dalam Jihad, 2012: 181) sebagai berikut:

Tabel 1. Kriteria Reliabilitas

Rentang Nilai	Kategori
$r_{11} < 0,20$	Sangat Rendah
$0,20 < r_{11} \leq 0,40$	Rendah
$0,40 < r_{11} \leq 0,70$	Sedang
$0,70 < r_{11} \leq 0,90$	Tinggi
$0,90 < r_{11} \leq 1,0$	Sangat Tinggi

(3)Tingkat Kesukaran Butir Soal

Teknik analisis data untuk tingkat kesukaran butir soal berupa pilihan ganda dapat dihitung dengan persamaan berikut (Nitko, 2011).

$$p = \frac{\text{Jmlh siswa menjawab benar}}{\text{Banyak Siswa}}$$

Selanjutnya tingkat kesukaran soal uraian dihitung dengan persamaan berikut.

$$p = \frac{\text{Rata2 skor} - \text{skor min}}{\text{Skor maks} - \text{skor min}}$$

Selanjutnya, masing-masing skor tingkat kesukaran dikonversikan dalam skala lima dengan tingkat kategori sebagai berikut.

Tabel 2. Kategori Tingkat Kesukaran

Nilai P	Kategori
$p < 0,3$	Sukar

$0,3 \leq p \leq 0,7$ Sedang

$p > 0,7$ Mudah

(Surapranata, 2009, p.21)

(4)Daya Pembeda Butir Soal

Teknik analisis data untuk daya pembeda berupa pilihan ganda dapat dihitung dengan rumus:

$$DP = \frac{JB_A - JB_B}{n}$$

(Nitko, 2011: 304)

Dengan:

DP = Indeks Pembeda soal

JB_A = Jumlah peserta didik kelompok atas yang menjawab soal benar

JB_B = Jumlah peserta didik kelompok bawah yang menjawab soal itu benar

N = Persentase perbandingan ukuran kelompok.

Daya pembeda untuk soal uraian dapat dihitung dengan rumus;

$$p = \frac{\text{Rata2 atas} - \text{Rata2 Bawah}}{\text{Skor maks Butir}}$$

(Nitko, 2011: 304)

Selanjutnya, masing-masing skor tingkat kesukaran dikonversikan dalam skala lima dengan tingkat kategori sebagai berikut.

Tabel 3. Kriteria Daya Pembeda

Rentang Nilai	Kategori
$0,70 < r_{II} \leq 1,00$	Sangat Baik
$0,40 < r_{II} \leq 0,70$	Baik
$0,20 < r_{II} \leq 0,40$	Sedang
$0,00 < r_{II} \leq 0,20$	Jelek

(Arikunto, 2013, p.225)

(5)Analisis Data Respon Mahasiswa

Analisis data respon mahasiswa bertujuan untuk mendeskripsikan respon mahasiswa setelah melakukan pengembangan instrumen. Adapun analisis respon mahasiswa dilakukan dengan mengkonversi data pada skala lima seperti pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Konversi Skor Aktual Skala Lima

Interval Skor	Kategori
$X > \bar{X}_i + 1,8sb_i$	Sangat Tinggi
$\bar{X}_i + 0,6sb_i < X \leq \bar{X}_i + 1,8sb_i$	Tinggi
$\bar{X}_i - 0,6sb_i < X \leq \bar{X}_i + 0,6sb_i$	Cukup
$\bar{X}_i - 1,8sb_i < X \leq \bar{X}_i - 0,6sb_i$	Rendah
$X \leq \bar{X}_i - 1,8sb_i$	Sangat Rendah

Keterangan:

X = skor empiris

\bar{X}_i = rata-rata ideal

$$\bar{X}_i = \frac{1}{2} (\text{skor maks ideal} + \text{skor min ideal})$$

$$sb_i = \text{simpangan baku ideal}$$

$$sb_i = \frac{1}{6} (\text{skor maks ideal} - \text{skor min ideal})$$

Skor maks ideal= jumlah butir x skor tertinggi

Skor min ideal= jumlah butir kriteria x skor terendah (Widoyoko, 2009, p.238)

HASIL PENELITIAN

Instrumen dirancang berdasarkan hasil analisis spesifikasi tes. Instrumen tes yang dirancang berupa soal pilihan ganda dan uraian berdasarkan indikator pelajaran matematika SMP. Instrumen awal yang dirancang masing-masing kelompok sebanyak 10 soal pilihan ganda dan lima uraian.

Hasil rancangan soal selanjutnya dilakukan uji validasi. Uji validitas terdiri dari dua, yaitu validitas berdasarkan penilaian ahli dan berdasarkan uji empiris. Validitas oleh ahli yang menilai butir soal berdasarkan tiga aspek, yaitu: (1) kesesuaian dengan materi, dan (2) konstruksi soal, dan (3) aspek bahasa. Hasil analisis validitas menunjukkan rata-rata nilai V dari masing-masing validator lebih dari 0,3 dengan kriteria valid.

Selanjutnya soal yang telah direvisi berdasarkan saran ahli dan memenuhi kriteria valid dilakukan uji empiris. Uji empiris oleh mahasiswa dilakukan dengan memberikan instrumen kepada siswa SMP di Kota Bengkulu. Hasil uji coba dianalisis validitas, reliabilitas, daya pembeda dan tingkat kesukarannya.

Hasil estimasi reliabilitas menunjukkan bahwa dari 140 instrumen soal pilihan ganda yang diujicobakan terdapat 72 instrumen yang memenuhi kriteria valid dengan nilai rxy lebih dari 0,3. Selanjutnya dari 70 instrumen yang dikembangkan oleh mahasiswa terdapat 48 instrumen uraian yang memenuhi kriteria valid dengan nilai korelasi masing-masing instrumen lebih dari 0,3. Selanjutnya data uji empiris juga dilakukan analisis sehingga untuk instrumen pilihan ganda memiliki nilai reliabel rata-rata sebesar 0,72 dan pada soal uraian skor rata-rata nilai reliabel sebesar 0,68.

Selanjutnya hasil analisis tingkat kesukaran menunjukkan bahwa sebanyak 78 soal layak digunakan dengan kriteria sedang. Skor tingkat kesukaran masing-masing instrumen yang diterima berkisar antara 0,3 sampai 0,70. Adapun hasil dari analisis tingkat kesukaran instrumen adalah sebagai berikut.

Tabel 5 Hasil analisis Tingkat Kesukaran

Jenis Soal	Kategori	Jumlah Soal
Pilihan Ganda	Mudah	24
	Sedang	78
Uraian	Sukar	38
	Mudah	6
	Sedang	50
	Sukar	14

Di samping itu, hasil uji tingkat kesukaran menunjukkan bahwa sebanyak 46 instrumen pilihan ganda memiliki kriteria baik dan sebanyak 26 soal kriteria sangat baik. Sedangkan pada instrumen uraian terdapat 48 instrumen yang memenuhi kriteria daya pembeda minimal baik. Sebanyak 35 soal kriteria baik dan 13 instrumen yang memiliki kriteria sangat baik.

Respon mahasiswa terhadap pelaksanaan pengembangan diukur dengan memberikan lembar angket kepada mahasiswa setelah melaksanakan pengembangan. Angket yang

diberikan sebanyak 15 butir pernyataan. Adapun hasil analisis angket respon mahasiswa seperti pada tabel berikut.

Tabel 6 Analisis Respon Siswa

Kategori	Banyak Siswa	Persentase (%)
Sangat Tinggi	15	36,58
Tinggi	22	53,65
Cukup	4	9,77
Rendah	0	0
Sangat rendah	0	0
Total	41	100%

Tabel di atas menunjukkan bahwa respon mahasiswa menunjukkan bahwa sebanyak 15 orang (36,58%) pada kriteria sangat tinggi, sebanyak 22 orang (53,65%) kategori tinggi dan sebanyak 4 orang (9,77%) dengan kriteria cukup.

Kajian Produk Akhir

Pengembangan instrumen tes oleh mahasiswa program studi pendidikan matematika FKIP Universitas Bengkulu sebagai upaya meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam menyusun instrumen. Pengembangan instrumen dilandasi dari temuan latar belakang salah satunya tuntutan calon pendidik harus mampu mengembangkan instrumen tes untuk evaluasi dalam pembelajaran di sekolah.

Mahasiswa diberikan pemahaman dalam menyusun instrumen. Instrumen awal yang dirancang dilakukan uji validasi dari pertimbangan ahli. Dalam hal ini ahli adalah dosen prodi pendidikan matematika. Instrumen yang disusun telah memenuhi kriteria validitas yang terdiri dari validitas ahli dan empiris. Instrumen juga telah memenuhi kriteria reliabel, daya pembeda yang baik dan tingkat kesukaran sedang. Instrumen yang dikembangkan oleh mahasiswa telah memenuhi kriteria kualitas instrumen sehingga dapat digunakan oleh guru di sekolah menengah pertama khususnya di Kota Bengkulu.

Pengembangan instrumen yang dilaksanakan dapat meningkatkan respon mahasiswa. Hal ini menunjukkan bahwa pengembangan instrumen efektif dalam meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam mengembangkan instrumen.

Keterbatasan Penelitian

Adapun keterbatasan dalam penelitian ini diantaranya uji coba lapangan produk hanya terbatas pada beberapa sekolah di Kota Bengkulu. Penyusunan instrumen dilakukan secara berkelompok dan keterbatasan waktu sehingga tidak dapat dilakukan penyebaran. Masing-masing kelompok dibatasi dalam jumlah mengembangkan instrumen, yaitu 10 instrumen pilihan ganda dan 5 instrumen uraian.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pengembangan yang telah diuraikan diperoleh beberapa simpulan berikut:

1. Berdasarkan analisis uji validitas ahli menunjukkan bahwa instrumen memenuhi kriteria valid dengan rata-rata nilai V di atas 0,3. Instrumen yang diujicobakan sebanyak 210 soal yang terdiri dari 140 pilihan ganda dan 70 soal uraian.
2. Berdasarkan hasil uji empiris menunjukkan bahwa sebanyak 120 soal memenuhi kualitas instrumen yang baik yang terdiri 72 pilihan ganda dan 48 soal uraian. Instrumen berdasarkan kriteria valid, reliabel, daya pembeda minimal baik, dan tingkat kesukaran sedang.
3. Hasil respon mahasiswa menunjukkan bahwa sebanyak 15 orang (36,58%) pada kriteria sangat tinggi, sebanyak 22 orang (53,65%) kategori tinggi dan sebanyak 4 orang (9,77%) dengan kriteria cukup.

Saran Pemanfaatan Produk

Penelitian pengembangan instrumen ini menghasilkan sebuah produk instrumen tes matematika siswa SMP kelas VII, VII dan Kelas IX. Oleh karena itu, bagi guru matematika SMP menggunakan instrumen yang telah dikembangkan.

REFERENSI

- Arikunto, Suharsimi. (2013). *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan (Edisi Revisi)*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Djemari, Mardapi. (2008). *Pengukuran penilaian dan evaluasi pendidikan*. Yogyakarta: Nuha Litera
- Jihad, & Haris. (2012). *Evaluasi Pembelajaran*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Nitko, A.J. & Brookhart, S.M. (2011). *Educational assessment of students. Xth edition*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall Englewood Cliffs
- Retnawati, H. (2014). *Membuktikan validitas instrumen dalam pengukuran*. Diambil pada tanggal 8 Juli 2015 dari <http://www.evaluation-edu.com>
- Surapranata, S. (2009). *Analisis, validitas, reliabilitas, dan interpretasi hasil tes implementasi kurikulum 2004*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.
- Usman, M.U. (2006). *Menjadi guru profesional*. Bandung: Remaja Rosdakarya
- Widoyoko, E., P. (2009). *Evaluasi program pembelajaran panduan praktis bagi pendidik dan calon pendidik*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar

PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN ADVANCE ORGINIZER DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Kiki Nia Sania EffendI, Indrie Noor Aini

Program Studi Pendidikan Matematika

Universitas Singaperbangsa Karawang

qqeffendi@gmail.com

ABSTRACT

This research applying the learning model Advance Organizer with the aim to compare the mathematics learning outcomes of students who received application of learning models Advance Organizer with mathematics learning outcomes of students who received conventional learning model application. The method used in this study is a quasi-experimental method with a pretest-posttest design group. The subjects of this research were 90 students of class VII of the Junior High School in Bandung. The research instruments consisted of the test. The test used was the type of multiple-choice tests reasoned and description. The findings of this study indicate: learning outcomes of students who received Advance Organizer better learning than students who received conventional learning. Based on these conclusions, it should be the teacher can consider learning Advance Organizer can be used as an alternative learning in the classroom to improve students' mathematics learning outcomes.

Keywords: Advance Organizer learning, learning outcomes

PENDAHULUAN

Masalah klasik dalam pembelajaran matematika masih terlihat dan terasa , yaitu rendahnya hasil belajar matematika. Hal ini dapat dilihat dari nilai rata-rata ulangan harian matematika pada umumnya masih rendah . Terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi hasil belajar siswa. Biasanya apabila ada masalah dalam keluarga, belum siap untuk belajar, dan minat belajarnya kurang maka akan mempengaruhi hasil belajarnya. Secara garis besar dibagi menjadi faktor internal yaitu semua faktor yang berada di dalam diri siswa (seperti minat, bakat, kesiapan belajar) dan faktor eksternal yaitu semua faktor yang berada di luar diri siswa (misalnya guru). Ruseffendi (2006:8) mengemukakan bahwa siswa sebagai individu yang potensial tidak dapat berkembang banyak tanpa bantuan guru. Guru memegang peranan yang sangat penting dalam proses pembelajaran di kelas.

Salah satu faktor rendahnya prestasi belajar siswa adalah perencanaan dan implementasi pembelajaran yang dilakukan oleh guru matematika masih dilandasi sebagai transfer informasi. Meskipun guru telah memahami dan merencanakan beberapa model pembelajaran, misalnya model pembelajaran kontekstual, konstruktivisme, problem solving dan sebagainya, namun pembelajaran yang dilakukan oleh guru matematika yang dilandasi sebagai transfer informasi masih tetap dominan. Dalam hal ini peranan guru lebih dominan dibandingkan dengan peranan siswa sehingga dalam pembelajaran siswa menjadi kurang aktif. Padahal, pembelajaran yang terlalu berpusat pada guru, tanpa melibatkan siswa hanya akan membuat siswa jenuh dan tidak tertarik untuk belajar. Akibatnya siswa dalam menerima materi sangat rendah, pelajaran matematika menjadi tidak menarik, tidak disenangi, dan

dengan sendirinya pelajaran matematika akan terasa sulit.

Menurut Ausubel faktor tunggal yang sangat penting dalam proses belajar mengajar adalah apa yang telah diketahui oleh siswa berupa materi pelajaran yang telah dipelajarinya. Apa yang telah dipelajari siswa dapat dimanfaatkan dan dijadikan sebagai titik tolak dalam mengkomunikasikan informasi atau ide baru dalam kegiatan pembelajaran. Hal ini dimaksudkan agar siswa dapat melihat keterkaitan antara materi pelajaran yang telah dipelajari dengan informasi atau ide baru. Namun sering terjadi siswa tidak mampu melakukannya. Dalam kegiatan seperti inilah sangat diperlukan adanya alat penghubung yang dapat menjembatani informasi atau ide baru dengan materi pelajaran yang telah diterima oleh siswa. Alat penghubung yang dimaksud oleh Ausubel dalam teori belajar bermaknanya adalah "Advance Organizer".

Menurut Joyce dan Weil (Priksih, 2003) model pembelajaran Advance Organizer dikembangkan pertama kali pada tahun 1960-an oleh David Ausubel. Model pembelajaran ini terdiri dari tiga fase, yaitu fase penyajian Advance Organizer, fase penyajian tugas pembelajaran, fase penguatan struktur kognitif. Meskipun pembelajaran tradisional kurang mendapat tempat, tetapi jika pembelajaran tradisional dikombinasikan dengan suatu strategi yang memungkinkan siswa terbimbing untuk menguasai dan mengaplikasikan konsep-konsep dan prinsip, serta memandu dan melatih kemampuan pemecahan masalah, maka kemampuan tersebut dapat dicapai secara efektif (Ali, 2000). Berdasarkan uraian sebelumnya, maka dapat dirumuskan pertanyaan penelitian adalah apakah penerapan model Advance Organizer menghasilkan hasil belajar yang lebih baik daripada penerapan pembelajaran konvensional. Untuk itu penelitian ini bertujuan untuk mengetahui apakah hasil belajar dengan penerapan model Advance Organizer lebih baik daripada penerapan pembelajaran konvensional.

KAJIAN LITERATUR DAN PEGEMBANGAN HIPOTESIS

1. Model Pembelajaran Advance Organizer

Model pembelajaran adalah pola pembelajaran khusus yang direncanakan untuk mencapai tujuan belajar tertentu. Model pembelajaran disusun untuk mengarahkan belajar, dimana guru membantu siswa untuk memperoleh informasi, ide keterampilan, nilai, cara berpikir dan mengekspresikan dirinya (Joyce dalam Priksih, 2003). Model-model pembelajaran yang dikemukakan oleh Joyce & Weil (dalam Priksih, 2003) ada 23 model pembelajaran yang digolongkan dalam empat rumpun, yaitu:

- a. Behavioral Models, yang menekankan aspek perubahan perilaku di dalam belajar. Dalam kelompok ini terdapat model-model pembelajaran Contingency Management, Self Control Though Operant Methods, Training Model, Stress Reduction, Desensitization dan Assertiveness Training.
- b. Social Interaction, yang menekankan pada hubungan individu terhadap masyarakat atau orang lain. Model-model pembelajaran yang termasuk dalam kelompok ini adalah Group Investigation, Role Playing, Jurisprudential Inquiry, Laboratory Training, Social Simulation, dan Social inquiry.
- c. Personal Sources, yang penekanannya pada perkembangan individu yakni bagaimana individu membangun konsep dan mengorganisasikan realitas yang unik. Dalam kelompok ini terdapat beberapa model pembelajaran Nondirective Teaching, Synectics, Awareness Training, dan Classroom Meeting Models.
- d. Information Processing, yang penekanannya pada berpikir produktif, menggunakan keterampilan intelektual umum yang semuanya berasal dari akademik. Dalam kelompok ini terdapat model pembelajaran Concept Attainment, Inductive Thinking, Inquiry Training, Memory Model, Cognitive Growth, Biologocal Science Inquiry Model, dan Advance Organizers.

Model pembelajaran Advance Organizer adalah salah satu model pembelajaran dari rumpun pemrosesan informasi, sehingga dapat digunakan dalam pembelajaran untuk memahami konsep dalam matematika. Dalam konteks proses belajar mengajar, sasaran pembelajaran adalah siswa belajar. Maka untuk mengefektifkan proses belajar atau pemrosesan informasi, apa yang dipelajari seharusnya diorganisasi dari yang paling sederhana sampai pada yang kompleks. Proses pembelajaran dimulai dengan mengajarkan terlebih dahulu konsep umum dengan maksud sebagai pengorganisasi atau organizer bagi konsep-konsep turunannya.

Advance organizer adalah informasi yang disajikan sebelum belajar dan yang dapat digunakan oleh pembelajar untuk mengorganisir dan menginterpretasikan informasi masuk baru (Mayer, 2003). Menurut Mayer (2003) model pembelajaran Advance Organizer merancang terjadinya pembelajaran yang disusun secara bermakna, sehingga siswa dengan mudah menghubungkan atau merangkaikan materi yang lampau dengan materi yang baru, maka guru perlu memusatkan perhatian pada perilaku siswa artinya perilaku guru mengajar diharapkan sejalan dengan perilaku siswa belajar. Advance organizer terbaik dapat diklasifikasikan sebagai metode deduktif. metode atau penalaran deduktif memberikan aturan untuk mengikuti contoh kemudian menuju jawaban yang benar atau belajar.

Advance Organizer mempunyai tujuan memperkuat struktur kognitif dan menambah daya ingat (retention) informasi baru. Ausubel menjelaskan Advance Organizer sebagai pengantar materi yang dipresentasikan terlebih dahulu dan berada pada tingkat abstraksi yang tertinggi, sehingga tujuannya menjelaskan, mengintegrasikan dan menghubungkan materi dengan materi yang telah dimiliki sebelumnya. Pengorganisasian yang paling efektif adalah dengan menggunakan konsep-konsep dan proposisi yang telah dikenal sebelumnya oleh siswa (Joyce dalam Abiansyah, 2007). Pengorganisasian materi memperlihatkan gambaran dari isi materi yang harus disampaikan berupa konsep, proposisi, generalisasi, prinsip, dan hukum-hukum yang terdapat dalam kajian bidang studi. Menurut Hansiswany (2002) model pembelajaran Advance Organizer berhasil meningkatkan prestasi belajar siswa.

Model pembelajaran Advance Organizer menurut Joyce & Weil (Joyce dalam Prikasih, 2003) memiliki tiga langkah aktivitas, yaitu: penyajian Advance Organizer, penyajian tugas pembelajaran, dan penguatan struktur kognitif.

a. Penyajian Advance Organizer

Langkah pertama dikembangkan dengan menggunakan tiga aktivitas, yakni:

- 1) Klarifikasi tujuan pembelajaran, dimaksudkan untuk membangun perhatian peserta didik dan menuntun mereka pada tujuan pembelajaran yang keduanya merupakan hal yang penting untuk membantu terciptanya belajar bermakna.
- 2) Penyajian Advance Organizer dibangun meliputi konsep-konsep utama atau proposisi dari disiplin ilmu/ kajian bidang studi. Pertama-tama materi harus dikonstruksi sedemikian rupa sehingga siswa dapat menangkap gagasan utama. Dalam hal ini dilakukan penyajian identifikasi definisi yang merupakan abstraksi tingkat tinggi. Gambaran konsep atau proposisi yang esensial harus dikemukakan secara jelas dan hati-hati sehingga siswa mau melakukan eksplorasi baik berupa tanggapan maupun mengajukan contoh--contoh. Di sini proses sudah mulai memasuki kegiatan penyajian materi.

Pada bagian ini disarankan untuk diulang beberapa kali dan diterapkan dalam konteks yang berbeda untuk memperluas wawasan siswa.

- 3) Untuk membangun struktur kognitif yang terintegrasi perlu ditumbuhkan kesadaran siswa tentang pengetahuan dan pengalaman yang berhubungan dengan susunan penyajian. Di sini peran aktif siswa tampak dalam bentuk memberikan respon terhadap penyajian organisasi yang diberikan oleh guru.

b. Penyajian Tugas Pembelajaran

Dalam langkah kedua, dikembangkan dalam bentuk diskusi dan exploring mathematic yang masing-masing harus diarahkan pada tujuan pembelajaran yang ditunjukkan pada langkah pertama. Ada dua hal yang harus diperhatikan yaitu mengarahkan perhatian siswa dan membuat susunan materi belajar secara eksplisit sehingga siswa tetap memiliki perhatian langsung. Berkaitan dengan hal tersebut, presentasi harus memperhatikan hubungan logis antar materi sehingga siswa dapat melihat bagaimana materi berhubungan satu sama lain. Untuk memperluas struktur hirarki dalam proses belajar mengajar dapat dilakukan dengan cara:

- 1) Diferensiasi progresif yaitu suatu proses menguraikan masalah pokok menjadi bagian-bagian yang lebih rinci dan khusus. Jadi, guru dalam mengajarkan konsep-konsep harus yang paling inklusif kemudian konsep yang kurang inklusif setelah itu baru memberikan yang khusus seperti contoh-contoh.
 - 2) Rekonsiliasi integratif yaitu pengetahuan baru harus dihubungkan dengan isi pelajaran yang sebelumnya. Penyesuaian ini berguna untuk mengatasi atau mengurangi pertentangan kognitif. Dengan kata lain terdapat urutan yang diorganisasi secara berhubungan dengan materi konsep yang sudah dimilikinya.
- c. Penguatan Struktur Kognitif.

Tujuan dari langkah ini adalah mengaitkan materi baru dengan struktur kognitif siswa. Ausubel mengidentifikasi menjadi empat aktivitas, yaitu:

- 1) Menggunakan prinsip rekonsiliasi integratif yakni mempertemukan materi baru dengan struktur kognitif, hal ini dikembangkan oleh guru melalui:
 - a) Mengingatkan siswa tentang gambaran menyeluruh gagasan/ ide.
 - b) Menanyakan ringkasan dari atribut materi pelajaran yang baru.
 - c) Mengulangi definisi secara tepat.
 - d) Menanyakan perbedaan aspek-aspek yang terdapat dalam materi.
 - e) Menanyakan kepada siswa untuk menggambarkan bagaimana materi pelajaran mendukung konsep yang digunakan.
- 2) Belajar aktif, dapat dilakukan dengan cara:
 - a) Siswa menggambarkan materi baru dengan menghubungkannya melalui salah satu aspek pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya.
 - b) Siswa memberi contoh-contoh terhadap konsep yang berhubungan dengan materi pelajaran.
 - c) Siswa menceritakan kembali dengan menggunakan kerangka referensi yang dimilikinya.
 - d) Siswa menghubungkan materi dengan, pengalaman atau pengetahuan yang dimilikinya.
- 3) Pendekatan kritis dalam pengetahuan, dilakukan dengan menanyakan kepada siswa tentang asumsi atau pendapatnya yang berhubungan dengan materi pelajaran. Guru memberikan pertimbangan dan tantangan terhadap pendapat tersebut dan menyatukan kontradiksi apabila terjadi silang pendapat.
- 4) Klarifikasi, dapat terjadi kemungkinan munculnya pertanyaan karena kekurangjelasan. Guru melakukan klarifikasi dengan memberikan informasi baru atau mengaplikasikan gagasan ke dalam situasi baru atau contoh lain.

Dampak pembelajaran melalui Advance Organizer menurut Joyce & Weil (Abiansyah, 2007) adalah 1) dampak langsung, merupakan terbentuknya struktur konseptual dan terjadinya asimilasi bermakna dari informasi atau gagasan baru; 2) dampak nurturant, berupa kebiasaan untuk berpikir cepat dan munculnya perhatian terhadap kebiasaan inkuiri.

2. Hasil Belajar

Kegunaan dari hasil pengajaran penting artinya, agar siswa dapat menyelesaikan

permasalahan yang dihadapinya baik di lingkungan sekolah maupun di kehidupan sehari-hari di masyarakat dan keluarga. Keberhasilan pengajaran dapat dilihat dari belajar siswa. Menurut Adam (2004) Hasil belajar adalah pernyataan tertulis yang dilakukan siswa atau peserta didik pada akhir modul atau kualifikasi akhir dan diharapkan sukses.

Hasil belajar menekankan kepada diperolehnya informasi tentang seberapa jauh perolehan siswa dalam mencapai standar kompetensi yang ditetapkan. Sedangkan hasil pembelajaran merupakan proses sistematis untuk memperoleh informasi tentang sejauh mana keefektifan proses pembelajaran dalam membantu siswa mencapai tujuan pengajaran yang optimal. Dengan demikian proses belajar menentukan hasil belajar siswa. Menurut Dimiyati dan Mudjono hasil belajar adalah baik buruknya hasil dari kegiatan pembelajaran, sedangkan evaluasi pembelajaran menetapkan baik buruknya proses kegiatan pembelajaran.

Untuk mengetahui hasil belajar siswa diukur melalui suatu alat yang disebut tes hasil belajar. Menurut Ruseffendi tes hasil belajar atau alat evaluasi merupakan hasil yang dicapai seseorang atau siswa setelah mengikuti kegiatan pembelajaran.

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode eksperimen dengan menggunakan desain kelompok pretes- postes. Subjek penelitian dibagi atas dua kelompok, yaitu kelompok eksperimen dan kelompok kontrol. Kelompok eksperimen diberi perlakuan khusus, yaitu pembelajaran matematika melalui pendekatan Advance Organizer. Sedangkan kelompok kontrol tidak mendapat perlakuan khusus atau memperoleh perlakuan pembelajaran matematika biasa/konvensional. Perlakuan yang diberikan bertujuan untuk mengetahui seberapa besar pengaruh kedua tipe pembelajaran yang diterapkan terhadap hasil belajar siswa.

Model pembelajaran Advance Organizer merupakan suatu cara belajar untuk memperoleh pengetahuan baru yang dikaitkan dengan pengetahuan yang telah ada pada pembelajaran sebelumnya. Model pembelajaran Advance Organizer, memiliki tiga langkah aktivitas, yaitu: penyajian Advance Organizer, penyajian tugas pembelajaran, dan penguatan struktur kognitif. Hasil belajar adalah suatu perolehan informasi tentang seberapa jauh siswa dapat mencapai standar kompetensi yang ditetapkan. Hasil belajar dapat dilihat setelah melalui beberapa cara diantaranya tes.

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh kelas VII di SMPN 37 dengan sampel yang diperoleh berdasarkan teknik random sampling adalah siswa kelas VII.a sebagai kelas eksperimen dan kelas VII.c sebagai kelas kontrol. Teknik analisis data diperoleh data dari hasil tes matematika siswa pada materi segitiga. Sebelumnya instrument divalidasi terlebih dahulu. Selanjutnya data tes yang telah dikumpulkan diolah untuk di uji normalitas dan analisis inferensial menggunakan uji t dengan SPSS versi 17.0 for windows.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Hasil Penelitian

a. Pengolahan Data Pretes Berdasarkan data pretes hasil pengolahan data untuk masing-masing kelompok diperoleh data seperti terdapat pada Tabel 4.1

Tabel 4.1. *Nilai Maksimun, Minimum, Rata-rata dan Simpangan Baku Tes Awal*

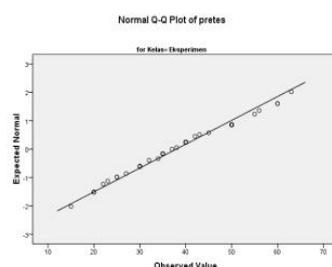
Kelompok	Tes Awal (Pretes)				
	N	Nilai Maksimum	Nilai Minimum	Rata-rata	Simpangan Baku
Eksperimen	45	63	15	37,93	11,91
Kontrol	45	60	10	34,04	12,47

Selanjutnya dilakukan uji normalitas terhadap dua kelompok. Pengujian tersebut dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dengan taraf signifikansinya adalah 0,05. “Tes normalitas menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov kriteria pengujian adalah signifikansi > 0,05, maka berdistribusi normal dan signifikansi < 0,05, maka tidak terdistribusi secara normal” (Priyatno, 2009:40). Adapun alat untuk mengolahnya adalah melalui program SPSS versi 17.0 for Windows. Tampilan outputnya seperti terdapat pada Tabel 4.2.

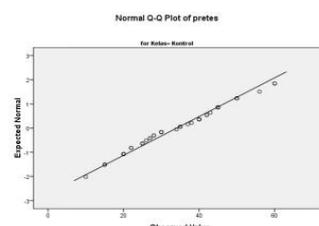
Tabel 4.2 *Output Normalitas*

Pre-Tes	Kelas	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	Df	Sig.
	Eksperimen	.111	45	.200*	.973	45	.362
	Kontrol	.094	45	.200*	.975	45	.448

Berdasarkan hasil perhitungan dengan uji statistik melalui program SPSS versi 17.0 for Windows dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov, diperoleh nilai probabilitas pada kolom signifikansi untuk kelompok eksperimen adalah 0,200 dan kelas kontrol adalah 0.200. Oleh karena nilai probabilitas kedua kelompok lebih dari 0,05, maka dapat dikatakan bahwa kelompok eksperimen dan kelompok kontrol berdistribusi normal. Pengujian normalitas dapat juga dilihat dari Grafik Q-Q plots pada Grafik 4.1



Grafik 4.1 Normaitas Q-Q Plot Tes Awal (Pretes) Kelompok Eksperimen



Grafik 4.2 Normlitas Q-Q Plot Tes Awal (Pretes) Kelompok Kontrol

Dari Grafik 4.1 dan Grafik 4.2 diperoleh bahwa data skor pretes siswa kelas eksperimen dan kelas kontrol berada atau menyebar disekitar garis lurus. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa data skor pretes untuk siswa kelas eksperimen dan siswa kelas kontrol atau kedua sampel tersebut berdistribusi normal (Santoso, 2001: 169).

Langkah berikutnya adalah menguji homogenitas variansi antara kelompok kontrol dan kelompok eksperimen dengan menggunakan uji Levene dengan taraf signifikansi 0,05 (Santoso, 2001: 169). Adapun alat untuk mengolahnya adalah melalui program SPSS versi 17.0 for Windows. Tampilan outputnya seperti terdapat pada Tabel 4.3 berikut ini:

Tabel 4.3 *Output Homogenitas Dua Varians Tes Pretes Kelompok Eksperimen dan Kelompok Kontrol*

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Pretests	Equal variances assumed	.301	.585	1.512	88	.134	3.889	2.572	-1.222	9.000
	Equal variances not assumed			1.512	87.819	.134	3.889	2.572	-1.222	9.000

Berdasarkan uji homogenitas varians dengan uji Levene pada Tabel 4.3 di atas, diperoleh bahwa nilai probabilitas pada kolom signifikansi sebesar 0,585 lebih besar dari 0,05, maka peneliti menyimpulkan bahwa siswa kelas eksperimen dan kelas kontrol berasal dari populasi-populasi yang mempunyai varians sama, atau kedua kelompok tersebut homogen.

Ternyata kedua kelompok tersebut berdistribusi normal dan memiliki variansi yang homogen, maka dilakukan uji kesamaan dua rerata dengan uji-t melalui program SPSS versi 17.0 for Windows dengan menu Independent Sample t-test dengan taraf signifikansinya 0,05. Tampilan outputnya seperti terdapat pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4 *Output Uji -t Tes Awal (Pretes) Kelompok Eksperimen dan Kelompok Kontrol*

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Pretests	Equal variances assumed	.301	.585	1.512	88	.134	3.889	2.572	-1.222	9.000
	Equal variances not assumed			1.512	87.819	.134	3.889	2.572	-1.222	9.000

assume
d

Pada Tabel 4.4, ternyata bahwa nilai probabilitas pada signifikansi (2-tailed) adalah 0,134. Dengan kriteria uji rata-rata terima H_0 , jika probabilitas $> 0,05$ sebaliknya jika probabilitas $< 0,05$ maka H_0 ditolak (Santoso, 2001: 245). Oleh karena nilai probabilitas $> 0,05$, maka H_0 diterima atau hasil belajar siswa yang akan memperoleh pembelajaran dengan pembelajaran advance organizer dan siswa yang akan memperoleh pembelajaran konvensional pada tes awal tidak berbeda secara signifikan.

Hipotesis dirumuskan dalam bentuk hipotesis statistik (uji dua pihak) sebagai berikut :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Keterangan:

H_0 : Hasil belajar siswa yang akan memperoleh pembelajaran dengan pembelajaran advance organizer dan siswa yang akan memperoleh pembelajaran konvensional pada tes awal tidak berbeda secara signifikan.

H_1 : Hasil belajar siswa yang akan memperoleh pembelajaran dengan pembelajaran advance organizer dan siswa yang akan memperoleh pembelajaran konvensional pada tes awal berbeda secara signifikan.

b. Pengolahan Data Hasil Postes

Dari hasil pengolahan data untuk masing-masing kelompok diperoleh data seperti terdapat pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Nilai Maksimum, Minimum, Rata-rata dan Simpangan Baku Tes Akhir

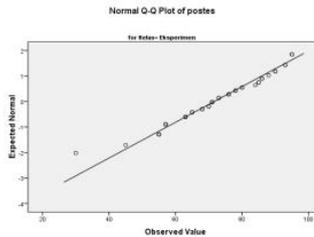
Kelompok	Tes Akhir (Postes)				
	N	Nilai Maksimum	Nilai Minimum	Rerata	Simpangan Baku
Eksperimen	45	95	30	71,67	14,28
Kontrol	45	90	30	64,44	12,53

Selanjutnya dilakukan uji normalitas terhadap dua kelompok. Pengujian tersebut dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dan taraf signifikansinya adalah 0,05. Adapun alat untuk mengolahnya adalah melalui program SPSS versi 17.0 for Windows. Tampilan outputnya seperti terdapat pada Tabel 4.

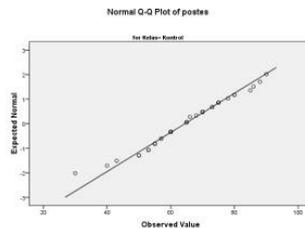
Tabel 4.6 Output Normalitas Distribusi Kelompok Eksperimen dan Kelompok Kontrol

	Kelas	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	Df	Sig.
Postes	Eksperimen	.077	45	.200*	.967	45	.226
	Kontrol	.083	45	.200*	.981	45	.649

Berdasarkan hasil perhitungan dengan uji statistik melalui program SPSS versi 17.0 for Windows dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov data skor postes, diperoleh nilai probabilitas pada kolom signifikansi untuk kelompok eksperimen adalah 0,200 dan kelas kontrol adalah 0,200. Oleh karena nilai probabilitas kedua kelompok lebih dari 0,05, maka dapat dikatakan bahwa kelompok eksperimen dan kelompok kontrol berdistribusi normal (Priyatno, 2009:40). Adapun pengujian normalitas dapat dilihat pada grafik Q-Q plots di bawah ini:



Grafik 4.3 Normlitas Q-Q Plot Tes Akhir (Postes) Kelompok Eksperimen



Grafik 4.4 Normlitas Q-Q Plot Tes Akhir (Postes)Kelompok Kontrol

Dari Grafik 4.3 dan Grafik 4.4, diperoleh bahwa data skor postes siswa kelas eksperimen dan kelas kontrol berada atau menyebar disekitar garis lurus. Dapat diartikan bahwa data skor postes untuk siswa kelas eksperimen dan siswa kelas kontrol atau kedua sampel tersebut berdistribusi normal (Priyatno, 2009:40).

Langkah kedua adalah menguji homogenitas variansi antara kelompok kontrol dan kelompok eksperimen dengan menggunakan uji Levene dengan taraf signifikansi 0,05 (Santoso, 2001: 169). Adapun alat untuk mengolahnya adalah melalui program SPSS versi 17.0 for Windows. Tampilan outputnya seperti terdapat pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Output Homogenitas Dua Varians Tes Pretes Kelompok Eksperimen dan Kelompok Kontrol

		Levene's Test		t-test for Equality of Means			95% Confidence Interval of the Difference			
		F	Sig.	t	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Postes	Equal variances assumed	1.002	.319	2.549	88	.013	7.222	2.833	1.592	12.852
	Equal variances not assumed			2.549	86.539	.013	7.222	2.833	1.591	12.854

Berdasarkan uji homogenitas varians dengan uji Levene pada Tabel 4.7 diperoleh bahwa nilai probabilitas pada kolom signifikansi sebesar 0,319 lebih besar dari 0,05, maka

peneliti menyimpulkan bahwa kemampuan siswa kelas eksperimen dan kelas kontrol mempunyai varians sama atau kedua kelompok tersebut homogen.

Tabel 4.8 Output Uji-t Tes Akhir (Postes) Kelompok Eksperimen dan Kelompok Kontrol

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	T	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Postes	Equal variances assumed	1.002	.319	2.549	88	.013	7.222	2.833	1.592	12.852
	Equal variances not assumed			2.549	86.539	.013	7.222	2.833	1.591	12.854

Berdasarkan tampilan output uji-t postes melalui program SPSS versi 17.0 for Windows yaitu Independent Sample t-test dengan asumsi kedua varians homogen (equal variances assumed) dengan taraf signifikansinya 0,05. Dengan kriteria uji rata-rata terima H_0 , jika probabilitas $> 0,05$ sebaliknya jika probabilitas $< 0,05$ maka H_0 ditolak (Santoso, 2001: 245). Pada Tabel 4.8, ternyata bahwa nilai probabilitas pada signifikansi (2-tailed) adalah 0,013. Oleh karena nilai probabilitas $< 0,05$, maka H_0 ditolak atau siswa yang memperoleh pembelajaran dengan pembelajaran advance organizer, hasil belajarnya lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.

Hipotesis tersebut dirumuskan dalam bentuk hipotesis statistik (Uji satu pihak) sebagai berikut :

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

Keterangan:

H_0 : Siswa yang memperoleh pembelajaran dengan pembelajaran advance organizer, hasil belajarnya tidak berbeda secara signifikan dengan siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.

H_1 : Siswa yang memperoleh pembelajaran dengan pembelajaran advance organizer, hasil belajarnya lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.

2. Pembahasan

Proses yang harus dikuasai oleh seorang guru erat kaitannya dengan tugas utama dari seorang guru sangat erat kaitannya dengan kegiatan pembelajaran sangatlah penting untuk dikaji. Guru bermakna sebagai pendidik profesional dengan tugas utama mendidik, mengajar, membimbing, mengarahkan, menilai, dan mengevaluasi peserta didik pada jalur pendidikan formal (Danim dan Khairil, 2010: 44). Tugas utama tersebut akan efektif tercermin dari kompetensi, kemahiran, kecakapan, atau keterampilan yang memenuhi standar mutu atau norma etik tertentu. Dalam hal ini seorang guru mampu menciptakan suasana belajar yang dapat membantu siswa memahami materi sehingga hasil belajarnya maksima.

Berdasarkan hasil penelitian, hasil belajar matematika siswa yang memperoleh pembelajaran Advance Organizer hasil belajarnya lebih baik daripada siswa yang mendapat pembelajaran konvensional. Terlihat dari hasil uji t yang menunjukkan nilai signifikansi $< 0,05$

yaitu 0,013. Hal ini sejalan dengan pendapat Hansiswany (2002) model pembelajaran Advance Organizer berhasil meningkatkan prestasi belajar siswa. Dengan kata lain hasil belajar siswa yang memperoleh pembelajaran Advance Organizer lebih baik daripada siswa yang mendapat pembelajaran konvensional. Siswa yang memperoleh pembelajaran dengan model Advance Organizer lebih cepat memahami materi, hal tersebut dikarenakan adanya pembelajaran yang disusun secara bermakna yang memudahkan siswa menghubungkan atau merangkaitkan materi yang lampau dengan materi yang baru, sehingga siswa mudah mengingat materi baru dan menyelesaikan soalnya. Hal ini sejalan dengan pendapat Joyce & Weil (dalam Abiansyah, 2007) bahwa pembelajaran advance organizer membentuknya struktur konseptual dan terjadinya asimilasi bermakna dari informasi atau gagasan baru dan membiasakan siswa untuk berpikir cepat dan munculnya perhatian terhadap kebiasaan inkuiri. Melihat hal ini, pembelajaran advance organizer dapat digunakan sebagai alternatif pembelajaran yang dapat hasil belajar dalam pembelajaran matematika.

Selain itu, berdasarkan pengamatan peneliti selama penerapan model pembelajaran advance organizer, terlihat bahwa siswa menjadi lebih aktif, merespon guru dalam belajar mengajar di setiap pertemuan, mereka tidak merasa malu untuk bertanya kepada guru dan temannya, serta menyelesaikan tugas dengan baik. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Ruseffendi bahwa sikap positif seorang siswa adalah dapat mengikuti pelajaran dengan sungguh-sungguh, dapat menyelesaikan tugas yang diberikan dengan baik, tuntas dan tepat waktu, berpartisipasi aktif dalam diskusi dan dapat merespon dengan baik tantangan yang diberikan. Meskipun pada awalnya mereka masih merasa canggung untuk bertanya kepada guru dan sulit untuk memahami pelajaran. Peneliti juga mengalami hambatan yaitu adanya pemberitahuan informasi di tengah-tengah pembelajaran yang mengganggu konsentrasi siswa belajar. Dari hasil tes dan pengamatan selama penelitian maka dapat diambil kesimpulan bahwa dengan diterapkannya pembelajaran advance organizer dapat mempengaruhi hasil belajar matematika siswa.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis data dan pengujian hipotesis, maka dapat disimpulkan bahwa: Hasil belajar siswa yang memperoleh pembelajaran advance organizer lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Seorang guru memiliki peran yang sangat besar dalam menciptakan kegiatan pembelajaran yang bermakna sehingga hasil belajar yang diperoleh siswa maksimal.

REFERENSI

- Abiansyah, T. (2007). *Advance Organizer untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep dan Keterampilan Berpikir Kritis Siswa pada Topik Hidrokarbon*. Tesis pada PPS UPI Bandung: Tidak diterbitkan.
- Adam, S. (2004). *Using Learning Outcomes: A consideration of the nature, role, application and implications for European education of employing 'learning outcomes' at the local, national and international levels*. Edinburgh, Scotland: Heriot-Watt University.
- Ali, M. (2000). "Mengembangkan Kemampuan Pemecahan Masalah, Kreatifitas, dan Moralitas". *Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah pada Siswa SLTP*. 1, (17), 1 - 8.
- Danim, Sudarwan dan Khairil. 2010. *Psikologi Pendidikan*. Bandung: Alfabeta.
- Hansiswany. (2002). *Model pembelajaran Pengemas Awal (advance Organizer) dalam Implementasi Kurikulum Sejarah di SD yang Menggunakan Pendekatan Kronologis*

dalam rangka Mengembangkan Aspek Berpikir Kesejarahan. Disertasi PPS UPI Bandung: Tidak diterbitkan.

Mayer, R, E. (2003). *“The promise of multimedia learning: using the same instructional design methods across different media. Learning and Instruction, 12, hlm. 125-141.*

Prikasih. (2002). *Penggunaan Model Pembelajaran Advance Organizer untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep dan Kemampuan Fisika. Tesis PPS UPI Bandung: Tidak diterbitkan.*

Priyatno, D. (2009). *5 Jam belajar olah data dengan SPSS 17. Yogyakarta: Andi.*

Ruseffendi, E.T.(2006). *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA. Bandung: Tarsito*

Santoso, S. (2001). *SPSS Versi 10. Jakarta: Gramedia.*

PENGEMBANGAN LKS MATEMATIKA BERBASIS *INQUIRY* DAN *MIND MAP* MATERI LINGKARAN KELAS VIII

Rezky Ramadhona

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Maritim Raja Ali Haji
rezkyramadhona@gmail.com

ABSTRACT

The purpose of this study is to develop valid, practical and effective student worksheet math based on inquiry and mind map for grade VIII circle subject. This study use a model of 4-D which consists of 4 stages: define, design, develop and disseminate. Data collection techniques are observation, questionnaire and test. The result of this studies are 1) student worksheet math based on inquiry and mind map for grade VIII circle subject is valid in aspect of content and construct. 2) student worksheet math based on inquiry and mind map for grade VIII circle subject is practical in aspect of utilizing, attraction and time. 3) student worksheet math based on inquiry and mind map for grade VIII circle subject is effective to increase activity and result of students learning.

Keywords: *student worksheet, inquiry, mind map, circle*

PENDAHULUAN

Matematika merupakan mata pelajaran yang sistematis, dimana matematika memiliki keterkaitan yang kuat antar konsep. Jika konsep yang satu belum bisa dipahami maka siswa akan susah untuk memahami konsep berikutnya. Pada umumnya siswa beranggapan bahwa mata pelajaran matematika berganti-ganti materi untuk setiap pertemuannya sehingga mereka tidak peduli jika mereka tidak memahami konsep dari materi tersebut.

Geometri merupakan salah materi yang ada di dalam matematika dan dipelajari untuk setiap tingkat pendidikan. Geometri merupakan materi matematika yang banyak ditemukan dalam kehidupan sehari-hari. Materi geometri ini meliputi geometri bidang dan geometri ruang. Menurut Moeharti (1986:12) geometri didefinisikan sebagai cabang matematika yang mempelajari titik, garis, bidang, dan benda-benda ruang serta sifat-sifatnya, ukurannya, dan hubungannya satu sama lain.

Mempelajari geometri harus secara terurut dengan urutan yang logis. Hal ini untuk memudahkan memahami konsep dasar dari geometri tersebut. Dengan konsep dasar yang kuat maka akan mudah untuk memahami konsep selanjutnya. Oleh karena itu guru harus menguasai konsep geometri yang akan diajarkan dan mengajarkannya dengan baik agar siswa juga dapat memahami konsepnya dengan baik pula.

Salah satu materi geometri yang dipelajari di Sekolah Menengah Pertama untuk siswa kelas VIII adalah Lingkaran, yang terdiri dari definisi lingkaran, unsur-unsur dan bagian lingkaran, keliling dan luas lingkaran serta garis singgung persekutuan dua lingkaran. Untuk mengajarkan konsep lingkaran maka sebaiknya siswa diajak untuk mengenalkan kaitan lingkaran dengan kehidupan sehari-hari. kemudian siswa dibimbing untuk menemukan sendiri konsepnya.

Selama ini pembelajaran yang terjadi pada materi lingkaran yaitu siswa diberikan konsep, pemberian contoh soal, dan mengerjakan latihan yang ada pada buku cetak, sehingga siswa disuruh untuk menghafal konsep. Ini mengakibatkan konsep tidak akan bertahan lama dalam ingatan siswa. Oleh karena itu, diperlukan strategi pembelajaran yang dapat melibatkan siswa secara aktif dalam menemukan konsep yang dipelajari. Untuk menjadikan siswa terlibat dalam menemukan konsep seharusnya guru sendiri yang membuat LKS sesuai dengan kebutuhan pembelajaran.

LKS merupakan sarana pendukung pelaksanaan pembelajaran yang bisa berisi materi maupun langkah-langkah untuk menyelesaikan tugas. Hal ini sejalan dengan yang disampaikan oleh Sudjana (1997: 134) bahwa, "Lembar kegiatan siswa memuat pelajaran yang harus dikuasai siswa. Susunan materi sesuai dengan tujuan pembelajaran yang akan dicapai, disusun langkah demi langkah sehingga mempermudah siswa belajar." Selain itu, Trianto (2010:111) menguraikan bahwa "LKS adalah panduan siswa yang digunakan untuk melakukan kegiatan penyelidikan atau pemecahan masalah". Dari uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa LKS merupakan alat bantu mengajar, yang berisi petunjuk-petunjuk kegiatan untuk menemukan konsep materi yang dipelajari.

Inquiry merupakan salah satu strategi dalam penyajian materi pelajaran untuk memperoleh pengetahuan yang dilakukan dengan cara menyelidikinya sendiri. Sanjaya (2011:196) mengatakan bahwa "Strategi pembelajaran *inquiry* adalah rangkaian kegiatan pembelajaran yang menekankan pada proses berpikir secara kritis dan analitis untuk mencari dan menemukan sendiri jawaban dari suatu masalah yang dipertanyakan". Senada dengan itu Gulo (2005) menyatakan bahwa: "*Inquiry* berarti suatu rangkaian kegiatan belajar yang melibatkan secara maksimal seluruh kemampuan siswa untuk mencari dan menyelidiki secara sistematis, kritis, logis, analitis, sehingga mereka dapat merumuskan sendiri penemuannya dengan penuh percaya diri". Jadi, dapat disimpulkan bahwa *inquiry* merupakan suatu rangkaian kegiatan pembelajaran yang melibatkan kemampuan intelektual siswa dalam memperoleh pengetahuan dengan cara menemukan sendiri jawaban dari permasalahan yang diberikan. Penggunaan LKS berbasis *inquiry* ini diharapkan mampu menuntun siswa untuk terlibat aktif dalam melakukan penemuan-penemuan terhadap konsep materi yang akan dipelajari.

Penggunaan *mind map* dalam pembelajaran dapat membantu siswa mengidentifikasi dengan jelas dan kreatif apa yang telah, sedang dan akan mereka pelajari. Hal ini sejalan dengan yang dikemukakan Buzan (2005:40) bahwa, "*Mind Map* memungkinkan kita melihat gambaran keseluruhan pada setiap waktu, dan memungkinkan kita melihat hubungan-hubungan atau keterkaitan- keterkaitan yang ada". Selain itu DePorter (2008:175) mengatakan bahwa, "*Mind Map* membantu siswa mengingat perkataan dan bacaan, meningkatkan pemahaman terhadap materi, membantu mengorganisasi materi, dan memberikan wawasan baru". Dari kutipan tersebut terlihat bahwa melalui penggunaan *mind map* dalam pembelajaran siswa dapat mengidentifikasi dengan jelas hubungan dan keterkaitan-keterkaitan yang ada dan menuntut siswa menggali kemampuan yang dimilikinya sehingga bisa berfikir lebih kreatif dan sistematis. Kebiasaan belajar yang demikian diharapkan berdampak baik terhadap hasil belajar siswa.

Berdasarkan uraian di atas, dikembangkan LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran untuk siswa kelas VIII.

Penelitian ini bertujuan (1) untuk mengetahui validitas LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran untuk siswa kelas VIII (2) untuk mengetahui praktikalitas LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran untuk siswa kelas VIII (3) untuk mengetahui efektivitas LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran untuk siswa kelas VIII.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan (*research and development*) dengan menggunakan model 4-D (*four-D models*) yang terdiri dari empat tahap. Menurut Thiagarajan dalam Trianto (2011:189) keempat tahap itu adalah pendefinisian (*define*), perancangan (*design*), pengembangan (*develop*), dan penyebaran (*disseminate*).

Prosedur pengembangannya adalah sebagai berikut:

(1) Tahap Pendefinisian (*define*), bertujuan untuk menentukan masalah dasar yang dibutuhkan dalam pengembangan LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran untuk siswa kelas VIII, dengan cara menganalisis kurikulum, analisis siswa, dan Analisis buku paket

(2) Tahap Perancangan (*design*), bertujuan untuk merancang LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran untuk siswa kelas VIII.

(3) Tahap pengembangan (*develop*), bertujuan untuk menghasilkan LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran untuk siswa kelas VIII yang valid, praktis, dan efektif.

(a) Uji validitas, LKS yang telah dirancang divalidasi oleh pakar matematika dan bahasa menggunakan lembar validasi. Aspek-aspek yang divalidasi adalah aspek didaktik, isi, bahasa, dan penyajian.

(b) Uji praktikalitas, Praktikalitas berkaitan dengan keterpakaian LKS oleh siswa dan guru. Setelah LKS dikatakan valid maka dilakukan uji coba untuk melihat kepraktisan LKS yang dihasilkan. Siswa dan guru diminta untuk mengisi angket kepraktisan LKS berbasis *inquiry* dan *mind map* setelah uji coba dilakukan. Aspek-aspek praktikalitas yang dilihat adalah kemudahan penggunaan, daya tarik dan waktu.

(c) Uji efektivitas, setelah LKS dikatakan praktis maka dilakukan uji efektivitas. Efektivitas LKS diketahui dari hasil belajar siswa setelah menggunakan LKS berbasis *inquiry* dan *mind map* dan aktivitas belajar siswa yang diamati selama pembelajaran berlangsung.

(4) Tahap Penyebaran (*disseminate*), merupakan tahap penggunaan LKS yang telah dikembangkan pada skala yang lebih luas, misalnya di kelas lain, di sekolah lain, atau oleh guru yang lain.

Instrumen pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah (a) Instrumen kevalidan terdiri atas lembar validasi LKS, dan lembar validasi instrumen. (b) Instrumen kepraktisan terdiri atas angket respon siswa dan guru terhadap LKS. (c) Instrumen keefektivan terdiri atas lembar observasi aktivitas siswa, dan tes hasil belajar siswa.

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah (1) Analisis Data Hasil Validasi, data hasil validasi diperoleh dengan menghitung rerata hasil validasi untuk setiap aspek dari seluruh validator. Setelah itu, nilai yang diperoleh dikonfirmasi dengan kriteria yang ditetapkan. LKS dikatakan valid jika rata-rata yang diperoleh lebih dari 2,4. (2) Analisis Data Kepraktisan LKS, angket respon siswa dan guru yang telah disusun dengan skala Likert dihitung dengan menjumlahkan skor yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan skor maksimum. Nilai yang diperoleh dikonfirmasi dengan kriteria yang ditetapkan. LKS dikatakan praktis jika pencapaian nilai praktikalitasnya $\geq 75\%$. (3) Analisis data keefektivan LKS, data observasi aktivitas siswa diperoleh dengan cara menghitung persentase siswa yang melakukan aktivitas sebagaimana terdapat pada lembar validasi. Aktivitas dikatakan banyak terjadi bila persentasenya ≥ 75 , sebaliknya aktivitas dikatakan sedikit bila persentasenya < 50 . Data hasil belajar yang diperoleh dibandingkan dengan Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) yang telah ditetapkan. LKS berbasis *inquiry* dan *mind map* ini dikatakan efektif jika lebih dari 70% siswa mendapatkan nilai ≥ 75 .

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil setiap tahapan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Tahap Pendefinisian (*define*), terdapat tiga tahap yang dilakukan yaitu

a. Tahap Analisis Kurikulum

Hasil analisis kurikulum SMP Kelas VIII semester II diketahui bahwa indikator pembelajaran menuntut siswa untuk dapat terlibat dalam menemukan konsep. Indikator dapat tercapai bila bimbingan guru dan bahan ajar yang digunakan mampu memfasilitasi siswa untuk dapat menemukan konsep sendiri. Standar Kompetensi untuk materi lingkaran ini adalah Menentukan unsur, bagian lingkaran, serta ukurannya. Kompetensi dasarnya yaitu: (1) menentukan unsur dan bagian-bagian lingkaran, (2) menghitung keliling dan luas bidang lingkaran, (3) menggunakan hubungan sudut pusat, panjang busur, luas juring dalam pemecahan masalah, (4) menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran.

b. Tahap Analisis Siswa

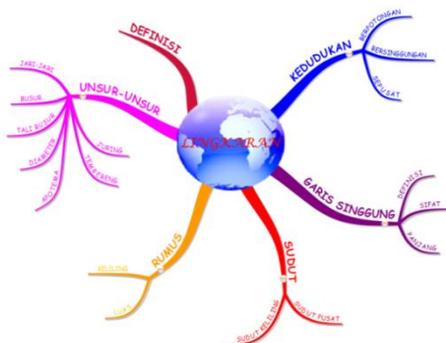
Hasil pengamatan terhadap siswa menunjukkan bahwa siswa memiliki rasa ingin tahu yang tinggi. Hal ini terlihat ketika penulis masuk ke ruang kelas untuk mengamati proses pembelajaran, banyak siswa yang bertanya tentang identitas peneliti kepada guru maupun bertanya secara langung. Siswa tidak fokus memperhatikan penjelasan guru. Mereka lebih suka berbicara dengan teman sebangku. Hal yang dibicarakan bukan tentang materi yang disajikan oleh guru Mudah lupa terhadap konsep yang telah dipelajarinya serta siswa lebih suka menggambar dari pada mencatat materi yang telah disampaikan guru.

c. Tahap Analisis Buku paket

Hasil analisis buku paket matematika SMP Kelas VIII semester 2 tentang materi lingkaran, menunjukkan bahwa secara umum isi buku telah sesuai dengan kurikulum. Soal-soal yang disajikan juga sudah beragam mulai dari pemahaman konsep hingga soal pemecahan masalah, namun cara penyajian materi belum melibatkan siswa untuk menemukan sendiri konsep yang dipelajari. Siswa tidak diberikan kebebasan untuk menggunakan cara mereka sendiri dalam kegiatan menemukan konsep, sehingga kreativitas siswa tidak berkembang

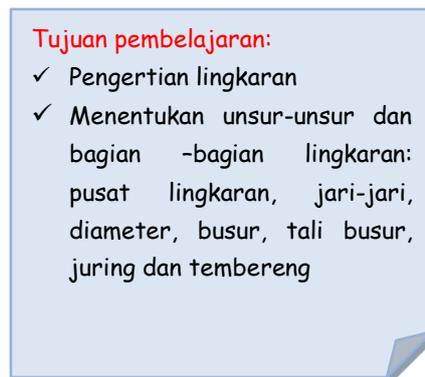
2. Tahap Perancangan (*Design*)

LKS yang dirancang membantu siswa dalam menemukan konsep. LKS dilengkapi dengan *mind map* tentang materi yang akan dipelajari siswa. *Mind map* yang ada di awal membantu siswa melihat materi secara keseluruhan dalam satu waktu. Berikut adalah *mind map* yang ada di awal LKS



Gambar 1. Mind Map Lingkaran

Setiap pertemuan selalu ada tujuan pembelajaran yang akan dicapai, sehingga siswa mengetahui apa tujuan dari pembelajaran yang dilakukan pada saat itu. Contoh penyajian tujuan pembelajaran dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Tujuan Pembelajaran

Untuk menemukan konsep siswa diberikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan konsep. Berikut contoh permasalahan sehari-hari yang ada di LKS.



Gambar 3. Permasalahan Sehari-hari

Siswa diberi kebebasan untuk menyelesaikan permasalahan yang diberikan dan dipandu dengan beberapa pertanyaan sesuai dengan langkah-langkah inquiry, sehingga siswa bisa mendapatkan solusinya. Di akhir kegiatan siswa diminta untuk membuat *mind map* sebagai kesimpulan mengenai materi yang dibahas.

3. Tahap Pengembangan (*develop*)

Tahap pengembangan ini bertujuan untuk menghasilkan LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran untuk siswa kelas VIII yang valid, dan praktis. Validasi LKS dilakukan oleh 4 orang pakar, yaitu 2 orang dosen matematika, 1 orang dosen bahasa, dan 1 orang guru matematika. Aspek yang diamati adalah aspek didaktik, isi, bahasa dan penyajian.

Secara umum validitas LKS dari aspek didaktik adalah 3,35 dengan kategori sangat valid. Hasil validasi menggambarkan bahwa LKS sudah sesuai dengan kompetensi yang ingin

dicapai. Langkah kegiatan telah dirumuskan berdasarkan tahapan *inquiry* sehingga memfasilitasi siswa untuk menemukan konsep sendiri. Jadi, dapat disimpulkan bahwa dari segi didaktik LKS yang dirancang sudah sangat valid. Hasil validasi LKS untuk aspek didaktik dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. *Aspek Didaktik*

No	Aspek Didaktik	Rata-rata	Kategori
1.	LKS dirancang sesuai dengan SK dan KD	4	Sangat valid
2.	Tujuan pembelajaran sesuai dengan SK dan KD	3,75	Sangat valid
3.	Langkah-langkah yang disajikan sesuai dengan tahapan pembelajaran <i>inquiry</i>	3	Valid
4.	Masalah yang disajikan dapat memfasilitasi siswa mengonstruksi pengetahuannya	3	Valid
5.	Masalah yang disajikan memfasilitasi siswa untuk menemukan konsep sendiri	3	Valid
Rata-rata		3,35	Sangat valid

Validitas LKS dilihat dari aspek isi adalah 3,19 dengan kategori valid. Ini menggambarkan bahwa masalah sehari-hari yang disajikan dalam LKS terkait dengan tujuan pembelajaran dan gambar yang ditampilkan dapat membantu siswa memahami konsep. Jadi, dapat disimpulkan LKS berbasis *inquiry* disertai *mind map* telah valid dari aspek isi. Hasil validasi LKS untuk aspek isi dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. *Aspek Isi*

No	Aspek Isi	Rata-rata	Kategori
1.	Masalah yang disajikan sesuai dengan tujuan pembelajaran	3	Valid
2.	Masalah yang disajikan dikaitkan dengan permasalahan sehari-hari	3,5	Sangat valid
3.	Gambar yang disajikan membantu pemahaman siswa	3	Valid
4.	Siswa dilibatkan membuat <i>mind map</i>	3,25	Sangat valid
Rata-rata		3,19	Valid

Dilihat dari aspek bahasa secara umum nilai validitas LKS adalah 3 dengan kategori valid. Ini berarti bahwa penggunaan kalimat pada LKS telah sesuai dengan kaidah bahasa Indonesia yang baik. Jadi, dapat disimpulkan bahwa LKS berbasis *inquiry* disertai *mind map* telah valid dari aspek bahasa. Hasil validasi LKS untuk aspek bahasa dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. *Aspek Bahasa*

No	Aspek Bahasa	Rata-rata	Kategori
1.	Kalimat yang digunakan sesuai dengan Bahasa Indonesia yang benar	3	Valid
2.	Bahasa yang digunakan sederhana dan mudah dipahami siswa	3	Valid

3.	Istilah-istilah yang digunakan sesuai dengan konsep yang menjadi pokok bahasan	3	Valid
	Rata-rata	3	Valid

Aspek terakhir yang divalidasi adalah aspek penyajian. Secara umum validitas LKS dari aspek didaktik adalah 3,00 dengan kategori valid. Jadi, dapat disimpulkan bahwa LKS berbasis *inquiry* disertai *mind map* telah valid dari aspek penyajian. Hasil validasi LKS untuk aspek penyajian dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. *Aspek Penyajian*

No	Aspek Penyajian	Rata-rata	Kategori
1.	Ilustrasi dan gambar memperjelas konsep	3	Valid
2.	Penggunaan font (jenis dan ukuran) huruf yang sesuai	3	Valid
3.	Desain cover sederhana dan menarik	3	Valid
	Rata-rata	3	Valid

Secara keseluruhan rata-rata uji validitas LKS adalah 3,14 dengan kategori valid. Jadi, dapat disimpulkan bahwa LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran untuk siswa kelas VIII telah valid.

LKS yang telah valid diujicobakan kepada siswa kelas VIII untuk menguji praktikalitas LKS sejauh mana manfaat, kemudahan penggunaan dan efisiensi waktu penggunaan LKS berbasis *inquiry* dan *mind map* oleh guru dan siswa.

Hasil uji praktikalitas menurut respon guru menunjukkan bahwa aspek penggunaan tingkat kepraktisannya 84% dengan kategori praktis, aspek daya tarik tingkat kepraktisannya 75 % dengan kategori praktis, dan aspek waktu tingkat kepraktisannya 88% dengan kategori sangat praktis. Rata-rata tingkat kepraktisan LKS adalah 83% dan nilai ini termasuk kategori praktis. Jadi, dapat disimpulkan bahwa LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran praktis menurut respon guru. Hasil analisis angket respon siswa, menunjukkan bahwa tingkat kepraktisan untuk aspek penggunaan 84% dengan kategori praktis, aspek penyajian 89% dengan kategori sangat praktis dan untuk aspek waktu 86 % dengan kategori sangat praktis. Rata-rata tingkat kepraktisan ketiga aspek praktikalitas LKS berbasis *inquiry* dan *mind map* menurut respon siswa adalah 86%. Jadi, dapat disimpulkan bahwa LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran sangat praktis menurut respon siswa.

Berdasarkan hasil uji validitas dan praktikalitas yang telah dilakukan maka dapat disimpulkan bahwa LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran sudah valid dan praktis.

4. Tahap Penyebaran (*disseminate*)

Tahap penyebaran dilakukan untuk melihat efektifitas LKS ditinjau dari aktivitas siswa selama pembelajaran dan hasil belajar siswa setelah menggunakan LKS. Tahap penyebaran yang dilakukan merupakan tahap penyebaran terbatas pada sekolah yang berbeda.

Aktivitas siswa yang diamati terdiri dari *visual activities*, *oral activities*, *motor activities*, *writing activities*, *drawing activities*, dan *emotional activities*. Aktivitas positif yang dilakukan siswa terletak antara 70% sampai dengan 100%, Aktivitas negatif yang dilakukan sangat sedikit sekali hanya berkisar 15%. Hasil observasi aktivitas belajar siswa dapat dilihat pada Tabel 5. Hasil belajar yang diperoleh dari tes yang diberikan dalam bentuk tes uraian sebanyak 5 butir soal dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 5. Hasil Aktivitas Siswa

No	Aspek yang diamati	Rata-rata (%)
1.	Membaca LKS	96
2.	Berdiskusi dengan teman sekelompok dalam mengerjakan LKS	86
3.	Mengemukakan pendapat	79,25
4.	Melakukan kegiatan <i>inquiry</i> yang ada pada LKS	97,5
5.	Mengerjakan soal latihan yang ada pada LKS.	96
6.	Membuat ringkasan dalam bentuk <i>mind map</i>	95,75
7.	Mengganggu teman, dll	15

Tabel 6. Hasil Belajar Siswa

	Ketuntasan		
	Tuntas	Belum tuntas	Total
Jumlah siswa	24	6	30
Persentase	80	20	100

Berdasarkan hasil analisis pada Tabel 6 dapat diketahui bahwa ada 6 dari 30 siswa tidak tuntas dalam pembelajaran. Ini berarti 80% peserta didik telah tuntas melaksanakan pembelajaran sedangkan 20% belum tuntas melaksanakan pembelajaran.

Dilihat hasil analisis aktivitas dan tes hasil belajar siswa yang telah diperoleh dapat disimpulkan bahwa LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* pada materi lingkaran sudah dapat dinyatakan efektif untuk meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa.

KESIMPULAN

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* untuk materi lingkaran kelas VIII. Berdasarkan hasil pengembangan serta penyebaran terbatas dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut:

(1) LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind map* untuk materi lingkaran kelas VIII yang valid ditinjau dari aspek didaktik, isi, bahasa dan penyajian. (2) LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind* untuk materi lingkaran kelas VIII yang praktis ditinjau dari kemudahan penggunaan, daya tarik dan waktu. (3) LKS matematika berbasis *inquiry* dan *mind* untuk materi lingkaran kelas VIII yang efektif ditinjau dari aktivitas siswa dan hasil belajar siswa.

REFERENSI

- Buzan, T. 2005. *Mind Map Untuk Meningkatkan Kreativitas*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama
- DePorter, B., Hernacki, M. 2008. *Quantum Learning: Membiasakan Belajar Nyaman dan Menyenangkan*. (Penerjemah: Alwiyah Abdurrahman). Jakarta: Kaifa.
- Gulo, W. 2005. *Strategi Belajar Mengajar*. Jakarta: Grasindo.
- Moeharti. 1986. *Sistem-sistem Geometri*. Jakarta: Karunia Universitas Terbuka.
- Sanjaya. 2011. *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Jakarta : Kencana Prenada Media Group.
- Sudjana, Nana. 1997. *Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar*. Bandung: Remaja Rosdakarya.

Trianto. 2010. *Model Pembelajaran Terpadu*. Jakarta: Bumi Aksara.

_____. 2011. *Mendesain Model Pembelajaran Inovatif-Progresif*. Jakarta: Prenada Media Group.

PERANGKAT PEMBELAJARAN UNTUK MATERI SEGIEMPAT MELALUI PEMBELAJARAN BERDASARKAN MASALAH SESUAI KURIKULUM 2013

Sakur , Atma Murni, Fadriati Ningsih
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan,
Universitas Riau
Email : sakurmed@gmail.com

ABSTRACT

This development research aims to develop mathematical learning device in the form of Learning Implementation Plan (RPP) and Worksheet Students (LKPD) according to the curriculum in 2013 on the subject matter of the quadrilateral through the application of problem-based learning. Development is carried out through the following stages: (1) the potential and problems; (2) data collection; (3) the design of the product; (4) design validation; (5) revision of the design; (6) product trials; (7) the revision of the product; (8) utility testing; and (9) the revision of the product. At stage of the potential and problems, the researchers conducted a needs analysis as KD analysis, analysis Characteristics of learners, and analysis of the material. In the data collection phase, researchers gather the necessary materials to design a learning device. Learning tools that have been developed and validated by three validator revised according to the results of validation and suggestions validator. The valid learning device then tested in two stages, the small group trial with subjects are eight students of class VII-4 SMPN 3 Tambang Pekanbaru and large group trial with subjects are 29 students of class VII-4 SMPN 3 Tambang Pekanbaru. Based on the data analysis and discussion can be concluded that the mathematics learning device appropriate curriculum 2013 on subject quadrilateral through the application of problem based learning are valid and is practical to use by learners class VII.

Keywords: *Mathematics Learning Device, Curriculum 2013, Research and Development, Problem Based Learning, Quadrilateral*

PENDAHULUAN

Tujuan pembelajaran matematika yang dicantumkan dalam Permendikbud Nomor 58 Tahun 2014 Kurikulum 2013 yaitu peserta didik dapat: (1) memahami konsep matematika; (2) menggunakan pola sebagai dugaan dalam penyelesaian masalah dan mampu membuat generalisasi berdasarkan fenomena atau data yang ada; (3) menggunakan penalaran pada sifat, melakukan manipulasi matematika baik dalam penyederhanaan, maupun menganalisa komponen yang ada dalam pemecahan masalah dengan konteks matematika maupun di luar matematika; (4) mengomunikasikan gagasan, penalaran, serta mampu menyusun bukti matematika dengan menggunakan kalimat lengkap, simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah; (5) memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan; (6) memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya; (7) melakukan kegiatan -kegiatan motorik yang

menggunakan pengetahuan matematika; dan (8) menggunakan alat peraga sederhana atau hasil teknologi untuk melakukan kegiatan-kegiatan matematika.

Hasil observasi yang dilakukan peneliti di SMPN 3 Tambang Pekanbaru pada semester genap 2015-2016 menunjukkan bahwa proses pembelajaran masih berpusat kepada peserta didik. Peserta didik masih belum aktif dalam kegiatan pembelajaran dikarenakan guru dominan dengan ceramah dalam penyajian materi pelajaran. Aktivitas yang dilakukan peserta didik dominan mendengar dan mencatat. Peserta didik jarang bertanya atau mengemukakan pendapat sehingga interaksi dan komunikasi antara peserta didik dengan guru maupun dengan peserta didik lainnya masih belum terjalin dengan baik.

Perangkat pembelajaran antara lain berupa Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yang disusun dan/atau digunakan oleh guru SMPN 3 Tambang Pekanbaru, masih mengacu pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) 2006. Perangkat pembelajaran tersebut kurang memfasilitasi peserta didik untuk belajar secara aktif dalam mengonstruksi pengetahuan.

Upaya untuk pencapaian tujuan pembelajaran matematika seperti yang tercantum dalam Permendikbud Nomor 58 Tahun 2014 maka seorang guru harus memiliki kreativitas dalam menyusun perangkat pembelajaran. Perangkat pembelajaran yang disusun hendaknya disesuaikan dengan situasi dan kondisi, serta karakteristik peserta didik. Dengan demikian perlu adanya pengembangan perangkat pembelajaran berbasis kurikulum 2013.

Perangkat pembelajaran yang paling utama menjadi pedoman bagi seorang guru dalam melaksanakan proses pembelajaran yakni Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD). RPP adalah panduan bagi guru dalam melaksanakan pembelajaran matematika di kelas. LKPD adalah panduan yang digunakan peserta didik untuk melakukan kegiatan belajar mencakup penyelidikan atau pemecahan masalah (Trianto, 2012).

Bagi mewujudkan kegiatan pembelajaran dengan peserta didik aktif, kreatif dan menyenangkan diperlukan model pembelajaran yang membuat peserta didik aktif berpartisipasi dalam proses pembelajaran. Salah satu model pembelajaran yang dapat membantu peserta didik belajar secara aktif mengonstruksi pengetahuan dan kreatif menyelesaikan masalah adalah Model Pembelajaran Berdasarkan Masalah (PBM). Pembelajaran berdasarkan masalah adalah proses pembelajaran yang titik awal pembelajaran dimulai berdasarkan masalah dalam kehidupan nyata (Suyatno dalam Permendikbud Nomor 58 Tahun 2014).

Sugeng Mardiyono (dalam Lili Somantri, 2012), menuliskan bahwa matematika sebagai ilmu dasar merupakan objek yang bersifat abstrak. Sifat abstrak ini mengakibatkan peserta didik sulit memahami materi pelajaran matematika. Salah satu materi pelajaran matematika yang dimaksud adalah geometri.

Berdasarkan hasil wawancara dengan guru bidang studi matematika di SMPN 3 Tambang Pekanbaru, diperoleh bahwa peserta didik mengalami kesulitan dalam memahami objek-objek geometri. Peserta didik membutuhkan sumber belajar yang dapat membantu mereka untuk mengonstruksi objek geometri yang bersifat abstrak menjadi konkret.

Materi geometri yang diajarkan pada peserta didik kelas VII antara lain adalah segiempat. Aplikasi beberapa bentuk dari segiempat banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari sehingga dapat memudahkan peserta didik memahami geometri secara nyata.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti terdorong untuk mengembangkan perangkat pembelajaran matematika berupa Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah.

METODE PENELITIAN

Penelitian yang dilakukan adalah penelitian pengembangan (*research and development*) yang bermaksud untuk menghasilkan perangkat pembelajaran matematika berupa Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah. Penelitian pengembangan ini mengadaptasi model pengembangan R&D oleh Borg and Gall (Sugiyono, 2008), langkah-langkah pengembangan adalah: (1) potensi dan masalah; (2) pengumpulan data; (3) desain produk; (4) validasi desain; (5) revisi desain; (6) uji coba produk; (7) revisi produk; (8) uji coba pemakaian; dan (9) revisi produk.

Subjek penelitian pada uji coba kelompok kecil adalah delapan peserta didik dengan kemampuan akademis yang heterogen dari kelas VII-4 SMPN 3 Tambang Pekanbaru tahun akademik 2015-2016. Subjek untuk uji coba kelompok besar adalah peserta didik kelas VII-4 SMPN 3 Tambang Pekanbaru tahun akademik 2015-2016 yang berjumlah 29 orang dengan kemampuan akademis yang heterogen. Instrumen pengumpul data pada penelitian ini adalah lembar validasi dan angket respon peserta didik. Lembar validasi menggunakan skala Likert yang terdiri dari empat alternatif jawaban, yaitu 1, 2, 3, dan 4 yang menyatakan sangat tidak sesuai, tidak sesuai, sesuai, dan sangat sesuai. Angket respon peserta didik menggunakan skala Guttman yang terdiri dari dua alternatif jawaban, yaitu Ya dan Tidak.

Teknik analisis data pada penelitian ini terdiri atas analisis lembar validasi dan analisis angket respon peserta didik. Analisis lembar validasi RPP dan LKPD menggunakan rumus berikut.

$$\bar{M}_v = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{V}_i}{n} \quad (\text{Anas Sudijono, 2011})$$

Keterangan:

- \bar{M}_v : rata-rata total validasi
- \bar{V}_i : rata-rata validasi validator ke-*i*
- n* : banyaknya validator

Penentuan rentang dapat diketahui melalui skor tertinggi dikurang skor terendah dibagi dengan skor tertinggi. Berdasarkan penentuan rentang tersebut diperoleh rentang **0,75**. Adapun kriteria validasi analisis rata-rata yang digunakan dapat dilihat tabel 1.

Tabel 1. *Kategori Validitas Perangkat Pembelajaran*

Interval	Kategori
$3,25 \leq \bar{x} < 4$	Sangat Valid
$2,50 \leq \bar{x} < 3,25$	Valid
$1,75 \leq \bar{x} < 2,50$	Kurang Valid
$1,00 \leq \bar{x} < 1,75$	Tidak Valid

Sumber: Suharsimi Arikunto, 2004

Data angket respon peserta didik dianalisis menggunakan Uji Q Cochran dengan prosedur uji statistiknya menurut Iqbal Hasan (2010) sebagai berikut:

1. Menentukan formulasi hipotesis
 - H_0 : peserta didik memberikan penilaian yang sama atau seragam
 - H_1 : peserta didik memberikan penilaian yang tidak sama atau tidak seragam
2. Menentukan taraf nyata (α) dan nilai χ^2 (khi kuadrat) tabel

- a. Taraf nyata yang digunakan adalah 5% (0,05)
- b. Nilai χ^2 memiliki derajat bebas $(db) = k - 1$

3. Menentukan kriteria pengujian
 H_0 diterima (H_1 ditolak) apabila

$$Q \leq \chi^2_{\alpha (db)}$$

H_1 diterima (H_0 ditolak) apabila

$$Q > \chi^2_{\alpha (db)}$$

4. Menentukan nilai uji statistik (Q)

$$Q = \frac{k - 1 [k \sum G_j^2 - (\sum G_j)^2]}{k \sum L_i - \sum L_i^2}$$

Keterangan:

G = jumlah sukses untuk kolom

L = jumlah sukses untuk baris

k = jumlah kelompok

5. Membuat kesimpulan
 Menyimpulkan H_0 diterima atau ditolak.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Desain Produk

Aktivitas yang dilakukan pada tahap ini terdiri dari analisis kebutuhan dan mendesain perangkat pembelajaran.

1. Analisis Kebutuhan

- a. Analisis KD

Analisis KD berguna untuk menetapkan Kompetensi Dasar (KD) yang dikembangkan dalam perangkat pembelajaran. Berdasarkan kajian terhadap silabus, ruang lingkup materi untuk pencapaian KD, dan telaah terhadap teori-teori belajar, maka peneliti memilih model pembelajaran berdasarkan masalah. Adapun KD yang terkait materi segiempat adalah sebagai berikut.

3.6 Mengidentifikasi sifat-sifat bangun datar dan menggunakannya untuk menentukan keliling dan luas.

4.7. Menyelesaikan permasalahan nyata yang terkait penerapan sifat-sifat persegi panjang, persegi, jajargenjang, trapesium, belahketupat, dan layang-layang.

- b. Analisis Karakteristik Peserta Didik

Subjek dalam penelitian ini adalah peserta didik kelas VII-4 SMPN 3 Tambang Pekanbaru yang rata-rata berusia 12-13 tahun. Pada usia ini kemampuan berpikir anak telah memasuki stadium operasional abstrak. Namun kenyataan kemampuan berpikir dan bernalar mereka masih berada dalam stadium operasional konkrit. Mereka belum mampu berpikir secara abstrak. Hal ini dikarenakan peserta didik masih mengalami tahap transisi dari stadium operasional konkrit ke stadium operasional formal. Peserta didik yang berada dalam tahap transisi ini sangat memerlukan bantuan dari guru untuk membiasakan mereka berpikir secara abstrak.

- c. Analisis Materi

Materi pokok segiempat yang dipelajari peserta didik kelas VII-4 SMPN 3 Tambang Pekanbaru, bukan materi baru yang mereka kenal. Peserta didik telah mendapatkan pengantar materi ini di Sekolah Dasar. Adapun materi prasyarat yang harus dipelajari oleh peserta didik adalah garis dan sudut. Berdasarkan kurikulum 2013 untuk kelas VII

Tabel 3. Hasil Validasi Perangkat Pembelajaran

No	Perangkat Pembelajaran	Pertemuan ke-						Rata-rata	Kategori Validasi
		1	2	3	4	5	6		
1.	RPP	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,79	Sangat Valid
2.	LKPD	3,8	3,8	3,9	3,8	3,8	3,8	3,82	Sangat Valid

semester genap, berdasarkan KD tersebut di atas maka diperoleh jalinan konsep materi segiempat yang disajikan sesuai KD yang disebutkan.

Materi pembelajaran disusun menjadi 6 pertemuan. Rincian materi pembelajaran dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 4. Materi Pembelajaran tiap Pertemuan

Pertemuan/RPP	Materi Pembelajaran	Alokasi Waktu
1	Persegipanjang	3 JP
2	Persegi	2 JP
3	Jajargenjang	3 JP
4	Trapesium	2 JP
5	Belahketupat	3 JP
6	Layang-layang	2 JP

2. Desain Perangkat Pembelajaran

Setelah melakukan analisis kebutuhan, peneliti selanjutnya mendesain perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah.

Validasi Produk

Desain perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah yang telah dibuat kemudian divalidasi oleh tiga orang validator. Validator dalam penelitian ini adalah dua orang dosen yang ahli dalam perangkat pembelajaran dan seorang guru mata pelajaran matematika. Hasil validasi perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah dapat dilihat tabel 3.

Revisi Desain

RPP dan LKPD yang telah divalidasi kemudian dianalisis dan digunakan sebagai landasan untuk merevisi desain. RPP dan LKPD direvisi sesuai dengan hasil penilaian dari validator.

1. Revisi RPP

Pada tahap ini peneliti melakukan revisi terhadap RPP berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah sesuai dengan penilaian pada lembar validasi, komentar, dan saran dari validator. Validator mengatakan bahwa kalimat dalam RPP masih bersifat umum, belum jelas apa yang akan dilakukan guru. Peneliti melakukan revisi pada langkah-langkah pembelajaran dalam RPP, sehingga mencerminkan kegiatan yang akan dilakukan guru di dalam kelas.

Selain itu, menurut validator indikator untuk penilaian sikap dan keterampilan kurang jelas. Saran validator sebaiknya indikator penilaian harus lebih rinci sehingga jelas sikap yang

akan diamati oleh guru. Untuk penilaian, peneliti mengacu kepada Permendikbud Nomor 53 Tahun 2015 tentang Panduan Penilaian untuk Sekolah Menengah Pertama (SMP). Pada penilaian sikap, peneliti menggunakan instrumen penilaian berupa lembar jurnal. Selanjutnya, menurut validator instrumen pada penilaian pengetahuan belum sesuai dengan tujuan pembelajaran. Peneliti merevisi dengan menyusun kisi-kisi tes terlebih dahulu, sehingga instrumen yang dibuat sesuai dengan tujuan pembelajaran.

2. Revisi LKPD

Pada tahap ini peneliti melakukan revisi terhadap LKPD berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah sesuai dengan penilaian pada lembar validasi, komentar, dan saran dari validator. Menurut validator sebaiknya dalam satu pertemuan LKPD, tahap pembelajaran berdasarkan masalah tidak diulang lagi. Saran validator, sebaiknya peserta didik diarahkan terlebih dahulu pada masalah-1, masalah-2, dan masalah-3, kemudian mengumpulkan semua informasi terkait materi yang dipelajari, dan terakhir menyelesaikan masalah. Namun kegiatan yang diulang dalam LKPD disini adalah pendekatan *scientific*. LKPD memuat 3 kegiatan yaitu kegiatan 1 tentang sifat-sifat segiempat, kegiatan 2 tentang keliling segiempat, dan kegiatan 3 tentang luas segiempat. Setiap kegiatan di dalam LKPD mengacu pada pendekatan *scientific* meliputi mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, dan menalar. Hal ini dilakukan agar peserta didik dapat lebih fokus dalam memahami materi pembelajaran. Peserta didik diarahkan terlebih dahulu untuk mengetahui sifat-sifat segiempat, baru kemudian menentukan keliling dan luas bangun datar segiempat.

Selain itu, menurut validator masalah yang terdapat dalam LKPD kurang tepat. Peneliti merevisi masalah yang terdapat dalam LKPD agar kontekstual sehingga peserta didik dapat memahami kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari. Selanjutnya, menurut validator penggunaan kalimat pada LKPD tidak efektif. Peneliti merevisi kalimat dalam LKPD dapat lebih komunikatif sehingga peserta didik dapat memahami materi yang dipelajari. Kemudian peneliti merevisi kegiatan-kegiatan pada LKPD sehingga sesuai dengan pembelajaran berdasarkan masalah.

Uji Coba Kelompok Kecil

Pada tahap uji coba kelompok kecil, perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah yang telah direvisi diuji cobakan kepada delapan peserta didik kelas VII-4 SMPN 3 Tambang dengan kemampuan akademis dan jenis kelamin yang heterogen. Peserta didik dipilih berdasarkan nilai Ulangan Harian pada semester genap tahun pelajaran 2015/2016. Tahap uji coba ini dilakukan pada hari Selasa/3 Mei 2016, Rabu/4 Mei 2016, Jum'at/13 Mei 2016, Sabtu/14 Mei 2016, Senin/16 Mei 2016, dan Selasa/17 Mei 2016. Peneliti kemudian memberikan angket yang harus diisi oleh peserta didik.

Peneliti kemudian menganalisis hasil angket respon peserta didik pada uji coba kelompok kecil dengan menggunakan uji Q Cochran. Dari hasil uji Q Cochran diperoleh nilai Q Cochran adalah 18 dan nilai χ^2 (khi kuadrat) dengan $\alpha = 5\%$ dan $db = 19$ adalah 30.14. Artinya, nilai Q Cochran lebih kecil dari nilai χ^2 ($18 < 30.14$). Dilihat dari nilai *Asymp.Sig.* = 0.522 yang berarti probabilitasnya lebih besar dari 0.05 ($0.522 > 0.05$). Hasil tersebut menunjukkan bahwa H_0 diterima. Dapat disimpulkan bahwa peserta didik memberikan nilai yang sama atau seragam. Hal ini menunjukkan bahwa respon peserta didik terhadap LKPD berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah sudah baik. Hasil uji Q Cochran pada uji coba kelompok kecil dapat dilihat pada tabel 4.

Tabel 4. Hasil Uji Q Cochran pada Uji Coba Kelompok Kecil

Test Statistics	
N	8
Cochran's Q	18.000 ^a
Df	19
Asymp. Sig.	.522

a. 1 is treated as a success.

Uji Coba Kelompok Besar

Pada tahap ini, perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah direvisi sesuai dengan hasil uji coba kelompok kecil. Perangkat pembelajaran selanjutnya diuji cobakan kepada 29 peserta didik kelas VII-4 SMPN 3 Tambang dengan kemampuan akademis yang heterogen. Peserta didik yang mengikuti tahap uji coba kelompok kecil juga mengikuti tahap uji coba kelompok besar. Hal ini disebabkan peneliti ingin melihat tingkat pemahaman peserta didik yang mengikuti dua kali tahap uji coba. Selain itu, peserta didik yang sudah mengikuti tahap uji coba kelompok kecil dapat mengetahui hasil revisi yang peneliti lakukan pada tahap uji coba kelompok kecil.

Tahap ini dilaksanakan pada hari Jum'at, 20 Mei 2016. Peneliti hanya melaksanakan uji coba kelompok besar untuk satu pertemuan pada materi persegi panjang. Peneliti tidak melaksanakan uji coba kelompok besar untuk semua pertemuan dikarenakan keterbatasan waktu. Peneliti melaksanakan uji coba kelompok besar di dalam kelas sesuai dengan jam pelajaran sekolah. Pada tahap ini, peneliti bertindak sebagai guru yang melaksanakan pembelajaran sesuai dengan RPP yang disusun dan peserta didik belajar menggunakan LKPD yang dikembangkan. Diakhir pembelajaran, peneliti memberikan angket yang harus diisi oleh peserta didik.

Peneliti kemudian menganalisis hasil angket respon peserta didik pada uji coba kelompok besar dengan menggunakan uji Q Cochran. Dari hasil uji Q Cochran diperoleh nilai Q Cochran adalah 19 dan nilai χ^2 (khi kuadrat) dengan $\alpha = 5\%$ dan $df = 19$ adalah 30.14. Artinya, nilai Q Cochran lebih kecil dari nilai χ^2 ($19 < 30.14$). Dilihat dari nilai *Asymp.Sig.* = 0.457 yang berarti probabilitasnya lebih besar dari 0.05 ($0.457 > 0.05$). Hasil tersebut menunjukkan bahwa H_0 diterima. Dapat disimpulkan bahwa peserta didik memberikan nilai yang sama atau seragam. Hal ini menunjukkan bahwa respon peserta didik terhadap LKPD berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah sudah baik. Hasil uji Q Cochran pada uji coba kelompok besar dapat dilihat pada tabel 5.

Tabel 5. Hasil Uji Q Cochran pada Uji Coba Kelompok Besar

Test Statistics	
N	29
Cochran's Q	19.000 ^a
Df	19
Asymp. Sig.	.457

a. 1 is treated as a success.

Revisi Produk

RPP dan LKPD yang telah diuji coba kelompok besar kemudian direvisi kembali sesuai dengan kebutuhan sehingga diperoleh perangkat pembelajaran berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah yang valid dan praktis.

Pembahasan

Penelitian pengembangan merupakan penelitian yang bertujuan untuk menghasilkan suatu produk. Adapun penelitian pengembangan yang dimaksud dalam penelitian ini adalah untuk mengembangkan perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah. Peneliti menggunakan model pengembangan R&D oleh Borg and Gall yang dimodifikasi oleh Sugiyono (2008).

Pada tahap-tahap pengembangan yang telah dilaksanakan, dihasilkan perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah yang kemudian divalidasi oleh tiga orang validator diantaranya dua dosen pendidikan matematika UR dan satu guru mata pelajaran matematika SMPN 3 Tambang. Berdasarkan analisis data hasil validasi oleh validator terhadap perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah, rata-rata skor untuk RPP adalah 3,79 dan rata-rata skor untuk LKPD adalah 3,82. Secara keseluruhan, perangkat pembelajaran dinilai sangat valid. Validator menyatakan perangkat pembelajaran layak diuji cobakan dengan revisi sesuai saran.

Setelah perangkat pembelajaran direvisi, perangkat pembelajaran diuji cobakan sebanyak dua kali yaitu uji coba kelompok kecil dan uji coba kelompok besar. Pada tahap uji coba, hasil uji Q Cochran menunjukkan bahwa respon peserta didik terhadap perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah sudah baik. Peserta didik menyatakan bahwa mereka dapat menggunakan LKPD dengan baik. Penjelasan materi pada LKPD mudah dipelajari dan bahasa yang digunakan mudah dimengerti. Peserta didik juga menyatakan tampilan LKPD menarik sehingga belajar menggunakan LKPD menjadi menyenangkan. LKPD dapat mempermudah peserta didik dalam memahami materi yang dipelajari.

Dari uraian hasil validasi dan hasil angket respon peserta didik terhadap perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah, dapat disimpulkan bahwa perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah sudah valid dan memenuhi syarat praktikalitas untuk digunakan oleh guru dan peserta didik kelas VII.

SIMPULAN DAN REKOMENDASI

Melalui penelitian pengembangan ini telah dihasilkan produk berupa perangkat pembelajaran matematika berbasis kurikulum 2013 pada materi pokok segiempat melalui penerapan pembelajaran berdasarkan masalah berupa RPP dan LKPD. Perangkat pembelajaran dinilai telah valid setelah melalui proses validasi oleh validator dan memenuhi syarat praktikalitas untuk digunakan peserta didik kelas VII setelah melalui dua kali tahap uji coba.

Dalam melaksanakan penelitian ini, peneliti telah mengalami berbagai kendala maupun keberhasilan. Untuk itu peneliti ingin memberikan beberapa rekomendasi yang berhubungan dengan penelitian pengembangan ini. Rekomendasi ditujukan kepada siapa saja yang berkeinginan untuk melakukan penelitian yang sama. Rekomendasi tersebut adalah sebagai berikut.

1. Pada penelitian pengembangan ini, peneliti membatasi perangkat pembelajaran matematika hanya untuk materi pokok segiempat kelas VII SMP. Peneliti menyarankan agar perangkat pembelajaran dapat dikembangkan untuk materi pokok lainnya.
2. Pada penelitian pengembangan ini, peneliti hanya melaksanakan uji coba kelompok besar untuk satu pertemuan pada materi persegi panjang. Peneliti tidak melaksanakan uji coba kelompok besar untuk semua pertemuan dikarenakan keterbatasan waktu. Peneliti menyarankan agar perangkat pembelajaran yang telah diuji cobakan dalam skala kecil dapat dilanjutkan untuk diuji cobakan dalam kelompok besar.

DAFTAR PUSTAKA

Anas Sudijono. 2011. *Pengantar Statistik Pendidikan*. Jakarta: Rajawali.

Iqbal Hasan. 2010. *Analisis Data Penelitian dengan Statistik*. Jakarta: Bumi Aksara.

Lili Somantri. 2012. *Upaya Meningkatkan Pemahaman Konsep Segitiga pada Mata Pelajaran Matematika Menggunakan Media Interaktif Flash bagi Peserta didik Kelas VII*. Diunduh dari <http://web.iaincirebon.ac.id/ebook/repository/127350037LILISOMANTRI%20SOMANTRI58451026ok.pdf>. Diakses pada tanggal: 2 Februari 2016.

Permendikbud Nomor 58 Tahun 2014. *Tentang Kurikulum 2013 Sekolah Menengah Pertama/ Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Kemendikbud.

Permendikbud Nomor 53 Tahun 2015. *Tentang Panduan Penilaian untuk Sekolah Menengah Pertama (SMP)*. Jakarta: Kemendikbud.

Sugiyono. 2008. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Penerbit Alfabeta.

Suharsimi Arikunto. 2004. *Evaluasi Program Pendidikan*. Jakarta: Bumi Aksara.

Trianto. 2012. *Model Pembelajaran Terpadu: Konsep, Strategi, dan mpelementasi dalam Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan*. Jakarta: Kencana.

**PELAKSANAAN KURIKULUM 2013 PADA BIDANG STUDI MATEMATIKA DI
SEKOLAH MENENGAH PERTAMA NEGERI (SMPN) KOTA PEKANBARU
TAHUN PELAJARAN 2016/2017**

Zulkarnain & Susda Heleni

Dosen Pendidikan Matematika FKIP UR

Email: stoper65@yahoo.com

ABSTRACT

Penelitian ini bertujuan (1) Mengetahui pelaksanaan kurikulum 2013 SMPN kota Pekanbaru pada bidang studi Matematika tahun pelajaran 2016/2017. (2) Mengetahui apa saja kendala yang dihadapi guru-guru Matematika SMPN kota Pekanbaru pada bidang studi Matematika tahun pelajaran 2016/2017 dalam pelaksanaan kurikulum 2013. Bentuk penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif, yang menggambarkan pelaksanaan kurikulum 2013 oleh guru-guru Matematika SMPN kota Pekanbaru dan kendala-kendala yang mereka hadapi. Subjek pada penelitian ini adalah guru-guru matematika tiga SMPN kota Pekanbaru yang melaksanakan kurikulum 2013 yaitu SMPN 1, SMPN 6 dan SMPN 23 kota Pekanbaru. Pengumpulan data dilakukan dengan mengadakan pengamatan dokumen, pembelajaran dan wawancara dengan guru matematika. Berdasarkan analisis data diperoleh bahwa pembelajaran yang dilakukan guru bidang studi matematika berdasarkan kurikulum 2013 di SMPN Pekanbaru belum berjalan dengan baik. Terdapat beberapa kendala dalam pelaksanaan kurikulum 2013 di SMPN Pekanbaru seperti, 1) guru kesulitan membuat Lembar Aktifitas Siswa; 2) kurangnya pengetahuan guru tentang model-model, strategi, atau pendekatan pembelajaran yang berpusat pada siswa; serta 3) kurangnya pemahaman guru tentang penilaian terutama penilaian keterampilan.

Kata Kunci: *Pelaksanaan, Kurikulum 2013, Matematika, SMPN*

PENDAHULUAN

Proses pembelajaran di kelas berkaitan erat dengan kompetensi guru, siswa, kurikulum serta sarana dan prasarana pendukungnya. Guru merupakan figur yang sangat krusial dalam proses pembelajaran di kelas, gurulah yang menentukan model, strategi, serta metode pembelajaran yang akan digunakan didalam kelas. Usman (2011) mengatakan bahwa guru merupakan pekerjaan yang memerlukan keahlian khusus. Tugas guru meliputi mendidik, mengajar, dan melatih. Mendidik berarti meneruskan dan mengembangkan nilai-nilai hidup. Mengajar berarti meneruskan dan mengembangkan ilmu pengetahuan dan teknologi. Sedangkan melatih berarti mengembangkan keterampilan-keterampilan pada siswa.

Pemerintah melalui Departemen Pendidikan dan Kebudayaan melakukan pembaharuan dan inovasi dalam bidang pendidikan, salah satunya adalah pembaharuan dan inovasi kurikulum, yakni lahirnya kurikulum 2013 (Kunandar, 2014). Lebih lanjut Kunandar mengatakan bahwa Kurikulum 2013 dikembangkan dengan penyempurnaan pola pikir sebagai berikut : (1) pola pembelajaran yang berpusat pada guru menjadi pembelajaran berpusat pada peserta didik. Peserta didik harus memiliki pilihan-pilihan terhadap materi yang

dipelajari untuk memiliki kompetensi yang sama; (2) pola pembelajaran satu arah (interaksi guru-peserta didik) menjadi pembelajaran interaktif (interaktif guru-peserta didik-masyarakat-lingkungan alam, sumber/media lainnya); (3) pola pembelajaran terisolasi menjadi pembelajaran secara jejaring (peserta didik dapat menimba ilmu dari siapa saja dan dari mana saja yang dapat dihubungi serta diperoleh melalui internet); (4) pola pembelajaran pasif menjadi pembelajaran aktif; (5) pola belajar sendiri menjadi belajar kelompok (berbasis tim); (6) pola pembelajaran alat tunggal menjadi pembelajaran berbasis alat multimedia; (7) pola pembelajaran berbasis missal menjadi kebutuhan pelanggan (*users*) dengan memperkuan potensi khusus yang dimiliki setiap peserta didik ; (8) pola pembelajaran ilmu pengetahuan tunggal (*monodiscipline*) menjadi pembelajaran ilmu pengetahuan jamak (*multidisciplines*); dan (9) pola pembelajaran pasif menjadi pembelajaran kritis.”

Sementara itu menurut Widyastono (2013), salah satu perubahan dalam kurikulum 2013 adalah adanya tambahan jam belajar ini dan pengurangan jumlah Kompetensi Dasar. Rasional perubahan ini menurut beliau adalah terjadinya perubahan proses pembelajaran, dimana pada kurikulum 2006 siswa diberitahu berubah menjadi siswa mencari tahu dalam pembelajaran. Proses penilaian juga terjadi perubahan, yaitu dari penilaian berbasis output pada kurikulum 2006 menjadi penilaian berbasis proses dan output dalam kurikulum 2013. Dengan adanya tambahan jam belajar ini dan pengurangan jumlah Kompetensi Dasar, guru memiliki keleluasaan waktu untuk mengembangkan proses pembelajaran yang berorientasi siswa aktif belajar.

Proses pembelajaran siswa aktif memerlukan waktu yang lebih panjang dari proses pembelajaran penyampaian informasi karena peserta didik perlu latihan untuk melakukan pengamatan, menanya, asosiasi, dan komunikasi. Proses pembelajaran yang dikembangkan guru menghendaki kesabaran dalam menunggu respon peserta didik karena mereka belum terbiasa. Selain itu bertambahnya jam belajar memungkinkan guru melakukan penilaian proses dan hasil belajar. Sehingga perubahan tersebut di atas harus disosialisasikan secara luas pada semua pihak yang berkepentingan secara langsung dengan pendidikan di sekolah maupun pihak lain yang berkepentingan.

Implementasi Kurikulum 2013 merupakan langkah yang berkesinambungan dari kurikulum sebelumnya yaitu Kurikulum Berbasis Kompetensi dan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan. Penyempurnaan kurikulum sebagai langkah untuk mencapai Tujuan Pendidikan Nasional. Perubahan kurikulum dilakukan sebagai salah satu langkah mengatasi berbagai persoalan kualitas moral bangsa, kualitas sumber daya manusia, dan tantangan perkembangan Ilmu Pengetahuan dan Teknologi.

Pelaksanaan Kurikulum 2013 menuntut kemampuan guru dalam penguasaan konsep esensial dan kemampuan pedagogi guru. Kurikulum 2013 menekankan pada domain sikap (spiritual, sosial), domain pengetahuan dan domain keterampilan. Keempat aspek ini selanjutnya akan menjadi dasar untuk penyusunan Kompetensi Inti (KI) dan penjabarannya menjadi Kompetensi Dasar (KD). Dalam kurikulum 2013, panduan pembelajaran dan buku ajar sudah ditetapkan dari pusat. Namun demikian guru dituntut untuk tetap dapat mengemas pembelajaran yang berorientasi pada aspek sikap, pengetahuan dan keterampilan.

Pelaksanaan kurikulum 2013 merupakan sesuatu yang baru bagi guru, tak terkecuali guru Matematika. Secara umum, guru Matematika harus mempunyai empat kompetensi yaitu kompetensi pedagogi, profesional, kepribadian dan sosial. Pada awal diluncurkannya kebijakan dan mulainya implementasi kurikulum 2013 telah menuai berbagai kontroversi. Menurut Alawiyah (2014) penyiapan kurikulum 2013 dinilai terlalu terburu-buru dan tidak mengacu pada hasil kajian yang sudah matang berdasarkan hasil evaluasi KTSP, dan kurang memperhatikan kesiapan satuan pendidikan dan guru. Padahal kurikulum ini mencakup beberapa perubahan penting baik dari sisi substansi, implementasi, sampai

evaluasi. Meskipun demikian, kurikulum 2013 tetap dilaksanakan secara bertahap mulai tahun pelajaran 2013/2014. Pada Tahun Ajaran 2013/2014, Kurikulum 2013 dilaksanakan secara terbatas untuk Kelas I dan IV SD/MI, Kelas VII SMP/MTs, dan Kelas X SMA/SMK/MA/MAK.

Tahun pelajaran baru 2014/2015 yang dimulai pada bulan Juli 2014 dan satuan pendidikan secara serentak mulai mengimplementasikan kurikulum 2013 yang merupakan perbaikan dari KTSP. Sejumlah kendala yang dapat ditemui dalam pelaksanaannya, antara lain terkait dengan anggaran, kesiapan pemerintah dalam menyiapkan perangkat kurikulum, kesiapan guru, sosialisasi, dan distribusi buku. Diantara semua daftar di atas, masalah utama yang sangat menghambat adalah kesiapan guru sebagai kunci keberhasilan implementasi kurikulum ini (Alawiyah, 2014).

Fakta terbaru tentang pelaksanaan kurikulum 2013 adalah pada semester genap 2014/2015, sekolah-sekolah yang baru melaksanakan kurikulum 2013 satu semester diberikan pilihan antara melanjutkan pelaksanaan kurikulum 2013 atau kembali pada kurikulum 2006 (Pernyataan Mendikbud RI). Kondisi ini menggambarkan ketidaksiapan pemerintah dalam hal ini Kemendikbud RI melaksanakan kurikulum 2013. Menurut Alawiyah (2014) Pemerintah belum mampu melatih semua guru. Masih banyak guru yang telah diberikan pelatihan belum memahami dalam mengimplementasikan kurikulum 2013. Hal ini dikarenakan beberapa kekurangan dalam proses pelatihan antara lain dari sisi waktu pelatihan yang terlalu singkat, metode pelatihannya yang lebih banyak difokuskan pada ceramah, teori, dan kompetensi instruktur itu sendiri. Padahal, proses penyiapan guru melalui pelatihan harus ditekankan pada perbaikan kualitas guru, dan hal ini harus ditunjang dengan pelatihan yang berkualitas pula. Hal ini yang harus terus ditingkatkan sehingga pelatihan bukan hanya sekedar formalitas kegiatan.

Kurikulum 2013 membawa perubahan mendasar peran guru dalam pembelajaran. Secara administratif, pemerintah pusat telah menyiapkan perangkat pelaksanaan pembelajaran yang tidak perlu lagi disiapkan oleh guru. Namun demikian, guru dituntut berperan secara aktif sebagai motivator dan fasilitator pembelajaran sehingga siswa akan menjadi pusat belajar. Menurut Alawiyah (2014) bukan persoalan yang mudah untuk mempersiapkan guru yang ideal seperti harapan kurikulum 2013 dalam waktu singkat, terutama untuk merubah *mindset* guru dari yang asalnya hanya bertugas untuk mengajar sementara dalam kurikulum 2013 guru harus mampu mengarahkan siswa untuk aktif, produktif. Hal ini menjadi kendala tersendiri bagi para guru karena tidak semua guru memiliki kompetensi tersebut. Selain itu, guru dituntut kesiapannya untuk melaksanakan kurikulum dalam waktu yang relatif singkat sementara perangkatnya belum disiapkan secara matang.

Kenyataan lain yang peneliti jumpai untuk menghadapi pelaksanaan kurikulum 2013 (wawancara penulis dengan para guru peserta PLPG tahun 2015 Rayon 05 Universitas Riau) guru SMP/M.Ts di Riau merasa kesulitan dalam menyusun perangkat pembelajaran (RPP dan penilaian) berdasarkan kurikulum 2013. Hal ini disebabkan karena mereka belum memahami dengan baik tentang kurikulum 2013. Dari pengakuan guru tersebut banyak hal-hal yang belum dipahami dari kurikulum 2013 tersebut, namun mereka harus melaksanakan kurikulum 2013 dengan segala keterbatasannya.

Berdasarkan kondisi-kondisi di atas, penulis berkeinginan mengadakan penelitian di SMP kota Pekanbaru tentang pelaksanaan kurikulum 2013 pada bidang studi Matematika. Dalam penelitian ini, penulis akan melihat pelaksanaan kurikulum 2013 pada bidang studi Matematika di SMP dan akan menginfentarisir permasalahan-permasalahan yang dihadapi guru-guru Matematika SMP dalam pelaksanaan kurikulum 2013 sehingga dapat dicarikan solusi untuk guru-guru SMP dalam pembelajarannya.

Berdasarkan hal di atas, dirumuskan pertanyaan penelitian yang menjadi rumusan masalah sebagai berikut.

- 1) Bagaimanakah pelaksanaan kurikulum 2013 di SMPN kota Pekanbaru pada bidang studi Matematika tahun pelajaran 2016/2017?
- 2) Apa saja kendala yang dihadapi guru-guru SMPN kota Pekanbaru pada bidang studi Matematika tahun pelajaran 2016/2017 dalam pelaksanaan kurikulum 2013?
Sementara itu penelitian ini bertujuan untuk:
 - 1). Mengetahui pelaksanaan kurikulum 2013 SMPN kota Pekanbaru pada bidang studi Matematika tahun pelajaran 2016/2017
 - 2). Mengetahui apa saja kendala yang dihadapi guru-guru matematika SMPN kota Pekanbaru tahun pelajaran 2016/2017 dalam pelaksanaan kurikulum 2013.

TINJAUAN PUSTAKA

Perkembangan kurikulum di Indonesia terjadi mulai tahun 1947, 1964, 1968, 1973, 1975, 1984, 1994, 1997, 2004, 2006 dan sampai pada Kurikulum 2013. Perkembangan kurikulum yang berkelanjutan didasarkan berbagai faktor. Hal ini dikuatkan oleh pendapatnya Oliva dalam Zulkarnain dan Heleni (2015), “curriculum is a product of its time, curriculum responds to and is changed by social forces, philosophical positions, psychological principles, accumulating knowledge, and educational leadership at its moments in history”. Dari pendapat tersebut, dapat disarikan bahwa perkembangan kurikulum menjawab berbagai tantangan yaitu perubahan social, aspek filosofis, perkembangan IPTEK. Pengembangan kurikulum mengacu pada Tujuan Pendidikan Nasional dalam UU Sisdiknas Nomor 20 Tahun 2003 pasal 3 yaitu ke arah berkembangnya potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokratis serta bertanggung jawab. Dalam tujuan tersebut terkandung empat aspek yaitu aspek spiritual, social, pengetahuan dan aspek keterampilan. Selanjutnya pada tiap jenjang pendidikan mengacu pada SKL (Standar Kompetensi Lulusan). SKL selanjutnya akan dijabarkan menjadi Kompetensi Inti dan Kompetensi Inti akan dijabarkan menjadi Kompetensi Dasar. Pencapaian SKL tersebut juga didasarkan pada Standar Proses, Standar penilaian dan standar lainnya dalam SNP (Standar Nasional Pendidikan).

Dalam Pedoman Pengembangan Kurikulum 2013 disebutkan bahwa pembelajaran Matematika di tingkat SMP dilaksanakan dengan berbasis keterpaduan. Pembelajaran Matematika di SMP dikembangkan sebagai mata pelajaran integrative science bukan sebagai pendidikan disiplin ilmu. Keduanya sebagai pendidikan berorientasi aplikatif, pengembangan kemampuan berpikir, kemampuan belajar, rasa ingin tahu, dan pembangunan sikap peduli dan bertanggung jawab terhadap lingkungan alam dan sosial. Integrative science mempunyai makna memadukan berbagai aspek yaitu domain sikap, pengetahuan, dan keterampilan.

Kurikulum 2013 adalah kurikulum berbasis kompetensi. Kurikulum berbasis kompetensi adalah *outcomes-based curriculum* dan oleh karena itu pengembangan kurikulum diarahkan pada pencapaian kompetensi yang dirumuskan dari Standar Kompetensi Lulusan (SKL). Standar Kompetensi Lulusan (SKL) adalah kriteria mengenai kualifikasi kemampuan lulusan yang mencakup sikap, pengetahuan, dan keterampilan.

Dalam struktur kurikulum SMP/MTs ada penambahan jam belajar per minggu dari semula 32, 32, dan 32 menjadi 38, 38 dan 38 untuk masing-masing kelas VII, VIII, dan IX. Sedangkan lama belajar untuk setiap jam belajar di SMP/MTs tetap yaitu 40 menit. Tambahan jam belajar ini dan pengurangan jumlah Kompetensi Dasar, guru memiliki keleluasaan waktu untuk mengembangkan proses pembelajaran yang berorientasi siswa aktif belajar. Proses pembelajaran siswa aktif memerlukan waktu yang lebih panjang dari proses pembelajaran penyampaian informasi karena peserta didik perlu latihan untuk melakukan pengamatan,

menanya, asosiasi, dan komunikasi. Proses pembelajaran yang dikembangkan guru menghendaki kesabaran dalam menunggu respon peserta didik karena mereka belum terbiasa. Selain itu bertambahnya jam belajar memungkinkan guru melakukan penilaian proses dan hasil belajar. (Kemendikbud 2013: Kompetensi Dasar SMP/M.Ts)

Kurikulum 2013 dikembangkan dengan penyempurnaan pola pikir sebagai berikut:

- 1) Pola pembelajaran yang berpusat pada guru menjadi pembelajaran berpusat pada peserta didik. Peserta didik harus memiliki pilihan-pilihan terhadap materi yang dipelajari untuk memiliki kompetensi yang sama;
- 2) pola pembelajaran satu arah (interaksi guru-peserta didik) menjadi pembelajaran interaktif (interaktif guru-peserta didik-masyarakat-lingkungan alam, sumber/media lainnya);
- 3) pola pembelajaran terisolasi menjadi pembelajaran secara jejaring (peserta didik dapat menimba ilmu dari siapa saja dan dari mana saja yang dapat dihubungi serta diperoleh melalui internet);
- 4) pola pembelajaran pasif menjadi pembelajaran aktif-mencari (pembelajaran siswa aktif mencari semakin diperkuat dengan model pembelajaran pendekatan sains);
- 5) pola belajar sendiri menjadi belajar kelompok (berbasis tim);
- 6) pola pembelajaran alat tunggal menjadi pembelajaran berbasis alat multimedia;
- 7) pola pembelajaran berbasis massal menjadi kebutuhan pelanggan (*users*) dengan memperkuat pengembangan potensi khusus yang dimiliki setiap peserta didik;
- 8) pola pembelajaran ilmu pengetahuan tunggal (*monodiscipline*) menjadi pembelajaran ilmu pengetahuan jamak (*multidisciplines*); dan
- 9) pola pembelajaran pasif menjadi pembelajaran kritis. (Permendikbud no 69 Th 2013)

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilaksanakan di SMPN kota Pekanbaru tahun pelajaran 2016/2017. Penelitian dilakukan pada semester ganjil tahun pelajaran 2016/2017. Bentuk penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif. Menurut Sanjaya (2013), penelitian deskriptif kualitatif adalah metode penelitian yang bertujuan untuk menggambarkan secara utuh dan mendalam tentang realitas sosial dan berbagai fenomena yang terjadi di masyarakat yang menjadi subjek penelitian sehingga tergambarkan ciri-ciri, karakter, sifat, dan model dari fenomena tersebut. Dalam penelitian ini, peneliti akan menggambarkan pelaksanaan kurikulum 2013 oleh guru-guru bidang studi Matematika SMPN kota Pekanbaru dan kendala-kendala yang mereka hadapi.

Subjek pada penelitian ini adalah guru-guru bidang studi Matematika dari tiga SMPN kota Pekanbaru yang melaksanakan kurikulum 2013. Informasi yang diperoleh dari Dinas Pendidikan kota Pekanbaru bahwa hanya ada SMPN kota Pekanbaru yang menggunakan kurikulum 2013 pada tahun ajaran 2016/2017, yaitu SMPN 1, SMPN 6, dan SMPN 23 kota Pekanbaru. Sehingga ketiga sekolah tersebut langsung diambil menjadi sampel dalam penelitian ini.

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri, dalam arti peneliti sangat berperan dalam mengumpulkan data dan melakukan analisis. Ada beberapa alasan mengapa peneliti berperan sebagai instrumen utama dalam penelitian ini, diantaranya proses pemberian makna terhadap data verbal yang dijamin dengan wawancara dan pengamatan terhadap pelaksanaan pembelajaran berdasarkan kurikulum 2013 hanya dapat dilakukan oleh peneliti.

Pengumpulan data adalah prosedur yang sistematis dan standar untuk memperoleh data yang diperlukan. Pengumpulan data tidak lain dari suatu proses pengadaan data primer untuk keperluan penelitian. Secara umum metode pengumpulan data dapat dibagi atas tiga kelompok, yaitu: 1) metode pengamatan; 2) metode dengan menggunakan pertanyaan

(wawancara); 3) metode khusus (Nazir dalam Zulkarnain, 2011). Dalam penelitian ini pengumpulan data menggunakan metode pengamatan dan metode menggunakan pertanyaan (wawancara).

Data mentah yang telah dikumpulkan peneliti tidak akan berguna jika tidak dianalisis. Analisis data dapat memberi arti dan makna yang berguna dalam memecahkan masalah penelitian. Analisis data adalah suatu kegiatan yang berupaya mencermati apakah persiapan proses dan hasil pekerjaan sudah sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai. Menurut Moleong (2007) proses analisis data dimulai dengan menelaah seluruh data yang tersedia dari berbagai sumber.

Data pengamatan merupakan data kualitatif sehingga dianalisis dengan analisis kualitatif. Menurut Bogdan & Biklen (1998) analisis data kualitatif adalah upaya yang dilakukan dengan jalan bekerja dengan data, mengorganisasikan data, memisah-misahnya menjadi satuan yang dapat dikelola, mensintesiskannya, mencari dan menemukan pola, menemukan apa yang penting, dan memutuskan apa yang dapat dideskripsikan pada orang lain.

Dalam penelitian ini, peneliti mengamati dengan menggunakan lembar pengamatan yang sudah dikategorikan, sehingga data yang diperoleh dengan lembar pengamatan tersebut sudah terpisah sesuai dengan kategorinya. Peneliti juga menggunakan catatan lapangan untuk mencatat peristiwa yang tidak termasuk dalam kategori yang dipersiapkan dalam lembar pengamatan.

Menurut Moleong (2007) wawancara adalah percakapan dengan maksud tertentu. Menurut beliau data hasil temubual berupa data kualitatif. Data hasil wawancara merupakan data yang cukup kompleks dan menurut Miles dan Huberman (dalam Zulkarnain, 2011) data yang kompleks ini dianalisis dengan teknik analisis kualitatif, yang salah satu modelnya adalah teknik interaktif. Analisis interaktif tersebut terdiri atas tiga komponen kegiatan yang terkait satu sama lainnya, yaitu: (i) reduksi data, (ii) pemaparan data, dan (iii) penarikan kesimpulan

Reduksi data merupakan proses menyeleksi, menentukan fokus, menyederhanakan, dan meringkas. Dalam proses ini dilakukan penajaman, pemilahan, pemfokusan, penyisihan data yang kurang bermakna, dan menyusunnya sehingga kesimpulan dapat diambil dan dapat diverifikasi (Supardi 2006). Dalam penelitian ini, pada tahap reduksi peneliti membuat transkripsi wawancara secara manual dan dibantu dengan alat perekam. Transkripsi tersebut adalah sebagai dasar penganalisisan data wawancara.

Setelah data direduksi, data siap dipaparkan. Dalam penelitian ini berbagai tema dan subtema data wawancara yang telah direduksi dipaparkan dalam bentuk narasi. Pemaparan data yang baik akan memudahkan pemahaman terhadap apa yang terjadi sehingga memudahkan penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1). Hasil Penelitian

Pada bagian hasil penelitian ini diberikan hasil pengamatan dan wawancara tentang perencanaan pembelajaran yakni silabus, Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP), penilaian, Lembar Aktifitas Siswa (LAS), dan pelaksanaan pembelajaran di kelas. Berikutnya diberikan hasil penelitian tentang pelaksanaan kurikulum 2013 oleh guru bidang studi Matematika di SMPN kota Pekanbaru.

a. Silabus

Hasil pengamatan dokumen silabus yang digunakan guru-guru Matematika SMPN kota Pekanbaru diperoleh bahwa ada dua bentuk silabus yang digunakan, yaitu (1) silabus yang diterbitkan oleh Kemendikbud tahun 2013 yang sesuai dengan Permendikbud nomor 22

tahun 2016. (2) Silabus yang diberikan nara sumber nasional pada saat guru-guru Matematika mengikuti pelatihan pelaksanaan kurikulum 2013 yang hanya terdiri dari tiga kolom dan silabus ini tidak sesuai dengan komponen yang ada pada Permendikbud nomor 22 tahun 2016.

a. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)

Guru-guru Matematika SMPN kota Pekanbaru sudah membuat RPP sesuai dengan format Permendikbud nomor 22 tahun 2016. RPP yang dibuat gurupun sudah mencantumkan pelaksanaan pembelajaran dengan pendekatan saintifik dan model pembelajaran yang dianjurkan oleh Permendikbud nomor 22 tahun 2016. Namun RPP yang dibuat bukan berdasarkan silabus yang sudah dikemas dengan baik.

b. Lembar Aktifitas Siswa (LAS)

LAS merupakan pusat kegiatan pembelajaran pada kurikulum 2013 atau dapat dikatakan merupakan rohnya kurikulum 2013. Namun dari hasil pengamatan dokumen dan pelaksanaan pembelajaran guru tidak mempunyai LAS yang dibuat oleh guru sendiri yang sesuai dengan karakteristik pembelajaran kurikulum 2013, yaitu siswa mencari tahu, menemukan konsep, dan rumus dari materi yang dipelajari. Kalaupun ada lembar kerja yang digunakan adalah lembar kerja yang berisikan ringkasan materi dan kumpulan soal yang tidak sesuai dengan prinsip pembelajaran kurikulum 2013.

c. Penilaian

perancangan strategi penilaian oleh guru dilakukan pada saat penyusunan rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) berdasarkan silabus. Penilaian hasil belajar siswa pada pendidikan dasar dan pendidikan menengah meliputi aspek: (1) Sikap; (2) Pengetahuan; dan (3) Keterampilan. Penilaian aspek sikap dilakukan melalui observasi/pengamatan dan teknik penilaian lain yang relevan, dan pelaporannya menjadi tanggungjawab wali kelas atau guru kelas (Permendikbud nomor 23 tahun 2016).

Menurut Permendikbud di atas, penilaian yang menjadi tanggung jawab guru mata pelajaran Matematika di SMP adalah penilaian pengetahuan dan keterampilan. Hasil pengamatan terhadap RPP yang dibuat guru yang di dalamnya ada format penilaian diperoleh bahwa guru telah membuat format penilaian pengetahuan, namun belum mencantumkan format penilaian keterampilan.

d. Pelaksanaan Pembelajaran di Kelas

Proses Pembelajaran pada satuan pendidikan diselenggarakan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang dan memotivasi siswa untuk berpartisipasi aktif dalam pembelajaran (Permendikbud nomor 22 tahun 2016). Pola pembelajaran yang diharapkan dalam kurikulum 2013 adalah pola pembelajaran berpusat pada guru menjadi pembelajaran berpusat pada peserta didik (Permendikbud nomor 69 tahun 2013). Hasil pengamatan pelaksanaan pembelajaran di dalam kelas diperoleh bahwa pelaksanaan pembelajaran masih berpusat pada guru. Guru masih mendominasi pelaksanaan pembelajaran. Metode pembelajaran yang digunakan adalah dominan menggunakan metode ekspositori yang berpusat pada guru.

e. Kendala-Kendala Pelaksanaan Kurikulum 2013 di SMP

Hasil wawancara dengan guru matematika di sekolah sampel diperoleh bahwa guru matematika mengalami kesulitan dalam melaksanakan kurikulum 2013 disebabkan beberapa hal sebagai berikut: 1) guru kesulitan membuat Lembar Aktifitas Siswa; 2) kurangnya pengetahuan guru tentang model-model, strategi, atau pendekatan pembelajaran yang berpusat

pada siswa; serta 3) kurangnya pemahaman guru tentang penilaian terutama penilaian keterampilan.

2). Pembahasan Hasil Penelitian

Silabus merupakan acuan penyusunan kerangka pembelajaran untuk setiap bahan kajian mata pelajaran. Silabus paling sedikit memuat: a). Identitas mata pelajaran; b). Identitas sekolah meliputi nama satuan pendidikan dan kelas; c). Kompetensi inti; d). Kompetensi dasar; e). Materi pokok; f). Pembelajaran; g). Penilaian; h). Alokasi waktu; dan i). Sumber belajar. Silabus dikembangkan berdasarkan Standar Kompetensi Lulusan dan Standar Isi untuk satuan pendidikan dasar dan menengah sesuai dengan pola pembelajaran pada setiap tahun ajaran tertentu. Silabus digunakan sebagai acuan dalam pengembangan rencana pelaksanaan pembelajaran (Permendikbud nomor 22 tahun 2016). Berdasarkan keterangan Permendikbud di atas, begitu lengkapnya silabus yang seharusnya dikemas oleh guru sehingga silabus benar-benar dapat berguna untuk acuan mengembangkan rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP). Jika silabus sudah dikemas dengan baik, silabus juga bisa menjadi pedoman dalam membuat lembar aktifitas siswa (LAS). Namun dari hasil pengamatan silabus guru didapat bahwa guru hanya mengambil secara langsung silabus yang diterbitkan Kementerian Pendidikan Nasional tanpa mengemasnya menjadi silabus yang dapat dijadikan pedoman pembuatan RPP dan LAS. Bahkan silabus terakhir yang diperoleh guru matematika dari pelatihan kurikulum 2013, silabus yang diberikan hanya berisikan ruang lingkup materi yang akan diajarkan pada kelas VII, VIII, dan IX.

Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) adalah rencana kegiatan pembelajaran tatap muka untuk satu pertemuan atau lebih. RPP dikembangkan dari silabus untuk mengarahkan kegiatan pembelajaran peserta didik dalam upaya mencapai Kompetensi Dasar (KD) (Permendikbud nomor 22 tahun 2016). Hasil pengamatan terhadap RPP yang dibuat guru sudah sesuai dengan format Permendikbud nomor 22 tahun 2016. RPP yang dibuat gurupun sudah mencantumkan pelaksanaan pembelajaran dengan pendekatan saintifik dan model pembelajaran yang dianjurkan oleh Permendikbud nomor 22 tahun 2016. Namun RPP yang dibuat guru bukan dikembangkan berdasarkan silabus yang sudah dikemas. Guru membuat RPP berdasarkan pengalaman mengajar materi pada tahun-tahun sebelumnya.

Pelaksanaan pembelajaran merupakan implementasi dari RPP, meliputi kegiatan pendahuluan, inti dan penutup. Prinsip pembelajaran yang digunakan dalam kurikulum 2013 adalah dari siswa diberi tahu menuju siswa mencari tahu (Permendikbud nomor 22 tahun 2016). Hal ini dapat terlaksana jika guru menggunakan LAS dalam pembelajaran. Namun yang terjadi adalah guru matematika tidak memiliki LAS yang dapat mengaktifkan siswa dalam pembelajaran. Sehingga dalam pembelajaran guru matematika umumnya masih dominan menggunakan metode ekspositori yang pembelajarannya berpusat pada guru.

Penilaian hasil belajar peserta didik pada pendidikan dasar dan pendidikan menengah meliputi aspek: a). sikap; b). pengetahuan; dan c). keterampilan. Penilaian sikap merupakan kegiatan yang dilakukan oleh pendidik untuk memperoleh informasi deskriptif mengenai perilaku peserta didik. Penilaian pengetahuan merupakan kegiatan yang dilakukan untuk mengukur penguasaan pengetahuan peserta didik. Penilaian keterampilan merupakan kegiatan yang dilakukan untuk mengukur kemampuan peserta didik menerapkan pengetahuan dalam melakukan tugas tertentu. Penilaian pengetahuan dan keterampilan dilakukan oleh pendidik (Permendikbud nomor 23 tahun 2016). Guru matematika sudah terbiasa melakukan penilaian pengetahuan, namun masih kesulitan dalam melakukan penilaian keterampilan. Guru matematika mengalami kesulitan dalam membuat pedoman penilaian keterampilan.

KESIMPULAN DAN SARAN

1). Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan penelitian diperoleh bahwa:

- (a) Pembelajaran yang dilakukan guru bidang studi matematika berdasarkan kurikulum 2013 di SMPN kota Pekanbaru belum berjalan dengan baik.
- (b) Terdapat beberapa kendala dalam pelaksanaan kurikulum 2013 di SMPN kota Pekanbaru seperti, 1) guru kesulitan membuat Lembar Aktifitas Siswa; 2) kurangnya pengetahuan guru tentang model-model, strategi, atau pendekatan pembelajaran yang berpusat pada siswa; serta 3) kurangnya pemahaman guru tentang penilaian terutama penilaian keterampilan.

2). Saran

Berdasarkan kesimpulan di atas, dapat disarankan:

- (1) Penambahan pemahaman guru tentang model-model, strategi atau pendekatan pembelajaran dan penilaian.
- (2) Mengingat pentingnya LAS dan kuantitas LAS yang akan dibuat cukup banyak dan kuantitas guru matematika SMPN kota Pekanbaru cukup banyak maka perlu mengaktifkan MGMP bidang studi matematika dalam membuat LAS.
- (3) Pendampingan dari tenaga ahli tentang pelaksanaan kurikulum 2013.

DAFTAR PUSTAKA

- Alawiyah, Faridah. 2014. Kesiapan Guru dalam Implementasi Kurikulum 2013. Info Singkat Kesejahteraan Sosial Vol. VI, No. 15/I/P3DI/Agustus/2014.
- Bogdan, R. C. & Bicklen, S.K.1998. *Qualitative reaserch for education an Introduction to theory and methods*. Ed. ke-3. Boston : Allyn and Bacon.
- Daryanto & Cahyono, Aris Dwi. 2014. *Pengembangan Perangkat Pembelajaran (silabus, RPP, PHB, bahan ajar)*. Yogyakarta: Gava Media.
- Kemendikbud RI, 2013, *Materi Pelatihan Guru: Implementasi Kurikulum 2013*. Jakarta
- Kemendikbud RI, 2013. *Kompetensi Dasar SMP/M.Ts*. Jakarta.
- Kunandar. 2014. *Penilaian Autentik (Penilaian Hasil Belajar Peserta Didik Berdasarkan Kurikulum 2013)*. Jakarta: PT Rajagrafindo Persada
- Moleong, Lexy, J. 2007. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Edisi Revisi. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.
- Permendikbud Nomor 69 Tahun 2013. *Kerangka Dasar Dan Struktur Kurikulum Sekolah Menengah Atas/Madrasah Aliyah*. Jakarta.
- Permendikbud Nomor 22 Tahun 2016 tentang Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah. Jakarta.
- Permendikbud Nomor 23 Tahun 2016 tentang Penilaian Kurikulum 2013. Jakarta.
- Sanjaya, Wina. 2013. *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses pendidikan*. Jakarta: Kencana.

- Sugiyono., 2010, *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R & D*, Alfabeta, Bandung.
- Usman, Uzer. 2011 *Menjadi Guru Profesional*, Bandung: Remaja Rosdakarya
- Widyastono, Herry, 2013. *Kebijakan Pengembangan Kurikulum 2013*. Makalah: disajikan pada sosialisasi Kurikulum 2013 di Universitas Riau, November 2013
- Zulkarnain. 2011. Pengajaran dan Pembelajaran Matematik Melalui Soalan Berayat Berbentuk Kontekstual: Penyelidikan Tindakan di SDN 004 Rumbai Pekanbaru. (Disertasi) Fakultas Pendidikan UKM.
- Zulkarnain dan Heleni Susda. 2015. Pelaksanaan Kurikulum 2013 di SDN kota Pekanbaru. (Laporan Penelitian) FKIP Universitas Riau.

UPAYA MENINGKATKAN MOTIVASI DAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA MELALUI BELAJAR KOOPERATIF MODEL STAD

Muslimin

FKIP Universitas Muhammadiyah Palembang

E-mail: Muslimintendri@gmail.com

ABSTRACT:

This classroom action research, aims to describe the implementation of cooperative learning model of STAD (Student- Team Achievement Division) in an effort to improve motivation and learning outcomes of school mathematics, especially in junior high school. The results showed that the learning of mathematics through cooperative learning model STAD can improve motivation, learning outcomes, and the involvement of students in learning activities, it is expected to teachers so that applying this approach with appropriate materials in carrying out the teaching of mathematics in schools.

Keywords: increase learning motivation, learning outcomes, cooperative learning

PENDAHULUAN

Umumnya orang berpendapat bahwa pelajaran matematika merupakan pelajaran yang rumit. Sebagian siswa juga beranggapan bahwa matematika adalah pelajaran yang rumit dan sulit dimengerti, tidak menarik atau membosankan. Akibatnya belum belajar sudah dihindangi rasa takut dan kurang percaya diri terhadap kemampuannya, sehingga pada saat belajar terasa sulit berkonsentrasi. Hal ini mengakibatkan kurang tertariknya siswa terhadap pelajaran matematika, salah satu faktornya adalah cara penyajian materi pelajaran yang kurang melibatkan siswa dalam proses belajar mengajar. Semestinya proses belajar mengajar matematika, sudah tidak lagi sekedar menerima informasi, mengingat, dan menghafal, melainkan benar-benar mengerti dan dapat menerapkan ilmu pengetahuan matematikanya serta harus bekerja memperoleh pengalaman untuk memecahkan masalah.

Proses pembelajaran yang baik ditandai oleh adanya interaksi dan interelasi antara komponen-komponen pembelajaran. Salah satunya siswa sebagai subjek didik memiliki peran yang penting dalam pencapaian hasil belajar. Untuk mencapai hasil belajar yang optimal, siswa harus memiliki motivasi yang tinggi dan timbul dari dalam diri siswa agar dapat menggerakkan atau memacu keinginan dan kemauannya untuk meningkatkan prestasi belajarnya sehingga tercapai tujuan pendidikan sesuai dengan yang diharapkan dan ditetapkan di dalam kurikulum sekolah. Guru sebagai penyelenggara dalam kegiatan pembelajaran bukan hanya berperan membelajarkan siswa tetapi berperan lebih dari itu, yakni menumbuhkan motivasi dalam diri siswa tersebut. Selain itu tugas seorang guru tidak hanya menuangkan sejumlah informasi ke dalam benak siswa, tetapi mengusahakan agar konsep-konsep penting dan sangat berguna tertanam kuat dan bermakna dalam benak siswa.

Pada pelaksanaan kegiatan pembelajaran di Sekolah, guru diharapkan bukan hanya menguasai materi tetapi guru juga dituntut memiliki keterampilan dalam menyampaikan materi yang akan diberikan. Untuk mencapai tujuan yang diinginkan guru juga harus memiliki keterampilan memilih pendekatan yang tepat untuk menyampaikan pokok bahasan yang sedang dibahas. Pendekatan pembelajaran matematika selama ini adalah pendekatan belajar konvensional, yakni proses belajar mengajar berpusat pada guru, guru lebih aktif

sebagai pemberi pengetahuan sementara siswa pasif, siswa hanya mendengar informasi yang diberikan guru dan mengharapkan siswa untuk menghafal dan mengingat apa yang telah dipelajari. Suhardjono (2000:1) menyatakan bahwa gambaran pendidikan saat ini adalah:

(1) proses pendidikan didominasi guru dengan penyampaian informasi, bukan pemrosesan informasi; (2) proses pendidikan masih berpusat pada kegiatan mendengarkan dan menghafalkan, belum interpretasi terhadap apa yang dipelajari dan upaya membangun pengetahuan; dan (3) proses pendidikan masih didominasi oleh guru yang otoriter, bukan memberikan suasana yang menyenangkan, memberi peluang siswa berkreasi, memberikan kesempatan untuk mengembangkan dan menunjukkan kemampuannya yang beragam sehingga tercipta suasana belajar yang demokratis.

Dalam kegiatan pengajaran matematika, guru cenderung mentransfer pengetahuan matematika yang dimiliki ke dalam pikiran siswa tanpa memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan pengetahuannya sendiri. Siswa tidak mempunyai kesempatan untuk berfikir dan menemukan strateginya sendiri. Pendekatan pembelajaran yang demikian itu, untuk masa sekarang dipandang kurang efektif lagi karena kurang melibatkan pengembangan kemampuan berfikir dan bertindak secara kritis, kurang dapat mengembangkan kemampuan berkolaborasi dalam proses belajar, siswa kurang termotivasi dan kurang bertanggung jawab terhadap proses belajar. Hal ini tentu saja akan mempengaruhi kualitas pembelajaran bukan hanya dilihat dari hasil belajar saja, tetapi juga dilihat pada proses pembelajaran.

Kegiatan pembelajaran adalah kegiatan untuk memahamkan dengan cara memediasi dan memfasilitasi siswa agar proses pembentukan makna berlangsung dengan baik. Tekanannya terletak pada peserta didik yang belajar, bukan pada pengajar yang mengajar (Muslimin, 2003:3). Pemahaman merupakan aspek penting dalam belajar matematika (Hibert & Capenter, 1992:65). Hudojo (1998:6) menyatakan bahwa inti pembelajaran matematika adalah pemahaman bukan pemerolehan. Muslimin (2004:4) menyatakan bahwa peserta didik yang belajar melalui pemahaman biasanya akan lebih berhasil daripada belajar dengan hafalan.

Peran pengajar sebagai pemberi ilmu, sudah saatnya berubah menjadi mediator dan fasilitator yang memediasi dan memfasilitasi peserta didik untuk dapat belajar dan mengkonstruksi pengetahuannya sendiri (Hudojo dalam Muslimin, 2004:5). Hal ini, relevan dengan pandangan konstruktivis bahwa peserta didik sendirilah yang harus secara aktif membangun pengetahuan mereka (Hudojo, 1998:6).

Apalagi bila dikaitkan dengan modal intelektual yang dibutuhkan pada abad pengetahuan yang berorientasi kepada paham konstruktivisme. Menurut Ardhana (dalam Qadriyah, 2003:560) ada tujuh jenis keterampilan dasar yang diperlukan pada abad pengetahuan di samping keterampilan tradisional seperti membaca, menulis, dan berhitung (3M). Ketujuh jenis keterampilan tersebut adalah (1) berfikir dan berbuat secara kritis, (2) kreativitas, (3) kolaborasi, (4) saling pengertian lintas budaya, (5) komunikasi, (6) menggunakan komputer, dan (7) pengembangan karier dan mempercayai diri sendiri.

Pembelajaran konstruktivistik menuntut penekanannya pada siswa yang aktif sehingga siswa dapat menginterpretasikan informasi ke dalam pikirannya hanya pada konteks pengalaman dan pengetahuan mereka sendiri, latar, struktur, mental dan keyakinan yang digunakan untuk menginterpretasikan objek dan peristiwa-peristiwa. Pembelajaran konstruktivistik membantu siswa membentuk pengetahuannya sendiri, aktif melakukan kegiatan, aktif berfikir, menyusun konsep dan memberi makna tentang hal-hal yang sedang dipelajari. Menurut pandangan konstruktivis pengetahuan yang dimiliki oleh setiap individu adalah hasil konstruksi secara aktif dari individu itu sendiri. Salah satu contoh pendekatan yang sepaham dengan konstruktivisme adalah pendekatan belajar kooperatif (*cooperative Learning*).

Pembelajaran matematika melalui pendekatan belajar kooperatif merupakan salah satu pendekatan pembelajaran motivasional yang diharapkan mampu meningkatkan motivasi maupun hasil belajar siswa karena pembelajaran ini berorientasi kepada siswa yang melibatkan siswa secara emosional dan sosial dalam belajar. Dengan intraksi kooperatif akan memungkinkan siswa menjadi sumber belajar bagi sesamanya, dan siswa akan merasa lebih mudah belajar dari guru serta dapat mengoptimalkan pencapaian tujuan belajar.

Salah satu esensial dari pembelajaran kooperatif sebagaimana tercantum pada poin ke-3 dalam General Conference UNESCO (Qadriyah, 2003:57) tentang empat pilar pendidikan yaitu: (1) *learning to know*, (2) *learning to do*, (3) *learning to live together*, dan (4) *learning to be*. Selanjutnya Arends (1997) mengemukakan tiga tujuan penting pembelajaran kooperatif, yaitu: (1) hasil belajar akademik, (2) penerimaan terhadap keragaman, dan (3) keterampilan sosial.

Menurut teori motivasi dikaitkan dengan belajar kooperatif adalah upaya belajar siswa diarahkan untuk membantu kolega kelompoknya mencapai keberhasilan. Masing-masing anggota kelompok mendorong (memotivasi) koleganya belajar, membantu upaya akademik. Lebih lanjut Slavin (dalam Muslimin, 2004: 27) menyatakan bahwa beberapa penelitian menunjukkan bahwa jika para siswa belajar bersama untuk mencapai tujuan kelompok, siswa menampilkan norma-norma yang menghargai segala macam upaya yang diperlukan bagi kelompok tersebut untuk berhasil. Peranan guru dalam pembelajaran kooperatif sangat kompleks, di samping sebagai fasilitator, mediator, dan motivator, guru juga berperan seorang manajer dan konsultan dalam memberdayakan kerja siswa. Pengalaman belajar secara kooperatif menghasilkan keyakinan yang lebih kuat bahwa seseorang merasa disukai dan diterima oleh siswa lain, serta menaruh perhatian bagaimana temannya belajar dan ingin membantu temannya belajar.

Salah satu model kooperatif yang telah banyak dan luas pemakaiannya adalah model kooperatif STAD (*Student-team Achievement Divisions*). Menurut As'ari (2002:4) terdiri dari 5 komponen utama yaitu (1) penyajian kelas, (2) belajar dalam kelompok, (3) tes/kuis, (4) skor peningkatan individu, dan (5) pengakuan kelompok. Pelaksanaan 5 kelompok utama ini di dalam kelas hendaknya didahului oleh informasi tentang pentingnya materi yang akan dipelajari, tujuan pembelajaran, revidu singkat tentang pengetahuan prasyarat, dan pembentukan kelompok serta batas tugas yang harus dilakukan siswa dalam kerja kelompok.

Berdasarkan uraian di atas, melalui penelitian tindakan kelas ini, diharapkan dapat menghasilkan suatu model pembelajaran matematika sebagai salah satu inovasi pembelajaran yang dapat diterapkan oleh guru matematika di sekolah.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan alasan bahwa dalam melakukan tindakan kepada subjek penelitian, sangat diutamakan pengungkapan makna dan proses pembelajaran sebagai upaya meningkatkan motivasi dan hasil belajar melalui pembelajaran matematika melalui belajar kooperatif model STAD, sebagaimana yang dikemukakan Bogdan dan Biklen (1998:4-7) ciri-ciri penelitian kualitatif ada lima yaitu (1) berlatar alami, (2) bersifat deskriptif, (3) lebih memetingkan proses daripada hasil, (4) analisis data cenderung bersifat induktif, (5) makna merupakan hal yang esensial.

Penelitian ini menggunakan jenis Penelitian Tindakan Kelas (PTK) karena peneliti berpartisipasi langsung dalam proses penelitian, mulai dari awal penelitian sampai dengan berakhirnya penelitian. Selain itu, rancangan penelitian ini diambil karena masalah yang diangkat terjadi dalam situasi nyata yaitu kurangnya minat siswa dalam mempelajari matematika.

Dalam penelitian ini peneliti bertindak sebagai instrumen penelitian yang berarti dalam proses pelaksanaannya di lapangan mutlak diperlukan. Peneliti sebagai pengamat yang mengamati aktivitas yang terjadi selama pembelajaran.

Sebagai pemberi tindakan kelas, peneliti bertindak sebagai pengajar yang membuat rancangan dan sekaligus menyampaikan bahan ajar selama kegiatan pembelajaran berlangsung. Di samping itu

peneliti juga sebagai pengumpul data dan menganalisis data, serta sebagai pelopor hasil penelitian. Dalam kegiatan pengamatan dan pengumpulan data, peneliti dibantu oleh seorang guru matematika di SMP Negeri 3 Kecamatan Lawang Kidul Kabupaten Muara Enim dan seorang mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Palembang.

Penelitian ini dilaksanakan di SMP Negeri 3 Kecamatan Lawang Kidul Kabupaten Muara Enim. Penelitian ini dilakukan pada kelas VII semester II tahun pelajaran 2007/2008. Data yang dijarah dalam penelitian ini adalah (1) skor hasil tes siswa dalam mengerjakan soal-soal yang diberikan, meliputi skor hasil tes pengetahuan prasyarat/tes awal yang diberikan sebelum pelaksanaan tindakan, hasil tes pada setiap akhir tindakan, (2) motivasi belajar siswa, yang meliputi motivasi setiap masing-masing saat tindakan, dan setelah pelaksanaan pembelajaran matematika melalui belajar kooperatif model STAD yang diisyaratkan oleh kegiatan siswa yang diperoleh dari hasil dua pengamat, (3) respon siswa yang diisyaratkan oleh tanggapan pernyataan positif dan negatif melalui pengisian angket dengan tanggapan sangat setuju (STS), Tidak Setuju (ST), Setuju (S), atau Sangat Setuju (SS) kemudian masing-masing pernyataan positif, STS diberi skor 1, TS diberi skor 2, S diberi skor 3, dan SS diberi skor 4. Untuk pernyataan negatif; STS diberi skor 4, TS diberi skor 3, S diberi skor 2, dan SS diberi skor 1. Untuk menganalisis data angket respon ini, dilakukan masing-masing indikator. Skor total yang diperoleh masing indikator dibagi banyaknya siswa. Hasil perhitungan ini disebut skor rata-rata. dengan kriteria sebagai berikut. $3 \leq \text{skor rata-rata} \leq 4$; sangat positif, $2 \leq \text{skor rata-rata} < 3$: positif, $1 \leq \text{skor rata-rata} < 2$: negative, $0 \leq \text{skor rata-rata} < 1$: sangat negatif, (4) catatan lapangan, digunakan untuk menjarah data yang berkaitan dengan situasi kelas/subyek yang tidak dapat direkam dalam lembaran pengamatan aktivitas siswa, (5) hasil wawancara, dan (6) dan hasil rekaman terhadap jalannya proses pembelajaran matematika melalui belajar kooperatif model STAD.

Sumber dalam penelitian tindakan ini adalah siswa kelas VII semester II SMP Negeri 3 kecamatan Lawang Kidul Muara Enim yang berjumlah 38 orang. Analisis terhadap data secara klasikal hanya dilakukan untuk melihat ketuntasan belajar secara klasikal (38 siswa). Sedangkan untuk keperluan pengamatan dan wawancara agar lebih terfokus, maka dipilih 10 siswa yang akan menjadi subyek penelitian dengan kualifikasi 4 orang berkemampuan tinggi, 2 orang berkemampuan sedang, dan 4 orang berkemampuan rendah, ditinjau dari kemampuan akademik secara keseluruhan anggota.

Data hasil penelitian yang terkumpul, di analisis dengan model air (flow model) yang meliputi tahap-tahap sebagai berikut. (1) mereduksi data, (2) penyajian data, dan (3) penarikan kesimpulan. Analisis statistik deskriptif dilakukan terhadap data yang bersifat kuantitatif. Data hasil tes dianalisis dengan acuan terhadap pencapaian nilai rata-rata untuk mengetahui tingkat penguasaan dalam bentuk persentase. Subyek dianggap tuntas belajar apabila mencapai nilai rata-rata 65% atau lebih. Bila nilai rata-rata yang diperoleh subyek kurang dari 65% dianggap belum tuntas belajarnya, sehingga subyek tersebut perlu mendapatkan tindakan berikutnya. Data hasil tes akhir dianalisis untuk mengetahui ketuntasan tujuan Pembelajaran Khusus (TPK) dan ketuntasan belajar seluruh siswa dalam kelas.

Untuk mengetahui aktivitas siswa melalui aktivitas subyek selama pembelajaran, data yang terdapat dalam lembar observasi akan dihitung rata-rata frekuensi aktivitas yang tercatat oleh dua orang pengamat dalam setiap siklus. Selanjutnya data tersebut akan dikonversi ke dalam bentuk respon dengan menggunakan persentase. Katogori respon siswa digolongkan ke dalam 4 katagori, yaitu sangat positif, positif, negatif, sangat negatif.

Pengecekan keabsahan data dalam penelitian ini menggunakan teknik triangulasi, digunakan untuk memeriksa keabsahan data yang memanfaatkan sesuatu yang lain di luar data itu untuk keperluan pengecekan atau perbandingan terhadap data tersebut (Moleong, 2001:178). Triangulasi yang dilakukan meliputi triangulasi metode, triangulasi sumber dan triangulasi teori.

HASIL DAN PEMBAHASAN

3. Hasil

3.1 Tindakan I, siklus 1

Selama pelaksanaan tindakan I, siklus 1 menunjukkan bahwa saktivitas diskusi masih berjalan lamban dan kurang aktif. Di samping itu masih ada subyek yang cenderung bekerja secara sendiri-sendiri ataupun bekerja sama hanya dengan teman yang berjenis kelamin sama. Aktivitas diskusi dan keterampilan kooperatif masih berada pada katogori kurang.

Data perolehan hasil tes pada pembelajara tindakan I, siklus 1 diperoleh bahwa persentase nilai rata-rata 64,26% yang berarti kriteria keberhasilan adalah di bawah 65%. Ini berarti pemahaman siswa tergolong masih kurang. Sedangkan proses pembelajaran menghitung keliling persegi berlangsung sesuai dengan rencana yang telah ditentukan. Hal ini ditunjukkan bahwa hasil kegiatan peneliti dalam pembelajaran mencapai kriteria keberhasilan 81,94% yang berarti predikat baik. Sementara hasil kegiatan siswa dalam proses pembelajaran pada tindakan I, siklus 1 adalah mencapai kriteria 78,5% yang berarti tingkat motivasi siswa tergolong cukup.

Dengan mempertimbangkan ketuntasan belajar dan efektivitas kegiatan diskusi yang masih kurang, peneliti bersama dua pengamat, memutuskan untuk melanjutkan dengan pemberian tindakan I siklus 2.

3.2 Tindakan I, siklus 2

Selama pelaksanaan tindakan I siklus 2, kegiatan diskusi lebih hidup dari sebelumnya dan mulai terlihat adanya keterampilan kooperatif dalam kelompok. Di samping itu subyek mulai dapat membangun kerja sama dalam kelompok tanpa membedakan jenis kelamin. Pada siklus ini juga sudah terlihat kecenderungan subyek berkemampuan akademik tinggi menjadi tempat bertanya bagi anggota kelompoknya. Secara umum aktivitas diskusi sudah mencapai katagori baik. Data perolehan hasil tes pada pembelajara tindakan 1, siklos 2 diperoleh bahwa persentase nilai rata-rata 70,26% yang berarti kriteria keberhasilan sudah menunjukkan di atas 65%. Ini berarti pemahaman siswa tergolong sudah cukup. Sedangkan proses pembelajaran menghitung keliling persegi berlangsung sesuai dengan rencana yang telah ditentukan. Hal ini ditunjukkan bahwa hasil kegiatan peneliti dalam pembelajaran mencapai kriteria keberhasilan ketuntasan belajar dan efektivitas kegiatan diskusi yang sudah baik, peneliti bersama pengamat memutuskan sudah tidak perlu lagi melakukan tindakan I siklus 3, melainkan melanjutkan ke materi lain dalam tindakan II.

3.3 Tindakan II, siklus 1

Selama pelaksanaan tindakan II siklus 1 dengan materi pembelajaran Luas Persegi, intesitas kerja sama dan peran siswa semakin meningkat, kecenderungan berdiskusi berdasarkan kesamaan jenis kelamin tidak terjadi lagi, tanggung jawab subyek berkemampuan akademik tinggi terhadap teman-temannya atas penguasaan materi yang dipelajari sudah lebih menonjol, aktivitas diskusi dan keterampilan kooperatif semakin maksimal.

Hasil belajar subyek penelitian mengalami peningkatan dari tindakan I dari siklus 2 sebelumnya, yaitu 70,26% menjadi 90,53%, ini berarti kriteria ketuntasan sudah sangat baik. Berdasarkan hasil refleksi dan temuan di atas, peneliti bersama guru bidang studi dan pengamat memutuskan tidak perlu melakukan tindakan II siklus 2.

4. Pembahasan

4.1 Aktivitas dan Bentuk Tugas dalam Pembelajaran Matematika

Pembelajaran matematika dengan pengajar sebagai pusat dan sumber belajar merupakan salah satu proses pembelajaran yang digunakan selama ini termasuk juga pembelajaran di SMP Negeri 3 Kecamatan Lawang Kidul Kabupaten Muara Enim. Proses pembelajaran yang demikian akan membatasi kreativitas siswa, karena aktifnya siswa dalam kegiatan belajar mengajar tidak dilibatkan secara maksimal. Sehingga ketika siswa

menghadapi suasana dan lingkungan pembelajaran yang berbeda (pembelajaran melalui belajar kooperatif model STAD), yaitu suasana dan lingkungan yang tidak biasanya bagi siswa sebelumnya, ternyata mempengaruhi aktivitas pembelajaran pada tindakan I siklus I.

Sebelum melaksanakan pembelajaran, peneliti menginformasikan terlebih dahulu bahwa pembelajaran yang akan dilaksanakan adalah pembelajaran melalui belajar kooperatif model STAD (*Student Team Achievement Divisions*), mendengar informasi dari peneliti tentang model pembelajaran yang akan dilaksanakan situasi di kelas sempat sedikit hening. Hal ini terjadi karena siswa belum begitu faham dengan model pembelajaran tersebut karena ini merupakan hal baru yang siswa temui, sehingga beberapa siswa mengajukan pertanyaan mengenai model pembelajaran yang akan dilaksanakan. Melihat antusias siswa terhadap model pembelajaran ini, maka peneliti memulai proses pembelajaran melalui belajar kooperatif model STAD (*Student Team Achievement Division*).

Pada awal pembelajaran, langkah yang dilakukan untuk menyiapkan kondisi fisik dan mental siswa adalah dengan memberitahukan tujuan belajar karena dapat mengarahkan proses belajar siswa. Dengan mengetahui tujuan belajar, siswa dapat fokus pada satu hal yang perlu mereka capai yaitu tujuan tersebut serta tujuan belajar dapat menimbulkan motivasi siswa untuk memusatkan perhatiannya dalam belajar. Hal ini sesuai dengan pendapat Dahar (1988) menyatakan bahwa memberitahukan tujuan pembelajaran membantu siswa untuk mengaktifkan motivasi dan memusatkan perhatian terhadap aspek-aspek yang relevan tentang pelajaran.

Dalam proses pembelajaran melalui belajar kooperatif model STAD (*Student Team Achievement Divisios*), siswa terlihat lebih aktif dan antusias mengikuti proses belajar mengajar. Siswa secara individu diminta untuk memahami materi tentang pembelajaran persegi yang akan menjadi tanggung jawab setiap individu untuk menjelaskan materi tentang pembelajaran persegi tersebut ke temannya yang lain dalam kelompok. Pada saat diskusi berlangsung, peneliti berkeliling dari kelompok satu ke kelompok lain untuk melihat kemajuan diskusi mereka. Jika ada kelompok yang mengalami kesulitan, peneliti memberi bimbingan menuntun dengan cara mengajukan pertanyaan hingga siswa sendiri yang memecahkan masalah.

Kerjasama siswa dalam belajar kooperatif model STAD (*student team achivement divisions*) berlangsung dengan baik. Siswa yang berkemampuan tinggi membantu siswa yang berkemampuan rendah untuk memahami tugas kelompok yang diberikan peneliti. Terkadang penjelasan teman lebih mudah dimengerti daripada penjelasan pengajar. Hal ini sesuai dengan pendapat ibrahim (dalam Muslimin, 2004:11) bahwa dalam belajar kooperatif peserta didik akan lebih banyak belajar dari temannya daripada pengajar.

Kondisi belajar kooperatif termasuk model STAD (*student team achivement divisions*) memberi kesempatan siswa seluas-luasnya dalam berdiskusi, berdebat, mengkritik, memberi ide sehingga memungkinkan mereka menemukan cara dan teknik memproses informasi dalam membangun suatu gagasan baru. Pemikiran yang demikian dilandasi oleh pernyataan Slavin (1995) bahwa pembelajaran kooperatif memberikan kesempatan seluas-luasnya bagi subyek untuk terlibat aktif sehingga memberikan lebih banyak kesempatan bagi subyek untuk berfikir kritis dan mengembangkan rasa percaya diri terhadap upaya individu dan kelompok.

Bentuk tugas yang diberikan peneliti terhadap siswa berkaitan dengan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai. Peneliti memberikan tes berbentuk esai (uraian) karena

menurut Arikunto (2007:162) menyatakan bahwa tes esai menuntut siswa untuk dapat mengingat-ingat dan mengenal kembali, dan terutama harus mempunyai daya kreativitas yang tinggi. Dalam menyelesaikan tugas yang diberikan peneliti, terkadang siswa memberanikan diri bertanya kepada peneliti untuk dapat lebih memahami maksud dari soal yang akan diselesaikan, dalam penyelesaian tugas yang diberikan anggota kelompok saling membantu jika salah satu dari anggota kelompok belum bisa menemukan penyelesaiannya dan saling menjelaskan jika anggota kelompok belum begitu faham dari mana penyelesaian soal yang diberikan didapat. Dalam pembelajaran dan menyelesaikan soal yang diberikan peneliti, ternyata pemahaman yang berkembang di antara mereka adalah adanya siswa yang menyelesaikan soal dengan benar, tetapi relatif cukup lama. Sementara ada pula di antara mereka yang menyelesaikan soal dengan benar dan relatif cepat. Hal inilah yang menimbulkan rasa penasaran oleh siswa lain sehingga mengajukan pertanyaan kepada teman yang dapat menyelesaikan dengan benar dan relatif cepat. Dengan penjelasan dari temannya, mereka akhirnya dapat memahaminya. Walaupun untuk meyakinkan benar, mereka masih meminta penjelasan kepada peneliti, kemudian peneliti meyakinkan mereka dengan memberikan pertanyaan menuntun yang pada akhirnya mereka memahami dengan usaha sendiri.

4.2. Motivasi Belajar Siswa

Dalam proses belajar mengajar sikap belajar siswa ikut menentukan intensitas kegiatan belajar. Sikap belajar siswa yang positif akan menimbulkan intensitas kegiatan yang lebih tinggi dibanding dengan sikap belajar siswa yang negatif. Menurut Djali (2000:150) menyatakan bahwa sikap belajar yang positif berkaitan erat dengan minat dan motivasi, siswa yang sikap belajarnya positif akan belajar lebih aktif dan dengan demikian akan memperoleh hasil yang lebih baik dibandingkan siswa yang sikap belajarnya negatif. Oleh karena itu, sikap belajar siswa ikut berperan dalam menentukan aktivitas belajar siswa.

Pada pelaksanaan pembelajaran tindakan I, sebelum memulai proses pembelajaran peneliti berusaha untuk memotivasi siswa agar siswa cenderung lebih aktif dalam mengikuti proses belajar mengajar. Karena tujuan dari motivasi itu sendiri yaitu untuk menggerakkan atau memacu para siswanya agar timbul keinginan dan kemauannya untuk meningkatkan prestasi belajarnya sehingga tercapai tujuan pendidikan yang sesuai dengan yang diharapkan dan ditetapkan di dalam kurikulum sekolah (Purwanto, 2004:73).

Pembelajaran persegi melalui belajar kooperatif model STAD pada tindakan I terlihat sebagian siswa antusias mengikuti pembelajaran. Siswa akan bertanya bila tidak mengerti dengan apa yang mereka pelajari, saling menjelaskan bila memahami materi, saling mengingatkan bila lupa atau keliru, dan saling membantu bila kesulitan dalam menyelesaikan tugas yang diberikan oleh peneliti. Jika ada kelompok yang mengalami kesulitan, peneliti memberi bimbingan menuntun dengan cara mengajukan pertanyaan hingga siswa sendiri yang memecahkan masalah. Aktivitas dan keantusiasan siswa dalam mengikuti proses belajar mengajar dikarenakan pembelajaran seperti ini belum pernah mereka dapatkan sebelumnya sehingga terlihat menarik untuk mereka pelajari. Dengan adanya kerjasama dan kekompakan antar siswa, maka proses belajar mengajar terlihat lebih aktif.

Aktivitas dan antusias yang demikian semakin baik, terlihat pada aktivitas siswa dalam pembelajaran tindakan II sudah mengarah ke pembelajaran melalui belajar kooperatif model STAD karena mereka telah merasakan suasana pembelajaran yang sama pada saat pembelajaran pada tindakan I. Siswa mulai mampu berpartisipasi dalam kegiatan proses belajar mengajar serta mampu mempresentasikan hasil belajar. Hal ini dapat dilihat dari data hasil observasi terhadap aktivitas siswa meningkat dari 81,94% pada tindakan I menjadi 94,44% pada tindakan II. Dari uraian pelaksanaan proses pembelajaran di atas maka dapat

disimpulkan bahwa memotivasi siswa dalam mengikuti proses belajar mengajar sangatlah diperlukan. Hal ini agar guru selalu berupaya semaksimal mungkin untuk dapat memotivasi perubahan tingkah laku (sikap) siswanya ke arah yang lebih positif sebelum dan sesudah terjadi proses pembelajaran.

4.2 Hasil Belajar Siswa

Untuk mengetahui hasil belajar siswa diadakan tes pada setiap berakhirnya tindakan dalam satu siklus. Tes yang diadakan pada tindakan I bertujuan untuk mengukur ketercapaian tujuan pembelajaran yaitu menyangkut kemampuan siswa dalam memecahkan masalah pada materi mengidentifikasi sifat-sifat persegi.

Dari hasil temuan pada tindakan I dalam pembahasan lembar soal siswa, siswa yang menanyakan bagaimana cara menyelesaikan soal ruas garis yang sama panjang dan sudut yang sama besar dengan besar sudut yang ditentukan jika diagonalnya berpotongan dititik yang ditentukan pada soal no 1. Hal ini dikarenakan siswa tersebut bingung dengan jawaban soal yang telah diselesaikannya. Peneliti meminta siswa yang lain untuk menjelaskan jawaban soal yang ia kerjakan untuk ditulis di papan tulis. Dalam penjelasan itu siswa menggunakan gambar persegi yang dilukiskan di papan tulis.

Setelah melihat dan mendengarkan penjelasan dari siswa, peneliti memberikan penjelasan bahwa jawaban tadi sudah benar. Dalam hal ini dapat ditarik kesimpulan bahwa siswa sudah dapat memahami materi yang telah dipelajari dalam pemecahan masalah. Berdasarkan hasil temuan pada tindakan II dalam menyelesaikan tes akhir, siswa sudah dapat memahami materi yang telah dijelaskan peneliti dikarenakan siswa sudah memahami pertanyaan dari masing-masing soal tes yang diberikan.

Dengan proses pembelajaran melalui belajar kooperatif model STAD (*Student Team Achivement Divisions*), terlihat bahwa pemahaman siswa terhadap materi persegi sangat baik. Hal ini diperkuat pula oleh hasil tes akhir tindakan I siklus 1 diperoleh persentase nilai rata-rata adalah 64,26% yang berarti kriteria keberhasilan masih di bawah 65%. Sementara tindakan I siklus 2 diperoleh persentase nilai rata-rata adalah 70,26 yang berarti kriteria keberhasilan berhasil meningkat menjadi di atas 65%, dan hasil tes akhir tindakan II, diperoleh persentase nilai rata-rata adalah 90,53 yang kriteria keberhasilan adalah di atas 65%. Sehingga menunjukkan bahwa adanya peningkatan dari persentase nilai rata-rata pada tindakan I ke persentase nilai rata-rata pada tindakan II.

PENUTUP

Dari hasil analisis data dan pembahasan sebagaimana yang telah diuraikan, dapat dinyatakan bahwa pembelajaran kooperatif model STAD meningkatkan motivasi, hasil belajar, dan efektif diterapkan dalam upaya meningkatkan keterlibatan dan aktivitas siswa dalam belajar matematika. Aplikasi pembelajaran kooperatif model STAD berimplikasi positif khususnya bagi siswa yang bermasalah dan memiliki kemampuan akademik rendah. Untuk itu disarankan kepada guru pada umumnya dan khususnya guru matematika agar menerapkan pendekatan ini pada materi yang sesuai, dalam melaksanakan pembelajaran matematika di SMP.

DAFTAR RUJUKAN

- Ardhana, Wayan. 2000. *Reformasi Pembelajaran Menghadapi Abad Pengetahuan*. Makalah disajikan dalam seminar dan diskusi panel Nasional Teknologi Pembelajaran V. Universitas Negeri Malang, 7 Oktober.
- As'ari, A.R. 2002. *Pelaksanaan Hibah Pembelajaran Struktur Aljabar dengan Cooperative Learning Model Jigsaw*. Malang. Lokal project implementation Unite Due Like Universitas Negeri Malang.

- Arikunto, Suharsimi. 1977. *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Bogdan, B.M., & Biklen, S.K.1998. *Qualitative Research in Education, an Introduction to Theory and Methods*. Boston: Allyn and Bacon.
- Dahar, R.W.. 1988. *Teori-teori Belajar*. Jakarta: Depdikbud.
- Donosepoetro, M. 2001. *Pengembangan Kurikulum dan Sistem Desentralisasi*. Makalah. Disajikan dalam symposium dan Musyawarah Nasional I Alumni PPs Universitas Negeri Malang, Malang, 13 Oktober.
- Djali. 2000. *Psikologi Pendidikan*. Jakarta: Program Pascasarjana Universitas Negeri Jakarta.
- Hiebert, J. & Carpenter. 1992. *Learning and teaching with Understanding*. Dalam Grows (Ed). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (hlm.65-419). New York: Macmillan Publishing Company.
- Hodojo, H. 1988. *Pembelajaran Matematika Menurut Pandangan Konstruktivistik*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional “Upaya-upaya Meningkatkan Peran Pendidikan Matematika dalam Era Globalisasi”. Program Pascasarjana IKIP Malang. Malang: 4 April.
- Moleong, L.J. 2001. *Metode Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosda Karya.
- Muslimin. 2003. Aplikasi Teori Pemrosesan Informasi dalam Pembelajaran Matematika. *Wawasan Kependidikan*, VIII (1): 23-32.
- Muslimin. 2004. *Belajar Kooperatif Model Jigsaw untuk Memahami Sistem Kongruensi Linear Dua Peubah*. Tesis tidak diterbitkan. Malang: Program Pascasarjana Universitas Negeri Malang.
- Qadriyah. 2003. Upaya Meningkatkan Motivasi dan Hasil Belajar Biologi Melalui Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD. *Jurnal Pendidikan Humaniora dan Sains*. IX (1): 56-63.
- Suharjono. 2000. *Haruskah Demokratisasi Belajar Menggunakan Konstruktivistik?*. Makalah. Disajikan dalam Seminar dan Diskusi Panel Nasional Teknologi Pembelajaran V, Universitas Negeri Malang, Malang 7 Oktober.
- Suparno, A.S. 2000. *Membangun Kompetensi Belajar*. Jakarta: Depdikbud.

PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN BERBASIS MASALAH UNTUK MENINGKATKAN AKTIFITAS PEMBELAJARAN DAN DAYA SERAP MAHASISWA TERHADAP MATERI MATA KULIAH STATISTIKA MATEMATIKA

Sufri, Gugun M. Simatupang

Dosen Pendidikan Matematika, FKIP Universitas Jambi

Email : sufriary@yahoo.com¹

PENDAHULUAN

Latar Belakang Masalah

Mata kuliah statistika matematika merupakan salah satu mata kuliah yang diberikan kepada mahasiswa pada setiap semester ganjil. Mata kuliah dengan bobot 4 satuan kredit semester ini berisi dasar-dasar dalam melakukan estimasi dan teori uji hipotesis yang dilandasi oleh teori probabilitas. Salah satu upaya untuk meningkatkan pemahaman mahasiswa terhadap materi perkuliahan adalah dengan melakukan tindakan inovatif berupa rekayasa pelaksanaan proses pembelajaran, yaitu dengan mengimplementasikan metode pembelajaran yang variatif dengan melibatkan model-model pembelajaran yang memungkinkan terjadinya interaksi yang optimal antara sesama peserta didik (mahasiswa) dan antara peserta didik dengan guru (dosen).

Proses pembelajaran yang berpusat kepada guru (teacher centered learning) dapat memicu tingkat partisipasi mahasiswa dalam pembelajaran tidak optimal. Ketidak optimalan tingkat partisipasi mahasiswa tersebut dapat berakibat kepada tidak munculnya indikator-indikator keberhasilan proses pembelajaran. Indikator yang dapat dijadikan petunjuk bahwa suatu proses pembelajaran berjalan dengan baik antara lain, tingkat aktifitas atau partisipasi mahasiswa dan dosen dalam proses pembelajaran, serta kemampuan mahasiswa dalam menyerap materi perkuliahan secara klasikal telah memenuhi standar minimum. Dewasa ini paradigma tentang pelaksanaan proses pembelajaran sudah bergeser dari guru sebagai pusat belajar menjadi peserta didik sebagai pusat belajar (students centered learning). Pada kondisi ini guru hanya bertindak sebagai fasilitator, dinamisator, dan motivator bagi peserta didik, dengan demikian interaksi antara sesama peserta didik menjadi lebih maksimal, sehingga kesimpulan-kesimpulan yang didasarkan kepada objek matematika yang bersifat fakta, konseptual, prinsip, prosedural dan skill (keterampilan) dari materi pembelajaran tersebut dapat ditemukan sendiri oleh para peserta didik (inquiry).

Model Pembelajaran berbasis masalah adalah suatu model pembelajaran yang mampu mengaktifkan interaksi sosial antar sesama peserta didik, karena model pembelajaran ini mengharuskan peserta didik aktif berdiskusi dalam kelompoknya sehingga setiap anggota kelompok menjadi lebih aktif. Pengalaman selama ini menunjukkan pengelolaan proses pembelajaran cenderung mengabaikan teori-teori belajar, terutama yang berkaitan dengan karakteristik peserta didik dan hubungannya dengan strategi pembelajaran yang diterapkan. Fenomena di atas dapat terlihat dari kualitas interaksi sesama peserta didik di dalam kelas, kualitas hasil kerja mandiri, kualitas kerja kelompok dan kualitas serta intensitas interaksi antara guru dan peserta didik masih tergolong rendah. Berdasarkan catatan lapangan selama ini, tingkat aktifitas mahasiswa dalam mengikuti proses pembelajaran statistika matematika baru sekitar 60%, idealnya sekurang-kurangnya 85%. Demikian juga kemampuan mahasiswa dalam menyerap materi kuliah Statistika Matematika secara klasikal hanya berada pada kisaran 60%, sedangkan secara individu berada pada kisaran 65%, idealnya baik secara klasikal maupun individual sekurang-kurangnya 85%. Tingkat aktifitas dan daya serap maha-

siswa yang masih tergolong rendah ini mengindikasikan ada masalah dalam proses pembelajaran. Dari sisi guru ada beberapa faktor sebagai akar penyebab terjadinya perbedaan antara kondisi ideal dan kondisi real tentang variabel yang diamati tersebut antara lain, proses pembelajaran cenderung didominasi oleh dosen, ada kecenderungan dosen tidak menerapkan strategi pembelajaran yang relevan dengan karakteristik materi dalam pembelajaran.

Dalam penelitian ini permasalahan difokuskan terhadap perbaikan proses pembelajaran. Penerapan model pembelajaran berbasis masalah dalam pembelajaran menunjukkan hasil yang cukup baik, terutama yang berkaitan dengan tingkat berpikir kritis, interaksi dan komunikasi antar sesama peserta didik. Hasil-hasil penelitian tersebut tertuang dalam Wahyu-di dkk (2015), Cicchino (2015), dan Mariani (2014). Penelitian akan difokuskan kepada upaya perbaikan proses pembelajaran, khususnya pada materi statistika matematika dengan menerapkan penelitian tindakan. Penelitian ini akan memanfaatkan model pembelajaran berbasis masalah sebagai tindakan yang akan diterapkan dalam mengelola proses pembelajaran, dan mengamati dampaknya terhadap tingkat aktifitas mahasiswa dalam pembelajaran serta kemampuan mahasiswa dalam menyerap materi pembelajaran.

Permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimana menerapkan model pembelajaran berbasis masalah dalam proses belajar mengajar mata kuliah Statistika Matematika, dan apakah dengan menerapkan model pembelajaran berbasis masalah dapat meningkatkan aktifitas mahasiswa dalam pembelajaran, dan kemampuan peserta didik dalam menyerap materi pembelajaran Statistika Matematika.

Tujuan penelitian ini adalah untuk memperbaiki kualitas proses pembelajaran yang dampaknya diharapkan dapat meningkatkan rasa percaya diri peserta didik dan meningkatkan kemampuan guru dalam menerapkan strategi pembelajaran. Hal ini sejalan dengan pendapat Sanjaya (2008) yang mengatakan, bahwa strategi pembelajaran adalah suatu kegiatan pembelajaran yang harus dikerjakan guru dan peserta didik agar tujuan pembelajaran dapat dicapai secara efektif dan efisien. Oleh karena itu dalam mengelola proses belajar mengajar, seorang guru harus mampu memadukan kedua unsur tersebut secara maksimal yaitu penguasaan materi dan strategi pembelajaran secara optimal. Mengacu kepada pendapat di atas metode pembelajaran dapat diartikan sebagai cara yang digunakan untuk mengimplementasikan rencana yang sudah disusun dalam bentuk kegiatan nyata dan praktis. Model pembelajaran pada dasarnya merupakan bentuk proses pembelajaran yang tergambar dari awal sampai akhir yang disajikan secara spesifik oleh guru. Jadi dapat dikatakan bahwa model pembelajaran merupakan cover atau frame dari penerapan pendekatan, strategi dan metode pembelajaran (Indrawati, 1999). Terdapat empat ciri khusus berkaitan dengan model pembelajaran yaitu, rasional teoritik, landasan pemikiran tentang apa dan bagaimana peserta didik belajar, prilaku guru yang diperlukan dalam mengelola proses pembelajaran, dan lingkungan belajar agar tujuan pembelajaran tercapai. Joyce dan Well dalam Supriawan dan Surasega (1990) mengatakan ada empat kelompok model pembelajaran yaitu, model interaksi sosial, model pengolahan informasi, model personal humanistik, dan model modifikasi tingkah laku. Dalam penelitian ini akan dikaji dampak penerapan kelompok model pembelajaran interaksi sosial, pengolahan informasi, dan modifikasi tingkah laku. Interaksi sosial berarti bagaimana model pembelajaran yang akan diterapkan dapat menggiring mahasiswa meningkatkan rasa peduli antara sesama (kecerdasan emosioanal). Pengolahan informasi berarti bagaimana model pembelajaran yang akan diterapkan dapat meningkatkan kecerdasan akademisnya (kecerdasan intelektual), dan modifikasi tingkah laku dapat dimaknai sebagai bagaimana sikap dan prilaku mahasiswa dalam proses pembelajaran.

Pembelajaran di perguruan tinggi dapat diartikan sebagai suatu kegiatan akademik yang terprogram dan terstruktur secara sistematis sehingga membuat mahasiswa belajar secara aktif yang didasarkan kepada berbagai sumber belajar yang relevan. Penerapan model-model pembelajaran yang baik dan tepat dapat memindahkan pusat aktifitas belajar dari guru

ke peserta didik. Dalam konteks ini guru seyogyanya berperan sebagai fasilitator, dinamisator, dan motivator pembelajaran sehingga diharapkan mahasiswa mampu mengkonstruksi pengetahuan baru berdasarkan pengetahuan sebelumnya. Di samping itu guru harus mampu berperan sebagai guides on the sides of the students bukan sebagai mentor in the center. Sebagai guides seorang dosen harus mampu membantu mahasiswa mengakses berbagai informasi dari berbagai sumber belajar untuk mendapatkan solusi terhadap permasalahan nyata yang terkait dengan substansi materi perkuliahan.

Sifat materi pembelajaran dalam matematika, khususnya statistika matematika terdiri dari fakta, prinsip, konsep, prosedur dan keterampilan, Salah satu model pembelajaran yang tepat dan sesuai dengan sifat materi pembelajaran statistika matematika adalah model pembelajaran berbasis masalah (problem base learning). Skenario pembelajaran berbasis masalah mengacu kepada mengidentifikasi topik, menentukan tujuan belajar, mengidentifikasi masalah, dan mengakses materi. (Eggen dan Kauchak, 2012). Dengan demikian proses pembelajaran dalam pembelajaran berbasis masalah memiliki tiga karakteristik utama yaitu, pembelajaran berfokus kepada pemecahan masalah, tanggung jawab pemecahan masalah terpusat pada siswa, dan guru mendukung proses saat siswa memecahkan masalah.

Dalam pembelajaran berbasis masalah ada dua jenis tujuan belajar yaitu, tujuan jangka pendek dan jangka panjang. Tujuan jangka pendek adalah sesuatu yang diharapkan dicapai oleh peserta didik setelah melalui serangkaian proses pembelajaran dalam satu topik pembelajaran. Sementara tujuan jangka panjang adalah bagaimana peserta didik dapat mengembangkan kemandirian dan keterampilan dalam pemecahan masalah. Peserta didik tidak akan memiliki kemampuan yang memadai dalam memecahkan masalah jika mereka tidak diberi pengalaman atau didorong secara terus menerus dalam memecahkan masalah. Dalam mengidentifikasi masalah tentu disesuaikan dengan deskripsi dan karakteristik mata pelajaran (mata kuliah). Masalah yang diangkat atau yang dibicarakan dalam proses pembelajaran akan efektif untuk dipecahkan jika masalah-masalah tersebut jernih, nyata, terkait dengan kehidupan sehari-hari dan sesuai dengan konteks materi pembelajaran. Pembelajaran berbasis masalah mendorong agar semua peserta didik memiliki peluang yang sama dalam mengakses materi pembelajaran. Artinya setiap individu harus terlibat aktif berinteraksi dengan semua sarana dan prasarana pembelajaran. Guru harus cermat dalam mengorganisasikan jalannya proses pembelajaran. Misalnya dalam mengelompokkan peserta didik, kelompok harus heterogen, jumlah peserta didik dalam satu kelompok tidak terlalu banyak juga tidak terlalu sedikit.

Ada lima indikator kegiatan guru yang dapat dijadikan sebagai tolok ukur terlaksananya proses pembelajaran berbasis masalah yaitu, memberikan orientasi kepada peserta didik, mengorganisasikan peserta didik agar fokus dalam mengikuti proses pembelajaran, membimbing penyelidikan secara individu maupun kelompok, membantu peserta didik mengembangkan dan menyajikan hasil karya, memantau peserta didik menganalisa dan mengevaluasi pemecahan masalah. Ada dua variabel pembelajaran yang dijadikan sebagai indikator utama untuk menetapkan apakah mahasiswa terlibat secara intens dalam proses pembelajaran yaitu, aktifitas mahasiswa dalam proses pembelajaran dan kemampuan mahasiswa menyerap materi pembelajaran secara klasikal. Aktifitas peserta didik dalam pembelajaran yang dimaksudkan dalam penelitian ini adalah perilaku-prilaku peserta didik dalam proses pembelajaran yang menunjang tercapainya tujuan pembelajaran. Indikator-indikator yang menunjukkan mahasiswa aktif dalam proses pembelajaran mengacu kepada Yulis (2002) dan Paul D. Dierich dalam Hamalik (2007) yaitu, 1. Kegiatan visual antara lain membaca, memperhatikan, mengamati, mendemonstrasikan. 2. Kegiatan lisan antara lain menyatakan, merumuskan, bertanya, menjawab, dan menginterupsi. 3. Kegiatan mendengarkan antara lain, mendengarkan penyajian, mendengarkan debat. 4. Kegiatan menulis antara lain, mengerjakan soal, membuat laporan. 5. Kegiatan menggambar antara lain, membuat grafik, pola. 6. Kegiatan emosional antara lain,

minat, motivasi, memiliki kesenangan, keberanian. 7. Kegiatan motorik antara lain, melakukan percobaan, membuat model atau desain. 8. Kegiatan mental antara lain, mengingat, memecahkan masalah, menganalisis, melihat hubungan-hubungan, dan membuat keputusan. Dalam proses pembelajaran, khususnya dari aspek kognitif hasil belajar dapat dijadikan sebagai salah satu indikator keberhasilan proses pembelajaran. Susanto (2014:5) mengatakan, hasil belajar adalah perubahan-perubahan yang terjadi pada diri peserta didik, baik yang menyangkut aspek kognitif, afektif, dan psikomotor sebagai hasil dari kegiatan belajar. Sementara Budiningsih (2010) menyatakan bahwa hasil belajar dapat diartikan sebagai tingkat keberhasilan peserta didik dalam mempelajari materi pembelajaran. Sementara Sudjana (2009) mengatakan bahwa hasil belajar adalah kemampuan-kemampuan yang dimiliki peserta didik setelah ia menerima pengalaman belajarnya. Dari aspek kognitif kemampuan mahasiswa menyerap materi pembelajaran (hasil belajar) dalam penelitian ini dimaksudkan sebagai gambaran umum tentang kemampuan mahasiswa memahami materi pembelajaran secara utuh dan komprehensif sesuai dengan deskripsi mata kuliah statistika matematika. Oleh karena itu aktifitas peserta didik dalam pembelajaran dan hasil belajar yang dinyatakan dengan kemampuan peserta didik menyerap materi pembelajaran secara klasikal akan dijadikan sebagai dua variabel utama yang diamati dalam penelitian ini.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan dengan subjek teliti mahasiswa unggul program studi pendidikan matematika Fakultas Keguruan dan Pendidikan Universitas Jambi berjumlah 25 orang. Penelitian dilakukan dalam 3 siklus, masing-masing siklus terdiri dari 3 kali pertemuan (tatap muka) dan setiap pertemuan dilaksanakan dalam 3 jam 20 menit setara dengan 4 satuan kredit semester. Prosedur penelitian dimulai dari perencanaan, melakukan tindakan, melakukan observasi, dan melakukan refleksi. Perencanaan adalah kegiatan untuk mempersiapkan semua sarana dan prasarana pembelajaran. Tindakan adalah kegiatan bagaimana mengorganisir semua sarana dan prasarana pembelajaran dalam pelaksanaan proses pembelajaran. Observasi adalah kegiatan mengumpulkan semua informasi atau data tentang variabel yang diamati. Refleksi adalah kegiatan penyusunan langkah-langkah tindakan berikutnya yang didasarkan kepada hasil analisis data yang diperoleh pada kegiatan observasi. Instrumen penelitian adalah lembar observasi aktifitas siswa dan dosen dalam pembelajaran dan perangkat tes. Ada dua jenis data yang diperoleh yaitu, data kuantitatif berskala ordinal dan data kuantitatif berskala interval. Kedua jenis data ini diolah dan dianalisis berdasarkan teknik persentase. Pengambilan keputusan berkaitan dengan hasil analisis data terhadap variabel pertama dan kedua berturut-turut merujuk kepada tabel 1 dan tabel 2 berikut,

Tabel 1. Interpretasi aktifitas mahasiswa dalam pembelajaran

Rentang skor	Rentang skor (%)	Interpretasi
0 - 135	0 – 20	Sangat rendah (SR)
136 - 270	21 – 40	Rendah(R)
271 - 405	41– 60	Sedang (S)
406 - 540	61– 80	Tinggi (T)
541 - 675	81– 100	Sangat Tinggi (ST)

Tabel 2. Interpretasi terhadap Kualitas Proses Pembelajaran (aktifitas Dosen)

Rentang skor	Rentang skor (%)	Interpretasi
5 - 9	20 – 39	Sangat rendah (SR)
10 - 13	40 – 55	Rendah(R)
14 -17	56 – 71	Sedang (S)
18 - 21	72 – 87	Tinggi (T)
22 - 25	88 - 100	Sangat Tinggi (ST)

Pengambilan keputusan berkaitan variabel ketiga (data kuantitatif berskala interval) dilakukan dengan cara menghitung frekuensi atau jumlah mahasiswa (subjek teliti) yang nilainya mencapai sekurang-kurangnya 75 (B+), dan proporsi mahasiswa yang mencapai nilai minimum 75 sekurang-kurangnya telah mencapai 85%.

Kriteria keberhasilan penelitian didasarkan kepada hasil observasi terhadap tiga variabel penelitian yang diamati artinya penelitian ini dikatakan berhasil jika,

1. aktifitas mahasiswa dalam mengikuti proses pembelajaran telah mencapai nilai sekurang-kurangnya 406 (61%) dengan interpretasi aktifitas mahasiswa dalam proses pembelajaran proses pembelajaran tinggi.
2. kualitas proses pembelajaran (aktifitas dosen dalam mengelola proses pembelajaran) telah mencapai nilai sekurang-kurangnya 18 (72%), dengan interpretasi kualitas proses pembelajaran tinggi.
3. jumlah mahasiswa yang memperoleh skor minimum (75/B+) atau lebih telah mencapai sekurang-kurangnya 85% dari seluruh mahasiswa yang diamati (subjek teliti).

HASIL PENELITIAN

Siklus Pertama

Skor aktifitas mahasiswa dalam proses pembelajaran secara klasikal baru mencapai 352, artinya aktifitas mahasiswa dalam proses pembelajaran secara klasikal masih pada level (kategori) sedang. Ada 7 orang atau 28% dari dari seluruh subjek teliti memiliki aktifitas pembelajaran pada level sedang, dan 18 orang atau 72% seluruh subjek teliti memiliki aktifitas pembelajaran pada level rendah. Aktifitas dosen dalam mengelola proses pembelajaran baru mencapai skor 16, ini menunjukkan aktifitas dosen baru pada level sedang. Nilai rata-rata kelas pada pertemuan pertama, kedua dan ketiga berturut-turut adalah 70,08, 70,60, dan 70,60, dengan nilai rata-rata dari nilai rata-rata kelas dalam tiga pertemuan sebesar 70,37, dan baru 5 orang (20%) dari jumlah seluruh subjek teliti nilainya telah mencapai minimal 75

Siklus Kedua

Skor aktifitas mahasiswa dalam proses pembelajaran secara klasikal sudah mencapai skor 417, artinya aktifitas mahasiswa dalam proses pembelajaran sudah berada pada level tinggi. Ada 2 orang atau 8% dari dari seluruh subjek teliti memiliki aktifitas pembelajaran pada level sangat rendah, 2 orang atau 8% dari dari seluruh subjek teliti memiliki aktifitas pembelajaran pada level rendah, 19 orang atau 76% dari seluruh subjek teliti memiliki aktifitas pembelajaran pada level sedang, dan 2 orang atau 8% dari seluruh subjek teliti memiliki aktifitas pembelajaran pada level tinggi. Aktifitas dosen dalam mengelola proses pembelajaran sudah mencapai skor 19 yang berarti aktifitas dosen berada pada level **tinggi**. Nilai rata-rata kelas pada pertemuan pertama, kedua dan ketiga berturut-turut adalah 73,68, 74,48, dan 75,48, dengan nilai rata-rata dari nilai rata-rata kelas dalam tiga pertemuan sebesar 74,37 dan 13 orang (52%) dari jumlah seluruh subjek teliti nilainya telah mencapai minimal 75.

Siklus Ketiga

Skor aktifitas mahasiswa dalam proses pembelajaran secara klasikal sudah mencapai skor 594, artinya aktifitas mahasiswa dalam proses pembelajaran secara klasikal sudah berada pada level sangat tinggi. Ada 14 orang atau 56% dari dari seluruh subjek teliti telah memiliki aktifitas pembelajaran pada level sangat tinggi, dan 100% atau seluruh subjek teliti telah memiliki aktifitas pembelajaran pada level tinggi. Aktifitas dosen dalam mengelola proses pembelajaran pada siklus ke tiga sudah mencapai skor 23 yang berarti aktifitas dosen berada pada level sangat tinggi. Nilai rata-rata kelas pada pertemuan pertama, kedua dan ketiga berturut-turut adalah 84,24, 84,92, dan 84,76, dengan nilai rata-rata dari nilai rata-rata kelas dalam tiga pertemuan sebesar 84,64, dan 22 orang (88%) dari jumlah seluruh subjek teliti

nilainya telah mencapai minimal 75. Hasil pengamatan terhadap ketiga variabel penelitian tersebut dirangkum dalam tabel 3 berikut.

Tabel 3. Perubahan Secara Numeris Variabel penelitian

No	Variabel yang diamati	Siklus ke		
		I	II	III
1	Aktifitas mahasiswa	352	417	594
2	Keterlaksanaan proses pembelajaran (aktifitas dosen)	16	19	23
3	Nilai rata-rata kelas	70,30	74,37	84,64
4	Jumlah siswa yang nilai rata-ratanya ≥ 75	5(20%)	13(52%)	22(88%)

Berdasarkan tabel 3 di atas terlihat bahwa, secara numeris ada kenaikan nilai atau skor semua variabel yang diamati. Persentase perubahan aktifitas mahasiswa dari siklus I ke siklus II adalah 17,61% dan dari siklus II ke siklus III meningkat menjadi 42,44%. Persentase perubahan keterlaksanaan proses pembelajaran dari siklus I ke siklus II adalah 18,75% dan dari siklus II ke siklus III naik menjadi 21,05%. Persentase perubahan nilai rata-rata hasil belajar dari siklus I ke siklus II adalah 5,8% dan dari siklus II ke siklus III naik menjadi 13,80%. Persentase jumlah siswa yang nilai rata-ratanya minimal 75, siklus I adalah 25%, siklus II naik menjadi 52% dan pada siklus 3 naik lagi menjadi 88%.

PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil penelitian, aktifitas peserta didik, aktifitas guru dan kemampuan peserta didik dalam menyerap materi pembelajaran pada siklus I, semuanya belum memenuhi kriteria keberhasilan penelitian. Banyak faktor yang patut diduga sebagai penyebab belum terpenuhinya kriteria tersebut antara lain, peserta didik belum terbiasa dengan langkah-langkah pembelajaran berbasis masalah, belum terbiasa dengan belajar secara kelompok, belum terbiasa dengan soal-soal berdasarkan masalah, dan belum terbiasa dengan menyajikan hasil karya. Untuk mengatasi permasalahan tersebut dilakukan refleksi terhadap tindakan yaitu, dengan menjelaskan secara seksama sintaks atau langkah-langkah pelaksanaan pembelajaran berbasis masalah, mendorong dan membimbing mahasiswa dalam belajar secara kelompok, memperbanyak variasi bentuk soal-soal berdasarkan masalah, dan memperbanyak frekuensi mahasiswa baik secara kelompok maupun individual untuk menyajikan hasil karyanya.

Berdasarkan refleksi tersebut, hasil pengamatan terhadap tiga variabel penelitian yaitu aktifitas pesertadidik dalam pembelajaran, aktifitas guru, dan kemampuan peserta didik dalam menyerap materi pembelajaran baik secara kualitatif maupun kuantitatif ada perubahan kearah yang lebih baik. Namun perbaikan ketiga variabel penelitian tersebut belum mencapai batas minimal kriteria keberhasilan, terutama berkenaan dengan variabel keterlaksanaan proses pembelajaran (aktifitas dosen), dan nilai rata-rata kelas (daya serap).

Selanjutnya refleksi difokuskan untuk meningkatkan nilai kedua variabel ini yaitu dengan merekayasa tindakan khususnya pada sintaks kedua, ketiga, dan keempat. Rekayasa yang dilakukan adalah dengan memanfaatkan tutor sebaya, yaitu menunjuk beberapa mahasiswa yang dipandang memiliki kemampuan akademis yang lebih baik untuk menjadi tutor. Setelah itu proses pembelajaran kembali dilanjutkan sembari mengukur perubahan nilai kedua variabel terakhir. Akhirnya pada akhir pertemuan ketiga dalam siklus ketiga semua nilai variabel yang diamati telah mencapai batas minimum sesuai dengan kriteria keberhasilan penelitian.

KESIMPULAN

Didasarkan kepada hasil penelitian dan pembahasan di atas, penelitian menyimpulkan, penerapan model pembelajaran berbasis masalah dapat meningkatkan aktifitas mahasiswa, meningkatkan kualitas pembelajaran, dan meningkatkan kemampuan siswa menyerap materi pembelajaran Statistika Matematika.

SARAN

1. Dalam pelaksanaan proses pembelajaran dosen (guru) sebaiknya menerapkan strategi-strategi pembelajaran tertentu yang disesuaikan dengan karakteristik mahasiswa dan materi pembelajaran serta ketersediaan sarana dan prasarana pembelajaran.
2. Penerapan model pembelajaran dalam proses pembelajaran sebaiknya melibatkan mahasiswa (siswa) secara terintegrasi, dan memanfaatkan mahasiswa (siswa) yang potensial secara akademik sebagai fasilitator pembelajaran.

DAFTAR PUSTAKA

- Budiningsih, A., 2010, Belajar dan Pembelajaran, Jakarta: PT. Rineka Cipta
- Cicchino, M., 2015, Using Game Based Learning to Foster Critical thinking in Student Discourse, *Interdisciplinary Journal of Problem Based Learning*, Vol 9(2).
- Erman, S., dkk., 2002, Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer, Bandung: JICA FPMIPA
- Eggen, P., Kauchak, D., 2012, Strategi dan Model Pembelajaran, edisi ke 6, Jakarta : Permata Puri Media
- Hamalik, O., 2007, Proses Belajar Mengajar, Jakarta: PT. Rineka
- Hikmawati dan Wahyudi, 2014, Pengaruh Model Pembelajaran Berbasis Masalah Berbantuan Video Kartun Terhadap Hasil Belajar Fisika, *Journal Pijar MIPA*, Volume X Nomor 1, Maret 2015
- Mariani, S., 2014, The effectiveness of Learning by PBL Assisted Mathematics Pop Up Books Against the Spatial Ability in Grad VII on Geometry Subject Matter. *International Journal of Education Research*, Vol. 2(8), 531-548
- Indrawati, 1999, Model-Model Pembelajaran IPA, Bandung: Pusat Pengembangan Penataran Guru IPA
- Sanjaya, W., 2008, Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan, Jakarta: Kencana Prenada
- Sudjana, N., 2009, Metode Statistika, Bandung: Tarsito
- Supriawan, D., dan Surasega, A.B., 1990, Strategi Belajar Mengajar, Bandung: FPTK-IKIP Bandung
- Susanto, A., 2014, Teori Belajar dan Pembelajaran di Sekolah Dasar, Jakarta: Prenada media Group
- Yulis, R., 2002, Ilmu Pendidikan Islam, Jakarta: Kalamulia.

PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE *THINK TALK WRITE* (TTW) TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA KELAS XI IPA SMA NEGERI 9 PADANG

Dra. Jazwinarti, M.Pd , Suherman, S.Pd, M.Si, Irvan Sardhi, S.Pd

ABSTRACT

Kemampuan komunikasi matematis sangat perlu dikuasai oleh siswa untuk mencapai tujuan pembelajaran matematika. Temuan di sekolah menunjukkan bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa kelas XI IPA SMA Negeri 9 Padang masih belum optimal. Salah satu upaya yang dapat dilakukan dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe Think Talk Write (TTW). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui apakah kemampuan komunikasi matematis siswa kelas XI IPA SMA Negeri 9 Padang dengan model pembelajaran kooperatif tipe Think Talk Write lebih baik daripada pemahaman konsep matematis siswa dengan pembelajaran konvensional. Jenis penelitian adalah Quasi Eksperiment dengan rancangan Randomized Control Group Only Design. Populasi penelitian siswa kelas XI IPA SMA Negeri 9 Padang tahun pelajaran 2016/2017. Penarikan sampel dilakukan dengan teknik simple random sampling, terpilih kelas XI IPA 1 sebagai kelas eksperimen dan kelas XI IPA 2 sebagai kelas kontrol. Instrumen yang digunakan adalah tes kemampuan komunikasi matematis berupa soal essay. Data dianalisis menggunakan uji Mann-Whitney.

Berdasarkan hasil analisis data, diperoleh kesimpulan bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa dengan model pembelajaran kooperatif Think Talk Write lebih baik daripada kemampuan komunikasi matematis siswa dengan model pembelajaran konvensional pada kelas XI IP SMA Negeri 9 Padang dengan taraf nyata $\alpha = 0,05$.

Keywords: Kemampuan Komunikasi Matematis, Pembelajaran Matematika, Kooperatif Tipe *Think Talk Write*.

PENDAHULUAN

Pendidikan perlu dimiliki setiap orang untuk membantu membangkitkan potensi dirinya, dalam kehidupan melalui pendidikan seseorang memperoleh berbagai ilmu pengetahuan dan Teknologi yang dibutuhkan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satunya adalah matematika, merupakan salah satu bidang studi yang dipelajari mulai dari sekolah dasar sampai ke perguruan tinggi.

Mengingat begitu perlunya pendidikan matematika maka guru sebagai pelaksana dalam pembelajaran di sekolah, harus mampu melaksanakan inovasi dalam pembelajaran dan memotivasi siswa agar lebih aktif, kreatif, analitis dan kritis supaya tujuan pembelajaran matematika dapat dicapai secara optimal, dalam proses pembelajaran matematika melalui komunikasi, siswa dapat mengemukakan pemikiran dan ide-ide matematikanya.

Menurut Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 59 (2014 : 327-329), disini dinyatakan bahwa tujuan pelajaran matematika di SD/MI, SMP/MTs, SMA/MA dan SMK/MAK adalah diantaranya agar peserta didik :

- 1) Memahami konsep matematika, merupakan kompetensi dalam menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan menggunakan konsep maupun algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah;
- 2) Menggunakan pola sebagai dugaan dalam penyelesaian masalah, dan mampu membuat generalisasi berdasarkan fenomena atau data yang ada;
- 3) Menggunakan penalaran pada sifat, melakukan manipulasi matematika baik dalam penyederhanaan, maupun menganalisa komponen yang ada dalam pemecahan masalah dalam konteks matematika maupun di luar matematika (kehidupan nyata, ilmu, dan teknologi) yang meliputi kemampuan memahami masalah, membangun model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh termasuk dalam rangka memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari (dunia nyata);
- 4) Mengomunikasikan gagasan, penalaran serta mampu menyusun bukti matematika dengan menggunakan kalimat lengkap, symbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah;
- 5) Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika,serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah;
- 6) Memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya, seperti taat azas, konsisten, menjunjung tinggi kesepakatan, toleran, menghargai pendapat orang lain, santun, demokrasi, ulet, tangguh, kreatif, menghargai kesemestaan (konteks, lingkungan), kerjasama, adil, jujur, teliti, cermat, dsb;
- 7) Melakukan kegiatan-kegiatan motoric yang menggunakan pengetahuan matematika;
- 8) Menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil tekonologi untuk melakukan kegiatan-kegiatan matematik.

Jadi dalam pembelajaran matematika, setiap siswa dituntut untuk memiliki kemampuan komunikasi matematis yang baik agar siswa mampu mengkomunikasikan pemikiran serta ide-ide yang dimilikinya. Jadi pentingnya komunikasi matematis sangatlah penting untuk dimiliki oleh siswa dalam pembelajaran, akan tetapi kenyataannya komunikasi matematis siswa belum optimal.

Hasil observasi disekolah dan wawancara dengan guru, diperoleh informasibahwa kurikulum yang digunakan adalah kurikulum KTSP, siswa masih banyak bertanya dan kekurangan waktu untuk menggunakan kesempatan bertanya oleh siswa, terlihat juga kemampuan komunikasi matematis siswa masih jauh dari yang diharapkan. Siswa mengalami kesulitan dalam mengkomunikasikan symbol-simbol, gambar, grafik, diagram dan kurva kedalam model matematika. Berdasarkan hasil ulangan harian siswa, kesulitan untuk menuliskan langkah-langkah penyelesaian secara sistematis dan lupa menuliskan hasil jawaban, tetapi langkah penyelesaian tidak ada.

Kenyataannya tidak cukup setengah dari jumlah siswa yang mencapai nilai diatas KKM (KKM yang ditetapkan sekolah adalah 80). Hal ini terlihat bahwa hasil belajar matematika pada kelas XI IPA di SMAN 9 Padang masih rendah, dapat dilihat dari hasil ulangan harian I seperti tabel berikut

Persentase Ketuntasan Belajar Ulangan Harian I Siswa Kelas XI IPA SMAN 9 Padang Tahun Pelajaran 2016/2017

No	Kelas	Jumlah Siswa	Persentase Ketuntasan (%)	
			Nilai < 75	Nilai \geq 75
1	XI IPA 1	31	74.19	25.81
2	XI IPA 2	32	87.50	12.50
3	XI IPA 3	32	50.00	50.00
4	XI IPA 4	32	37.50	62.50
5	XI IPA 5	31	87.10	12.90

Salah satu usaha yang dapat dilakukan oleh guru mengatasi permasalahan komunikasi matematika siswa ialah memilih dan menggunakan model pembelajaran matematika yang tepat untuk hal tersebut agar siswa dapat memahami konsep matematika dengan baik serta mampu mengembangkan kemampuan menyampaikan informasi atau mengkomunikasikan pemikiran, gagasan dan ide dari konsep matematika tersebut.

Menurut *National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM), “*Mathematical communication is a way of sharing ideas and clarifying understanding. Through communication, ideas become objects of reflection, refinement, discussion, and amendment*” (NCTM: 2000). Maksudnya apabila siswa memiliki kemampuan komunikasi matematis yang baik, maka siswa tersebut akan bisa menerjemahkan masalah yang diberikan, membangun pemahaman dan mempublikasikan ide.

Salah satu model pembelajaran yang dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa adalah model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* (TTW). Karena dengan model ini, dapat membantu siswa mengkonstruksi pengetahuannya sendiri dalam pembelajaran, dan berharap agar dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa sehingga tujuan pembelajaran dapat tercapai.

Berdasarkan latar belakang diatas, maka dilaksanakan penelitian dengan judul “Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe *Think Talk Write* (TTW) terhadap Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Kelas XI IPA SMA Negeri 9 Padang”. Model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* (TTW) ini diperkenalkan oleh Huinte & Laughlin. Dengan menggunakan model pembelajaran TTW dapat menumbuh kembangkan kemampuan pemahaman dan kemampuan komunikasi matematik siswa (Yamin dan Ansari, 2012:84). Dengan tahapannya yaitu : berfikir (*Think*), berbicara (*Talk*), dan menulis (*Write*).

Tahapan *Think* dimulai dengan keterlibatan siswa dalam berfikir atau berdialog dengan dirinya sendiri setelah membaca LKS yang diberikan. Kegiatan berfikir dapat dilihat dari proses siswa membaca dan membuat catatan dari apa yang telah dibacanya, kegiatan ini dapat meningkatkan keterampilan berfikir siswa.

Tahapan selanjutnya *talk*, siswa berbicara atau mengomunikaasikan hasil pemikirannya dalam diskusi dan berbagi (*Sharing*) dengan kelompok. Sebelum dengan kelompok dalam bentuk presentasi singkat. Pembelajaran akan efektif jika dilakukan dalam kelompok dengan tiga sampai lima orang setiap kelompok. Dalam kelompok siswa diminta untuk membaca, membuat catatan kecil, menjelaskan, mendengarkan dan membagi ide bersama teman.

Kegiatan setelah tahapan *talk* adalah menulis (*Write*) kembali pengetahuan atau informasi apa saja yang didapat dari tahapan sebelumnya. Pada tahapan *write* siswa mengkonstruksi sendiri hasil tahapan *Think* dan *talk* dalam bentuk ringkasan materi yang dibuat secara individu. Setelah melakukan Pembelajaran Kooperatif Tipe *Think Talk Write*

diharapkan siswa mampu memiliki pengetahuan saat *Think*, saat *talk*, dan saat *write* sehingga dapat melanjutkan kerja komunikasi matematis dalam belajar dan tercapainya tujuan pembelajaran matematika baik.

Langkah-langkah pembelajaran dengan tipe *Think Talk Write* (TTW) menurut Yamin dan Ansari (2012:90) adalah :

- 1) Guru membagi teks bacaan berupa Lembaran Aktivitas Siswa yang memuat situasi masalah bersifat *Open-ended* dan petunjuk beserta prosedur pelaksanaannya.
- 2) Siswa membaca teks dan memuat catatan dari hasil bacaan secara individual, untuk dibawa ke forum diskusi (*Think*)
- 3) Siswa berinteraksi dan berkolaborasi dengan teman untuk membahas isi catatan (*talk*). Guru berperan sebagai mediator lingkungan belajar.
- 4) Siswa mengkontruksi sendiri pengetahuan sebagai hasil kolaborasi (*write*).

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “ Apakah kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* (TTW) lebih baik dari pada kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan model pembelajaran konvensional di kelas XI SMA Negeri 9 Padang”.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah quasi eksperimen (eksperimen semu). Rancangan penelitian yang digunakan adalah *Randomized Control Group only Design*. Pada rancangan penelitian ini sampel dipilih secara acak untuk diambil sebagai kelas eksperimen dan kelas control. Kelas eksperimen adalah kelas yang diberi perlakuan yaitu kelas model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write*, sedangkan kelas control adalah kelas yang menggunakan pembelajaran konvensional.

Populasi dalam penelitian ini adalah siswa kelas XI IPA SMAN 9 Padang tahun pelajaran 2016/2017. Terpilih sampelnya adalah kelas XI IPA 1 sebagai kelas eksperimen dan kelas XI IPA 2 sebagai kelas control. Variabel pada penelitian ini yaitu variabel bebas dan variabel terikat. Variabel bebas yaitu penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* dan pembelajaran konvensional. Sedangkan variabel terikatnya adalah kemampuan komunikasi matematis siswa.

Data pada penelitian ini ada dua yaitu data primer dan data sekunder. Data primer adalah data yang dikumpulkan langsung oleh penulis dari objek penelitian yaitu data kemampuan komunikasi matematis siswa yang diperoleh setelah perlakuan diberikan sedangkan data sekunder adalah data yang diambil secara tidak langsung dari pihak lain yaitu data tentang jumlah siswa yang menjadi populasi dan sampel, data nilai ulangan harian I semester I serta data hasil ujian tengah semester ganjil matematika siswa kelas XI IPA yang didapat dari guru dan tata usaha SMAN 9 Padang.

Prosedur penelitian dibagi atas 3 tahap, yaitu persiapan, tahap pelaksanaan, dan tahap penyelesaian. Tahap persiapan dimulai dengan membuat proposal penelitian, mempersiapkan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP), LKS serta Instrumen penelitian. Tahap pelaksanaan merupakan waktu pelaksanaan penelitian. Tahap penyelesaian adalah pemberian tes akhir kepada siswa, instrumen yang digunakan adalah tes kemampuan komunikasi matematis siswa. Tes yang diberikan berupa soal essay yang berjumlah 6 butir soal yang mencakup indikator kemampuan komunikasi matematis yaitu :

1. Menyajikan pernyataan matematika secara tertulis dan gambar
2. Melakukan manipulasi matematika
3. Memberikan alasan atau bukti secara logis dan kebenaran terhadap solusi

Materi yang diujikan adalah lingkaran. Sebelum tes diberikan kepada kelas sampel, terlebih dahulu dilakukan uji coba soal. Uji coba soal dilakukan untuk mengetahui tingkat

kesukaran dan daya pembeda dari item soal yang digunakan, serta reliabelitas tes. Setelah dilakukan analisis terhadap hasil uji coba soal tes, kemudian dilakukan tes akhir pada kedua kelas sampel untuk melihat kemampuan komunikasi matematis siswa tersebut

Pada analisis data tes akhir, untuk melihat data subjek penelitian berdistribusi normal dan homogeny dilakukan uji normalitas dan uji homogenitas. Untuk uji normalitas dilakukan uji *Anderson-Darling* dengan bantuan software minitab. Jika kedua sampel berdistribusi normal dan homogen maka menguji hipotesis digunakan uji-t satu arah dengan bantuan software minitab. Karena sampel tidak berdistribusi normal maka uji hipotesis dilakukan dengan statistic non parametrik menggunakan uji *U Mann-Whitney* dengan bantuan software minitab.

Setelah dilaksanakan tes akhir kemampuan komunikasi matematis, pada kedua kelas sampel, pelaksanaan tes akhir diikuti oleh 31 orang siswa dari eksperimen dan 32 orang siswa dari kelas kontrol, hasil analisisnya dapat dilihat pada tabel dibawah ini

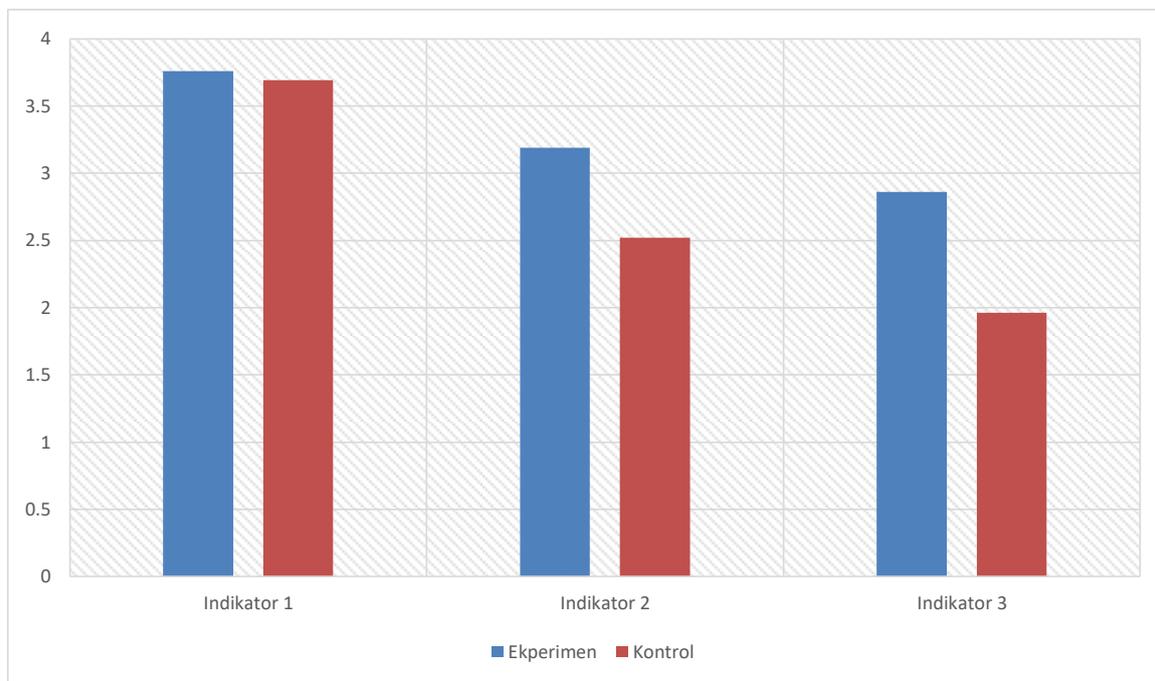
Statistik Hasil Tes Kemampuan Komunikasi Matematika

Kelas	N	\bar{X}	S	X max	X min
Eksperimen	31	79.23	6.38	91	63
Kontrol	32	65.72	3.76	75	56

Berdasarkan tabel diatas ternyata rata-rata kemampuan komunikasi matematis siswa kelas eksperimen lebih tinggi dari pada kelas kontrol. Untuk perolehan skor maksimum, kelas eksperimen memperoleh nilai lebih tinggi dibandingkan kelas kontrol. Tetapi ditinjau dari standar deviasinya untuk kelas eksperimen lebih tinggi daripada kelas kontrol. Hal ini menunjukkan bahwa nilai pada kelas kontrol lebih seragam dari pada kelas eksperimen. Menurut KKM yang ditetapkan sekolah yaitu 80, dapat dilihat persentase ketuntasan siswa pada kedua kelas sampel. Presentase siswa yang tuntas pada kelas eksperimen yaitu lebih dari 50%, sedangkan pada kelas kontrol adalah 0%, artinya tidak ada satupun siswa yang melewati batas KKM. Selanjutnya rata-rata perolehan skor siswa untuk setiap indikator, pada soal tes akhir kemampuan komunikasi matematis kedua kelas sampel dapat dilihat pada tabel dibawah ini.

Rata-rata perolehan skor Tes Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Kelas Sampel, Beserta grafiknya.

Indikator Kemampuan Komunikasi Matematis	Rata-rata	
	Kelas Eksperimen	Kelas Kontrol
1	3.76	3.69
2	3.19	2.52
3	2.86	1.96



Grafik Rata-rata Tes Kemampuan Komunikasi Matematis

Berdasarkan tabel dan gambar diatas, diperoleh bahwa siswa kelas eksperimen memperoleh rata-rata skor lebih tinggi daripada siswa kelas control, pada setiap indikator kemampuan komunikasi matematis, jadi dapat disimpulkan bahwa rata-rata kemampuan komunikasi matematis siswa kelas eksperimen lebih baik daripada siswa kelas kontrol pada setiap indikator kemampuan komunikasi matematis.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil dari analisis data, dapat disimpulkan bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa yang pembelajarannya dengan model Pembelajaran Kooperatif Tipe TTW lebih baik dibandingkan dengan pembelajaran konvensional kelas XI SMA Negeri 9 Padang.

Menurut kesimpulan diatas maka diharapkan guru dapat menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe TTW sebagai salah satu alternatif pembelajaran supaya kemampuan komunikasi matematis siswa meningkat lebih baik. Hal ini didukung oleh rata-rata pencapaian indikator untuk semua soal pada kelas eksperimen lebih baik dibandingkan kelas kontrol. Walaupun ada dua buah soal menyatakan nilai presentase perolehan skor kelas kontrol sedikit lebih baik daripada kelas eksperimen (kendala terjadi adalah pengelolaan kelas dan pengaturan waktu). Selanjutnya disarankan bahwa pembelajaran tidak hanya bertujuan memberikan konsep pembelajaran saja, tetapi juga melatih siswa untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematis.

DAFTAR PUSTAKA

NCTM.2000. Executive Summary : Principles and Standards for School Mathematics. https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PSSM_ExecutiveSummary.pdf diakses tanggal 31 maret 2017.

Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 59 (2014). *Pedoman Mata Pelajaran Matematika*.

Sudjana.2002. *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito

Yamin, Martinis & Bansu I. Ansari. 2012. *Taktik Mengembangkan Kemampuan Individual Siswa*. Jakarta: Referensi.

PENERAPAN PENDEKATAN SAVI UNTUK MEMINIMALKAN MISKONSEPSI SISWA PADA BANGUN DATAR

Sehatta S, Zuhri D
Mathematics Education,
PMIPA FKIP UR¹⁾
email: ssehatta@yahoo.com

ABSTRACT

Student misconceptions that occur in understanding the geometry object is a fact that shows that management of learning is not yet able to establish the concept of geometry well. Understanding the concept of plane figure built through the stages of learning immature, used to understand the concept of a higher suspected one cause of these misconceptions. This fact that underlies this study, so the goal is to look comprehensively whether SAVI approach can minimize misconceptions of elementary school students in looking at plane figure. Subjects of this study consists of two primary schools which the Subjects were students of second grade elementary school in Bukit Raya subdistrict , Pekanbaru city. Data were collected by the test, and analyzed descriptively. The results showed that there was a drop of misconceptions students with different percentages for each object plane figure after following study with SAVI approach

Keywords : SAVI approach, Misconceptions

LATAR BELAKANG

Salah satu tujuan pembelajaran matematika dijenjang Sekolah Dasar adalah membekali siswa dengan kemampuan pemahaman matematis sebagai dasar untuk membangun kemampuan matematis lainnya. Mengingat matematika adalah ilmu terstruktur, maka pengelolaan pembelajaran seharusnya sedini mungkin mencegah terjadinya kesalahan atau miskonsepsi siswa terhadap konsep atau prinsip yang dipelajarinya agar kemampuan yang fundamental tersebut, kuat untuk menopang dalam membangun kemampuan lainnya.

Terkait dengan penguasaan matematika siswa, khususnya pada topic geometri dari beberapa temuan pakar, yakni : Soedjadi (1991: 2), Fauzan (1996: 65), Saragih (2004: 55) Indonesia, Bishop (1979 :135) di Papua New Guinea, Veron (dalam Ruslan, 1996: 4) di Afrika dapat disarikan bahwa: (1). unit geometri tampak merupakan unit dari pelajaran matematika yang tergolong sulit, antara lain terlihat bahwa murid sukar mengenal dan memahami bangun-bangun geometri terutama bangun-bangun ruang serta unsur-unsurnya; (2) persepsi siswa terhadap bangun ruang masih terikat pada bentuk tampilan gambar; (3) tidak mampu menafsirkan gambar-gambar dua dimensi sebagai wakil benda-benda tiga dimensi. Misalnya gambar prisma banyak ditafsirkan siswa sebagai bangun datar; (4) secara umum bentuk bangun datar yang dikenal dan dipahami oleh siswa adalah bentuk bangun datar yang umum dicontohkan oleh guru dalam pembelajaran.

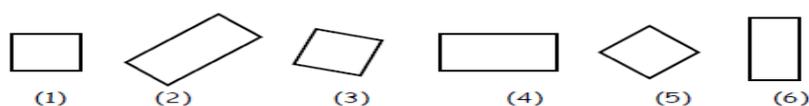
Temuan di atas menunjukkan bahwa kesulitan menguasai topic geometri karena adanya miskonsepsi siswa dalam memandang objek geometri. Terkait dengan hal ini, Saragih,S (2014:4) mendeskripsikan miskonsepsi siswa kelas III SD terhadap bangun datar segi empat seperti yang dimuat pada Tabel. 1.

Tabel. 1 Deskripsi Miskonsepsi Siswa Kelas III SD terhadap Segiempat

Konsep	Bentuk Bangun	%
Persegi		1,25 44,44 87,5
Persegi Panjang		0 26,388 81,9
Jajargenjang		26,38 43,05 81,94
Trapezium		23,61 52,77 68

Fakta miskonsepsi siswa terhadap bangun datar juga dikemukakan oleh Sumardiyono (2019). Berikut contoh tes yang digunakan oleh peneliti.

Perhatikan semua bangun datar di bawah ini!



Pertanyaannya, tndailah bangun datar bernomor yang mana termasuk: (1). kelompok atau jenis persegi, (2). kelompok atau jenis persegi panjang.

Dari jawaban siswa peneliti menyimpulkan bahwa:

1. Untuk persegi, sebanyak 65.18% siswa menjawab benar dan 33.93% mengalami miskonsepsi. Lebih rinci, terdapat 13.39% siswa memilih persegi panjang sebagai persegi, 7,14% siswa hanya memilih persegi dalam posisi “mendatar” (Gambar.1) dan 13,39 siswa mengalami miskonsepsi dengan beragam bentuk.
2. Untuk persegi panjang, tidak ada yang menjawab benar. Sebanyak 99,11% siswa mengalami miskonsep dengan rincian, sebanyak 10,71% siswa menganggap persegi hanya dalam posisi biasa yaitu dengan sisi mendatar yang merupakan sisi terpanjang (Gamabar.4), 81,25 siswa memilih salah satu atau semua bentuk persegi panjang yang bukan persegi, 7,14% siswa mengalami miskonsepsi dengan ragam bentuk

Dari kedua fakta miskonsepsi siswa tersebut dapat dikatakan bahwa ketika gambar model bangun datar yang ditampilkan adalah contoh yang umum diberikan guru dalam proses pembelajaran, hanya sebagian kecil siswa yang mengalami miskonsepsi. Sebaliknya, jika gambar model bangun datar yang diberikan tidak umum digunakan oleh guru, maka miskonsepsi siswa relatif tinggi dengan persentase yang bervariasi. Fakta ini mengindikasikan bahwa pengelolaan pembelajaran berdampak terhadap terjadinya miskonsepsi siswa dalam memahami bangun datar.

Masih tingginya miskonsepsi siswa dalam memahami bangun datar adalah fakta yang dapat dijadikan indikator yang menunjukkan adanya kerawanan penguasaan bahan ajar geometri oleh siswa. Gambaran umum pengelolaan pembelajaran bangun datar oleh guru, diawali dengan pengenalan bangun datar melalui konteks-konteks nyata kemudian dilanjutkan dengan penjelasan konsep bangun datar melalui model gambar. Sering terlupakan atau mungkin tidak disadari oleh guru bahwa setelah mengenalkan bangun datar melalui konteks nyata, guru langsung melanjutkan penjelasannya dengan menggunakan gambar model bangun datar (simbolik) yang abstract tanpa merefleksi apakah konsep yang dibangun melalui konteks nyata tersebut telah diterima siswa dengan baik. Dalam proses ini pada dasarnya pemahaman konsep oleh siswa yang dibangun melalui konteks nyata tersebut belum cukup matang, namun guru melanjutkan penjelasannya dengan menggunakan model gambar (simbolik) yang abstract.

Dampak dari peralihan yang kurang mulus tersebut membuat siswa kehilangan arah dalam memahami konsep bangun datar. Kondisi inilah yang dipandang sebagai pemicu munculnya miskonsepsi siswa dalam memahami bangun datar, yang bermula pada rendahnya kemampuan pemahaman matematis siswa tentang bangun datar. Sejalan dengan uraian di atas, Widdiharto (2004) menyatakan bahwa kebanyakan guru dalam mengajar kurang memperhatikan kemampuan berfikir siswa atau dengan kata lain tidak mempertimbangkan tingkat kognitif siswa sesuai dengan perkembangan usianya. Kemudian Kerans (1995: x) mengemukakan, salah penyebab kelemahan penguasaan bahan ajar geometri oleh siswa, metode yang digunakan guru kurang melibatkan aktivitas siswa. Sejalan dengan Kerans, Sabandar (2002) mengemukakan bahwa dalam pembelajaran matematika sekolah siswa perlu diberi kesempatan untuk mengobeservasi, mengeksplorasi, mencoba, serta menemukan prinsip-prinsip geomteri lewat aktivitas informal untuk kemudian meneruskannya dengan kegiatan formal.

Disamping itu, Bruner, dalam Hudoyo (1998) mengemukakan bahwa setiap individu pada waktu mengalami atau mengenal kembali peristiwa atau benda dalam lingkungannya menemukan kembali peristiwa dan benda dalam pikirannya yakni suatu model mental tentang peristiwa atau benda yang dialaminya. Proses ini terbagi atas tiga tahap yakni tahap Enaktif, Ikonik dan tahap Simbolik. Kemudian Gravenmajer (1994) mengemukakan bahwa matematika adalah aktivitas insani. Hal ini menunjukkan bahwa konsep bangun datar seharusnya dibentuk melalui pengalaman siswa dalam keseharian mereka. Namun demikian tahapan belajar yang dikemukakan oleh Bruner juga penting untuk dilaksanakan.

Memahami prinsip pembentukan pengalaman belajar sebagaimana yang dikemukakan oleh pakar di atas, maka salah satu pendekatan pembelajaran yang sejalan dengan ide-ide tersebut adalah pendekatan SAVI. Pendekatan SAVI adalah sebuah konsep belajar yang menekankan bahwa belajar haruslah memanfaatkan semua alat indra yang dimiliki siswa. Somatic (S) bermakna belajar haruslah mengalami atau berbuat. Misalnya siswa mengidentifikasi benda-benda dalam kehidupan yang terkait dengan konsep yang dipelajari. Proses ini memberikan peluang kepada siswa untuk membangun pengetahuannya yang lebih matang. Auditory (A) bermakna, dalam membangun pengetahuan siswa diberi kesempatan untuk mengemukakan ide-idenya atau berargumen terkait dengan hal yang dipelajari. Kondisi ini memberikan peluang bagi siswa untuk melengkapi atau memantapkan pengetahuannya tentang konsep matematika yang diperoleh dalam tahap sebelumnya.

Visualization (V) bermakna, dalam membangun pengetahuan matematis siswa harus diberi kesempatan untuk memvisualisasikan konsep atau prinsip yang diperolehnya. Aktivitas ini memberikan peluang bagi siswa untuk mensintesis pengetahuannya untuk membangun pengetahuan matematika formal. Intellectually (I) bermakna, dalam membangun pengalaman belajarnya siswa haruslah menggunakan kemampuan berpikir (*minds-on*) melalui aktivitas bernalar, menyelidiki, mengidentifikasi, menemukan, mencipta, mengkonstruksi, memecahkan masalah, dan menerapkan. Aktivitas ini memungkinkan siswa membangun kemampuan penalarannya dalam membangun pengetahuannya.

Berangkat dari rasional di atas, maka masalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah dampak komperhensif penerapan pendekatan SAVI terhadap miskonsepsi siswa dalam memahami bangun datar segiempat dan segitiga.

KAJIAN LITERATUR

Pendekatan Pembelajaran Savi

Pendekatan merupakan salah satu komponen dalam strategi belajar mengajar. Suherman (Hananto, 2010: 22) mengungkapkan bahwa pendekatan merupakan suatu jalan, cara, atau kebijakan yang ditempuh oleh guru atau siswa dalam mencapai tujuan dari pembelajaran. Pendekatan SAVI merupakan salah satu pendekatan pembelajaran yang

dikembangkan oleh Dave Maier dalam bukunya *The Accelerated Learning Handbook*. Dave Meier (Maria, 2011: 10) menyatakan bahwa pendekatan SAVI merupakan pendekatan belajar yang menggabungkan gerakan fisik dengan aktifitas intelektual dan penggunaan semua alat indera.

Ide pendekatan SAVI mengacu pada aliran ilmu kognitif modern yang berpandangan bahwa belajar yang paling baik adalah melibatkan emosi, seluruh tubuh, semua indera, dan segenap kedalaman serta keluasan pribadi, menghormati gaya belajar individu lain dengan menyadari bahwa orang belajar dengan cara-cara yang berbeda (Harry, 2011: 6). Empat unsur dalam pendekatan SAVI, adalah Somatis, Auditori, Visualisasi, dan Intelektual.

Somatis berasal dari bahasa Yunani yang berarti tubuh (soma). Dave Maier (Maria, 2011: 11) menyatakan bahwa belajar somatis adalah belajar dengan indera peraba, kinetis, praktis melibatkan fisik dan menggunakan serta menggerakkan tubuh sewaktu belajar. Penelitian neurologis menemukan bahwa tubuh dan pikiran adalah satu karena temuan mereka menunjukkan bahwa pikiran tersebar diseluruh tubuh. Menghalangi fungsi tubuh dalam belajar berarti kita menghalangi fungsi pikiran sepenuhnya. Untuk merangsang hubungan pikiran dan tubuh dalam pembelajaran matematika, maka perlu diciptakan suasana belajar yang dapat membuat siswa bangkit dan berdiri dari tempat duduk serta aktif secara fisik dari waktu ke waktu (Hananto, 2010: 25).

Beberapa cara yang dapat digunakan untuk mengoptimalkan aktivitas belajar somatis (Miftahul, 2013: 284) :

1. Rancanglah sebuah proyek yang dapat mendorong siswa untuk bergerak di tempat-tempat yang berbeda.
2. Biarkan siswa berdiri dan berjalan ketika mereka tengah mendengarkan, menonton, atau berpikir.
3. Berikan sesuatu yang bisa mereka mainkan selama melakukan aktivitas ini.

Implementasi kegiatan belajar pada tahap Somatis dalam penelitian ini dilakukan melalui cara, dengan menggunakan media yang berdesain benda-benda yang berbentuk bangun datar yang dikenal baik oleh, siswa diminta untuk mengidentifikasi berdasarkan bentuknya. Belajar dalam pada tahap Auditori artinya belajar yang mengutamakan berbicara dan mendengar. Hal ini menunjukkan bahwa siswa harus diberi kesempatan untuk mengungkapkan idenya pengalaman belajar yang mereka peroleh pada tahap sebelumnya dalam sebuah diskusi kelompok. Siswa didorong untuk mencocokkan pengalaman belajarnya dengan ide yang diterimanya dari teman kelompoknya sehingga dapat memperkuat atau mengembangkan pengalaman belajar yang dimilikinya dari tahap sebelumnya.

Beberapa cara yang dapat digunakan untuk mengoptimalkan aktivitas belajar auditori menurut Miftahul,(2013: 285), adalah:

1. Mintalah siswa untuk menjelaskan apa yang telah mereka pelajari.
2. Libatkan siswa dalam diskusi dan jajak pendapat dengan siswa-siswa lain.

Implikasi tahap Auditori dalam penelitian ini dilakukan dengan cara: (1) meminta siswa memberikan alasan pengelompokan bangun datar yang dibuatnya pada tahap Somati dan Auditori; (2) mempresentasikan alasan yang dibuatnya dan memberikan tanggapan atas pertanyaan atau ide temannya.

Tahap ketiga adalah Visualisasi, artinya belajar dengan mengamati dan menggambarkan. Ketajaman visual sangatlah kuat pada diri setiap individu karena didalam otak lebih banyak perangkat untuk memproses informasi visual dari pada indera yang lain. Pembelajaran visual belajar paling baik jika mereka dapat melihat contoh dari dunia nyata, diagram, peta gagasan, ikon, gambar, dan gambaran dari segala macam hal ketika mereka sedang belajar (Hananto, 2010).

Beberapa cara yang dapat diterapkan untuk mengoptimalkan aktivitas belajar visual (Miftahul, 2013) :

1. Mintalah siswa untuk terus mencatat setiap penjelasan penting yang disampaikan di ruang kelas.
2. Ajaklah siswa untuk membuat semacam mural, gambar, atau lukisan tentang gagasan mereka.

Implikasi tahapan belajar Visual dalam penelitian ini adalah dengan menggunakan alat peraga bangun datar (terbuat dari akrilik) meminta siswa menggambar/melukis dengan cara menciplak setiap bangun datar dengan berbagai variasi. Kemudian siswa diminta untuk memberikan tanggapannya terhadap hasil kerja berkaitan dengan konsep bangun datar yang dilukisnya.

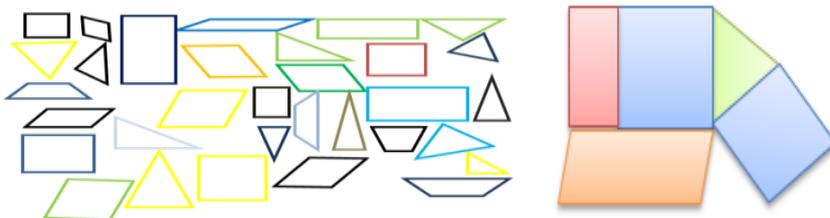
Tahap terakhir belajar dalam pendekatan SAVI adalah intelektual. Tahap ini merupakan tahapan belajar formal matematika. Pada tahap ini, siswa merenung, mencipta, memecahkan, masalah dan membangun makna. Belajar intelektual berarti menunjukkan apa yang dilakukan siswa dalam pikiran mereka secara internal ketika mereka menggunakan kecerdasan untuk merenungkan suatu pengalaman dan menciptakan hubungan makna, rencana, dan nilai dari pengalaman tersebut (Harry, 2011). Tanpa adanya belajar intelektual, sebuah pelatihan belajar secerdik apapun akan menjadi terlihat dangkal, begitu pula apa yang terjadi pada pembelajaran yang hanya melibatkan aspek S-A-V, tanpa adanya intelektual pembelajaran ini hanya akan menjanjikan di awal-awal pembelajaran, namun akan musnah ketika hujan realitas turun. Ini menunjukkan betapa pentingnya memasukkan aspek intelektual dalam pembelajaran (Hananto, 2010).

Beberapa aktivitas belajar yang dapat diterapkan untuk mengoptimalkan aktivitas belajar intelektual (Miftahul, 2013) :

1. Setiap menyelesaikan suatu pengalaman belajar, mintalah siswa untuk duduk sejenak merefleksikan apa yang telah dipelajari dan menghubungkannya dengan apa yang telah diketahui.
2. Cobalah mengajukan pertanyaan-pertanyaan mengenai materi pelajaran yang telah diajarkan dan mintalah siswa untuk berpikir tentang pemecahannya.

Implikasi dari tahap ini dalam pembelajaran matematika, khususnya dalam mengenal bangun datar dapat dilakukan dengan cara:

- 1) Siswa diberi kesempatan untuk melukis setiap bangun datar dengan berbagai variasi bentuk
- 2) Meminta siswa memberikan pengertian bangun datar menurut bahasanya sendiri sebagai awal pembentukan batasan konsep secara matematik formal
- 3) Siswa diberikan model gambar kumpulan bangun datar (lihat contoh), kemudian minta mereka mengidentifikasi/mengelompokkannya. bangun datar yang sama dari sejumlah bangun datar, seperti contoh berikut:
- 4) Berikan siswa permasalahan matematika tentang sebuah bangun yang menggabungkan beberapa bangun datar (lihat gambar), kemudian minta mereka mengidentifikasinya.



Miskonsepsi

Bericara tentang miskonsepsi, dalam bahasa Inggris dikenal dengan *misconception*. *Conception is an understanding or a belief of what something is or what something should be (Oxford Dictionary)*. Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) konsepsi adalah

pengertian; pendapat (paham). Mis sendiri dapat diartikan sebagai salah atau tidak sesuai. Dengan demikian miskonsepsi dapat diartikan sebagai suatu pemahaman yang salah atau tidak sesuai terhadap konsep tertentu. Dengan kata lain, konsepsi dapat dinyatakan sebagai ketidaksesuaian antara pengertian ilmiah atau pengertian yang diterima oleh para ilmuwan dengan pengertian yang dimiliki siswa. Menurut Brown (dalam Suparno, 2005:4), miskonsepsi merupakan penjelasan yang salah dan suatu gagasan yang tidak sesuai dengan pengertian ilmiah yang diterima para ahli.

Dari uraian di atas, maka dapat dikatakan bahwa miskonsepsi adalah ketidaksesuaian pengertian (batasan konsep) yang dimiliki seseorang (siswa) dengan pengertian ilmiah (pakar). Mengingat salah satu objek pembangun matematika adalah konsep, maka pemahaman tentang konsep sangat penting. Disamping itu, karakteristik matematika yang terstruktur maka pemahaman konsep dasar memiliki arti penting dalam membangun konsep yang lebih tinggi. Sehubungan dengan itu munculnya miskonsepsi akan menghambat upaya membangun pengetahuan matematis yang lebih tinggi.

Konsep-konsep matematika yang diberikan dijenjang SD merupakan konsep dasar untuk membangun pemahaman siswa terhadap matematika. Sehubungan dengan itu, maka sekecil apapun faktor yang memicu terjadinya miskonsepsi siswa harus dieliminir. Oleh sebab itu, pembelajaran matematika perlu disesuaikan dengan karakteristik siswa dan materi yang disajikan. Pernyataan ini menunjukkan bahwa pengalaman belajar yang diperoleh siswa melalui konteks-konteks nyata, harus dimanfaatkan untuk memahami matematika yang abstrak yang akhirnya tiba pada puncak kerucut dimana pengalaman itu diperoleh dalam bentuk simbol atau lambang-lambang kata.

Sejalan dengan pernyataan ini, Bruner dalam Hudoyo (1998) menyatakan bahwa proses asimilasi dan akomodasi setiap informasi yang masuk ke dalam struktur mental melalui tiga tahap yakni tahap Enaktif, Ikonik dan tahap Simbolik. Lebih lanjut dikatakan bahwa proses belajar akan berlangsung secara optimal jika proses pembelajaran sejalan dengan tahapan yang dikemukakan tersebut. Pernyataan di atas, mengindikasikan bahwa kematangan pengalaman belajar yang diperoleh melalui tahap enaktif (konkrit) memberikan kemudahan dan hasil pengalaman belajar yang lebih baik pada tahap Ikonik, selanjutnya kematangan pengalaman belajar yang pada tahap Ikonik memberikan pengalaman belajar yang lebih baik pada tahap Simbolik. Hal ini menunjukkan bahwa pemanfaatan media pembelajaran dalam membangun pengetahuan, seharusnya memiliki prinsip yang sama dengan tahapan membangun pengetahuan tersebut. Artinya pemanfaatan media harus sejalan dengan tahapan belajar yakni belajar dengan menggunakan media yang Enaktif, Ikonik dan Simbolik.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian eksperimen dengan subjek penelitiannya terdiri dari siswa kelas III SD di Kecamatan Bukitraya Kota Pekanbaru Tp. 2015/2016 yang terdiri dari 4 kelas. Sampel penelitian diwakili masing-masing satu kelas dari kedua sekolah. Desain penelitian yang digunakan adalah desain *Pretest and Posttest Group Design* (Tuckman, 1978; Ruseffendi, 1998; McMillan & Schumacher, 2001), yang digambarkan sebagai berikut:

A O X O

Keterangan:

A : Penetapan sampel acak kelas X : Perlakuan
O : Pengukuran Miskonsepsi

Instrumen pengumpul data penelitian adalah tes, yang disusun berdasarkan muatan kurikulum 2013. Data yang terkumpul kemudian dianalisis dengan menggunakan statistik deskriptif untuk menggambarkan miskonsepsi siswa sebelum dan sesudah mengikuti pembelajaran dengan pendekatan SAVI.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan analisis jawaban siswa, maka dapat ditetapkan miskonsepsi siswa dalam memahami konsep bangun datar. Adapun miskonsepsi yang dimaksud untuk segiempat dimuat pada Tabel.1 dan untuk segitiga untuk Tabel.2.

Tabel. 1

Rekapitulasi Miskonsepsi Siswa Pada Bangun Segi Empat

Nama Objek	Bentuk Objek				Nama Objek	Bentuk Objek			
	1	2	3	4		1	2	3	4
Persegi Panjang					Persegi				
	Sbl/Ssd (%)	4.1 / 0	26.0/5.5	52.0/15.1		16.4/1.8	2 / 0	21.9/8.2	28.7/12.3
Belah Ketupat					Jajar genjang				
	Sbl/Ssd (%)	15/ 4.1	42.5/15.1	30.1		16.4	15.0/4.1	35.6	46.6/23.3
Trafesium									
	Sbl/Ssd (%)	20.6/8.2	42.8/27.4	34.3/5.6	57.5/24.7				

Tabel. 2 *Rekapitulasi Miskonsepsi Siswa Pada Bangun Segi Tiga*

Nama Objek	Bentuk Objek				Nama Objek	Bentuk Objek			
	1	2	3	4		1	2	3	4
Segitiga Sama Sisi					Segitiga Sama kaki				
	Sbl/Ssd (%)	4.1/0	32.9/15.1	28.2/8.1		47.9/28.8	5.5/1.4	23.3/5.5	42.3/20.5
Segitiga Siku-siku									
	Sbl/Ssd (%)	4.1/1.2	43.8/24.7	38.4/19.2	46.6/35.2				

Hasil analisis ata yang dimuat pada Table. 1 dan Tabel. 2 menunjukkan bahwa terdapat penurunan miskonsepsi siswa pada setiap jenis bangun segiempat dan segitiga dengan persentase yang bervariasi. Hal ini menunjukkan bahwa penerapan pendekatan SAVI memberikan kontribusi terhadap penurunan miskonsepsi siswa dalam memahami bangun datar segiempat dan segitiga. Selanjutnya, jika dikaji lebih lanjut sebelum mengikuti pembelajaran, miskonsepsi siswa untuk bangundatar segiempat tertinggi terjadi pada bangun datar trapesium dan terendah terjadi pada bangun datar persegi panjang. Untuk bangun datar segitiga diawal pembelajaran miskonsepsi siswa tertinggi terjadi pada bangun datar segitiga siku-siku dan terendah terjadi pada bangun datar segitiga samakaki.

Selanjutnya setelah pembelajaran untuk bangun datar segiempat penurunan miskonsepsi tertinggi terjadi pada bangun datar trapesium sebesar 22.26% dan yang terendah terjadi pada bangun datar persegi sebesar 14,7%. Sedangkan penurunan miskonsepsi tertinggi terjadi pada bangun datar segitiga sama kaki sebesar 15,8% dan yang terendah terjadi pada bangun datar segitiga siku-siku 13,4%. Fakta ini menunjukkan bahwa penurunan miskonsepsi yang cukup besar setelah pembelajaran terjadi pada miskonsepsi yang tinggi sebelum pembelajaran. Hal ini mengindikasikan bahwa walaupun penerapan pendekatan SAVI dapat meminimalkan miskonsepsi siswa, namun pengalaman belajar yang dimiliki siswa masih turut berperan dalam penurunan ini. Artinya, pengalaman belajar yang dimiliki siswa tentang konsep bangun datar memberikan kontribusi terhadap penurunan miskonsepsi siswa setelah mengikuti pembelajaran SAVI.

Dari data di atas juga dapat dilihat bahwa tidak semua objek bangun datar segiempat luput dari miskonsepsi siswa setelah mengikuti pembelajaran dengan menerapkan strategi SAVI. Jika dicermati lebih jauh terlihat bahwa bangun persegi panjang dan persegi merupakan dua jenis bangun datar yang diawal pembelajaran miskonsepsi siswa rata-ratanya terendah dan setelah pembelajaran rata-ratanya jauh lebih kecil dibandingkan dengan rata-rata miskonsepsi bangun datar lain. Hal ini menunjukkan bahwa kedua bangun tersebut merupakan objek bangun datar segi empat yang paling dikenal siswa. Sedangkan untuk bangun datar segitiga, miskonsepsi siswa diawal pembelajaran yang terbesar terjadi pada segitiga siku-siku dan penurunan miskonsepsi siswa juga terjadi pada segitiga yang sama.

Dari fakta miskonsepsi siswa sebagaimana yang dimuat pada Table. 1 dan Tabel. 2 diperoleh fakta bahwa miskonsepsi siswa pada objek desain gambar bangun segiempat dan segitiga yang biasa ditunjukkan guru sebagai contoh, persentase siswa yang miskonsepsi lebih kecil terjadi dibandingkan contoh desain yang jarang diperlihatkan sebagai contoh. Hal ini dapat dilihat bahwa untuk desain-desain objek bangun datar pada desain 1 secara umum miskonsepsi siswa diawal pembelajaran lebih kecil dibanding dengan desain lainnya untuk setiap jenis bangun datar. Walaupun penerapan pendekatan SAVI memberikan kontribusi terhadap penurunan miskonsep ini, namun penurunan ini dipandang belum optimal. Sehubungan dengan itu, maka upaya-upaya perbaikan dalam pelaksanaan penerapan pendekatan SAVI. Ada beberapa hal yang terkait dengan hal ini, diuraikan berikut ini.

Dalam tahap Somati, dalam penelitian siswa diberikan kesempatan untuk mengklasifikasikan bentuk-bentuk bangun datar dengan menggunakan alat peraga yang berdesain kontekstual. Sebaiknya setelah kegiatan mengidentifikasi bentuk-bentuk bangun datar tersebut, siswa diminta melukis bentuk bangun datar tersebut agar pengalaman belajar yang mereka peroleh melalui aktivitas pengelompokan tersebut, dapat membayangkan dan mengenal bentuk bangun datar yang dipelajari lebih baik. Tujuan kegiatan ini untuk merangsang hubungan pengetahuan yang telah diperoleh dan gerak tubuh yang dilakukan ketika melukis bangun datar lebih bermakna.

Pada tahap Auditori dalam penelitian ini dilakukan dengan meminta siswa mengungkapkan idenya tentang bangun datar dengan menyebutkan ciri-cirinya namun tidak lengkap. Sebaiknya siswa diminta mengemukakan idenya tentang ciri-ciri tersebut secara lengkap, serta dengan bantuan guru diminta membedakan ciri bangun datar tersebut dengan rumpun terdekatnya. Misalnya ciri persegi dengan persegi panjang, ciri belah ketupat dengan jajargenjang.

Tahap ketiga dalam pendekatan SAVI” adalah Visualisasi. Implementasi tahap ini dalam penelitian yang dilakukan siswa, dengan menggunakan alat peraga media bangun datar yang terbuat dari akrilik meniplak setiap bangun datar dengan berbagai variasi. Sebaiknya, setelah mereka meniplak dengan menggunakan alat peraga siswa diminta memvisualisasikan pengalaman belajar yang diperolehnya dengan menggambar kembali semua bangun datar dengan berbagai variasi. Hal ini agar pengalaman belajar yang diperoleh dengan menggunakan alat peraga, dapat divisualisasikannya kembali dalam bentuk gambar buatan sendiri. Cara ini dipandang akan memperkuat pengalaman belajar yang diperoleh siswa tentang bangun datar.

Tahap terakhir belajar dalam pendekatan SAVI adalah intelektual. Tahap ini merupakan tahapan belajar formal matematika. Pada tahap ini, siswa merenung, mencipta, memecahkan, masalah dan membangun makna. Implementasi tahap ini dalam penelitian yang dilakukan siswa diminta menggambar semua bangun datar dimana bentuk dan ukurannya yang bervariasi. Sebaiknya, kegiatan belajar ini diikuti dengan meminta siswa membuat semua jenis bangun datar yang dipelajari dengan berbagai variasi ukuran dalam karton, kemudian diminta dimenggingtingnya dan menempelkannya berdasarkan jenisnya.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis data dapat disimpulkan bahwa:

1. Terdapat penurunan miskonsepsi siswa tentang bangun datar dengan prosentase yang bervariasi setelah dibelajarkan dengan pendekatan SAVI
2. Secara umum diawal dan diakhir pembelajaran, miskonsepsi siswa terjadi paling kecil pada desain jenis bangun datar yang umum dicontohkan oleh guru
3. Untuk bangun datar segiempat miskonsepsi yang terbesar terjadi pada bangun datar trapesium dan untuk segitiga terjadi pada segitiga siku-siku.

SARAN

Sebagaimana yang dikemukakan dalam pembahasan bahwa walaupun terdapat penurunan miskonsepsi siswa dalam memahami bangun datar melalui pembelajaran SAVI yang dilakukan dalam penelitian ini, ada beberapa hal yang dirasakan dalam pelaksanaan pembelajaran ini agar hasilnya lebih baik, yakni:

- 1) Dalam tahap Somati, aktivitas siswa perlu diikuti dengan melukis bentuk bangun datar tersebut agar mereka dapat membayangkan dan mengenal bentuk bangun datar yang dipelajari lebih baik. Tujuan kegiatan ini untuk merangsang hubungan pikiran dan gerak tubuh yang dilakukan ketika melukis bangun yang dimaksud.
- 2) Pada tahap Auditori kegiatan belajar perlu diikuti dengan meminta siswa mengungkapkannya dengan lengkap, serta dengan bantuan guru diminta membedakan ciri dan sifat bangun datar tersebut dengan rumpun terdekatnya. Misalnya ciri persegi dengan persegi panjang, ciri belah ketupat dengan jajargenjang.
- 3) Pada tahap Visualisasi kegiatan siswa perlu disertai dengan meminta siswa menggambar kembali semua bangun datar dengan berbagai variasi tanpa menggunakan alat peraga. Hal ini dimaksudkan agar pengalaman belajar yang diperoleh dengan menggunakan alat peraga, dapat divisualisasikannya kembali dalam bentuk gambar buatan siswa sendiri.
- 4) Pada tahap intelektual, yakni tahapan belajar formal matematika. Pada tahap ini, sebaiknya diberi kesempatan membuat semua jenis bangun datar yang dipelajari dengan berbagai variasi ukuran dalam karton, kemudian mengguntingnya dan menempelkannya dalam berbagai bentuk variasi secara berkelompok sesuai dengan jenis bangun datarnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Hudoyo, H. (1998). *Pembelajaran Matematika Menurut Pandangan Konstruktivistik*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional Upaya-upaya Meningkatkan Peran Pendidikan dalam Era Globalisasi. PPS IKIP Malang. Malang, 4 April 1998
- Herawati.,1994. *Penguasaan siswa terhadap bangun datar.*, Tesis., IKIP Surabaya
- Hananto, 2010. *Merancang Pembelajaran Inovatif*, Rosda Karya, Bandung
- Miftahul, 2013. *Belajar dan Pembelajaran*, Erlangga Jakarta.
- Ruseffendi, E.T. (1993). *Pengantar Statistik Pendidikan*, Buku Ajar., Tidak diterbitkan UPI Bandung.
- Soedjadi., R.(1991). *Wajah Pendidikan Matematika di Sekolah Dasar Kita* Makalah Penataran Penyiapan Calon Guru Penatar Dosen PGS-DII Guru Kelas, Jakarta: Tidak diterbitkan
- Saragih, S. (2014). *Profil Kemampuan Keruangan Siswa SD kelas III terhadap Bangun Datar*. LPPM UR Pekanbaru. Hasil Penelitian: Tidak diterbitkan

Soedjadi, R. 1992 *Pokok-Pokok Pikiran Tentang Orientasi Masa Depan Matematika Sekolah di Indonesia*. Media Pendidikan Matematika Nasional IKIP Surabaya.

Sumardiyono, dkk. 2009. Kemampuan Siswa Sekolah Dasar Dalam Penguasaan Istilah Dan Simbol Matematika. Laporan penelitian. PPPPTK Matematika Yogyakarta. Tidak diterbitkan.

EFFECT OF PSYCHOLOGICAL FACTORS IN LEARNING TO LEARNING OUTCOMES ON REAL ANALYSIS

Rahmadani Putri, Roseli Theis

FKIP, Universitas Jambi
email: bilcara3@gmail.com

ABSTRACT

Learning outcomes are influenced by several factors, among others from within ourselves., Factors in, among others are psychological factors. The purpose of this research is 1) To know whether there is a significant relationship between psychological factors experienced by students of Mathematics Education courses on learning outcomes of the course Real Analysis. 2) To know how much influence factors experienced by students of Mathematics Education courses on learning outcomes of the course Real Analysis. This research is classified in descriptive studies. The population is all students Mathematics Education of PMIPA FKIP Jambi University that contracting courses Real Analysis second semester of academic year 2014/2015. Samples taken are Regular Mandiri class. The data in this study was obtained from the observation, questionnaire data, and achievement test. The results showed four indicators have a strong influence, namely motivation of 67,85%, interest of 64,57%, concentration of 61,60% and readiness of 68,51%, while indicators for understanding strong enough influence of 53,67%. The regression equation is formed $\hat{Y} = -7,78 + 0,35X$. Based on the t-test known to have a significant influence between psychological factors of students in learning the learning outcomes of the course Real Analysis. Psychological factors in Learning have an influence of 26,43% to the learning outcomes of Real Analysis at the Department of Mathematics Education PMIPA FKIP Jambi University

Keywords: *Psychological factors in learning, real analysis, learning outcomes*

PENDAHULUAN

Latar Belakang Masalah

Kesulitan-kesulitan di dalam proses pembelajaran adalah hal yang umum ditemui, dan menjadi suatu tantangan yang harus dihadapi. Tidak hanya di bangku sekolah, di tingkat perguruan tinggi pun permasalahan di dalam pembelajaran juga banyak ditemukan. Tiap kelas ataupun tiap angkatan mempunyai permasalahan yang berbeda-beda sesuai dengan tingginya pelajaran yang mereka hadapi. Permasalahan dalam pembelajaran tersebut juga banyak dihadapi oleh mahasiswa di program studi Pendidikan Matematika Universitas Jambi. Bagi mahasiswa, setiap mata kuliah yang mereka pelajari memiliki tingkat kesulitan yang berbeda-beda, yang akhirnya akan menimbulkan permasalahan dalam pembelajaran. Salah satunya adalah permasalahan dalam mata kuliah Analisis Real.

Mata kuliah Analisis Real ini memberikan gambaran lebih umum mengenai konsep analisis sederhana serta menumbuhkan dan melatih cara bernalar dimana sangat bermanfaat

dalam berbagai pengkajian ilmiah. Hal ini membutuhkan pemahaman, latihan serta penalaran dalam bentuk analisis teorema-teorema. Selain itu, dibutuhkan pula pemahaman konsep, definisi-definisi formal, kemampuan pemodelan matematika, pembuktian, dan penulisan secara formal.

“Imajeri mahasiswa di dalam pembelajaran Analisis Real” adalah makalah yang dipresentasikan pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Yogyakarta, yang menjelaskan mengenai hasil penelitian Darmadi di IKIP PGRI Madiun yang menunjukkan bahwa 99% mahasiswa merasakan sulitnya belajar Analisis Real. Kesulitan itu menurut mahasiswa bersumber dari materi dan cara penyajiannya.

Dalam proses pembelajaran, terdapat beberapa faktor yang akan menjadi penghambat dalam belajar. Menurut Slameto (2010:54) faktor tersebut terbagi menjadi dua yaitu faktor intern dan faktor ekstern. Adapun faktor-faktor intern yang dimaksud yaitu terdiri dari faktor jasmaniah, faktor psikologis dan faktor kelelahan. Sedangkan faktor ekstern terdiri dari faktor keluarga, faktor sekolah dan faktor lingkungan masyarakat. Sedangkan Baharuddin dan Wahyuni (2010:19) menyatakan faktor internal tersebut terdiri dari faktor psikologis dan fisiologis, serta faktor eksternalnya meliputi lingkungan sosial serta lingkungan nonsosial.

Faktor psikologis merupakan salah satu faktor yang pengaruhnya sangat besar dalam diri seseorang. Faktor psikologis adalah keadaan psikologis seseorang yang akan dapat mempengaruhi proses belajar orang tersebut. Dalam Sardiman (2014:39), Thomas F. Staton menguraikan enam macam faktor-faktor psikologis di dalam proses belajar mengajar yaitu pemahaman, pengulangan, motivasi organisasi, konsentrasi, dan reaksi. Faktor-faktor tersebut juga memiliki pengaruh dalam proses belajar bagi mahasiswa pada mata kuliah Analisis Real. Seperti rendahnya motivasi dalam belajar, kurangnya konsentrasi selama proses belajar dan mengajar, tidak adanya minat dalam belajar, rendahnya pemahaman akan materi, hingga ketidaksiapan dari dalam diri ketika belajar. Hal ini menimbulkan adanya rasa cemas, takut, dan tidak percaya diri ketika diminta menyelesaikan tugas Analisis Real yang telah diberikan. Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk menjadikan faktor-faktor psikologis mahasiswa dalam belajar Analisis Real sebagai fokus penelitian penulis, dengan judul: “Pengaruh Faktor Psikologis Dalam Belajar Terhadap Hasil Belajar Analisis Real”

Rumusan Masalah

Rumusan masalah di dalam penelitian ini adalah:

1. Apakah terdapat pengaruh yang signifikan diantara faktor-faktor psikologis (motivasi, konsentrasi, minat, pemahaman, dan kesiapan) yang dialami oleh mahasiswa Pendidikan Matematika terhadap hasil belajar pada mata kuliah Analisis Real?
2. Berapakah besar pengaruh faktor-faktor psikologis (minat, motivasi, pemahaman, dan kesiapan) yang dialami mahasiswa program studi Pendidikan Matematika terhadap hasil belajar Analisis Real?

Tujuan Penelitian

Sesuai rumusan masalah yang dikemukakan, maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui ada tidaknya pengaruh yang signifikan antara faktor-faktor psikologis mahasiswa program studi Pendidikan Matematika dalam belajar terhadap hasil belajar Analisis Real.
2. Untuk mengetahui berapa besar pengaruh faktor-faktor psikologis yang dialami mahasiswa program studi Pendidikan Matematika terhadap hasil belajar Analisis Real.

KAJIAN LITERATUR

Faktor-Faktor Psikologis di dalam Belajar

Faktor psikologis adalah keadaan psikologis seseorang yang dapat mempengaruhi proses belajar (Baharuddin dan Wahyuni, 2010:20). Faktor-faktor psikologis akan memberikan landasan serta kemudahan dalam upaya mencapai tujuan belajar secara optimal. Tanpa kehadiran faktor psikologis, bisa saja dapat mempersulit seseorang dalam kegiatan belajarnya. Proses belajar dan mengajar akan berhasil, jika didukung oleh faktor psikologis yang baik pula dari individu tersebut.

Dalam hal penelitian ini akan dibahas lima macam faktor-faktor psikologis yang berpengaruh dalam proses belajar.

1. Motivasi

Motivasilah yang mendorong seseorang ingin melakukan kegiatan belajar. Menurut Slavin (1994) ahli psikologi, definisi motivasi adalah sebagai proses di dalam diri individu yang aktif, mendorong, memberikan arah, dan menjaga perilaku setiap saat. Motivasi juga diartikan sebagai pengaruh kebutuhan dan keinginan terhadap intensitas dan arah perilaku seseorang (Baharuddin dan Wahyuni, 2010:22). Seseorang akan dapat berhasil dalam belajar, kalau pada dirinya sendiri ada keinginan untuk belajar. Keinginan atau dorongan untuk belajar inilah yang disebut dengan *motivasi*. Persoalan motivasi ini tergantung pada unsur pengalaman dan *interest*. Seseorang mahasiswa pendidikan matematika yang berasal dari jurusan IPA umumnya memiliki ketertarikan yang lebih dalam mendalami mata kuliah yang ada di program studi Pendidikan Matematika dibandingkan dengan yang berasal dari jurusan lainnya, karena matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang dominan mereka pelajari di bangku SMA/ sederajat

2. Konsentrasi

Konsentrasi menurut Dimiyati dan Mudjiono (2013:239) merupakan kemampuan memusatkan perhatian, pada suatu situasi dalam pelajaran. Pemusatan perhatian tersebut tertuju pada isi bahan belajar maupun proses memperolehnya. Dalam konsentrasi ini keterlibatan mental secara detail sangat diperlukan, sehingga tidak hanya menjadi “perhatian” sekadarnya saja. Konsentrasi adalah salah satu bagian terpenting dalam proses belajar. Terkadang banyak siswa yang sedang dalam proses belajar dengan pandangan menatap ke depan, tapi pikirannya tidak tahu entah kemana, di sini lah peran guru sebagai pendidik agar jeli dan bisa membuat konsentrasi siswa tertuju pada kegiatan belajar.

3. Minat

Hilgard merumuskan tentang minat sebagai berikut: “*Interst is persisting tendency to pay attention to enjoy some activity or content.*” Minat adalah kecenderungan yang tetap untuk memperhatikan dan mengenang beberapa kegiatan yang diminati seseorang, diperhatikan terus-menerus yang disertai dengan rasa senang (Slameto, 2010:57)

Belajar dengan minat akan mendorong siswa belajar lebih baik daripada belajar tanpa minat. Minat ini timbul apabila siswa tertarik akan sesuatu karena lebih sesuai dengan kebutuhannya atau merasa bahwa yang akan dipelajarinya dirasakan akan bermakna bagi dirinya. Namun demikian, minat tanpa adanya usaha yang baik maka belajar juga sulit untuk berhasil (Hamalik, 2011:33)

4. Pemahaman

Pemahaman (*comprehension*) dapat dikatakan menguasai sesuatu dengan pikiran. Karena itu belajar berarti harus mengerti secara mental makna filosofinya, maksud dan implikasi serta aplikasi-aplikasinya, sehingga menyebabkan siswa dapat memahami situasinya. Pemahaman, memiliki arti yang sangat mendasar yang meletakkan bagian-bagian belajar pada proporsinya. Tanpa itu, *skill* pengetahuan dan sikap tidak akan bermakna.

Pemahaman itu tidak hanya sekedar tahu, tetapi juga ingin agar subjek belajar dapat memanfaatkan bahan-bahan yang telah dipahami. Namun kenyataannya di sekolah, ketika para pelajar akan ujian pada esok paginya, mereka melakukan belajar di malam hari menjelang akan ujian. Kegiatan belajar yang demikian cenderung hanya sekedar mengetahui

sesuatu bahan yang dituangkan di dalam kertas ujian tersebut. Tetapi kalau ditanya pada dua atau tiga hari kemudian, mengenai apa yang telah dipelajarinya, maka kebanyakan sudah lupa.

5. Kesiapan

Menurut James Drever dalam Slameto (2010:59) kesiapan adalah “*Preparedness to respond or react.*” Kesiapan adalah kesediaan memberi respons atau bereaksi. Kesediaan itu timbul dari dalam diri seseorang dan juga berhubungan dengan kematangan, karena berarti kesiapan untuk melaksanakan suatu kecakapan. Kesiapan ini juga perlu diperhatikan dalam proses belajar, karena jika seseorang belajar dan padanya sudah ada kesiapan, maka hasil belajarnya akan lebih baik. Kurangnya kesiapan pada diri seseorang akan dapat menimbulkan rasa ketakutan, dan tak percaya diri.

Mata kuliah Analisis Real

Tujuan Mata kuliah Analisis Real adalah agar mahasiswa mem-punyai wawasan yang luas tentang konsep-konsep dasar yang digunakan pada kalkulus, khususnya di dalam kalkulus fungsi satu peubah, memberikan gambaran yang lebih umum mengenai konsep analisis yang lebih sederhana serta dapat menumbuhkan dan melatih cara bernalar yang bermanfaat dalam berbagai pengkajian ilmiah.

Menurut pengalaman Anwar Mutaqin (2010), adapun kesulitan mahasiswa mempelajari Analisis real biasanya adalah: (1) mereka bingung memulai dari mana pada saat disuruh membuktikan, (2) kurang menyadari konsekuensi suatu teorema, (3) sulit memberikan suatu contoh penyangkalan (4) sulit melakukan pembuktian terbalik, maksudnya apabila diminta membuktikan jika p maka q , yang dibuktikan malah jika q maka p , (5) kurang memahami algoritma membuktikan menggunakan definisi (misalnya pada barisan dan limit fungsi), dan (6) memanipulasi bentuk aljabar, dan lain-lain.

Hasil Belajar

Hasil belajar merupakan tolak ukur yang dapat digunakan untuk menentukan tingkat keberhasilan seseorang dalam memahami dan mengetahui suatu mata pelajaran/mata kuliah, biasanya dinyatakan dengan nilai-nilai yang berupa huruf atau angka-angka. Hasil belajar tersebut dapat berupa keterampilan nilai dan sikap setelah seseorang mengalami proses belajar, melalui proses belajar dan mengajar diharapkan seseorang dapat memperoleh kepandaian dan kecakapan serta adanya perubahan-perubahan pada diri individu itu sendiri. Menurut Hamalik (2011:30) hasil belajar menunjukkan kepada prestasi belajar, sedangkan prestasi belajar merupakan indikator adanya perubahan tingkah laku seseorang. Dengan demikian jelas bahwa hasil belajar merupakan tolak ukur atau patokan yang menentukan tingkat keberhasilan seseorang pada suatu mata pelajaran/mata kuliah.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah jenis penelitian asosiatif (hubungan kausal) yang menunjukkan hubungan antara dua variabel, yaitu hubungan antara faktor-faktor psikologis mahasiswa dalam belajar Analisis Real dengan hasil belajar Analisis Real yang diperolehnya.

Populasi dalam penelitian ini adalah karakteristik mengenai faktor-faktor psikologis mahasiswa program studi Pendidikan Matematika PMIPA FKIP Universitas Jambi yang mengontrak mata kuliah Analisis Real pada semester genap tahun ajaran 2014/2015. Adapun Sampel dalam penelitian ini diambil menggunakan teknik *sampling purposive*. Di dalam penelitian ini sampel yang diambil adalah karakteristik mengenai faktor-faktor psikologis mahasiswa di kelas Reguler Mandiri berjumlah 53 orang, dengan pertimbangan mahasiswa di kelas ini adalah mahasiswa yang masuk ke program studi Pendidikan Matematika melalui jalur khusus dari pihak Universitas Jambi.

Instrumen pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah lembar observasi, angket (kuesioner), dan soal tes. Sebelum digunakan sebagai alat pengumpul data,

angket dan soal tes diuji validitas dan reliabilitas terlebih dahulu, serta dilihat taraf kesukaran dan daya pembeda dari soal tes tersebut.

Adapun teknik pengumpulan data di dalam penelitian ini adalah sebagai berikut. Langkah pertama, peneliti melakukan observasi pada kelas sampel menggunakan lembar observasi yang telah disusun terlebih dahulu. Langkah kedua adalah memberikan instrumen angket penelitian kepada kelas sampel yang telah divalidasi oleh tim ahli dan sebelumnya telah diujicobakan pada kelas nonsampel. Langkah ketiga adalah memberikan soal tes berupa soal esai yang telah diujicobakan di kelas nonsampel dan telah dihitung taraf kesukaran serta daya pembeda dari soal tersebut.

Analisis data pada penelitian ini menggunakan statistik inferensial yaitu teknik statistik yang digunakan untuk menganalisis data sampel dan hasilnya diperlakukan untuk populasi (Sugiyono, 2013:148). Analisis data pada penelitian ini dimulai dengan mendeskripsikan hasil dari observasi yang diperoleh peneliti. Dari lembar observasi peneliti dapat melihat secara langsung bagaimana kegiatan belajar mahasiswa pada mata kuliah Analisis Real, bagaimana motivasi, minat, konsentrasi, pemahaman, dan kesiapan mahasiswa selama proses pembelajaran berlangsung. Setelah menganalisis data observasi yang telah dikumpulkan, selanjutnya akan dianalisis data angket faktor-faktor psikologis mahasiswa dalam belajar yang berjumlah 64 item yang terdiri dari lima indikator faktor psikologis. Untuk menganalisis data angket, hasil jawaban dari masing-masing responden dijumlahkan dengan bobot alternatif jawaban penskoran yang telah ditentukan. Selanjutnya akan dilakukan pendeskripsian data angket menggunakan rumus perhitungan persentase. Data angket yang berupa skala ordinal kemudian diubah ke dalam skala interval. Analisis data berikutnya adalah analisis data tes hasil belajar. Data tes hasil belajar diperoleh dari hasil skor jawaban mahasiswa terhadap tes hasil belajar yang berjumlah lima soal esai. Selanjutnya, setelah diperoleh data angket dan data tes hasil belajar maka akan dilakukan uji analisis parametrik berupa analisis regresi, persamaan regresi sederhana, uji signifikansi regresi dan uji linieritas regresi. Setelah itu, dilakukan uji hipotesis menggunakan uji-*t* dan kemudian dihitung koefisien determinasinya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Motivasi

Hasil penelitian menunjukkan bahwa motivasi berpengaruh sebesar **67,85%** terhadap hasil belajar mahasiswa pada mata kuliah Analisis Real, indikator ini termasuk ke dalam kategori yang kuat. Adapun penilaian terhadap indikator motivasi pada penelitian ini, dilihat dari empat deskriptor yaitu motivasi dari dalam, motivasi dari luar, penilaian dari mahasiswa terhadap mata kuliah Analisis Real, serta bagaimana ke-mauan mahasiswa tersebut di dalam belajar Analisis Real, masing-masing pengaruhnya adalah sebesar **73,09%**, **74,68%**, **52,13%**, dan **71,49%**.

Minat

Minat berpengaruh sebesar **64,57%** terhadap hasil belajar Analisis Real mahasiswa, indikator ini termasuk ke dalam kategori yang kuat. Adapun penilaian terhadap indikator minat pada penelitian ini, terdiri dari tiga deskriptor yaitu bagaimana perhatian, antusias dalam belajar, dan kesenangan mahasiswa terhadap pelajaran, dengan masing-masing pengaruhnya adalah sebesar **69,26%**, **58,30%**, dan **66,17%**. Dari ketiga deskriptor pada indikator ini, deskriptor yang paling tinggi adalah perhatian mahasiswa terhadap mata kuliah Analisis Real, yaitu sebesar **69,26%**, dan deskriptor ini termasuk dalam kategori kuat. Hal ini berarti bahwa perhatian mahasiswa terhadap mata kuliah Analisis Real lebih kuat pengaruhnya terhadap hasil belajar dibandingkan dua deskriptor lainnya.

Konsentrasi

Pengaruh konsentrasi adalah sebesar **61,60%** terhadap hasil belajar Analisis Real mahasiswa, indikator ini termasuk ke dalam kategori yang kuat. Adapun yang menjadi penilaian terhadap indikator motivasi ini, dilihat dari tiga deskriptor yaitu bagaimana fokus mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real, dan pengaruh di dalam pembelajaran baik berasal dari dalam maupun berasal dari luar diri mahasiswa tersebut, dimana masing-masingnya berpengaruh sebesar **64,36%**, **56,49%**, dan **63,94%**. Dari ketiga deskriptor pada indikator konsentrasi ini yang tergolong paling tinggi adalah fokus mahasiswa di dalam pembelajaran Analisis Real yaitu sebesar **64,36%**, termasuk dalam kategori kuat. Hal ini berarti fokus mahasiswa di dalam pembelajaran Analisis Real lebih besar pengaruhnya terhadap hasil belajar pada mata kuliah Analisis Real dibandingkan dengan dua deskriptor lainnya.

Pemahaman

Faktor psikologis pemahaman berpengaruh **53,67%** terhadap hasil belajar Analisis Real mahasiswa, indikator ini termasuk dalam kategori yang cukup kuat. Adapun penilaian yang dilihat yaitu bagaimana bakat alami yang dimiliki oleh mahasiswa tersebut serta bagaimana pemahaman konsep mereka pada Analisis Real, dengan masing-masing pengaruhnya sebesar **55,32%** dan **52,02%**.

Kesiapan

Faktor kesiapan pengaruhnya yaitu sebesar **68,51%** terhadap hasil belajar Analisis Real, indikator ini termasuk ke dalam kategori kuat. Adapun penilaian terhadap indikator ini dilihat dari empat deskriptor yaitu disiplin di dalam belajar, keaktifan belajar, persiapan pembelajaran dan kepercayaan diri di dalam belajar. Masing-masing berpengaruh sebesar **78,19%**, **77,34%**, **67,13%**, **51,38%**. Dari keempat deskriptor ini yang paling tinggi adalah disiplin dalam belajar yaitu sebesar **78,19%**, yang termasuk ke dalam kategori kuat. Artinya disiplin dalam belajar lebih besar pengaruhnya terhadap hasil belajar Analisis Real dibandingkan tiga deskriptor lainnya.

Selain itu, dari hasil analisis data penelitian mengenai faktor-faktor psikologis mahasiswa dalam belajar dan pengaruhnya terhadap hasil belajar Analisis Real diperoleh persamaan regresi sebagai berikut: $\hat{Y} = -7,78 + 0,35X$. Konstanta yang diperoleh sebesar **-7,78** menyatakan bahwa jika faktor-faktor psikologis mahasiswa (motivasi, minat, konsentrasi, pemahaman, dan kesiapan) dalam belajar Analisis Real rendah, maka hasil belajar Analisis Real akan rendah pula. Sedangkan nilai dari koefisien **0,35** menyatakan bahwa setiap penambahan (karena tanda +) satu skor atau satu nilai dari faktor-faktor psikologis mahasiswa dalam belajar Analisis Real memberikan kenaikan hasil belajar Analisis Real sebesar **0,35**. Hal ini berarti bahwa, apabila faktor-faktor psikologis mahasiswa (motivasi, kesiapan, minat, konsentrasi, dan pemahaman) baik maka hasil belajar mahasiswa pada mata kuliah Analisis Real akan baik pula, dan begitupun sebaliknya.

Adapun koefisien korelasinya diperoleh nilai $r_{xy} = 0,5141$, artinya bahwa hubungan antara faktor-faktor psikologis mahasiswa dalam belajar terhadap hasil belajar Analisis Real adalah cukup kuat. Selanjutnya, dari hasil uji- t diperoleh $t_{hitung} > t_{tabel}$ yaitu **4,0224 > 2,01365**, maka H_0 ditolak dan H_a diterima. Artinya, terdapat pengaruh signifikan antara faktor psikologis mahasiswa dalam belajar terhadap hasil belajar pada mata kuliah Analisis Real.

Selanjutnya, diperoleh koefisien determinasinya sebesar **26,43%**. Hal ini berarti bahwa faktor-faktor psikologis mahasiswa dalam belajar (pemahaman, konsentrasi, kesiapan, minat dan motivasi) berpengaruh sebesar **26,43%** terhadap hasil belajar Analisis Real di program studi Pendidikan Matematika PMIPA FKIP Universitas Jambi, sisanya sebesar

73,57% dipengaruhi oleh faktor lainnya yang tidak diteliti di dalam penelitian ini. Adapun indikator faktor psikologis yang pengaruhnya paling besar terhadap hasil belajar Analisis Real yaitu faktor kesiapan, sebesar 68,51% berpengaruh terhadap hasil belajar Analisis Real dan deskriptornya yang paling menonjol adalah disiplin dalam belajar sebesar 78,19%.

KESIMPULAN

Berdasarkan dari hasil penelitian dan pembahasan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Terdapat pengaruh yang signifikan antara faktor-faktor psikologis di dalam mata kuliah Analisis Real terhadap hasil belajarnya dengan koefisien determinasinya sebesar 26,43%, hal ini berarti bahwa faktor-faktor psikologis di dalam belajar memberikan sumbangan sebesar 26,43% terhadap hasil belajar pada mata kuliah Analisis Real di program studi Pendidikan Matematika Universitas Jambi.
2. Faktor-faktor psikologis di dalam penelitian ini yang dilihat adalah motivasi, pemahaman, konsentrasi kesiapan dan motivasi, dengan persentasi dari tiap-tiap indikator yaitu motivasi sebesar 67,85%, minat 64,57%, kesiapan 68,51%, pemahaman sebesar 53,67% dan konsentrasi sebesar 61,60%.
3. Persamaan regresi yang diperoleh adalah $\hat{Y} = -7,78 + 0,35X$. Hal ini berarti apabila faktor-faktor psikologis mahasiswa baik, maka hasil belajar mahasiswa pada mata kuliah Analisis Real akan baik pula, dan begitu pun sebaliknya jika faktor-faktor psikologis mahasiswa rendah, maka hasil belajar mahasiswa pada mata kuliah Analisis Real akan rendah pula.

REFERENSI

- Baharuddin., Wahyuni, Esa A. 2010. *Teori Belajar & Pembelajaran*. Yogyakarta: Ar-Ruzz Media.
- Darmadi. 2011. *Imajeri mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real*. Makalah dipresentasikan pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, Desember 3, Yogyakarta.
- Dimiyati., Mudjiono. 2013. *Belajar & Pembelajaran*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Hamalik, Oemar. 2011. *Proses Belajar Mengajar*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Mutaqin, Anwar. Diakses tanggal 19 Agustus 2014. Mengapa Harus Belajar Analisis Real? <https://anwarmutaqin.wordpress.com/2010/03/05/mengapa-harus-belajar-analisis-real/>.
- Sardiman. 2014. *Interaksi & Motivasi Belajar Mengajar*. Jakarta: Rajawali Pers.
- Slameto. 2010. *Belajar & Faktor-faktor yang Mempengaruhinya*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Sugiyono. 2013. *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta.

PROSES BERPIKIR MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH PEMBUKTIAN PADA MATA KULIAH ANALISIS RIIL

Ringki Agustinsa dan Effie Efrida M
ringki@unib.ac.id

ABSTRACT

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui dan menganalisis proses berpikir mahasiswa dalam mengonstruksi bukti ketika menyelesaikan masalah bilangan riil. Penelitian ini termasuk jenis penelitian kualitatif dengan metode think loud. Pengumpulan data dilakukan dengan memberikan masalah pembuktian kepada mahasiswa. Mahasiswa diminta mengungkapkan apa yang sedang dipikirkan ketika menyelesaikan masalah. Kemudian, ungkapan verbal mahasiswa tersebut direkam. Hasil penelitian yang diperoleh berupa lembar jawaban mahasiswa dan rekaman wawancara sebanyak tiga subjek. Dari kajian teori dan data yang diperoleh disimpulkan bahwa: a) Kesalahan yang dibuat oleh mahasiswa disebabkan oleh ketidakcukupan pengetahuan awal yang dimilikinya; b) Mahasiswa yang sudah memiliki pengetahuan awal yang cukup untuk membentuk pengetahuan baru namun masih mengalami kesalahan dikarenakan mereka masih kesulitan untuk menggabungkan pengetahuan awal dan pengetahuan baru; dan c) Mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam memahami maksud masalah/soal.

Kata Kunci: Proses Berpikir, Masalah Pembuktian, Bilangan Riil

PENDAHULUAN

Pada beberapa tahun terakhir telah banyak peneliti mengkaji tentang menyelesaikan masalah pembuktian (mengonstruksi bukti), penelitian tersebut diantaranya dilakukan oleh Ndraha (2015), Isnarto (2014), Zaini dan Mufidah (2013), Maya dan Utari (2011), Arnawa (2009), Sopamena (2009), dan Tall (2008). Dari hasil penelitian tersebut diperoleh beberapa temuan antara lain: proses berpikir siswa dalam mengonstruksi bukti visual/symbolik tersebut sebagai prosep yang dilakukan dalam tujuh tahap, yaitu: mengidentifikasi, mobilisasi dan organisasi data, merumuskan rencana, mengaplikasikan rencana, membentuk makna, mengevaluasi, dan tahap prosep; GDL-MRP Task efektif untuk meningkatkan kemampuan mengonstruksi bukti, pemahaman bukti, dan berpikir kritis matematis; ketika mengonstruksi bukti tidak terjadi interaksi antara tingkat perkembangan faktual dan tingkat perkembangan potensial; proses mengonstruksi bukti lebih sulit daripada memahami tugas matematika; mahasiswa yang memperoleh teori APOS mempunyai kemampuan memvalidasi bukti lebih baik secara signifikan; saat mengonstruksi bukti, struktur berpikir mahasiswa belum sesuai dengan struktur masalah.

Ndraha (2015) dalam penelitiannya mengkaji proses berpikir siswa SMP saat mengonstruksi bukti informal geometri sebagai prosep yang direresentasikan secara visual/symbolik, memperoleh hasil bahwa proses berpikir siswa dalam mengonstruksi bukti visual/symbolik tersebut sebagai prosep yang dilakukan dalam tujuh tahap, yaitu: mengidentifikasi, mobilisasi dan organisasi data, merumuskan rencana, mengaplikasikan rencana, membentuk makna, mengevaluasi, dan tahap prosep.

Ketika menyelesaikan suatu masalah yang diberikan oleh dosen, mahasiswa tentu akan melakukan proses berpikir dalam menyelesaikannya. Mahasiswa mungkin akan berpikir tentang cara ataupun strategi yang akan digunakannya untuk menyelesaikan masalah tersebut, sehingga waktu yang digunakan menjadi lebih efisien. Agar dapat menyelesaikan masalah dengan baik, mahasiswa tentu harus memahami terlebih dahulu konsep atau keterkaitan antar konsep yang berhubungan dengan masalah yang akan diselesaikannya. Kemudian mahasiswa menggunakan penalarannya, melakukan perhitungan secara matematis/manipulasi aljabar. Memecahkan masalah merupakan serangkaian kegiatan yang meliputi: memahami masalah, mengubah masalah tersebut menjadi model matematika, menyelesaikan model matematika, dan menafsirkan solusi atau hasil yang diperoleh.

Menyelesaikan suatu masalah identik dengan mengkonstruksi pengetahuan berdasarkan pemahaman yang sudah ada sebelumnya terhadap konsep atau topik yang berhubungan dengan masalah yang akan diselesaikan. Selanjutnya, pemahaman menurut Skemp (1987) dibedakan menjadi dua macam, yakni pemahaman relasional (*relational understanding*) dan pemahaman instrumental (*instrumental understanding*). Skemp (1987) mendefinisikan: “*instrumental understanding is the ability to apply an appropriate remembered rule to the solution of a problem without knowing why the rule works*. Maksudnya pemahaman instrumental adalah kemampuan seseorang dalam menggunakan suatu prosedur matematis untuk menyelesaikan suatu masalah tanpa mengetahui mengapa prosedur itu boleh dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah. *Relational understanding is the ability to deduce specific rules or procedures from more general mathematical relationships*. Maksudnya pemahaman relasional adalah kemampuan seseorang menggunakan suatu prosedur matematis yang berasal dari hasil menghubungkan berbagai konsep matematis.

Berpikir menurut Subanji (2007) merupakan keseluruhan aktivitas mental yang dipakai untuk membantu merumuskan dan memecahkan masalah, membuat keputusan dan memenuhi keinginan untuk memahami. Sedangkan Arends (2008) menyatakan bahwa berpikir adalah sebuah proses yang melibatkan operasi-operasi mental (seperti induksi, deduksi, klasifikasi, dan penalaran), kemampuan untuk menganalisis, mengkritik dan mencapai kesimpulan yang baik. Hudojo (1988: 4) menyatakan dalam proses belajar matematika terjadi proses berpikir, sebab seorang dikatakan berpikir bila orang itu melakukan kegiatan mental dan orang yang belajar matematika pasti melakukan kegiatan mental. Sehubungan dengan itu Siswono (2002), menyatakan bahwa dalam berpikir orang akan menyusun hubungan antara bagian-bagian informasi yang direkam sebagai pengertian-pengertian dan dari pengertian-pengertian tersebut ditarik kesimpulan.

Menurut Marpaung (Rustam 1995: 7), proses berpikir siswa adalah proses yang dimulai dari penemuan informasi (dari luar maupun dari dalam diri siswa), pengolahan, penyimpanan dan pemanggilan kembali informasi itu dalam ingatan siswa. Sedangkan menurut Siswono (2002) proses berpikir adalah proses yang dimulai dengan menerima data, mengolah dan menyimpannya di dalam ingatan serta memanggil kembali dari ingatan pada saat dibutuhkan untuk pengolahan selanjutnya. Bekti (2012) menyatakan bahwa proses berpikir analitik dan logik memainkan peranan penting dalam merepresentasikan struktur pengetahuan matematika. Ini menunjukkan bahwa berpikir matematika melalui proses mental sadar, dan didasari oleh logika matematika dan bukti matematika. Proses memformulasi pengetahuan matematika melalui pengaitan antara notasi dan simbol dengan ide ide matematika memerlukan aktivitas mental yang disebut kognisi formal (*formal cognition*).

Menurut Hudojo (1988: 76), bahwa berpikir matematika merupakan kegiatan mental, yang dalam prosesnya selalu menggunakan abstraksi dan/atau generalisasi. Herbert dalam Herawati (1994:34) menyatakan bahwa proses berpikir dalam belajar matematika adalah kegiatan mental yang ada dalam pikiran siswa. Selajutnya menurut Herbert (Armis, 1995: 18)

mengatakan bahwa untuk mengetahui proses berpikir siswa, kita dapat mengamatinnya melalui proses pengerjaan tes yang ditulis secara terurut, dan perlu ditambah wawancara mendalam.

Piaget (Ruseffendi, 1991) mengemukakan belajar matematika pada dasarnya adalah perubahan struktur kognitif melalui asimilasi dan akomodasi. Asimilasi adalah proses penyerapan informasi baru ke dalam pikiran, sedangkan akomodasi adalah menyusun kembali struktur pikiran karena adanya informasi baru. Asimilasi dan akomodasi merupakan aktivitas mental individu seseorang yang melibatkan interaksi pikiran dan kenyataan secara kontinyu sehingga memperoleh pengetahuan. Selanjutnya Piaget dalam Ruseffendi (1991: 133) memperkenalkan 4 konsep utama, yaitu:

a. Skema (*Schema*)

Skema adalah struktur kognitif seseorang yang beradaptasi dan terus menerus mengalami perkembangan mental dalam interaksinya dengan lingkungan. Skema juga berfungsi sebagai kategori-kategori untuk mengidentifikasi rangsangan yang datang dan terus berkembang.

b. Asimilasi (*Asimilation*)

Asimilasi menunjukkan kemampuan untuk menjelaskan kejadian-kejadian berdasarkan skema yang sudah dimiliki, karena itu dalam asimilasi, agar stimulus bisa diintegrasikan maka stimulus yang masuk harus sesuai dengan skema yang sudah dimiliki.

c. Akomodasi (*Accomodation*)

Akomodasi merupakan proses mengintegrasikan stimulus baru melalui pembentukan skema baru untuk menyesuaikan dengan stimulus yang diterima. Akomodasi terjadi ketika belum ada struktur yang baru yang sesuai dengan stimulus yang diterima. Proses ini juga disebut restrukturisasi.

d. Keseimbangan (*Equilibrium*)

Equilibrium adalah keseimbangan antara asimilasi dan akomodasi sehingga seseorang dapat menyatukan pengalaman luar dengan struktur skemanya. Proses perkembangan intelek seseorang berjalan dari disequilibrium menuju equilibrium melalui proses asimilasi dan akomodasi.

Masalah pembuktian dalam belajar matematika tidak hanya terjadi di tingkat mahasiswa/perguruan tinggi. Tetapi sudah dimulai sejak sekolah formal setidaknya ditingkat SMA. Seperti yang dinyatakan oleh NCTM (2000), menekankan bahwa dalam pembelajaran matematika di tingkat sekolah perlu adanya masalah pembuktian. Masalah pembuktian yang diberikan di tingkat sekolah/siswa masih pada tingkat dasar. Sedangkan masalah pembuktian yang diberikan kepada mahasiswa jauh lebih rumit.

Pembuktian dalam matematika merupakan serangkaian prosedur logis yang bertujuan untuk menjelaskan suatu pernyataan atau teorema maupun lemma. Serangkaian prosedur logis tersebut dapat berupa definisi, sifat, aksioma, teorema/lemma sebelumnya, fakta yang sudah dijamin kebenarannya ataupun operasi yang benar. Dalam belajar matematika, pembuktian memegang peranan yang sangat penting. Peranan pembuktian menurut Knuth (2002) yaitu: 1) untuk memverifikasi bahwa suatu pernyataan itu benar, 2) untuk menjelaskan bahwa mengapa suatu pernyataan itu benar, 3) untuk mengkomunikasikan pengetahuan matematika, 4) untuk menemukan atau menciptakan matematika baru, dan 5) mensistematisasikan pernyataan menjadi system aksiomatis.

Analisis riil merupakan mata kuliah yang syarat dengan definisi, sifat, aksioma, lemma, dan teorema. Oleh karena itu mata kuliah ini bersifat abstrak, teoritis dan definitif. Kajian mata kuliah yang bersifat abstrak, teoritis dan definitif ini yang menyebabkan mahasiswa kesulitan dalam memahami materinya. Kesulitan dalam memahami materi akan menyebabkan mahasiswa kesulitan dalam menyelesaikan masalah (*problem*) yang diberikan. Apalagi masalah yang diberikan merupakan masalah pembuktian.

Septian (2014) dalam penelitiannya menemukan bahwa kemampuan prasyarat atau pemahaman terhadap materi prasyarat memiliki pengaruh yang signifikan terhadap kemampuan matematis mahasiswa dalam mata kuliah analisis riil. Dengan demikian tentunya kemampuan prasyarat juga akan berpengaruh terhadap kemampuan dalam membuktikan. Namun demikian, bukan berarti mahasiswa yang memiliki kemampuan prasyarat yang cukup pasti akan memiliki kemampuan membuktikan yang tinggi.

Berdasarkan rumusan masalah yang sudah dikemukakan sebelumnya, maka tujuan penelitian ini dibedakan menjadi tujuan umum dan khusus. Adapun tujuan umum penelitian ini yaitu untuk mengetahui bagaimana proses berpikir mahasiswa dalam mengonstruksi bukti ketika menyelesaikan masalah bilangan riil. Sedangkan tujuan khusus yaitu untuk menemukan teori baru tentang proses berpikir, misalnya tentang penyebab kesalahan ketika membuktikan, ketidakcukupan pengetahuan awal yang diperlukan dalam membuktikan, dan lain-lain.

METODE PENELITIAN

Data hasil penelitian ini nanti pada umumnya berupa data verbal, namun ada juga data yang berupa bilangan-bilangan (diperoleh dari lembar jawaban mahasiswa atas tugas yang diberikan) yang sifatnya hanya melengkapi dan akan dipaparkan sesuai dengan kejadian yang terjadi dalam penelitian, analisis data dilakukan secara induktif. Sesuai dengan karakteristik yang dikemukakan di atas maka pendekatan penelitian yang digunakan yaitu pendekatan kualitatif. Hal ini sesuai dengan ciri-ciri pendekatan kualitatif yang dikemukakan oleh Moleong (2006: 4-8), yaitu: (1) peneliti bertindak sebagai instrumen utama, karena disamping sebagai pengumpul dan penganalisis data, peneliti juga terlibat langsung dalam proses penelitian, (2) mempunyai latar belakang ilmiah (*natural setting*), data yang diteliti dan dihasilkan akan dipaparkan sesuai dengan yang terjadi di lapangan, (3) hasil penelitian bersifat deskriptif, (4) lebih mementingkan proses daripada hasil, (5) adanya batasan masalah yang ditentukan dalam fokus penelitian, dan (6) analisis data cenderung bersifat induktif. Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini pada umumnya berupa data verbal, maka jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif eksploratif.

Penelitian ini dilakukan pada mahasiswa semester VI yang sedang menempuh mata kuliah analisis riil, tahun pelajaran 2015/2016. Subjek diambil dari mahasiswa yang sudah belajar materi sub bab bilangan riil yang melakukan kesalahan dalam menyelesaikan masalah pembuktian yang diberikan. Peneliti mengambil 3 orang subjek penelitian berdasarkan tingkat kemampuan mahasiswa, diantaranya: 1 orang berkemampuan tinggi, 1 orang berkemampuan sedang dan 1 orang berkemampuan rendah. Penentuan subjek seperti ini diharapkan masing-masing subjek dapat menjadi wakil yang dapat menggambarkan kondisi yang sebenarnya di lapangan. Penetapan kategori kemampuan matematika mahasiswa didasarkan pada rata-rata hasil quiz yang sudah diberikan sebelumnya.

Dalam penelitian ini, mahasiswa diminta untuk menyelesaikan masalah pembuktian (instrumen lembar tugas) dan mengungkapkan secara keras apa yang dia pikirkan (*Think Out Louds*). Setelah mahasiswa tersebut memperoleh penyelesaian, peneliti memeriksa kebenaran jawaban mahasiswa. Dari hasil pemeriksaan jawaban, peneliti akan subjek untuk diwawancarai. Apabila ternyata subjek yang terpilih ternyata tidak mampu mengungkapkan secara verbal maka peneliti akan mengganti dengan subjek yang lain.

Untuk memperoleh data dalam penelitian ini digunakan instrumen yaitu: peneliti, alat rekam, dan lembar tugas. Dalam penelitian kualitatif instrumen utama adalah peneliti sendiri atau yang lain yang membantu peneliti. Dalam penelitian kualitatif, peneliti merupakan segalanya dalam keseluruhan rangkaian proses penelitian, disamping itu peneliti juga merupakan perencana, pelaksana, pengumpul data, penafsir data dan pada akhirnya sebagai pelapor hasil penelitian (Moleong, 2006).

Alat rekam dalam penelitian ini adalah alat rekam suara untuk merekap apa yang diungkapkan oleh mahasiswa terhadap pertanyaan yang diajukan oleh peneliti berkaitan dengan masalah penelitian. Perekaman ungkapan mahasiswa ini dilakukan untuk menelusuri alasan-alasan mahasiswa dibalik jawaban yang diberikannya, apa yang terpikirkan oleh mahasiswa ketika mereka mengerjakan soal tersebut, sehingga peneliti tidak mengira-ngira kemungkinan alasan apa sehingga mahasiswa melakukan hal tersebut.

Adapun instrumen penelitian yang digunakan diambil langsung (tanpa dimodifikasi) dari buku Bartle dan Sherbert (2011). Instrumen ini berupa masalah pembuktian pada bab bilangan riil. Tempat pengambilan data penelitian ini dilakukan di kampus atau di tempat lain yang memungkinkan subjek penelitian merasa nyaman dan berkreasi dengan leluasa. Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk memperoleh data penelitian adalah sebagai berikut: (1) mahasiswa diberi tugas untuk menyelesaikan masalah pembuktian, sekaligus menuliskan jawabannya secara rinci dan mengungkapkan secara verbal apa yang dipikirkan saat menyelesaikan masalah tersebut, (2) peneliti merekam ungkapan verbal dari mahasiswa, dan (3) peneliti mengemukakan pertanyaan, hanya jika diperlukan untuk lebih mendalami apa yang sedang dipikirkan oleh mahasiswa.

Proses analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan langkah-langkah: (1) mengadakan reduksi data, yaitu menyeleksi, memfokuskan dan mengklasifikasikan data yang sejenis, kemudian disederhanakan dengan cara membuang hal-hal yang tidak perlu, (2) menyajikan data, (3) menarik kesimpulan. Hal ini mengacu pada teknik analisis data model alir yang dikemukakan oleh Miles dan Huberman (Nunung, 2013).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian yang sudah diperoleh berupa lembar jawaban mahasiswa ketika menyelesaikan masalah pembuktian dan rekaman dari bakal calon subjek penelitian sebanyak tiga subjek. Subjek pertama (S1), saat menyelesaikan masalah yang diberikan, hal yang pertama kali yang dilakukannya menulis pernyataan $x_1 \in s \ \& \ t$ dan $x_2 \in s \ \& \ t$. Berdasarkan premis $x_1 \in s \ \& \ t$ dan $x_2 \in s \ \& \ t$ yang dituliskannya maka dia menyimpulkan bahwa $x_1, x_2 \in \mathbb{Q}$. Jawaban yang dituliskannya tersebut tanpa disertai dengan alasan. Kemudian dengan menggunakan kesimpulan sebelumnya sebagai premis, S1 menarik kesimpulan bahwa $x_1, x_2 \in K$. Adapun alasan yang diberikan oleh S1 terhadap kesimpulan ini dengan mengandaikan sebaliknya, yaitu jika $x_1, x_2 \notin s \ \& \ t$ maka $x_1, x_2 \notin \mathbb{Q}$. Kemudian dengan menggunakan pernyataan $x_1, x_2 \notin \mathbb{Q}$ sebagai premis, S1 menyimpulkan bahwa $x_1, x_2 \notin K$. Sehingga menurut S1 haruslah $x_1, x_2 \in \mathbb{Q}$ dan mengakibatkan juga $x_1, x_2 \in K$. Berdasarkan hasil bahwa $x_1, x_2 \in \mathbb{Q}$ dan $x_1, x_2 \in K$, S1 menyimpulkan bahwa $x_1 + x_2 \in \mathbb{Q}$. Dengan menggunakan premis $x_1 + x_2 \in \mathbb{Q}$ maka S1 menyimpulkan bahwa $x_1 + x_2 \in K$.

Demikian juga halnya dengan sifat perkalian pada himpunan K . Menurut S1, karena $x_1, x_2 \in \mathbb{Q}$ maka $x_1 \cdot x_2 \in \mathbb{Q}$. Dengan menggunakan pernyataan $x_1 \cdot x_2 \in \mathbb{Q}$ sebagai premis, S1 menyimpulkan bahwa $x_1 \cdot x_2 \in K$. Dengan demikian S1 merasa sudah selesai menyelesaikan masalah pembuktian yang diberikan. Hal ini diungkapkannya dengan menuliskan pernyataan, “terbukti bahwa K (maksudnya himpunan K) memenuhi sifat di atas (sifat, jika $x_1, x_2 \in K$ maka $x_1 + x_2 \in K$ dan $x_1 \cdot x_2 \in K$) di akhir rangkaian pembuktiannya.

Subjek kedua (S2), ketika menyelesaikan masalah yang diberikan, hal pertama yang dilakukannya adalah dengan menuliskan $x_1 = s + t\sqrt{2}$ dan $x_2 = s, t \in \mathbb{Q}$ dimana menurut S2 x_1 dan x_2 anggota himpunan K . S2 menganggap bahwa himpunan bilangan rasional \mathbb{Q} merupakan subset dari himpunan $K = \{s + t\sqrt{2} : s, t \in \mathbb{Q}\}$. Hal ini dilihat berdasarkan

jawaban S2, dimana S2 menggambarkan lingkaran untuk himpunan \mathbb{Q} dan K . Pada gambar tersebut lingkaran himpunan \mathbb{Q} berada di dalam lingkaran himpunan K .

Berdasarkan wawancara dengan S2, s dan t merupakan bilangan rasional. Hal ini dipertegas dengan jawaban S2 yang menuliskan $s, t \in \mathbb{Q}$ pada lingkaran himpunan \mathbb{Q} . Namun ketika peneliti menanyakan, "Apakah $x_2 = s, t \in \mathbb{Q}$ merupakan anggota K ?". Menurut S2 iya, dengan memberikan alasan bahwa himpunan \mathbb{Q} subset dari K . Sehingga jika $s, t \in \mathbb{Q}$ maka $s, t \in K$. Dengan demikian $x_2 \in K$. Kemudian peneliti melanjutkan pertanyaan, "Apakah maksud dari $x_2 = s, t$? Apakah sama dengan $x_2 = 2,5$ dimana $s = 2$ dan $t = 5$?". Menurut S2 bukan seperti itu maksudnya, S2 menuliskan demikian karena melihat di dalam definisi himpunan K bahwa $s, t \in \mathbb{Q}$. Tetapi ketika peneliti menanyakan, "Apakah $x_1 = s + t\sqrt{2}$ itu anggota himpunan K ?". Kemudian peneliti menanyakan kenapa S2 menuliskan $x_2 = s, t \in \mathbb{Q}$ tidak menuliskannya dalam bentuk x_1 . Menurut S2, x_1 dan x_2 haruslah dua anggota K yang berbeda sehingga jika ditulis persis sama dengan bentuk x_1 maka x_1 sama dengan x_2 .

Setelah menuliskan bentuk x_1 dan x_2 , S2 kemudian melakukan operasi penjumlahan $x_1 + x_2 = (s + t\sqrt{2}) + (s, t \in \mathbb{Q})$. Bentuk tersebut tidak bisa disederhanakan menurut S2. Namun demikian menurut S2 hasil operasi tersebut merupakan anggota himpunan K . Demikian juga untuk perkalian, $x_1 \cdot x_2 = (s + t\sqrt{2}) \cdot (s, t \in \mathbb{Q})$. S2 tidak bisa menyederhanakan bentuk perkalian tersebut, namun menurut S2 hasil perkalian tersebut merupakan anggota himpunan K .

Subjek ketiga (S3), saat menyelesaikan masalah yang diberikan, ia mengawalinya dengan menuliskan himpunan bilangan rasional ($\mathbb{Q} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\}$). Kemudian berdasarkan pemahamannya terhadap definisi himpunan $K = \{s + t\sqrt{2} : s, t \in \mathbb{Q}\}$, S3 mengambil bilangan rasional $s_1 = \frac{1}{2}$ dan $t_1 = \frac{1}{4}$ untuk x_1 dan bilangan rasional $s_2 = \frac{1}{3}$ dan $t_2 = \frac{1}{6}$ untuk x_2 . Selanjutnya S3 menyusunnya menjadi $x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\sqrt{2}$ dan $x_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\sqrt{2}$.

Berdasarkan pemilihan $x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\sqrt{2}$ dan $x_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\sqrt{2}$ ini S3 melakukan penyederhanaan bentuk menjadi $x_1 = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$ dan $x_2 = \frac{2+\sqrt{2}}{6}$. Dengan demikian menurut S3 sudah benar bahwa $x_1, x_2 \in K$. Langkah selanjutnya yang dilakukan oleh S3 yaitu melakukan operasi yang harus dibuktikan, yaitu menjumlahkan x_1 dan x_2 . Setelah melakukan penjumlahan, S3 memperoleh $x_1 + x_2 = \frac{10+5\sqrt{2}}{12}$. Menurut S3 hasil tersebut merupakan anggota K karena $\frac{10+5\sqrt{2}}{12}$ dapat diubah menjadi bentuk $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}\sqrt{2}$. Oleh karena $\frac{5}{6}$ dan $\frac{5}{12}$ merupakan bilangan rasional dan berdasarkan definisi himpunan K dengan memilih $s = \frac{5}{6}$ dan $t = \frac{5}{12}$ maka $x_1 + x_2 = \frac{5}{6} + \frac{5}{12}\sqrt{2}$ anggota K . Dengan demikian menurut S3 pembuktian selesai. Serupa untuk perkalian, dengan memilih $x_1 = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$ dan $x_2 = \frac{2+\sqrt{2}}{6}$, S3 kemudian melakukan operasi perkalian $x_1 \cdot x_2 = \frac{2+\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{6} = \frac{4+4\sqrt{2}+2}{24}$. Meskipun bentuk tersebut belum sama persis dengan dengan bentuk $s + t\sqrt{2}$ (dari definisi himpunan K). Namun S3 sudah mengatakan bahwa hasil operasi x_1 dan x_2 merupakan anggota K . Hal tersebut peneliti ketahui setelah mewawancarai S3. Menurut S3, hasil dari operasi perkalian

$x_1 \cdot x_2 = \frac{2+\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{6} = \frac{4+4\sqrt{2}+2}{24}$ dapat disederhanakan menjadi $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\sqrt{2}$. Sehingga dengan memilih $s = \frac{5}{6}$ dan $t = \frac{5}{12}$ maka $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\sqrt{2}$ merupakan anggota himpunan K . Dengan demikian menurut S3 telah terbukti bahwa himpunan K memenuhi sifat, jika $x_1, x_2 \in K$ maka $x_1 + x_2 \in K$ dan $x_1 \cdot x_2 \in K$

S1 sudah mencoba memahami masalah (*understanding the problems*), kemudian berdasarkan pemahamannya terhadap masalah yang diberikan itulah S1 menuliskan $x_1 \in s \& t$ dan $x_2 \in s \& t$. Namun masih belum benar, hal tersebut dikarenakan S1 masih belum memahami masalah dengan baik. Disini terlihat bahwa S1 masih belum memahami maksud soal dan juga belum memahami definisi himpunan K . Hal tersebut dikarenakan pemahaman S1 terhadap notasi himpunan K sendiri masih samar-samar.

Meskipun notasi himpunan seperti notasi himpunan K sudah pernah dipelajari. Hal ini berarti bahwa S1 tidak mampu mengingat dan menggunakan konsep/materi sebelumnya dalam menyelesaikan masalah. Menurut Furinghetti dan Morselli (2009) bahwa untuk memahami suatu pernyataan dapat dilakukan dengan memformulasikannya kembali dengan menggunakan *gesture*, membahasakannya dengan bahasa sendiri, dengan gambar, symbol, grafik, contoh dan lain sebagainya.

Kesalahan yang dilakukan oleh S1 terjadi karena kelemahan S1 dalam mengingat dan menggunakan kembali materi prasyarat, dalam hal ini tentang himpunan. Padahal S1 sudah dinyatakan lulus mata kuliah teori himpunan (Pengantar Dasar Matematika). Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Septian (2014) yang mengatakan bahwa terdapat hubungan positif dan signifikan antara kemampuan prasyarat (Pengantar Dasar Matematika dan Kalkulus) dengan kemampuan penalaran matematis dalam mata kuliah analisis riil, juga terdapat yang signifikan kemampuan prasyarat terhadap kemampuan penalaran matematis dalam mata kuliah analisis riil.

Meskipun sebenarnya S1 sudah benar menganggap bahwa \mathbb{Q} dan K sama-sama himpunan. dan S1 juga benar salah dengan menganggap bahwa \mathbb{Q} merupakan subset dari K . Tetapi S1 tidak mampu memberikan alasan yang tepat mengenai jawaban tersebut. ketika ditanya mengapa menganggap bahwa \mathbb{Q} merupakan subset dari K , S1 menjawab bahwa \mathbb{Q} terletak di dalam penulisan definisi himpunan K ($K = \{s + t\sqrt{2} : s, t \in \mathbb{Q}\}$). Hal ini berarti bahwa kebenaran jawaban \mathbb{Q} subset K merupakan kebenaran semu. Menurut Carlson dkk (2002) berarti subjek S1 mengalami *pseudo-analytic* (analitik pseudo), yaitu S1 menggunakan langkah-langkah atau prosedur tetapi tidak mampu menjustifikasi atau memberikan penjelasan untuk setiap langkah-langkah yang dilakukannya.

Subjek kedua (S2), langkah pertama yang dilakukannya saat menjawab masalah yang diberikan adalah menuliskan pernyataan $x_1 = s + t\sqrt{2}$ dan $x_2 = s, t \in \mathbb{Q}$. S2 menuliskan hal tersebut berdasarkan pemahamannya terhadap definisi himpunan K ($K = \{s + t\sqrt{2} : s, t \in \mathbb{Q}\}$). Dalam hal ini berarti S2 sudah mencoba memahami masalah (Polya, 1973). Untuk $x_1 = s + t\sqrt{2}$ dimana $s, t \in \mathbb{Q}$, seperti yang dituliskannya di dalam lingkaran himpunan \mathbb{Q} . Namun untuk $x_2 = s, t \in \mathbb{Q}$ jelas tidak sesuai dengan definisi himpunan K . Hal ini menunjukkan bahwa pemahaman S2 sendiri terhadap definisi himpunan K masih samar-samar. Berdasarkan hasil wawancara alasan S2 menuliskan $x_2 = s, t \in \mathbb{Q}$ karena $s, t \in \mathbb{Q}$ berdasarkan definisi himpunan K . Dengan menggunakan premis \mathbb{Q} subset dari K , $s, t \in \mathbb{Q}$ maka menurut S2 x_2 ($x_2 = s, t \in \mathbb{Q}$) anggota K .

S2 sudah benar menganggap bahwa himpunan \mathbb{Q} merupakan subset dari K . Namun S2 tidak memberikan alasan pada pada lembar jawaban yang ditulisnya. Ketika diwawancarai, S2 mengatakan bahwa himpunan \mathbb{Q} terletak di dalam himpunan K ($K = \{s + t\sqrt{2} : s, t \in \mathbb{Q}\}$). Hal ini berarti kebenaran jawaban himpunan \mathbb{Q} subset K yang dikemukakan S2 merupakan kebenaran semu. Menurut Carlson dkk (2002) berarti subjek S1 mengalami *pseudo-analytic* (analitik pseudo), yaitu S1 menggunakan langkah-langkah atau prosedur tetapi tidak mampu menjustifikasi atau memberikan penjelasan untuk setiap langkah-langkah yang dilakukannya.

Setelah peneliti melakukan wawancara dengan S2, diketahui bahwa menurut S2 himpunan K merupakan bagian dari himpunan bilangan riil. Hal ini menurutnya karena himpunan bilangan riil mencakup bilangan rasional dan irrasional dan penjumlahan dua bilangan riil pasti pasti hasilnya juga bilangan riil. Dengan analogi yang sama menurut S2 maka penjumlahan dua anggota himpunan K juga anggota himpunan K . Meskipun S2 sudah benar menganggap bahwa K subset dari bilangan riil. Akan tetapi alasan yang digunakan S2 kurang tepat secara matematis.

Subjek ketiga (S3), saat menyelesaikan masalah yang diberikan, ia mengawalinya dengan menuliskan himpunan bilangan rasional ($\mathbb{Q} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\}$). Hal ini berarti S3 mencoba memahami definisi himpunan K dengan mengingat kembali tentang himpunan bilangan rasional. Menurut Polya (1973) berarti S3 sudah berada pada tahap memahami masalah. S3 sudah mencoba mengingat definisi himpunan bilangan rasional, yaitu bilangan yang dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan $a \neq 0, a, b \in \mathbb{Z}$. Hal tersebut dikemukakan S3 ketika diwawancarai.

S3 memilih sebarang dua bilangan rasional untuk masing-masing x_1 dan x_2 . S3 memilih $s_1 = \frac{1}{2}$ dan $t_1 = \frac{1}{4}$ untuk x_1 dan $s_2 = \frac{1}{3}$ dan $t_2 = \frac{1}{6}$ untuk x_2 . Dengan demikian S3 memisalkan $x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\sqrt{2}$ dan $x_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\sqrt{2}$. Dengan demikian, menurut S3 maka x_1 dan x_2 anggota himpunan K . Dari jawaban tersebut, jelas terlihat bahwa S3 sudah memahami dengan cukup baik definisi himpunan K . Hal itu terlihat dari S3 mengambil pemisalan s dan t yang mana merupakan bilangan rasional. Kemudian menyusunnya menjadi bentuk $x = s + t\sqrt{2}$ seperti definisi anggota himpunan K .

Berikutnya S3 melakukan operasi penjumlahan antara x_1 dan x_2 . Sehingga S3 memperoleh hasil $x_1 + x_2 = \frac{10+5\sqrt{2}}{12}$. S3 sudah benar menganggap bahwa hasil penjumlahan tersebut merupakan anggota himpunan K karena bentuk $\frac{10+5\sqrt{2}}{12} = \frac{5}{6} + \frac{5}{12}\sqrt{2}$. Dengan mengambil $s = \frac{5}{6}$ dan $t = \frac{5}{12}$ maka $\frac{10+5\sqrt{2}}{12}$ anggota K . Dari jawaban tersebut ternyata S3 sudah benar memahami definisi himpunan K . Kebenaran S3 ini bukan kebenaran semu, melainkan S3 sudah mampu memberikan justifikasi atas jawaban yang diberikannya. Demikian juga untuk perkalian, S3 memperoleh hasil $x_1 \cdot x_2 = \frac{4+4\sqrt{2}+2}{24}$. Dengan menyederhanakan bentuknya menjadi $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\sqrt{2}$ dan memilih $s = \frac{1}{4}$ dan $t = \frac{1}{6}$ maka $\frac{4+4\sqrt{2}+2}{24}$ merupakan anggota himpunan K .

Namun demikian pertanyaan S3 membuktikan hanya dengan memberikan contoh kasus. Contoh kasus tersebut tidak bisa menjadi bukti secara lengkap. Sebanyak apapun contoh kasus yang diberikan tetap saja tidak akan pernah dianggap sebagai bukti yang lengkap.

KESIMPULAN

Dari penelitian tersebut diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

Berdasarkan landasan teori dan didukung oleh data yang sudah diperoleh di lapangan maka dalam penelitian ini maka dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut:

1. Kesalahan yang dibuat oleh mahasiswa ketika menyelesaikan masalah pembuktian disebabkan karena ketidakcukupan pengetahuan awal yang dimilikinya.
2. Mahasiswa yang sudah memiliki pengetahuan awal yang cukup untuk membentuk pengetahuan baru tetapi juga masih mengalami kesalahan dikarenakan mereka masih kesulitan untuk menggabungkan pengetahuan awal dan pengetahuan baru.
3. Mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam memahami maksud masalah/soal.
4. Mahasiswa memberikan contoh kasus dalam pembuktiannya, ketika contoh kasus tersebut benar, mahasiswa langsung menyimpulkan masalahnya terbukti. Padahal sebanyak apapun contoh kasus yang diberikan tidak bisa dianggap sebagai bukti yang lengkap.

DAFTAR PUSTAKA

- Arends. 2008. *Learning to Teach*. (diterjemahkan oleh Helly, Balajar untuk mengajar). Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Armis, 1995. *Proses Berpikir Siswa Kelas II SMP Negeri Rambatan dalam Menyelesaikan Soal-Soal Sistem Persamaan Linear dengan Dua Peubah*. Tesis tidak diterbitkan. Malang: PPs UM.
- Arnawa, I.M., 2009. Mengembangkan Kemampuan Mahasiswa dalam Memvalidasi Bukti pada Aljabar Abstrak melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS. *Jurnal Matematika dan Sains*. 14 (2): 62 – 68.
- Bartle, Robert G dan Donald R Sherbert. 2011. *Introduction To Real Analysis 4th Edition*.USA. John Wiley & Sons, Inc.
- Bekti susilo, 2012. *Aplikasi Pendidikan Karakter Dalam Pembelajaran Matematika*. Surabaya. FPIEK IKIP Budi Utomo Malang.
- Carlson, M., Jacobs. S., Larsen, S., Hsu. 2002. Applying Covariational Reasoning while Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33 (5): 352-378
- Furinghetti, F., dan Morselli, F. (2009). Every unsuccessful problem solver is unsuccessful in his or her own way: Affective and cognitive factors in proving. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 71–90.
- Herawati, Susi. 1994. *Penelusuran Kemampuan Siswa Sekolah Dasar dalam Memahami Bangun-Bangun Geometri. (Studi Kasus di Kelas V SD No. 4 Purus Selatan)*. Tesis PPs UM. Tidak diterbitkan.
- Hudojo, Herman. (1988). *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta : Depdibud, LPTK.
- Isnarto. 2014. Implementasi *Guided Discovery Learning* dengan Pendekatan MRP Task dalam Perkuliahan Struktur Aljabar. *Prosiding Seminar Nasional Sains dan Pendidikan Sains IX Fakultas Sains dan Matematika UKSW*, 5 (1), 896 – 906.
- Knuth, E. J. 2002. Secondary School Mathematics Teachers' Conceptions of Proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 379-405.

- Maya, R dan Utari, S. 2011. Mathematical Understanding and Proving Abilities: Experiment With Undergraduate Student By Using Modified Moore Learning Approach. *IndoMS. J.M.E*, 2 (2): 231-250
- Moleong, 2006. *Metode Penelitian Kualitatif*. Bandung:PT Remaja Rosda Karya.
- NCTM. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM
- Ndraha. 2015. Proses Berpikir Siswa SMP Mengonstruksi Bukti Informal Geometri Sebagai Prosep yang direpresentasikan Secara Visual/Simbolik. *Jurnal Math Educator Nusantara*, 1 (2): 91 – 105
- Nunung, Hidayati R. 2013. *Proses Berpikir Siswa dalam Memecahkan Masalah Program Linier dengan Pemberian Scaffolding*. Tesis. Tidak diterbitkan. PPs UM.
- Polya, G. 1973. *How to Solve It*. New Jersey: Prentice Hall
- Ruseffendi. 1991. *Materi Pokok Pendidikan Matematika 3*. Jakarta: Depdikbud.
- Rustam. 1995. *Proses Berpikir Siswa dalam Memahami Konsep Fungsi pada Siswa Kelas III.A.2 SMA Santun Untan Pontianak Tahun Ajaran 1994/1995*. Tesis. Tidak dipublikasikan. PPs UM.
- Septian, Ari (2014). Pengaruh Kemampuan Prasyarat terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa dalam Matakuliah Analisis Real. *Jurnal Kajian Pendidikan*, 4 (2), 179-188.
- Skemp R, 1987. *Psychology of Learning Mathematics*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates
- Sopamena, P. 2009. Proses Berpikir Mahasiswa dalam Mengkonstruksi Bukti Keterbagian. *FIKRATUNA Jurnal Penelitian Sosial Keagamaan*, 1 (1): 87 - 101
- Subanji. 2007. *Proses Berpikir Penalaran Kovarisional Pseudo Dalam Mengkonstruksi Grafik Fungsi Kejadian Dinamika Berkebalikan*. Disertasi. Tidak diterbitkan: Program Pascasarjana UNESA.
- Siswono, Tatag Yuli Eko. (2002). Proses Berpikir Siswa dalam Pengajuan Soal. *Jurnal Nasional "MATEMATIKA, Jurnal Matematika atau Pembelajarannya*, 7, 44-50.
- Tall, David. 2008. The Transition to Formal Thinking in Mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 20 (2): 5 – 24
- Zaini dan Mufidah. 2013. Kontruksi Pembuktian Teorema pada Matakuliah *Geometri Euclid* Melalui Aktivitas *Think Pair Share*. *Jurnal Inspirasi Pendidikan Universitas Kanjuruhan Malang*. 356 – 342.

THE INFLUENCE OF COOPERATIVE LEARNING MODEL OF THINK PAIR SQUARE (TPS) ON MATHS AT STATE JUNIOR SECONDARY SCHOOLS IN PEKANBARU

Susda Heleni

Lecturer of Maths Education Study Program FKIP

University of Riau

Email: dewisusda@yahoo.com

ABSTRACT

This research was aimed at finding out the implementation and the effect of cooperative learning models called Student Team Achievement Division (STAD), Think Pair Square (TPS), and Number Head Together (NHT) on the achievement of Class VIII students of State Junior Secondary Schools (SJSS) Pekanbaru in the academic year 2016-2017. This research was quasi-experimental and the design of this research is the design of random pre-test - post-test group comparison. The population was all students of Class VIII SJSS Pekanbaru with a one-class sample, i.e. SJSS 20, SJSS 25, and SJSS 29 totalling 115 students as the experimental class. The sample was collected by using random sampling. The data was gathered using tests and observation. The used tests was the pre-test and post-test in the form of descriptions and validated by experts. Data were analyzed by using one-way ANOVA test and t-test for paired observational data at $\alpha = 0.05$. Data analysis indicated that cooperative learning gave positive effects to the teaching and learning process. The results of the pre-test showed that there was no significant difference between the mean scores of the experimental classes, meaning that the three experimental groups had the same initial ability. On the other hand, the results of the post-test showed that there was also no significant difference between the mean scores of the three experimental groups. It means that there was no significant difference of cooperative learning model of Think Pair Square employed. However, the results of the data analysis of both pre-test and post-test of every group sample showed significant difference where the results of the post-test were better than that of the pre-test. It showed that the given cooperative learning model to the three sample groups gave the better influence than the conventional learning.

Keywords: Model, Learning, Cooperative, Maths

PENDAHULUAN

Tujuan diberikan matematika di sekolah Menengah Pertama, antara lain (1) Melatih cara berpikir dan bernalar dalam menarik kesimpulan, (2) mengembangkan aktivitas kreatif yang melibatkan imajinasi, intuisi dan penemuan dengan mengembangkan pemikiran, dorongan rasa ingin tahu membuat prediksi dan dugaan serta mencoba-coba, (3) mengembangkan kemampuan memecahkan masalah (Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar, 2006).

Matematika merupakan salah satu ilmu pengetahuan yang memegang peranan penting dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, yaitu sebagai alat bantu, pembentuk pola pikir dan pembentuk sikap matematika, membekali peserta didik untuk mempunyai kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis serta kemampuan untuk bekerja sama. Oleh sebab itu guru dituntut untuk mampu merancang dan melaksanakan proses pembelajaran dengan tepat agar siswa memperoleh pengetahuan secara utuh sehingga pembelajaran menjadi menyenangkan bagi siswa.

Berbagai temuan di lapangan mengindikasikan adanya kelemahan pelaksanaan pembelajaran matematika karena pembelajaran tersebut tidak menyiapkan siswa dalam belajar memecahkan masalah. Diantara temuan tersebut adalah (1) pembelajaran matematika terbatas pada memberi bekal kepada siswa untuk mampu menyelesaikan soal-soal dalam tes (Armanto, 2002). Soal-soal yang diberikan berbentuk objektif tes, dimana siswa cenderung untuk mempelajari matematika dengan cara menghafal contoh-contoh soal atau mempelajari soal-soal yang telah ada pemecahannya atau kunci jawabannya. (2) Pembelajaran matematika terpisah dari pengalaman sehari-hari (Zulkarnain, 2011). (3) kurangnya penguasaan guru matematika dalam pedagogik pembelajaran (Zaenab, 2004). (4) Guru matematika mengajar dengan metode konvensional (Zulkardi, 2005).

Di sudut lain, matematika adalah salah satu pelajaran yang kurang disukai siswa sejak mereka berada di sekolah dasar dan penguasaan siswa terhadap matematika juga rendah (Soedjadi,2001). Menurut Supartono (2006) kenyataan yang masih sering ditemui adalah masih banyak siswa yang mengalami kesulitan dalam mempelajari matematika. Beberapa penyebab kesulitan tersebut antara lain cara penyajian pelajaran matematika yang monoton dari konsep abstrak menuju ke kongkrit, tidak membuat anak senang belajar. Menurut (Rohani, 2005) siswa belajar matematika tanpa menyadari kegunaannya. Menurut Zulkardi (2007) ada masalah besar dalam pendidikan matematika di Indonesia. Masalah tersebut adalah kemampuan siswa dalam menyelesaikan suatu problem yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari masih rendah. Selanjutnya, hasil ujian nasional pada setiap tahun, dimana nilai rata-rata matematika yang diperoleh selalu lebih rendah dibanding nilai pelajaran yang lainnya (Dinas Pendidikan Provinsi Riau, 2011).

Banyak faktor yang mempengaruhi kurang berhasilnya siswa dalam menyelesaikan soal dan rendahnya hasil belajar matematika, diantaranya faktor pembelajaran. Pembelajaran yang menempatkan siswa sebagai individu penerima pengetahuan matematika tidaklah efektif dalam melatih kemampuan pemecahan masalah. Guru matematika mengajar dengan metode konvensional (Zulkardi, 2005). Dalam model pembelajaran konvensional biasanya peranan guru sangat dominan, sedangkan siswa biasanya bersifat pasif. Strategi pembelajaran kepada siswa selama ini cenderung bersifat sekedar memindahkan ilmu pengetahuan saja. Strategi ini harus diubah, yaitu diarahkan kepada kegiatan yang sifatnya dapat merangsang kreativitas siswa yang nantinya akan dapat meningkatkan prestasi siswa.

Persiapan sumber manusia yang memiliki penguasaan kemahiran dasar memerlukan adanya kemudahan sekolah dan kemampuan guru dalam mengelola strategi pembelajaran. Guru ditantang dalam pembelajaran untuk berubah dari pembelajaran yang tradisional dan serba rutin menjadi lebih aktif dan inovatif, sehingga proses pembelajaran senantiasa dapat mengikuti perkembangan pendidikan yang sesuai dengan keperluan sumber manusia saat ini. Pembelajaran yang inovatif berupaya menjadikan siswa lebih kreatif, mandiri, dan mampu mengembangkan pemikirannya dalam penyelesaian masalah.

Selain memilih strategi, guru juga diharapkan dapat menarik minat siswa dalam belajar, yaitu dengan menempatkan siswa secara berkelompok. Salah satu pembelajaran kelompok yang dapat mewujudkan hal tersebut adalah pembelajaran kooperatif. Pembelajaran kooperatif diambil sebagai perlakuan eksperimen dalam penelitian dengan pertimbangan bahwa guru-guru yang mengajar selama ini di SMPN Pekanbaru pada umumnya masih

menggunakan pembelajaran konvensional. Salah satu pembelajaran kooperatif yang digunakan dalam penelitian ini adalah pembelajaran kooperatif *Think Pair Square* (TPS). Dalam pembelajaran konvensional didominasi menggunakan metode ekspositori, dimana guru-guru masih mendominasi pembelajaran (pembelajaran yang berpusat pada guru), sedangkan pembelajaran kooperatif adalah pembelajaran yang berpusat pada siswa. Rumusan masalah yang diajukan dalam penelitian ini adalah:

1. Apakah terdapat perbedaan hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru tahun pelajaran 2016/2017 yang diajar dengan model pembelajaran kooperatif TPS?
2. Apakah terdapat perbedaan hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru tahun pelajaran 2016/2017 sebelum dan sesudah perlakuan pada setiap sampel?

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana pelaksanaan dan pengaruh model pembelajaran kooperatif *Think Pair Square* (TPS), dan terhadap hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Kota Pekanbaru.

KAJIAN LITERATUR DAN PENGEMBANGAN HIPOTESIS

a. Pembelajaran Kooperatif *Think Pair Square*

Lie (2008) mengemukakan bahwa pembelajaran kooperatif merupakan sistem pengajaran yang memberi kesempatan kepada anak didik untuk bekerjasama dengan sesama siswa dalam tugas-tugas yang terstruktur dan dalam hal ini guru bertindak sebagai fasilitator. Menurut Slavin (2010) model pembelajaran kooperatif merupakan suatu model pembelajaran dengan penekanan pada aspek sosial dalam belajar dengan menggunakan kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari 4-6 orang siswa dengan struktur kelompok yang heterogen dalam mencapai tujuan. Pembelajaran kooperatif memupuk pembentukan kelompok kerja dalam lingkungan positif, meniadakan persaingan individu dan isolasi lingkungan akademik. Slavin (2010) menyatakan bahwa siswa akan lebih menemukan dan memahami konsep-konsep yang sulit apabila mereka dapat mendiskusikan masalah-masalah itu dengan temannya. Selanjutnya Slavin, (2010) mengemukakan bahwa terdapat tiga konsep utama yang menjadi karakteristik pembelajaran kooperatif, yaitu penghargaan kelompok, pertanggung-jawaban individu dan kesempatan yang sama untuk berhasil. Ibrahim, dkk (2000) mengemukakan bahwa ada empat ciri dari pembelajaran kooperatif, yaitu : (a) siswa bekerja dalam kelompok secara kooperatif untuk menuntaskan materi belajarnya, (b) kelompok dibentuk dari siswa yang memiliki kemampuan tinggi, sedang, dan rendah, (c) bila mungkin, anggota kelompok berasal dari ras, budaya, suku, jenis kelamin berbeda-beda, (d) penghargaan lebih berorientasi terhadap kelompok daripada individu.

Model pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *Think Pair Square* (TPS) merupakan salah satu pendekatan struktural pembelajaran kooperatif yang dikembangkan oleh Spencer Kagan sebagai struktur kegiatan pembelajaran gotong royong (Lie, 2008). Dalam Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *Think Pair Square* (TPS) membagi siswa ke dalam kelompok secara heterogen yang terdiri dari empat orang. Pendekatan struktural *Think Pair Square* merupakan suatu pendekatan yang dilakukan dengan tiga langkah utama yaitu langkah *Think* (berpikir secara individual), *Pair* (berpasangan dengan teman sebangku), dan *Square* (berbagi jawaban dengan pasangan lain dalam satu kelompok). Menurut (Lie, 2008) pembelajaran kooperatif TPS memberi siswa kesempatan untuk bekerja sendiri serta bekerjasama dengan orang lain, dan meningkatkan partisipasi siswa. Spencer Kagan (dalam Ibrahim, dkk, 2000) menyatakan bahwa TPS memiliki 3 tahap dalam proses pembelajaran, yaitu:

1. *Think* (Berpikir)

Guru mengajukan pertanyaan yang berhubungan dengan pelajaran, kemudian siswa diminta untuk memikirkan pertanyaan tersebut secara mandiri untuk beberapa saat dalam kelompoknya.

2. *Pair* (Berpasangan)

Guru meminta siswa berpasangan dengan teman satu kelompoknya untuk mendiskusikan apa yang telah dipikirkannya pada tahap *thinking*(berpikir).

3. *Square* (Berempat)

Guru meminta kepada pasangan siswa dalam kelompok berempatnya untuk berdiskusi tentang pertanyaan atau soal yang diajukan oleh guru.

b. Hipotesis Penelitian

Hipotesis dalam penelitian ini adalah:

1. Ho: Tidak terdapat perbedaan yang signifikan hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru yang diajar dengan model pembelajaran kooperatif TPS tahun pelajaran 2016/2017.

Ha: terdapat perbedaan yang signifikan hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru yang diajar dengan model pembelajaran kooperatif TPS tahun pelajaran 2016/2017.

2. Ho: Tidak Terdapat perbedaan yang signifikan hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru Tahun Pelajaran 2016/2017 sebelum dan sesudah perlakuan pada setiap sampel

Ha: Terdapat perbedaan yang signifikan hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru Tahun Pelajaran 2016/2017 sebelum dan sesudah perlakuan pada setiap sampel.

METODE PENELITIAN

Bentuk penelitian ini adalah kuasi eksperimen dengan desain *pratest pascates* yang dilakukan pada tiga kelompok kelas. Menurut Sugiyono (2010) penelitian kuasi eksperimen adalah metode penelitian yang digunakan untuk mencari pengaruh perlakuan tertentu terhadap yang lain dalam kondisi yang terkendalkan. Desain penelitian yang digunakan adalah desain kelompok pembandingan *pretes-post-tes* dari Sukmadinata (2011). Eksperimen dilakukan terhadap tiga kelompok yang masing-masing diambil secara acak. Ketiga kelompok diberikan tes awal, kemudian masing-masing kelompok diberikan perlakuan yang sama. Setelah itu ketiga kelompok diberikan tes akhir. Sementara itu, yang menjadi kontrol grup adalah pembelajaran konvensional yang diajarkan sebelum perlakuan diberikan pada setiap kelas eksperimen dimana data yang diperoleh adalah data *pre-tes*. Pembelajaran konvensional ini diajarkan oleh guru di sekolah masing-masing dengan tingkat pendidikan yang sama, dimana mereka sudah menyelesaikan pendidikan strata satu (S-1) dan sudah mendapatkan sertifikat pendidik. Desain dapat dilihat pada tabel dibawah ini:

Tabel 1:

Desain Penelitian

Kelas	Pengukuran (Pre-tes)	Perlakuan	Pengukuran (Post-tes)
Eksperimen I	O ₁	X	O ₂
Eksperimen II	O ₃	X	O ₄
Eksperimen III	O ₅	X	O ₆

Desain kelompok pembandingan *pre-tes-post-tes* dari Sukmadinata (2011)

Keterangan:

O₁: Skor *Pre-tes* kelas eksperimen I (siswa kelas VIII SMPN 20)

O₃ : Skor *Pre-tes* kelas eksperimen II (siswa kelas VIII SMPN 25)

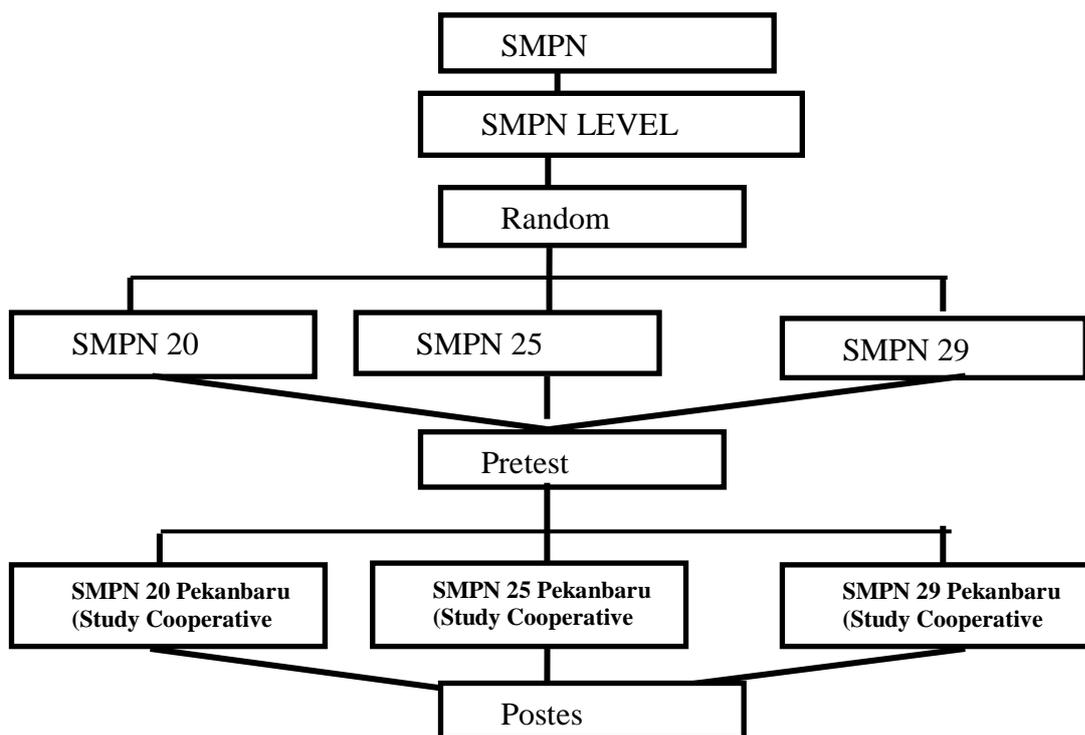
O₅: Skor *Pre-tes* kelas eksperimen III (siswa kelas VIII SMPN 29)

X: perlakuan model pembelajaran kooperatif TPS

- O₂: Skor Post-tes kelas eksperimen I (siswa kelas VIII SMPN 20)
- O₄: Skor Post-tes kelas eksperimen II (siswa kelas VIII SMPN 25)
- O₆: Skor Post-tes kelas eksperimen III (siswa kelas VIII SMPN 29)

Pengambilan sampel menggunakan sampel acak (random sampling). Pengambilan sampel dilakukan dengan mengambil SMP yang ada di Pekanbaru yang berada pada kategori menengah dengan pertimbangan kemampuan siswa, sarana prasarana sekolah yang ada, dan guru yang mengajar memiliki kemampuan relatif sama. Selanjutnya dengan secara acak dipilih tiga sekolah dan setiap sekolah dipilih satu kelas secara acak untuk dijadikan sampel penelitian. Tiga sekolah yang terpilih adalah SMPN 20, SMPN 25, dan SMPN 29 yang masing-masing diberikan perlakuan model pembelajaran kooperatif TPS. Sampel pada penelitian ini adalah siswa kelas VIII semester ganjil tahun pelajaran 2016/2017 SMPN 20 Pekanbaru berjumlah 40 orang, SMPN 25 Pekanbaru berjumlah 40 orang, dan SMPN 29 Pekanbaru berjumlah 35 orang. Sampel ini diambil dengan menggunakan sampling acak sederhana.

Diagram frame work penelitian adalah sebagai berikut.



Dalam hal pelaksanaan pembelajaran, yaitu model pembelajaran kooperatif TPS dilakukan oleh guru SMPN tempat penelitian. Guru ini terlebih dahulu diberi latihan sehingga guru tersebut mahir melaksanakan model pembelajaran

Instrumen tes awal yang digunakan untuk mendapatkan data pretes adalah instrumen dalam bentuk soal uraian yang disusun berdasarkan materi pelajaran sebelum perlakuan yang sudah divalidasi oleh pakar. Instrumen tes akhir yang digunakan untuk mendapatkan data post-tes adalah instrumen dalam bentuk soal uraian yang disusun berdasarkan materi pelajaran perlakuan yang juga sudah divalidasi oleh pakar.

Instrumen dalam penelitian ini terdiri dari perangkat pembelajaran dan instrumen Pengumpulan Data. Data dikumpulkan dengan melakukan pengamatan dan memberikan tes hasil belajar matematika. Data yang diperoleh melalui pengamatan dianalisis dengan analisis deskriptif dan data melalui tes hasil belajar dianalisis dengan menggunakan teknik analisis

statistik inferensial. Data hasil belajar dianalisis dengan menggunakan uji anava satu arah dan uji-t untuk data pengamatan berpasangan pada $\alpha = 0.05$ dengan menggunakan program SPSS.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil pengamatan selama penelitian memperlihatkan bahwa sudah terjadi perbaikan pada proses pembelajaran jika dibandingkan dengan sebelum perlakuan, dimana siswa diajar secara konvensional, siswa langsung menggunakan rumus yang dicatatkan guru tanpa ikut serta dalam menemukan rumus/konsep. Sebagian besar siswa sudah mengikuti proses pembelajaran dengan baik dan tenang karena guru sudah mampu untuk mengkondisikan kelas dan memantau kesiapan siswa dengan baik. Guru sudah mengkondisikan dan mengontrol waktu dengan baik, suasana kelas sudah tampak tenang, siswa sudah serius untuk belajar dan siswa juga sudah berani dalam mempresentasikan materi di depan kelas. Dari sini sudah terlihat siswa senang belajar berkelompok. Siswa juga terlibat secara aktif di dalam kelompok untuk menemukan rumus/konsep yang akan dipresentasikan nantinya. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa kegiatan pembelajaran setelah perlakuan menjadi lebih baik dari pembelajaran sebelum perlakuan.

Analisis data hasil belajar siswa dilakukan dengan menganalisis data hasil belajar matematika pre-tes dan post-tes. Data hasil belajar siswa dianalisis untuk menguji hipotesis penelitian. Uji anava satu arah dilakukan untuk menguji hipotesis: (1) Terdapat perbedaan yang signifikan hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru yang diajar dengan model pembelajaran kooperatif TPS tahun pelajaran 2016/2017. Berikut ini disajikan data hasil belajar matematika siswa kelas VIII sebelum dan sesudah perlakuan ketiga kelompok sampel.

Tabel 2. *Data Hasil Belajar Sebelum dan Sesudah Perlakuan*

Sekolah	SMPN 20 Pekanbaru		SMPN 25 Pekanbaru		SMPN 29 Pekanbaru	
	Sebelum	Sesudah	Sebelum	Sesudah	Sebelum	Sesudah
Data						
N	40	40	40	40	35	35
\bar{x}	63,28	82,28	64,75	84,85	58,06	82,69
S	19,82	10,31	18,49	8,34	13,56	11,63

Selanjutnya dilakukan analisis data pretes dengan menggunakan uji anava satu arah. Analisis data pre-tes dilakukan untuk melihat apakah rata-rata hasil belajar matematika dari ketiga kelompok sampel berbeda secara signifikan.

Tabel 3. *Analisis Data Pre -Tes*

	Sum of Squares	Df	Mean Square	F	Sig
Between Groups	907,039	2	453,520	1468	0,235
Within Groups	34607,361	112	308,994		
Total	35514,400	114			

Berdasarkan Tabel 3 hasil pengolahan data pre-tes dengan menggunakan uji Anava satu arah mendapatkan H_a ditolak atau H_0 diterima ($\text{Sig.} = 0,235 > \alpha = 0,05$). Hal ini berarti nilai rata-rata siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru yang diambil sebagai sampel tidak berbeda secara signifikan, dengan kata lain ketiga kelompok sampel memiliki kemampuan yang sama (tidak terdapat perbedaan rata-rata hasil belajar ketiga kelompok sampel).

Selanjutnya dilakukan pengolahan data postes dengan menggunakan uji anava satu arah. Data pos-tes digunakan karena pada analisis data pre-tes mendapatkan ketiga kelompok sampel memiliki kemampuan yang sama. Hasil pengolahan dapat dilihat pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. *Analisis Data Pos-Tes*

	Sum of Squares	Df	Mean Square	F	Sig
--	----------------	----	-------------	---	-----

Between Groups	151,330	2	75,665	0,739	0,480
Within Groups	1146,618	112	102,327		
Total	11611,948	114			

Berdasarkan Tabel 4. pengolahan data postes dengan menggunakan uji anava satu arah juga mendapatkan H_a ditolak ($Sig = 0,480 > \alpha = 0,05$). Hal ini berarti nilai rata-rata siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru yang diambil sebagai sampel tidak berbeda secara signifikan. Hal ini menunjukkan bahwa model pembelajaran kooperatif yang diambil sebagai perlakuan memberikan keefektifan yang sama dalam pembelajaran pada ketiga kelompok sampel.

Selanjutnya analisis data hasil belajar siswa dilakukan dengan menganalisis data hasil belajar matematika pre-tes dan post-tes. Data hasil belajar siswa dianalisis untuk menguji hipotesis penelitian (2) Terdapat perbedaan yang signifikan hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru sebelum dan sesudah perlakuan pada setiap sampel. Uji yang digunakan adalah uji-t pengamatan berpasangan. Berikut disajikan Analisis data hasil belajar Pre-Tes dan Post-Tes pada Tabel 5.

Tabel 5. Analisis Data Hasil Belajar Pre-Tes dan Post-Tes

Sekolah	N	\bar{x}		t_{Hitung}	t_{tabel}
		Pre Tes	PosTes		
SMPN 20	40	63,28	82,28	-6,156	1,96
SMPN 25	40	64,75	84,85	-6,554	1,96
SMPN 29	35	58,06	82,69	-10,24	1,96

Kriteria H_0 diterima bila $-t_{tabel} < t_{hitung} < t_{tabel}$. Berdasarkan hasil analisis pada Tabel 5 disimpulkan H_0 ditolak, yang berarti terdapat perbedaan yang signifikan hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru Tahun Pelajaran 2016/2017 sebelum dan sesudah perlakuan pada setiap sampel. Dalam hal ini hasil belajar sesudah perlakuan lebih baik dari sebelum perlakuan.

Pemberian penghargaan bagi kelompok berprestasi di kelas eksperimen baik di setiap pertemuan maupun pelaksanaan ulangan harian membuat siswa pada kelompok yang kurang berprestasi semakin termotivasi memberikan hasil yang terbaik bagi kelompoknya. Hal ini sejalan dengan penelitian yang menunjukkan bahwa jika para siswa diberi penghargaan karena melakukan lebih baik dari apa yang mereka lakukan sebelumnya, maka mereka akan lebih termotivasi untuk berusaha (Gillies, 2003; Zaenab, 2004; Slavin, 2010; Zulkarnain, 2015).

KESIMPULAN DAN SARAN

a. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

- (1) Tidak terdapat perbedaan hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru yang diajar dengan model pembelajaran kooperatif TPS tahun pelajaran 2016/2017.
- (2) Terdapat perbedaan hasil belajar matematika siswa kelas VIII SMPN Pekanbaru sebelum dan sesudah perlakuan pada setiap sampel. Hal ini menunjukkan bahwa model pembelajaran kooperatif TPS yang diberikan pada ketiga kelompok sampel memberikan pengaruh yang baik daripada pembelajaran konvensional.

b. Saran

Berdasarkan pengalaman yang telah diperoleh selama melakukan penelitian maka peneliti memberikan beberapa saran sebagai berikut:

1. Penerapan model pembelajaran kooperatif dapat dijadikan salah satu alternatif pembelajaran inovatif yang dapat memberikan kemampuan matematika yang lebih baik dan muaranya akan dapat meningkatkan hasil belajar matematika siswa.

2. Karena keterbatasan waktu dan dana, maka penelitian ini hanya dapat dilakukan pada kawasan yang kecil, sehingga kepada peneliti yang hendak mengembangkan penelitian ini dapat dikembangkan dengan waktu yang cukup lama dan kawasan sekolah yang lebih besar.

REFERENSI

- Armanto, Dian. 2002. *Teaching Multiplication and Division Realistically in Indonesian Primary School: A Prototype of Local Instructional Theory*. Disertasion. Enschede: Print Partners Ipskamp
- Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar. 2006. *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan*. Depdiknas : Jakarta.
- Dinas Pendidikan Provinsi Riau. 2011. *Data dan Informasi Pendidikan Provinsi Riau tahun 2010*. Pekanbaru
- Gillies, R. M. 2003. *The Behaviors, Interactions, and perceptions of Junior High School Students During Small-Group Learning*. *Journal of Educational Psychology* 95 (1): 137-147.
- Ibrahim Muslimin, dkk. 2000. *Pembelajaran Kooperatif*. University Press. Surabaya
- Lie, Anita., 2008, *Cooperatif Learning*, Grasindo, Jakarta
- Rohani, Ahmad. 2005. *Pengelolaan Pengajaran*. Edisi Revisi. Rineka Cipta: Jakarta.
- Soedjadi, R. 2001. *Nilai-Nilai dalam Pendidikan Matematika dan Upaya Pembinaan Pribadi Anak Didik*. Unesa: Surabaya
- Slavin, R.E., 2010. *Cooperatif Learning Teori, Riset dan Praktik*. Terjemahan Lita. Nusa Media. Jakarta.
- Sugiyono., 2010, *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R & D*, Alfabeta, Bandung.
- Sukmadinata, Nana Syaodih, 2011. *Metode Penelitian Pendidikan*. PT. Remaja Rosdakarya. Bandung
- Supartono. 2006. *Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Realistik untuk Materi lingkaran di kelas VIII SMP Negeri 1 Bubulan Bojonegoro*. *Mathedu*; Vol 1 No. 2 Juli 2006. PPS UNESA: Surabaya.
- Zaenab, Hanim. 2004. *Penggunaan Pembelajaran Koperatif Dalam Matematik: Penyelidikan Tindakan di Sekolah Rendah di Kalimantan Timur, Indonesia*. Tesis program doctor fal. Universiti kebangsaan Malaysia.
- Zulkardi. 2005. *Peningkatan Mutu Pendidikan Matematika Melalui Pembelajaran*. Tersedia di <http://www.pikiran-rakyat.com> diambil tanggal 11 Juli 2005.
- Zulkardi. 2007. *Arti PISA, TIMSS, dan UN bagi Guru Matematika*. Makalah Seminar Nasional Pendidikan Matematika. PPS FKIP UNSRI Palembang, 4 September 2007.

- Zulkarnain dan Ritonga, Zulfan. 2007. *Statistika Pendidikan*. FKIP Universitas Riau.
- Zulkarnain. 2011. *Pengajaran dan Pembelajaran Matematik Melalui Soalan Berayat Berbentuk Kontekstual: Penyelidikan Tindakan di SDN 004 Rumbai Pekanbaru*. Tesis program doctor fal. Universiti kebangsaan Malaysia.
- Zulkarnain. 2015. *The effect of STAD Cooperative Learning Initiated by Story Questions Toward the Ability to Complete Story Questions in Math of Class VIII Students of junior High School (SMPN 1 and M.TsN) in Pangean District, Kuantan Singingi Regency*. *Mediterranean Journal of Social Sciences* 6 (3):102-109.

IMPLEMENTATION OF PROBLEM BASED LEARNING MODEL TO IMPROVE MATHEMATICAL OF PROBLEM SOLVING SKILLS OF STUDENTS CLASS VIII SMP BHAYANGKARI PEKANBARU

Titi Solfitri, Zulkarnain Dwika Ananda Ayu Rahmawati Sinaga

*Faculty of Teacher Training and Education Mathematic and Sains Education Major
Mathematic Education Study Program
Riau University
tisolfitri@yahoo.co.id,*

ABSTRACT

This study aims to fixed the learning process and improve the mathematical problem solving ability through implementation of Problem Based Learning (PBL) model. This type of research is the classroom action research with two cycles. Research conducted in the junior high school class VIII Bhayangkari Pekanbaru in the first semester of the school year 2016/2017, with the subject of 20 learners. The research instrument consists of learning tools and instruments to collect data. Learning device used in this study is the syllabus, lesson plans and activity sheet. Data collection instruments used in the study was the observation sheet and mathematical problem solving test. Data analysis technique used is qualitative data analysis descriptive narrative and descriptive statistical analysis of quantitative data. Based on this research, the learning process has improved and mathematical problem solving ability of the learners increased after applying the Problem Based Learning (PBL) Problem Based Learning model can be used as an alternative to learning, because through this learning can improve the learning process and improve mathematical problem solving ability of the learners.

Keywords: Problem Based Learning, Mathematical Problem Solving Ability, Learning Process.

PENDAHULUAN

Matematika merupakan suatu disiplin ilmu yang memegang peranan penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Bahan kajian matematika antara lain berhitung, ilmu ukur, dan aljabar, dimaksudkan untuk mengembangkan logika dan kemampuan berpikir peserta didik (Peraturan Pemerintah Nomor 32 Tahun 2013). Maka dari itu, untuk menguasai dan menciptakan teknologi di masa depan diperlukan penguasaan matematika yang kuat sejak dini.

Menurut Permendikbud nomor 103 tahun 2014, pembelajaran ialah proses interaksi antarpeserta didik dan antara peserta didik dengan pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar. Pendekatan pembelajaran menggunakan pendekatan saintifik/pendekatan berbasis proses keilmuan. Pendekatan saintifik/pendekatan berbasis proses keilmuan merupakan pengorganisasian pengalaman belajar dengan urutan logis meliputi proses pembelajaran: (1) mengamati; (2) menanya; (3) mengumpulkan informasi/mencoba; (4) menalar/mengasosiasi; dan (5) mengomunikasikan. Model pembelajaran yang sesuai dengan kerangka konseptual dan operasional pembelajaran yang memiliki nama, ciri, urutan logis,

pengaturan, dan budaya. Metode pembelajaran yang digunakan oleh pendidik untuk menangani suatu kegiatan pembelajaran yang mencakup antara lain ceramah, tanya jawab, dan diskusi.

Sebagai suatu disiplin ilmu, matematika memiliki tujuan pembelajaran, di antaranya: (1) memahami keterkaitan antar konsep dalam pemecahan masalah; (2) menggunakan pola sebagai dugaan dalam penyelesaian masalah dan membuat generalisasi berdasarkan fenomena atau data yang ada; (3) menggunakan penalaran pada sifat, melakukan manipulasi matematika baik dalam penyederhanaan, maupun menganalisa komponen yang ada dalam pemecahan masalah dalam konteks matematika maupun di luar matematika; (4) mengomunikasikan gagasan, penalaran serta mampu menyusun bukti matematika dengan menggunakan kalimat lengkap, simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah; (5) memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah; (6) memiliki sikap dan perilaku yang sesuai dengan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajarannya; (7) melakukan kegiatan-kegiatan motorik yang menggunakan pengetahuan matematika; (8) menggunakan alat peraga sederhana maupun hasil teknologi untuk melakukan kegiatan-kegiatan matematik (Permendikbud nomor 58 tahun 2014).

Dari hasil wawancara peneliti dengan guru matematika mengenai proses pembelajaran di kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru, diperoleh informasi bahwa ketika proses pembelajaran berlangsung, peserta didik hanya menerima apa yang disampaikan oleh guru, tidak berusaha secara mandiri untuk mencari materi penunjang mengenai materi yang dipelajari. Selain itu, informasi yang peneliti peroleh dari guru adalah peserta didik kurang terbiasa mengerjakan soal pemecahan masalah. Menurut penjelasan guru, kondisi ini dikarenakan soal pemecahan masalah diberikan setelah soal-soal rutin, sehingga peserta didik tidak memiliki cukup waktu untuk mengerjakan soal pemecahan masalah. Pemberian soal terkait pemecahan masalah juga kurang sering dilakukan sehingga peserta didik kurang terlatih menyelesaikan soal.

Menurut penuturan guru, usaha yang telah dilakukan guru untuk meningkatkan KPMM peserta didik adalah dengan menerapkan diskusi kelompok di dalam pembelajaran untuk memperbaiki keaktifan peserta didik serta memberikan soal terkait pemecahan masalah untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik, tetapi hanya peserta didik yang memiliki kemampuan kognitif tinggi yang cenderung aktif dalam proses pembelajaran dan mampu menyelesaikan soal pemecahan masalah.

Berdasarkan pengamatan yang dilakukan peneliti ketika proses pembelajaran, pada kegiatan pendahuluan, guru mengawali pembelajaran dengan menginstruksikan peserta didik berdoa dan mengaji, lalu mengumpulkan pekerjaan rumah. Guru tidak menyampaikan tujuan pembelajaran, motivasi, serta apersepsi, hal ini menyebabkan peserta didik kurang memahami manfaat dari materi pelajaran yang disampaikan guru. Setelah itu, guru menjelaskan materi pembelajaran dilanjutkan dengan pemberian soal, sementara peserta didik menyimak dan menerima apa yang dijelaskan oleh guru. Selanjutnya, peserta didik diberikan kesempatan oleh guru untuk mencatat penjelasan guru dan diberi kesempatan untuk bertanya. Tidak lebih dari dua peserta didik yang mengajukan pertanyaan mengenai materi yang belum dipahami. Pada saat peserta didik diberikan soal berbentuk pemecahan masalah, guru cenderung mengarahkan peserta didik pada solusi permasalahan, tidak pada langkah-langkah pengerjaan, sehingga peserta didik tidak memahami langkah-langkah penyelesaian soal pemecahan masalah. Selanjutnya, komunikasi antara guru dan peserta didik terlihat berjalan satu arah, dimana guru menjadi pusat kegiatan pembelajaran.

Berdasarkan pengamatan tersebut, peneliti melakukan tes awal KPMM tentang materi yang sebelumnya telah dipelajari pada kelas VIII1, yaitu pada Kompetensi Dasar 3.2, yaitu

menentukan nilai variabel persamaan linear dua variabel dalam konteks nyata. Soal tes awal KPMM yang diberikan kepada peserta didik merujuk pada tahap-tahap dalam proses pemecahan masalah. Rerata skor awal tes kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik untuk setiap aspek KPMM dapat dilihat dari Tabel 1.1 berikut.

Tabel 1.1

Persentase peserta didik kelas VIII SMP Bhayangkari Pekanbaru yang mencapai skor maksimum pada setiap aspek KPMM

No	Aspek KPMM yang diukur	Soal 1		Soal 2	
		Jumlah peserta didik	Persentase	Jumlah peserta didik	Persentase
1	Memahami masalah	14	70%	14	70%
2	Merencanakan pemecahan masalah	0	0%	0	0%
3	Melaksanakan rencana pemecahan masalah	0	0%	0	0%
4	Menafsirkan solusi	0	0%	0	0%

Sumber : Lampiran

Berdasarkan Tabel 1.1 terlihat bahwa KPMM peserta didik belum baik. Dari 20 orang jumlah peserta didik, tidak satupun peserta didik yang dapat menjawab soal tes awal dengan benar pada aspek merencanakan pemecahan masalah, melaksanakan rencana pemecahan masalah, serta menafsirkan solusi. Hanya sebanyak 14 dari 20 orang peserta didik yang dapat menjawab dengan benar aspek memahami masalah dari persoalan yang diberikan, yaitu menuliskan yang diketahui dan ditanyakan dari soal.

Hasil wawancara peneliti dengan peserta didik mengenai tes yang telah dilakukan, diperoleh informasi sebagai berikut: (1) soal yang diberikan sulit sehingga peserta didik tidak dapat menyelesaikannya; (2) peserta didik bingung cara pengerjaan soal sehingga peserta didik hanya menyelesaikan soal tersebut menurut cara mereka sendiri.

Berdasarkan uraian di atas, terdapat masalah yang terjadi di kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru. Permasalahan tersebut diantaranya peserta didik kurang aktif dalam proses pembelajaran, serta yang paling utama adalah peserta didik tidak mampu menyelesaikan soal berbentuk pemecahan masalah sehingga menyebabkan KPMM peserta didik rendah.

Berdasarkan permasalahan yang telah dipaparkan di atas, perlu suatu model pembelajaran yang dapat meningkatkan keaktifan peserta didik dalam belajar, merangsang peserta didik berpikir kritis, dapat menggunakan konsep jika menemukan masalah dalam kehidupan nyata yang berhubungan dengan konsep yang dimiliki, bekerja aktif dalam tim untuk memecahkan masalah yang ada dengan suasana menyenangkan sehingga pembelajaran berpusat pada peserta didik, serta dapat meningkatkan KPMM peserta didik.

Berdasarkan uraian tersebut, terlihat bahwa PBM merupakan model pembelajaran yang dapat memberikan kondisi belajar yang aktif kepada peserta didik karena melibatkan peserta didik dalam memecahkan masalah. Peneliti akan melakukan penelitian dengan menerapkan model Pembelajaran Berdasarkan Masalah (PBM) untuk memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan KPMM peserta didik kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru pada semester ganjil 2016/2017 pada materi pokok Operasi Aljabar dan materi pokok Fungsi.

Peneliti memilih materi pokok Operasi Aljabar dan materi pokok Fungsi karena materi pembelajaran tersebut banyak diterapkan pada kehidupan sehari-hari, dan bertujuan dengan mempelajari materi ini dengan model PBM, dapat meningkatkan kemampuan peserta didik dalam berpikir logis dan sistematis dalam kehidupan nyata.

Penulis merumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu apakah model Pembelajaran Berdasarkan Masalah dapat memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru tahun pelajaran 2016/2017 pada materi pokok Operasi Aljabar dan materi pokok Fungsi.

Penelitian ini bertujuan untuk memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru pada materi Operasi Aljabar dan materi pokok Fungsi melalui penerapan model Pembelajaran Berdasarkan Masalah.

METODE PENELITIAN

Bentuk penelitian ini adalah Penelitian Tindakan Kelas (PTK) pola kolaboratif. Penelitian tindakan kelas pola kolaboratif ini dilaksanakan oleh pihak luar, dimana guru hanya berperan sebagai anggota tim peneliti, yang berfungsi melaksanakan tindakan seperti yang dirancang oleh peneliti (Wina Sanjaya, 2013). Penelitian ini terdiri dari dua siklus yang mengacu pada penerapan pembelajaran berdasarkan masalah (PBM).

Terdapat empat tahap dalam pelaksanaan penelitian tindakan kelas ini menurut Suharsimi Arikunto, Suhardjono, Supardi (2014) yaitu perencanaan, pelaksanaan, pengamatan, dan refleksi.

Subjek penelitian ini adalah peserta didik kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru sebanyak 5 peserta didik laki-laki dan 15 peserta didik perempuan dengan tingkat kemampuan heterogen dan dilaksanakan di kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru, pada semester ganjil tahun pelajaran 2016/2017. Pelaksanaan penelitian ini dimulai dari bulan Juli 2016 sampai dengan bulan September 2016.

Perangkat pembelajaran yang digunakan adalah Silabus, Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dan Lembar Aktivitas Peserta Didik (LAPD). Instrumen pengumpul data yang digunakan adalah lembar pengamatan aktivitas guru dan aktivitas peserta didik serta tes kemampuan pemecahan masalah matematis.

Data kemampuan pemecahan masalah matematis siswa diperoleh berdasarkan nilai tes evaluasi akhir. Penilaian tes evaluasi akhir mengacu kepada pedoman penskoran yang diadaptasi dari Hamzah (2014). Adapun kriteria pemberian skor untuk setiap indikator kemampuan pemecahan masalah matematis siswa seperti pada tabel 1.2 berikut.

Tabel 1.2

Pedoman Penskoran Pemecahan Masalah Matematis Peserta Didik

Aspek yang Dinilai	Skor	Keterangan
Memahami masalah	0	Tidak menyebutkan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.
	1	Menyebutkan apa yang diketahui tanpa menyebutkan apa yang ditanyakan atau sebaliknya.
	2	Menyebutkan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan tetapi kurang tepat.
	3	Menyebutkan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan secara tepat.
Merencanakan penyelesaian	0	Tidak merencanakan penyelesaian masalah sama sekali.
	1	Merencanakan penyelesaian dengan membuat model matematika berdasarkan masalah tetapi model matematika kurang tepat.
	2	Merencanakan penyelesaian dengan membuat model matematika berdasarkan masalah secara tepat.

Melaksanakan rencana	0	Tidak ada jawaban sama sekali.
	1	Melaksanakan rencana dengan menuliskan jawaban tetapi jawaban salah satu atau hanya sebagian kecil jawaban benar.
	2	Melaksanakan rencana dengan menuliskan jawaban setengah atau sebagian besar jawaban benar.
	3	Melaksanakan rencana dengan menuliskan jawaban dengan lengkap dan benar.
Menafsirkan hasil yang diperoleh	0	Tidak ada menuliskan kesimpulan.
	1	Menafsirkan hasil yang diperoleh dengan membuat kesimpulan tetapi kurang tepat.
	2	Menafsirkan hasil yang diperoleh dengan membuat kesimpulan dengan tepat.

Data yang diperoleh melalui pengamatan dan tes KPMM peserta didik kemudian dianalisis menggunakan teknik analisis deskriptif naratif dan analisis statistik deskriptif. Data yang diperoleh dari lembar pengamatan merupakan data kualitatif dan dianalisis dengan teknik analisis deskriptif naratif, yang bertujuan menggambarkan data tentang aktivitas guru dan peserta didik selama proses pembelajaran dan memaparkannya dalam bentuk narasi. Data yang diperoleh dari tes KPMM peserta didik dianalisis dengan teknik analisis statistik deskriptif. Menurut Sugiyono (2008), statistik deskriptif adalah statistik yang digunakan untuk menganalisis data dengan cara mendeskripsikan atau menggambarkan data yang telah terkumpul sebagaimana adanya tanpa bermaksud membuat kesimpulan yang berlaku umum atau generalisasi.

Data hasil pengamatan aktivitas guru dan aktivitas peserta didik dianalisis dengan mendeskripsikan aktivitas guru dan data hasil pengamatan aktivitas peserta didik berdasarkan lembar pengamatan aktivitas guru dan lembar aktivitas peserta didik. Data hasil pengamatan aktivitas guru dan aktivitas peserta didik dianalisis secara kualitatif (Arikunto, 2008). Miles dan Huberman (dalam Muslich, 2010) mengemukakan bahwa analisis data kualitatif melalui tiga tahapan, yaitu:

- a. Reduksi Data, merupakan proses menyeleksi, menentukan fokus menyederhanakan, meringkas, dan mengubah bentuk data 'mentah' yang ada dalam catatan hasil pengamatan hasil pengamatan aktivitas guru dan aktivitas peserta didik. Dalam proses ini dilakukan penajaman, pemilahan, pemfokusan, penyisihan data yang kurang bermakna, dan menatanya sedemikian rupa sehingga dari proses pembelajaran dengan model PBM dapat ditarik kesimpulan akhir dan diverifikasi.
- b. Paparan Data, merupakan penjabaran data hasil pengamatan aktivitas guru dan aktivitas peserta didik setelah melalui proses pembelajaran dengan model PBM dalam bentuk narasi sedemikian rupa sehingga dapat dipahami secara jelas.
- c. Penyimpulan, merupakan upaya memberikan penilaian atau interpretasi berdasarkan paparan data yang telah dilakukan. Penarikan kesimpulan tentang aktivitas guru dan aktivitas peserta didik dilakukan secara bertahap mulai dari kesimpulan sementara yang ditarik pada akhir siklus I, sampai pada kesimpulan akhir pada akhir siklus II.

Analisis data hasil tes KPMM peserta didik siklus I dan siklus II dianalisis secara kuantitatif untuk mengetahui tingkat KPMM awal peserta didik, KPMM peserta didik pada siklus I, dan KPMM peserta didik siklus II. Langkah-langkah yang dilakukan dalam pengolahan data tes KPMM peserta didik yaitu (1) memberikan skor jawaban peserta didik

sesuai dengan pedoman penskoran yang digunakan lalu dikonversi menjadi skor KPMM peserta didik dengan rentang 0-100; (2) membuat tabel rerata skor KPMM awal peserta didik dan skor KPMM peserta didik siklus I dan siklus II; (3) menentukan skor peningkatan KPMM peserta didik secara klasikal.

Konversi skor KPMM peserta didik menggunakan rumus:

$$\text{Skor KPMM Peserta Didik} = \frac{\text{Skor Perolehan}}{\text{Skor Maksimal}} \times 100$$

Nilai kemampuan pemecahan masalah matematis yang diperoleh dari perhitungan kemudian dikualifikasikan sesuai dengan tabel 1.3 berikut ini.

Tabel 1.3

Kualifikasi Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Peserta Didik

Nilai	Kualifikasi
85,00-100	Sangat baik
70,00-84,99	Baik
55,00-69,99	Cukup
40,00-54,99	Kurang
0-39,99	Sangat kurang

Sumber: Japa, 2008

Salah satu cara yang dapat digunakan untuk melihat peningkatan KPMM peserta didik adalah dengan melihat peningkatan rerata dan persentase keberhasilan belajar peserta didik (Suharsimi Arikunto, 2006). Pada penelitian ini, kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik dikatakan mengalami peningkatan apabila terjadi peningkatan rerata skor kemampuan pemecahan masalah matematis peserta didik dari skor dasar ke skor tes KPMM siklus I dan skor KPMM siklus II.

Menurut Wina Sanjaya (2011), PTK dikatakan berhasil mana kala masalah yang dikaji semakin mnegerucut atau melalui tindakan setiap siklus masalah semakin terpecahkan; sedangkan dilihat dari aspek hasil belajar yang diperoleh peserta didik semakin besar, artinya hasil belajar dari siklus ke siklus semakin meningkat. Semakin kecilnya masalah dan semakin besarnya hasil belajar peserta didik disebabkan oleh tindakan yang dilakukan guru pada setiap siklus yang didasarkan pada hasil refleksi. Kriteria keberhasilan tindakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

Terjadinya perbaikan proses pembelajaran jika aktivitas guru dan aktivitas peserta didik mengalami peningkatan. Kesesuaian antara langkah-langkah penerapan metode PBM yang direncanakan dengan pelaksanaan tindakan pada proses pembelajaran yang dapat dilihat dari lembar pengamatan setiap pertemuan. Perbaikan proses pembelajaran dilakukan berdasarkan hasil refleksi terhadap proses pembelajaran yang diperoleh melalui lembar pengamatan aktivitas guru dan aktivitas peserta didik.

Pada penelitian ini, KPMM peserta didik dikatakan mengalami peningkatan apabila terjadi peningkatan skor KPMM peserta didik dari skor awal ke skor tes KPMM siklus I dan skor KPMM siklus II.

Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis secara klasikal dapat dilihat dari nilai rata-rata KPMM peserta didik pada tes awal, siklus I dan siklus II. Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis secara klasikal meningkat jika nilai rata-rata KPMM peserta didik pada siklus I lebih tinggi dibandingkan nilai rata-rata pada tes awal KPMM. Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis secara klasikal meningkat jika nilai rata-rata KPMM peserta didik pada siklus II lebih tinggi dibandingkan nilai rata-rata pada siklus I.

HASIL DAN PEMBAHASAN PENELITIAN

Hasil Penelitian

Pada setiap pertemuan, proses pembelajaran sudah menjadi lebih baik. Hal ini terlihat di antaranya, peserta didik sudah tampak baik dalam berdoa; informasi kehadiran peserta didik pada papan absen dan buku absen sudah sama; guru selalu menyampaikan tujuan pembelajaran, baik secara lisan maupun tulisan; peserta didik sudah aktif dalam memberi respon ketika guru menyampaikan motivasi mengenai pembelajaran yang dilakukan; peserta didik sudah aktif dalam menjawab apersepsi yang diberikan guru; guru berusaha mengarahkan peserta didik yang berbeda untuk menjawab apersepsi pada setiap pertemuan; peserta didik sudah dapat memahami langkah-langkah pembelajaran yang dilakukan; peserta didik sudah mulai tenang dan tertib dalam pembentukan kelompok; peserta didik sudah dapat menuliskan jawaban sesuai dengan kolomnya; peserta didik dapat menjelaskan solusi dengan baik, terlihat dari suara peserta didik yang terdengar lantang dan sudah tidak terbata-bata; peserta didik mulai paham dan dapat menuliskan kesimpulan pembelajaran. Selain itu, peserta didik dapat menuliskan kesimpulan materi pembelajaran, peserta didik yang memberi komentar selalu bertambah, serta peserta didik selalu diberikan tes individu dan PR oleh guru.

Berdasarkan analisis hasil tes KPMM 1 (Ulangan Harian I) diperoleh persentase peserta didik yang mencapai skor maksimum untuk setiap aspek KPMM dapat dilihat pada Tabel 1.4 berikut.

Tabel 1.4

Persentase peserta didik kelas VIII SMP Bhayangkari Pekanbaru yang mencapai skor maksimum pada setiap aspek KPMM siklus I

No	Nomor Soal	Aspek			
		Memahami masalah	Merencanakan pemecahan masalah	Melaksanakan rencana penyelesaian masalah	Menafsirkan solusi
1.	1	100%	100%	90%	75%
2.	2	100%	100%	85%	85%
3.	3	65%	35%	35%	35%
4.	4	50%	45%	35%	35%
5.	5	30%	10%	0%	0%

Sumber : Olah data peneliti

Berdasarkan data pada Tabel 1.4 di atas, diperoleh informasi bahwa skor pada setiap aspek siklus I meningkat dari skor pada tes awal. Pada soal pertama dan kedua, seluruh peserta didik mencapai skor maksimum pada aspek memahami masalah dan merencanakan penyelesaian masalah, tetapi pada aspek menyelesaikan rencana penyelesaian masalah, tidak semua peserta didik memperoleh skor maksimum. Pada soal kedua, ketiga, ketiga dan keempat, tidak semua peserta didik yang mencapai skor maksimum.

Dari analisis hasil tes KPMM 1 (Ulangan Harian I) diperoleh persentase peserta didik yang mencapai skor maksimum untuk setiap aspek KPMM dapat dilihat pada Tabel 1.5 berikut.

Tabel 1.5 *Persentase peserta didik kelas VIII SMP Bhayangkari Pekanbaru yang mencapai skor maksimum pada setiap aspek KPMM siklus I*

No	Nomor	Aspek
----	-------	-------

Soal		Memahami masalah	Merencanakan pemecahan masalah	Melaksanakan rencana penyelesaian masalah	Menafsirkan solusi
1.	1	100%	100%	100%	100%
2.	2	100%	100%	100%	100%
3.	3	80%	80%	65%	60%
4.	4	90%	65%	50%	50%
5.	5	100%	60%	65%	65%

Sumber : Olah data peneliti

Berdasarkan data pada Tabel 1.5 di atas, diperoleh informasi bahwa skor pada setiap aspek semakin meningkat dari siklus I. Pada soal pertama dan kedua, seluruh aspek mencapai skor maksimum. Pada soal ketiga, keempat, dan kelima, skor peserta didik pada setiap aspek meningkat dari siklus sebelumnya.

Berikut ini analisis peningkatan KPMM peserta didik pada tiap aspek pemecahan masalah sebelum dan sesudah penerapan model PBM pada materi pokok Operasi Aljabar dan materi pokok Fungsi.

Tabel 1.6

Rerata Peningkatan KPMM peserta didik kelas VIII SMP Bhayangkari Pekanbaru pada tiap aspek pada materi pokok Operasi Aljabar dan materi pokok Fungsi.

No	Aspek KPMM	Rerata Skor Peserta Didik	
		Siklus I	Siklus II
1	Memahami masalah	2,69	2,94
2	Merencanakan penyelesaian masalah	1,64	1,81
3	Menyelesaikan rencana penyelesaian masalah	2,06	2,63
4	Menafsirkan solusi	1,39	1,75

Sumber: Olah data peneliti

Berdasarkan data pada Tabel 1.6 di atas, diperoleh informasi bahwa setiap aspek KPMM peserta didik yang belajar dengan PBM mengalami peningkatan KPMM pada siklus pertama dan siklus kedua. Hal ini dapat dilihat dari rerata skor tiap aspek KPMM peserta didik pada siklus I dan siklus II. Untuk aspek memahami masalah, rerata skor mengalami peningkatan dari siklus I ke siklus II sebesar 0,25. Pada aspek merencanakan penyelesaian masalah, rerata skor mengalami peningkatan sebesar 0,17. Pada aspek menyelesaikan rencana penyelesaian masalah, rerata skor mengalami peningkatan sebesar 0,57. Pada aspek menafsirkan solusi, rerata skor mengalami peningkatan sebesar 0,36.

Analisis kualifikasi KPMM peserta didik sebelum dan sesudah penerapan model PBM pada materi pokok Operasi Aljabar dan materi pokok Fungsi dapat dilihat pada Tabel 1.7 berikut.

Tabel 1.7

Peningkatan pada setiap kualifikasi KPMM peserta didik

Kualifikasi KPMM	Jumlah peserta didik pada siklus I	Jumlah peserta didik pada siklus II
Sangat Baik	4	18
Baik	13	2
Cukup	3	0
Kurang	0	0

Sumber: Olah data peneliti

Berdasarkan data pada Tabel 1.7 di atas, diperoleh informasi bahwa dengan penerapan PBM, kualifikasi KPMM mengalami peningkatan. Hal ini terlihat dari peningkatan jumlah peserta didik pada kualifikasi sangat baik, yaitu sejumlah 18 orang dan pada kualifikasi baik sejumlah 2 orang, serta tidak ada satu pun peserta didik pada kualifikasi cukup, kurang, dan sangat kurang.

Berikut ini analisis peningkatan KPMM secara klasikal sebelum dan sesudah penerapan model PBM pada materi pokok Operasi Aljabar dan materi pokok Fungsi.

Tabel 1.8

Peningkatan KPMM secara klasikal kelas VIII SMP Bhayangkari Pekanbaru pada materi pokok Operasi Aljabar dan materi pokok Fungsi

	Tes Awal	Siklus I	Siklus II
Rerata skor KPMM peserta didik	9,00	38,90	45,65
Rerata nilai peserta didik	45,00	77,80	91,30

Sumber: Olah data peneliti

Berdasarkan data pada Tabel 1.8 di atas, diperoleh informasi bahwa dengan KPMM peserta didik mengalami peningkatan pada tes awal, siklus I dan siklus II. Hal ini terlihat dari rerata skor KPMM peserta didik pada siklus I yang mengalami peningkatan sebesar 29,9 dari tes awal, dan peningkatan sebesar 6,75 di siklus II dari siklus I. Rerata nilai peserta didik juga mengalami peningkatan sebesar 32,8 dari tes awal ke siklus I, dan peningkatan sebesar 13,5 dari siklus I ke siklus II. Hal ini berarti KPMM peserta didik secara klasikal meningkat setelah diterapkan model PBM.

PEMBAHASAN HASIL PENELITIAN

Menurut Permendikbud Nomor 22 Tahun 2016, proses pembelajaran pada satuan pendidikan diselenggarakan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik. Untuk itu setiap satuan pendidikan melakukan perencanaan pembelajaran, pelaksanaan proses pembelajaran serta penilaian proses pembelajaran untuk meningkatkan efisiensi dan efektivitas ketercapaian kompetensi lulusan.

Berdasarkan pelaksanaan proses pembelajaran yang telah peneliti lakukan, pembelajaran telah sesuai dengan standar proses yang tertuang dalam Permendikbud Nomor 22 Tahun 2016, yaitu pembelajaran berlangsung secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, efisien, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik.

Pembelajaran juga telah mengikuti prinsip-prinsip yang telah ditetapkan pada Permendikbud Nomor 22 tahun 2016, yaitu dari peserta didik diberi tahu menuju peserta didik mencari tahu, serta dari guru sebagai satu-satunya sumber belajar menjadi belajar berbasis aneka sumber belajar.

Aktivitas peneliti dan aktivitas peserta didik pada penerapan PBM dapat dilihat pada hasil pengamatan aktivitas guru dan aktivitas peserta didik. Berdasarkan analisis data tentang aktivitas guru dan aktivitas peserta didik, penerapan PBM sudah semakin sesuai dengan rencana pembelajaran. Berdasarkan proses pembelajaran yang telah peneliti lakukan, 80% dari waktu pelaksanaan pembelajaran sudah berpusat pada peserta didik.

Berdasarkan hasil pengamatan aktivitas peserta didik, selama proses pembelajaran di kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru terlihat partisipasi peserta didik semakin aktif. Penerapan PBM telah memberikan kesempatan pada peserta didik untuk aktif dalam proses pembelajaran diantaranya menanggapi motivasi dan apersepsi, diskusi LAPD dalam kelompok, terlatih dalam menyelesaikan persoalan berbentuk pemecahan masalah, serta berani dalam mengajukan pendapat serta pertanyaan kepada guru.

Berdasarkan kriteria keberhasilan tindakan dapat dikatakan bahwa tindakan yang dilakukan peneliti telah berhasil karena adanya perbaikan proses pembelajaran dengan menerapkan PBM di kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru. Sejalan dengan apa yang dikatakan oleh Wina Sanjaya (2011) bahwa PTK dikatakan berhasil mana kala masalah yang dikaji semakin mengerucut atau melalui tindakan setiap siklus masalah semakin terpecahkan; dilihat dari aspek hasil belajar yang diperoleh siswa semakin tinggi artinya hasil belajar dari siklus I ke siklus II semakin meningkat.

Berdasarkan analisis data KPMM peserta didik secara klasikal kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru, diperoleh rerata skor KPMM peserta didik pada siklus I yang mengalami peningkatan sebesar 29,9 dari tes awal, dan peningkatan sebesar 6,75 di siklus II dari siklus I. Rerata nilai peserta didik juga mengalami peningkatan sebesar 32,8 dari tes awal ke siklus I, dan peningkatan sebesar 13,5 dari siklus I ke siklus II. Hal ini berarti KPMM peserta didik meningkat dengan penerapan PBM. Terjadinya peningkatan KPMM peserta didik disebabkan karena dalam PBM peserta didik bersama kelompok diberikan kesempatan untuk berpartisipasi aktif menemukan pengetahuannya serta menyelesaikan masalah dari materi yang dipelajari dengan cara menemukan sendiri pembelajaran menjadi bermakna dan pengetahuan yang diperoleh bertahan lama serta peserta didik terbiasa menjadi logika berpikir pemecahan masalah. Sejalan dengan pernyataan bahwa model PBM adalah model pembelajaran dengan pendekatan pembelajaran siswa pada masalah autentik, sehingga siswa dapat menyusun pengetahuannya sendiri, menumbuhkembangkan keterampilan yang lebih tinggi dan inquiri, memandirikan siswa, dan meningkatkan kepercayaan diri sendiri (Nurhayati Abbas, 2000).

Terdapat beberapa kendala selama proses penelitian, diantaranya pada siklus pertama proses pembelajaran belum seluruhnya sesuai dengan perencanaan. Kekurangan-kekurangan yang terdapat pada siklus pertama diantaranya penyampaian tujuan pembelajaran, alokasi waktu yang tidak sesuai dengan perencanaan, peserta didik yang cenderung bekerja secara individu, peneliti tidak memberikan PR serta tes formatif pada pertemuan pertama, kurangnya pemahaman peserta didik terhadap langkah-langkah pengerjaan LAPD serta kurangnya motivasi yang diberikan oleh peneliti. Kekurangan-kekurangan ini menjadi bahan perbaikan bagi peneliti untuk dilakukan pada siklus kedua. Berdasarkan KPMM peserta didik berdasarkan ulangan harian I, peneliti menekankan kembali kepada peserta didik tentang pentingnya langkah-langkah pengerjaan LAPD. Proses pembelajaran pada siklus kedua mengalami perbaikan dari proses pembelajaran pada siklus pertama karena peserta didik sudah terbiasa mengikuti proses pembelajaran menggunakan PBM. Proses pembelajaran pada siklus kedua sudah sesuai dengan perencanaan.

Kesalahan yang dilakukan peserta didik berdasarkan analisis ketercapaian aspek KPMM peserta didik pada hasil ulangan harian I dan ulangan harian II adalah peserta didik kurang tepat menuliskan perencanaan menyelesaikan masalah sehingga peserta didik mengalami kesalahan dalam menyelesaikan masalah, peserta didik kurang teliti dalam menyelesaikan operasi hitung, peserta didik juga tidak melaksanakan semua langkah penyelesaian dalam pemecahan masalah. Ide perbaikan kesalahan peserta didik disarankan kepada guru dalam pelaksanaan pembelajaran selanjutnya. Pembelajaran sebaiknya dilakukan dengan menambah soal latihan berbentuk pemecahan masalah dalam proses pembelajaran.

Berdasarkan analisis aktivitas guru, aktivitas peserta didik dan analisis KPMM peserta didik dapat disimpulkan bahwa hipotesis tindakan yang diajukan dapat diterima kebenarannya. Dengan demikian, PBM dapat memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan KPMM peserta didik kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru semester ganjil tahun pelajaran 2016/2017 pada materi pokok Operasi Aljabar dan materi pokok Fungsi.

SIMPULAN DAN REKOMENDASI

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa penerapan model Pembelajaran Berdasarkan Masalah dapat memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis peserta didik kelas VIII1 SMP Bhayangkari Pekanbaru semester ganjil tahun pelajaran 2016/2017 pada materi pokok Operasi Aljabar dan materi pokok Fungsi.

Melalui penelitian yang telah dilakukan, peneliti mengemukakan rekomendasi yang berhubungan dengan penerapan model PBM dalam pembelajaran matematika.

1. Bagi guru atau peneliti lain, model PBM dapat dijadikan salah satu model pembelajaran yang digunakan dalam pembelajaran matematika untuk memperkenalkan peserta didik dengan matematika melalui permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.
2. Bagi guru atau peneliti yang ingin menerapkan model PBM harus dapat mengarahkan peserta didik dengan baik selama proses pembelajaran karena peserta didik dituntut untuk dapat memecahkan masalah kontekstual yang diberikan, tetapi membutuhkan waktu relatif lebih lama.
3. Bagi guru atau peneliti lain, LAPD yang disediakan sebaiknya menampilkan permasalahan yang lebih mudah dipahami dan kontekstual sesuai dengan kehidupan sehari-hari.

DAFTAR PUSTAKA

- BSNP. 2016. *Permendikbud No. 22 Tahun 2016 tentang Standar Proses Pendidikan*. Kemendikbud. Jakarta.
- BSNP. 2014. *Permendikbud No. 32 Tahun 2013 tentang Standar Nasional Pendidikan*. Kemendikbud. Jakarta.
- BSNP. 2014. *Permendikbud No. 58 Tahun 2014 tentang Kurikulum 2013 Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah*. Kemendikbud. Jakarta.
- BSNP. 2014. *Permendikbud No. 103 Tahun 2014 tentang Penilaian Hasil Belajar pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah*. Kemendikbud. Jakarta.
- Didi Suryadi dan Tatang Herman. 2008. *Eksplorasi Matematika Pembelajaran Pemecahan Masalah*. Rizky Grafis. Jakarta.
- Hamzah B. Uno, Nina Lamatenggo, dan Satria M.A. Koni. 2012. *Menjadi Peneliti PTK yang Profesional*. Bumi Aksara. Jakarta.
- Sugiyono, 2008, *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R & D*. Alfabeta. Bandung.
- Suharsimi Arikunto, Suhardjono, Supardi. 2014. *Penelitian Tindakan Kelas*. Bumi Aksara. Jakarta.
- Wina Sanjaya. 2011. *Penelitian Tindakan Kelas*. Kencana. Jakarta.

Wina Sanjaya. 2013. *Penelitian Pendidikan; Jenis, Metode, dan Prosedur*. Kencana Prenada Media Group. Jakarta.

PERILAKU METAKOGNITIF SISWA SMP DALAM MELAKUKAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS PADA MATERI ARITMETIKA SOSIAL

Atma Murni

Dosen Pendidikan Matematika FKIP Universitas Riau

E-mail: murni_atma@yahoo.co.id

ABSTRACT

Aim of this research was to show the metacognitive behavior of junior high school students in solve of math problems in Social Arithmetic subject. The subject's tests were divided into three, namely: (1) profit, loss, percentage of profit, and percentage of the loss; (2) discount, gross, tare, and net; and (3) the saving's interest (single interest) and taxes. Mathematical problem solving ability that measured include these aspects: (1) understanding the problem; (2) preparing and finishing the plan for problem solving; and (3) interpreting the results of the problem solving. Data were collected by written test of problem solving process and interview. The metacognitive behavior (self-instruction, self-questioning, and self-monitoring) give a contribution in every stage of problem solving. The invention shows that problem solving process requires prior knowledge, a willingness to bring number of solutions and confidence.

Keywords: metacognitive, mathematical problem solving ability, social arithmetic

PENDAHULUAN

Kemampuan siswa untuk memecahkan masalah matematis perlu terus dilatih agar siswa mampu menyelesaikan berbagai permasalahan yang dihadapinya baik dalam pembelajaran matematika maupun dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan yang dihadapi tidak sebatas masalah matematis saja, melainkan juga masalah dalam kehidupan sehari-hari dan masalah dalam bidang studi lain yang membutuhkan penalaran dalam memperoleh solusinya. Sebagaimana dinyatakan Ruseffendi [1] bahwa kemampuan pemecahan masalah sangat penting dalam matematika, bukan hanya bagi mereka yang mendalami dan mempelajari matematika saja melainkan juga bagi mereka yang akan menerapkannya dalam bidang studi lain dan dalam kehidupan sehari-hari. Sementara itu, NCTM [2] menegaskan bahwa pemecahan masalah merupakan bagian integral dalam pembelajaran matematika sehingga pemecahan masalah tidak boleh dilepaskan dari pembelajaran matematika.

Suatu masalah memberikan tantangan pada siswa untuk berpikir dalam mencari pemecahannya. Kemampuan yang dimiliki siswa tidak dapat digunakan secara langsung untuk mendapatkan solusi dari suatu masalah. Oleh karena itu siswa memerlukan kreativitas untuk memecahkannya. Siswa perlu merancang suatu bentuk atau model yang mewakili situasi atau masalah untuk memudahkan mereka memperoleh solusi melalui representasi informal terlebih dahulu, seperti dalam bentuk: visual (grafik, diagram, tabel, atau gambar); simbolik (pernyataan matematis/notasi matematis, numerik/symbol aljabar); verbal (kata-kata atau teks tertulis). Dalam hal ini siswa akan merancang pola, melihat dan membuat hubungan dalam pola, membuat generalisasi, dan membuat ekspresi matematis. Siswa membutuhkan latihan dalam membangun kepekaan representasinya sendiri sehingga memiliki kemampuan

dan pemahaman konsep yang kuat dan fleksibel yang dapat digunakan dalam memecahkan masalah.

Berkaitan dengan kemampuan pemecahan masalah matematis, Charles *et al.* (dalam Laurens) [3] menyebutkan tujuan dilatihkan kemampuan ini adalah untuk: (1) mengembangkan keterampilan berpikir; (2) mengembangkan kemampuan menyeleksi dan menggunakan strategi-strategi pemecahan masalah; (3) mengembangkan sikap dan keyakinan dalam menyelesaikan masalah; dan (4) mengembangkan kemampuan untuk memonitor dan mengevaluasi pemikiran sendiri selama menyelesaikan masalah. Bila dikaitkan dengan metakognisi yang memiliki peranan penting dalam merancang, memonitor, dan mengevaluasi proses kognitif seseorang dalam belajar dan berpikir maka tujuan ini memiliki keterkaitan dengan metakognisi. Sebagaimana dinyatakan Schoenfeld (dalam Yimer & Ellerton) [4] bahwa metakognisi dikenal sebagai faktor kunci dalam pemecahan masalah, meliputi: (1) menentukan pengetahuan yang dimiliki; (2) merumuskan rencana pemecahan; (3) memilih strategi pemecahan; dan (4) memonitor dan mengevaluasi aktivitas yang digunakan selama pemecahan masalah. Dengan demikian, strategi metakognitif dapat membantu siswa dalam menyelesaikan masalah mulai dari menggali pengetahuan yang dimilikinya untuk menyelesaikan masalah, menyusun rencana pemecahan, memonitor proses berpikir dalam pemecahan masalah, dan mengevaluasi proses dan hasil pemecahan masalah. Berarti dapat dikatakan bahwa strategi metakognitif sangat penting dimiliki siswa dalam pemecahan masalah matematis.

Penelitian tentang pemecahan masalah matematis dengan memperhatikan kontribusi perilaku metakognisi telah banyak dilakukan mulai dari sekolah dasar sampai pendidikan tinggi. Penelitian-penelitian tersebut diantaranya dilakukan oleh Biryukov [5] dan Yimer & Ellerton [4]. Biryukov [5] dari analisis datanya menunjukkan bahwa pengalaman metakognitif sangat penting dalam pemecahan masalah. Lebih lanjut dinyatakan bahwa ketika seseorang memiliki pengalaman metakognitif dan tahu bagaimana mengaplikasikannya, maka ada jaminan bahwa pemecahan masalah yang dilakukan akan berhasil. Yimer & Ellerton [4] mengemukakan hasil penelitian yang memberikan gambaran lima fase pemecahan masalah (pemahaman, transformasi-formula, implementasi, evaluasi, dan internalisasi) berasosiasi dengan perilaku metakognitif. Perilaku metakognisi sangat diperlukan pada setiap fase dari pemecahan masalah matematis tersebut.

Penelitian ini menelaah perilaku metakognitif yang dilakukan siswa SMP dalam menyelesaikan masalah matematis pada materi Aritmetika Sosial. Materi yang diujikan dikelompokkan menjadi tiga, yaitu: (1) untung, rugi, persentase untung, dan persentase rugi; (2) diskon, bruto, tara, dan neto; dan (3) bunga tabungan (bunga tunggal) dan pajak. Kemampuan pemecahan masalah matematis (KPM) yang diukur meliputi aspek: (1) memahami masalah; (2) menyusun dan menyelesaikan rencana pemecahan masalah; dan (3) menafsirkan hasil pemecahan masalah.

KAJIAN LITERATUR

Pemecahan Masalah Matematis

Pemecahan masalah merupakan proses dimana siswa menghadapi masalah berupa pertanyaan yang mereka tidak segera dapat memberikan solusi, atau algoritma yang mereka miliki tidak dapat langsung berlaku untuk mendapatkan jawaban. Siswa harus membaca masalah dengan hati-hati, menganalisis informasi yang diberikan, dan menguji pengetahuan matematikanya sendiri untuk dapat menentukan strategi yang dapat membantu menemukan solusi. Proses reorganisasi ide-ide memerlukan bantuan seorang guru yang bertindak sebagai fasilitator dengan mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang membantu siswa untuk meninjau pengetahuan mereka dan membangun hubungan baru.

Pemecahan masalah dalam matematika sering diajarkan menggunakan proses yang diuraikan oleh matematikawan George Polya. Berikut adalah teknik pemecahan masalah yang dikemukakan Polya [6].

1) Pemahaman masalah (*understanding the problem*)

Langkah pertama adalah membaca soal dan meyakini bahwa makna soal dipahami secara benar. Polya (1973) menyarankan agar melakukan kegiatan antara lain: menentukan hal yang tidak diketahui, menentukan kuantitas yang diberikan pada soal, menyelidiki kecukupan informasi, menentukan kondisi (syarat) yang harus dipenuhi, menyatakan kembali masalah dalam bentuk yang lebih operasional (dapat dipecahkan), membuat diagram dan mengidentifikasi kuantitas yang dibutuhkan dengan menetapkan beberapa notasi misalnya: x , a , b , c , v , m , dsbnya.

2) Memikirkan sebuah rencana (*devising a plan*).

Langkah ini mencari hubungan antara informasi yang diberikan dengan yang tidak diketahui yang memungkinkan dapat menghitung variabel yang tidak diketahui. Polya [6] menyarankan agar melakukan kegiatan: menghubungkan hal yang diketahui untuk mencari hal yang tidak diketahui, mencoba mencari atau mengingat masalah yang pernah diselesaikan yang memiliki kemiripan dengan masalah yang akan dipecahkan, mencari pola atau aturan, menyusun prosedur penyelesaian (membuat konjektur).

3) Melaksanakan pemecahan sesuai rencana (*carrying out the plan*)

Langkah ini menjalankan prosedur yang telah dibuat pada langkah sebelumnya untuk mendapatkan penyelesaian. Tiap langkah dalam rencana harus diperiksa untuk memastikan bahwa tiap langkah sudah benar.

4) Menafsirkan (*looking back*)

Memeriksa kembali prosedur dan hasil penyelesaian, kegiatan yang dapat dilakukan pada langkah ini adalah: menganalisis dan mengevaluasi apakah prosedur yang diterapkan dan hasil yang diperoleh benar, apakah ada prosedur lain yang lebih efektif, apakah prosedur yang dibuat dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang sejenis, atau apakah prosedur dapat dibuat generalisasinya.

Sehubungan dengan uraian di atas dapat dinyatakan bahwa kemampuan pemecahan masalah matematis adalah kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika berupa pertanyaan yang tidak segera dapat diberikan solusi, atau algoritma yang dimiliki tidak dapat langsung berlaku untuk mendapatkan jawaban. Siswa harus membaca masalah dengan hati-hati, menganalisis informasi yang diberikan, dan menguji pengetahuan matematis sendiri untuk dapat menentukan strategi yang dapat digunakan untuk menemukan solusi. Pada penelitian ini langkah pemecahan masalah matematis dikelompokkan menjadi tiga tahap, yaitu: memahami masalah, menyusun dan menyelesaikan rencana pemecahan masalah, dan menafsirkan hasil pemecahan masalah.

a. Metakognisi

Metakognisi pada hakekatnya memberikan penekanan pada kesadaran berpikir seseorang tentang proses berpikirnya sendiri. Kesadaran berpikir seseorang yang dimaksud adalah kesadaran seseorang tentang sesuatu yang diketahui, sesuatu yang dilakukan, sesuatu yang akan dilakukan, dan sesuatu pengetahuan yang dimiliki. Karena itu, metakognisi dapat dibagi menjadi dua komponen, yaitu: pengetahuan metakognitif dan keterampilan metakognitif. Pengetahuan metakognitif berkaitan dengan pengetahuan deklaratif, pengetahuan prosedural, dan pengetahuan kondisional. Keterampilan metakognitif berkaitan dengan keterampilan perencanaan, keterampilan monitoring, dan keterampilan evaluasi.

Desoete [7] menyatakan bahwa metakognisi memiliki tiga komponen pada penyelesaian masalah matematika dalam pembelajaran, yaitu: pengetahuan metakognitif, keterampilan metakognitif, keyakinan metakognitif. Perbedaan paling umum dalam metakognisi adalah memisahkan pengetahuan metakognitif dari keterampilan metakognitif.

Pengetahuan metakognitif adalah pengetahuan yang dapat digunakan untuk mengontrol proses-proses kognitif, sedangkan keterampilan metakognitif adalah proses yang dapat diterapkan untuk mengontrol aktivitas-aktivitas kognitif dalam rangka mencapai tujuan kognitif.

Ohio Literacy Resource Center (OLRC) News [8] menyatakan bahwa pengetahuan metakognitif memuat pengetahuan deklaratif (*declarative knowledge*), pengetahuan prosedural (*procedural knowledge*), dan pengetahuan kondisional (*conditional knowledge*). Pengetahuan deklaratif yaitu pengetahuan tentang diri sendiri sebagai pebelajar serta pengetahuan tentang strategi, keterampilan dan sumber-sumber belajar yang dibutuhkannya untuk keperluan belajar. Pengetahuan prosedural yaitu pengetahuan tentang bagaimana menggunakan segala sesuatu yang telah diketahui dalam pengetahuan deklaratif dalam aktivitas belajarnya. Pengetahuan kondisional yaitu pengetahuan tentang bilamana menggunakan suatu prosedur, keterampilan, atau strategi dan bilamana hal-hal tersebut tidak digunakan, mengapa suatu prosedur berlangsung dan dalam kondisi yang bagaimana berlangsungnya, dan mengapa suatu prosedur lebih baik daripada prosedur-prosedur yang lain. Oleh sebab itu pengetahuan metakognitif dianggap sebagai berpikir tingkat tinggi karena melibatkan fungsi eksekutif yang lebih mengkoordinasikan perilaku pembelajaran.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan terhadap siswa kelas VII pada dua SMP di Kota Pekanbaru yaitu satu SMP level tinggi dan satu SMP level sedang. Dari setiap SMP diambil tiga kelas yang homogen dan setiap kelas berturut-turut diberikan perlakuan penerapan pembelajaran metakognitif berbasis *soft skills* (PMSS), pembelajaran metakognitif (PM), dan pembelajaran konvensional (PK). Sampel dari SMP level tinggi sebanyak 104 orang dan sampel dari SMP level sedang sebanyak 98 orang. Materi yang diteliti terkait Aritmetika Sosial, meliputi: untung, rugi, persentase untung, persentase rugi, diskon, bruto, tara, neto, bunga tabungan (bunga tunggal), dan pajak.

Dari pembelajaran yang dilakukan, diukur KPMM siswa meliputi aspek: (1) memahami masalah; (2) menyusun dan menyelesaikan rencana pemecahan masalah; dan (3) menafsirkan hasil pemecahan masalah. Tes kemampuan pemecahan masalah matematis pada penelitian ini berbentuk soal uraian. Materi soal dan kisi-kisinya disesuaikan dengan silabus mata pelajaran matematika di kelas VII dan indikator kemampuan pemecahan masalah matematis. Materi yang diujikan dikelompokkan menjadi tiga, yaitu: (1) untung, rugi, persentase untung, dan persentase rugi; (2) diskon, bruto, tara, dan neto; dan (3) bunga tabungan (bunga tunggal) dan pajak.

Dari tes KPMM ditentukan skor yang diperoleh setiap siswa dan hasil kerja siswa dicermati untuk mengetahui perilaku metakognitif dalam menyelesaikan soal. Skor yang diperoleh siswa dalam menyelesaikan tes KPMM diukur menggunakan pedoman penskoran. Perilaku metakognitif siswa yang diamati dalam penelitian ini terkait dengan: (1) menggali pengetahuan yang dimiliki untuk menyelesaikan masalah; (2) menyusun rencana pemecahan masalah; (3) memonitor proses berpikir dalam pemecahan masalah; dan (4) mengevaluasi proses dan hasil pemecahan masalah.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil analisis yang dilakukan terhadap hasil kerja siswa dalam menyelesaikan tes KPMM pada setiap kelompok topik (materi pembelajaran) dan setiap aspek pemecahan masalah ditinjau dari ketiga pendekatan pembelajaran disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2. Dari Tabel 1 dan Tabel 2 terlihat rata-rata KPMM siswa yang mendapat pendekatan PMSS dan PM hampir sama, baik ditinjau dari topik pembelajaran maupun ditinjau dari aspek pemecahan masalah.

Tabel 1. Rata-rata KPMM Siswa pada Setiap Kelompok Topik Ditinjau dari Ketiga Pendekatan Pembelajaran

Soal	Topik	Pendekatan Pembelajaran		
		PMSS	PM	PK
1	Untung, Rugi, Persentase Untung, dan Persentase Rugi	21,99	20,22	17,69
2	Diskon(Rabat), Bruto, Neto, dan Tara	12,13	11,82	5,64
3	Bunga Tabungan (Bunga Tunggal) dan Pajak	19,40	20,75	17,69

Skor Ideal: Soal 1 adalah 40; Soal 2 adalah 24; Soal 3 adalah 40; Total adalah 104

Tabel 2. Rata-rata Setiap Aspek KPMM Siswa Ditinjau dari Ketiga Pendekatan Pembelajaran

Aspek yang Diukur	Pendekatan Pembelajaran		
	PMSS	PM	PK
Memahami Masalah	25,06	24,57	21,55
Menyusun dan menyelesaikan rencana pemecahan masalah	27,13	25,52	14,57
Menafsirkan hasil pemecahan masalah	3,54	2,70	0,60

Keterangan:

Untuk soal no 1 dan 3, skor ideal aspek (1) memahami masalah adalah 10; (2) menyusun dan menyelesaikan rencana pemecahan masalah adalah 20; dan (3) menafsirkan hasil pemecahan masalah adalah 10. Untuk soal no 2, skor ideal aspek (1) memahami masalah adalah 6; (2) menyusun dan menyelesaikan rencana pemecahan masalah adalah 12; dan (3) menafsirkan hasil pemecahan masalah adalah 6. Skor total adalah 104.

Berdasarkan hasil kerja siswa dalam menyelesaikan setiap soal pemecahan masalah matematis yang diberikan terlihat bahwa siswa dapat memahami masalah pada setiap soal yang ditunjukkannya dengan mampu menuliskan hal yang diketahui dari soal dan hal yang ditanyakan dari soal. Namun, ketika menyusun rencana pemecahan masalah siswa belum dapat memaknai soal secara komprehensif. Ketika siswa membuat model matematis yang bersesuaian dengan masalah soal, siswa melakukan banyak kekeliruan sehingga hasil akhir yang merupakan jawaban dari masalah tidak dapat diperolehnya secara benar. Selain itu, siswa juga sering melakukan kecerobohan dalam melakukan perhitungan. Terkadang juga siswa hanya menyelesaikan masalah tetapi tidak menafsirkan hasil pemecahan masalah atau tidak menuliskan jawaban akhir dari pertanyaan soal. Berikut disajikan hasil kerja siswa pada setiap nomor soal untuk mengukur kemampuan pemecahan masalah matematis.

Soal nomor 1

Seorang pedagang es krim, untuk keperluan dagangannya setiap hari membeli 5 kg es krim dengan harga Rp20.000,00 per kg. Pedagang itu juga membeli gelas plastik untuk tempat es krim seharga Rp20.000,00 per hari. Setiap gelas plastik memuat 100 gr es krim dan dijual pedagang dengan harga Rp3.000,00 per gelas. Jika suatu hari pedagang tidak berjualan maka pedagang tidak membeli es krim dan ketika hari hujan es krim hanya terjual $\frac{4}{5}$ bagian saja. Cermatilah situasi berikut dan jawablah pertanyaan yang diajukan.

- a. Jika dalam seminggu, pedagang tidak berjualan 2 hari dan hujan 2 hari, apakah pedagang mendapat untung atau mengalami rugi? Berapakah persentase untung atau

b. Jika suatu hari pedagang diminta untuk melengkapi jamuan di sebuah pesta ulang tahun maka pedagang membeli es krim lebih dari biasanya, ternyata harga penjualannya Rp250.000,00 dengan untung 25%. Cobalah kamu hitung harga pembeliannya. Jika dari harga pembelian tersebut termasuk untuk membeli gelas plastik seharga Rp40.000,00, berapa kg kah pedagang membeli es krim?

Soal nomor 1 merupakan soal cerita terstruktur. Dari susunan redaksi soal untuk pertanyaan soal bagian (a) siswa diharapkan dapat mengungkapkan ide-ide matematis yang terdapat pada setiap kalimat soal dalam bentuk notasi matematis atau membuat model matematis. Siswa diharapkan dapat membuat notasi matematis untuk menghitung harga pembelian es krim dan gelas plastik untuk satu hari, kemudian dilanjutkan menghitung harga pembelian seluruhnya dengan memperhatikan ketentuan yang diberikan pada soal. Berikutnya diharapkan siswa dapat menghitung harga penjualan es krim ketika hari tidak hujan dan ketika hari hujan, dilanjutkan menghitung harga penjualan seluruhnya. Akhirnya siswa diharapkan dapat menginterpretasi apakah pedagang mendapat untung atau mengalami rugi dan menghitung besarnya untung atau rugi.

Dari hasil kerja siswa terlihat siswa kurang teliti dalam memaknai ketentuan yang diberikan pada soal sehingga salah dalam merepresentasikan situasi masalah. Akibatnya menghasilkan perhitungan yang tidak sesuai dengan situasi masalah. Hal ini memberikan dampak pada ketidaktuntasan pemecahan masalah. Berarti kesalahan memahami masalah membawa akibat pada kesalahan menyusun dan menyelesaikan masalah. Selain itu, siswa juga tidak memberikan jawaban akhir yang merupakan interpretasi dari perhitungan matematis yang dilakukan ketika menyelesaikan masalah.

Contoh hasil kerja siswa dari sekolah level tinggi yang mendapat pendekatan pembelajaran metakognitif dengan nomor urut 3 (ST2-3) disajikan pada Gambar 1. Pada Gambar 1 terlihat bahwa siswa ST2-3 dapat berpikir setahap demi setahap untuk mendapatkan penyelesaian yang benar. Siswa mengawali perhitungan dengan menghitung harga pembelian per hari dan harga pembelian selama berjualan. Kemudian menghitung harga penjualan selama tiga hari tidak hujan dan harga penjualan selama dua hari hujan sehingga siswa dapat menghitung harga penjualan seluruhnya. Karena siswa sudah memperoleh harga pembelian dan harga penjualan selama berjualan maka siswa dapat membandingkan kedua harga tersebut dan mendapatkan suatu kesimpulan bahwa pedagang memperoleh untung sesuai dengan konsep untung yang telah dimilikinya. Selanjutnya siswa dapat menghitung besarnya untung dan besarnya persentase untung dengan benar. Hasil kerja siswa ST2-3 menunjukkan bahwa siswa telah berhasil menggali pengetahuan yang dimilikinya untuk menyelesaikan masalah, menyusun rencana pemecahan masalah dengan tepat, memonitor proses berpikir dalam menyelesaikan masalah dengan benar. Ketika diwawancarai, perilaku mengevaluasi proses dan hasil pemecahan masalah dinyatakan siswa dengan menunjukkan hasil yang diperolehnya.

$A. HB/hari = (20.000 \times 5) + 20.000$ $= 100.000 + 20.000$ $= 120.000 = \underline{Rp 120.000,00}$	$HB \text{ selama } 5 \text{ hari} = 120.000 \times 5$ $= \underline{Rp 600.000,00}$
$HJ/hari = 3.000 \times (5.000 : 100)$ $= 3.000 \times 50$ $= \underline{Rp 150.000,00}$	$HJ \text{ selama } 3 \text{ hari} = 150.000 \times 3$ $= \underline{Rp 450.000,00}$
$HJ \text{ ketika hujan} = \frac{4}{5} \times 5 \text{ kg es krim} = 4 \text{ kg}$ $= \frac{4.000}{5.000} \times 3.000 \times (4.000 : 100)$ $= 3.000 \times 40$ $= \underline{Rp 120.000,00}$	$HJ \text{ selama } 1 \text{ hari} = 120.000 \times 2$ $= \underline{Rp 240.000,00}$
$\text{Total HB} = \underline{Rp 600.000,00}$ $\text{Total HJ} = \underline{Rp 450.000,00} + \underline{Rp 240.000,00}$ $= \underline{Rp 690.000,00}$	
<p>Karena $HJ > HB$, maka pedagang mendapat untung</p>	
$\text{Untung} = HJ - HB$ $= \underline{Rp 690.000,00} - \underline{Rp 600.000,00}$ $= \underline{Rp 90.000,00}$	
$\text{Persentase untung} = \frac{90.000}{600.000} \times 100\% = \frac{90}{600} \times 100\% = \frac{90}{6} \%$	

Gambar 1. Jawaban Siswa ST2-3

Bagi siswa yang tidak memahami masalah secara komprehensif yang ditunjukkan dengan tidak dapat menuliskan hal yang diketahui dan hal yang ditanya dari soal secara lengkap maka siswa tidak dapat menyusun rencana pemecahan masalah dengan benar sehingga penyelesaian menjadi salah. Contoh hasil kerja siswa yang demikian disajikan pada Gambar 2.

Pada Gambar 2. terlihat bahwa siswa ST2-31 memaknai soal bahwa ketika hari hujan pedagang hanya membeli $\frac{4}{5}$ bagian es krim dari biasanya, padahal pada soal dinyatakan ketika hari hujan es krim terjual $\frac{4}{5}$ bagian. Dengan demikian, siswa keliru menghitung harga pembelian ketika hari hujan sehingga mendapatkan penyelesaian yang salah. Hal ini menunjukkan bahwa memahami masalah dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah merupakan hal yang sangat menentukan keberhasilan pemecahan masalah. Selain itu, perilaku metakognitif yaitu memonitor proses berpikir dalam memecahkan masalah tidak dilakukan dengan tepat.

Diket = HB = 5 kg es krim = Rp. 20.000,00/kg
 gls plastik = Rp. 2.000,00
 HJ = Rp. 3000,00/gls

Dit = 1. Apakah pedagang mendapat U atau R ? % U atau R ?
 2. Brp kg bahan pedagang membeli es krim ?

Jawab = HB = es krim = 5 kg × Rp. 20000 = 100.000
 HB = gls plastik = 5 kg = 5000 gr : 100 gr = 50
 = 20.000 : 50 = Rp 400.00 / gls

HB ~~3 hari~~ = 100.000 + 20.000 = 120.000 × 3
 HB selama hjin = ~~4~~ = 4 = Rp 450.000,000

HB selama hjin = ~~4~~ × 5 = 4 kg × Rp. 20.000 = 80.000
 = Rp 400 × 40 = 16.000
 = Rp 80.000 + Rp 16.000 = Rp. 96.000 × 2
 = Rp. 192.000

HB total = Rp 450.000 + Rp. 192.000 = Rp 642.000,00

HJ = Rp 3000 × ~~230~~ + 230 gelas = Rp. 690.000

~~U~~ U = HJ - HB
 = Rp. 690.000 - Rp. 642.000
 = Rp 48.000

% U = $\frac{48.000}{642.000} \times 100\% = 7,4\%$

Gambar . Jawaban Siswa ST2-31

Soal nomor 2

Seorang pedagang membeli 5 karung tepung terigu. Satu karung tepung terigu mempunyai tara 4%, setara dengan berat karung $\frac{1}{2}$ kg. Karung bekas dijual dengan harga Rp4.000,00 per buah dan tepung terigu dijual dengan harga Rp8.000,00 per kg. Dari penjualan semua tepung terigu beserta semua karung bekas pedagang mendapat untung 25%. Jika ketika membeli tepung terigu pedagang mendapat diskon 5%, berapa rupiah uang yang harus dibayar pedagang untuk pembelian tepung terigu tersebut?

Soal nomor 2 merupakan soal cerita terstruktur. Pada soal ini diukur kemampuan siswa memahami materi untung, persentase untung, tara, bruto, neto, dan diskon. Dalam melakukan perhitungan siswa diharapkan dapat mengaitkan antara satu konsep dengan konsep lainnya. Soal ini menuntut siswa dapat menggunakan strategi dan prosedur pemecahan masalah dengan benar. Kesalahan siswa terlihat bervariasi diantaranya ketika menghitung bruto, menyelesaikan persamaan linear, dan ketika mencari untung apabila persentase untung dan harga penjualan diketahui. Contoh hasil kerja siswa pada soal nomor 2 dalam menentukan harga pembelian apabila persentase untung dan harga penjualan diketahui disajikan pada Gambar 3

$$\begin{aligned}
 T &= 2,5 \text{ kg} \\
 \frac{4}{100} T &= \frac{4}{100} \times 2,5 \text{ kg} = 0,1 \text{ kg} \\
 B &= T - 0,1 = 2,5 - 0,1 = 2,4 \text{ kg} \\
 N &= B - T = 2,4 - 2,5 = -0,1 \text{ kg} \\
 \text{HJ Karung Bekas} &= 5 \times 4000 = 20.000 \\
 \text{HJ Tepung Terigu} &= 60 \times 8000 = 480.000 \\
 \text{H B 5 karung tepung terigu} &= \frac{25}{100} \times 500.000 \\
 &= 125.000 \\
 D &= 5 \times \frac{125.000}{100} = 6.250 \text{ - yg dibayar} : 125.000 - 6.250 = 118.750 \\
 \text{Jadi, yang harus dibayar pedagang adalah } &118.750
 \end{aligned}$$

Gambar 3. Jawaban Siswa ST2-22

Pada Gambar 3 siswa ST2-22 keliru dalam menghitung harga pembelian yaitu dengan mengalikan persentase untung dengan harga penjualan sama halnya seperti soal nomor 1. Hal ini juga menunjukkan perilaku memonitor proses berpikir dalam pemecahan masalah tidak dilakukan dengan cermat. Dalam hal ini siswa menggunakan representasi yang keliru. Selanjutnya siswa mencari diskon dan harga yang harus dibayar menggunakan rumus yang benar, tetapi hasil yang diperoleh sampai akhir perhitungan tetap memberikan jawaban yang tidak sesuai tuntutan permasalahan. Contoh hasil kerja yang dilakukan siswa ST1-14 pada soal nomor 2 dalam menyelesaikan persamaan linear disajikan pada Gambar 4.

$$\begin{aligned}
 \text{JAWAB} \\
 \bullet \text{ Bruto} &= \frac{4}{100} \% = \frac{1}{B} \times 100 \% \\
 \frac{4}{100} &= \frac{50}{4} \\
 \frac{4}{100} &= \frac{12,5}{B} \\
 \text{Tara} &= \frac{4}{100} \times 12,5 = 0,5 \\
 \text{Neto} &= 12,5 - 0,5 = 12 \text{ kg} \\
 \text{Neto 5 karung} &= 12 \times 5 = 60 \\
 \text{H. J} &= (4.000 \times 5) + (60 \times 8.000) \\
 &= 20.000 + 480.000 = 500.000 \\
 \text{H. B} &= \frac{500.000}{100} = 5.000 \text{ HB} \\
 &= \frac{1000.000}{100} \\
 \text{HB} &= \frac{25}{100} \text{ HB} = 500.000 - \text{HB} \\
 &= \frac{25}{100} \text{ HB} + \text{HB} = 500.000 - \text{HB} + \text{HB} \\
 &= \frac{25}{100} \text{ HB} = 500.000 \\
 &= \frac{500.000}{25} = 20.000 \\
 \text{HB} &= \frac{500.000}{100} - \frac{125.000}{4} \\
 &= \frac{375.000}{100} \times 5 = 18.750 \\
 \text{HX} &= \frac{375.000}{100} - 18.750 \\
 &= 356.250
 \end{aligned}$$

Gambar 4. Jawaban Siswa ST1-14

Pada Gambar 4 terlihat siswa sudah dapat menggunakan prinsip mencari persen tara dengan membandingkan tara dengan bruto dikali 100% sehingga siswa memperoleh berturut-turut bruto, tara dan netto satu karung tepung terigu dengan benar. Selanjutnya siswa juga dapat menghitung harga penjualan seluruhnya. Karena harga penjualan sudah diperolehnya dan dengan memanfaatkan persentase untung yang diketahui maka siswa dapat menyusun persamaan linear dengan benar untuk mencari harga pembelian, namun siswa mengalami kekeliruan dalam menyelesaikan persamaan linear tersebut yaitu kesalahan melakukan operasi sehingga mengakibatkan munculnya kesalahan pada perhitungan berikutnya dan salah memperoleh jawab akhir dari soal. Hal ini menunjukkan bahwa kekurangtelitian dalam melakukan perhitungan mengakibatkan pemecahan masalah tidak tuntas. Contoh hasil kerja siswa pada soal nomor 2 dalam menentukan untung disajikan pada Gambar 5.

$$\begin{aligned}
 \text{U13: PPh} &: 4.150.000 \times \frac{15}{100} = 627.500 \\
 \text{Gaji Bersih} &: 4.150.000 - 627.500 = 3522.500 \\
 \text{TOTAL gaji} &: 3522.500 + 1.350.000 = 4.872.500 \\
 \text{PPh} &: 300.000 \times \frac{10}{100} = 30.000 \\
 \text{TOTAL Bayar} &: 300.000 + 30.000 = 330.000 \\
 \text{KEBUKUHANTARIAN} &: 1.500.000 \\
 \text{TOTAL BELANJA} &: 1500.000 + 330.000 \\
 &: 1.830.000 \\
 \text{Sisa gaji} &: 4.872.500 - 1.830.000 \\
 &: 3.042.500 \\
 \text{Bunga 1 tahun} &: \frac{18}{100} \times 3.042.500 = 547.650 \\
 \text{Bunga 9 Bulan} &: \frac{18}{100} \times \frac{9}{12} \times 3.042.500 = 212.975 \\
 \text{11 bulan} &: \frac{18}{100} \times \frac{20}{360} \times 3.042.500 = 30.425 \\
 \text{TOTAL B} &: 791.050 \\
 \text{TOTAL TABUNGAN} &: 3.042.500 + 791.050 \\
 &: 3.833.550 \\
 \text{diambil 60\%} &: 3.833.550 \times \frac{60}{100} = 2.200.130 \\
 \text{SISA TABUNGAN} &: 3.833.550 - 2.200.130 = 1.633.420
 \end{aligned}$$

Gambar 6. Jawaban Siswa ST1-16

Pada Gambar 6 terlihat siswa melakukan kesalahan ketika menghitung PPh. Siswa menghitung PPh dari gaji kotor bukan dari gaji yang kena pajak. Berarti perilaku memonitor proses berpikir dalam pemecahan masalah tidak dilakukan dengan tepat. Perhitungan selanjutnya siswa menggunakan prinsip yang benar namun jawab akhir yang diperoleh tidak sesuai tuntutan permasalahan.

Contoh hasil kerja siswa ST1-3 pada soal nomor 3 dalam menghitung gaji bersih disajikan pada Gambar 7.

$$\begin{aligned}
\text{Jawab : Gaji ~~bersih~~ pajak} &= 4.150.000 - 1.350.000 = 2.800.000 \\
\text{PPh} &= \frac{15}{100} \times 2.800.000 = 420.000 \\
\text{Gaji bersih} &= 2.800.000 - 420.000 = 2.380.000 \\
\text{PPN belanja} &= \frac{10}{100} \times 300.000 = 30.000 \\
\text{Jumlah ditambah PPN} &= 300.000 + 30.000 = 330.000 \\
\text{Gaji dikurang uang belanja} &= 2.380.000 - 330.000 = 2.050.000 \\
\text{Gaji dikurang uang kebutuhan sehari-hari} &= 2.050.000 - 1.500.000 = 550.000 \\
\text{bunga 1 tahun} &= \frac{10}{100} \times 550.000 = 99.000 \\
\text{bunga 4 bulan} &= \frac{4}{12} \times \frac{10}{100} \times 550.000 = 33.000 \\
\text{bunga 20 hari} &= \frac{20}{360} \times \frac{10}{100} \times 550.000 = 5.500 \\
\text{Jumlah seluruh bunga} &= 99.000 + 33.000 + 5.500 = 137.500 \\
\text{Jumlah tabungan ditambah bunga 1 tahun 4 bulan 20 hari} &= 550.000 + 137.500 = 687.500 \\
\text{Jumlah ayah mengambil tabungan} &= \frac{60}{100} \times 687.500 = 412.500 \\
\text{Sisa tabungan} &= 687.500 - 412.500 = 275.000 \\
\text{Jadi, sisa tabungan ayah sekarang} &= \text{Rp } 275.000
\end{aligned}$$

Gambar 7. Jawaban Siswa ST1-3

Pada Gambar 7. siswa keliru dalam menghitung gaji bersih yaitu mengurangi gaji yang kena pajak dengan besarnya PPh. Akibatnya perhitungan berikutnya menjadi tidak sesuai dengan tuntutan permasalahan meskipun menggunakan prinsip yang benar.

KESIMPULAN

Kesuksesan melakukan pemecahan masalah matematis tergantung pada perilaku metakognitif siswa dalam memecahkan masalah. Perilaku metakognitif siswa meliputi: (1) menggali pengetahuan yang dimiliki untuk menyelesaikan masalah; (2) menyusun rencana pemecahan masalah; (3) memonitor proses berpikir dalam pemecahan masalah; dan (4) mengevaluasi proses dan hasil pemecahan masalah. Dalam penelitian ini perilaku yang kurang terlaksana adalah perilaku 3 dan 4.

REFERENSI

- [1] Ruseffendi, E.T. (2006). *Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito
- [2] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston: NCTM.
- [3] Laurens, T. (2010). *Penjenjangan Metakognisi Siswa*. Disertasi Doktor pada PPS Unesa. Surabaya: tidak diterbitkan.
- [4] Yimer, A. & Ellerton, N.F. (2006). *Cognitive and Metacognitive Aspects of Mathematical Problem Solving: An Emerging Model*. [Online]. Tersedia: <http://www.merga.net.au/documents/RP672006.pdf> [18 Oktober 2009]

- [5] Biryukov, P. (2003). *Metacognitive Aspect of Solving Combinatorics Problems*. [Online]. Tersedia:<http://www.cimt.pymouth.ac.uk/journal/biryukov.pdf> [27 Oktober 2009]
- [6] Polya, G. (1973). *How To Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. (second ed.). Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- [7] Desoete, A. (2001). *Off-Line Metacognition in Children with Mathematics Learning Disabilities*. Thesis. [Online].
Tersedia:<http://biblio.ugent.be/input/download?func=downloadFile&fileOld=522873> [20 Maret 2010]
- [8] Ohio Literacy Resource Center (OLRC) News., (2004). *Metacognition*. [Online]. Tersedia: <http://www.literacy.kent.edu/ohioeff/resource.doc>. [27 Juni 2008]

THE DESIGN OF MATH MODULE USING AUDITORY INTELLECTUALLY REPETITION LEARNING MODEL TO SUPPORT THE STUDENTS' ABILITY IN PROBLEM SOLVING OF MATHEMATICS OF JUNIOR HIGH SCHOOL

Meizi Hasmi dan Feri Tiona Pasaribu

Mathematic study program FPMIPA

FKIP Jambi university

e-mail : hasmi.meizi@gmail.co

ABSTRACT

One of the ability that must be possessed by the students in mathematics learning is problem-solving ability. The students' low ability and limited of teaching materials that should facilitate them in supporting their problem-solving skill that make aim of math learning is difficult to achieve. In addition, the use of the teaching material must be appropriate with the students' needs and the teacher must be use learning of model that can to increase the mathematical problem solving ability of students'. The aim of this research is to develop a math module using auditory intellectually repetition learning model to support the students' problem solving ability and the validity test module. The research uses developing modified 4-D model. The steps of this research were define, design, develop and disseminate. However, in this research only to the expert validation phase. The module that has been designed by the researcher was validated by a team of material and design to see validity of the module. Based on the results of expert validation and design material, it was obtained percentage score was 78,89% and 73,21% with sufficient criteria valid. Thus, this module was suitable with the criteria of validity. Furthermore, after the revised module, then do individual testing to see the response to the use of modules and obtained the percentage score of 82.67% with the criteria very well. While the trial of 10 students obtained a score of 81,87% with very well criteria, so that it can be stated that the module fulfilled the criteria of practicality. In field trials, the percentage of student responses obtained 81.12% and observations of the activities of teachers with an average percentage of 87.50%. So that modules can be said to be practical as a whole possesses very good criteria. And on the test problem solving ability of students obtained an average percentage score of 73,87%, whereas students' response to modules developed obtained a score of 83.87% with a very good quality so that the module meets the criteria developed effectively. Thus it can be said that the modules developed already appropriate to use because it has met the criteria valid, practical and effective.

Keywords : Design, Module, Mathematical problem-solving ability, Auditory Intellectually Repetition learning model.

PENDAHULUAN

Pentingnya peranan matematika membuat hampir seluruh lapisan masyarakat baik dari pegawai, buruh, pedagang bahkan petani menggunakan penerapan ilmu matematika. Banyaknya kegunaan dari matematika menjadikan-nya wajib dan harus untuk dipelajari. Mengingat peran matematika yang sangat penting baik dalam dunia pendidikan maupun kehidupan sehari-hari, maka seorang peserta didik harus bisa menguasai matematika dengan baik. Salah satu kemampuan yang harus dimiliki siswa dalam pembelajaran matematika adalah kemampuan pemecahan masalah. Sayangnya, kemampuan pemecahan masalah siswa masih dinilai rendah.

Berdasarkan benchmark internasional dalam hasil (TIMSS) *Trends in International Mathematics and Science Study* yang melakukan monitoring khusus pada siswa kelas VIII, menunjukkan bahwa prestasi matematika siswa Indonesia masih rendah. Pada tahun 2011 Indonesia berada pada peringkat Ke 40 dari 45 negara peserta. Untuk kemampuan pemecahan masalah yang merupakan uji kemampuan level menengah, Indonesia berada jauh dibawah Median Internasional dengan hanya memperoleh 15% siswa yang mampu mencapai level tersebut.

Rendahnya kemampuan pemecahan masalah matematika siswa juga terjadi di SMP Negeri 24 Kota Jambi. Hal ini diketahui melalui wawancara tentang kemampuan pemecahan masalah dengan salah satu guru matematika di SMP Negeri 24 Kota Jambi yaitu Ibu Mangundor Silintonga, S.Pd yang mengatakan bahwa kemampuan pemecahan masalah matematika siswa disekolahnya masih tergolong rendah, hal ini dikarenakan selama ini siswa hanya terbiasa menghafal rumus, sehingga siswa sering keliru saat menyelesaikan masalah yang disajikan karena kurang memahami masalah tersebut dan pada akhirnya siswa tidak dapat menyelesaikan masalah tersebut dengan baik.

Selain itu, melalui hasil tes pra penelitian terhadap kemampuan pemecahan masalah yang dilakukan di SMP Negeri 24 Kota Jambi tersebut diperoleh hasil sebagai berikut :

Tabel 1. *Data Hasil Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Pra-Penelitian*

Kelas	Jmlh siswa	Jmlh siswa yang belum tuntas	Belum tuntas (%)	Jmlh siswa yang tuntas	Tuntas (%)
IX A	31	20	64,5	11	35,5
IX B	30	22	73,3	8	26,7
IX C	31	25	80,6	6	19,4
IX D	30	20	66,7	10	33,3
IX E	31	24	77,4	7	22,6
IX F	31	22	70,9	9	20,1

Berdasarkan tabel di atas terlihat bahwa tidak ada kelas dengan siswa yang tuntas lebih dari 50%. Dalam tes pra penelitian yang dilakukan, peneliti memberikan soal berupa masalah yang berhubungan tentang volume dan luas bola. Melalui tes tersebut diketahui bahwa banyak siswa yang kesulitan menangkap maksud dari masalah yang disajikan. Siswa keliru dalam menggunakan rumus luas dan volume bola dalam penyelesaian masalah. Hal ini dikarenakan kebanyakan dari siswa kurang memahami masalah kontekstual yang disajikan oleh guru, sehingga siswa kurang mampu menyusun rencana atau strategi penyelesaiannya, akibatnya siswa tidak dapat menyelesaikan masalah tersebut. Hal ini dikarenakan siswa masih kurang memiliki kemampuan dalam memecahkan masalah.

Sebenarnya ada banyak cara yang dapat dilakukan untuk mengatasi rendahnya kemampuan pemecahan masalah siswa. salah satu yang dapat dilakukan yaitu dengan penggunaan media pembelajaran atau bahan ajar yang tepat, sehingga dapat memudahkan

penyampaian materi dalam pembelajaran. Dengan demikian prestasi belajar siswa dapat lebih ditingkatkan lagi terutama pada kemampuan pemecahan masalah.

Membahas mengenai wawancara dengan guru SMP Negeri 24 Kota Jambi Ibu Mangundor Silitonga, S.Pd menu-turkan bahwa pembelajaran matematika di sekolahnya hanya berpedoman pada bahan ajar berupa buku cetak yang dipinjamkan oleh sekolah atau yang dibeli siswa ditoko buku. Dengan demikian, media bahan ajar yang digunakan bisa saja tidak sesuai dengan apa yang dibutuhkan siswa sehingga siswa sulit memahami materi yang disajikan dalam bahan ajar yang digunakan tersebut. Seharusnya dalam proses pembelajaran perlu dilakukan pemilihan media bahan ajar yang tepat untuk digunakan sehingga dapat memenuhi kebutuhan siswa. Hal ini sesuai dengan pendapat Asyhar (2011:80) yang mengatakan bahwa tujuan dari pemilihan media adalah agar media yang digunakan tepat sasaran dan sesuai dengan keperluan, sehingga memungkinkan terjadinya interaksi yang baik antara peserta didik dengan media yang digunakan.

Bahan ajar yang mampu menunjang kebutuhan siswa salah satunya yaitu modul. Menurut Asyhar (2011:155) modul yang dikembangkan harus mampu meningkatkan motivasi peserta didik dan efektif dalam mencapai kompetensi yang diharapkan sesuai dengan tingkat kompleksitasnya. Hal ini dapat diartikan bahwa modul yang didesain dan dirancang sendiri harus disesuaikan dengan kondisi peserta didik sehingga mampu mencapai kompetensi yang diharapkan yaitu meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa. Guru dapat merancang sendiri modul tersebut dengan kreativitas dan ide-ide yang guru miliki. Guru dapat mengembangkan bagian-bagian yang masih kurang menonjol dari peserta didik seperti segala kelemahan dan kesulitan yang dihadapi peserta didik. Dengan modul yang dikemas secara utuh dan sistematis membuat siswa lebih memahami mengenai materi yang diajarkan. Sehingga kelemahan seperti rendahnya kemampuan pemecahan masalah siswa dapat teratasi.

Selain itu, untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa, perlu digunakan suatu model yang dapat menunjang kemampuan pemecahan masalah tersebut. Model pembelajaran yang digunakan harus mampu memberikan inovasi dan membawa peserta didik menjadi pembelajar yang aktif dan mampu memecahkan setiap masalah yang diberikan. Menggunakan model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* (AIR) diyakini sangat cocok, karena dalam model *Auditory Intellectually Repetition* (AIR) terdapat suatu tahapan yang melatih kemampuan pemecahan masalah yaitu pada tahap *intellectually* dengan kelebihan antara lain yaitu siswa dengan kemampuan rendah dapat merespons permasalahan dengan cara mereka sendiri, siswa memiliki pengalaman banyak untuk menemukan sesuatu dalam menjawab permasalahan (Shoimin, 2014: 30-31). Selain itu pada tahapan *Auditory* sendiri siswa akan dilatih untuk berargumentasi dan mengemukakan pendapatnya serta pada tahap *Repetition* siswa akan melakukan pengulangan dengan pengerjaan soal atau latihan.

Model *Auditory Intellectually Repetition* ini dirasa sangat cocok bila digabungkan dengan modul karena mampu menunjang kemampuan pemecahan masalah siswa. sehingga peneliti ingin mengembangkan modul yang didalamnya terdapat model *Auditory Intellectually Repetition* (AIR) yang akan mendukung kemampuan pemecahan masalah siswa. modul yang akan dikembangkan akan membahas materi bangun ruang sisi lengkung khusus tentang bola. hal ini dikarenakan sering kali ditemukan kendala dalam pembelajaran materi bola terutama pada soal-soal yang berhubungan dengan pemecahan masalah. Kustiyati (2016:306) melakukan penelitian dengan memberikan soal tentang bola untuk melihat kendala yang dialami siswa menyimpulkan bahwa siswa mengingat rumus namun melakukan kesalahan dalam hasil perhitungan, siswa yang terbiasa menghafal rumus sering mengalami kebingungan dalam memahami maksud kalimat dalam soal.

Selain itu dalam kehidupan sehari-hari banyak sekali dijumpai benda-benda yang memiliki bentuk menyerupai bola, sehingga siswa perlu mempelajari tentang materi bola dan

memahami penerapan rumus luas dan volume bola tersebut secara lebih dalam dan berlatih menyelesaikan soal-soal pemecahan masalah terkait tentang bola agar dapat membantu siswa dalam menyelesaikan permasalahan yang berhubungan dengan bola di dalam kehidupan sehari-hari.

Berdasarkan latar belakang di atas, peneliti melakukan penelitian dengan judul “Pengembangan Modul Pembelajaran menggunakan Model *Auditory Intellectually Repetition (AIR)* Yang Mendukung Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Pada Materi Bola Di Kelas IX SMP Negeri 24 Kota Jambi”

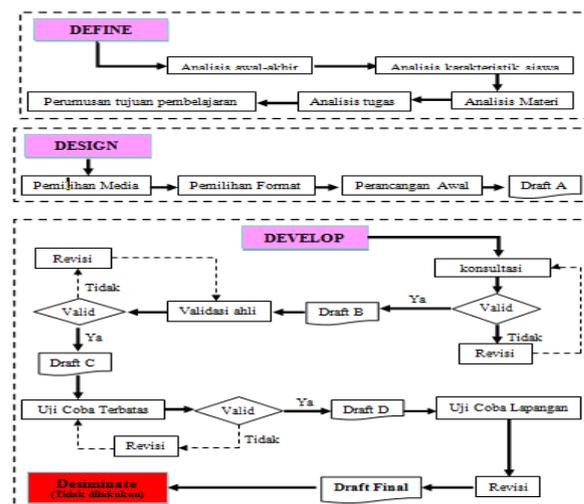
Rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu :

1. Bagaimana pengembangan modul pembelajaran menggunakan model *Auditory Intellectually Repetition (AIR)* pada materi bola yang mendukung kemampuan pemecahan masalah matematika siswa di kelas IX SMP Negeri 24 Kota Jambi?
2. Apakah modul pembelajaran menggunakan model *Auditory Intellectually Repetition (AIR)* pada materi bola yang mendukung kemampuan pemecahan masalah matematika siswa di kelas IX SMP Negeri 24 Kota Jambi layak digunakan?

Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mengembangkan modul pembelajaran menggunakan model *Auditory Intellectually Repetition (AIR)* pada materi bola yang mendukung kemampuan pemecahan masalah matematika siswa di kelas IX SMP Negeri 24 Kota Jambi dan melihat kelayakan dari modul pembelajaran menggunakan model *Auditory Intellectually Repetition (AIR)* pada materi bola yang mendukung kemampuan pemecahan masalah matematika siswa di kelas IX SMP Negeri 24 Kota Jambi

METODE PENELITIAN

Tahapan yang digunakan dalam penelitian-pengembangan ini menggunakan model pengembang 4-D yang telah dimodifikasi sehingga terdiri dari tahap pendefinisian (*define*), tahap perencanaan (*Design*), dan tahap pengembangan (*develop*). Tahap pengembangan 3D tersebut lebih rinci dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 1 Tahap Pengembangan 3D

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Hasil dari penelitian pengembangan ini adalah sebuah modul menggunakan model *Auditory Intellectually Repetition* yang mendukung kemampuan pemecahan masalah siswa pada materi bola di kelas IX SMP N 24 Kota Jambi

DESKRIPSI HASIL PENGEMBANGAN BAHAN AJAR

Pengembangan bahan ajar yang dilaksanakan dalam penelitian ini menggunakan model pengembangan 4D (*Four-D Models*) yang telah dimodifikasi sehingga terdiri atas tiga tahap yaitu tahap pendefinisian (*define*), tahap perencanaan (*design*), dan tahap pengembangan (*develop*). Hasil penelitian yang diperoleh dari setiap tahap pengembangan dan analisis data dideskripsikan sebagai berikut:

1. Tahap Pendefinisian (*Define*)

Pada tahap ini dilakukan analisis awal-akhir, analisis siswa, analisis materi, analisis tugas, serta spesifikasi tujuan pembelajaran.

1.1 Analisis Awal-Akhir

Melalui hasil wawancara dengan guru matematika dan tes pra penelitian di SMP Negeri 24 Kota Jambi diketahui bahwa kemampuan pemecahan masalah di kelas IX SMP Negeri 24 tersebut masih rendah dan belum ada upaya secara khusus untuk meningkatkan kemampuan tersebut dalam pembelajaran. Hal ini dikarenakan penggunaan bahan ajar di sekolah tersebut tidak sesuai dengan apa yang dibutuhkan siswa sehingga siswa sulit memahami materi yang disajikan dalam bahan ajar yang digunakan tersebut.

1.2 Analisis Karakteristik Siswa

Dari analisis karakteristik siswa diketahui bahwa siswa kelas IX SMP Negeri 24 Kota Jambi terdiri atas 6 kelas dengan latar belakang dan suku yang berbeda-beda pada tiap siswa. Meskipun demikian siswa tidak dikelompokkan sesuai latar belakang dan suku. Namun, siswa dikelompokkan secara heterogen pada setiap kelas. Berdasarkan latar belakang ekonomi mayoritas siswa berasal dari keluarga dengan kemampuan ekonomi menengah hingga menengah ke bawah. Pekerjaan orang tua siswa di SMP Negeri 24 Kota Jambi adalah pegawai, petani, pedagang dan wiraswasta. Berdasarkan tingkat kemampuan (pengetahuannya) siswa Kelas IX SMP Negeri 24 Kota Jambi terdiri dari berbagai tingkat pengetahuan. Mayoritas siswa memiliki tingkat pengetahuan sedang dan rendah.

1.3 Analisis Materi

Analisis materi dalam penelitian ini menghasilkan beberapa indikator yang akan membahas tentang unsur – unsur bola, luas permukaan dan volume bola. Materi dalam modul dibatasi hanya pada kegiatan memahami masalah, merencanakan penyelesaian masalah, melaksanakan penyelesaian dan memeriksa hasil penyelesaian.

1.4 Analisis Tugas

Analisis tugas disusun berdasarkan Standar kompetensi dan Kompetensi dasar pada silabus Kurikulum KTSP. Adapun Standar kompetensi yang digunakan yaitu memahami sifat-sifat tabung, kerucut dan bola serta menentukan ukurannya. Sedangkan kompetensi dasar terdiri atas :

- 1) Mengidentifikasi unsur-unsur tabung, kerucut dan bola
- 2) Menghitung luas selimut dan volume tabung, kerucut dan bola
- 3) Memecahkan masalah yang berkaitan dengan kerucut, tabung dan bola

Indikator pencapaian kompetensi yaitu:

1. Mengidentifikasi unsur – unsur : jari – jari / diameter, sisi dari bola.
2. Menentukan luas permukaan dan volume bola
3. Menghitung luas permukaan dan volume bola
4. Menghitung unsur-unsur bola jika volumenya diketahui
5. Menggunakan rumus luas dan volume bola untuk memecahkan masalah berkaitan dengan bola.

1.5 Spesifikasi Tujuan Pembelajaran

Berdasarkan pada analisis materi, analisis tugas serta indikator pencapaian tersebut maka spesifikasi tujuan pembelajaran yang ingin dicapai adalah sebagai berikut:

1. Siswa mampu mengidentifikasi unsur – unsur : jari – jari / diameter, tinggi, sisi, alas dari bola.
2. Siswa mampu menentukan luas permukaan dan volume bola
3. Siswa mampu menghitung luas permukaan dan volume bola
4. Siswa mampu menghitung unsur-unsur bola jika volumenya diketahui
5. Siswa mampu menggunakan rumus luas dan volume bola untuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan bola

2. Tahap Perancangan (*Design*)

Setiap kegiatan dalam tahap perancangan didekripsikan sebagai berikut:

2.1 Hasil Pemilihan Media

Media dan alat pembelajaran yang diperlukan dalam pelaksanaan pembelajaran pada materi Bola pada Bab Bangun Ruang Sisi Lengkung Kelas IX yaitu whiteboard, penggaris, jangka, spidol, tabung, bola, kerucut, pasir dan lem.

2.2 Hasil Pemilihan Format

Pemilihan format modul disesuaikan dengan prinsip dan karakteristik dari *Auditory Intellectually Repetition*. Selain itu masalah-masalah dalam modul diarahkan untuk mendukung kemampuan pemecahan masalah matematika siswa dengan tahapan penyelesaian menurut Polya yaitu memahami masalah (*understanding the problem*), merencanakan penyelesaian (*devising a plan*), melaksanakan rencana (*carrying out the plan*), memeriksa proses dan hasil (*looking back*). Modul dibuat berwarna dengan gambar yang bermakna dengan tujuan agar siswa tertarik untuk belajar menggunakan modul.

2.3 Hasil Perancangan Awal

Hasil perancangan awal modul yaitu modul terdiri dari masalah kontekstual mengenai unsur-unsur, luas dan volume serta masalah yang berkaitan dengan bola yang akan diselesaikan siswa untuk meningkatkan kemampuan pemecahan. Dari hasil perancangan awal ini telah diperoleh Modul Draft A.

3. Tahap Pengembangan (*Develop*)

Tahap pengembangan ini bertujuan untuk menghasilkan draft final yang valid, praktis dan efektif yang dideskripsikan sebagai berikut:

3.1 Konsultasi

Pengembang melakukan konsultasi dengan dosen pembimbing I yaitu Ibu Dra. Dewi Iriani, M.Pd dan Pembimbing II yaitu Ibu Feri Tiona Pasaribu, S.Pd, M.Pd tentang isi modul (Draft A). hal ini bertujuan untuk mengurangi kesalahan pada saat dilakukan tahap validasi oleh validator. Pembimbing menyarankan agar modul memiliki warna yang netral sehingga disukai oleh siswa laki-laki maupun siswa perempuan. Selanjutnya untuk setiap contoh soal diharapkan dapat menyisipkan gambar yang sesuai dan berhubungan dengan soal, sehingga siswa lebih tertarik dalam membacanya. Berdasarkan saran dari kedua pembimbing tersebut, pengembang melakukan revisi sehingga diperoleh modul baru yang disebut “Draft B”.

3.2 Validasi Ahli

Draft B yang dihasilkan kemudian divalidasi oleh para ahli. Komentar dan koreksi yang diperoleh pada tahap ini akan digunakan sebagai dasar untuk melakukan revisi dan penyempurnaan modul. Adapun komentar dan saran validator antara lain yaitu perhatikan soal yang kurang tepat pada tes awal dalam modul, perhatikan gambar yang kurang logis, perbaiki desain cover (warna lebih terang), tambahkan informasi semester yang dipakai pada modul. perbaiki format modul, gunakan template yang sama. Modul yang telah dinyatakan valid oleh validator disebut sebagai modul Draft C.

3.3 Tahap Uji Coba Terbatas

1. Uji Coba Perorangan

Ujicoba perorangan dilakukan dengan meminta tanggapan guru matematika SMP N 24 Kota Jambi yaitu Ibu Mangundor Silingtonga, S.Pd dan Ibu Umi Mujdalipah, S.Pd.I mengenai modul yang dikembangkan melalui angket tanggapan guru.

2. Uji Coba Kelompok kecil

Ujicoba kelompok kecil dilakukan pada siswa non subjek berjumlah 10 siswa kelas IX SMP N 24 Kota Jambi. Uji coba produk ini berlangsung dengan memberikan gambaran umum dari materi, kegiatan siswa, dan penggunaan modul pada proses pembelajaran tersebut. Setelah diujicobakan, peneliti meminta siswa mengisi angket tentang tanggapan siswa terhadap modul dan siswa bebas mengemukakan pendapat tentang modul tersebut.

Tanggapan yang diberikan pada angket respon guru dan 10 siswa menjadi masukan untuk perbaikan revisi modul oleh peneliti sehingga diperoleh modul baru yang disebut Draft D yang akan digunakan pada ujicoba lapangan.

3.3 Tahap Uji Coba Lapangan

Pada uji coba lapangan, dilakukan kegiatan pembelajaran menggunakan modul Draft D. Kegiatan ini dilakukan di kelas IX C SMP N 24 Kota Jambi yang berjumlah 31 siswa.

Uji coba terdiri dari 3 kali pertemuan kegiatan pembelajaran, dengan 1 kali pertemuan untuk melakukan tes guna melihat kemampuan pemecahan masalah matematika siswa.

Setelah melakukan ujicoba lapangan, modul Draft D kembali direvisi sesuai kesalahan dan kekurangan yang diperoleh selama tahap ujicoba lapangan hingga akhirnya diperoleh Draft Final. Agar modul yang dikembangkan layak untuk digunakan, maka modul harus memenuhi kriteria valid, praktis dan efektif.

Untuk mengetahui apakah modul sudah dapat dikatakan valid atau tidak, dilihat berdasarkan hasil validasi oleh ahli materi dan ahli desain. Pada validasi materi oleh ahli materi diperoleh jumlah skor penilaian sebesar 142 dengan rata-rata skor untuk masing-masing pernyataan sebesar 3,15 sehingga persentase dari validasi ahli materi diperoleh 78,89%. Sedangkan validasi terhadap desain modul oleh tenaga ahli desain diperoleh jumlah skor penilaian sebesar 41 dengan persentase sebesar 73,21 %. Dari hasil penilaian oleh kedua ahli tersebut, dapat disimpulkan bahwa modul yang dikembangkan sudah dapat dikatakan "Valid" karena memenuhi kriteria validitas yaitu "Cukup valid atau dapat digunakan dengan revisi kecil".

Kepraktisan modul dilihat melalui respon penggunaan modul dan lembar observasi kegiatan guru. Hasil respon terhadap penggunaan modul diperoleh dari ujicoba terbatas dan uji coba lapangan. Pada uji coba terbatas dilakukan uji coba perorangan dan uji coba kelompok kecil berjumlah 10 orang siswa. Uji coba perorangan diperoleh skor total sebesar 124 dengan masing-masing skor untuk tiap respondennya sebesar 62 dengan perolehan rata-rata skor untuk tiap pernyataan yaitu 4,13 sehingga diperoleh persentase sebesar 82,67% tingkat respon "Sangat Baik".

Sedangkan uji coba kelompok kecil untuk 10 orang siswa diperoleh tingkat respon "Sangat Baik" dengan total skor 614 dari 750 sehingga persentase yang diperoleh adalah 81,86 %.

Pada ujicoba lapangan dilakukan uji coba modul pada seluruh siswa di kelas IX C SMP Negeri 24 Kota Jambi untuk kemudian melihat respon siswa pada kelas tersebut. Melalui analisis perhitungan angket respon siswa diperoleh respon "Sangat Baik" dari siswa terhadap modul yang dikembangkan dengan perolehan persentase sebesar 81,12% dengan rata-rata skor tiap pernyataan sebesar 125,73.

Kepraktisan juga dilihat berdasarkan hasil pengamatan terhadap kegiatan guru yang mengajar menggunakan modul yang dilakukan pada saat uji coba lapangan. Pada pertemuan diperoleh persentase kegiatan guru sebesar 85,00%. Sedangkan pada pertemuan kedua diperoleh persentase sebesar 90,00%. Dari kedua pengamatan tersebut, diperoleh rata-rata persentase ketercapaian kegiatan yang dilakukan oleh guru saat menggunakan modul yaitu

sebesar 87,50%. Dengan demikian kegiatan guru pada pembelajaran menggunakan modul ini dikategorikan sangat baik.

Berdasarkan perolehan hasil respon oleh responden dan hasil lembar observasi kegiatan guru pada uji coba lapangan dapat disimpulkan bahwa modul yang dikembangkan sudah dapat dikatakan Praktis karena memiliki kategori “Sangat Baik” untuk respon terhadap penggunaan modul dan lembar observasi kegiatan guru.

Efektivitas dari modul dinilai dengan melihat apakah modul mampu meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa dan dari observasi kegiatan siswa. Dari hasil tes kemampuan pemecahan masalah diperoleh rata-rata nilai kelas sebesar 73,87 dengan jumlah siswa tuntas sebanyak 26 orang sehingga persentase kelas mampu memecahkan masalah sebesar 83,87%

Dari hasil pengamatan terhadap aktivitas yang dilakukan oleh siswa diperoleh persentase sebesar 85,00% pada pertemuan pertama dan 86,25% pada pertemuan kedua. Dengan demikian rata-rata persentase kegiatan siswa tersebut yaitu 85,65%, sehingga kegiatan siswa pada pembelajaran dengan menggunakan modul ini berada pada kategori “Sangat Baik”

Berdasarkan hasil tes kemampuan pemecahan masalah siswa dan hasil lembar observasi kegiatan siswa dapat disimpulkan bahwa modul sudah dapat dikatakan Efektif.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa modul pembelajaran menggunakan model *Auditory Intellectually Repetition* yang mendukung kemampuan pemecahan masalah sudah dapat dikatakan “Layak” untuk digunakan karena telah memenuhi kriteria valid, praktis dan efektif.

PENUTUP

5.1 Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian pengembangan dan pembahasan ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Bahan ajar berupa modul pembelajaran dengan menggunakan model *Auditory Intellectually Repetition* yang mendukung kemampuan pemecahan masalah siswa dikembangkan dengan model 4-D yang telah dimodifikasi yaitu *define* (Pendefinisian), *design* (perancangan), dan *development* (pengembangan). Pada tahap *define* (pendefinisian) dilakukan analisis awal akhir, analisis karakteristik siswa, analisis materi, analisis tugas dan perumusan tujuan pembelajaran. Pada tahap *design* (perancangan) dilakukan pemilihan media, pemilihan format, perancangan awal modul. Pada tahap *development* (pengembangan) dilakukan tahap konsultasi, ujicoba terbatas (terdiri dari ujicoba perorangan dan kelompok kecil 10 orang siswa) dan ujicoba lapangan.
2. Berdasarkan hasil validasi ahli materi dan desain diperoleh skor persentase berturut-turut yaitu 78,89% dan 73,21% dengan kriteria cukup valid atau dapat digunakan dengan revisi kecil sehingga modul telah memenuhi kriteria kevalidan. Berdasarkan uji coba perorangan untuk melihat respon terhadap penggunaan modul diperoleh skor persentase sebesar 82,67%. Sedangkan ujicoba terhadap 10 orang siswa diperoleh skor sebesar 81,86%, dan untuk ujicoba lapangan diperoleh respon siswa dengan persentase sebesar 81,12%, Serta pengamatan aktivitas guru diperoleh rata-rata persentase sebesar 87,50%. Sehingga dari perolehan tersebut dapat dinyatakan bahwa modul memenuhi telah kriteria kepraktisan dengan kriteria sangat baik untuk respon dan aktivitas guru. Kemudian untuk tes kemampuan pemecahan masalah diperoleh skor rata-rata kelas sebesar 73,87 dengan ketuntasan klasikal sebesar 83,87% sehingga siswa pada kelas sudah dapat dikatakan mampu dalam memecahkan masalah. dan untuk hasil pengamatan aktivitas siswa berdasarkan lembar observasi diperoleh rata-rata sebesar 85,65% dengan kriteria Sangat Baik. Sehingga modul yang dikembangkan memenuhi kriteria efektif. Berdasarkan ketiga

kriteria tersebut maka dapat disimpulkan bahwa modul yang dikembangkan sudah dapat dikatakan “Layak” untuk digunakan karena telah memenuhi kriteria Valid, Praktis dan Efektif.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian, terdapat saran-saran sebagai berikut:

1. Guru perlu mengembangkan modul pembelajaran dengan menggunakan suatu pendekatan atau model pembelajaran lain yang dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematika siswa.
2. Guru perlu mengembangkan modul serupa untuk materi lain untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa dengan menggunakan model *Auditory Intellectually Repetition*.
3. Bahan ajar modul ini melalui tahap uji coba tanpa melalui tahap simulasi, dan dikembangkan hanya sampai pada tahap ke-3 yaitu tahap pengembangan (*Develop*), tanpa melalui tahap penyebaran (*Disseminate*). Bagi peneliti selanjutnya dapat melakukan hingga tahap *disseminate* dan melakukan uji coba di sekolah-sekolah lain dengan berbagai kondisi.
4. Penelitian ini dilakukan berdasarkan kurikulum KTSP. Sehingga jika peneliti lain ingin mengembangkan modul serupa, maka dapat melakukan pengembangan modul dengan alternatif menggunakan Kurikulum 2013 atau lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Akbar, S., 2013. *Instrumen Perangkat Pembelajaran*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.
- Arikunto, S. 2013. *Prosedur Penelitian, Suatu Pendekatan Praktik*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Asyhar, Rayanda. 2011. *Kreatif Mengembangkan Media Pembelajaran*. Jambi: Gaung Persada Press.
- Ayu, dkk. 2013. *Pengaruh Penggunaan Model Pembelajaran Auditory Intellectually Repetition (AIR) Terhadap Hasil Belajar Siswa Kelas X*. Kumpulan Artikel Mahasiswa Pendidikan Teknik Informatika (KARMAPATI), Volume 2, Nomor 4. Bali: Universitas Pendidikan Ganesha.
- Daryanto. 2013. *Menyusun Modul*. Yogyakarta: Gava Media.
- Depdiknas. 2006. *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 22 tahun 2006 tentang Standar Isi*. Jakarta.
- Depdiknas. 2006. *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 41 tahun 2007 tentang Standar untuk satuan pendidikan dasar dan menengah*, Jakarta.
- Handayani, dkk. 2014. *Keefektifan Auditory Intellectually Repetition Berbantuan LKPD terhadap Kemampuan Penalaran Peserta Didik SMP*. Jurnal Kreano, Volume 5, Nomor 1. Semarang : Jurusan Matematika FMIPA UNNES.
- Khusnul Safrina, dkk. 2014. *Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Geometri melalui Pembelajaran Kooperatif Berbasis Teori Van Hiele*. Jurnal Didaktik Matematika, Volume 1, Nomor 1. Banda Aceh: Universitas Syiah Kuala.

- Kustiyati, N. 2016. *Problematika Pembelajaran Matematika Materi Bangun Ruang Sisi Lengkung di SMP dan Alternatif Pemecahan-nya*. Jurnal Prosiding, Universitas Muhammadiyah Surakarta. ISSN : 2502-6526
- Mawaddah, siti dan Hana Anisah. 2015. *Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa pada Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Model Pembelajaran Generatif (Generative Learning) di SMP*. 3(2): 166-175.
- Nurjaya, G. 2012. *Pengembangan Bahan Ajar Metode Pembelajaran Bahasa Da Sastra Indonesia Berbasis Pembelajaran Kooperatif Jigsaw Untuk Meningkatkan Pemahaman Dan Kemampuan Aplikatif Mahasiswa*. Jurnal Pendidikan Indonesia, Volume 1, Nomor 2, 2012. Singaraja: Universitas Pendidikan Ganesha.
- Rajagukguk, W. 2015. *Evaluasi Hasil Belajar Matematika*. Yogyakarta: Media Akademi.
- Rochmad, 2012. *Desain Model Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika*. Jurnal Kreano, Volume 3, Nomor 1. Semarang : Jurusan Matematika FMIPA UNNES.
- Shoimin, Aris. 2014. *68 Model Pembelajaran Inovative dalam Kurikulum 2013*. Yogyakarta: Ar-ruzz Media.
- Sudaryono, dkk. 2013. *Pengembangan Instrumen Penelitian Pendidikan*. Yogyakarta: Graha Buku.
- Sumarmo, U. Dedy. E dan Rahmat. 2005. *Suatu Alternatif Pengajaran Untuk Meningkatkan Pemecahan Masalah Matematika Pada Guru Dan Siswa SMA*. Laporan Hasil Penelitian FPMIPA IKIP Bandung. Bandung.
- Tampubolon, Panusan. 2013. *Upaya Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah dan Pemahaman Matematika Siswa Melalui Strategi Kooperatif Tipe TGT*. Prosiding Seminar Nasional Sains dan Pendidikan Sains VII, Vol 4, Nomor 1. Medan : Universitas Negeri Medan.
- TIMSS 2011. *Kemampuan Matematika Siswa SMP Indonesia Menurut Benchmark International*. <http://litbang.kemdikbud.go.id/index.php/survei-internasional-timss/laporan-timss>). Diakses tanggal 05 Juni 2016 pukul 16.00 WIB

PENINGKATAN MUTU PENDIDIKAN DASAR MELALUI PENINGKATAN KOMPETENSI PROFESIONAL GURU MATEMATIKA SMP DI KABUPATEN PASAMAN BARAT

Suherman, Defri Ahmad , Heru Maulana

FMIPA, Universitas Negeri Padang
email: suhermanspd_msi@yahoo.co.id¹⁾

ABSTRACT

The Research was an assessment of the teachers professional competence which the target is junior high school teacher of Pasaman Barat. From initial observations, teachers still have difficulties in explaining the material to students and understanding the problem in mathematics. It is also highly affect students understanding of the issue and the case in mathematics. This study aims to: 1). Knowing increase professional competence of junior high school math teacher in West Pasaman through enrichment activities and deepening of the material. 2). Conducting enrichment and deepening of the material in order to improve the professional competence of junior high school math teacher in West Pasaman. This research was development research oriented to the development of products which are described as accurately as possible the development process and the final product is evaluated. The subjects were junior high school math teachers West Pasaman. Based on the research that has been done can be drawn researchers concluded as follows: 1). Mathematical competence training by providing questions and additional materials to SMP teachers of West Pasaman, a significant influence is that it can improve and develop the professional skills of teachers. 2). Mathematical competence training by providing questions and additional materials to SMP teachers of West Pasaman, increase teacher knowledge some of the material being taught but it is still difficult to comprehend and understand and answer various kinds of math problems.

Keywords: Professional Competence, Development Research, Mathematical Competence

PENDAHULUAN

Ujian Nasional biasa disingkat UN ada-lah sistem evaluasi standar pendidikan dasar dan menengah secara nasional dan persamaan mutu tingkat pendidikan antar daerah yang dilakukan oleh Pusat Penilaian Pendidikan, Depdiknas di Indonesia berda sarkan Undang-Undang Republik Indonesia nomor 20 tahun 2003 menyatakan bahwa dalam rangka pengendalian mutu pendidikan secara nasional dilakukan evaluasi sebagai bentuk akuntabilitas penyelenggara pendidikan kepada pihak-pihak yang berkepentingan. Lebih lanjut dinyatakan bahwa evaluasi dilakukan oleh lembaga yang mandiri secara berkala, menyeluruh, transparan, dan sistematik untuk menilai pencapaian standar nasional pendidikan dan proses pemantauan evaluasi tersebut harus dilakukan secara berke-sinambungan.

Salah satu mata pelajaran yang diujikan pada ujian nasional adalah matematika. Pada setiap jenjang pendidikan mulai dari tingkat Sekolah Dasar hingga tingkat Sekolah Menengah

Atas, matematika selalu menjadi mata pelajaran wajib yang diikutsertakan dalam Ujian Nasional. Matematika juga menjadi tolak ukur terhadap kelulusan siswa untuk masuk ke perguruan tinggi. Namun pada kenyataannya, dapat dilihat bahwa matematika masih menjadi momok bagi para siswa. Mereka sangat menakuti mata pelajaran matematika sehingga berdampak kepada ketidaksukaan mereka kepada mata pelajaran matematika. Hal inilah yang menjadi salah satu penyebab rendahnya nilai mata pelajaran matematika termasuk pada Ujian Nasional. Hal tersebut juga terjadi pada Kabupaten Pasaman Barat.

Rendahnya nilai ujian di Kabupaten Pasaman Barat menunjukkan pembelajaran matematika di kelas belum optimal. Selama ini banyak guru ataupun peneliti cenderung untuk mengembangkan model ataupun perangkat pembelajaran tanpa memperhatikan dimana letak kesulitan siswa dalam memahami persoalan dalam matematika. Pada penelitian ini, tim peneliti akan melakukan kajian terhadap kemampuan kompetensi profesional guru dengan sasaran adalah guru SMP se Kabupaten Pasaman Barat. Dari hasil pengamatan awal yang dilakukan, guru masih mengalami kesulitan dalam menjelaskan materi kepada siswa dan tidak jarang pula guru juga mengalami kesulitan dalam memahami persoalan dalam matematika. Hal ini juga sangat mempengaruhi pemahaman siswa terhadap persoalan dan kasus yang diberikan dalam matematika.

Berdasarkan pada latar belakang tersebut di atas dan guna untuk mengetahui layanan mutu dibidang pendidikan untuk tingkat pendidikan dasar, perlu kiranya dilakukan pengkajian mengenai mutu pendidikan dengan kaitannya dengan kompetensi profesional guru. Hasil penelitian tersebut nantinya sangat diperlukan guna memenuhi dan meningkatkan mutu pendidikan menengah sesuai dengan Standar Pelayanan Minimal (SPM) dan Standar Nasional Pendidikan (SNP) terkait dengan pembinaan dan peningkatan kompetensi profesional guru dimasa datang.

Untuk mendapatkan data dasar sesuai dengan Standar Pelayanan Minimal Pendidikan dan Standar Nasional Pendidikan dalam rangka mengetahui dan meningkatkan mutu pendidikan dasar di Kabupaten Pasaman Barat, maka perlu dilakukan penelitian mengenai pengkajian kompetensi guru dengan judul “Peningkatan Mutu Pendidikan Dasar Melalui Peningkatan Kompetensi Profesional Guru Matematika SMP di Kabupaten Pasaman Barat Tahun 2016”.

Penelitian ini bertujuan untuk : 1). Mengetahui peningkatan kompetensi profesional guru matematika SMP di Kabupaten Pasaman Barat melalui kegiatan pengayaan dan pendalaman materi. 2). Melaksanakan kegiatan pengayaan dan pendalaman materi dalam upaya meningkatkan kompetensi profesional guru matematika SMP di Kabupaten Pasaman Barat.

KAJIAN LITERATUR DAN PEGEMBANGAN HIPOTESIS (JIKA ADA)

a. Kualifikasi dan Kompetensi Guru

Peraturan Pemerintah Nomor 19 Tahun 2005 menyebutkan bahwa SNP adalah kriteria minimal tentang sistem pendidikan di seluruh wilayah Negara Kesatuan Republik Indonesia. Terdapat delapan (8) lingkup SNP: standar isi, proses, kompetensi lulusan, pendidik / guru dan tenaga kependidikan, standar sarana dan prasarana, standar pengelolaan, standar pembiayaan, dan standar penilaian pendidikan. Pendidik, pengelolaan, dan sarana prasarana ketiga komponen tersebut dianggap memiliki peranan yang besar untuk meningkatkan hasil belajar siswa

Menurut Nunuy (2008) dinyatakan bahwa prinsip profesionalitas berdasarkan undang-undang adalah sebagai berikut:

- 1) memiliki bakat, minat, panggilan jiwa, dan idealisme;
- 2) memiliki komitmen untuk meningkatkan mutu pendidikan, keimanan, ketakwaan, dan akhlak mulia;

- 3) memiliki kualifikasi akademik dan latar belakang pendidikan sesuai dengan bidang tugas;
- 4) memiliki kompetensi yang diperlukan sesuai dengan bidang tugas;
- 5) memiliki tanggung jawab atas pelaksanaan tugas keprofesionalan;
- 6) memperoleh penghasilan yang ditentukan sesuai dengan prestasi kerja;
- 7) memiliki kesempatan untuk mengembangkan keprofesionalan secara berkelanjutan dengan belajar sepanjang hayat;
- 8) memiliki jaminan perlindungan hukum dalam melaksanakan tugas keprofesionalan; dan
- 9) memiliki organisasi profesi yang mempunyai kewenangan mengatur hal-hal yang berkaitan dengan tugas keprofesionalan guru.

Dalam undang-undang disebutkan bahwa fungsi guru adalah sebagai agen pembelajar (*learning agent*). Yang dimaksud guru sebagai agen pembelajar adalah bahwa guru sebagai: fasilitator, motivator, pemacu, perekayasa pembelajaran, dan pemberi inspirasi belajar bagi peserta didik.

b. Pembelajaran Matematika

Dalam pembelajaran matematika yang berlangsung selama ini, setelah guru menerangkan materi pada siswa, selanjutnya siswa diberikan soal-soal latihan. Siswa tidak pernah diberi kesempatan untuk mengkonstruksi konsep-konsep matematika. Bila ada siswa yang tidak dapat menjawab soal-soal, maka guru cenderung untuk menyalahkan. Guru tidak memberi kesempatan pada siswa untuk saling bertukar pendapat dengan teman-nya. Akibatnya siswa tidak termotivasi dalam belajar dan juga kreativitas siswa tidak berkembang. (Muliyardi, 2005).

Pembelajaran tidak terlepas dari subjek yang dibelajarkan, materi ajar (matematika) dan subjek pengajar. siswa sebagai subjek yang dibelajarkan adalah manusia yang memiliki persepsi, pemahaman, kemampuan berpikir, motivasi, dan kemampuan beradaptasi dengan lingkungannya. Sedangkan matematika memiliki karakteristik tertentu seperti, objek-objek kajiannya abstrak, pola pikir deduktif, bertumpu pada kesepakatan, simbol-simbol yang kosong dari arti, menganut kebenaran konsistensi (Soedjadi, 2000).

Menurut Puskur; Balitbang Depdiknas (2003), belajar akan bermakna bagi peserta didik apabila mereka aktif dengan berbagai cara untuk mengkonstruksi atau membangun sendiri pengetahuannya. Selanjutnya dikatakan, guru diharapkan dalam setiap kesempatan, pembelajaran matematika dimulai dengan pengenalan masalah yang sesuai dengan situasi. Dengan mengajukan masalah-masalah yang kontekstual, peserta didik secara bertahap dibimbing untuk menguasai konsep-konsep matematika. Dalam pembelajaran matematika, guru dapat mengkombinasi berbagai strategi belajar mengajar di dalam kelas, sehingga guru diharapkan mengenali ciri khas lingkungan belajar, kelompok peserta didik, orang tua yang berbeda-beda untuk dapat menetapkan strategi pembelajaran organisasi kelas, dan pemanfaatan sumber belajar yang efektif.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini termasuk penelitian pengembangan (*Development Research*) yang berorientasi pada pengembangan produk dimana proses pengembangannya dideskripsikan setelah mungkin dan produk akhir dievaluasi. Metodologi yang digunakan adalah metode workshop pembelajaran dengan melakukan pelaksanaan pengayaan dan pendalaman materi dalam rangka meningkatkan kompetensi profesional guru matematika SMP. Uji kompetensi dan evaluasi dilakukan dengan tujuan penilaian terhadap kemampuan kompetensi profesional guru matematika SMP yang telah memenuhi kualifikasi pendidikan.

Analisis kualitatif dilakukan untuk mengukur kompetensi profesional guru matematika SMP. Analisis deskriptif dilakukan terhadap program dan kegiatan pemerintah dan pemerintah daerah yang sudah dilakukan berkaitan dengan Pembinaan dan peningkatan kompetensi profesional guru matematika SMP yang bertujuan mencapai parameter SNP (Standar Nasional Pendidikan).

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah: 1). Lembar observasi yang terdiri dari lembar observasi keadaan awal guru matematika SMP Kabupaten Pasaman Barat. 2). Tes hasil belajar, yang berupa tes awal dan tes akhir berupa soal esay. 3). Wawancara, Wawancara yang dilakukan secara umum sama dengan aspek yang diamati pada lembar observasi. 4). Angket, untuk melihat kebermaknaan dan keberhasilan kegiatan penelitian ini.

HASIL DAN PEMBAHASAN

a. Deskripsi Data

1. Lembar Observasi

Lembar observasi digunakan untuk memperoleh data mengenai pemahaman materi matematika terkait kemampuan profesional guru. Melalui lembar observasi, observer menuliskan gejala-gejala apa saja yang terjadi di kelas pada saat pelatihan berlangsung.

2. Wawancara

Wawancara dilakukan untuk memperjelas dan mendukung data yang diperoleh dari lembar observasi. Pada wawancara ini peneliti langsung mewawancarai responden, dan yang menjadi responden dari wawancara ini adalah beberapa orang guru pada subjek penelitian. Materi dari wawancara didasarkan pada kebutuhan data yang diperlukan yang tidak didapatkan pada lembar observasi.

3. Angket

Berdasarkan angket kegiatan yang disebarkan kepada seluruh peserta, dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 1. Angket Kegiatan Peningkatan Mutu Pendidikan Dasar Melalui Peningkatan Kompetensi Profesional Guru Matematika SMP di Kabupaten Pasaman Barat Tahun 2016

No	Pernyataan	Jumlah Dan Persentase Penilaian Yang Menyatakan			
		Sangat Tidak Setuju	Tidak Setuju	Setuju	Sangat Setuju
1	A	0	0	59.46	40.54
2	B	0	0	48.65	51.35
3	C	0	0	70.27	29.73
4	D	0	18.92	56.76	24.32
5	E	0	0	56.76	43.24
6	F	0	5.41	59.46	35.14
7	G	0	0	70.27	29.73
8	H	0	0	78.38	21.62
9	I	0	0	29.73	70.27
10	J	0	0	40.54	59.46

Keterangan :

A : Kegiatan ini dirancang dengan baik

B :Kegiatan sesuai dengan kebutuhan saya

C : Pelaksanaan kegiatan pada hari yang berturut-turut

D : Waktu kegiatan cukup memadai

E : Narasumber menyampaikan materi dengan baik

F : Nara sumber memberikan bimbingan secara maksimal
 G : Kompetensi profesional saya meningkat dengan kegiatan ini
 H ; Kompetensi pedagogik saya meningkat dengan kegiatan ini
 I : Kegiatan ini perlu dilanjutkan
 J : Saya termotivasi untuk selalu meningkatkan sendiri kompetensi pedagogik dan professional.

Tes

Pelaksanaan tes terbagi atas dua yakni pretest yang digunakan untuk mengukur kemampuan professional guru sebelum diberikan pelatihan dan posttest yang diberikan setelah pemberian materi pelatihan. Tes tersebut diikuti dengan jumlah peserta 48 orang dengan pokok bahasan mencakup materi matematika SMP/MTs. Setelah tes akhir dilaksanakan, diperoleh data mengenai hasil pelatihan. Hasil analisis tentang data tes dapat dilihat pada tabel 2 berikut'

Tabel 2 Hasil Analisis Data Posttest

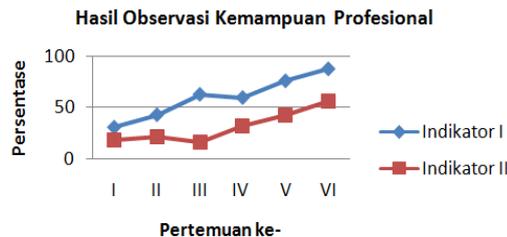
N	\bar{X}	S	X_{max}	X_{min}
48	44,75	14,51	15	70

b. Analisis Data

1. Kompetensi Profesional

a) Lembar Observasi

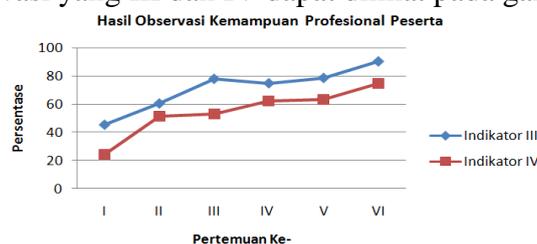
Berdasarkan observasi yang dilakukan, diperoleh hasil bahwa terjadi peningkatan kemampuan professional peserta selama proses pelatihan berlangsung. Untuk indikator observasi I dan II dapat dilihat pada gambar 1 berikut.



Gambar 1

Dari gambar 1 terlihat bahwa persentase aktivitas indikator I peserta dalam hal memodelkan atau menyajikan pernyataan matematika dengan lisan, tertulis, grafik, gambar, dan secara aljabar mengalami perubahan dari pertemuan pertama sampai pertemuan keenam. Pada aktivitas indikator II peserta dalam hal menggunakan keterampilan membaca, mendengar dan melihat untuk mengungkapkan dan mengevaluasi gagasan matematika juga mengalami perubahan dari pertemuan pertama sampai pertemuan keenam

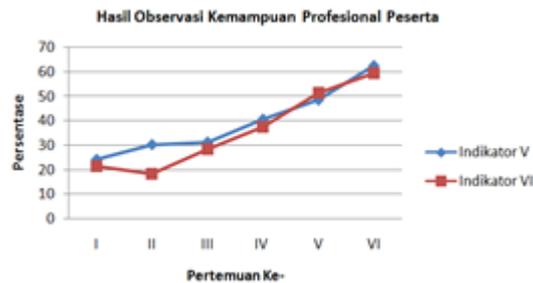
Untuk indikator observasi yang III dan IV dapat dilihat pada gambar 2 berikut.



Gambar 2

Dari gambar 2 terlihat bahwa persentase aktivitas indikator III peserta dalam hal membuat langkah awal dalam pengerjaan soal mengalami perubahan pada setiap pertemuan. Pada aktivitas indikator IV peserta dalam menggunakan formulasi yang ada dengan benar juga mengalami peningkatan dari pertemuan pertama sampai pertemuan keenam.

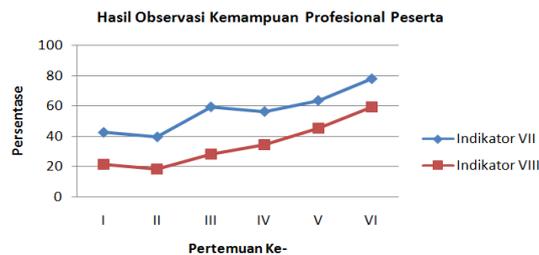
Untuk melihat peningkatan kemampuan profesional peserta pada indikator V dan VI, dapat dilihat pada gambar 3 berikut.



Gambar 3.

Dari grafik 3 di atas terlihat bahwa persentase aktivitas indicator V peserta dalam hal memberikan jawaban yang kompleks dan dilengkapi contoh juga mengalami peningkatan dari pertemuan pertama sampai pertemuan keenam. Pada aktivitas indicator VI peserta dalam hal menggunakan bahasa yang jelas dan mengkomunikasikannya secara matematis dan mengembangkannya dengan bahasa sendiri juga mengalami perubahan dari pertemuan pertama sampai pertemuan keenam.

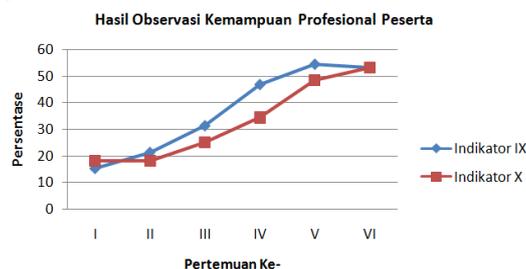
Untuk melihat peningkatan kemampuan profesional peserta pada indikator VII dan VIII, dapat dilihat pada gambar 4 berikut.



Gambar 4

Dari gambar 4 terlihat bahwa persentase aktivitas indicator VII peserta dalam hal menarik kesimpulan, memberikan bukti, dan mengajukan solusi juga mengalami perubahan pada setiap pertemuannya. Pada aktivitas indicator VIII peserta dalam hal memeriksa kesahihan atau kebenaran argument matematika juga mengalami perubahan dari pertemuan pertama sampai pertemuan keenam.

Untuk melihat peningkatan kemampuan profesional peserta pada indikator IX dan X, dapat dilihat pada gambar 5 berikut.



Gambar 5

Dari gambar 5 terlihat bahwa per-sentase aktivitas indikator IX peserta dalam hal mengembangkan pemahaman tentang matematika dari pola atau sifat dan definisi yang ada, mengalami perubahan dari pertemuan pertama sampai pertemuan keenam. Pada aktivitas indikator X peserta dalam hal memberikan dugaan dari permasalahan yang diberikan juga mengalami peningkatan pada setiap pertemuannya.

b) Wawancara

Berdasarkan wawancara yang telah peneliti lakukan terhadap 9 orang guru maka diperoleh hasil bahwa materi pembelajaran matematika masih banyak yang sulit untuk dipahami dan juga adanya kesulitan dalam menggunakan metode pembelajaran yang tepat sehingga banyak siswa yang masih kurang paham dengan materi yang diberikan.

Namun dengan adanya pemberian pelatihan peningkatan kemampuan guru dalam hal kompetensi profesional bisa ditingkatkan.

2. Hasil Belajar

Berdasarkan tes akhir belajar yang telah dilaksanakan terlihat bahwa dari 48 orang peserta yang telah mengikuti tes tersebut, dinyatakan bahwa masih banyak guru yang memperoleh nilai yang rendah yakni dibawah nilai 70.

PEMBAHASAN HASIL PENELITIAN

1) Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa

a) Lembar Observasi

Berdasarkan deskripsi dan analisis data yang telah diungkapkan di atas terlihat bahwa secara garis besar persentase kemampuan profesional peserta selama pelatihan terhadap peningkatannya kompetensi profesional telah mencapai peningkatan walau belum merata disetiap pertemuannya.

Berdasarkan pengamatan yang dilakukan selama penelitian, maka peneliti menarik kesimpulan secara umum bahwa wasanya kemampuan komunikasi profesional peserta yang dinilai dari aktifitas-aktifitas selama pelatihan seperti di atas terhadap materi matematika SMP mengalami peningkatan.

b) Wawancara

Berdasarkan wawancara yang telah peneliti lakukan terhadap 9 orang peserta pelatihan diperoleh hasil bahwa mereka merasakan adanya peningkatan selama proses pelatihan. Materi dan trik yang diberikan dalam penyelesaian soal serta penjelasan terhadap materi tertentu dirasakan sangat bermanfaat dalam proses pembelajaran. Tidak hanya peserta yang diwawancarai saja, namun juga berdasarkan keterangan dari responden rata-rata peserta lain mereka merasakan manfaat yang sama.

Menurut responden, materi yang diberikan membimbing mereka dalam mengkon-struksi ide-ide yang akan mereka sampaikan sehingga mereka bisa menyampaikan dengan bahasa yang baik dan jelas. Selain itu mereka sudah mulai terbiasa menterjemahkan persoalan dalam bahasa matematika. Kesulitan yang dialami beberapa peserta adalah mereka mengeluhkan bahwa mereka kewalahan untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan yang diajukan, karena menurut mereka masih dibutuhkan latihan-latihan dan memahami berbagai bentuk soal.

c) Angket

Berdasarkan angket yang disebarkan pada seluruh peserta diperoleh informasi bahwa sebagian besar peserta menyatakan setuju dengan semua indikator yang dinyatakan dalam angket tersebut. Bahkan untuk indikator “Kegiatan ini perlu dilanjutkan” sebagian besar menyatakan sangat setuju. Di samping itu untuk indikator “Waktu kegiatan cukup memadai” sebagian nya menyatakan waktunya tidak memadai, dan minta waktunya kegiatan untuk ditambah.

2) Hasil Belajar Siswa

Berdasarkan deskripsi dan analisis data yang telah diungkapkan di atas terlihat bahwa pada tes yang diberikan diperoleh hasil secara keseluruhan adalah baik. Setelah dilakukan pengujian hasil pretest dan posttest dengan menggunakan uji-t berpasangan diperoleh hasil sebagai berikut.

		Mean	N	Std. Deviasi on
Pa r 1	VAR000 01	29.75 00	48	11.970 71
	VAR000 02	44.75 00	48	14.514 12

Paired Samples Correlations

		N	Correlati on	Sig.
Pa r 1	VAR0000 1 & VAR0000 2	48	.645	.000

Hipotesis

Hipotesis yang diajukan adalah :

Ho : rata-rata tes adalah sama

H1 : rata-rata tes adalah berbeda

Hasil uji Hipotesis

Hasil uji statistik diperoleh nilai t hitung adalah sebesar -9.127 dengan sig 0.000. Karena sig < 0.05 maka dapat disimpulkan bahwa Ho ditolak, artinya rata-rata tes sebelum dan sesudah pemberian pelatihan adalah berbeda. Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa pemberian pelatihan kompetensi profesional memberikan dampak terhadap peningkatan hasil tes dan kemampuan guru.

KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah peneliti lakukan dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

- Pelatihan kompetensi matematika dengan pemberian soal-soal dan materi tambahan terhadap guru-guru SMP Kabupaten Pasaman Barat, memberikan pengaruh yang signifikan yaitu dapat meningkatkan dan mengembangkan kemampuan profesional guru.
- Pelatihan kompetensi matematika dengan pemberian soal-soal dan materi tambahan terhadap guru-guru SMP Kabupaten Pasaman Barat, menambah pengetahuan guru terhadap beberapa materi yang diajarkan tetapi masih sulit dipahami dan dalam memahami serta menjabar aneka macam soal matematika.

REFERENSI

- Depdiknas RI. 2010. *Pedoman Penge-lolaan Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB)*. Dirjen PMPTK. 2010
- Depdiknas RI. 2010. *Program SI KKT (Kependidikan dengan Kewenangan Tambahan)*. Buku Panduan.

- Hadi, S. 2011. *Pokok Pikiran Pendidikan Guru. Gagasan Pribadi. Tidak diterbitkan.* FKIP-Unika Atmajaya Jakarta.
- Hadi S. 2013. *Menyiapkan guru masa depan.* FKIP-Unika Atmajaya Jakarta
- Kemdikbud. 2013. *Panduan Kerjasama Penelitian Kebijakan Pendidikan Dengan Jaringan Penelitian Daerah Tahun 2013.* Balitbang Puslitjak Kemdikbud RI. Jakarta.
- Liakopoulou, M. 2011. *The Professional Competence of Teachers: Which qualities, attitudes, skills and knowledge contribute to a teacher's effectiveness? International Journal of Humanities and Social Science Vol. 1 No. 21 [Special Issue - December 2011]. P:66-78.*
- Mudjito AK. 1994. *Pelaksanaan Kurikulum Pendidikan Dasar.* Jakarta: Depdikbud-Dirjen PDM.
- Nunuy Nurjanah. 2008. *Pengembangan Profesionalisme Guru Masalah Disampaikan dalam Pendidikan dan Pelatihan Profesi Guru.* Jurusan Pendidikan Bahasa Daerah Fakultas Pendidikan Bahasa dan Seni UPI Bandung.
- Nurjanah, S. 2011. *Upaya meningkatkan kualitas pendidikan dasar dan menengah dalam perspektif ekonomi.* Makalah Disampaikan dalam FGD Diknas- UNJ di Perpustakaan Pusat Universitas Negeri Jakarta, Selasa, 26 April 2011.
- Padmono. Y. 2007. *Menyusun Instrumen Sikap Profesional Guru Paedagogia* Jilid 10 Nomor 1, 2007.
- Potyrala, K., A. Walosik and A Rzepka. 2011. *New competence of Biology teacher in the face of social and cultural changes.* Western Anatolia Journal of Educational Sciences (WAJES), Dokuz Eylul University Institute, Izmir, Turkey ISSN 1308-8971. P:295-302.
- Rahman, M. 2014. *Professional Competence, Pedagogical Competence and the Performance of Junior High School of Science Teachers.* Journal of Education and Practice www.iiste.org ISSN 2222-1735 (Paper) ISSN 2222-288X (Online) Vol.5, No.9, 2014. P:75-80.
- Rochintaniawati, D. 2010. *Analisis Kebutuhan Guru Dalam Mengembangkan Kurikulum dan Pembelajaran IPA di Sekolah Dasar.* Disertasi Sekolah Pascasarjana Universitas Pendidikan Indonesia.
- Sugiarto, dkk. 2003. *Teknik Sampling.* PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.
- Zulmardi, B. Handayaani, S. Hendri, dan Ratnawati. 2014. *Pengkajian Mutu Pendidikan Menengah: Kompetensi Profesional dan Kompetensi Pedagogik Guru di Kabupaten Dharmasraya tahun 2014.* Laporan Hasil Penelitian Kerjasama Pusat Penelitian Kebijakan Balitbang Kemdikbud dengan Jaringan Pendidikan Kabupaten Dharmasraya tahun 2014.

ANALISIS KEPUASAN MAHASISWA DALAM PROSES BELAJAR MENGAJAR DENGAN MENGGUNAKAN METODE *IMPORTANCE PERFORMANCE ANALYSIS* (IPA) PADA UNIVERSITAS SUMATERA UTARA MEDAN

Dr. Pasukat Sembiring, M.Si

Departemen Matematik FMIPA USU Medan

Email : pasukat.sembiring366@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui tingkat kepuasan mahasiswa dalam proses belajar mengajar pada Universitas Sumatera Utara. Sampel yang digunakan dalam penelitian sebanyak 1204 responden. Metode pengumpulan data dengan menggunakan kuesioner dan melakukan wawancara langsung kepada responden. Metode yang digunakan untuk mengukur kualitas pelayanan adalah metode SERVQUAL dengan lima dimensi karakteristik pelayanan yaitu, bukti fisik, kehandalan, daya tanggap, jaminan dan kepedulian. Metode analisis data yang digunakan adalah Importance Performance Analysis (IPA). Analisis data dengan menggunakan metode IPA terdapat enam atribut pelayanan yang harus diperbaiki oleh pihak Universitas Sumatera Utara karena kualitas pelayanannya masih dianggap rendah oleh mahasiswa.

Kata Kunci: Kualitas pelayanan, kepentingan, kinerja, Importance Performance Analysis (IPA).

PENDAHULUAN

Pendidikan merupakan kegiatan yang sangat penting dalam menumbuh kembangkan potensi Sumber Daya Manusia (SDM) (Adrian,2004). Dalam kegiatan pendidikan di Perguruan Tinggi, pada dasarnya selalu terkait dua belah pihak yaitu dosen dan mahasiswa. Keterkaitan kedua belah pihak itu akan serasi jika jelas kedudukan masing-masing pihak secara professional, yaitu sebagai subjek yang memiliki hak dan kewajiban.

Dalam proses belajar mengajar, dosen memiliki peran utama dalam menentukan kualitas pengajaran yang dilaksanakannya, yaitu memberikan pengetahuan (*cognitive*), sikap dan nilai (*affektif*) dan keterampilan (*psikomotor*) kepada mahasiswa. Dengan kata lain tugas dan peran dosen yang utama terletak dibidang pengajaran. Pengajaran merupakan alat untuk mencapai tujuan pendidikan. Oleh karena itu seorang dosen dituntut untuk dapat mengelola kelas, penggunaan metode mengajar maupun sikap dan karakteristik dosen dalam mengelola proses belajar mengajar yang efektif, mengembangkan bahan perkuliahan dengan baik, dan meningkatkan kemampuan mahasiswa untuk mengikuti mata kuliah dan menguasai tujuan pendidikan yang harus mereka capai (Djamarah, 2000).

Universitas Sumatera Utara (USU), menyiapkan kompetensinya untuk menghadapi dan mencari peluang untuk menghadapi Masyarakat Ekonomi Asean (MEA). Hal ini disampaikan oleh Rektor USU, Prof. Dr. Runtung Sitepu M.Hum, pada acara seminar Nasional dengan tema menyiapkan Sumber Daya manusia kompetensi dalam menjawab tantangan MEA, di Gelanggang Mahasiswa USU, Selasa 3 Mei 2016. "Kita tidak ingin hanya sebagai Penonton, namun juga sebagai pelaku. USU harus meningkatkan kualitas SDM nya menghadapi MEA. Termasuk meningkatkan kualitas dosen, salah satunya mendorong dosen

segera mendapatkan doktor, dan menjadi guru besar, tentunya menghimbau kepada alumni untuk mengabdikan pengalamannya ke USU, ujar Rektor.

2. Metode

Bagian ini menjelaskan jenis metode (kualitatif, kuantitatif atau *mixed-method*) disertai rincian metode pengumpulan data dan metode analisis data yang digunakan. Bagian ini juga dapat menjelaskan perspektif yang mendasari pemilihan metode tertentu.

2.1 Metode *Importance Performance Analysis* (IPA)

Metode *Importance Performance Analysis* (IPA) atau analisis kepentingan dan kinerja adalah suatu teknik penerapan yang mudah untuk mengukur tingkat kepentingan dan tingkat kinerja untuk pengembangan program pemasaran yang efektif, dengan melakukan analisis kuadran untuk menunjukkan hubungan antara penilaian tingkat kepentingan dan tingkat kinerja. Dalam penelitian ini terdapat dua variabel yaitu tingkat kinerja dari pihak Universitas Sumatera Utara yang dapat memberikan kepuasan para mahasiswa (dinotasikan X) dan tingkat harapan mahasiswa (dinotasikan Y). Adapun rumus yang digunakan menurut Martilla dan James dalam jurnal Mohammad Rachman dkk (2012) adalah sebagai berikut:

$$Tk = \frac{X_i}{Y_i} \times 100\%$$

keterangan:

Tk = Tingkat kesesuaian antara kinerja dan harapan

X_i = Jumlah skor penilaian tingkat kinerja

Y_i = Jumlah skor penilaian kepentingan konsumen

Pada analisis *Importance Performance Analysis* dilakukan pemetaan menjadi 4 kuadran untuk seluruh variabel yang mempengaruhi kualitas pelayanan, (Supranto, 2001) sumbu mendatar (X) akan diisi oleh skor tingkat pelaksanaan atau kinerja, sedangkan sumbu tegak (Y) akan diisi oleh skor tingkat kepentingan. Dalam penyederhanaan rumus, maka untuk setiap faktor yang mempengaruhi kepuasan pelayanan dengan:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n}$$

keterangan:

\bar{X} = Skor rata-rata tingkat kinerja

\bar{Y} = Skor rata-rata tingkat kepentingan

n = Jumlah responden

Diagram kartesius merupakan suatu bangun yang dibagi atas empat bagian yang dibatasi dua buah garis yang berpotongan tegak lurus pada titik-titik (\bar{X} , \bar{Y}) dimana \bar{X} merupakan rata-rata dari rata-rata skor tingkat kinerja pelayanan semua faktor atau atribut dan \bar{Y} adalah rata-rata dari rata-rata skor tingkat kepentingan seluruh faktor atau atribut yang mempengaruhi pelayanan. Dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}}{K}$$

$$\bar{\bar{Y}} = \frac{\sum \bar{Y}}{K}$$

keterangan:

$\bar{\bar{X}}$ = Rata-rata dari rata-rata tingkat kinerja

\bar{X} = Skor rata-rata tingkat kinerja

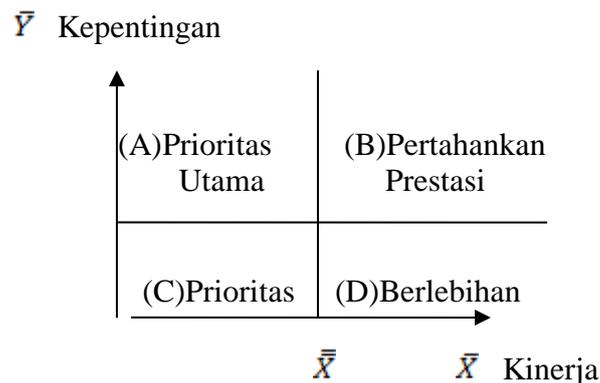
$\bar{\bar{Y}}$ = Rata-rata dari rata-rata tingkat kepentingan

\bar{Y} = Skor rata-rata tingkat kepentingan

K = Jumlah atribut yang mempengaruhi pelayanan

Pembagian *Importance Performance Analysis* dapat dilihat pada gambar berikut:

Gambar 1. Kuadran *Importance Performance Analysis*



Sumber: *Importance Performance Analysis*, Supranto (2001)

keterangan:

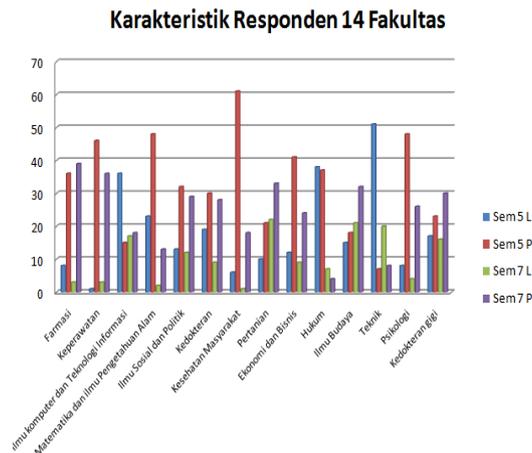
- A. Kuadran I (prioritas utama) menunjukkan faktor atau atribut yang dianggap mempengaruhi kepuasan pelanggan, termasuk unsur-unsur jasa yang dianggap sangat penting, namun manajemen belum melaksanakannya sesuai keinginan pelanggan. Sehingga mengecewakan atau tidak puas.
- B. Kuadran II (pertahankan prestasi) menunjukkan unsur jasa pokok yang telah berhasil dilaksanakan perusahaan, untuk itu wajib dipertahankannya. Dianggap sangat penting dan sangat memuaskan.
- C. Kuadran III (prioritas rendah) menunjukkan beberapa faktor yang kurang penting pengaruhnya bagi pelanggan, pelaksanaannya oleh perusahaan biasa-biasa saja. Dianggap kurang penting dan kurang memuaskan.
- D. Kuadran IV (berlebihan) menunjukkan faktor yang mempengaruhi pelanggan kurang penting, akan tetapi pelaksanaannya berlebihan. Dianggap kurang penting tetapi sangat memuaskan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini terdapat 1204 responden yang digunakan sebagai sampel untuk menganalisis tingkat kepuasan pelayanan mahasiswa Fakultas Kedokteran Universitas Sumatera Utara.

Karakteristik Responden

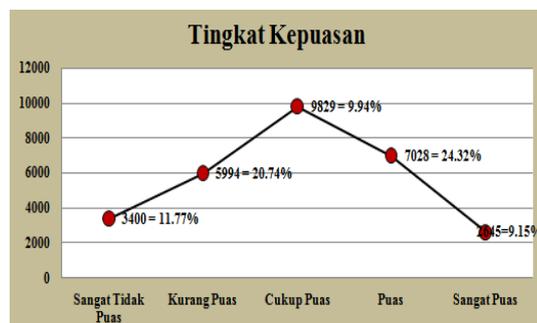
Grafik karakteristik responden berdasarkan jenis kelamin dan semester sebagai berikut:



Gambar 2 Grafik Karakteristik Responden Universitas Sumatera Utara

Deskripsi Jawaban Responden

Pada penelitian ini terdapat 1204 responden yang digunakan sebagai sampel, sampel tersebut merupakan mahasiswa dari Universitas Sumatera Utara. Berikut grafik jawaban responden dari 24 pertanyaan yang diberikan.



Gambar 3 Grafik Tingkat Kepuasan Jawaban Responden Universitas Sumatera Utara



Gambar 4 Grafi Tingkat Kepentingan Jawaban Responde Universitas Sumatera Utara

Uji Validitas Data

Berdasarkan Uji validitas dilakukan dengan menggunakan SPSS 17.00 menunjukkan bahwa r_{hitung} r_{tabel} untuk seluruh atribut pertanyaan tingkat kepuasan dan tingkat kepentingan.

Maka seluruh atribut pertanyaan pada penelitian ini adalah valid.

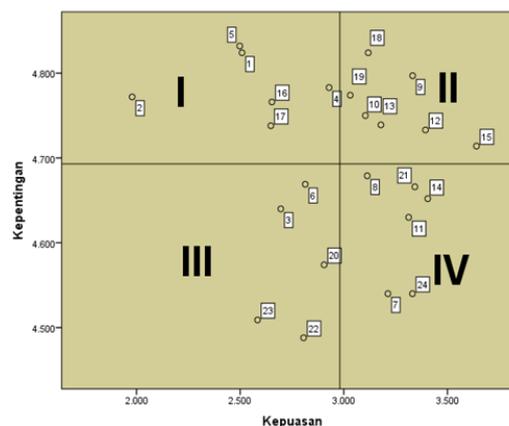
Uji Reliabilitas Data

Berdasarkan Uji validitas dilakukan dengan menggunakan SPSS 17.00 menunjukkan bahwa *Cronbach's Alpha* $\geq 0,6$ maka data pada penelitian ini adalah reliabel.

Analisis Tingkat Kepentingan Kinerja dengan Metode *Importance Performance Analysis (IPA)*

Metode IPA digunakan untuk mengukur hubungan antara persepsi mahasiswa dan prioritas peningkatan kualitas produk/jasa yang dikenal pula sebagai *quadrant analysis*. Analisis kuadran yang dibagi menjadi empat kuadran yang meliputi kuadran I prioritas utama, kuadran II pertahankan prestasi, kuadran III prioritas rendah serta kuadran IV berlebihan.

Analisis kuadran merupakan suatu bangun yang dibagi atas empat bagian yang dibatasi oleh dua buah garis yang berpotongan tegak lurus pada titik-titik (x,y), dimana x merupakan rata-rata dari skor tingkat pelaksanaan seluruh faktor dan y adalah rata-rata dari rata-rata skor tingkat kepentingan seluruh faktor yang mempengaruhi kepuasan pengguna jasa.



Gambar 5. Analisis Kuadran IPA 14 Fakultas Universitas Sumatera Utara

1. Kuadran I yaitu kinerja rendah kepentingan tinggi, atribut pelayanan yang harus diperbaiki adalah:
 - 1) Kenyamanan ruangan kuliah (kursi, kipas angin, AC, kebersihan, dsb).
 - 2) Ketersediaan kawasan koneksi internet (WiFi) yang mendukung kegiatan belajar.
 - 3) Kelengkapan buku, jurnal dan literatur kuliah di perpustakaan.
 - 4) Kebersihan dan tersedianya air bersih di toilet/kamar mandi.
 - 5) Ketersediaan pihak jurusan dalam merespon dan menanggapi keluhan mahasiswa.
 - 6) Staf pengajar melayani pengurusan berkas secara cepat dan profesional.
2. Kuadran II yaitu kinerja tinggi kepentingan tinggi, atribut pelayanan yang harus tetap dipertahankan adalah:
 - 1) Dosen/Asisten lab menyampaikan materi belajar dengan jelas.
 - 2) Dosen mengajar sesuai dengan jadwal yang ditetapkan.
 - 3) Soal-soal ujian sesuai dengan materi yang diberikan.
 - 4) Sistem pemberian nilai dilakukan secara objektif.
 - 5) Kemampuan dosen dalam menjawab pertanyaan dosen secara jelas.
 - 6) Keamanan lingkungan kampus dan adanya petugas keamanan.
 - 7) Kemudahan dalam memperoleh informasi tentang sistem pendidikan (kurikulum, jadwal kuliah, beasiswa, dll).
3. Kuadran III yaitu kinerja rendah kepentingan rendah, atribut pelayanan yang tidak begitu diharapkan adalah:
 - 1) Kondisi peralatan praktikum di laboratorium.

- 2) Kelengkapan peralatan praktikum di laboratorium.
 - 3) Kejelasan adanya biaya administrasi dan jumlah biaya dalam pengurusan berkas.
 - 4) Adanya dosen pengganti ketika dosen berhalangan mengajar.
 - 5) Pembahasan ulang soal ujian oleh dosen dan asisten lab.
4. Kuadran IV yaitu kinerja tinggi kepentingan rendah, atribut pelayanan yang tidak terlalu penting dan tidak terlalu diharapkan adalah:
- 1) Ketersediaan tempat parkir yang memadai.
 - 2) Kemudahan pencarian buku di perpustakaan.
 - 3) Pengawas ujian memulai dan mengakhiri ujian dengan tepat waktu.
 - 4) Sistem pembayaran uang kuliah.
 - 5) Dosen memberikan motivasi bagi mahasiswa saat sedang mengajar di kelas.
 - 6) Adanya organisasi kampus penunjang kegiatan mahasiswa.

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis data sehingga dapat diambil kesimpulan dari hasil penelitian bahwa pelayanan yang harus ditingkatkan oleh pihak Universitas Sumatera Utara yaitu Pelayanan yang harus ditingkatkan pihak Universitas adalah Kenyamanan ruangan kuliah (kursi, kipas angin, AC, kebersihan, dsb), Ketersediaan kawasan koneksi internet (WiFi) yang mendukung kegiatan belajar, Kelengkapan buku, jurnal dan literatur kuliah di perpustakaan, Kebersihan dan tersedianya air bersih di toilet/kamar mandi, Ketersediaan pihak jurusan dalam merespon dan menanggapi keluhan mahasiswa, dan staf pengajar melayani pengurusan berkas secara cepat dan profesional. Pelayanan tersebut dianggap kurang baik oleh mahasiswa sehingga pihak Fakultas Kedokteran Universitas Sumatera Utara harus lebih meningkatkan pelayanannya karena dianggap sangat penting bagi mahasiswa Fakultas Kedokteran Universitas Sumatera Utara.

DAFTAR PUSTAKA

- Adrian. 2004. Metode Mengajar Berdasarkan Tipologi Belajar Siswa, <http://re_searchengine.com/art05-65html>16 April 2010.
- Djamarah, Syaiful Bahri. 2000. Guru dan Anak Didik dalam Interaksi Edukatif, Rineka Cipta, Jakarta.
- Supranto. 2001. Pengukuran Tingkat Kepuasan Pelanggan: Untuk Menaikkan Pangsa Pasar, Rineka Cipta, Jakarta.
- Abdi, H. (2007). The Kendal Rank Corelation Coefficien, Neil Salkind(Ed.) Encyclopedia of Measrement and Sttustic. Thousad Oaks (CA): Sage.
- Djarwanto, P. (2004). Statistik Non Parametrik. Yoyakarta: BPFE Yoyakarta.
- Handaru, A.W & Ajiningtyas, N. (2011) Hubungan Antara Budaya Organisasi dan Motivasi dengan Pengembangan Karir Pegawai di Biro Kepegawaian dan Organisasi Tatalaksana Kementerian Pekerjaan Umum Jakarta Selatan, Jurnal Riset Manajemen Sain Indonesia, (JMRSI)., Vol. 2. 2011).
- Hauke, J.& Kosswoski, T. (2011) Comparison of Values of Pearson's and Sperman's Correlation Coefficien on the Same Sets of data. Adam Mickiewicz Univercsity, Institute of Socio-Economic Geography and Spatial Management, Poznan, Poland.

Jonsonbaugh, R (2001). Matematika Diskrit. Jilid 2. Edisi Bahasa Indonesia. Terjemahan Pearson Education Asi Pte.ltd dan PT. Prenhalloino.

Legendre, P. Species (2005). Assosiations :The Kendal Coefficient of Corcodance revisited. Journal of Agricultural, Biological, and Enviromental Statistics, Volume 10, Number 2, Pages 226-245 DOI: 10.1198/108571105X46642.

Rinaldi M. (2007). Matematik Diskrit. Edisi Ketiga. Bandung: Informatika

Pradeka, R. Setiawan, A. Dan Linawati, L. (2012). Stui Simulasi Uji Koefisien Korelasi Spearman dan Kendal dari Sampel yang dibangkitkan Berdasarkan Estimasi Densitas Kernel Multivariat, Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, FMIPA- UNY.

PENGEMBANGAN MODUL ALJABAR BERBASIS PENDEKATAN REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION UNTUK MENINGKATKAN SELF-EFFICACY SISWA

Rohati, Marlina, dan Novferma
FKIP Universitas Jambi
Email: rohatismart@yahoo.com

ABSTRACT

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan modul aljabar dengan menggunakan pendekatan Realistic Mathematics Education (RME) untuk meningkatkan self-efficacy siswa. Penelitian ini merupakan bagian dari penelitian pengembangan yang menggunakan model pengembangan 4-D. Tahap pengembangan model 4-D yang terdiri dari 4 langkah: (1) definisi, (2) desain, (3) pengembangan, dan (4) penyebaran. Instrument penelitian yang digunakan adalah lembar validasi, lembar observasi aktivitas guru dan siswa, instrument penilaian TPBA, dan instrument angket self-efficacy siswa. Penelitian ini menghasilkan produk berupa modul pembelajaran dan instrument penilaian. Hasil penelitian menunjukkan bahwa modul aljabar dan instrumen penelitian memenuhi kriteria valid. Hal ini dapat ditunjukkan dari presentasi skor rata-rata penilaian ahli untuk modul aljabar yaitu sebesar 82,5%, sedangkan persentasi skor rata-rata untuk istrumen penelitian yaitu sebesar 82,5%. Modul dan instrument penelitian memenuhi kriteria kepraktisan berdasarkan penilaian oleh guru yang termasuk dalam kategori baik. Modul dan instrument penelitian memenuhi kriteria keefektifan berdasarkan hasil uji coba lembar observasi aktivitas siswa yang memenuhi kriteria baik yaitu 86,33%, hasil tes TPBA sebesar 93,29%, respon siswa positif sebesar 89,42%, dan self-efficacy siswa dalam kategori tinggi yaitu sebesar 75,88%. Berdasarkan hasil yang disebutkan diatas maka produk berupa bahan ajar (modul) pembelajaran yang dikembangkan telah memenuhi kriteria valid, praktis, dan efektif, sehingga layak untuk digunakan.

Kata Kunci: Pengembangan, Modul, Aljabar, RME), dan Self-Efficacy

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu bidang studi umum yang diajarkan di jenjang pendidikan tingkat SMP. Melihat realita matematika di sekolah, matematika merupakan pelajaran yang ditakuti oleh sebagian siswa dan pembelajaran di kelas masih dilakukan secara prosedural seperti menghafalkan rumus tetapi kurang menguasai penerapannya dalam menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari. Hal ini berakibat rendahnya hasil belajar siswa dan rendahnya kemampuan matematis yang harus dikuasai oleh siswa dalam mempelajari matematika.

Banyak faktor yang menjadikan rendahnya hasil belajar dan kemampuan matematis siswa, diantaranya adalah tidak ada modul pembelajaran yang digunakan sebagai pedoman dalam proses pembelajaran. Kurangnya perencanaan guru dalam menyiapkan bahan ajar baik

berupa modul, LKS ataupun media pembelajaran. Umumnya, guru merancang sendiri modul yang disesuaikan dengan kebutuhan dan karakteristik siswa. Modul yang digunakan biasanya terdiri dari uraian materi, contoh soal dan latihan soal tingkat kesulitan soal yang tidak bervariasi. Soal-soal yang disajikan pada modul merupakan soal rutin yang tidak terhubung dengan konteks kehidupan sehari-hari. Padahal menurut Joubert & Andrews (2010: 5), bila siswa terhubung dengan konteks (permasalahan sehari-hari), siswa dapat memahami apa yang mereka kerjakan, dan tidak perlu banyak menghafal konsep dan prosedur yang tidak bermakna bagi siswa. Sesuai dengan karakteristik materi aljabar yang menekankan pada konsep abstrak, sehingga diperlukan konteks yang dapat menghubungkan konsep abstrak tersebut dengan permasalahan kehidupan sehari-hari.

Salah satu pendekatan yang prinsip, karakteristik dan sintaksnya menghubungkan materi matematika dengan permasalahan sehari-hari adalah pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME). Pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME) didasarkan pada anggapan Hans Freudenthal (1905–1990) bahwa matematika adalah kegiatan manusia (Marja & Panhuizen, 2003: 7). Menurut Ilma (2011: 549) menyatakan dua pandangan penting Freudenthal adalah “*mathematics must be connected to reality and mathematics as human activity*”. Pertama, matematika harus dekat terhadap siswa dan harus relevan dengan situasi kehidupan sehari-hari siswa. Kedua, ia menekankan bahwa matematika sebagai aktivitas manusia, sehingga siswa harus diberi kesempatan untuk belajar melakukan aktivitas semua topik dalam matematika. Dalam menyelesaikan konteks, tentunya diperlukan satu kemampuan tertentu yang harus dimiliki. Namun dalam upaya penyelesaian tersebut tidak lepas dari keyakinan siswa akan kemampuannya sendiri dalam menyelesaikan suatu tugas tertentu. Keyakinan siswa akan kemampuan dirinya menyelesaikan soal atau konteks yang dihadapi akan berpengaruh terhadap tindakan yang akan dilaksanakan serta usaha yang akan dilakukan untuk menyelesaikan soal atau permasalahan tersebut. Keyakinan (*efficacy*) sangat penting, karena menjadi dasar utama dari suatu tindakan. Seseorang yang memiliki keyakinan dalam dirinya untuk melakukan suatu tindakan dinamakan memiliki *self-efficacy*.

Berdasarkan permasalahan diatas, penulis ingin melakukan penelitian pengembangan yaitu mengembangkan modul pembelajaran topik aljabar dengan menggunakan pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME) untuk meningkatkan *self-efficacy* siswa di SMP.

KAJIAN LITERATUR

Modul Pembelajaran

Modul merupakan salah satu bentuk bahan ajar yang dikemas secara utuh dan sistematis, didalamnya memuat seperangkat pengalaman belajar yang terencana dan didesain untuk membantu peserta didik menguasai tujuan belajar yang spesifik (Daryanto, 2013: 9).

Pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME)

Realistic Mathematics Education (RME), yang diterjemahkan sebagai pendidikan matematika realistik (PMRI), adalah suatu pendekatan belajar matematika yang dikembangkan sejak tahun 1971 oleh sekelompok ahli matematika dari *Freudenthal Institute, Utrecht University* di Belanda. Pendekatan ini didasarkan pada anggapan Hans Freudenthal (1905–1990) bahwa matematika adalah kegiatan manusia (Marja & Panhuizen, 2003: 7).

Menurut Ilma (2011: 549) menyatakan dua pandangan penting Freudenthal adalah “*mathematics must be connected to reality and mathematics as human activity*”. Pertama, matematika harus dekat terhadap siswa dan harus relevan dengan situasi kehidupan sehari-hari siswa. Kedua, ia menekankan bahwa matematika sebagai aktivitas manusia, sehingga siswa harus diberi kesempatan untuk belajar melakukan aktivitas semua topik dalam matematika.

a. Prinsip *Realistic Mathematics Education* (RME)

Gravemeijer (dalam Widjaja & Heck, 2003: 5) mengemukakan 3 prinsip utama pada pendekatan RME yaitu:

1. Penemuan Terbimbing dan Pematematikaan Progresif

Menurut prinsip penemuan, siswa harus diberi kesempatan untuk mengalami suatu proses yang sama dengan proses ketika konsep matematika ditentukan. Adapun cara yang dilakukan dengan memberikan masalah kontekstual yang mempunyai berbagai kemungkinan solusi, dilanjutkan dengan pematematikaan prosedur solusi yang sama, serta penyusunan perancangan rute belajar sehingga siswa dapat menemukan sendiri konsep dan hasil.

2. Fenomenologi Didaktif

Menurut prinsip ini, topik matematika yang diberikan diterapkan untuk dua alasan yaitu kegunaan serta kontribusinya untuk perkembangan matematika lebih lanjut.

3. Model Dikembangkan Sendiri

Pada waktu pengerjaan masalah kontekstual, siswa diharapkan mampu mengembangkan model mereka sendiri yang dapat menjembatani antara pengalaman informal dengan matematika formal.

b. Karakteristik *Realistic Mathematics Education* (RME)

Lima karakteristik *Realistic Mathematics Education* (RME) menurut Treffers (dalam Wijaya, 2012: 4) adalah :

1. Penggunaan Konteks (*Used of context*)

Konteks atau permasalahan realistik digunakan sebagai titik awal pembelajaran matematika. Konteks tidak harus berupa masalah dunia nyata namun bisa dalam bentuk permainan, penggunaan alat peraga, atau situasi lain selama hal tersebut bermakna dan bisa dibayangkan dalam pikiran siswa.

2. Penggunaan Model (*Used of models*)

Model digunakan dalam melakukan matematika secara progresif, penggunaan model berfungsi sebagai jembatan (*bridge*) dari pengetahuan dan matematika tingkat konkrit menuju pengetahuan matematika tingkat formal.

3. Pemanfaatan Hasil Konstruksi Siswa

Mengaju pada pendapat Freudenthal bahwa matematika tidak diberikan kepada siswa sebagai suatu produk jadi yang siap pakai melainkan sebagai suatu konsep yang dibangun oleh siswa.

4. Interaktivitas (*Interactivity*)

Proses belajar seseorang bukan hanya suatu proses individu melainkan juga secara bersamaan merupakan suatu proses sosial. Proses belajar siswa akan menjadi lebih singkat dan bermakna ketika siswa saling mengkomunikasikan hasil kerja dan gagasan mereka.

5. Keterkaitan (*Intertwinning*)

Konsep-konsep dalam matematika tidak bersifat parsial, namun banyak konsep matematika yang memiliki keterkaitan.

c. Langkah-langkah pembelajaran *Realistic Mathematics Education* (RME)

Adapun langkah-langkah pembelajaran *Realistic Mathematics Education* (RME) adalah: (1) Memahami masalah kontekstual, (2) Menyelesaikan masalah kontekstual, (3) Membandingkan dan mendiskusikan jawaban, dan (4) Menyimpulkan.

***Self-efficacy* (Keyakinan Diri Siswa)**

Keyakinan (*efficacy*) adalah dasar utama dari suatu tindakan. Seseorang yang memiliki keyakinan dalam dirinya untuk melakukan suatu tindakan dinamakan memiliki *self-efficacy*. Keyakinan akan kemampuan dalam menyelesaikan tugas tertentu dikenal sebagai *self-efficacy*. Bandura (1997, 200) menyatakan bahwa *self-efficacy* merupakan keyakinan yang dirasakan seseorang mengenai suatu kemampuan untuk menyusun dan menyelesaikan

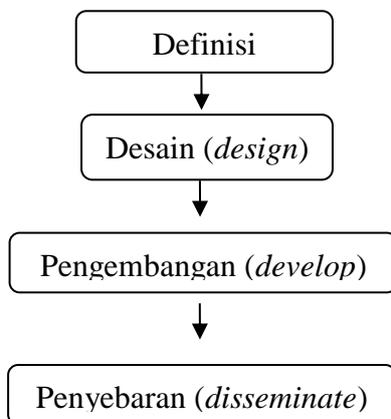
tindakan yang dibutuhkan untuk mengatur situasi yang akandatang. Hal tersebut sejalan dengan pendapatnya Schunk (2012: 146) bahwa *Self-efficacy* merupakan keyakinan mengenai apa yang dapat dilakukan oleh seseorang dan hal itu tidak sama dengan mengetahui apa yang harus dilakukan.

Selanjutnya, Bandura (1997: 203) mengembangkan skala untuk mengukur *self-efficacy* menjadi 3 dimensi, yaitu *level*, *strength*, dan *generality*. *Level* mengacu kepada bagaimana seseorang dapat menyelesaikan tugas-tugas berdasarkan tingkat kesulitan yang semakin kompleks, misalnya meningkatkan penyelesaian masalah matematika yang lebih kompleks. *Generality* mengacu kepada bagaimana dapat menggunakan *self-efficacy* yang dimiliki dapat diterapkan pada situasi lain dan *strength* mengacu kepada bagaimana tingkat keyakinan yang dimiliki dapat menyelesaikan tugas yang diberikan.

METODE PENELITIAN

Model Pengembangan

Model pengembangan yang digunakan dalam mendesain modul pembelajaran dengan menggunakan *Realistic Mathematics Education (RME)* pada materi relasi dan fungsi yaitu bagian dari penelitian pengembangan yang menggunakan model pengembangan *Four-D (4-D)* yang dikembangkan oleh Thiagarajan, Semmel, & Semmel. Pengembangan model 4-D yang digunakan dalam penelitian ini memuat empat tahap yaitu definisi (*define*), desain (*design*), pengembangan (*develop*), dan penyebaran (*disseminate*). Adapun langkah-langkah pengembangan dijabarkan dalam diagram berikut:



Prosedur Pengembangan

Langkah-langkah yang ditempuh dalam prosedur pengembangan dengan model 4-D adalah sebagai berikut:

1. Tahap Pendefinisian (*Define*)

a. Analisis Awal-Akhir

Analisis ini dilakukan untuk mengetahui masalah dasar dalam pengembangan modul pembelajaran berbasis pendekatan *Realistic Mathematics Education (RME)*

b. Analisis Karakteristik Siswa

Analisis ini dilakukan dengan menelaah karakteristik siswa pada jenjang SMP. Karakteristik ini meliputi kemampuan, latar belakang pengetahuan, dan perkembangan kognitif siswa.

c. Analisis Konsep

Materi yang akan diajarkan kepada siswa adalah faktorisasi suku aljabar, persamaan garis lurus dan relasi dan fungsi.

d. Analisis Tugas

Analisis ini dilakukan untuk mendapatkan rincian mengenai tugas-tugas yang akan diberikan kepada siswa dalam pembelajaran.

e. Analisis Tujuan Pembelajaran

Analisis tujuan pembelajaran bertujuan untuk mengidentifikasi indikator-indikator ketercapaian hasil belajar siswa (kemampuan *self-efficacy*) berdasarkan kompetensi dasar yang akan dijadikan dasar dalam penyusunan tes.

2. Tahap Perancangan (*Design*)

a. Mengkonstruksi Tes Acuan Kriteria

Tes yang dimaksud pada tahap ini adalah tes untuk mengukur *self-efficacy* siswa yang disusun berdasarkan acuan kriteria yang telah dijabarkan kedalam indikator-indikator pencapaian.

b. Pemilihan media

Pemilihan media berkaitan dengan penentuan media yang tepat untuk menyajikan materi pembelajaran yang didasarkan pada analisis materi, analisis tugas, dan fasilitas disekolah serta karakteristik siswa.

c. Pemilihan format

Langkah ini meliputi kegiatan pemilihan format untuk merancang isi materi, pemilihan strategi, pendekatan, dan metode pembelajaran, serta sumber belajar yang dikembangkan.

d. Perancangan Awal

Perancangan awal dilakukan untuk mendesain modul pembelajaran dari hasil analisis yang telah dilakukan pada tahap pendefinisian dan berdasarkan kriteria yang ditentukan dengan media dan format yang sesuai. Hasil rancangan awal ini adalah *draft 1*.

3. Tahap Pengembangan (*Develop*)

Tujuan tahap ini adalah untuk menghasikan modul pembelajaran yang valid, praktis dan efektif, yang mendukung kemampuan berfikir logis siswa. Pada tahap ini dilakukan uji ahli, kegiatan ini dilakukan untuk memperoleh penilaian atau menguji validitas desain awal Modul pembelajaran dan instrumen penilaian (*draft1*) dari para ahli terhadap produk yang dikembangkan. Modul pembelajaran dan instrumen yang telah direvisi berdasarkan masukan dan saran perbaikan dari para ahli ini maka kemudian disebut *draft 2*.

TEKNIK ANALISIS DATA

Data yang berupa komentar, saran, revisi, dan hasil observasi selama proses ujicoba dianalisis secara deskriptif kualitatif dan disimpulkan sebagai masukan untuk merevisi produk yang dikembangkan.

a. Teknik Analisis Data Kevalidan

Instrumen penilaian kevalidan berupa modul, dan instrumen penilaian (kognitif, keterampilan) oleh ahli menggunakan dua skala yaitu, valid dan tidak valid. Langkah-langkah yang digunakan adalah sebagai berikut:

- 1) Data berupa skor yang diperoleh dari para ahli melalui lembar validasi dijumlahkan.
- 2) Total skor yang diperoleh kemudian dikonversikan menjadi data kualitatif dengan 5 kriteria seperti yang ditunjukkan pada tabel 1.

Tabel 1. *Konversi data Kuantitatif ke Kualitatif dengan 5 Kriteria*

Interval	Kriteria
$X > \bar{X}_i + 1,8 Sb_i$	Sangat Baik
$X_i + 0,6Sb_i < X \leq \bar{X}_i + 1,8 Sb_i$	Baik
$X_i - 0,6Sb_i < X \leq \bar{X}_i + 0,6Sb_i$	Cukup Baik
$X_i - 1,8Sb_i < X \leq \bar{X}_i - 0,6Sb_i$	Kurang Baik
$X \leq \bar{X}_i - 1,8Sb_i$	Sangat Kurang

Keterangan:

X: Skor Empirik, \bar{X}_i : Rata-rata Ideal, Sb_i : Standar Deviasi ideal

b. Teknik Analisis Data Kepraktisan

Data kepraktisan modul pembelajaran terdiri data hasil penilaian dan kelayakan penggunaan dikelas. Hal ini diakibatkan karena masing-masing lembar penilaian dan instrumen penilaian untuk guru mempunyai banyak butir yang berbeda pada setiap lembar penilaian.

- 1) Analisis data kepraktisan oleh guru, data nilai yang diperoleh dari guru penilai kemudian dikumpulkan berdasarkan produk yang dikembangkan. Analisis dilanjutkan dengan menentukan rata-rata akhir dari data yang diperoleh dan menentukan kategori produk sesuai dengan kriteria kepraktisan.
- 2) Analisis data kepraktisan oleh siswa, analisis data penilaian kepraktisan modul oleh siswa dilakukan dengan menghitung rata-rata skor penilaian dari siswa setelah selesai uji coba lapangan, kemudian mengonversi kedalam data kualitatif.

c. Teknik Analisis Data Keefektifan

Keefektifan menunjukkan ketercapaian tujuan pembelajaran yang akan dicapai dalam suatu pembelajaran apakah sudah sesuai dengan indikator yang telah dijabarkan.

1) Aspek Kognitif

Modul dikatakan efektif jika ketuntasan klasikal penilaian pengetahuan paling sedikit 75% dari banyaknya siswa mencapai Kriteria Ketuntasan Minimum (KKM). Semakin tinggi nilai reliabilitasnya, semakin akurat dan semakin baik tes itu digunakan untuk melakukan pengukuran dengan instrumen yang sama (Ebel & Frisbie, 1991: 76).

Tabel 2. *Kriteria Koefisien Reliabilitas*

Koefisien Reliabilitas	Kriteria
$r_{11} \leq 0,20$	Reliabilitas Sangat rendah
$0,20 < r_{11} \leq 0,40$	Reliabilitas rendah
$0,40 < r_{11} \leq 0,70$	Reliabilitas Sedang
$0,70 < r_{11} \leq 0,90$	Reliabilitas tinggi
$0,90 < r_{11} \leq 1,00$	Reliabilitas sangat Tinggi

Nilai Reliabilitas tes yang dibuat guru umumnya mempunyai nilai diantara 0.60 dan 0,85 (Miller, Linn, & Gronlund, 2009: 107).

Adapun rumus Cronbach's Alpha adalah sebagai berikut:

$$r_{11} = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum \sigma_b^2}{\sigma_t^2} \right] \quad \sigma^2 = \frac{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}}{N}$$

Keterangan:

r_{11} : reliabilitas instrument,

K : banyaknya butir soal

$\sum \sigma_b^2$: jumlah varians butir,

X: Skor setiap butir tes,

N: banyaknya subjek, σ_t^2 : varians total.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Proses Pengembangan

Sebelum mengembangkan bahan ajar, terlebih dahulu peneliti melakukan pendefinisian (*define*) untuk menentukan tujuan dan permasalahan yang sebagai patokan dalam menyusun bahan ajar yang dibuat. Dalam tahap ini ada beberapa hal yang dilakukan, yaitu (1) analisis Awal-Akhir, (2) Analisis siswa, (3) Analisis Konsep (Materi), (4) Analisis Tugas, (5) merumuskan tujuan pembelajaran. Sedangkan pada tahap perancangan (*design*) meliputi: (1) Mengkonstruksi tes kriteria acuan, (2) Pemilihan Media, (3) Pemilihan Format, (4) Rancangan Awal. Tahapan selanjutnya adalah tahap pengembangan yaitu merancang prototipe awal dari bahan ajar. Menentukan komponen-komponen dalam penyusunan modul aljabar yang akan dirancang. Tahapan terakhir yaitu tahap penilaian. Kegiatan yang dilakukan pada tahap penilaian adalah validasi dan uji coba. Validasi bertujuan untuk menilai kelayakan produk pengembangan yang akan diujicobakan. Uji coba dilaksanakan terdiri dari uji coba kelompok kecil dan uji coba kelompok besar. Uji coba kelompok kecil dilakukan pada 5 orang siswa dari masing-masing sekolah yang akan dijadikan tempat penelitian, tempat penelitian ini dilakukan di 3 sekolah SMP yaitu SMP N 30 Muaro Jambi, SMP N 14 Kota Jambi, SMP N 17 Kota Jambi. Sedangkan uji coba kelompok besar juga dilaksanakan di 3 sekolah, yaitu sekolah SMP N 30 Muaro Jambi kelas VIIIA dengan jumlah siswa 32 orang, SMP N 14 Kota Jambi kelas VIIC dengan jumlah siswa 35 orang, dan SMP N 17 Kota Jambi kelas VIIIB dengan jumlah siswa 36 orang.

Hasil Pengembangan

1. Hasil Validasi

Hasil validasi modul dan instrumen memenuhi kriteria valid. Adapun hasil validasi tersebut secara rinci disajikan pada tabel 3 dibawah ini :

Tabel 3. Hasil Validasi Bahan Ajar Dan Instrumen Penelitian

No	Perangkat dan instrumen	Hasil validasi	Arti Kriteria
1.	Modul aljabar	82,5%	Valid
2.	Lembar observasi aktivitas guru	82,5%	Valid
3.	Lembar observasi aktivitas siswa	83%	Valid
4.	Penilaian TPBA	81%	Valid
5.	Angket respon siswa	82,5%	Valid
6.	Angket <i>self-efficacy</i> siswa	88,5%	Valid

2. Hasil Uji Coba

Uji coba produk ini bertujuan untuk menilai kepraktisan dan keefektifan bahan ajar. Bahan Ajar (Modul) pembelajaran dikatakan praktis, apabila ahli pendidikan dan guru menyatakan bahwa bahan ajar (Modul) pembelajaran dapat diterapkan dalam proses pembelajaran dan tingkat keterlaksanaan modul pembelajaran memenuhi kriteria baik. Bahan ajar (modul) pembelajaran dikatakan efektif bila, (1) hasil observasi aktivitas siswa telah memenuhi kriteria baik atau sangat baik, yaitu skor rata-rata hasil observasi mencapai lebih dari atau sama dengan 80%, (2) secara klasikal minimal 80% dari jumlah peserta tes penguasaan bahan ajar (TPBA) mencapai skor lebih dari atau sama dengan 70, (3) respon siswa positif yaitu persentase siswa yang memberikan respon positif lebih besar atau sama dengan 80%. Adapun hasil uji coba tersebut disajikan pada tabel 4 berikut.

Tabel 2. Hasil Uji Coba Bahan Ajar Dan Instrumen Penelitian

Kriteria bahan ajar	Hasil Uji Coba
Praktis	Hasil uji coba kelompok kecil terhadap keterlaksanaan bahan ajar pembelajaran yaitu sebesar 84%. Sedangkan

Efektif

- Hasil uji coba kelompok besar terhadap keterlaksanaan bahan ajar pembelajaran yaitu sebesar 84,2%. Berdasarkan kriteria yang ditetapkan, tingkat keterlaksanaan bahan ajar memenuhi kriteria baik.
- Hasil uji lembar observasi aktivitas siswa yang memenuhi kriteria baik, dengan persentase 86,33%.
 - Hasil uji coba Tes Penguasaan Bahan Ajar (TPBA) telah memenuhi kriteria ketuntasan klasikal yakni, 93,29%.
 - Respon siswa kategori positif yaitu sebesar 89,42%
 - Self-efficacy* siswa pada kategori tinggi yaitu sebesar 75,88%.
-

PEMBAHASAN

Pengembangan bahan ajar (modul) pembelajaran dengan menggunakan pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME) pada materi aljabar telah mampu mengubah proses pembelajaran matematika. Proses pembelajaran matematika yang cenderung didominasi guru dan ketidakaktifan siswa dalam pembelajaran berjalan dua arah, dimana siswa aktif terlibat dalam setiap kegiatan pembelajaran. Ullya dkk (2010) menyatakan bahwa siswa yang belajar menggunakan bahan ajar berbasis RME dapat meningkatkan keterlibatan dalam pembelajaran sehingga tidak kaku dalam berkomunikasi dan termotivasi untuk memperkaya pengalaman belajarnya.

Bahan ajar yang dirancang juga mendukung kemampuan afektif siswa, yaitu *self-efficacy* siswa. Menurut Ilma (2011: 549) menyatakan dua pandangan penting Freudental adalah “*mathematics must be connected to reality and mathematics as human activity*”. Pertama, matematika harus dekat terhadap siswa dan harus relevan dengan situasi kehidupan sehari-hari siswa. Kedua, ia menekankan bahwa matematika sebagai aktivitas manusia, sehingga siswa harus diberi kesempatan untuk belajar melakukan aktivitas semua topik dalam matematika. Matematika juga merupakan salah satu mata pelajaran yang melibatkan siswa untuk berpikir dalam memecahkan konteks (permasalahan sehari-hari). Dalam menyelesaikan konteks, tentunya diperlukan satu kemampuan tertentu yang harus dimiliki. Keyakinan (*efficacy*) sangat penting, karena menjadi dasar utama dari suatu tindakan. Seseorang yang memiliki keyakinan dalam dirinya untuk melakukan suatu tindakan dinamakan memiliki *self-efficacy*.

Bahan ajar yang dikembangkan harus memenuhi kriteria valid, hal ini dimaksudkan untuk menjamin bahan ajar tersebut mempunyai validitas isi dan konstruksi. Persentase rataan skor hasil validasi (SV) dari kedua validator untuk bahan ajar (modul) pembelajaran yaitu sebesar 82,5%. Persentase 82,5% berarti bahan ajar (modul) pembelajaran menggunakan pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME) memenuhi kriteria valid. Persentase rataan skor hasil validasi (SV) untuk lembar observasi aktivitas guru, lembar observasi aktivitas siswa, Tes Penguasaan Bahan Ajar (TPBA), Angket respon siswa, dan Angket *self-efficacy* siswa yaitu masing-masing sebesar 82,5%, 83%, 81%, 82,5%, dan 83,5%. Artinya presentase rataan skor hasil validasi (SV) instrument tersebut memenuhi kriteria valid.

Bahan ajar dan instrument juga harus memenuhi kriteria praktis dan efektif. Hasil uji coba lapangan menunjukkan bahwa pada uji coba kelompok kecil diperoleh persentase skor rata-rata lembar observasi aktivitas guru yaitu 84%. Sedangkan pada uji coba kelompok besar diperoleh persentase skor rata-rata lembar observasi aktivitas guru yaitu 84,2%. Dari presentase diatas dapat disimpulkan bahwa tingkat keterlaksanaan bahan ajar (modul) pembelajaran telah memenuhi kriteria baik. Sehingga, bahan ajar (modul) pembelajaran berbasis *Realistic Mathematics Education* (RME) memenuhi kriteria praktis. Sedangkan pembelajaran dikatakan efektif apabila:

- (a) Kriteria yang ditetapkan: hasil observasi aktivitas siswa telah memenuhi kriteria baik atau sangat baik, yaitu skor rata-rata hasil observasi mencapai lebih dari atau sama dengan 80%. Hasil uji coba, pada uji coba kelompok kecil diperoleh skor rata-rata hasil observasi lembar observasi aktivitas siswa yaitu 83,2% Sedangkan, pada uji coba kelompok besar diperoleh skor rata-rata hasil observasi lembar observasi aktivitas siswa yaitu 86,33%. Dari hasil presentase di atas bahwa hasil uji coba lembar observasi aktivitas siswa telah memenuhi kriteria baik.
- (b) Kriteria yang ditetapkan : secara klasikal minimal 80% dari jumlah peserta tes penguasaan bahan ajar (TPBA) mencapai skor lebih dari atau sama dengan 70. Hasil uji coba diperoleh persentase ketuntasan klasikal tes penguasaan bahan ajar (TPBA) pada uji coba kelompok kecil yaitu 100%, sedangkan persentase ketuntasan klasikal tes penguasaan bahan ajar (TPBA) pada uji coba kelompok besar yaitu 93,29%. Sehingga hasil uji coba diperoleh tes penguasaan bahan ajar (TPBA) telah memenuhi kriteria yang ditetapkan.
- (c) Kriteria yang ditetapkan: Respon siswa positif yaitu persentase siswa yang memberikan respon positif lebih besar atau sama dengan 80%. Hasil uji coba diperoleh persentase respon siswa pada uji coba kelompok kecil yaitu 82,9%. Sedangkan persentase respon siswa pada uji coba kelompok besar yaitu 89,42%. Berdasarkan kriteria yang ditetapkan, diperoleh kesimpulan bahwa respon siswa kategori positif.
- (d) Kriteria yang ditetapkan: Angket *self-efficacy* siswa tinggi yaitu persentase siswa yang memberikan *self-efficacy* tinggi lebih besar atau sama dengan 70%. Hasil uji coba diperoleh persentase *self-efficacy* siswa pada uji coba kelompok kecil yaitu 78,13%. Sedangkan persentase *self-efficacy* siswa pada uji coba kelompok besar yaitu 75,88%. Berdasarkan kriteria yang ditetapkan, diperoleh kesimpulan bahwa *self-efficacy* siswa kategori tinggi.

KESIMPULAN

Kesimpulan

1. Bahan ajar (modul) pembelajaran memenuhi kriteria valid, persentase rataan skor hasil validasi (SV) dari kedua validator untuk bahan ajar (Modul) yaitu 82,5%, sedangkan persentase rataan skor hasil validasi (SV) dari kedua validator untuk instrumen yaitu 82,5%. Bahan ajar (modul) pembelajaran memenuhi kriteria praktis, dilihat dari tingkat keterlaksanaan bahan ajar (modul) pembelajaran yang telah memenuhi kriteria baik.
2. Bahan ajar (modul) pembelajaran juga memenuhi kriteria efektif diperoleh dari hasil uji coba lembar observasi aktivitas siswa yang memenuhi kriteria baik yaitu sebesar 86,33%, hasil uji coba tes penguasaan bahan ajar (TPBA) (soal tes TPBA sebesar 93,29% dari keseluruhan siswa telah memenuhi kriteria ketuntasan klasikal, respon siswa positif berdasarkan angket respon siswa yaitu sebesar 89,42% dan *self-efficacy* dalam kategori tinggi yaitu sebesar 75,88%..

REFERENSI

- Anwar, Lathiful.,I Ketut, B., Siti, M. & Dede, D. 2012. Eliciting Mathematical Thinking of Students Through Realistic Mathematics Education. *Journal of Mathematics Education*, 3(1): 55-70.
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: the exercise of control*. New York, NY: W.H. Freeman and Company.
- _____. (1999). *Self-efficacy in changing societies*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Dalyono.(2009). *Psikologi pendidikan*.Semarang: PT. Rineka Cipta.
- Ebel, R. L. (1979). *Essentials of educational measurement (3th ed.)*. New Jersey: Prentice Learning.
- Ilma, R. 2011. *Improving Mathematics Communication Ability Of StudentsIn Grade 2 Through PMRI Approac*. Makalah disajikan padaSeminar and the Fourth National Conference on Mathematics Education. Department of Mathematics Education, Yogyakarta State University, Yogyakarta, 21-23 Juli 2011.
- Joubert & Andrews. 2010. *Using Realistic Mathematics Education With Low to Middle Attaining Pupils in Secondary Schools*.Proceedings of the British Congress for Mathematics Education.
- Marja &Panzhuen, 2003.The Didactical Use of Models in Realistic Mathematics Education: an Example From a Longitudinal Trajectory on Percentage. *Journal Educational Studies in Mathematics*, 54: 9–35.
- Miller, et al. 2009. *Measurement and Assessment in Teaching*.Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- OECD. (2009). *Students with disabilities, learning difficulties and disadvantages in the balitic states, south eastern europe and malta*. London: European commission-joint research centre (JRC).
- Schuk, D.H., (2012). *Learning theories (6thed)*.Boston. MA: Pearson Education, Inc.
- Widjaja & Heck. 2003. How a Realistic Mathematics Education Approach and Microcomputer-Based Laboratory Worked in Lessons on Graphing at an Indonesian Junior High School. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 26 (2), 1-51.
- Wijaya, A. 2012.*Pendidikan Matematika Realistik*. Yogyakarta: Graha Ilmu

PENGEMBANGAN LKS GEOMETRI MENGGUNAKAN TEORI VAN HIELE PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA

Sri Winarni, Ade Kumalasari ' Ranisa Junita

FKIP, Universitas Jambi

email: sriunja@gmail.com

ABSTRACT

Lembar kerja geometri siswa selama ini dikembangkan berdasarkan kompetensi dan tujuan pembelajaran. Tingkat berpikir geometri belum menjadi fokus pengembangan bahan ajar di sekolah menengah. Sehingga dalam mengembangkan materi geometri siswa SMP belum disesuaikan dengan tingkat berpikir geometri siswa SMP. Tingkat berpikir geometri siswa dapat merujuk tingkat berpikir geometri Van Hiele. Oleh karena itu, Penelitian ini bertujuan mengevaluasi kevalidan, kepraktisan dan keefektifan Lembar Kerja Siswa Geometri berdasarkan teori Van Hiele. Teori Van Hiele (1986) menggambarkan model pemikiran geometris dengan tiga atribut utama: keberadaan tingkatan, sifat dari level dan pergerakan dari satu level ke level berikutnya. Menurut teori, ada lima level pemahaman geometris yang diberi label sebagai Level 0: pengakuan (visualisasi), Level 1: analisis, Level 2: order (abstraksi), Level 3: deduksi dan Level 4: rigor. Kemampuan model Van Hiele untuk menggambarkan dan memprediksi kinerja siswa dalam geometri sekolah menengah diuji di Amerika Serikat (Usiskin, 1982). Penelitian ini termasuk penelitian pengembangan dengan model pengembangan 4-D dan model pengembangan ini terdiri dari empat tahap, yaitu Define (pendefinisian), Design (desain), Develop (pengembangan), dan Disseminate (penyebaran). Setiap tahap dalam pengembangan terdapat kegiatan-kegiatan yang harus dilakukan. Dalam penelitian ini tahap develop dilakukan sebatas pengembangan materi dan desain berdasarkan kriteria kevalidan lembar kerja siswa. Kriteria LKS yang dikembangkan merujuk pada teori Nieveen yaitu memenuhi kevalidan. Kevalidan yang dinilai dengan melihat validitas pada bagian pengembangan materi pada lembar kerja, dan pengembangan desain lembar kerja siswa (LKS). Hasil penelitian ini berupa data kuantitatif yang diterjemahkan sebagai data kualitatif. Data diperoleh dari angket validasi desain dan angket validasi materi. Validasi dilakukan oleh dua orang ahli, yaitu ahli media Lembar Kerja Siswa dan ahli materi geometri. Berdasarkan validasi desain diperoleh skor rata-rata penilaian 4. Skor ini menunjukkan bahwa Lembar Kerja Siswa yang dikembangkan bernilai sangat baik dari segi desain dan dapat digunakan namun dengan revisi. Adapun revisi yang dimaksud adalah perlu perbaikan pada ukuran huruf dan gambar untuk menunjang keterbacaan, serta penomoran/penamaan pada gambar agar dapat terindeks dengan baik. Pada validasi materi diperoleh skor rata-rata penilaian 3,07. Skor ini menunjukkan bahwa Lembar Kerja Siswa yang dikembangkan bernilai baik dari segi materi dan dapat digunakan

dengan revisi. Adapun revisi yang dimaksud yaitu penambahan contoh agar lebih bervariasi dalam mengantarkan siswa untuk menemukan konsep, dan perluasan materi. Setelah direvisi, Lembar kerja ini mendapat nilai baik sehingga dapat dinyatakan lembar kerja siswa yang valid.

Kata Kunci: Lembar Kerja Siswa, Berpikir Geometri, Teori Van Hiele

PENDAHULUAN

Dalam pembelajaran matematika, guru memfasilitasi siswa dalam mengoptimalkan penguasaan konsepnya dan menyelesaikan masalah matematika dengan berpikir kritis, logis, sistematis, dan terstruktur. Berdasarkan tujuan pembelajaran matematika guru dituntut agar melatih siswa cara berpikir dan bernalar, mengembangkan kemampuan memecahkan masalah, menarik kesimpulan, mengembangkan aktifitas kreatif, dan mengembangkan kemampuan menyampaikan informasi secara matematis.

Sedangkan tuntutan pendidikan secara umum, pembelajaran matematika sekolah selalu mengupayakan ketercapaian peningkatan kemampuan matematis siswanya. Kemampuan matematis standar yang ditetapkan secara internasional melalui NCTM (2000: 29) adalah kemampuan pemecahan masalah, kemampuan penalaran, kemampuan koneksi, kemampuan komunikasi, dan kemampuan representasi matematis. Selanjutnya, prinsip pembelajaran yang dikeluarkan oleh NCTM (2000: 20) bahwa proses pembelajaran matematika akan berjalan efektif jika siswa mempelajari matematika dengan pemahaman, membangun pengetahuan baru dengan aktif dari pengalaman dan pengetahuan awal. Siswa dibimbing untuk mengolah informasi dengan baik sesuai dengan kemampuannya sendiri.

Penting bagi guru untuk memperhatikan proses pembelajaran siswa. Seperti yang dikemukakan Ontario (TIPS4RM, 2005: 1)

Even if you've stopped growing physically, you certainly haven't stopped growing mentally and emotionally. Nor do you stop learning after you finish school, not as long as there are opportunities for learning and growing all around us. Learning also comes in many-and often surprising-forms. But no matter how it appears, learning is forever and learning is for the future.

Bahkan jika anda berhenti tumbuh secara fisik, anda tentu belum berhenti tumbuh secara mental dan emosional. Anda juga tidak berhenti belajar setelah anda menyelesaikan sekolah, Kesempatan tidak selalu ada untuk belajar dan tumbuh di lingkungan kita. Pembelajaran juga datang dalam banyak bentuk dan sering dalam bentuk yang mengejutkan tetapi bagaimanapun awalnya, belajar adalah selamanya dan untuk masa depan.

Berikut akan diberikan gambaran pembelajaran matematika di Indonesia dari hasil studi internasional tentang prestasi matematika dan sains pada siswa kelas VIII yaitu *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS). Tabel berikut menunjukkan perolehan skor TIMSS dari tahun 1999 sampai tahun 2011 untuk Indonesia pada siswa kelas VIII.

Tabel 1.1 Hasil TIMSS dari Tahun 1999 hingga Tahun 2011

Tahun	Skor Matematika	Rata-rata Skor Internasional	Urutan Prestasi Siswa Indonesia Dari Seluruh Peserta TIMSS
1999	403	487	Ke-34 dari 38
2003	411	467	Ke-35 dari 46
2007	397	500	Ke-36 dari 49
2011	386	500	Ke-38 dari 45

Sumber:<http://litbang.kemdikbud.go.id/index.php/survei-internasional-TIMSS>

Pada tabel 1 menunjukkan skor *TIMSS* yang diperoleh Indonesia selalu di bawah rata-rata secara Internasional. Tjalla (2011: 8) mengatakan beberapa temuan hasil studi memperkirakan faktor penyebab kelemahan siswa Indonesia dalam penilaian *TIMSS*, antara lain sebagai berikut: mengorganisasi dan menyimpulkan informasi, membuat generalisasi dan memecahkan masalah yang tidak rutin

- a. Memecahkan Berbagai Macam Rasio dan Masalah Persentase;
- b. Menerapkan Pengetahuannya Untuk Menghubungkan Konsep Bilangan Dan Aljabar;
- c. Membuat Generalisasi Model Matematika Secara Aljabar;
- d. Mengaplikasikan Pengetahuannya Pada Geometri Dalam Masalah Yang Kompleks;
- e. Menggunakan Data Dari Berbagai Sumber Untuk Memecahkan Berbagai Masalah.

Hal ini menunjukkan bahwa kelemahan dari hasil belajar belum merepresentasikan tujuan pembelajaran matematika tercapai.

Aktifitas pembelajaran siswa sebaiknya didukung oleh bahan ajar yang memperhatikan siswa-siswa sehingga bahan ajar dapat meningkatkan tingkat berpikir, mengurangi ZPD, dan mengaktifkan siswa dalam belajar. Oleh karena itu bahan ajar yang sesuai dengan aktifitas siswa dapat berupa lembar kerja yang akan digunakan siswa dalam beraktifitas secara individu maupun dalam berkelompok.

Salah satu momok pembelajaran matematika yang menjadi kelemahan siswa adalah pembelajaran geometri. Seperti yang telah di sampaikan sebelumnya, penyebab kelemahan hasil *TIMSS* adalah ketika siswa mendapati aplikasi masalah geometri ke masalah yang kompleks. Artinya, siswa belum mampu untuk berpindah tingkat berpikir geometri dari sederhana ke tingkat yang lebih kompleks.

Level tingkat berpikir ini didasari oleh pemikiran Van Hiele dalam penelitiannya. Van Hiele dan istrinya, Dina Van Hiele, telah mengklasifikasikan tahapan pembelajaran geometri berdasarkan lima level. Pada umumnya level ini tidak terkait usia. Melainkan, siswa mengalami tahap demi tahap sehingga siswa tidak meloncati salah satu level yang lebih tinggi. Tetapi, siswa mampu melewati setiap levelnya sampai pada level terakhir. Terkait dengan temuan penyebab kelemahan siswa pada hasil *TIMSS* di Indonesia, siswa menunjukkan belum mampu ke tahap yang lebih tinggi dari kompetensi seharusnya.

Oleh karena itu, pada saat proses pembelajaran dibutuhkan tidak hanya guru yang mampu untuk memfasilitasi siswa belajar tetapi bahan ajar yang sesuai dengan level berpikir geometri siswa. Lembar kerja yang akan memfasilitasi tingkat berpikir geometri siswa hingga membiasakan siswa bekerja secara individu atau berkelompok untuk mendekatkan dan meningkatkan tingkat berpikir geometri siswa berdasarkan level geometri Van Hiele.

KAJIAN LITERATUR DAN PEGEMBANGAN HIPOTESIS (JIKA ADA) Pembelajaran Matematika Sekolah Menengah

Pada kurikulum 2004 (Depdiknas, 2003) mengenai tujuan pembelajaran matematika sebagai berikut:

- 1) Melatih cara berpikir dan bernalar dalam menarik kesimpulan, misalnya melalui kegiatan penyelidikan, eksplorasi, eksperimen, menunjukkan kesamaan, perbedaan, konsistensi, dan inkonsistensi.
- 2) Mengembangkan aktivitas kreatif yang melibatkan imajinasi, intuisi, dan penemuan dengan mengembangkan pemikiran divergen, orisinal, rasa ingin tahu, membuat prediksi dan dugaan, serta mencoba-coba.
- 3) Mengembangkan kemampuan memecahkan masalah.
- 4) Mengembangkan kemampuan menyampaikan informasi atau mengkomunikasikan gagasan secara matematis antara lain melalui pembicaraan lisan, catatan, grafik, peta, diagram, dalam menjelaskan gagasan.

Berdasarkan tujuan pembelajaran di atas, pembelajaran matematika menuntun guru melatih cara berpikir dan bernalar siswa, mengembangkan kemampuan memecahkan masalah, menarik kesimpulan, mengembangkan aktifitas kreatif, dan mengembangkan kemampuan menyampaikan informasi secara matematis. Fungsi pembelajaran matematika yang terdapat pada kurikulum 2004 (Depdiknas, 2003: 6) adalah mengembangkan kemampuan dalam mengkomunikasikan gagasan melalui model matematika berupa kalimat dan persamaan matematika, diagram, grafik atau tabel.

Pembelajaran geometri di sekolah yang disusun oleh *National Institute of Education* dan *Nanyang Technological University*. Pembelajaran geometri memiliki aspek utama atau garis besar dalam proses pembelajaran antara lain, geometri dalam dunia fisik, geometri sebagai sebuah sistem matematika, geometri sebagai sebuah struktur aksioma formal, dan geometri estetika dan rekreasi. Selanjutnya tujuan pembelajaran geometri adalah mengembangkan pemahaman dan institusi spasial, mengembangkan kemampuan berpikir logis, dan memperoleh pengetahuan untuk bidang lain dalam matematika.

Selain itu juga disusun dalam mengembangkan berpikir deduktif yaitu geometri adalah perantara terbaik untuk mengembangkan keterampilan penalaran dalam semangat matematikawan, 2) memberikan alasan dan menarik kesimpulan dan 3) membangun bukti – rantai kesimpulan.

Kemampuan Geometri

Berdasarkan Groth (2013:308) berpikir geometri bisa diuji dari dua perspektif yaitu: pertama, pemikiran matematikawan karena mereka terlibat dalam melakukan geometri normatif dan kedua pemikiran yang ditunjukkan oleh siswa karena mereka belajar geometri. Tujuan akhir dari instruksi harus membantu siswa terlibat dalam pemikiran geometris normatif, penting untuk memahami proses pematangan menuju pencapaiannya. Perspektif pemikiran normatif, Cuoco dan Goldenberg (1996) kebiasaan pikiran geometris dipertimbangkan yang terbawah. Kemudian penelitian Dina dan Pierre Van Hiele (Van Hiele, 1986) dibahas sebagai sarana untuk memahami pemikiran siswa sambil belajar geometri.

Tahap-Tahap Belajar Geometri Dengan Teori Van Hiele

Menurut D'Augustine dan Smith (1992: 277), Crowley (1985), menyatakan bahwa kemajuan tingkat berpikir geometri siswa maju dari satu tingkatan ke tingkatan berikutnya melibatkan lima tahapan atau sebagai hasil dari pengajaran yang diorganisir ke lima tahap pembelajaran. Kemajuan dari satu tingkat ke tingkat berikutnya lebih bergantung pada pengalaman pendidikan/pembelajaran ketimbang pada usia atau kematangan. Sejumlah pengalaman dapat mempermudah atau menghambat kemajuan dalam satu tingkat atau ke satu tingkat yang lebih tinggi.

Teori Van Hiele (1986) menggambarkan model pemikiran geometris dengan tiga atribut utama: keberadaan tingkatan, sifat dari level dan pergerakan dari satu level ke level berikutnya. Menurut teori, ada lima level pemahaman geometris yang diberi label sebagai Level 0: pengakuan (visualisasi), Level 1: analisis, Level 2: order (abstraksi), Level 3: deduksi dan Level 4: rigor. Kemampuan model Van Hiele untuk menggambarkan dan memprediksi kinerja siswa dalam geometri sekolah menengah diuji di Amerika Serikat (Usiskin, 1982). Tes Van Hiele Geometri jelas didistribusikan siswa sesuai dengan tingkat yang mereka raih, kecuali Level 5.

Berikut ini deskripsi level teori Van Hiele berdasarkan Fuys, David etc (1988) sebagai berikut:

Level 0 (visualisasi): siswa mengidentifikasi nama, membandingkan dan beroperasi pada angka geometris (misalnya, segitiga, sudut, berpotongan, atau garis-garis sejajar) sesuai dengan kompetensinya.

Level 1 (analisis): siswa menganalisa angka dalam hal komponen dan hubungan antar komponen dan menemukan sifat/aturan dari kelas bentuk empiris (misalnya dengan melipat, mengukur, menggunakan grid atau diagram).

Level 2 (abstrak): siswa logis antar berkaitan sebelumnya menemukan sifat/aturan dengan memberikan atau mengikuti argument informal.

level 3 (deduksi): siswa membuktikan teorema deduktif dan menetapkan keterkaitan sebagai di antara jaringan teorema

Level 4 (rigor): siswa menetapkan teorema dalam sistem postulat yang berbeda dan menganalisa atau membandingkan sistem ini.

Sedangkan Tahap-tahap Van Hiele digambarkan berikut ini:

1) Tahap 1 informasi (*information*): melalui diskusi guru mengidentifikasi apa yang sudah diketahui siswa mengenai sebuah topik dan siswa menjadi berorientasi pada topik baru itu. Guru dan siswa terlibat dalam percakapan dan aktifitas mengenai objek-objek, pengamatan dilakukan, pertanyaan dimunculkan dan kosakata khusus diperkenalkan.

Tahap 2 orientasi terarah/terpandu (*guided orientation*): siswa menjajaki objek-objek pengajaran dalam tugas-tugas yang distrukturkan secara cermat seperti pelipatan, pengukuran, atau pengkonstruksian. Guru memastikan bahwa siswa menjajaki konsep-konsep spesifik.

Tahap 3 ekplisitasi (*Explicitation*): siswa menggambarkan apa yang telah mereka pelajari mengenai topik dengan kata-kata mereka sendiri. Guru membantu siswa dalam menggunakan kosa kata yang benar dan akurat. Guru memperkenalkan istilah-istilah matematika yang relevan.

Tahap 4 Orientasi bebas (*Free orientation*): siswa menerapkan hubungan-hubungan yang sedang mereka pelajari untuk memecahkan soal dan memeriksa tugas yang lebih terbuka (*open-ended*).

Tahap 5 Integrasi (*Integration*): siswa meringkas/membuat ringkasan dan mengintegrasikan apa yang telah dipelajari, dengan mengembangkan satu jaringan baru objek-objek dan relasi-relasi.

Lembar Kerja Siswa

Lembar kerja siswa adalah sumber belajar penunjang yang dapat meningkatkan pemahaman siswa mengenai materi matematika yang harus dikuasai siswa (senam, 2008). LKS merupakan alat bantu untuk menyampaikan pesan kepada siswa yang digunakan oleh guru dalam proses pembelajaran. Melalui LKS ini akan memudahkan guru dalam menyampaikan materi pembelajaran dan mengefektifkan waktu, serta akan menimbulkan interaksi antara guru dengan siswa dalam proses pembelajaran.

Menurut Sriyono (1992), Lembar Kerja Siswa (LKS) adalah salah satu bentuk program yang berlandaskan atau tugas yang harus diselesaikan dan berfungsi sebagai alat untuk mengalihkan pengetahuan dan keterampilan sehingga mampu mempercepat tumbuhnya minat siswa dalam mengikuti proses pembelajaran.

Menurut Sudjana (Djamarah dan Zain, 2008) fungsi LKS adalah

1. Sebagai alat bantu untuk mewujudkan situasi belajar mengajar yang efektif
2. Sebagai alat bantu untuk melengkapi proses belajar mengajar supaya lebih menarik perhatian siswa.
3. Untuk mempercepat proses belajar mengajar dan membantu siswa dalam menangkap pengertian yang diberikan guru.
4. Siswa lebih banyak melakukan kegiatan belajar sebab tidak hanya mendengarkan uraian guru tetapi lebih aktif dalam pembelajaran
5. Menumbuhkan pemikiran yang teratur dan berkesinambungan pada siswa.

6. Untuk mempertinggi mutu belajar mengajar, karena hasil belajar yang dicapai siswa akan tahan lama, sehingga pelajaran mempunyai nilai tinggi.

Karakteristik LKS yang baik, menurut Sungkono (2009) adalah:

1. LKS memiliki soal-soal yang harus dikerjakan siswa, dan kegiatan-kegiatan seperti percobaan yang harus siswa lakukan
2. Merupakan bahan ajar cetak.
3. Materi yang disajikan merupakan rangkuman yang tidak terlalu luas pembahasannya tetapi sudah mencakup apa yang akan dikerjakan atau dilakukan oleh siswa,
4. Memiliki komponen-komponen seperti kata pengantar, pendahuluan, daftar isi, dan lain-lain.

Syarat konstruksi penyusunan LKS merupakan syarat-syarat yang berkenaan dengan penggunaan bahasa, susunan kalimat, kosakata, tingkat kesukaran, dan kejelasan, yang pada hakekatnya harus tepat guna dalam arti dapat dimengerti oleh pihak pengguna, yaitu anak didik. Syarat-syarat konstruksi tersebut yaitu:

- 2) Menggunakan bahasa yang sesuai dengan tingkat kedewasaan anak.
- 3) Menggunakan struktur kalimat yang jelas.
- 4) Memiliki tata urutan pelajaran yang sesuai dengan tingkat kemampuan anak. Apalagi konsep yang hendak dituju merupakan sesuatu yang kompleks, dapat dipecah menjadi bagian-bagian yang lebih sederhana dulu.
- 5) Hinarkan pertanyaan yang terlalu terbuka. Pertanyaan dianjurkan merupakan isian atau jawaban yang didapat dari hasil pengolahan informasi, bukan mengambil dari perbendaharaan pengetahuan yang tak terbatas.
- 6) Tidak mengacu pada buku sumber yang di luar kemampuan keterbacaan siswa.
- 7) Menyediakan ruangan yang cukup untuk member keleluasaan pada siswa untuk menulis maupun menggambarkan pada LKS. Memberikan bingkai dimana anak harus menuliskan jawaban atau menggambar sesuai dengan yang diperintahkan. Hal ini dapat juga memudahkan guru untuk memeriksa hasil kerja siswa.
- 8) Menggunakan kalimat yang sederhana dan pendek. Kalimat yang panjang tidak menjamin kejelasan instruksi atau isi. Namun kalimat yang terlalu pendek juga dapat mengundang pertanyaan.
- 9) Gunakan lebih banyak ilustrasi dari pada kata-kata. Gambar lebih dekat pada sifat konkrit sedangkan kata-kata lebih dekat pada sifat "formal" atau abstrak sehingga lebih sukar ditangkap oleh anak
- 10) Dapat digunakan oleh anak-anak, baik yang lamban maupun cepat
- 11) Memiliki tujuan yang jelas serta bermanfaat sebagai sumber motivasi
- 12) Mempunyai identitas untuk memudahkan administrasinya. Misalnya, kelas mata pelajaran, topik, nama atau nama-nama anggota kelompok, tanggal dan sebagainya.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian Pengembangan. Dalam penelitian ini yang akan dikembangkan adalah LKS Geometri untuk Sekolah Menengah Pertama pada materi Geometri.

Model Pengembangan

Model pengembangan LKS yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah model 4-D yang dikembangkan oleh Sivasailam Thingarajan, Dorothy S. Semmel dan Melvyn I. Semmel. Model pengembangan ini terdiri dari empat tahap, yaitu *Define* (pendefinisian), *Design* (desain), *Develop* (pengembangan), dan *Desseminate* (pensesiminian). Setiap tahap dalam pengembangan terdapat kegiatan-kegiatan yang harus dilakukan. Dalam penelitian ini tahap *desseminate* dilakukan sebatas sosialisasi penggunaan LKS geometri secara terbatas.

Rancangan/Prosedur Penelitian

Prosedur pengembangan merupakan penjelasan dari model pengembangan yang telah ditetapkan. Langkah-langkah yang ditempuh dalam penelitian ini adalah sebagai berikut: 1) *Define*, meliputi analisis awal akhir; analisis siswa; analisis konsep; analisis tugas; perumusan tujuan pembelajaran; 2) *Design*, meliputi pemilihan model LKS; desain awal; 3) *Develop*, meliputi pengembangan LKS; validasi LKS; validasi tes hasil belajar; validasi tes kemampuan geometri; uji coba; 4) *Desseminate* meliputi sosialisasi penggunaan LKS geometri. Dalam tahap *Develop* pada uji coba lapangan, peneliti melakukan eksperimen menggunakan satu kelas eksperimen dan satu kelas kontrol untuk mengukur efektifitas LKS yang telah dikembangkan.

Teknik dan Instrumen Pengumpulan Data

Pada penelitian pengembangan ini, peneliti menggunakan beberapa instrumen dalam rangka kevalidan, kepraktisan, dan keefektifan produk, yaitu:

13) Instrumen penilaian kevalidan

Instrumen yang digunakan untuk menilai kevalidan produk, yaitu lembar validasi LKS, lembar validasi tes hasil belajar, lembar validasi tes kemampuan geometri, lembar validasi angket penilaian pembelajar, lembar validasi angket persepsi siswa, lembar validasi lembar observasi keaktifan siswa.

14) Instrumen penilaian kepraktisan

Instrumen yang digunakan untuk menilai kepraktisan produk, yaitu angket penilaian pembelajar terhadap penggunaan LKS, angket persepsi siswa terhadap penggunaan LKS.

15) Instrumen penilaian keefektifan

Instrumen yang digunakan untuk menilai keefektifan produk, yaitu lembar observasi keaktifan siswa, tes hasil belajar, tes kemampuan geometri.

Teknik Analisis Data

16) Analisis Data Kevalidan Produk

Analisis terhadap hasil validasi yang dilakukan oleh validator ditentukan dari persentase rataan skor kevalidan dengan menggunakan rumus berikut.

$$SV = \frac{\text{rataan skor masing - masing validator}}{\text{skor maksimal}} \times 100\%$$

SV = persentase rataan skor hasil validasi

Kesimpulan analisis data disesuaikan dengan kriteria sebagaimana terdapat dalam tabel 4.1.

Tabel 4.1 Kriteria Validitas Produk Pengembangan

SV	Kriteria	Keterangan
$90\% \leq SV \leq 100\%$	Sangat Valid	Tidak perlu revisi
$80\% \leq SV < 90\%$	Valid	Perlu Revisi
$60\% \leq SV < 80\%$	Kurang valid	Revisi Besar
$0\% \leq SV < 60\%$	Tidak valid	Belum dapat digunakan

(Kustiningsih, 2013:62)

Analisis Data Kepraktisan

Analisis terhadap hasil kepraktisan yang dilakukan oleh validator ditentukan dari persentase rataan skor angket penilaian pembelajar dan persepsi siswa dengan menggunakan rumus berikut.

$$SV = \frac{\text{rata-rata skor masing - masing validator}}{\text{skor maksimal}} \times 100\%$$

SP = persentase skor rata-rata

Kesimpulan analisis data disesuaikan dengan kriteria persentase skor rata-rata hasil observasi, yang disajikan pada tabel 4.2.

Tabel 4.2 Kriteria Kepraktisan Produk Pengembangan

SP	Kriteria
$90\% \leq SP \leq 100\%$	Sangat baik
$80\% \leq SP < 90\%$	Baik
$65\% \leq SP < 80\%$	Kurang baik
$SP < 60\%$	Tidak baik

(Kustiningsih, 2013:63)

Analisis keefektifan

Keefektifan desain diukur oleh tiga indikator yaitu aktivitas siswa, penguasaan bahan ajar, dan respon siswa.

- a) Data Hasil Observasi Aktivitas Siswa
- b) Penguasaan Bahan Ajar

Penguasaan bahan ajar diukur dengan tes hasil belajar siswa. Dalam hal ini, hasil belajar siswa yang belajar dengan menggunakan LKS geometri akan dibandingkan dengan hasil belajar siswa yang belajar tanpa menggunakan LKS geometri. Hasil belajar ini terdiri atas post test. Untuk pengujian ini akan digunakan uji ANCOVA 1 covariat. Penghitungan ANCOVA akan menggunakan bantuan SPSS 17.

- c) Tes kemampuan geometri siswa

Kemampuan geometri diukur dengan menggunakan tes kemampuan geometri yang diperoleh dari *Van Hiele Test Geometry*. Dalam hal ini kemampuan geometri siswa yang belajar menggunakan LKS geometri akan dibandingkan dengan kemampuan geometri siswa yang belajar tanpa menggunakan LKS geometri. Kemampuan geometri ini terdiri atas pre test dan post test. Untuk pengujian ini akan menggunakan Uji Mann-Whitney. Penghitungan Uji Mann-Whitney akan menggunakan SPSS 17.

Indikator Keberhasilan

- 1) Perangkat pembelajaran dikatakan valid bila menurut para ahli atau praktisi perangkat pembelajaran telah memenuhi kriteria valid, yaitu persentase rataan skor kevalidan (SV) telah mencapai lebih dari atau sama dengan 80%.
- 2) Perangkat pembelajaran dikatakan praktis bila pembelajar dan siswa menyatakan bahwa perangkat pembelajaran dapat diterapkan dalam proses pembelajaran, dan tingkat kepraktisan perangkat memenuhi kriteria baik atau sangat baik.
- 3) Perangkat pembelajaran dikatakan efektif jika tercapai indikator-indikator berikut:

Hasil observasi aktivitas siswa telah memenuhi kriteria baik atau sangat baik, yaitu skor rata-rata hasil observasi mencapai lebih dari atau sama dengan 80%.

 - a) Hasil belajar siswa yaitu hasil belajar siswa yang belajar menggunakan LKS geometri lebih baik dari hasil belajar siswa yang tidak menggunakan LKS geometri. Hal ini ditunjukkan dengan menerima H_a pada uji ANCOVA, dengan demikian ada perbedaan hasil belajar pada kelompok eksperimen dan kelompok kontrol.
 - b) Kemampuan geometri siswa yaitu kemampuan geometri siswa yang belajar menggunakan LKS geometri lebih baik dari kemampuan geometri siswa yang

tidak menggunakan LKS geometri. Hal ini ditunjukkan dengan Menerima H_a pada Uji Mann-Whitney. Dimana kelompok 1 adalah kelompok kontrol, kelompok 2 adalah kelompok eksperimen.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian`

17) Hasil Validasi Desain

Berdasarkan hasil validasi desain diperoleh hasil penilaian ahli desain seperti pada Tabel 5.1 untuk desain LKS 1 dan Tabel 5.2 untuk desain LKS 2. Lembar Kerja Siswa (LKS 1) merupakan lembar kerja siswa dengan materi kekongruenan dan kesebangunan. Sedangkan Lembar Kerja Siswa (LKS 2) merupakan lembar kerja siswa dengan materi bangun ruang sisi lengkung.

Tabel 5.1 Hasil Validasi Desain LKS 1

No.	Aspek yang dinilai	Skor Penilaian
1.	Perwajahan	
	1. Narasi dalam LKS tidak terlalu padat	5
	2. Dalam LKS ada bagian kosong yang akan diisi oleh siswa	5
	3. Kalimat yang digunakan dalam LKS tidak terlalu panjang	5
	4. Gambar yang digunakan dalam LKS bermakna	5
	5. Penomoran dalam LKS benar dan konsisten	5
	6. Huruf dalam LKS menarik	5
	7. Huruf dalam LKS tidak membingungkan	5
2.	Ilustrasi	
	8. Dalam LKS ada ilustrasi	5
	9. Ilustrasi dalam LKS menarik	5
	10. Ilustrasi dalam LKS komunikatif	5
3.	Kelengkapan Komponen	
	11. Dalam LKS ada latihan	5
	12. Dalam LKS ada umpan balik	5
	13. Dalam LKS ada penguatan	5
	Skor Total	65
	Presentase Kevalidan	100% (sangat Valid)

Analisis validasi LKS 1 berdasarkan validitas desain LKS dengan aspek perwajahan, ilustrasi, dan kelengkapan komponen. Hasilnya menunjukkan ketiga aspek mendapat penilaian sempurna dengan persentase 100%. Sehingga interpretasi ketiga aspek sangat baik. Sedangkan saran dan komentar yang diberikan oleh validator yaitu: 1) perbaiki keerbacaan huruf dan gambar; dan 2) pada gambar diberikan penamaan dan penomoran.

Tabel 5.2 Hasil Validasi Desain LKS 2

No.	Aspek yang dinilai	Skor Penilaian
1.	Perwajahan	
	14. Narasi dalam LKS tidak terlalu padat	4
	15. Dalam LKS ada bagian kosong yang akan diisi oleh siswa	5
	16. Kalimat yang digunakan dalam LKS tidak terlalu panjang	5
	17. Gambar yang digunakan dalam LKS bermakna	4
	18. Penomoran dalam LKS benar dan konsisten	5
	19. Huruf dalam LKS menarik	4

20. Huruf dalam LKS tidak membingungkan	5
2. Ilustrasi	
21. Dalam LKS ada ilustrasi	4
22. Ilustrasi dalam LKS menarik	4
23. Ilustrasi dalam LKS komunikatif	5
3. Kelengkapan Komponen	
24. Dalam LKS ada latihan	5
25. Dalam LKS ada umpan balik	5
26. Dalam LKS ada penguatan	4
Skor Total	59
Presentase Kevalidan	90,79% (sangat Valid)

Analisis validasi LKS 2 berdasarkan desain LKS dengan aspek sebagai berikut:

a) Perwajahan

Total yang diperoleh dari aspek kesederhanaan adalah 32. Persentasenya $\frac{32}{35} \times 100\% = 91,43\%$. Sehingga aspek perwajahan dengan persentase 91,43% mendapat penilaian **sangat baik**.

b) Ilustrasi

Total yang diperoleh dari aspek ilustrasi adalah 13. Persentasenya $\frac{13}{15} \times 100\% = 86,67\%$. Sehingga aspek ilustrasi dengan persentase 86,67% mendapat penilaian **sangat baik**.

c) Kelengkapan Komponen

Total yang diperoleh dari aspek kesederhanaan adalah 14. Persentasenya $\frac{14}{15} \times 100\% = 93,33\%$. Sehingga kelengkapan komponen dengan persentase 93,33% mendapat penilaian **sangat baik**.

Dari total skor ketiga aspek diperoleh persentase mencapai 90,70%, hal ini interpretasi sangat baik dengan kategori kevalidan adalah sangat valid. Sedangkan saran dan komentar dari validator Desain adalah sudah bagus, perbaiki sesuai saran dan lengkapi sesuai rubrik.

Hasil Validasi Materi

Berdasarkan hasil validasi materi diperoleh skor validitas materi seperti pada Tabel 5.3 untuk validitas materi pada LKS 1 dan Tabel 5.4 untuk validitas materi pada LKS 2.

Tabel 5.3 Hasil Validasi Materi Pada LKS 1

No.	Aspek yang dinilai	Skor Penilaian
Kecermatan Isi		
1	LKS selaras dengan nilai-nilai norma yang ada	5
2	Isi LKS sesuai dengan konsep yang berlaku dalam bidang ilmu	4
Ketepatan Cakupan Isi		

3	Keluasan materi sesuai dengan indikator pencapaian kompetensi	4
4	Kedalaman materi sesuai dengan indikator pencapaian kompetensi	4
5	Keutuhan konsep	4
Ketercernaan Bahan Ajar		
6	LKS dipaparkan secara jelas	4
7	LKS disajikan secara sistematis	4
8	Format isi tertib dan konsisten	4
9	Topik dalam LKS memiliki keterkaitan	4
Penggunaan Bahasa		
10	Ragam bahasa yang digunakan komunikatif	4
11	Penggunaan kata singkat dan lugas	4
12	Penggunaan kalimat efektif	4
Totals		49
Persentase		81,67%
Interpretasi		Valid

Analisis validasi materi LKS 1 berdasarkan materi pada LKS dengan aspek sebagai berikut:

a) Kecermatan Isi

Kecermatan isi yang terdapat pada LKS adalah materi diuraikan sesuai konsep matematika dan sesuai dengan kompetensi yang berlaku. Total yang diperoleh dari aspek kecermatan isi adalah 9. Persentasenya $\frac{9}{10} \times 100\% = 90,00\%$. Sehingga aspek kecermatan isi dengan persentase 90,00% mendapat penilaian **sangat baik**.

b) Ketepatan Cakupan Isi

Keepatan cakupan isi yang terdapat pada LKS adalah Kedalam, keluasan, dan keutuhan materi berdasarkan indikator pencapaian pembelajaran sekolah menengah pertama. Total yang diperoleh dari aspek ketepatan cakupan isi adalah 12. Persentasenya $\frac{12}{15} \times 100\% = 80,00\%$. Sehingga aspek ketepatan cakupan isi dengan persentase 80,00% mendapat penilaian **baik**.

c) Ketercernaan Bahan Ajar

Indikator ketercernaan bahan ajar atau Lembar kerja siswa yang dikembangkan memenuhi kejelasan, sistematis, konsisten, dan topik saling terkait. Total yang diperoleh dari aspek kesederhanaan adalah 14. Persentasenya $\frac{16}{20} \times 100\% = 80,00\%$. Sehingga ketercernaan bahan ajar dengan persentase 80,00% mendapat penilaian **baik**.

Total persentase dari semua aspek adalah 81,67% mendapat interpretasi sangat baik dengan kategori kevalidan, sangat valid. Sedangkan saran dan komentar dari validator materi adalah

- (1) “pahami lebih lanjut LKS itu apa?” Kedalaman pemahaman LKS
- (2) “sebaiknya dalam menemukan konsep, memberikan lebih dari 1 contoh lembar kerja”Penyajian lebih dari satu contoh ketika menemukan konsep

- (3) “pada contoh berikutnya, bisa memasukkan materi yang lebih luas lagi sesuai konsep agar lebih bervariasi (kedalaman materi)”
- (4) “pada setiap aspek saintifiknya seharusnya jelas terlihat hasil kerjanya pada LKS”
- (5) “penulisan diperbaiki”
- (6) “materi sudah sesuai dengan indikator tetapi kurang luas”

Tabel 5.4 Hasil Validasi Materi Pada LKS 2

No.	Aspek yang dinilai	Skor Penilaian
Kecermatan Isi		
1	LKS selaras dengan nilai-nilai norma yang ada	5
2	Isi LKS sesuai dengan konsep yang berlaku dalam bidang ilmu	4
Ketepatan Cakupan Isi		
3	Keluasan materi sesuai dengan indikator pencapaian kompetensi	5
4	Kedalaman materi sesuai dengan indikator pencapaian kompetensi	4
5	Keutuhan konsep	5
Ketercernaan Bahan Ajar		
6	LKS dipaparkan secara jelas	5
7	LKS disajikan secara sistematis	5
8	Format isi tertib dan konsisten	4
9	Topik dalam LKS memiliki keterkaitan	5
Penggunaan Bahasa		
10	Ragam bahasa yang digunakan komunikatif	4
11	Penggunaan kata singkat dan lugas	5
12	Penggunaan kalimat efektif	4
Totals		55
Persentase		91,67%
Interpretasi		Sangat Valid

Analisis validasi materi LKS 2 berdasarkan materi pada LKS dengan aspek sebagai berikut:

a) Kecermatan Isi

Kecermatan isi yang terdapat pada LKS adalah materi diuraikan sesuai konsep matematika dan sesuai dengan kompetensi yang berlaku. Total yang diperoleh dari aspek kecermatan isi adalah 9. Persentasenya $\frac{9}{10} \times 100\% = 90,00\%$. Sehingga aspek kecermatan isi dengan persentase 90,00% mendapat penilaian **sangat baik**.

b) Ketepatan Cakupan Isi

Ketepatan cakupan isi yang terdapat pada LKS adalah Kedalam, keluasan, dan keutuhan materi berdasarkan indikator pencapaian pembelajaran sekolah menengah pertama. Total yang diperoleh dari aspek ketepatan cakupan isi adalah 14.

Persentasenya $\frac{14}{15} \times 100\% = 93,33\%$. Sehingga aspek ketepatan cakupan isi dengan persentase 93,33% mendapat penilaian **sangat baik**.

c) Ketercernaan Bahan Ajar

Indikator ketercernaan bahan ajar atau Lembar kerja siswa yang dikembangkan memenuhi kejelasan, sistematis, konsisten, dan topik saling terkait. Total yang diperoleh dari aspek kesederhanaan adalah 19. Persentasenya $\frac{19}{20} \times 100\% = 95,00\%$.

Sehingga ketercernaan bahan ajar dengan persentase 95,00% mendapat penilaian **sangat baik**.

Total persentase dari semua aspek adalah 91,67% mendapat interpretasi sangat baik dengan kategori kevalidan, sangat valid.

d) Hasil Penilaian Kepraktisan

Kepraktisan penggunaan lembar kerja siswa merupakan kemudahan dalam menggunakan lembar kerja siswa dalam proses belajar mengajar. Sehingga berdasarkan aspek-aspek kepraktisan lembar kerja siswa, penilaian ini diperoleh berdasarkan 2 sampel penelitian yaitu LKS 1 untuk materi kekongruenan dan kesebangunan dan LKS 2 untuk materi bangun ruang sisi lengkung. Penilaian tersebut adalah sebagai berikut:

Tabel 5.5 Hasil Penilaian Kepraktisan LKS 1 dan LKS 2

No	Aspek yang dinilai	Skor	
		LKS 1	LKS 2
1	Siswa mudah menemukan konsep dengan bantuan LKS	143	156
2	Siswa mudah menggunakan LKS	142	146
3	Siswa dapat menguatkan konsep dengan bantuan LKS	143	141
4	Siswa dapat mengintegrasikan berbagai konsep yang telah ditemukan dengan menggunakan LKS	127	144
5	Siswa dapat menerapkan berbagai konsep yang telah ditemukan dengan menggunakan LKS	133	147
Jumlah		688	734
Total maksimal		800	900
Persentase		86,00%	81,56%

Berdasarkan tabel 5.5 diperoleh persentase untuk LKS 1 dan LKS 2 masing-masing 86,00% dan 81,56%. Interpretasi yang dapat diperoleh berdasarkan persentase tersebut adalah kepraktisan kedua LKS **baik**.

Level Geometri Van Hiele

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh level geometri siswa berdasarkan teori Van Hiele seperti pada Tabel 5.6 untuk eksperimen 1 dan Tabel 5.7 untuk eksperimen 2.

Tabel 5.6 Level Geometri Siswa Sebelum dan Sesudah Menggunakan LKS 1

Level geometri	Sebelum menggunakan LKS	Sesudah menggunakan LKS
Level 0	12 siswa	3 siswa

Level 1	10 siswa	10 siswa
Level 2	11 siswa	20 siswa

Tabel 5.7 Level Geometri Siswa Sebelum dan Sesudah Menggunakan LKS 2

Level geometri	Sebelum menggunakan LKS	Sesudah menggunakan LKS
Level 0	28 siswa	15 siswa
Level 1	6 siswa	12 siswa
Level 2	0 siswa	7 siswa

Berdasarkan analisis menggunakan uji wilcoxon, pada LKS 1 diperoleh hasil seperti pada Tabel 5.8 dan Tabel 5.9.

Tabel 5.8 Ranks Dari LKS 1

	N	Mean Ranks	Sum of Ranks
test-pretest Negative Ranks	5 ^a	15.70	78.50
Positive Ranks	21 ^b	12.98	272.50
Ties	7 ^c		
Total	33		

a) Posttest < pretest

b) posttest > pretest

c) posttest = pretest

Tabel 5.9 Test Statistics^b dari LKS 1

posttest - pretest	
Z	-2.612 ^a
Asymp. Sig. (2-tailed)	.009

a) Based on negative ranks

b) Wilcoxon Signed Ranks Test

Pada Tabel 5.8 diperoleh jumlah rank negatif 78,5 dan jumlah rank positif 272,5. Selanjutnya pada Tabel 5.9 diperoleh *p-value* = 0,009 < 0,05 sehingga H_0 ditolak. Dengan demikian penggunaan LKS geometri pada pembelajaran mempengaruhi level geometri siswa.

Berdasarkan analisis menggunakan uji wilcoxon, pada LKS 2 diperoleh hasil seperti pada Tabel 5.10 dan Tabel 5.11.

Tabel 5.10. Ranks dari LKS 2

	N	Mean Rank	Sum of Ranks
posttest - pretest Negative Ranks	3 ^a	7.50	22.50
Positive Ranks	17 ^b	11.03	187.50
Ties	14 ^c		

Total 34

Tabel 5.11 Test Statistics ^b	
posttest - pretest	
Z	-3.220a
Asymp. Sig. (2-tailed)	.001

- a) Based on negative ranks.
 b) Wilcoxon Signed Ranks Test

Pada Tabel 5.10 diperoleh jumlah rank negatif 22,5 dan jumlah rank positif 187,5. Selanjutnya pada Tabel 5.11 diperoleh $p\text{-value} = 0,001 < 0,05$ sehingga H_0 ditolak. Dengan demikian penggunaan LKS geometri pada pembelajaran mempengaruhi level geometri siswa.

Hasil Belajar

Berdasarkan tes hasil belajar siswa setelah pembelajaran matematika menggunakan LKS berdasarkan teori Van Hiele dengan materi kekongruenan dan kesebangunan diperoleh data seperti pada Tabel 5.12

Tabel 5.12. Ketuntasan Belajar Siswa dengan LKS 1

Keterangan	Jumlah Siswa
Tuntas	26
Tidak Tuntas	7

Uji normalitas menggunakan uji kolmogorov-smirnov dan shapiro-wilk dapat dilihat pada Tabel 5.13

Tabel 5.13. Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	Df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Hasil belajar	.446	33	.000	.669	33	.000

- a) Lilliefors Significance Correction

Berdasarkan tabel 5.13 diperoleh $p\text{-value}$ baik untuk uji kolmogorov-smirnov maupun uji shapiro-wilks adalah 0,000. Dengan demikian H_0 ditolak, sehingga data hasil belajar tidak berdistribusi normal.

Dikarenakan data hasil belajar tidak berdistribusi normal, maka uji yang dapat digunakan untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan yang signifikan untuk hasil belajar siswa yang tuntas dan tidak tuntas adalah uji chi-square 1 sample. Hasil analisis data menggunakan uji chi-square 1 sample dapat dilihat pada Tabel 5.14.

Tabel 5.14 Test Statistics

Keterangan	
Chi-Square	13.364 ^a
Df	1
Asymp. Sig.	.000

- a) 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 16,5.

Pada Tabel 5.14, diperoleh $p\text{-value} = 0,000$ sehingga H_0 ditolak. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa secara signifikan terdapat perbedaan proporsi antara siswa yang tuntas dan siswa yang tidak tuntas. Dalam hal ini dapat dikatakan bahwa penggunaan LKS geometri efektif untuk menunjang hasil belajar siswa.

Berdasarkan tes hasil belajar dengan materi bangun ruang sisi lengkung diperoleh data seperti pada Tabel 5.15.

Tabel 5.15. Ketuntasan Belajar Siswa dengan LKS 2

Keterangan	Jumlah Siswa
Tuntas	29
Tidak Tuntas	5

Uji normalitas menggunakan uji kolmogorov-smirnov dan shapiro-wilk dapat dilihat pada Tabel 5.16.

Tabel 5.16. Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	Df	Sig.	Statistic	Df	Sig.
Hasil belajar	.150	34	.050	.912	34	.010

a) Lilliefors Significance Correction

Berdasarkan tabel 5.16 diperoleh $p\text{-value}$ baik untuk uji kolmogorov-smirnov adalah 0,05 dan uji shapiro-wilks adalah 0,01. Dengan demikian H_0 ditolak, sehingga data hasil belajar tidak berdistribusi normal.

Dikarenakan data hasil belajar tidak berdistribusi normal, maka uji yang dapat digunakan untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan yang signifikan untuk hasil belajar siswa yang tuntas dan tidak tuntas adalah uji chi-square 1 sample. Hasil analisis data menggunakan uji chi-square 1 sample dapat dilihat pada Tabel 5.17.

Tabel 5.17. Test Statistics

keterangan	
Chi-Square	16.941 ^a
Df	1
Asymp. Sig.	.000

a) 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 16,5.

Pada Tabel 5.17, diperoleh $p\text{-value} = 0,000$ sehingga H_0 ditolak. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa secara signifikan terdapat perbedaan proporsi antara siswa yang tuntas dan siswa yang tidak tuntas. Dalam hal ini dapat dikatakan bahwa penggunaan LKS geometri efektif untuk menunjang hasil belajar siswa.

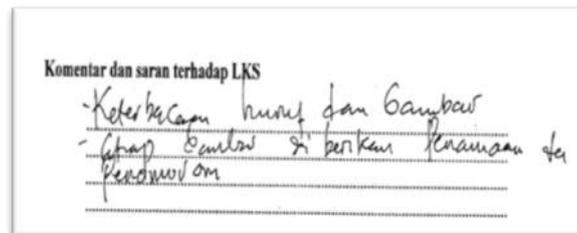
Luaran Yang Dicapai

Lembar kerja siswa yang disusun berdasarkan teori Van Hiele terdiri dari pemenggalan kompetensi-kompetensi yang disesuaikan dengan level berpikir Van Hiele. Setelah dilakukan kajian terhadap sumber-sumber Van Hiele diperoleh siswa sekolah menengah pertama seharusnya sudah mencapai level berpikir geometri level 2. Tetapi tidak dengan fakta yang diperoleh dari uji tingkat berpikir geometri siswa sekolah menengah pertama bahwa level

berpikir geometri siswa rata-rata terdapat pada level 0 dan level 1, dan sedikit sekali yang mencapai level 2. Hal ini dapat dilihat pada tabel 5.6 dan tabel 5.7 yang menunjukkan level berikspir geometri dari kelas eksperimen. Sehingga untuk memfasilitasi siswa meningkatkan tahap berpikirnya, lembar kerja siswa ini disusun bertahap dengan melibatkan level 0 dan level 1. Pertama Level atau tingkat berpikir Van Hiele Level 0 atau tahap visualisasi. Pada lembar kerja siswa ini level 0 diwujudkan pada penggunaan gambar-gambar diawal pembelajaran. Dalam rangka visualisasi bangun yang akan dipelajari pada kompetensi yang dimaksud pada pembelajaran tertentu. Kedua, level 1 atau analisis, level analisis dilakukan melalui tahap pengamatan, dan aktivitas eksperimen untuk menganalisis sifat atau property dan konsep yang terlibat pada suatu kompetensi. Misalkan pada materi kekongruenan dan kesebangunan, siswa mengamati gambar-gambar, bangun datar, atau bangun ruang yang disebut kongruen dan sebangun. Guru menuntun siswa memperhatikan dari ukuran bangun tersebut dan sudut-sudut yang terlibat. Sehingga kesimpulan yang diperoleh adalah kekongruenan dan kesebangunan dapat dianalisis melalui sisi bangun datar (ruang) dan sudut yang dibentuk. Ketiga tahapnya adalah level 2 atau abstrak, pada lembar kerja ini, siswa diberi ruang untuk menyimpulkan sendiri dengan kata-kata sendiri dan mengaplikasikan dengan konsep yang telah diperoleh ke masalah-masalah sederhana dengan metode penyelesaian yang diciptakan sendiri.

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh kevalidan lembar kerja siswa berdasarkan desain dan materi interpretasi sangat baik. Sehingga kedua Lembar kerja ini masuk pada kategori valid. Komentar dan saran yang telah diberikan validator baik dari desain ataupun materi telah direvisi sebelum diuji kepraktisan dan diimplikasikan ke kelas yang sesungguhnya.

Berikut ini komentar dan saran yang diberikan oleh validator desain.



Gambar 5.1. *Kometar Dan Saran Validator Desain*
Sedangkan hasil revisi yang telah dilakukan adalah



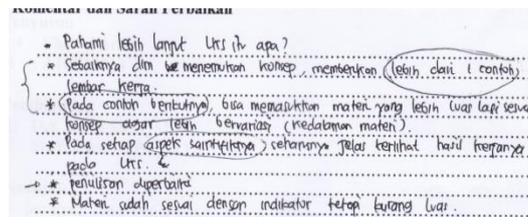
Gambar 5.2 *Lemba Kerja Siswa Sebelum Direvisi Desain*



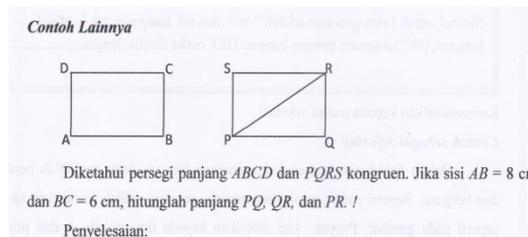
Gambar 5.3. Lembr Kerja Siswa Setelah Direvisi Desain

Perhatikan gambar 5.2 dan gambar 5.3, setelah direvisi gambar telah diberi nomor urut dan nama gambar tersebut. Hal ini bertujuan agar gambar memiliki identitas dan tujuan pada lembar kerja ini.

Berikut ini komentar dan saran oleh validator materi



Gambar 5.4. Kometar Dan Saran Validator Materi



Gambar 5.5. Lembr Kerja Setelah Direvisi

Setelah direvisi lembar kerja siswa diberi tambahan contoh oleh peneliti. Sehingga terdapat lebih dari satu contoh dari setiap bagian lembar kerja. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh hasil respon siswa dan guru memperoleh interpretasi baik. Sehingga berdasarkan respon guru dan siswa Lembar kerja siswa ini merupakan lembar kerja siswa yang terkategori praktis. Artinya, member kemudahan bagi siswa menggunakan LKS ini dalam proses pembelajaran geometri.

Berdasarkan informasi bahwa penggunaan LKS geometri dalam pembelajaran pada materi kekongruenan dan kesebangunan dan bangun ruang sisi lengkung dapat meningkatkan level geometri siswa dan hasil belajar siswa. Level geometri siswa meningkat dan terjadi bergeseran level berpikir geometri. Beberapa siswa sebelum menggunakan lembar kerja berada pada level 0 dan level 1, setelah menggunakan lembar kerja ini diantaranya bergeser ke level 1 atau sampai pada level 2. Tetapi masih terdapat siswa yang berada pada level 0. Hal ini menjadi perbaikan kembali pada proses pembelajaran selanjutnya, untuk meningkatkan kualitas proses pembelajaran. Sedangkan hasil belajar siswa sudah mencapai rata-rata dan persentase belajar yang diharapkan.

KESIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini adalah

- a. Hasil analisis kevalidan lembar kerja siswa geometri berdasarkan validitas desain dan validitas materi, lembar kerja geometri siswa dikatakan valid dengan kategori sangat baik.
- b. Hasil analisis kepraktisan lembar kerja siswa geometri dikatakan praktis dengan kategori baik.
- c. Sedangkan Hasil analisis keefektifan lembar kerja siswa geometri berdasarkan tingkat berpikir kemampuan geometri, hasil belajar geometri, respon siswa, dan respon guru, maka lembar kerja geometri siswa dikatakan efektif dengan kategori baik.

REFERENSI

- Crowley, Mary L. (1987). *The Van Hiele Model of the Development of Geometric Thought*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1987.
- Cuoco & Goldenberg. (1996). *Habits of Mind: An Organizing Principle for Mathematics Curricula*. Journal of Mathematics Behavior. Boston: d" Education Department Center, Inc.
- D'Augustine & Smith. 1992. *Teaching Elementary School*. New York: Happer Collin.
- Depdiknas. (2003). *Undang-Undang RI Nomor 20, Tahun 2003 pasal 40 ayat 2, tentang Sistem Pendidikan Nasional*. Djamarah & Zain. 2008
- Groth, Randall E. (2013). *Teaching Mathematics in Grade 6-12 developing Research-Based Instructional Practices*. New Delhi: Sage Publications, Inc.
- Ontario. (2007). *The ontario curriculum grades 11 an 12*. Ministry of Education.
- Pee Yee, Lee. (2008). *Teaching Secondary School Mathematics*. Singapore: McGraw-Hill Education.
- Tjalla, Awaluddin. (2011). *Potret Mutu Pendidikan Indonesia ditinjau dari hasil-hasil studi Internasional*. Jakarta: Universitas Negeri Jakarta.
- Usiskin, Zalma. (1982). *Van Hiele level and Achievement In Secondary School Geometry*. Chicago: The University of Chicago.

ANALISIS KEMAMPUAN LITERASI MATEMATIKA DAN PENGARUHNYA TERHADAP PENCAPAIAN MATEMATIKA MAHASISWA

Desi Rahmatina

FKIP Universitas Maritim Raja Ali Haji
desirahmatina@umrah.ac.id

ABSTRACT

The purpose of this study was to test the mathematics literacy skills of students and their effect to mathematics achievement. Mathematics literacy skills measured by a test Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) tasks, whereas mathematics achievement measured by the Final Exam. Sample of the study are students of chemical education class the first semester 2016/2017 as many as 20 students. The methods of the study was descriptive and inferential analysis. Descriptive analysis is used to provide an overview of the literacy skills of students and inferential analysis was used to test the effect of mathematics literacy skills to mathematics achievement of the students. The analysis data using simple regression with the hypothesis of the study was there are effect significant literacy skill to mathematics achievement. The results of the study showed that the mathematics literacy skills of students is low (45% of the students are able to complete the questions correctly). The hypothesis test shown that there are effect significantly between mathematics literacy skill toward mathematics achievement ($\text{sig} = 0,034 < 0,05$).

Keywords: *literacy mathematics, mathematics achievement, simple regression.*

PENDAHULUAN

Matematika sebagai pelayan sekaligus sebagai ratu ilmu, matematika sebagai ratu ilmu karena matematika merupakan ilmu yang mandiri, dapat tumbuh dan berkembang tanpa bantuan ilmu lain.

Hasil kajian penilaian tentang pencapaian matematika telah dikaji dalam beberapa survei internasional seperti PISA (*The Programme for International Student Assessment*) dan TIMSS (*Trend in International Mathematics and Science Study*). Banyak negara ikut berpartisipasi dalam survei ini termasuk Indonesia, dari hasil survei tersebut dapat diketahui pencapaian matematika masing masing negara sehingga menjadi masukan untuk mengambil kebijakan dan memonitor sistem pendidikan suatu negara. Pencapaian matematika dapat diartikan sebagai hasil dari proses pembelajaran, dalam pencapaian matematika tersebut dapat dipengaruhi oleh beberapa faktor diantaranya faktor internal seperti kepercayaan diri terhadap matematika, motivasi belajar dan perhatian terhadap matematika serta dipengaruhi juga oleh faktor eksternal seperti kompetensi guru, kelengkapan sarana prasarana dan perhatian orang tua.

Literasi matematika merupakan kemampuan seseorang menjelaskan untuk mengaitkan konsep matematika dalam merumuskan matematika untuk mendukung terbentuknya penalaran matematis. *Mathematical literacy is still seen as the understanding of mathematics that is central to a young person's preparedness to successfully manage life in modern society, from simple everyday activities to preparing for professional employment.* (Drijvers, 2015).

Kemampuan literasi matematika sangat diperlukan oleh siswa dan juga mahasiswa, pembelajaran matematika di perguruan tinggi sangat abstrak sehingga menuntut mahasiswa mempunyai penalaran tinggi, untuk itu diperlukan pemberian soal tes untuk mengukur kemampuan literasi mahasiswa. Berdasarkan hal tersebut, maka perlu kajian tentang hubungan antara kemampuan literasi mahasiswa dan hubungannya dengan kemampuan pencapaian akademiknya. Tujuan kajian ini adalah untuk menganalisis kemampuan literasi matematika mahasiswa dan pengaruhnya terhadap pencapaian matematika. Adapun hipotesis dalam kajian ini adalah terdapat pengaruh yang signifikan kemampuan literasi mahasiswa terhadap hasil belajar matematika.

KAJIAN LITERATUR

Banyak penelitian sebelumnya telah dilakukan mengenai literasi matematika, seperti yang dibuat oleh Levenberg (2015) dan Genlott & Grunlund, Ake (2016), mereka mengkaji tentang peningkatan kemampuan literasi matematika melalui penggunaan media pembelajaran sehingga dapat meningkatkan kemampuan literasi siswa. Menurut Committee (2008) mendefinisikan bahwa "*Mathematical literacy is the inclination to see math as accessible, sensible, useful and worthwhile to meet a person's life needs. It should be demonstrated by communicating, reasoning, analyzing, and formulating and solving problems. The guiding principles of mathematical literacy are: 1) Coherent, integrated and functional understanding of concepts, operations and relations, 2) The ability to carry out procedures flexibly, accurately, efficiently and appropriately, 3) The capacity for logical thought, reflection, explanation and justification, 4) The ability to use mathematics to meet a person's life needs 5) To see mathematics as an integral part of a global society.*" (Literasi matematika adalah kecenderungan untuk melihat matematika sebagai sesuatu yang mudah diakses, masuk akal, berguna dan bermanfaat dalam kehidupan. Ini harus ditunjukkan dengan mengkomunikasikan, penalaran, menganalisis, dan memformulasikan serta memecahkan masalah. Pedoman prinsip literasi matematika adalah: 1) Terintegrasi dan memahami konsep, operasi dan hubungan, 2) Kemampuan untuk melaksanakan prosedur secara fleksibel, akurat, efisien dan tepat, 3) Kapasitas untuk berpikir secara logis, refleksi, menjelaskan dan menjustifikasi, 4) Kemampuan untuk menggunakan matematika dalam kehidupan 5) Melihat matematika sebagai bagian terintegrasi dalam masyarakat global. Sedangkan PISA mendefinisikan literasi matematika sebagai berikut: *Mathematical literacy is defined as follows: Mathematical literacy is an individual's capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts. It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena. It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective citizens.* (OECD, 2013)

METODE PENELITIAN

Subjek dalam kajian ini adalah mahasiswa pada program studi pendidikan kimia semester I kelas A Tahun Ajaran 2016/2017 sebanyak 20 orang mahasiswa yang mengambil mata kuliah Matematika Umum. Untuk menguji kemampuan literasi matematika mahasiswa diberikan soal bertipe TIMSS, walaupun soal tersebut ditujukan untuk siswa kelas VIII, namun dalam hal ini, peneliti ingin menguji apakah soal tersebut mampu dijawab dengan benar oleh mahasiswa. Soal yang diberikan sebanyak 3 soal essay. Data diolah dengan menggunakan software SPSS. Analisis data menggunakan statistika deskriptif untuk memberikan gambaran tentang kemampuan literasi mahasiswa dan juga menggunakan analisis inferensial untuk menguji hipotesis adanya pengaruh yang signifikan kemampuan literasi dengan pencapaian nilai matematika mahasiswa dengan menggunakan analisis regresi sederhana dengan variabel

dependen pencapaian matematika sedangkan variabel independen diukur dari kemampuan literasi mahasiswa. Pencapaian matematika diperoleh dari nilai Ujian Akhir Semester (UAS) semester Ganjil 2016/2017.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Analisis Deskriptif

Analisis deskriptif digunakan untuk dapat memberikan gambaran terhadap kemampuan literasi mahasiswa berdasarkan soal yang diberikan. Persentase mahasiswa berdasarkan jenis kelamin(gender), jalur masuk Perguruan Tinggi dan Jurusan SMA ditampilkan dalam tabel 1.

Tabel 1.

Persentase mahasiswa berdasarkan gender, jalur masuk PT dan jurusan SMA

		Persentase (%)
Gender	Laki Laki	15
	Wanita	85
Jalur Masuk PT	SNMPTN	30
	SBMPTN	50
	UMB-PT	20
Jurusan SMA	IPA	90
	IPS	5
	Perhotelan	5

Berdasarkan tabel 1, mahasiswa jalur masuk SBMPTN mempunyai persentase paling tinggi (50%), dan latar belakang jurusan SMA IPA (90%) dan ternyata mahasiswa juga ada dari jurusan IPS dan Perhotelan (SMK), maka dari itu, dalam kajian ini diambil soal untuk menguji kemampuan literasi mahasiswa diberikan soal matematika dasar mengenai konsep bilangan, soal tersebut seharusnya diberikan untuk siswa SMP(soal standar TIMSS) namun peneliti ingin menguji bagaimana kemampuan mahasiswa menyelesaikan soal tersebut dari segi penalaran atau pemaparan jawaban sesuai dengan usia mahasiswa yang berada pada tahap pola pikir deduktif, tentu tidak sama cara penjelasannya dengan siswa SMP yang masih memerlukan pola pikir induktif, walaupun pokok bahasan bilangan dipelajari di bangku SMP dan juga perguruan tinggi. Penguasaan terhadap bilangan sangat penting karena sebagai dasar untuk menguasai materi matematika selanjutnya. Materi bilangan sudah dipelajari dari bangku SD sampai perguruan tinggi, walaupun Kompetensi dasar berbeda dan semakin tinggi tingkat pendidikan maka Kompetensi dasar tentang konsep bilanganpun akan semakin kompleks dan capaian pembelajarannyapun seharusnya semakin abstrak. Pertanyaan/soal yang diberikan kepada mahasiswa menguji kemampuan dasar literasi matematis mahasiswa sebagai berikut.

Soal 1.

Terdapat sejumlah bangku yang ditumpuk.



Tinggi satu buah bangku adalah 49 cm. Ketika 2 buah bangku ditumpuk, tingginya menjadi 55 cm. Berapakah tinggi dari 6 buah

Berdasarkan soal 1 tersebut, mahasiswa yang kemampuan kognitifnya sudah berada pada tahap operasi formal dan mampu berpikir secara logis tanpa diperlukan adanya gambar bangku sebagai bentuk visualisasi soal tersebut, akan tetapi ternyata kemampuan berpikir mahasiswa belum mampu menggunakan penalaran matematis, walaupun tinggi bangku bisa dilihat secara konkrit, hanya 45% yang menjawab benar dan 55 % menjawab tidak benar, hal ini menunjukkan bahwa lebih separoh mahasiswa tidak bisa menjawab soal tersebut dengan benar.

Soal 1 tersebut tentang aplikasi konsep bilangan serta operasi bilangan, jika dilihat pola jawaban seluruh mahasiswa, kecenderungan mahasiswa menjawab dengan logika yang keliru karena estimasi tumpukan kursi tersebut secara logis tidak mungkin mencapai 100 cm, karena

1) Diket: $T_{\text{bangku}} = 49 \text{ cm}$
 $T_2 = 55 \text{ cm}$
 tanyo: $T_6 = ?$
 jawab:
 tinggi 1 bangku: 49 cm
 2 bangku ditumpuk: 55 cm
 jadi, berat 1 bangku yang ditumpuk tsb $55 - 49 = 6 \text{ cm}$.
 Untuk tinggi dari 6 buah bangku yang ditumpuk adalah:
 $55 \times 6 = 330 \text{ cm}$.
 jadi, tinggi dari 6 buah bangku yang ditumpuk $\underline{330 \text{ cm}}$

01. Dik: Tinggi 1 bangku 49 cm .
 2 bangku 55 cm .
 Dit: Tinggi 6 bangku?
 Jawab: Bangku 1 49 cm
 Bangku 2 55 cm selisih 2 cm
 $x_1 = 2$ $y_1 = 6$ jika $x = \text{jumlah bangku}$
 $x_2 = 6$ $y_2 = ?$ $y = \text{tinggi antar bangku}$
 $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{6}{x}$
 $2x = 36$
 $x = 18$
 jadi tinggi bangku ke 2 ke bangku ke 6 adalah 18 cm .
 Dari bangku pertama ke bangku ke enam:
 $49 + 18 = 67 \text{ cm}$.

Gambar 1. Jawaban-jawaban keliru pada pertanyaan 1.

disebutkan di soal bahwa tinggi satu bangku 49 cm , sehingga disimpulkan bahwa mahasiswa belum mempunyai kemampuan berpikir logis, jawaban keliru kedua di atas menunjukkan bahwa mahasiswa menggunakan perbandingan bilangan senilai dan berbalik, namun konsep perbandingan senilai yang digunakan kurang sesuai dengan maksud soal, hal ini disimpulkan bahwa mahasiswa juga keliru dalam memahami konsep perbandingan senilai. Gambar 2 menunjukkan jawaban benar dalam menjawab soal 1.

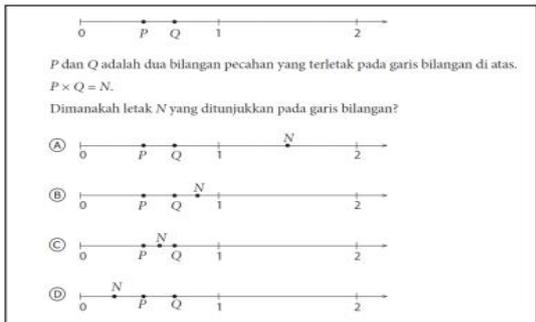
Gambar 2. Jawaban

1. Di rumah joni, terdapat sejumlah bangku yang ditumpuk.
 Tinggi satu buah bangku 49 cm
 ketika 2 buah bangku ditumpuk, tingginya menjadi 55 cm
 Berapakah tinggi dari 6 buah bangku yang ditumpuk.
 penyelesaian:
 Dik: $U_1 = 49$
 $U_2 = 55 \text{ cm}$
 beda: 6
 maka: $U_1 = 49$ $U_2 = 55$ $U_3 = 61$ $U_4 = 67$ $U_5 = 73$ $U_6 = 79$
 atau $U_n = U_1 + a(n-1)$
 $U_6 = 49 + 6(6-1)$
 $= 49 + 6(5)$
 $U_6 = 49 + 30$
 $U_6 = 79$
 rumus $U_n = U_1 + a(n-1)$
 $U_6 = 49 + 6(6-1)$
 $= 49 + 30$
 $U_6 = 79$
 jadi U_6 adalah 79

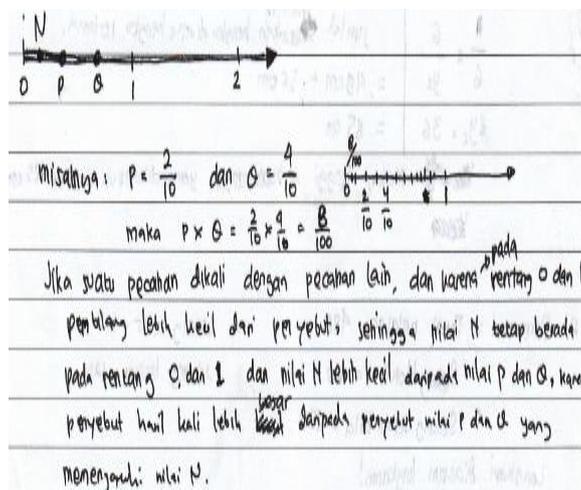
benar pada soal 1

Dari jawaban benar diatas, mahasiswa sudah dapat menggunakan logika matematikanya bahwa setiap penambahan bangku 1 akan menambah tinggi 6 cm , sehingga tinggi dari bangku kedua sampai bangku lima bangku adalah 30 cm dan ditambah tinggi awal bangku 49 cm sehingga tinggi 6 bangku yang ditumpuk adalah 79 cm , disamping itu mahasiswa tersebut juga mempunyai kemampuan literasi dengan mengaitkan konsep deret aritmatika untuk menyelesaikan soal tersebut, juga dapat menentukan rumus deret aritmatika sehingga dengan mudah menyelesaikan pertanyaan tersebut.

Soal 2.



Berdasarkan soal2 tersebut, terdapat 50% mahasiswa yang menjawab benar dan 50% yang menjawab tidak benar, hal ini menunjukkan bahwa kemampuan berpikir logis mahasiswa hanya terpenuhi 50% untuk menjawab soal tersebut. Soal 2 membahas operasi perkalian pecahan untuk menguji kemampuan kognitif, kemampuan penalaran dalam menyelesaikan pecahan yang abstrak dengan memberikan rentangan dua titik pada sebuah garis bilangan kurang dari 1, mahasiswa diminta menalar posisi titik yang benar dari hasil perkalian kedua pecahan tersebut.



Gambar 3. Jawaban benar pada soal 2

Berdasarkan gambar 3, mahasiswa sudah sudah mempunyai kemampuan literasi dalam mengungkapkan alasan posisi titik N berada disebelah kiri P, namun mahasiswa tersebut masih menggunakan pendekatan induktif dengan memberikan contoh sehingga akhirnya mengambil kesimpulan. Namun jika dilihat dari jawaban keliru dalam menjawab soal 2 seperti tampak pada gambar 4 menunjukkan bahwa mahasiswa belum mampu menggunakan kemampuan kognitif perkalian bilangan pecahan dan belum bisa membedakan posisi bilangan pada garis bilangan, sebagai contoh posisi bilangan $\frac{1}{2}$ dan bilangan $\frac{1}{7}$, mahasiswa tersebut menganggap nilai $\frac{1}{7}$ lebih besar dari nilai $\frac{1}{2}$ sehingga posisi $\frac{1}{7}$ diletakkan disebelah kanan nilai $\frac{1}{2}$, kemungkinan anggapannya sama antara 7 dengan $\frac{1}{7}$ dan menganggap 2 sama dengan $\frac{1}{2}$ sehingga disimpulkannya $\frac{1}{7}$ lebih besar dari $\frac{1}{2}$ serta memandang soal tersebut merupakan penjumlahan ruas garis sehingga mahasiswa menambahkan garis PQ pada sebelah kanan Q sehingga diperoleh titik N seperti ditunjukkan pada opsi jawaban B. Kesalahan yang dibuat mahasiswa tersebut dikarenakan mahasiswa tidak terbiasa menerima berbagai soal tentang perkalian pecahan yang mampu mengungkapkan kemampuan penalaran peserta didik. Newman (1983) menyatakan bahwa

dalam menyelesaikan masalah matematika, peserta didik harus melakukan 5 langkah yaitu *Reading, Comprehension, Transformation, Process Skills and Encoding*. Namun, dalam hal ini belum tampak langkah penyelesaian masalah matematika dapat diselesaikan mahasiswa berdasarkan Newman tersebut.

Soal 3.

Budi dan saudaranya Akbar menerima uang yang jumlahnya sama.

Budi membelanjakan $\frac{1}{3}$ uangnya untuk membeli buku. Ia menggunakan $\frac{3}{5}$ sisa uangnya untuk membeli sepasang sepatu baru.

Akbar menggunakan $\frac{3}{5}$ uangnya untuk membeli sepasang sepatu baru juga.

Siapa yang membelanjakan lebih banyak uang untuk membeli sepatu?

(Berilah tanda centang (✓) pada salah satu kotak.)

Budi membelanjakan lebih banyak uang untuk membeli sepatu.

Akbar membelanjakan lebih banyak uang untuk membeli sepatu.

Keduanya membelanjakan uang sama banyak untuk membeli sepatu.

Jelaskan jawabanmu.

Berdasarkan soal 3 tersebut, hanya 40% mahasiswa yang menjawab benar dan 60% yang menjawab tidak benar, hal ini menunjukkan bahwa lebih separoh mahasiswa yang tidak mampu menjawab soal tersebut dengan benar.

sol: Misalkan jumlah uang Rp 300.000.

Budi membeli buku dengan $\frac{1}{3}$ dari 300.000 = 100.000.

Sisa uang Budi 200.000 dibelanjakan $\frac{3}{5}$ untuk sepatu.

$$\frac{3}{5} \times 200.000 = 120.000.$$

Akbar membelanjakan $\frac{3}{5}$ dari 300.000 untuk sepatu.

$$\frac{3}{5} \times 300.000 = 180.000.$$

Jadi Akbar membelanjakan uangnya lebih banyak (kotak) untuk membeli sepatu dari pada Budi.

Gambar 5. Jawaban benar pada soal 3 Sama halnya pada jawaban benar pada soal 2, mahasiswa sudah mampu membaca soal untuk mengungkapkan dalam bentuk narasi, namun mahasiswa tersebut masih menggunakan pendekatan induktif dengan memberikan contoh jumlah uang tertentu dimiliki oleh Budi dan Akbar sehingga akhirnya mahasiswa tersebut menggunakan konsep perkalian untuk menentukan siapa yang paling banyak menghabiskan uang untuk membeli sepatu. Dari seluruh jawaban mahasiswa dalam menjawab soal tersebut tidak satupun yang menggunakan pendekatan deduktif atau menggunakan konsep umum atau dimulai dari pengetahuan tentang rumus umum yang digunakan untuk menjawab soal sehingga akhirnya didapat jawaban yang benar. Adapun jawaban mahasiswa yang keliru dalam menjawab soal 3 tersebut sebagai berikut:

Dari jawaban-

9) Budi membelanjakan buku $\frac{1}{3}$ sisanya untuk sepasang sepatu $\frac{3}{5}$.
 Akbar membelanjakan $\frac{3}{5}$ membeli sepatu.

Jawab: Budi membelanjakan lebih banyak uang untuk membeli sepatu.
 karena \rightarrow Budi sudah membeli buku $\frac{1}{3}$ dan sisa uangnya digunakan untuk membeli sepatu $\frac{3}{5}$ sedangkan Akbar hanya membeli sepatu dan uang $\frac{3}{5}$.

Budi = $\frac{1}{3} + \frac{3}{5}$ Akbar = $\frac{3}{5}$

Budi dan Akbar (=) memiliki uang.
 Budi $\frac{1}{3}$ beli buku. $\frac{3}{5}$ sisa membeli sepatu baru.
 Akbar $\frac{3}{5}$ sepatu baru.

Dit:
 Siapa yang lebih banyak yg memakai uang untuk membeli sepatu?

Keduanya membelanjakan uang sama banyak untuk membeli sepatu.

Karena: \downarrow
 Budi dan Akbar sama-sama mengeluarkan uang sebanyak $\frac{3}{5}$ untuk membeli sepatu yang baru.

j

ban keliru pada soal 3 diatas menunjukkan bahwa kemampuan logika matematis atau keahlian mahasiswa dalam membaca soal literasi matematis rendah sehingga kemampuan menggunakan alasan matematis dalam menyelesaikan soal tidak sesuai dengan yang diharapkan, jawaban pertama dengan menjumlahkan uang yang dibelanjakan Budi semuanya sehingga dijumlahkan $\frac{1}{3}$ dengan $\frac{3}{5}$, sedangkan jawaban kedua, mahasiswa beranggapan Budi membelanjakan $\frac{3}{5}$ untuk membeli sepatu begitu juga dengan Akbar, sehingga jawabannya Budi dan Akbar sama banyak mengeluarkan uang untuk membeli sepatu, hal ini disebabkan juga karena mahasiswa tidak terbiasa menggunakan logika matematika dalam kehidupan sehari hari.

w

Menurut teori Piaget bahwa perkembangan kemampuan intelektual manusia terjadi karena beberapa faktor yang mempengaruhinya, diantaranya: 1) kematangan, yaitu pertumbuhan otak dan sistem syaraf karena bertambahnya usia, 2) pengalaman, terdiri dari pengalaman fisik dan pengalaman logika matematika, 3) Transmisi sosial, yaitu interaksi dan kerja sama antara satu dengan lainnya dan 4) penyeimbangan. (Kusrini, 2015). Berdasarkan teori Piaget tersebut, mahasiswa yang sudah mengalami pertumbuhan otak dan sistem syaraf karena bertambahnya usia dari usia sekolah ke usia sebagai mahasiswa, namun faktor tersebut tidak dapat berdiri sendiri, karena ada faktor penting lainnya yang mempengaruhi perkembangan intelektual mahasiswa, yaitu pengalaman logika matematika, hal ini berarti walaupun pertumbuhan otak bertambah seiring bertambahnya usia, namun jika tidak diiringi dengan pengalaman logika matematika maka kemampuan literasi matematika mahasiswa tidak tumbuh dengan baik.

2. Analisis Inferensial

Analisis inferensial digunakan untuk menguji hipotesis pengaruh yang signifikan kemampuan literasi matematika terhadap pencapaian matematika mahasiswa. Analisis regresi linear sederhana digunakan dengan variabel independen kemampuan literasi mahasiswa dan variabel dependen pencapaian matematika (UAS) mata kuliah Matematika Umum. Hipotesis dalam kajian ini adalah

H_0 : Tidak terdapat pengaruh signifikan antara kemampuan literasi dengan pencapaian matematika mahasiswa

H_a : Terdapat pengaruh signifikan antara kemampuan literasi dengan pencapaian matematika mahasiswa.

H_0 ditolak jika nilai $-t_{tabel} < t < t_{tabel}$. Atau nilai sig (2 tailed) $< 0,05$.

Sebelum melakukan uji hipotesis perlu dilakukan uji normalitas terhadap residual sebagai syarat dilakukannya uji parametrik pada regresi sederhana.

Uji normalitas digunakan untuk menguji apakah residual berdistribusi secara normal atau tidak, uji ini dilakukan sebelum dilakukan uji hipotesis. Salah satu cara menguji uji normalitas adalah dengan menggunakan uji kolmogorov smirnov. Jika nilai sig(2 tailed) lebih besar dari taraf signifikan 0,05 maka disimpulkan residual berdistribusi secara normal, dan uji hipotesis selanjutnya bisa dilakukan. Dari tabel 2 menunjukkan bahwa nilai sig (2 tailed) = 0,550 > 0,05, dengan nilai Kolmogorov Smirnov = 0,797 sehingga disimpulkan bahwa residual berdistribusi normal. Langkah analisis selanjutnya adalah menguji hipotesis dengan menggunakan analisis regresi sederhana.

Tabel 2.

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
N		20
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	0E-7
	Std. Deviation	8,19011034
	Absolute	,178
Most Extreme Differences	Positive	,178
	Negative	-,072
Kolmogorov-Smirnov Z		,797
Asymp. Sig. (2-tailed)		,550

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Tabel 3.

Uji regresi sederhana

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	T	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
Constant	41,30	6,495		6,37	,000
1 Literasi Matematika	,236	,103	,475	2,29	,034

a. Dependent Variable: Pencapaian Matematika

Berdasarkan tabel 3, persamaan regresi sederhana adalah

$$y = 41,3 + 0,236x$$

Konstanta sebesar 41,3 artinya jika kemampuan literasi bernilai 0 maka pencapaian matematika akan bernilai positif yaitu 41,3. Nilai koefisien regresi 0,236 artinya jika kemampuan literasi matematika naik 1 maka pencapaian matematika mahasiswa naik sebesar 0,236, jadi terdapat hubungan positif antara kemampuan literasi dengan pencapaian

matematika mahasiswa, semakin besar nilai kemampuan literasi maka pencapaian matematika mahasiswa juga tinggi dan sebaliknya jika kemampuan literasi rendah maka pencapaian matematika juga rendah. Uji signifikansi dari nilai $\text{sig} = 0,034 < 0,05$, nilai $t = 2,29$ dan $t \text{ tabel} = 2,10$ ($t > t \text{ tabel}$) maka disimpulkan bahwa hipotesis yang menyatakan terdapat pengaruh yang signifikan antara kemampuan literasi dengan pencapaian matematika diterima.

KESIMPULAN

Dalam menyelesaikan pertanyaan/soal literasi matematika, mahasiswa masih menggunakan pendekatan induktif dalam menyelesaikan pertanyaan literasi matematika dimulai dari memberikan contoh sehingga menghasilkan rumus umum dan belum mampu menggunakan kemampuan deduktif atau menggunakan konsep umum ke khusus dan lebih dari separoh mahasiswa yang belum bisa menggunakan kemampuan literasi. Setelah dilakukan uji hipotesis disimpulkan bahwa terdapat pengaruh yang signifikan kemampuan literasi dengan pencapaian matematika mahasiswa, hal ini berarti kemampuan literasi ada hubungannya dengan pencapaian matematika, soal tentang kemampuan literasi diberikan setelah mahasiswa mendapatkan materi tentang konsep Bilangan atau pokok bahasan bilangan pada awal pertemuan, sehingga materi soal tentang literasi pun diberikan berkenaan dengan konsep bilangan, karena bilangan merupakan materi awal untuk bisa memahami materi matematika lainnya. Dari pembahasan pada hasil kajian diatas menunjukkan bahwa walaupun mahasiswa sudah berada pada tingkat usia yang mampu berpikir abstrak, namun dari soal bertipe TIMSS yang seharusnya untuk level siswa kelas VIII, ternyata lebih dari separoh mahasiswa tidak sanggup menjawab dengan benar, oleh sebab itu perlu dilakukan penelitian lanjut tentang keterkaitan antara faktor usia dan jenjang pendidikan dengan kemampuan literasi matematika. Peningkatan literasi mahasiswa harus dimulai dari bangku sekolah karena literasi matematika memuat kemampuan logika matematis yang perlu dilatih terus untuk mencapai kemampuan literasi matematika yang maksimal. Peningkatan literasi matematika mahasiswa dapat dilakukan melalui berbagai model dan pendekatan pembelajaran, seperti yang dilakukan oleh Wardono,dkk(2015) melakukan pembelajaran inovatif Realistik E-Learning Edmodo bermuatan karakter Cerdas Kreatif Mandiri untuk meningkatkan kemampuan literasi matematika mahasiswa.

REFERENSI

- Committee, M. S. (2008). *Developing Mathematical Literacy : Improving Mathematics Achievement in Livingston and Washtenaw Counties*, (May).
- Drijvers, P. (2015). Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education, (i), 135–151. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6>
- Genlott, A. A., & Grunlund,Ake (2016). Closing the gaps - Improving literacy and mathematics by ict-enhanced collaboration. *Computers and Education*, 99, 68–80. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2016.04.004>
- TIMSS. (2011). *Assessment frameworks* . International association for the evaluation of education achievement.. <Http://TIMSS.bc.edu/TIMSS2011/frameworks.html>
- Wardono,Kurniasih ,(2015) Peningkatan Literasi Matematika Mahasiswa Melalui Pembelajaran Inovatif Realistik E- Learning Edmodo Bermuatan Karakter Cerdas

Kreatif Mandiri. *Kreano*, 6(1), 93–100.

OECD. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy. OECD Report.*
<https://doi.org/10.1787/9789264190511-en>

TEACHER ACTIVITIES ON DEVELOPMENT STUDENT'S CRITICAL THINKING CAPABILITY IN LEARNING

Khalida Yunas, Sehatta Saragih

Junior High School 1 Kandis, Siak District ¹⁾

email : khalida yunas @gmail.com¹⁾

ABSTRACT

The purpose of this study was to investigate the activity of SMPN 1 Kandis in mathematics oriented to the development of students' critical thinking skills. Four teachers were subjected to this study were observed for 6 meetings each teacher. Data were collected by observation sheets, and analyzed descriptively. The results of data analysis showed that the learning management math teachers in SMPN 1 Kandis has not been oriented to the development of students' critical thinking skills.

Keywords: Teacher Activity, Critical Thinking

PENDAHULUAN

Kemampuan problem solving adalah kemampuan atau kompetensi esensial atau utama dalam mempelajari matematika, yang direkomendasikan untuk dilatihkan serta dimunculkan sejak anak belajar matematika dari Sekolah Dasar sampai seterusnya (NCTM, 2000). Artinya, setiap siswa dalam segala level kemampuan matematika maupun jenjang pendidikan perlu mengalami dan dilatih dalam kemampuan pemecahan masalah. Namun sampai saat ini pencapaian kemampuan ini belum optimal oleh siswa. Pentingnya kemampuan pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika juga dikemukakan oleh Mullis, *et.al.* (2000), dan Suryadi (2005) bahwa pembelajaran yang lebih menekankan pada aktivitas penalaran dan pemecahan masalah sangat erat kaitannya dengan pencapaian prestasi siswa yang tinggi. Pembelajaran matematika di Jepang dan Korea yang lebih menekankan pada aspek penalaran dan pemecahan masalah mampu menghasilkan siswa berprestasi tinggi dalam tes matematika yang dilakukan oleh TIMSS, Suryadi (2005).

Salah satu kemampuan berfikir matematika yang sangat terkait dengan pemecahan masalah adalah kemampuan berfikir kritis. Kemampuan matematika ini sama seperti kemampuan berpikir lainnya dapat dikembangkan ketika siswa sedang berada dalam proses yang intens tentang pemecahan masalah. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan berfikir kritis dapat dikembangkan dalam pembelajaran matematika jika guru mampu menciptakan suasana pembelajaran yang memungkinkan bagi siswa untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritisnya.

Kegiatan pembelajaran di kelas yang umum menekankan pada kemampuan *knowing* bukan *doing* ditengarai sebagai salah satu faktor utama yang menghambat pengembangan kemampuan berfikir kritis siswa. Sehubungan dengan itu, maka upaya menghadirkan kegiatan berpikir dalam berbagai bentuk dan level belajar harus hadirkan. Proses berpikir yang dibangun sejak awal dalam upaya menyelesaikan suatu masalah hendaknya berlangsung secara sengaja dan sampai tuntas. Ketuntasan dalam hal ini artinya siswa yang menjalani proses tersebut benar-benar telah berlatih dan memberdayakan serta memfungsikan kemampuannya sehingga ia memahami serta menguasai apa yang dikerjakannya selama

proses itu terjadi. Dengan demikian siswa harus dilatih agar memiliki keterampilan berpikir matematika.

Memahami pentingnya menciptakan suasana dimana siswa dapat membangun dan menembangkan kemampuan berfikir kritisnya, maka perlu dikaji sejauh mana guru dapat memfasilitasi siswa dalam membangun kemampuan matematis tersebut. Pentingnya kajian ini didasarkan pada dua pertimbangan pokok yakni : (a) menumbuhkembangkan kemampuan berpikir kritis adalah tujuan utama pembelajaran matematika yang dimuat dalam kurikulum; (b) perilaku mengajar guru adalah faktor paling penting yang mempengaruhi perkembangan berpikir kritis siswa.

Berdasarkan pertimbangan tersebut, studi ini berusaha menyelidiki perilaku-prilaku (eksistensi) yang direfleksikan guru dalam pembelajaran matematika, dan secara khusus untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut:

1. Perilaku-perilaku mana yang direfleksikan guru matematika dalam pembelajaran yang berpotensi mendorong dan mengembangkan kemampuan berpikir kritis siswa?
2. Perilaku-perilaku yang dominan direfleksikan guru matematika dalam pembelajaran yang berpotensi mendorong dan mengembangkan kemampuan berpikir kritis siswa ?

KAJIAN LITERATUR

Krulik dan Rudnick (NCTM, 1999) mengemukakan bahwa yang termasuk berpikir kritis dalam matematika adalah berpikir yang *menguji, mempertanyakan, menghubungkan, mengevaluasi* semua aspek yang ada dalam suatu situasi ataupun suatu masalah. Ennis (1996), berpikir kritis sesungguhnya adalah suatu proses berpikir yang terjadi pada seseorang serta bertujuan untuk membuat keputusan-keputusan yang masuk akal mengenai sesuatu yang dapat ia yakini kebenarannya serta yang akan dilakukan nanti. Desmita (2006) mengemukakan berfikir kritis adalah pemahaman atau refleksi terhadap permasalahan secara mendalam, mempertahankan pikiran agar tetap terbuka bagi berbagai pendekatan dan perspektif yang berbeda, tidak mempercayai begitu saja informasi-informasi yang datang dari berbagai sumber (lisan atau tulisan) dan berfikir secara reflektif dan evaluatif.

Pernyataan di atas mencerminkan berfikir kritis ditandai dengan mampu memberikan alasan ketika mengemukakan pendapat dan mengapa hal ini demikian (terjadi) tatkala menerima atau mendapatkan suatu informasi dan bertujuan mengevaluasi tindakan yang terbaik dan diyakini. Sebab, jika keputusan itu tidak didasarkan pada informasi serta asumsi yang benar, maka kesimpulan itu tidak memiliki dasar yang benar. Ada enam unsur dasar yang perlu dipertimbangkan dalam berpikir kritis (Ennis, 1996), disingkat FRISCO, yaitu: fokus, alasan, kesimpulan, situasi, kejelasan dan pemeriksaan secara keseluruhan. Jika keseluruhan unsur ini telah dipertimbangkan secara matang maka orang dapat membuat keputusan yang tepat. Suatu situasi yang menempatkan seseorang dalam keadaan terdesak akan memicunya untuk berpikir kritis sebelum bertindak membuat suatu keputusan yang tepat. Dengan kata lain, jika siswa harus dilatih untuk berpikir kritis maka ia harus diperhadapkan pada suatu situasi ataupun masalah yang menantang serta menarik untuk diselesaikan.

Karena suasana belajar di kelas dipandang sebagai suatu lingkungan yang penuh dengan tantangan ataupun penuh sumber yang dapat dirujuk oleh siswa, maka perilaku guru dalam mengajar sangat menentukan dalam mengembangkan kemampuan berfikir kritis siswa. Diakui bahwa ada pendapat yang mengatakan aktivitas berpikir ini secara otomatis terjadi dalam setiap pembelajaran matematika di kelas, atau terintegrasi dalam pembelajaran, sehingga keterampilan berpikir ini harus berlangsung dan merupakan bagian dalam setiap pembelajaran matematika. Namun pertanyaannya adalah: "sampai sesering apakah dan pada level manakah berpikir itu terjadi?".

Untuk mampu berfikir secara kritis siswa harus mengambil peran aktif dalam proses belajar, Santrock (Desmita, 2006), Fisher (2001). Sehubungan dengan itu, guru senantiasa mampu menciptakan suasana kelas yang memungkinkan siswa mengembangkan kemampuan berfikir kritis-nya. Untuk itu guru perlu mengetahui fase-fase dalam mengembangkan berfikir kritis yakni menciptakan *konflik kognitif*, memberi kesempatan untuk melakukan *eksplorasi*, menarik *kesimpulan*, melakukan *klarifikasi dan resolusi*, Sabandar (2005).

Indikator perilaku (eksistensi) guru dalam mendorong dan memfasilitasi pengembangan kemampuan berpikir kritis siswa dimodifikasi dari pendapat (Ennis, 1985; Krulik dan Rudnick, 1999; Desmita, 2006). Indikator tersebut terdiri dari dua bagian utama, yakni : bagian pertama berhubungan dengan perilaku-prilaku (eksistensi) guru yang sifatnya mendorong siswa mengembangkan kemampuan berpikir kritisnya. Bagian kedua berhubungan dengan perilaku-prilaku guru yang berhubungan dengan memfasilitasi siswa dalam mengembangkan kemampuan berpikir kritisnya.

Suasan pembelajaran yang penuh tantangan yang menarik serta menyenangkan merupakan karakteristik kelas yang berpotensi mengembangkan kemampuan berfikir kritis siswa. Berkaitan dengan hal ini, guru perlu memahami kondisi siswa agar tantangan yang diberikan dapat direspon dengan baik. Berkaitan dengan hal ini ada tiga hal yang perlu dipertimbangkan yakni *pengalaman siswa, waktu dan dorongan (pemotivasian)*

Dalam uraian sebelumnya telah dikemukakan bahwa situasi pemecahan masalah merupakan tantangan dan saat kritis bagi siswa dalam upaya mencari solusi. Polya menyarankan heuristik, dimana pada heuristik yang terakhir, *looking back* (Polya 1975) hanya menguji jawab dan menggunakan hasil yang diperoleh untuk menyelesaikan soal lain. Upayakan siswa tidak akan pernah berhenti ketika jawaban (solusi) ditemukan, karena akan membuat mereka kehilangan saat yang berharga dalam proses belajar yang sedang mereka jalani. Dengan kerja keras mereka membangun rancangan serta memilih beragam strategi untuk menyelesaikan soal. Oleh karena pada saat menyelesaikan soal itu mereka sedang termotivasi kemudian senang dengan hasil yang dicapai, maka rasa senang dan termotivasi ini harus tetap dipertahankan, dengan memberikan tugas baru kepada siswa, yaitu : “Menyelesaikan soal itu dengan cara yang lain”, “Mengajukan pertanyaan ... bagaimana jika”, “Apa yang salah”, dan “Apa yang akan kamu lakukan”(Krulik dan Rudnick , 1999).

METODE PENELITIAN

Subjek penelitian ini adalah guru matematika SMPN1 Kandis sebanyak 4 orang. Untuk mengumpulkan data, digunakan lembar observasi yang berisikan indikator pertanyaan/pernyataan yang mendorong siswa untuk berfikir kritis. Aktivitas guru mendorong siswa berfikir kritis yang dimaksud dalam penelitian ini adalah aktivitas verbal (ucapan/pembicaraan) guru dalam proses pembelajaran yang sifatnya mendorong siswa untuk berfikir kritis. Adapun aspek perilaku verbal guru yang menjadi objek pengamatan dalam penelitian ini adalah : (1) Aspek mengembangkan kemampuan berpikir kritis, dengan indikator: memicu terjadinya konflik kognitif, meminta siswa menggali atau menemukan sesuatu dalam belajarnya, meminta siswa membuat kesimpulan dari apa yang dipelajari, meminta siswa mengklarifikasi atau mempertegas suatu ide yang berkaitan dengan konteks yang sedang dibahas, dan meminta siswa membuat suatu resolusi atau generalisasi dari konteks yang dibicarakan. (2) Aspek Memfasilitasi mengembangkan kemampuan berfikir kritis, dengan indikator mempersiapkan pengalaman belajar siswa, sebelum memunculkan konflik kognitif. memfasilitasi pemecahan masalah yang sedang dibicarakan, memberikan waktu yang cukup dalam proses berfikir siswa, memberikan penguatan/motivasi yang mendorong siswa tetap berada dalam masalah yang sedang dibicarakan

Data penelitian ini dikumpulkan dengan menggunakan lembar pengamatan. Observer adalah menandai setiap perilaku guru yang terkait dengan upaya mendorong dan memfasilitasi

upaya mengembangkan kemampuan berfikir kritis sesuai dengan indikator yang ditetapkan. Masing-masing guru diamati sebanyak 3 kali pertemuan. Data penelitian dianalisis dengan menggunakan statistic deskriptif.

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Penelitian

Berdasarkan hasil observasi diperoleh data tentang frekwensi kemunculan perilaku (eksistensi) mengajar guru yang terkait dengan upaya mengembangkan kemampuan berfikir kritis siswa, Berdasarkan hasil perhitungan, diperoleh fakta kemunculan perilaku verbal guru dalam pembelajaran seperti yang dimuat pada Table-1.

Tabel-1. Rekapitulasi frekwensi kemunculan perilaku guru mengajar.

Aspek Perilaku	Frekw	%
A. Mendorong Kemampuan Berfikir Kritis		
1. Memicu terjadinya konflik kognitif.	65	17,4
2. Meminta siswa menggali atau menemukan sesuatu dalam belajarnya	75	20,1
3. Meminta siswa membuat kesimpulan dari apa yang dipelajari	45	12
4. Meminta siswa mengklarifikasi atau mempertegas suatu ide yang berkaitan dengan konteks yang sedang dibahas.	149	40
5. Meminta siswa membuat suatu resolusi atau generalisasi dari konteks yang dibicarakan.	39	10,5
B. Memfasilitasi mengembangkan kemampuan berfikir kritis.		
1. Mempersiapkan pengalaman belajar siswa, sebelum memunculkan konflik kognitif.	101	21,5
2. Memfasilitasi pemecahan masalah yang sedang dibicarakan	131	27,9
3. Memberikan waktu yang cukup dalam proses berfikir siswa.	75	16
4. Memberikan penguatan/motivasi yang mendorong siswa tetap berada dalam masalah yang sedang dibicarakan.	162	34,5

Fakta pada Table-1 memperlihatkan bahwa dalam 12 kali pembelajaran hanya sekitar 17,4% perilaku guru yang memunculkan konflik kognitif. Jika dihitung rataannya, maka dapat dinyatakan bahwa setiap kali tatap muka setiap guru hanya mengajukan satu atau dua permasalahan yang memicu memunculnya konflik kognitif bagi siswa. Hal ini menunjukkan bahwa perhatian guru terhadap permasalahan pokok dalam upaya mengembangkan kemampuan berfikir kritis siswa masih rendah. Disamping itu, perlu menjadi catatan bahwa masih terdapat dalam satu kali pembelajaran guru tidak memunculkan perilaku yang berpotensi memunculkan konflik kognitif, memberikan kesempatan siswa untuk aktivitas menemukan, membuat simpulan, dan meminta siswa membuat resolusi atau

generalisasi dari hal yang mereka pelajari. Fakta ini, setidaknya memberikan gambaran bahwa secara substansial (dalam hal pokok) guru belum optimal dalam mengembangkan kemampuan berfikir kritis siswa.

Selanjutnya, perilaku dominan guru subjek dalam mendorong kemampuan berfikir kritis siswa adalah mengklarifikasi suatu ide yang sedang dibahas. Hal ini menunjukkan bahwa siswa sudah diberdayakan dalam mengembangkan kemampuan berfikirnya, minimal dari ide-ide yang dikemukakan siswa, guru dapat membukakan pikiran siswa tentang topic yang sedang dibahas agar lebih jelas

Dalam memfasilitasi pengembangan kemampuan berfikir siswa, perilaku guru yang dominan adalah memotivasi siswa. Hal ini menunjukkan bahwa perilaku guru dalam mengembangkan suasana belajar bagi siswa agar tetap dalam tugas-tugas belajarnya sudah cukup baik. Disisi lain, memberikan waktu yang cukup bagi siswa dalam bekerja, teridentifikasi sebagai perilaku guru yang frekwensi kemunculannya paling kecil dalam aspek mengembangkan kemampuan berpikir siswa. Hal ini menunjukkan bahwa guru tidak sepenuhnya memahami kemampuan siswa dan karakteristik tugas-tugas yang diberikan kepada siswa. Disamping itu guru senantiasa memberikan kesempatan yang cukup bagi siswa dalam mengorganisasikan ide-idenya untuk menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Guru harus menyadari bahwa setiap siswa memiliki karakteristik tersendiri secara unik, sehingga waktu yang dibutuhkan mereka dalam menyelesaikan masalah juga berbeda.

Selama obeservasi dilakukan, juga teridentifikasi beberapa perilaku guru yang dipandang menghambat upaya mengembangkan kemampuan berfikir kritis siswa, diantaranya adalah:

1. Tidak mencoba meningkatkan intens siswa dalam permasalahan lanjutan, setelah siswa berhasil dalam menyelesaikan suatu permasalahan, dengan mengajukan pertanyaan "Menyelesaikan soal ini dengan cara yang lain", "Mengajukan pertanyaan ... bagaimana jika", "Apa yang salah", dan "Apa yang akan kamu lakukan"
2. Membuat generalisasi walaupun informasi yang diberikan tidak cukup dan tidak mengotimalkan keikutsertaan siswa.
3. Sering lupa untuk memberikan penghargaan terhadap usaha-usaha siswa dalam menyelesaikan tugas-tugas belajarnya.
4. Memberikan banyak jenis contoh yang sama sehingga kurang menantang siswa.

4.2 Pembahasan

Dalam uraian sebelumnya telah dikemukakan bahwa kajian utama penelitian ini adalah (1). Mendeskripsikan perilaku-perilaku yang direfleksikan guru matematika dalam pembelajaran yang berpotensi mendorong dan mengembangkan kemampuan berpikir kritis siswa; (2). Mendeskripsikan perilaku dominan yang direfleksikan guru matematika dalam pembelajaran yang berpotensi mendorong dan mengembangkan kemampuan berpikir kritis siswa.

Berkaitan dengan poin pertama, berdasarkan hasil analisis data diperoleh fakta bahwa perilaku guru yang dominan dalam mendorong siswa untuk berpikir kritis adalah mengklarifikasi ide-ide yang dikemukakan siswa. Sedangkan untuk aspek perilaku guru yang dominan mengembangkan kemampuan berpikir kritis siswa adalah memberikan motivasi/penguatan atas ide-ide yang dikemukakan siswa. Fakta ini menunjukkan bahwa factor pemicu yang mendorong dan mengembangkan kemampuan berpikir siswa secara substansial belum optimal. Jika dibandingkan dengan perilaku guru yang memicu terjadinya konflik kognitif dan menemukan sesuatu dalam belajarnya prekwensi kemunculannya masih jauh tertinggal. Padahal kedua perilaku ini dipandang sebagai pemicu utama yang mendorong siswa untuk berpikir kritis tentang apa yang mereka pelajari.

Fakta diatas, dapat dijadikan sebagai indikator yang menunjukkan bahwa pembelajaran yang dikelola guru belum berorientasi pada pengembangan kemampuan berfikir kritis siswa. Pernyataan ini sejalan dengan beberapa pendapat bahwa kelas yang penuh dengan tantangan merupakan karakteristik utama yang menunjukkan pengajaran berorientasi pada pengembangan kemampuan berfikir kritis siswa, Sabandar,(2008); Elika Dwi M (2006); Daniel T Willingham (2007).

Kemudian berdasarkan fakta hasil obeservasi, frekwensi kemunculan perilaku guru dalam memberikan kesempatan siswa untuk menemukan sesuatu dalam belajarnya dan membuat suatu resolusi dari tugas-tugas yang mereka kerjakan relative kecil. Fakta ini menunjukkan bahwa paradigma pembelajaran guru belum memberikan kesempatan kepada siswa atau membiasakan siswa untuk mengorganisir pengalaman belajar. Disisi lain jika siswa dibiasakan untuk mengorganisir pengalaman belajarnya sehingga mampu membuat sebuah catatan penting atau intisari apa yang mereka pelajari akan memberikan pelatihan bagi siswa untuk mengembangkan penalarannya sehingga mereka bertambah kritis dalam berpikir. Memberikan kesempatan kepada siswa untuk menyebarkan ide-idenya dalam menyelesaikan (mencari solusi) suatu masalah melalui penemuan (eksplorasi) sangat efektif untuk mengembangkan kemampuan berfikir kritis siswa, Daniel T Willingham (2007).

Berdasarkan pembahasan di atas, maka dapat dinyatakan bahwa secara umum guru belum optimal dalam membangun kemampuan berfikir kritis. Terkait dengan hal ini, muncul pertanyaan apakah guru tidak menyadari pentingnya menciptakan suasana pembelajaran yang memberikan peluang bagi siswa untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritisnya. Terkait hal ini, peneliti melakukan wawancara secara tidak formal terhadap guru diakhir kegiatan penelitian. Hasil wawancara menunjukkan bahwa bahwa mereka bukan tidak menaruh perhatian terhadap hal ini namun mereka tidak memahami perilaku-perilaku yang bagaimana dapat memicu siswa untuk berfikir kritis. Hal ini didukung oleh fakta bahwa dalam penyelsaian sebuah permasalahan guru yang jarang sekali mencoba meningkatkan intens siswa dalam permasalahan lanjutan dari apa yang mereka selesaikan, yang sangat berpotensi memicu siswa untuk berfikir kritis.

Perilaku guru dalam mendorong (memotivasi) siswa agar tetap pada tugasnya merupakan perilaku tetinggi pada aspek memfasilitasi upaya mengembangkan kemampuan berfikir kritis siswa. Perilaku ini diyakini mampu meningkatkan kepercayaan diri siswa untuk berperanaaktif dalam mengikuti pembelajaran. Fakta menunjukkan bahwa sikap siswa terhadap peran aktifnya dalam pembelajaran sangat tergantung pada penerimaan dirinya dalam kegiatan pembelajaran. Data pada tabel dibawah ini adalah gambaran sikap yang diperlihatkan siswa ketika mereka terlibat dalam pembelajaran dalam hal penerimaan dirinya yang dipandang dapat menghambat upaya-upaya meningkatkan kemampua berpikir kritis siswa.

Tabel. 2 Sikap siswa yang mengambat peran aktifnya dalam kelas.

Sikap yang diperlihatkan siswa	Jarang	Kadang-kadang	Sering	Sangat sering
Takut diejek	2%	19%	46%	33%
Kurang persiapan	2%	8%	38%	52%
Tidak suka memperlihatkan ketidaktahuannya	1%	14%	44%	42%
Malu	-	14%	44%	42%

Sumber, Francis P. Robinson, 1992

Walaupun taksonomi (prilaku guru dalam kajian ini) secara teoritis diadopsi dari taksonomi upaya mengembangkan kemampuan berfikir siswa dalam (Ennis, 1985; Krulik dan Rudnick, 1999; Desmita, 2006) namun perlu digaris bawahi bahwa taksonomi tersebut telah

dimunculkan secara praktis dari perilaku-perilaku nyata para guru dalam kesehariannya. Dengan kata lain, secara prakteknya dalam kesehariannya guru mengelola pembelajaran, perilaku-perilaku tersebut sudah muncul namun tidak disadari oleh guru peran pentingnya dalam upaya membangun kemampuan berpikir kritis siswa sehingga keterlaksanaannya tidak optimal.

Dengan mempertimbangkan salah satu tujuan utama reformasi pendidikan matematika di Indonesia adalah meningkatkan berpikir kritis, tampaknya para guru matematika belum menaruh perhatian kearah itu sehingga belum menjadikan perilaku-perilaku tersebut menjadi kebiasaan mereka dalam setiap pengajaran. Dengan kata lain dapat diindikasikan bahwa guru matematika belum memiliki pemahaman dan keterampilan mengimplemntasikan tujuan utama pembelajaran matematika yang termuat dalam kurikulum, sehingga perilaku-perilaku instruksional yang dimunculkan guru belum mencirikan pengajaran yang memicu upaya siswa untuk berpikir kritis.

Fakta hasil observasi menunjukkan bahwa aspek “memfasilitasi” pengembangan berpikir kritis siswa lebih mendominasi dalam prilaku guru dibandingkan dengan aspek “mendorong” yang lebih berhubungan dengan tujuan pembelajaran matematika. Hal ini menunjukkan bahwa perilaku instruksional guru dalam upaya peningkatan berpikir kritis siswa belum optimal. Dengan kata lain secara umum pengelolaan pembelajaran oleh guru belum berorientasi pada pengajaran berpikir kritis.

Perilaku instruksional ini mungkin dijelaskan oleh beberapa faktor, seperti:

1. Para guru tidak melihat berpikir kritis sebagai tujuan original (utama), yang diperlukan untuk mencapai tujuan pembelajaran lain (lihat kurikulum matematika).
2. Para guru tidak memiliki cukup pengetahuan mengenai bagaimana cara mengembangkan/meningkatkan kemampuan berpikir kritis siswa dalam pengajaran atau strategi-strategi yang tepat untuk mengajarkan materi melalui pengajaran yang berorientasi pada berpikir kritis.
3. Ketika pengajaran para guru subjek sepenuhnya tergantung pada kurikulum nasional (*guru sebagai pelaksana kurikulum bukan pengembang kurikulum*), ini mungkin menjadi salah satu faktor yang mempengaruhi pengajaran mereka seperti yang telah dijelaskan dalam studi ini. Oleh karena itu mungkin penting untuk menganalisa kurikulum secara lebih mendalam dan menjelaskannya pada guru, sedemikian sehingga mereka memperhatikan prilaku-prilakunya dalam mengajar agar selalu berorientasi pada pengajaran berpikir kritis.

KESIMPULAN

1. Secara umum perilaku guru dalam mengelola pembelajaran sudah mengarah kepada upaya-upaya mendorong dan mengembangkan kemampuan berfikir kritis.
2. Perilaku guru yang dipandang sebagai salah satu pemicu utama mendorong siswa untuk berpikir kritis kemunculannya masing sangat rendah.
3. Salah satu penyebab, belum optimalnya kemunculan perilaku guru dalam mengembangkan dan mendorong siswa untuk membangun kemampuan berfikir kritisnya adalah ketidaktahuan guru tentang perilaku-perilaku yang berpotensi memicu siswa untuk berpikir kritis.

SARAN

Sehubungan dengan hasil-hasil penelitian di atas, maka dalam rangka pengkajian kembali permasalahan yang serupa beberapa hal yang disarankan, yakni:

1. Indikator perilaku yang diamati sebaiknya lebih dirinci sehingga mampu menjangring objek penelitian yang lebih dalam dan spesifik

2. Pengamatan sebaiknya disertai dengan penerapan model atau strategi pembelajaran yang dipandang dapat memberikan kesempatan siswa untuk meningkatkan peranaktifnya dalam membangun kemampuan berpikir kritis.

DAFTAR BACAAN

- Bullen, M. (1997). *A Case Study of Participation and Critical Thinking in a University Level Course Delivered by Computer Conferencing*. Tersedia: <http://www2.cstudies.ubc.ca/~bullen/Diss/thesis.doc>
- Daniel T. Willingham, (2007) *Critical Thinking, Why Is It So Hard to Teach AMERICAN FEDERATION OF TEACHERS EDUCATOR*. Tersedia: [http://www.cs.gsu.edu/~rumec/paper/\[16-4-2004\]](http://www.cs.gsu.edu/~rumec/paper/[16-4-2004])
- Desmita, 2002. *Meningkatkan kemampuan berfikir Kritis dan Hasil Belajar IPA SMPN-6 Bandung Melalui Pembelajaran Generatif*. Tesis, UPI Bandung, Tidak diTerbitkan.
- Elika Dwi M, (2006) Peran Guru dalam Membangun Kesadaran Berfikir Siswa, *Jurnal Pendidikan Penabur*: No. 06/Th.V/ Juni 2006.
- Norris, S.P. & Ennis, R. (1989). *Evaluating Critical Thinking* (dalam R. J. Schwartz & D. N. Perkins (Eds), *The Practitioners' Guide to Teaching Thinking Series*. Pacific Grove, California: Midwest Publications.
- Robinson, F.P, (1992) *Effective Studi*, Happer & Brothers Publishers, New York and London.
- Sabandar, J. (2005). *Pertanyaan Tantangan dalam Memunculkan Berpikir Kritis dan Kreatif dalam Pembelajaran Matematika*. Makalah Disajikan dalam Seminar Nasional FMIPA UPI, Oktober 2005.
- Sabandar, J. (2008). *Berpikir Replektif dalam Matematika*. Makalah Disajikan dalam Kuliah Umum Pendidikan Matematika FKIP UNRI, November 2008.
- Sumarmo, U, (2005). *Pengembangan Berfikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa SLTP dan SMU serta Mahasiswa Strata Satu (S1) Melalui Berbagai Pendekatan Pembelajaran*. Laporan Penelitian Hibah Pascasarjana Tahun Ketiga. UPI Bandung.

PENERAPAN STRATEGI PEMBELAJARAN OTENTIK UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA SISWA

Nahor Murani Hutapea

Dosen Pendidikan Matematika Fakultas keguruan dan ilmu pendidikan

Universitas Riau, Pekanbaru

e-mail: nahorm.hutapea@lecturer.unri.ac.id

ABSTRACT

Observation in field, generally students of mathematics learning outcomes (SMLOC) are still low. This is triggered of learning activity is still dominated by teacher; students are less active role in learning (both individuals or groups); and students are less given the opportunity to see a real connection between what has been learned with the real world experienced by students. For it has been done action research with desain cycle model, through application of authentic learning strategy (ALS); aim to improve learning proces (LP) and improve SMLOC. The study was conducted in SMPN 17 Pekanbaru; subject are students of grade VIII-4 of 38 students with heterogeneous ability level. Instruments: a set of test MLOC, observation sheets, and learning devices: syllabus, lesson plan, student worksheet. Activities data were analyzed by narrative statistic; SMLOC were analyzed by descriptive statistic. Results: activities (teacher, students); there were improvement of LP after action on the first and second cycles; there were improvement of percentage amount students from base score to mathtests 1 of 21,05% and from mathtests 1 to mathtests 2 of 10,53%. Conclusion: application of ALS can improve LP and can improve SMLOC in topic relations and functions.

Keywords: Application, ALS, Improve, Students of Mathematics Learning Outcomes

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang diajarkan kepada siswa dari jenjang sekolah dasar (SD) sampai sekolah menengah (SM). Hal ini dikarenakan matematika dapat membekali siswa dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, kreatif dan kemampuan bekerjasama. Kompetensi tersebut diperlukan agar siswa dapat memiliki kemampuan memperoleh, mengelola dan memanfaatkan informasi untuk bertahan hidup pada keadaan yang selalu berubah, tidak pasti dan kompetitif (Permendiknas nomor 22 Tahun 2006).

Dalam standar isi kurikulum tingkat satuan pendidikan (KTSP) dinyatakan bahwa setelah pembelajaran siswa harus memiliki seperangkat kompetensi matematika yang harus ditunjukkan pada hasil belajarnya dalam mata pelajaran matematika. Kecakapan atau kemahiran matematika yang diharapkan dapat dicapai siswa dalam belajar matematika mulai dari SD, SMP sampai SMA, yaitu: pemahaman konsep, penalaran, komunikasi, pemecahan masalah dan memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan (Hutapea, 2012). Oleh karena itu, diharapkan siswa dapat memperoleh hasil belajar yang tinggi dalam belajar matematika.

Ketercapaian tujuan pembelajaran matematika terlihat dari hasil belajar yang dicapai siswa. Hasil yang diharapkan adalah hasil belajar matematika yang mencapai ketuntasan belajar. Siswa dikatakan tuntas belajar matematika, apabila nilai hasil belajar matematika siswa telah mencapai kriteria ketuntasan minimum (KKM) yang telah ditetapkan sekolah

(Permendiknas nomor 20 Tahun 2007 tentang standar penilaian). KKM adalah kriteria ketuntasan belajar minimal yang ditentukan oleh satuan pendidikan dengan mempertimbangkan karakteristik kompetensi dasar yang akan dicapai, daya dukung dan karakteristik siswa. Oleh karena itu, setiap siswa harus mencapai KKM untuk setiap kompetensi dasar mata pelajaran matematika yang telah ditetapkan sekolah.

Kenyataan di lapangan menunjukkan bahwa masih terdapat kesenjangan antara hasil belajar matematika (HBM) yang diharapkan dan HBM yang telah dicapai siswa dalam proses pembelajaran. Informasi dari guru matematika kelas VIII.4 SMPN 17 Pekanbaru, yaitu masih banyak siswa yang belum mencapai KKM yang ditetapkan sekolah (75). Hal ini mengindikasikan bahwa masih banyak siswa kelas VIII.4 SMPN 17 Pekanbaru yang belum tuntas dalam belajar matematika; atau dengan kata lain HBM siswa kelas VIII.4 SMPN 17 Pekanbaru masih rendah.

Salah satu pemicu rendahnya HBM siswa, dikarenakan aktivitas pembelajaran masih didominasi guru (pembelajaran konvensional); siswa kurang berperan aktif dalam pembelajaran (baik secara individu maupun kelompok); siswa kurang diberi kesempatan untuk melihat hubungan nyata antara apa yang telah dipelajari dengan dunia nyata yang dialami siswa, sehingga proses pembelajaran berlangsung kurang bermakna. Selain itu siswa kurang diberi kesempatan mengemukakan ide-ide tentang sesuatu berkaitan dengan konteks yang sedang dibicarakan dan menggunakan daya nalarnya untuk menyelesaikan suatu masalah dengan berbagai strategi. Sementara, Soedjadi (2000) menyatakan bahwa mengaitkan pengalaman kehidupan nyata anak dengan ide-ide matematika dalam pembelajaran di kelas; penting dilakukan agar pembelajaran bermakna.

Pemicu lainnya, yakni ketika siswa diberikan soal yang berbeda dengan contoh soal, maka siswa berkemampuan tinggi saja yang aktif; beberapa siswa lainnya terlihat bertanya kepada teman sebangkunya, sehingga banyak siswa kurang memahami konsep dari materi yang diberikan. Hal ini menunjukkan bahwa guru hanya memberikan masalah yang penyelesaiannya sesuai dengan contoh soal, sehingga tidak jarang terjadi siswa hanya menerima apa saja yang disampaikan guru tanpa memahami apa maknanya. Pembelajaran seperti ini tidak sesuai dengan Permendiknas nomor 41 tahun 2007 (Permendiknas, 2007); yang menghendaki proses pembelajaran pada setiap satuan pendidikan harus dilakukan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi siswa untuk berpartisipasi aktif, memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, perkembangan fisik dan psikologis siswa.

Hasil wawancara dengan guru matematika kelas VIII.4 SMPN 17 Pekanbaru diperoleh bahwa guru telah berusaha melakukan perbaikan untuk meningkatkan hasil belajar matematika siswa, yaitu dengan membentuk kelompok belajar agar siswa dapat mengerjakan latihan dan mengembangkan kecakapan komunikasinya dengan cara membagi siswa berdasarkan tempat duduk, kemudian menyuruh siswa berdiskusi tentang materi yang dipelajari dalam kelompoknya. Dari usaha yang telah dilakukan guru; menunjukkan bahwa siswa sudah terlihat aktif dalam mengerjakan dan mendiskusikan soal-soal latihan yang diberikan guru, namun bagi kelompok siswa berkemampuan rendah, tidak dapat bekerja dengan baik, dan mereka hanya mengharapkan jawaban dari kelompok siswa berkemampuan tinggi. Hal ini menunjukkan bahwa pengelompokan yang dilakukan guru kepada siswa belum heterogen; artinya dalam suatu kelompok harus ada siswa berkemampuan tinggi, sedang dan rendah, sehingga mereka dapat saling membantu satu sama lainnya. Hal ini mengindikasikan bahwa rendahnya HBM siswa dikarenakan kurangnya pemahaman siswa terhadap konsep dari materi yang diajarkan.

Untuk mengatasi permasalahan di atas, perlu dilakukan perbaikan dalam usaha meningkatkan HBM siswa menjadi lebih optimal, yakni dengan meningkatkan kualitas pembelajaran dan memperbaiki proses pembelajaran yang sudah ada dengan strategi

pembelajaran yang dapat mengaktifkan dan memberi kesempatan siswa melihat hubungan antara apa yang dipelajari dengan dunia nyata yang dialami siswa dilingkungkannya dan melibatkan interaksi dan diskusi antar siswa dan antara siswa dengan guru tentang suatu gagasan yang dikembangkan sehingga wawasan siswa tentang apa yang dipelajarinya dapat berkembang dengan baik yang berimplikasi kepada peningkatan HBM siswa.

Salah satu strategi pembelajaran yang dapat meningkatkan keterlibatan siswa secara aktif; baik individu maupun kelompok dan meningkatkan HBM siswa adalah strategi pembelajaran Otentik (SPO). Hal ini dikarenakan langkah-langkah SPO dapat membuat siswa (1) melihat hubungan antara apa yang akan dipelajari dengan dunia nyata yang dialami siswa dilingkungkannya; (2) menggunakan pengetahuan untuk memahami argumentasi, memecahkan masalah atau membentuk pengertian dari apa yang dipelajari; (3) melibatkan interaksi dan diskusi antar siswa dan antara siswa dengan guru tentang suatu gagasan yang dikembangkan sehingga wawasan siswa tentang apa yang dipelajarinya dapat berkembang dengan baik; (4) berfikir untuk membangun dan mengembangkan gagasan mereka dari informasi yang diterima, sehingga mereka dapat menjelaskan, membentuk hipotesis dan menarik kesimpulan; dan (5) berpartisipasi dalam proses pembelajaran untuk meningkatkan prestasi (Newmann, 2007).

Selain itu, melalui SPO dapat diciptakan suatu iklim belajar, yakni siswa mendapat kebebasan dalam berfikir, mengajukan ide-ide, pertanyaan-pertanyaan dan masalah-masalah sehingga belajar matematika lebih efektif dan bermakna. Selanjutnya, langkah-langkah SPO dapat memberikan kesempatan kepada siswa merespon dan menyelesaikan masalah secara bebas dan kreatif. Guru lebih berperan sebagai fasilitator dan mediator untuk mendorong siswa melakukan sendiri aktivitas memecahkan masalah dan mengkomunikasikan konsep-konsep matematika yang diperolehnya melalui pemecahan masalah matematis. Untuk itu telah dilakukan penelitian tentang “Penerapan Strategi Pembelajaran Otentik Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas VIII.4 SMPN 17 Pekanbaru” pada materi relasi dan fungsi.

Dari pendahuluan yang telah diuraikan di atas, maka rumusan masalahnya adalah Apakah penerapan strategi pembelajaran otentik dapat memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan hasil belajar matematika siswa kelas VIII.4 SMPN 17 Pekanbaru tahun pelajaran 2016/2017 pada materi relasi dan fungsi; dengan tujuan untuk memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan HBM siswa kelas VIII.4 SMPN 17 Pekanbaru. Selanjutnya, kontribusi atau manfaat yang diharapkan dari penelitian ini, yakni salah satu alternatif pembelajaran dalam memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan HBM siswa.

BAHAN DAN METODE

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas (PTK) dengan desain model siklus sebanyak dua siklus dengan melakukan refleksi awal terlebih dahulu. Siklus pertama terdiri dari tiga pertemuan tatap muka dan satu ulangan harian (UH1). Siklus kedua terdiri dari tiga pertemuan tatap muka dan satu ulangan harian (UH2). Pada setiap siklus dilakukan tindakan, mengacu pada langkah-langkah penerapan SPO dan pada siklus kedua tindakan dilakukan berdasarkan hasil refleksi siklus pertama. Arikunto (2012) menyatakan bahwa PTK dilakukan melalui empat tahap, yaitu: (1) perencanaan; (2) pelaksanaan; (3) pengamatan; dan (4) refleksi.

Refleksi Awal. Salah satu penyebab rendahnya HBM siswa adalah aktivitas pembelajaran masih didominasi guru (pembelajaran konvensional); siswa kurang: (1) berperan aktif dalam pembelajaran (baik secara individu maupun kelompok); (2) diberi kesempatan melihat hubungan nyata antara apa yang telah dipelajari dengan dunia nyata dialami siswa; (3) diberi kesempatan mengemukakan ide-ide tentang sesuatu berkaitan dengan konteks yang sedang dibicarakan; dan (4) menggunakan daya nalarnya untuk

menyelesaikan suatu masalah dengan berbagai strategi. Sehubungan dengan itu perlu dilakukan tindakan, yaitu penerapan SPO untuk memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan HBM siswa.

Perencanaan Tindakan. Pada tahap ini, peneliti merancang dan mempersiapkan instrumen penelitian, yakni: perangkat pembelajaran dan instrumen pengumpul data. Perangkat pembelajaran meliputi: silabus, rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP), lembar kerja siswa (LKS); masing-masing untuk tiga pertemuan. Instrumen pengumpul data yang digunakan adalah lembar pengamatan dan seperangkat tes HBM siswa untuk UH1 dan UH2. Untuk skor dasar (SD) siswa diperoleh dari hasil UH materi sebelumnya (Faktorisasi suku aljabar).

Pelaksanaan Tindakan. Pelaksanaan tindakan merupakan implementasi dari perencanaan. Pada tahap ini, peneliti bertindak sebagai guru dalam melaksanakan proses pembelajaran berpedoman pada RPP. Dalam pelaksanaan pembelajaran dibentuk kelompok kooperatif dengan jumlah 38 siswa, sehingga pada siklus I dan siklus II masing-masing dibentuk 9 kelompok; 7 kelompok pertama masing-masing kelompok beranggotakan 4 siswa dan 2 kelompok terakhir masing-masing kelompok beranggotakan 5 siswa yang heterogen dalam bidang akademik. Kelompok pada siklus I disusun berdasarkan skor dasar yang diambil dari nilai UH pada materi sebelumnya (Faktorisasi suku aljabar).

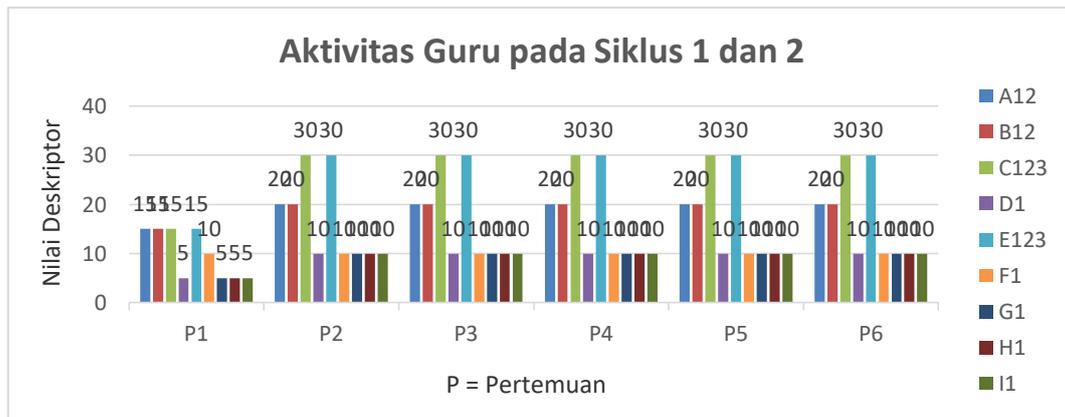
Pengamatan Tindakan. Pada tahap ini yang bertindak sebagai pengamat adalah guru matematika kelas VIII.4 SMPN 17 Pekanbaru. Pengamatan dilakukan terhadap aktivitas guru dan siswa selama proses pembelajaran berlangsung. Pengamatan dilakukan bersamaan dengan pelaksanaan tindakan. Aspek yang diamati tentang aktivitas guru dan siswa selama proses pembelajaran meliputi kegiatan yang tertuang pada RPP. UH siswa dibuat berbentuk tes uraian hasil belajar.

Refleksi. Pada tahap ini, penelitian pengamat (guru) membahas hasil pengamatan pelaksanaan pembelajaran setiap pertemuan. Refleksi ini bertujuan untuk memperbaiki kualitas proses pembelajaran dan mengoptimalkan pelaksanaan tindakan pada pertemuan selanjutnya. Untuk mengumpulkan data dalam penelitian ini digunakan teknik pengamatan dan tes tertulis. Teknik pengamatan digunakan untuk mengumpulkan data tentang aktivitas guru dan siswa dengan cara mengisi lembar pengamatan. Teknik tes tertulis digunakan untuk mengumpulkan data tentang HBM siswa pada materi relasi dan fungsi melalui UH di setiap akhir siklus. UH1 dilakukan pada akhir siklus pertama, dan UH2 pada akhir siklus kedua.

Analisis data aktivitas guru dan siswa didasarkan dari hasil lembar pengamatan selama pelaksanaan tindakan. Data tersebut dianalisis dengan statistik naratif yang dilihat dari hasil refleksi dengan menemukan dampak dari tindakan yang dilakukan, yakni melihat kekurangan dari kegiatan pembelajaran yang digunakan sebagai refleksi untuk perbaikan pelaksanaan pembelajaran pada pertemuan dalam siklus berikutnya. Analisis data HBM siswa didasarkan dari hasil tes yang dilakukan setelah tindakan (UH1 dan UH2). Data tersebut dianalisis dengan statistik deskriptif.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil analisis deskriptif terhadap data aktivitas guru pada siklus 1 dan 2 (pertiga pertemuan) melalui penerapan strategi pembelajaran otentik, disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1: Aktivitas Guru pada Siklus 1 dan 2 Melalui Penerapan Strategi Pembelajaran Otentik

Keterangan:

- A12 = Indikator A dengan deskriptor 1 dan 2; Indikator A = Menyiapkan siswa; Deskriptor 1 = Guru meminta ketua kelas menyiapkan siswa; Deskriptor 2 = Guru mengecek kehadiran siswa.
- B12 = Indikator B dengan deskriptor 1 dan 2; Indikator B = Menyampaikan tujuan pembelajaran dan memotivasi siswa; Deskriptor 1 = Guru memotivasi siswa dengan menyampaikan manfaat materi dan contoh yang mengaitkan dengan kehidupan dunia nyata siswa (*connectedness to the world beyond the classroom*); Deskriptor 2 = Guru menyampaikan tujuan pembelajaran.
- C123 = Indikator C dengan deskriptor 1, 2, dan 3; Indikator C = Melakukan apersepsi; Deskriptor 1 = Guru memberikan pertanyaan-pertanyaan yang mengaitkan pengetahuan sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari (*depth of knowledge*); Deskriptor 2 = Guru memberikan penghargaan kepada para siswa yang dapat menjawab pertanyaan (*social support student achievement*); Deskriptor 3 = Guru mengarahkan siswa untuk duduk di dalam kelompoknya dengantertib.
- D1 = Indikator D dengan deskriptor 1; Indikator D = Membimbing kelompok kerja dan belajar; Deskriptor 1 = Guru mengawasi dan membimbing siswa ketika siswa mengerjakan LKS secara kelompok dengan mendatangi meja siswa (*substantive conversation*).
- E123 = Indikator E dengan deskriptor 1, 2, dan 3; Indikator E = Membimbing kelompok mempresentasikan hasil kerja kelompok di depan kelas; Deskriptor 1 = Guru mengarahkan siswamerencanakan presentasi kelompok dan meminta setiap kelompok membuat hasil diskusinya pada kertas karton; Deskriptor 2 = Guru memfasilitasi siswa dalam mempresentasikan hasil diskusinya; Deskriptor 3 = Guru membimbing siswa dari kelompok lain untuk menanggapi hasil kerja kelompok temannya.
- F1 = Indikator F dengan deskriptor 1; Indikator F = Memberikan penghargaan pada setiap kelompok dan memberikan soal latihan kepada siswa; Deskriptor 1 = Guru memberikan penghargaan kepada kelompok dengan tepuk tangan atau pujian (*social support student achievement*).
- G1 = Indikator G dengan deskriptor 1; Indikator G = Membimbing siswa untuk membuat rangkuman tentang materi yang telah dipelajari; Deskriptor 1 = Guru membimbing siswa membuat rangkuman dan meminta beberapa siswa untuk menyampaikan rangkuman tentang materi yang dipelajari.
- H1 = Indikator H dengan deskriptor 1; Indikator H = Mengevaluasi pemahaman siswa; Deskriptor 1 = Guru memberikan tes formatif untuk mengukur kemampuan yang dicapai siswa.

I1 = Indikator I dengan deskriptor 1; Indikator I = Menyampaikan informasi materi pertemuan berikutnya kepada siswa; Deskriptor 1 = Guru menginformasikan materi berikutnya kepada siswa serta meminta siswa membaca materi tersebut di rumah.

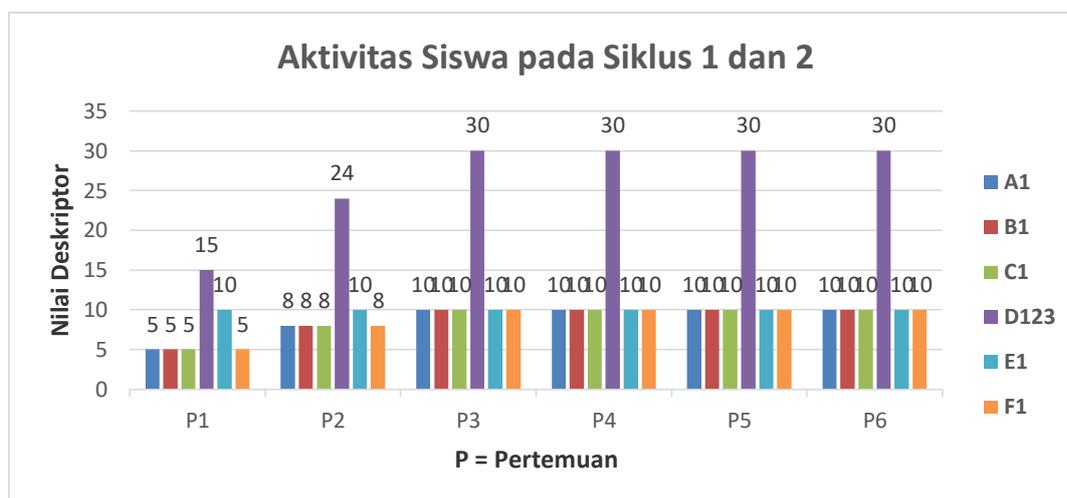
Catatan: “Setiap deskriptor yang terlaksana sesuai dengan perencanaan diberi skor 10; dan yang tidak sama sekali terlaksana sesuai dengan perencanaan diberi skor 0”.

Dari Gambar 1 dapat dilihat bahwa aktivitas guru pada pertemuan pertama (P1) dengan 9 indikator dan 15 deskriptor (A12, B12, C123, D1, E123, F1, G1, H1 dan I1) diperoleh hasil pengamatan; guru belum melaksanakan semua kegiatan pembelajaran sesuai dengan perencanaan. Hal ini terlihat dari hasil pengamatan (1) pada indikator A deskriptor 1, yakni guru meminta ketua kelas menyiapkan siswa sudah terlaksana, namun guru terlalu lama untuk dapat menguasai kelas; (2) pada indikator B deskriptor 1, yakni guru sudah memotivasi siswa dengan menyampaikan manfaat materi dan contoh yang mengaitkan dengan kehidupan dunia nyata siswa (*connectedness to the world beyond the classroom*), tetapi sebagian besar siswa belum fokus dalam mengikuti pelajaran; (3) pada indikator C deskriptor 1, yakni guru sudah memberikan pertanyaan tentang materi sebelumnya (Himpunan), tetapi masih ada beberapa siswa yang masih belum memperhatikan (*depth of knowledge*); deskriptor 2, yakni guru terkadang lupa memberikan penghargaan kepada para siswa yang dapat menjawab pertanyaan (*social support achievement*); deskriptor 3, yakni guru terlalu lama membiarkan siswa membentuk kelompok; (4) pada indikator D deskriptor 1, yakni guru sudah membimbing setiap kelompok dengan baik ketika mengerjakan LKS (*substantive conversation*), tetapi waktu yang digunakan terlalu lama; (5) pada indikator E deskriptor 1, yakni guru terlalu lama membiarkan siswa untuk merencanakan presentasi kelompok dan meminta setiap kelompok membuat hasil diskusinya pada kertas karton; deskriptor 2, yakni guru memfasilitasi siswa dalam mempresentasikan hasil diskusinya, terlaksana dengan baik, meskipun ada beberapa siswa yang tidak memperhatikan; deskriptor 3, yakni guru membimbing siswa dari kelompok lain untuk menanggapi hasil kerja kelompok temannya, tetapi hanya beberapa siswa yang aktif bertanya (menanggapi); (6) pada indikator G deskriptor 1, yakni guru membimbing siswa membuat dan menyampaikan rangkuman materi yang dipelajari, sudah terlaksana; tetapi tidak maksimal karena siswa sudah bersiap-siap untuk pulang; (7) pada indikator H deskriptor 1, yakni guru tidak melaksanakan tes formatif karena waktunya sudah habis; dan (8) pada indikator I deskriptor 1, yakni guru menginformasikan materi berikutnya kepada siswa serta meminta siswa membaca materi tersebut di rumah, terlaksana tetapi belum maksimal karena siswa sudah tidak fokus.

Pada pertemuan kedua (P2) dan ketiga (P3) dengan indikator dan deskriptor yang sama, diperoleh hasil pengamatan untuk semua indikator dan deskriptor telah terlaksana sesuai dengan perencanaan. Hal ini terlihat dari nilai deskriptor pada pertemuan kedua (P2) dan ketiga (P3); pada masing-masing indikator dan deskriptor bernilai sama, sehingga dapat dikatakan bahwa aktivitas guru pada siklus 1 sudah terlaksana sesuai dengan perencanaan.

Gambar 1 juga menunjukkan bahwa aktivitas guru pada ketiga pertemuan berikutnya (P4, P5, P6) dengan 9 indikator dan 15 deskriptor (A12, B12, C123, D1, E123, F1, G1, H1 dan I1) diperoleh hasil pengamatan, yaitu guru sudah melaksanakan semua kegiatan pembelajaran sesuai dengan perencanaan. Hal ini terlihat dari nilai deskriptor ketiga pertemuan berikutnya (P4, P5, P6); pada masing-masing indikator dan deskriptor bernilai sama, sehingga dapat dikatakan bahwa aktivitas guru pada siklus 2 sudah terlaksana sesuai dengan perencanaan.

Hasil analisis deskriptif data aktivitas siswa pada siklus 1 dan 2 (pertiga pertemuan) melalui penerapan strategi pembelajaran otentik, disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2: Aktivitas Siswa pada Siklus 1 dan 2 Melalui Penerapan Strategi Pembelajaran Otentik

Keterangan:

A1 = Indikator A dengan deskriptor 1; Indikator A = Siswa mendengarkan penjelasan guru dan menjawab pertanyaan yang diberikan guru; Deskriptor 1 = Menjawab pertanyaan-pertanyaan yang diberikan guru pada saat melakukan apersepsi.

B1 = Indikator B dengan deskriptor 1; Indikator B = Siswa menempati kelompoknya masing-masing; Deskriptor 1 = Menempatkan kelompok yang telah ditetapkan guru dengan tertib.

C1 = Indikator C dengan deskriptor 1; Indikator C = Siswa mengerjakan LKS yang diberikan guru secara kelompok; Deskriptor 1 = Masing-masing kelompok mengerjakan LKS dan berdiskusi.

D123 = Indikator D dengan deskriptor 1, 2, dan 3; Indikator D = Perwakilan kelompok mempresentasikan hasil diskusinya; Deskriptor 1 = Membuat laporan hasil diskusi pada kertas karton; Deskriptor 2 = Perwakilan kelompok mempresentasikan hasil kerja kelompok di depan kelas; Deskriptor 3 = Siswa dari kelompok lain memberikan tanggapan terhadap hasil presentasi kelompok penyaji.

E1 = Indikator E dengan deskriptor 1; Indikator E = Membuat rangkuman tentang materi yang telah dipelajari; Deskriptor 1 = Perwakilan siswa menyampaikan rangkuman materi yang telah dipelajari.

F1 = Indikator F dengan deskriptor 1; Indikator F = Siswa mengerjakan tes formatif yang diberikan guru; Deskriptor 1 = Mengerjakan tes formatif yang diberikan guru.

Catatan: "Setiap deskriptor yang terlaksana sesuai dengan perencanaan diberi skor 10; yang terlaksana tetapi belum sesuai dengan perencanaan, skornya disesuaikan dengan kualitas aktivitas yang dilakukan siswa; dan yang tidak sama sekali terlaksana sesuai dengan perencanaan diberi skor 0".

Gambar 2 menunjukkan bahwa aktivitas siswa pada pertemuan pertama (P1) dengan 6 indikator dan 8 deskriptor (A1, B1, C1, D123, E1, dan F1) diperoleh hasil pengamatan, yakni siswa belum melaksanakan semua kegiatan pembelajaran sesuai dengan perencanaan. Hal ini terlihat dari hasil pengamatan pada (1) indikator A deskriptor 1, yakni hampir semua siswa tidak antusias menjawab pertanyaan-pertanyaan yang diberikan guru pada saat apersepsi; karena semua siswa belum siap untuk belajar; (2) indikator B deskriptor 1, yakni banyak siswa yang kurang tertib ketika guru mengorganisasikan mereka pada kelompok yang telah ditetapkan sebelumnya; (3) indikator C deskriptor 1, yakni hanya beberapa kelompok saja yang sungguh-sungguh mengerjakan LKS dan mendiskusikannya; (4) indikator D: deskriptor 1, yakni masih banyak siswa membuat laporan hasil diskusi pada kertas karton sambil bermain, sehingga menghabiskan banyak waktu; deskriptor 2, yakni perwakilan kelompok tidak maksimal mempresentasikan hasil kerja kelompoknya di depan kelas karena

masih banyak siswa yang tidak memperhatikan; deskriptor 3, yakni siswa dari kelompok lain tidak maksimal memberi tanggapan terhadap hasil presentasi kelompok penyaji; (5) indikator F deskriptor 1, yakni siswa tidak mengerjakan tes formatif karena waktu yang telah tersedia sudah habis.

Pada pertemuan kedua (P2) dengan indikator dan deskriptor yang sama, diperoleh hasil pengamatan, yakni siswa belum melaksanakan semua kegiatan pembelajaran sesuai dengan perencanaan; tetapi sudah terjadi perbaikan aktivitas siswa dalam proses pembelajaran. Hal ini terlihat dari hasil pengamatan pada (1) indikator A deskriptor 1, yakni lebih dari beberapa siswa, antusias menjawab pertanyaan-pertanyaan yang diberikan guru pada saat apersepsi; (2) indikator B deskriptor 1, yakni masih ada beberapa siswa yang kurang tertib ketika guru mengorganisasikan mereka pada kelompok yang telah ditetapkan sebelumnya; (3) indikator C deskriptor 1, yakni sudah hampir semua siswa pada kelompoknya masing-masing sungguh-sungguh mengerjakan LKS dan mendiskusikannya; (4) indikator D: deskriptor 1, yakni beberapa kelompok sudah membuat laporan hasil diskusi pada kertas karton dengan baik; namun masih ada kelompok yang lambat mengerjakannya; deskriptor 2, yakni lebih dari beberapa perwakilan kelompok telah maksimal mempresentasikan hasil kerja kelompoknya di depan kelas karena sudah banyak siswa yang memperhatikan; deskriptor 3, yakni siswa dari kelompok lain sudah maksimal memberi tanggapan terhadap hasil presentasi kelompok penyaji, namun masih ada siswa dari kelompok lainnya belum memberi tanggapan terhadap hasil presentasi kelompok penyaji; dan (5) indikator F deskriptor 1, yakni siswa mengerjakan tes formatif yang diberikan guru, tetapi tidak selesai dikerjakan karena waktu yang telah tersedia sudah habis.

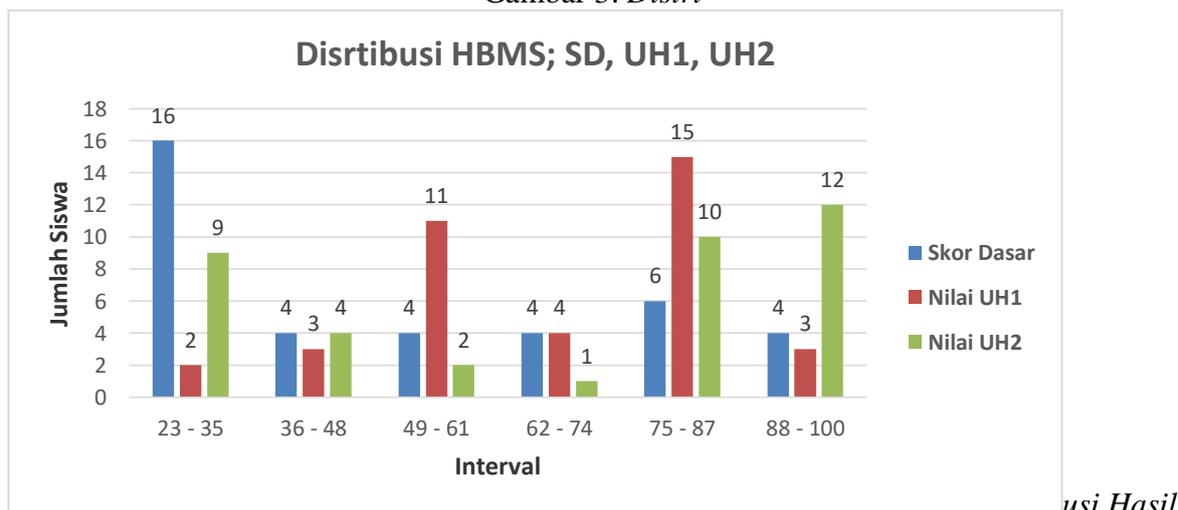
Pada pertemuan ketiga (P3) dengan indikator dan deskriptor yang sama, diperoleh hasil pengamatan untuk semua indikator dan deskriptor telah terlaksana sesuai dengan perencanaan. Hal ini terlihat dari nilai deskriptor pada pertemuan ketiga (P3); pada masing-masing indikator dan deskriptor bernilai sama, sehingga dapat dikatakan bahwa aktivitas guru pada siklus 1 sudah terlaksana sesuai dengan perencanaan.

Gambar 2 juga menunjukkan bahwa aktivitas siswa pada ketiga pertemuan berikutnya (P4, P5, P6) dengan 6 indikator dan 8 deskriptor (A1, B1, C1, D123, E1, dan F1) diperoleh hasil pengamatan, yaitu siswa sudah melaksanakan semua kegiatan pembelajaran sesuai dengan perencanaan. Hal ini terlihat dari nilai deskriptor ketiga pertemuan berikutnya (P4, P5, P6); pada masing-masing indikator dan deskriptor bernilai sama, sehingga dapat dikatakan bahwa aktivitas siswa pada siklus 2 sudah terlaksana sesuai dengan perencanaan.

Gambar 1 juga menunjukkan bahwa aktivitas guru pada ketiga pertemuan berikutnya (P4, P5, P6) dengan 9 indikator dan 15 deskriptor (A12, B12, C123, D1, E123, F1, G1, H1 dan I1) diperoleh hasil pengamatan, yaitu guru sudah melaksanakan semua kegiatan pembelajaran sesuai dengan perencanaan. Hal ini terlihat dari nilai deskriptor ketiga pertemuan berikutnya (P4, P5, P6); pada masing-masing indikator dan deskriptor bernilai sama, sehingga dapat dikatakan bahwa aktivitas guru pada siklus 2 sudah terlaksana sesuai dengan perencanaan.

Hasil analisis deskriptif terhadap data hasil belajar matematika siswa dari skor dasar (SD) ke ulangan harian 1 (UH1) dan ulangan harian 2 (UH2) melalui penerapan strategi pembelajaran otentik, disajikan pada Gambar 3.

Gambar 3: *Distri*



Belajar Matematika Siswa dari SD, UH1, UH2 Melalui Penerapan Strategi Pembelajaran Otentik

Dari Gambar 3 dapat dilihat bahwa jumlah siswa yang mencapai kriteria ketuntasan minimal (KKM) pada skor dasar (SD) sebanyak 10 siswa (26,32%); hal ini berarti bahwa masih ada 28 siswa lagi (73,68%) yang belum mencapai KKM (75). Pada ulangan harian 1 (UH1), jumlah siswa yang mencapai KKM sebanyak 18 siswa (47,37); hal ini berarti bahwa masih ada 20 siswa lagi (52,63%) yang belum mencapai KKM. Selanjutnya, jumlah siswa yang mencapai KKM pada ulangan harian 2 (UH2) sebanyak 22 siswa (57,89%); hal ini berarti bahwa masih ada 16 siswa lagi (42,11%) yang belum mencapai KKM yang telah ditetapkan sekolah (75). Gambar 3 juga memperlihatkan bahwa setelah tindakan terjadi peningkatan hasil belajar matematika siswa dari SD ke UH1 dan dari UH1 ke UH2. Hal ini dapat dilihat dari terjadinya perubahan hasil belajar matematika siswa menjadi lebih baik, yang ditandai dengan meningkatnya jumlah siswa mencapai KKM dari SD ke UH1 dan dari UH1 ke UH2. Hal ini menunjukkan bahwa penerapan strategi pembelajaran otentik dapat meningkatkan hasil belajar matematika siswa kelas VIII.4 SMPN 17 Pekanbaru.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan, disimpulkan bahwa penerapan strategi pembelajaran otentik dapat memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan hasil belajar matematika siswa kelas VIII.4 SMPN 17 Pekanbaru pada materi relasi dan fungsi. Untuk prospek ke depan dalam menerapkan strategi pembelajaran otentik; disarankan kepada guru, yakni ketika siswa mengalami kesulitan untuk membangun dan mengembangkan pengetahuannya (*higher order thinking*), maka guru harus siap memberikan *scaffolding* (baik secara lisan maupun tulisan) kepada siswa, sehingga siswa dapat memahami konsep dari materi yang diajarkan. Hal ini dapat mengakibatkan siswa lebih terampil dalam menyelesaikan permasalahan; baik yang ada dalam LKS maupun ketika mengerjakan soal-soal ujian. Untuk pengambilan kebijakan, disarankan strategi pembelajaran otentik dapat dijadikan sebagai salah satu alternatif pembelajaran untuk memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan hasil belajar matematika siswa, khususnya pada materi relasi dan fungsi dan umumnya pada materi yang memuat soal cerita berkaitan dengan kehidupan sehari-hari yang bersifat kontekstual.

DAFTAR PUSTAKA

- Arikunto, S. (2012). *Penelitian Tindakan Kelas*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Hutapea, N.M. (2012). *Peningkatan Kemampuan Penalaran, Komunikasi Matematis dan Kemandirian Belajar Siswa SMA Melalui Pembelajaran Generatif*. Disertasi Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung: Tidak diterbitkan.
- Newmann, F.M., King, M.B., and Carmichael, D.L. (2007). *Authentic Instruction and Assesment*. State of Iowa.
- Permendiknas. (2006). *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 22 Tahun 2006 tentang Standar Proses untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta: Depdiknas.
- . (2007). *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 20 Tahun 2007 tentang Standar Penilaian Pendidikan untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta: Depdiknas.
- . (2007). *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 41 Tahun 2007 tentang Standar Proses untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta: Depdiknas.
- Soedjadi, R. (2000). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*. Jakarta: Dirjen Pendidikan Nasional.

USING MEDIA LEARNING DESIGN COASTAL AREA IN LEARNING NUMBER FOR 1st GRADE ELEMENTARY SCHOOL COASTAL AREA

Zuhri D, Sehatta S

Mathematics Education, PMIPA FKIP UR¹⁾

email: zuhri.daim.@yahoo.com¹⁾

ABSTRACT

Meanings of numbers is often called the Number Sense, it is very important to understand, especially in elementary school students. Correspondingly, it is for elementary students who are new to the numbers must be given a real experience that happened as a means to build understanding of the number sense. This study aims to investigate the students' understanding of 1 st grade elementary school using media design coastal areas. Subjects of this study consists of two primary schools with number of subjects 42 whom living on the seashores. The purpose of this study, investigating the students' understanding of the Number Sense. The result showed that the students' understanding of the number sense after learning by using media design coastal areas increased by 21.3%. There are differences in students' understanding of the number sense with the percentage varying depending on the form of the design of the displayed image.

Keywords : Number Sense, Media design Coastal area

PENDAHULUAN

Indonesia dikenal dengan daerah maritim, yang memiliki 13.466 buah pulau dan 2342 buah pulau yang sudah di diami. Sebagai negara maritim Indonesia memiliki garis pantai sepanjang 99.093 km. Provinsi Riau, memiliki 996 SD yang berada di daerah pesisir pantai yang tersebar pada 6 Kabupaten dan 31 Kecamatan (Sumber, Dinas Pen. Riau, 2014). Dalam kurikulum 2013 dinyatakan bahwa kegiatan pembelajaran dijenjang SD dikelola secara tematik dan menerapkan pendekatan saintifik yakni belajar dari alam nyata siswa. Pendekatan ini diyakini dapat menumbuh kembangkan motivasi dan minat belajar siswa karena mereka dapat merasakan manfaat belajar. Dengan demikian untuk sekolah yang berada dikawasan pesisir pantai desain sumber belajarnya adalah ikan, sampan/kapal, jaring, kelapa dll. Disamping itu, perkembangan intelektual siswa seumur anak SD yang masih berada pada tahap konkrit maka penggunaan media-media yang berdesain lingkungan akan memberikan pengalaman belajar yang lebih bermakna.

Fakta menunjukkan bahwa buku-buku pelajaran SD umumnya berdesain gambar-gambar yang kurang dikenal dengan baik oleh siswa daerah pesisir pantai. Sebagai contoh desain gambar yang digunakan dalam menjumlahkan bilangan umumnya buah apel, mobil dan lainnya. Hal ini berarti penyajian bahan ajar oleh guru SD pesisir pantai belum sejalan dengan pendekatan saintifik yang diusung dalam kurikulum 2013.

Siswa pada jenjang SD adalah peletak dasar pengetahuan matematika seharusnya memiliki kemampuan pemahaman matematika yang baik, agar mampu memahami matematika yang lebih tinggi. Salah satu pengetahuan matematis yang fundamental dalam membangun kemampuan matematis yang lebih tinggi adalah *number sense*. Saleh, (2009)

mengemukakan bahwa *number sense* berarti kepekaan seseorang terhadap bilangan beserta perhitungan.. *Number sense* memberikan peranan penting dalam pemecahan masalah matematika. Seseorang dengan *number sense* yang baik akan dapat menggunakan pemahamannya mengenai bilangan untuk memecahkan masalah matematika yang tidak dibatasi oleh algoritma atau prosedur tradisional (Ekawati,2013). Selain itu, menurut As'ari (2008), orang yang memiliki *number sense* yang baik cenderung memiliki kepercayaan diri yang besar dalam mempelajari matematika. Sehingga siswa yang memiliki *number sense* adalah siswa yang memiliki kepekaan atas angka-angka dan bilangan, pengertian, representasi dan operasi hitungnya. Sood da Mackey (2015) berpendapat bahwa *number sense* berperan sebagai pondasi untuk memahami konsep dan kemampuan matematika secara formal. Jadi dengan adanya kemampuan *number sense* yang baik bagi siswa sekolah dasar diharapkan siswa dapat sukses dalam menyelesaikan persoalan matematika.

Memahami pendekatan saintifik sebagai pendekatan utama dalam K13, dan memahami pentingnya membangun *number sense* yang baik sebagai pengetahuan yang fundamental dalam matematik, maka perlu upaya perbaikan pembelajaran dengan memperhatikan karakteristik siswa dan pemanfaatan lingkungnya. Berangkat dari asumsi tersebut, maka peneliti mencoba menerapkan pembelajaran dengan menggunakan media-media berbasis pesisir pantai dalam meningkatkan pemaknaan bilangan (*number sense*) oleh siswa kelas I SD Pesisir Pantai.

KAJIAN LITERATUR

2.1 Artipenting Media Pembelajaran di SD

Dalam kurikulum dinyatakan bahwa pengelolaan pembelajaran harus menitik beratkan pada pemberdayaan siswa dalam membangun pengetahuannya. Selanjutnya, memperhatikan karakteristik siswa SD dimana secara umum masih berada pada tahap konkrit maka upaya pemberdayaan siswa dalam pembelajaran harus dilengkapi dengan sumber belajar yang sesuai dengan karakter mereka. Kondisi ini mengharuskan guru mampu dan terampil memanipulasi objek matematika yang abstrak untuk disajikan kepada siswa sehingga siswa mudah memahami materi yang disampaikan guru. Hal ini untuk menumbukembangkan sikap positif dan kemampuan matematika yang lebih bermakna dan tahan lama. Bruner (dalam Hudojo, 1981) mengemukakan bahwa cara terbaik bagi seseorang siswa untuk memulai belajar tentang konsep, prinsip atau aturan dalam matematika adalah dengan cara mengkonstruksikan konsep, prinsip atau aturan itu sendiri dan lebih baik lagi, bila siswa menggunakan konteks-konteks nyata yang mereka alami dalam merumuskan ide-ide tersebut.

Salah satu metode pembelajaran matematika yang sejalan dengan pendapat di atas adalah pemanfaatan media berbasis lingkungan. Metode ini menekankan kepada bagaimana belajar matematika dikontekskan ke dalam situasi nyata, sehingga pengalaman belajar yang dibangun lebih diterima dan berguna bagi siswa. Hal ini menunjukkan metode pembelajaran dengan pemanfaatan media berbasis lingkungan membekali siswa dengan pengetahuan aplikasi matematika dalam kehidupan. Pembelajaran kontekstual berlangsung alamiah dimana siswa bekerja dan mengalami, bukan transfer pengetahuan dari guru ke siswa. Siswa perlu mengerti apa makna belajar, apa manfaatnya, dalam status apa mereka, dan bagaimana mencapainya serta dimana keterkaitannya dengan hal nyata yang mereka alami. Dengan cara demikian siswa sendiri akan merasa memerlukan pengetahuan tersebut.

Memperhatikan pandangan teori belajar konstruktivis, baha membangun pengetahuan bukan menerima tetapi berbuat secara proaktif. Artinya proses pembelajaran harus memberikan kesempatan kepada siswa untuk secara aktif mengeksplorasi pengetahuan yang dibangun dengan intervensi guru melalui konteks-konteks nyata. Sehubungan dengan itu, agar kegiatan pembelajaran berjalan dengan baik dan bermakna maka siswa perlu divasilitasi dengan menggunakan media pembelajaran yang berdesain lingkungan siswa.

Berbicara tentang media, kata, “media” adalah bentuk jamak dari “medium”, yang berasal dari bahasa Latin “medius”, yang berarti “tengah”. Dalam bahasa Indonesia, kata “medium” dapat diartikan sebagai “antara” atau “sedang”. Jadi pengertian media cenderung bermakna menghantar/meneruskan informasi (pesan) dari sumber informasi (pemberi pesan) kepada si penerima pesan atau informasi. Berbicara tentang media pembelajaran, dari beberapa sumber seperti Smaldino, (2012), Association of Education and Communication Technology (AECT) Amerika, Gerlach & Ely (1971) (dalam Arsyad (2010), dapat disarikan bahwa media pembelajaran adalah suatu bentuk, wadah, sarana, yang digunakan oleh pendidik, untuk menyampaikan pesan (materi) kepada terdidik sehingga dapat diterima siswa dengan baik dan benar.

Memperhatikan pernyataan di atas maka media memiliki artipenting dalam pembelajaran. Berdasarkan beberapa sumber seperti, Wina (2009), Rusman (2013), Sadiman, dkk (2010), Derek Rowntree, John M. Lannon, McKnown, Edgar Dale (dalam Gumawan, 1996) dapat disarikan bahwa artipenting media dalam pembelajaran adalah (1) membangkitkan motivasi; (2) meningkatkan pengertian anak didik terhadap materi pengajaran; (3) mudah dipahami, karena lebih konkrit; (4) meningkatkan rasa ingin tahu siswa; (5) menarik dan memperbesar perhatian siswa terhadap materi pelajaran; (6) memberikan pengalaman belajar yang sulit diperoleh dengan cara yang lain.

1.2 Number Sense

Number sense termasuk ke dalam kemampuan yang esensial di dalam proses bermatematika (NCTM, 2000). Namun demikian, kemampuan *number sense* di dalam kurikulum matematika sekolah belum dicantumkan secara eksplisit. Oleh karena itu dapat dipahami jika kemampuan *number sense* siswa cenderung rendah. Sampai saat ini, pengertian *number sense* belum dapat didefinisikan secara pasti. Terkait dengan pengertian *number sense* beberapa pakar matematika telah mencoba mendefinisikan antara lain yang dikemukakan dalam NCTM sebagai berikut :

” Number sense relates to having an intuitive feel for number size and combinations as well as the ability to work flexibly with numbers in problem situations in order to make sound decisions and reasonable judgments. It involves being able to use flexibly the processes of mentally computing, estimating, sensing number magnitudes, moving between representation system for number, and judging the reasonableness of numerical result.”

Pendapat di atas menunjukkan bahwa *number sense* berhubungan dengan kemampuan intuisi tentang besaran bilangan dan kombinasinya, seperti halnya kemampuan untuk bekerja dengan bilangan dalam menyelesaikan persoalan secara fleksibel yang disertai dengan alasan yang masuk akal. Kemampuan ini meliputi fleksibilitas dalam proses menghitung tanpa alat bantu, estimasi, mengetahui besaran bilangan, dapat memodelkan suatu soal ke dalam model matematika, dan dapat menyelesaikan soal dengan alasan yang tepat.

Pendapat yang senada juga disampaikan Reyes sebagai berikut: *”Number sense refer to a person’s general understanding of numbers and operation along with the ability to use this understanding in flexible ways to make mathematical judgments and to develop useful strategies for solving complex problem.”* Pendapat ini kurang lebih bermakna *number sense* merujuk pada kemampuan pemahaman umum seseorang tentang bilangan dan operasinya secara fleksibel dalam memecahkan masalah matematika dan mampu mengembangkan strategi yang ampuh untuk menyelesaikan masalah matematika yang rumit.

Number sense adalah pemahaman siswa terhadap bilangan dan operasi bilangan dengan kemampuan untuk menggunakan pemahaman tersebut secara fleksibel untuk membuat keputusan matematika dan mengembangkan strategi yang bermanfaat dan efisien dalam mengelola persoalan berkaitan dengan bilangan (Mc Intosh, Reys & Reys, 1992; Mc Intosh, Banana dan Farrel, 1999).

Dari beberapa pendapat di atas, maka dapat dikatakan bahwa *number sense* adalah pemahaman tentang bilangan dan operasi bilangan. Perlu digaris bawahi bahwa operasi bilangan yang dimaksud bukan menentukan hasil operainya tetapi pemaknaan terhadap operasi bilangan yang dimaksud. Sejalan dengan pengertian ini, ada lima komponen yang membentuk karakteristik *number sense*, yaitu *number meaning*, *number relationship*, *number magnitude*, *number operation*, dan *number referent* (NCTM, 1989).

Sejalan dengan pendapat di atas, menurut Mc Intosh, Reys & Reys, 1992; Veloo, 2012; Yang dan Li, 2013, secara umum terdapat lima komponen untuk mengukur kemampuan *number sense*, yakni :

- (1) Memahami makna bilangan, operasi bilangan, dan hubungan antar bilangan.
Kemampuan ini memungkinkan siswa untuk memiliki sense terhadap bilangan (bilangan bulat, pecahan, dan desimal), operasi bilangan (+, -, x, dan ÷) dan mengetahui hubungan antara bilangan dan operasinya. Contoh: 8 merepresentasikan delapan ribu pada bilangan 28.036.
- (2) Mampu menggunakan berbagai representasi bilangan dan operasi bilangan.
Kemampuan ini mencakup kemampuan menggunakan bilangan yang sesuai dan merepresentasikan bilangan dalam berbagai cara. Sebagai contoh siswa mengetahui bahwa $\frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$.
- (3) Mengenali ukuran relatif dari bilangan. Ini merupakan kemampuan siswa untuk membandingkan dan mengurutkan bilangan. Sebagai contoh siswa mengetahui bahwa $\frac{23}{50}$ lebih kecil dari $\frac{21}{40}$ karena $\frac{21}{40}$ lebih besar dari $\frac{1}{2}$ dan $\frac{23}{50}$ lebih kecil dari $\frac{1}{2}$.
- (4) Mampu menguraikan dan menyusun kembali bilangan secara fleksibel.
Ini bermakna bahwa siswa mampu menguraikan bilangan untuk mempermudah dalam perhitungan secara fleksibel. Sebagai contoh ketika siswa di minta menyelesaikan soal 24×25 , mereka dapat memisahkan bilangan 24 menjadi untuk memperoleh $6 \times 4 \times 25$, dan mengetahui bahwa 6×100 . Ini membantu siswa menyelesaikan soal dengan lebih efisien.
- (5) Mampu memutuskan dengan bijaksana dari hasil perhitungan melalui strategi yang berbeda. Bagian ini fokus pada kemampuan siswa untuk menggunakan strategi seperti estimasi dan komputasi secara mental aritmatika untuk menyelesaikan persoalan yang sesuai dan jawaban yang diberikan bisa diterima secara logis. Sebagai contoh siswa mampu mengestimasi tinggi kelas dari atap hingga lantai kelas yaitu sekitar 3-4 meter.

Berdasarkan komponen *number sense*, dan mengingat bahwa penelitian ini dilakukan pada siswa kelas I SD, maka *number sense* yang menjadi bahan penyelidikan dalam penelitian ini adalah pemaknaan bilangan, representasi bilangan, hubungan antar bilangan, operasi bilangan, dan dan.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian eksperimen dengan subjek penelitiannya terdiri dari siswa kelas I SD di Kecamatan Sungai Apit Kab. Siak Tp. 2016/2017 yang terdiri dari 2 kelas yang dibagi atas kelas eksperimen dan kelas control. Desain penelitian yang digunakan digambarkan berikut ini:

Kelompok	Perlakuan	Postes
Eksperimen	X ₁	O
Kontrol	X ₂	O

Cottrel dan James (2012)

Instrumen pengumpul data penelitian adalah tes untuk mengumpulkan data *number sense*. Tes ini disusun berdasarkan muatan kurikulum 2013 dan mengacu pada komponen

number sense yang ditetapkan. Selanjutnya untuk mengkaji lebih jauh tentang *number sense* tersebut dilakukan wawancara terhadap kesalahan yang dibuat siswa. Data yang terkumpul kemudian dianalisis dengan menggunakan statistic inferensial untuk menggambarkan dampak penggunaan media pembelajaran berdesain pesisir pantai terhadap *number sense* siswa dan deskriptif untuk mendeskripsikan *number sense* siswa pada setiap komponen yang ditetapkan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini akan dideskripsikan perhitungan *number sense* siswa pada kedua kelompok sampel penelitian.

Tabel 1. Rekapitulasi Deskripsi Data Number Sense Siswa

Sumber Data	Control	Eksp	Uji Homogen			Uji Rataan		
			F_h	$F_{t(0.01)}$	Kes	t_h	$t_{t(0.05)}$	Kes
N	32	30						
Rataan	4.2	7,3	2.16	2.18	Ho	41.3	1.64	Ho ditolak
Simp.bak	0.24	0.31			terima			

Cat: Skor ideal = 12

Berdasarkan fakta yang dimuat pada tabel di atas diperoleh informasi bahwa hasil pengujian hipotesis yakni H_0 ditolak. Selanjutnya melihat rata-rata KPM siswa kelompok eksperimen lebih tinggi maka dapat dikatakan bahwa penerapan pembelajaran dengan menggunakan media berbasis pesisir pantai berkontribusi secara positif terhadap *number sense*. Selanjutnya, jika dibandingkan dengan kemampuan *number sense* siswa kelompok eksperimen sebelum pembelajaran dimana rata-ratanya sebesar 5,74, maka dapat dinyatakan bahwa terdapat peningkatan kemampuan *number sense* siswa sebesar 21,3% setelah perlakuan.

Selanjutnya berdasarkan fakta hasil pengujian di atas, perlu dikaji lebih jauh tentang *number sense* siswa berdasarkan komponen yang menjadi indikator untuk mengukur *number sense* siswa. Berikut ini akan diuraikan secara berturut-turut gambaran yang dimaksud.

a. Komponen Pemaknaan Bilangan

Pertanyaan: tuliskan lambang bilangan yang menunjukkan banyaknya benda

Dari hasil analisis jawaban siswa diperoleh fakta jumlah siswa yang menjawab benar, seperti yang dimuat pada tabel berikut.

Tabel. 2

Deskripsi Jumlah Siswa Menjawab Benar pada Komponen Pemaknaan Bilangan

Desain			
Eksperimen	 0	27	
			
	 1		
Control	32	3	15

Dari fakta yang dimuat pada tabel di atas, dapat dinyatakan bahwa secara umum siswa kelompok eksperimen memiliki *number sense* pada aspek pemaknaan bilangan yang

lebih baik dibandingkan dengan kelompok control. Perbedaan yang kontras pada aspek di atas terlihat pada desain 2 dan 3. Untuk desain 1, secara umum kedua kelompok siswa memiliki pemaknaan bilangan 2 yang sama. Desain ini merupakan contoh desain yang umum digunakan guru dan dalam buku ajar. Khusus untuk desain 2, sebanyak 17 siswa kelompok eksperimen dan 29 orang siswa kelompok control mengatakan bahwa banyak benda dalam desain tersebut menyatakan bilangan 4. Fakta ini menunjukkan bahwa pemaknaan siswa tentang bilangan yang dinyatakan dengan kumpulan benda masih didasarkan pada banyak bendanya, tanpa memahami bahwa bilangan yang menunjuk benda harus memiliki ciri tersendiri. Sedangkan pada desain 3, karena ukuran objek yang tidak sama maka bukan menunjukkan bilangan 3.

b. Komponen Representasi Bilangan

Pertanyaan: Tandai dengan X, mana dari banyak benda pada gambar dibawah ini yang menunjukkan bilangan 3

Dari hasil analisis jawaban siswa diperoleh fakta sebagai berikut:

Tabel. 3

Deskripsi Jumlah Siswa Menjawab Benar pada Komponen Representasi Bilangan

Desain					
Eksperime 	 0	23	16		
	 1				
					
Control		32	2	12	7

Fakta di atas menunjukkan bahwa pada desain 1 representasi bilangan 3 oleh siswa sangat baik. Untuk desain 2 dan 4, umumnya siswa kelompok control membuat kesalahan, karena memaknai bilangan 3 dari banyaknya objek dalam desain. Hasil ini terlihat sejalan dengan pemahaman siswa tentang *number sense* pada komponen pemaknaan bilangan. Disamping itu, kesalahan siswa dalam merepresentasikan bilangan 3 juga dipengaruhi oleh anggapan objek memiliki ukuran yang sama. Hal ini mendorong siswa untuk menyatakan bahwa desain 3 merupakan representasi dari bilangan 3.

c. Komponen Hubungan Bilangan

Pertanyaan: Berikan tanda X pada kelompok benda lebih banyak

Dari hasil analisis jawaban siswa diperoleh fakta sebagai berikut:

Tabel. 4

Deskripsi Jumlah Siswa Menjawab Benar pada Komponen Hubungan Bilangan

Desain			

Eksperimen	29	 
Control	20	18

Berdasarkan data pada table di atas, diperoleh informasi bahwa secara umum siswa kelompok eksperimen memiliki *number sense* pada aspek hubungan bilangan yang lebih baik. Selanjutnya untuk desain 1, pemaknaan bilangan pada aspek hubungan bilangan kedua kelompok cukup baik. Namun pada desain 2, pemaknaanya tentang hubungan bilangan kedua kelompok jauh berbeda. Ada indikasi perbedaan tersebut disebabkan siswa kelompok control dalam belajarnya diberi contoh yang umumnya memiliki objek sama.

d. Komponen Operasi Bilangan

Pertayaan: Mana dari desain berikut yang menunjukkan $3 + 2$

Tabel. 5

Deskripsi Jumlah Siswa Menjawab Benar pada Komponen Operasi Bilangan

Desain			
Eksperimen	30	24	22
Control	27	15	9

Fakta yang dimuat pada tabel di atas, menunjukkan bahwa secara umum pemaknaan *number sense* siswa kelompok eksperimen lebih baik dibandingkan kelompok control. Selanjutnya secara umum untuk desain 1, kedua kelompok siswa memiliki pemahaman yang relative sama. Sedangkan untuk desain 2 dan 3 kelompok control membuat kesalahan yang lebih banyak. Pada desain 2, kesalahan terjadi karena siswa berpandangan bahwa banyak benda yang dijumlahkan yaitu 3 dengan 2, tanpa memperhatikan urutan bilangan yang dijumlahkan. Demikian juga pada desain 3 mereka cenderung memandang banyak objek yang dijumlahkan dan tidak mempertimbangkan bahwa objek yang dapat dijumlahkan jika karakteristik sama.

Hasil analisis data menunjukkan bahwa penggunaan media berbasis pesisir pantai memberikan kontribusi terhadap kemampuan *number sense* siswa, baik dilihat dari keseluruhan aspek maun dalam setiap aspek. Terdapat peningkatan pemaknaan bilangan (*Number sense*) siswa setelah mengikuti pembelajaran dengan menggunakan media berbasis lingkungan (pesisir pantai) sebesar 21,3%. Hasil penelitian ini, memperkuat temuan penelitian sebelumnya yakni Saragih,S (2016) penerapan media berdesain lingkungan siswa (SD marginal kawasan kebun sawit) memberikan kontribusi terhadap penurunan miskonsepsi siswa tentang bilangan.

Meningkatnya pemaknaan *number sense* siswa sebagai dampak penerapan penggunaan media berbasis lingkungan siswa adalah fakta bahwa pemanfaatan desain lingkungan siswa berkontribusi terhadap hasil-hasil belajar. Memperhatikan hasil penelitian ini dan merujuk pada konsep pendekatan dalam K13 yakni saintifik, maka hasil penelitian ini menginspirasi guru dalam mengkombinasikan desain-desain lingkungan siswa sebagai inovasi pembelajaran. Guru tidak semestinya terpaku menggunakan buku guru dan buku siswa yang menggunakan desain yang kurang saintifik bagi siswa pesisir pantai dalam pembelajaran matematika.

Selanjutnya menilik dari hasil penelusuran pada komponen *number sense* beberapa kesalahan siswa yang berhasil disarikan adalah:

1. Pemaknaan *number sense* siswa umumnya masih terpaku pada contoh yang diberikan guru atau yang terdapat pada buku

2. Dalam memaknai *number sense* kecenderungan cara pandang siswa berangkat dari : (i) sama ukuran dan desain/bentuk; (ii) sama ukuran; (iii) sama desain

Sehubungan dengan hal di atas, maka dalam membangun pengetahuan siswa terkait dengan *number sense* sebaiknya ditata dengan urutan, objek yang sama dengan desain dan ukuran yang sama, kemudian ukuran sama, selanjutnya desain yang sama, baru dilanjutkan dengan desain yang berbeda dalam objek namun masih memiliki karakteristik yang sama. Sebagai contoh, dalam menunjukkan bilangan 3 awali dengan tiga pensil sama ukuran, desain/bentuk, tiga pensil sama ukuran, tiga pensil beda ukuran dan desain dan selanjutnya menggunakan objek yang karakteristiknya sama seperti pena atau spidol atau yang sejenis.

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis data dan pembahasan maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Penerapan pembelajaran dengan menggunakan media berbasis pesisir pantai berkontribusi secara positif terhadap *number sense*.
2. Terdapat peningkatan kemampuan *number sense* siswa sebesar 21,3% setelah perlakuan
3. Secara umum, siswa kelompok eksperimen memiliki *number sense* yang lebih baik pada setiap komponen *number sense* menjadi objek penyelidikan

SARAN

Berdasarkan pembahasan hasil penelitian, maka ada beberapa saran terkait dengan penelitian ini, yakni:

1. Desain objek yang digunakan dalam penelitian ini dari hasil pengamatan ada beberapa objek yang tidak dikenal dengan baik. Sehubungan dengan itu, sebaiknya sebelum penelitian objek-objek yang digunakan sebagai desain media yang digunakan perlu observasi.
2. Penggunaan desain tes yang terbatas pada objek kerang, kepiting dan remis rumpunya kurang dikenal siswa, sehingga diduga dapat mempengaruhi hasil pengukuran *number sense* siswa. Desain dengan menggunakan ikan dipandang lebih tepat karena lebih dikenal siswa.

DAFTAR PUSTAKA

- Acol, Petrus. 2011. *Deskripsi Number Sense Siswa Kelas VII SMP Santo Fransiskus Asisi Pontianak*. Skripsi : FKIP UNTAN
- AECT Task Force (1977) *Strategis for Teachers Information Processing Model in The Classroom*, Englewood Cliffs.
- As'ari, A. Rahman. 2008. *Number Sense : Mengapa penting bagi Anak*. (online). (http://idepembelajaranmatematika.blogspot.com/2008/11/number_sensemengapa_penting_bagi_anak.html/diakses 13 Februari 20017
- Dehaene, Stainslas dan Wilson Anna. 1998. *Number Sense and Developmental Dyscalculia. Cognitif Neuroimaging, INSERM-CES Unit 562. Perancis : Service Hospitlier Frederic Jolio*
- Ekawati, Endang. 2013. *Profil Kemampuan number sense siswa kelas VII SMP dalam memecahkan Masalah Matematika pada materi Bilangan Bilat*.
- Estiningsih Hudojo, (1981) *Mengajar Belajar Matematika*, Malang: IKIP Malang.
- Gumawam (1996) *Media Pembelajaran*, Jakarta, PT Raja Grafindo persada

- (1994) *Pedoman Pembuatan , Penggunaan dan Pemeliharaan Alat Peraga/Praktik Sederhana Mata Pelajaran Matematika untuk SD*. Jakarta: Depdiknas
- Gustimal Witri, dkk (2015), Analisis Kemampuan Number Sense Siswa SD di Pekanbaru, Prociding: 7th *International Seminar on Regional Education*.
- NCTM. *The Number Sense and Operation Standart of the Principle and Standart for School Mathematics Includes Several Concepts and Skill Related to Beginning Number Sense*. diakses dari <http://standarts.nctm.org/document/appendix/numb.html>, pada tanggal 10 Oktober 2015
- Pilmer,David.2008. *Number Sense. Nova Scotia School for adult Learning. Departemen of Labor and workface/* (online). (www.users.nplx.net/region10/regiontenmathpages/region10mathsitefaq/whatiisnumbesense.html), diakses pada tanggal 6 mater 2013
- Ruseffendi, E.T. (1998). *A Comparison of Participation in Mathematics of Male and Female Students in the Transition from Junior to Senior Hight School in West Java*. Disertasi The Ohio State University. Ohio: Tidak Diterbitkan.
- Ruseffendi, E.T. (1992). *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.
- Sehatta, S. dkk. (2013) *Pengembangan Media Pembelajaran Topik Geometri di SD.*, Hasil Penelitian., FKIP UR. Pekanbaru Tidak diterbitkan
- Sehatta, S. dkk. (2015) *Penerapan Media Berbasis Lingkungan Kebun Sawit Untuk Miminimalkan Miskonsepsi Siswa tentang Bilangan*, Hasil Penelitian., FKIP UR. Pekanbaru Tidak diterbitkan
- Soot,S., dan Mackey, M.2015. Examining the Effects of Numer Sense Instruction of Mathematics Competence of Kindergarden Student.*Internetal Journal of Humanities Social Sciences and Education*2,(2), 14-31a

PENGEMBANGAN LKM BERBASIS PENDEKATAN MATEMATIKA REALISTIK DAN PENDIDIKAN KARAKTER PADA SMP MATERI ARITMATIKA SOSIAL DI MAHASISWA PPG SM3T FKIP UNIB 2017

M. Fachruddin. S

JPMIPA FKIP Universitas Bengkulu

Email: m.fachruddin.s@gmail.com

ABSTRACT

This study aims to obtain Student Paper Work (SPW) based on realistic and character mathematics approach on social arithmetic study in students at PPG SM3T FKIP UNIB 2017 that valid, practice, and effective. This study are includes in category of research and development with using 4-D procedure. 4D procedure are cover stages of defining, designing, and developing of material that examined by expert and linguist. SPW practically tested on eight students in PPG SM3T FKIP UNIB 2017. SPW effectiveness tested on all students in PsPG SM3T FKIP UNIB 2017 which amount to 17 students. Research instrument in this study is validation sheet of SPW. Validation sheet are analyzed validity, practically, and effectiveness. The result of this study shows that: 1) SPW based on realistic and character mathematics approach is valid judged from material, expert panel, and linguist with the average score 4.00; 2) SPW based on realistic and character mathematics approach is practice with the average score 4.10; 3) SPW based on realistic and character mathematics approach is effective with the average score 4.30. Achievements of effectiveness are as follows: a) the average score of students and lecturers are 4.10; b) response of students with the course has an average value as 4.10; c) learning outcome of student achieves mastery with the average minimum value 75 in amount of 4.50 (90%).

Keywords: realistic mathematics approach, character building, student paper work (SPW), research and development.

PENDAHULUAN

Pendidikan merupakan suatu rangkaian peristiwa yang kompleks berupa rangkaian kegiatan komunikasi antar manusia sehingga manusia itu bertumbuh sebagai pribadi yang utuh. Manusia bertumbuh melalui belajar. Belajar merupakan kegiatan bagi setiap orang. Pengetahuan ketrampilan, kebiasaan, kegemaran, dan sikap seseorang terbentuk, dimodifikasi dan berkembang disebabkan belajar (Hudojo, 1988: 1). Salah satu belajar yang memfokuskan pada keterampilan adalah pembelajaran matematika.

Pembelajaran matematika dalam bentuk perkuliahan sebagai sistem pendidikan nasional yang memberikan kontribusi penting dalam pembentukan karakter mahasiswa dalam matematika itu sendiri mengandung nilai-nilai karakter. Damayanti (2014: 114) mengatakan bahwa perkuliahan matematika yang selama ini hanya dimaknai sebagai mata pelajaran biasa. Padahal perkuliahan matematika sebenarnya bisa menjadi sarana membangun karakter mahasiswa. Dalam perkuliahan matematika mengandung nilai-nilai pendidikan karakter, yaitu

konsistensi, taat asas disiplin, keseimbangan, kreatif, dan inovatif. Melalui perkuliahan matematika diharapkan dengan sendirinya para mahasiswa cermat dalam melakukan pekerjaan, maupun berpikir kritis, kreatif, konsisten dalam bersikap jujur, taat pada aturan, demokratis, percaya diri, kerja keras, mandiri, dan bertanggung jawab.

Seiring dengan perkembangan matematika, maka diperlukan suatu perkuliahan yang secara sengaja memasukan nilai-nilai karakter ke dalam perencanaan perkuliahan sehingga tujuan untuk membentuk karakter mahasiswa melalui perkuliahan matematika dapat dicapai. Suatu perkuliahan semacam itu diperlukan suatu skenario perkuliahan atau pendekatan perkuliahan tertentu. Pendekatan matematika realistik merupakan konsep pendekatan perkuliahan yang membantu dosen mengaitkan antara materi matematika dan situasi-situasi dunia nyata atau dunia yang disimulasikan, dan memotivasi para mahasiswa mengaitkan matematika dalam kehidupan sehari-harinya. Pendekatan matematika realistik ini dapat membangun karakter mahasiswa dalam perkuliahan matematika dimana dosen dapat memberikan nilai-nilai karakter pada mahasiswa dengan mengaitkan matematika dalam konteks kehidupan nyata. Salah satu materi yang mengaitkan mahasiswa PPG SM3T FKIP UNIB ke dalam konteks kehidupan sehari-hari adalah materi aritmatika sosial SMP.

Aritmatika Sosial SMP adalah salah satu materi matematika yang harus dikuasai oleh mahasiswa berhubungan dengan dunia perekonomian atau perdagangan serta transaksi jual-beli dimana materi ini dekat dengan kehidupan sehari-hari dan dapat dijadikan bahan ajar untuk membentuk karakter mahasiswa. Salah satu alternatif bahan ajar yang dapat dikembangkan untuk membentuk karakter mahasiswa adalah Lembar Kerja Mahasiswa (LKM).

Pengertian LKM dijelaskan oleh Trianto (2007: 73) yakni sebagai panduan Mahasiswa untuk melakukan kegiatan penyelidikan atau pemecahan masalah. LKM memuat kegiatan yang harus dilakukan Mahasiswa untuk mencapai indikator pencapaian hasil belajar. Berdasarkan uraian tersebut, maka LKM dapat dijadikan pedoman agar Mahasiswa dapat melakukan kegiatan secara aktif dan mandiri dalam perkuliahan serta membantu mengarahkan mahasiswa mengkonstruksi pengetahuan yang telah dipelajari untuk menyelesaikan suatu masalah.

Berdasarkan pelaksanaan perkuliahan di PPG SM3T FKIP UNIB kurikulum yang digunakan adalah kurikulum 2013 dimana terdapat empat kompetensi inti. Salah satu dari empat kompetensi inti memuat tentang pendidikan karakter yaitu menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotongroyong), satun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaanya. LKM yang digunakan oleh mahasiswa dengan bimbingan Dosen hanya berisi materi dan soal-soal yang masih menoton dan tidak ada pendidikan karakter yang ditanamkan di LKM tersebut.

Karakter adalah sebuah kunci keberhasilan suatu individu. Oleh karena itu diperlukan bahan ajar berbasis pendidikan karakter untuk menanamkan pendidikan karakter berupa nilai-nilai hakikat kebenaran, yaitu hakikat baik dan buruk. Hal ini dikarenakan karakter yang dimiliki Mahasiswa dapat menentukan hasil belajarnya, dimana jika seorang mahasiswa memiliki karakter tidak mungkin: mencontek, tugas temannya, rasa percaya diri dalam mengerjakan tugas kurang dan tidak adanya tanggung jawab dalam mengerjakan soal-soal yang diberikan dosen dapat berpengaruh pada hasil belajarnya.

Hasil penelitian Murdani (2015) menyebutkan bahwa dengan Perkuliahan Matematika Realistik Berbasis Pendidikan Karakter dapat membentuk karakter mahasiswa dan meningkatkan hasil belajar matematika mahasiswa. Pendekatan Matematika Realistik berbasis pendidikan karakter sebagai salah satu pendekatan yang dapat digunakan dalam perkuliahan dapat membantu dosen untuk mengembangkan LKM matematika yang berbasis karakter. Dengan menggunakan pendekatan matematika realistik Dosen dapat memberikan

konsep serta menumbuhkan nilai-nilai karakter kepada mahasiswa berdasarkan situasi dunia nyata dalam perkuliahan matematika.

Berdasarkan pemaparan di atas, maka peneliti mencoba untuk melakukan suatu penelitian yang berjudul Pengembangan LKM Berbasis Pendekatan Matematika Realistik Dan Pendidikan Karakter pada SMP Materi Aritmatika Sosial di Mahasiswa PPG SM3T FKIP UNIB 2017.

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan di atas, maka permasalahan penelitian ini adalah: 1) Bagaimana kevalidan hasil Pengembangan LKM Berbasis Pendekatan Matematika Realistik Dan Pendidikan Karakter pada SMP Materi Aritmatika Sosial di Mahasiswa PPG SM3T FKIP UNIB 2017? 2) Bagaimana kepraktisan hasil Pengembangan LKM Berbasis Pendekatan Matematika Realistik Dan Pendidikan Karakter pada SMP Materi Aritmatika Sosial di Mahasiswa PPG SM3T FKIP UNIB 2017? 3) Bagaimana keefektifan hasil Pengembangan LKM Berbasis Pendekatan Matematika Realistik Dan Pendidikan Karakter pada SMP Materi Aritmatika Sosial di Mahasiswa PPG SM3T FKIP UNIB 2017?

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah Membantu Mahasiswa dalam menguasai konsep dan mencapai tujuan perkuliahan matematika yang berkarakter. Sedangkan bagi dosen sebagai peneliti adalah sebagai bahan ajar yang digunakan untuk mencapai tujuan perkuliahan, menambah pengetahuan tentang memodifikasi dan merancang LKM berkarakter.

METODE

Jenis penelitian ini adalah penelitian pengembangan dengan tujuan untuk mengembangkan LKM berbasis pendekatan matematika realistik dan pendidikan karakter Pada SMP Materi aritmatika sosial di Mahasiswa PPG SM3T FKIP UNIB 2017. Penelitian yang digunakan yakni penelitian pengembangan model 4-D. Thiagarajan, Semmel dan Semmel (1974: 5) menyebutkan “model ini terdiri dari 4 tahap pengembangan, yaitu Pendefinisian (*Define*), Perancangan (*Design*), Pengembangan (*Develop*), dan Penyebaran (*Desseminate*). Subjek dalam penelitian pengembangan LKM berbasis pendekatan matematika realistik dan pendidikan karakter adalah Seluruh Mahasiswa PPG SM3T FKIP UNIB 2017 Berjumlah 17 mahasiswa.. Pada tahap uji coba terbatas atau uji coba kepraktisan diambil sebanyak 8 orang mahasiswa. Kemudian pada tahap uji lapangan atau uji coba keefektifan diujicobakan pada seluruh mahasiswa sebanyak 17 orang mahasiswa. Setelah selesai divalidator Instrument yang digunakan dalam penelitian ini adalah lembar validasi LKM, lembar kepraktisan LKM dan lembar efektifitas yang terdiri dari aktivitas Mahasiswa dan dosen, angket respon mahasiswa dan hasil belajar mahasiswa, teknik pengumpulan data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah pengumpulan data, validasi, data, kepraktisan ,dan data keefektifan, teknik analisis data yang digunakan adalah analisis kevalidan, analisis kepraktisan, dan analisis keefektifan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian pengembangan ini diperoleh dari uji validasi, uji kepraktisan dan uji keefektifan.

Validasi

Validasi dilakukan untuk melihat kevalidan dari isi materi, konstruksi dan bahasa LKM yang dikembangkan. Validasi dilakukan oleh dosen ahli bidang matematika dan Mahasiswa matematika untuk menilai kelayakan LKM yang dikembangkan. Hasil yang

diperoleh berupa kritik dan saran yang digunakan untuk merevisi atau memperbaiki LKM, sehingga diperoleh LKM draf II. Berikut adalah hasil validasi secara ringkas yang disajikan dalam bentuk tabel.

Tabel 1.1 Hasil Validasi LKM

Validasi	Skor rata-rata	Kriteria
Materi	4,0	Valid
Konstruksi	4,20	Valid
Bahasa	3,80	Valid
Skor rata-rata	4,00	Valid

Berdasarkan hasil validasi tersebut, LKM memenuhi kriteria valid dengan skor rata-rata validitas 4,00. Selanjutnya hasil validitas dapat digunakan untuk uji kepraktisan.

Uji Kepraktisan

Pada uji kepraktisan LKM, Mahasiswa mereka senang dan antusias dalam perkuliahan dengan menggunakan LKM. Materi yang disajikan realistis sesuai dengan kehidupan sehari-hari Mahasiswa, sehingga mahasiswa mudah memahami isi materi pada LKM. Berikut hasil uji kepraktisan dapat dilihat pada tabel 1.2.

Tabel 1.2 Hasil uji kepraktisan

Subjek	Skor rata-rata	Kriteria
Mahasiswa	4,11	Praktis
Dosen	4,09	Praktis
Skor rata-rata	4,10	Praktis

Melalui LKM ini diharapkan Mahasiswa dapat merasakan kepraktisan LKM dalam perkuliahan. Sehingga berdasarkan analisis kepraktisan tersebut, LKM dapat digunakan untuk uji selanjutnya yakni uji keefektifan dengan melakukan beberapa perbaikan atau revisi dan menghasilkan LKM draf III.

Uji Keefektifan

Pada uji keefektifan ini tidak hanya melihat keefektifan pada penggunaan LKM, tetapi dari keefektifan aktivitas Mahasiswa dan dosen, respon mahasiswa serta hasil belajar mahasiswa dengan menggunakan LKM dan Tes Hasil Belajar (THB). Adapun materi yang disajikan sesuai konteksnya dengan kehidupan sehari-hari Mahasiswa. Sehingga mudah dipahami isi materi. Berikut hasil uji keefektifan dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 1.3 Hasil uji keefektifan

Analisis	Skor rata-rata	Kriteria
Aktivitas mahasiswa	4,40	Sangat Efektif
Aktivitas dosen	4,20	Efektif
Respon mhs	4,10	Efektif
Hasil belajar	4,50	Sangat Efektif

mahasiswa		
Skor rata-rata	4,30	Sangat Efektif
uji keefektifan		

Berdasarkan hasil uji keefektifan diperoleh bahwa aktivitas mahasiswa dan dosen memenuhi kriteria sangat efektif pada saat proses perkuliahan. Hal ini juga diperkuat oleh respon peserta didik yang menyatakan LKM efektif untuk digunakan serta hasil belajar mahasiswa berada di atas nilai Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) yakni ≥ 75 ini dilihat dari besarnya persentase jumlah mahasiswa yang tuntas sebesar 4,50 (90%). Berdasarkan analisis tersebut, maka LKM dapat digunakan hingga menghasilkan draf final LKM berbasis pendekatan matematika realistik dan pendidikan karakter.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) Berbasis Pendekatan Matematika Realistik dan Pendidikan Karakter pada SMP Materi Aritmatika Sosial di mahasiswa PPG SM3T FKIP UNIB 2017 diperoleh kesimpulan sebagai berikut: 1) LKM Berbasis Pendekatan Matematika Realistik dan Pendidikan Karakter pada SMP Materi Aritmatika Sosial termasuk dalam kategori valid dengan skor rata-rata 4,00. 2) LKM Berbasis Pendekatan Matematika Realistik dan Pendidikan Karakter pada SMP Materi Aritmatika Sosial termasuk dalam kategori praktis dengan skor rata-rata 4,10, karena LKM dapat digunakan baik oleh Mahasiswa dengan memperhatikan aspek kesesuaian materi, konstruksi dan bahasa. 3) LKM Berbasis Pendekatan Matematika Realistik dan Pendidikan Karakter pada SMP Materi Aritmatika Sosial termasuk dalam kategori efektif dengan skor rata-rata 4,30.

SARAN

Saran-saran yang dapat diberikan peneliti sebagai sumbangan pemikiran terhadap pengembangan perangkat perkuliahan adalah sebagai berikut: 1) Pengembangan LKM sebaiknya dibuat sesuai dengan tingkat pengetahuan pengguna. Jika pengguna LKM merupakan Mahasiswa PPG SM3T FKIP UNIB maka kata-kata atau kalimat-kalimat yang digunakan sebaiknya kata-kata atau kalimat-kalimat yang menggali pengetahuan sehingga mahasiswa mampu memahami permasalahan dan kegiatan-kegiatan LKM secara bermakna dan mendalam. 2) Dosen sebaiknya mulai mengembangkan untuk bahan ajar mahasiswa berbasis pendidikan karakter karena pendidikan karakter adalah landasan penting dimana mahasiswa bukan hanya dituntut untuk aktif, kreatif dan inovatif yang hanya mendapat nilai ujian yang tinggi saja tetapi juga dapat nilai kesopanan, religi, sikap sesuai dengan Kompetensi yang ingin dicapai. 3) Hendaknya dilakukan juga penelitian pengembangan LKM berbasis pendekatan matematika realistik dan pendidikan karakter untuk materi SMA di mahasiswa PPG SM3T FKIP UNIB 2017. 4) LKM Berbasis Pendekatan Matematika Realistik dan Pendidikan Karakter sebaiknya dilanjutkan ke tahapan penyebaran (*disseminate*) agar dapat menghasilkan LKM yang lebih efektif lagi dalam jangkauan yang luas.

REFERENSI

- Damayanti, Deni. 2014. *Panduan Implementasi Pendidikan Karakter Di Sekolah*. Yogyakarta: Araska.
- Direktorat Pembelajaran. Direktorat Pembelajaran dan kemahasiswaan. Kementerian Riset Tehnologi dan Pendidikan Tinggi. Instrumen Penilaian RPP. 2016.

- Murdani. 2015. "Penerapan Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) Berbasis Pendidikan Karakter Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Peserta didik Di Kelas V SDIT Generasi Rabbani Kota Bengkulu". *Skripsi* Universitas Bengkulu. Tidak dipublikasikan.
- Panduan PPG. Pendidikan Profesi Guru 2017. Direktorat Pembelajaran. Direktorat Jenderal Pembelajaran dan Kemahasiswaan. Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi.
- Panduan PPL PPG SM3T. Unit Program Pengalaman Lapangan FKIP UNIB 2016. .
- Thiagarajan, S., Semmel, D.S & Semmel, M.I. 1974. *Instructional development for training teachers of exceptional children a sourcebook*. Minneapolis, Minnesota : Leadership Training Institute/Special Education, University of Minnesota.
- Trianto. 2007. *Model Pembelajaran Terpadu Dalam Teori Dan Praktek*. Jakarta: Prestasi Pustaka.

PROBLEM BASED INSTRUCTION AND MAKE A MATCH : AN EFFORT TO INCREASE STUDENTS MATHEMATIC ACHIEVMENT

Fajar Sukma Harsa , Tanti Jumai Syaroh

Fakultas MIPA, Pendidikan Matematika, UNIMED

fajarsukmaharsa@rocketmail.com¹⁾

ABSTRACT

A number of national and international scale surveys showed that mathematics of Indonesian secondary school students were in the lower scale. The present study aims to increase student mathematics achievement at 7th grade secondary school through learning model : Problem Based Instruction and Make a Match. The Classroom action research was conducted for this study and has two cycle with three meetings for each cycles. The subject of research is 42 students at 7th grade Sultan Iskandar Muda Secondary School of Medan and the object of research is students mathematics achievement in whole number topic. The data were collected by using a test question mathematics achievement of whole number and observation sheet of teacher activity questionnaire. Quantitative data analysis involved only a descriptive statistic which included the percentage and mean. The results showed increased mathematics achievement from mean 51,5 (35,71% of students passed the value of mastery learning in diagnostic test), to 70,1 (66,67% of students passed the value of mastery learning in cycle I) and 78,7 (88,1 passed the value of mastery learning in cycle II). The implication of this study were useful for educators to increase students mathematics achievement through Problem Based Instruction and Make a Match.

Keywords : Problem Based Instruction, Make a Match, Students Mathematics Achievement, Classroom Action Research.

PENDAHULUAN

Matematika merupakan suatu mata pelajaran dalam dunia pendidikan yang memegang peranan penting dalam perkembangan sains dan teknologi. Menghadapi tantangan zaman diperlukan keterampilan tinggi yang melibatkan pemikiran kritis, sistematis, dan logis. Cara berpikir seperti ini dapat dikembangkan melalui pendidikan matematika (Lestari, 2008). Selain itu, matematika merupakan aktivitas manusia (Fruedenthal, 1991; Gravemeijer, 1994), linguistik, konvensi, regulasi, dan bahasa (Ernest, 1991) di mana ia harus dipahami oleh seseorang melalui interaksi sosial sehingga dapat mewujudkan pengetahuan matematika. Mengingat besarnya peranan matematika, maka tak heran jika pelajaran matematika diberikan pada setiap jenjang mulai dari prasekolah (TK), SD, SMP, SMA, sampai pada perguruan tinggi dan dijadikan salah satu tolak ukur kelulusan siswa melalui diujikannya matematika dalam ujian nasional.

Namun tingginya tuntutan untuk menguasai matematika tidak berbanding lurus dengan hasil belajar matematika siswa. Pada kenyataannya hasil pembelajaran matematika masih memprihatinkan. Tiga hasil studi internasional menyatakan kemampuan siswa Indonesia untuk semua bidang yang diukur secara signifikan ternyata di bawah rata-rata skor

internasional yang sebesar 500 (Sri Wardhani dan Rumiati, 2011) dan berada di tingkat negara ke-56 dari total 64 negara yang mengikuti PISA tahun 2009 dengan skor kemampuan matematika 371 (OECD, 2010). Kenyataan yang ada menunjukkan hasil belajar siswa pada bidang studi matematika kurang menggembirakan. Siswa menunjukkan beberapa kelemahan dalam pemahaman, aplikasi dan tingkat penalaran.

Dari pernyataan di atas, secara jelas menyatakan bahwa pendidikan matematika masih mengecewakan. Waktu yang dihabiskan siswa Indonesia di sekolah untuk mempelajari matematika tidak sebanding dengan prestasi yang diraih. Banyak faktor yang menyebabkan rendahnya hasil belajar siswa pada mata pelajaran matematika beberapa diantaranya disebabkan masih banyaknya siswa yang mengalami kesulitan dalam belajar matematika, kurang berminat, dan selalu menganggap matematika sebagai ilmu yang sukar sehingga menimbulkan rasa takut untuk belajar matematika. Ketakutan pada pelajaran matematika dapat juga disebabkan oleh pandangan bahwa matematika merupakan seperangkat fakta-fakta yang harus dihafal (Sudjono, 1988). Dalam kondisi semacam ini dijamin akan terjadinya kegagalan dan timbulnya perasaan tidak mampu siswa dalam belajar matematika.

Salah satu materi yang kurang diminati oleh siswa kelas VII SMP dalam pembelajaran matematika adalah bilangan bulat. Sebab bilangan bulat sering dianggap sulit oleh siswa karena kurangnya pemahaman siswa mengenai materi bilangan bulat ketika berada di Sekolah Dasar. Padahal pokok bahasan bilangan bulat merupakan pengetahuan dasar yang harus dikuasai oleh siswa tingkat SMP karena berhubungan dengan materi yang akan dipelajari selanjutnya.

Kesulitan dalam mempelajari pokok bahasan bilangan bulat juga dialami oleh siswa kelas VII SMP Swasta Sultan Iskandar Muda Medan. Hal ini juga dikemukakan oleh Ibu Lamtiur Sinambela melalui wawancara dengan peneliti, yang menyatakan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam mempelajari pokok bahasan bilangan bulat khususnya dalam mengerjakan operasi bilangan bulat serta sulit dalam memahami simbol-simbol pada operasi bilangan bulat.

Penjelasan di atas juga didukung rendahnya hasil belajar siswa kelas VII SMP Swasta Sultan Iskandar Muda Medan pada pokok bahasan bilangan bulat berdasarkan hasil ujian harian dengan nilai rata-rata kelas pada semester satu tahun ajaran 2009/2010 hanya 63 sedangkan nilai standar Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) yaitu 65.

Untuk mengatasi hal – hal tersebut, maka seorang guru harus mampu memilih dan menentukan model atau pendekatan pembelajaran yang sesuai dengan materi pelajaran dan kebutuhan belajar siswa. Berbagai konsep matematika lebih baik dipahami siswa saat guru mampu mengubah ide abstrak menjadi konkrit melalui sebuah model (Fenema & Franke, 1992). Salah satu solusinya adalah dengan menerapkan pendekatan pembelajaran yang dikenal dalam teori pendidikan yaitu *Problem Based Instruction* dan kooperatif tipe *Make a Match*.

Dalam hal ini, model *Problem Based Instruction* digunakan untuk menemukan konsep sedangkan model *make a match* digunakan untuk mereview pembelajaran. Penerapan dua model pembelajaran ini dilakukan karena tidak ada model pembelajaran tunggal yang secara konsisten lebih baik dibanding yang lainnya. Pilihan untuk menggunakan model pembelajaran tertentu dan bukan yang lainnya bergantung kepada tujuan yang ingin dicapai oleh guru maupun karakteristik siswa yang beragam sehingga seorang guru harus menghubungkan berbagai model dalam pengajarannya. Tidaklah cukup bagi guru hanya menggantungkan diri pada satu pendekatan atau metode pembelajaran. Guru harus siap menerapkan model-model pembelajaran yang beragam dan menghubungkan model-model itu secara kreatif selama sebuah pelajaran atau sebuah unit pengajaran”. Bermodalkan kemampuan melaksanakan berbagai model pengajaran, guru dapat memilih model yang sangat baik untuk mencapai tujuan pengajaran tertentu atau yang sangat sesuai dengan lingkungan belajar atau

sekelompok siswa tertentu. Lagi pula, model berbeda dapat digunakan secara bersama untuk menciptakan variasi dalam proses pembelajaran di dalam kelas.

Model pembelajaran *Problem Based Instruction* yaitu pembelajaran yang dipusatkan pada siswa melalui pemberian masalah di awal pembelajaran. Model pembelajaran *Problem Based Instruction* memulai pembelajaran dengan masalah yang kompleks misalnya tentang hal-hal dalam kehidupan sehari-hari, kemudian dikupas menuju kepada konsep-konsep sederhana yang terkait (Soedjadi, 2000). Dengan pemberian masalah di awal pada pembelajaran *Problem Based Instruction* diharapkan nantinya mampu membawa siswa untuk berpikir kritis, kreatif dan mempunyai keterampilan memecahkan masalah, serta memperoleh pengetahuan dan konsep dasar dari materi yang diajarkan tersebut. Setelah siswa memperoleh pengetahuan dengan membangunnya sendiri, mereka dapat berlatih untuk menyelesaikan masalah dengan permainan kartu berpasangan (*Make a Match*). Model pembelajaran *Make a Match* atau mencari pasangan merupakan salah satu alternatif model pembelajaran kooperatif yang dapat diterapkan kepada siswa dalam pembelajaran karena keunggulan dari model ini adalah siswa mencari pasangan sambil belajar mengenai suatu konsep atau topik dalam suasana yang menyenangkan. Hal ini terlihat dari usaha siswa untuk dapat menemukan pasangan baik mengenai soal atau jawaban yang diduplikatnya (Noviawati, 2009).

Sehingga diharapkan dengan menerapkan model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* diharapkan dapat meningkatkan hasil belajar siswa dan siswa dapat menemukan sendiri bagaimana konsep dari bilangan bulat tersebut sehingga mereka termotivasi untuk belajar matematika.

Berdasarkan latar belakang di atas, maka peneliti tertarik untuk mengadakan penelitian dengan judul *Upaya Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas VII di SMP Iskandar Muda Medan Melalui Model Problem Based Instruction dan Make a Match*

KAJIAN LITERATUR

Hasil Belajar

Setiap proses belajar mengajar yang dilaksanakan oleh guru pada siswa dapat menghasilkan hasil belajar. Hasil belajar yang baik hanya dapat dicapai melalui proses pembelajaran yang optimal yang dapat dilihat dari evaluasi yang dilakukan pada salah satu materi atau salah satu unit pelajaran tertentu. Hasil belajar siswa pada hakikatnya adalah perubahan tingkah laku seseorang yang telah mengalami proses belajar, misalnya dari mengerti menjadi mengerti (Oemar, 2006 ; Sudjana, 2005). Tingkah laku sebagai hasil belajar dalam pengertian luas mencakup bidang kognitif, afektif dan psikomotoris. Dalam hal ini hasil belajar itu mencerminkan sejauh mana perubahan berupa kemampuan yang dimiliki oleh siswa setelah ia menerima pengalaman belajar. Perubahan tersebut dapat diartikan terjadinya peningkatan dan pengembangan yang lebih baik dibandingkan dengan sebelumnya.

Dari beberapa pendapat di atas dapat disimpulkan bahwa hasil belajar adalah perubahan yang dimiliki dan terjadi dalam diri siswa setelah mempelajari suatu pelajaran, untuk mengukur tingkat kemampuan dan keberhasilan siswa dalam memahami pelajaran dengan menggunakan tes yang biasanya dinyatakan dalam bentuk skor atau nilai yang diperoleh dari hasil evaluasi.

Problem Based Instruction

Model pembelajaran *Problem Based Instruction* atau pembelajaran berdasarkan masalah adalah model pembelajaran yang menggunakan masalah sebagai langkah awal untuk mendapatkan pengetahuan baru. *Problem Based Instruction* menggunakan masalah dunia nyata sebagai suatu konteks bagi siswa untuk belajar tentang cara berfikir kritis, keterampilan pemecahan masalah, menyusun pengetahuan mereka sendiri, serta mengembangkan kemandirian dan percaya diri ". (Trianto, 2007 ; Nurhadi, 2004). Jadi pembelajaran ini

menggunakan masalah sebagai langkah awal dalam mengumpulkan dan mengintegrasikan pengetahuan baru. Dalam hal ini pengajaran berbasis masalah digunakan untuk merangsang berpikir tingkat tinggi dalam situasi berorientasi masalah.

Berbagai pengembang *Problem Based Instruction* menyatakan bahwa ciri utama *Problem Based Instruction* ini dalam Trianto (2007 : 68) adalah :

a. *Pengajuan pertanyaan atau masalah.*

Guru memunculkan pertanyaan yang nyata di lingkungan siswa serta dapat diselidiki oleh siswa kepada masalah yang autentik ini dapat berupa cerita, penyajian fenomena tertentu, atau mendemonstrasikan suatu kejadian yang mengundang munculnya permasalahan atau pertanyaan.

b. *Berfokus pada keterkaitan antar disiplin.*

Meskipun pembelajaran berdasarkan masalah mungkin berpusat pada mata pelajaran tertentu (IPA, matematika, ilmu-ilmu sosial) masalah yang dipilih benar-benar nyata agar dalam pemecahannya, siswa dapat meninjau dari berbagai mata pelajaran yang lain.

c. *Penyelidikan autentik.*

Pembelajaran berdasarkan masalah mengharuskan siswa melakukan penyelidikan autentik untuk mencari penyelesaian nyata terhadap masalah yang disajikan. Metode penyelidikan ini bergantung pada masalah yang sedang dipelajari.

d. *Menghasilkan produk atau karya.*

Pembelajaran berdasarkan masalah menuntut siswa untuk menghasilkan produk tertentu dalam bentuk karya dan peragaan yang menjelaskan atau mewakili bentuk penyelesaian masalah yang mereka temukan. Produk itu dapat juga berupa laporan, model fisik, video maupun program komputer

e. *Kolaborasi.*

Pembelajaran berdasarkan masalah dicirikan oleh siswa yang bekerja sama satu dengan yang lainnya, paling sering secara berpasangan atau dalam kelompok kecil. Bekerjasama untuk terlibat dan saling bertukar pendapat dalam melakukan penyelidikan sehingga dapat menyelesaikan permasalahan yang disajikan.

Pada model pembelajaran *Problem Based Instruction* terdapat lima tahap utama yang dimulai dengan memperkenalkan siswa terhadap masalah yang diakhiri dengan tahap penyajian dan analisis hasil kerja siswa. Kelima tahapan tersebut disajikan dalam bentuk tabel (Nurhadi, 2004) sebagai berikut :

Tabel 1. Sintaks Model Pembelajaran *Problem Based Instruction*

Fase Ke-	Indikator	Aktifitas / Kegiatan Guru
1	Orientasi siswa kepada masalah	Guru menjelaskan tujuan pembelajaran, menjelaskan logistik yang diperlukan, pengajuan masalah, memotivasi siswa terlibat dalam aktivitas pemecahan masalah yang dipilihnya.
2	Mengorganisasikan siswa untuk belajar	Guru membantu siswa mendefinisikan dan mengorganisasikan tugas belajar yang berhubungan dengan masalah tersebut.
3	Membimbing penyelidikan individual maupun kelompok	Guru mendorong siswa untuk mengumpulkan informasi yang sesuai, melaksanakan eksperimen, untuk mendapat penjelasan pemecahan masalah.
4	Mengembangkan dan	Guru membantu siswa dalam merencanakan

- menyajikan hasil karya **dan menyiapkan karya yang sesuai seperti laporan, video, model dan membantu mereka untuk berbagai tugas dengan kelompoknya.**
- 5 Menganalisa dan mengevaluasi proses pemecahan masalah dan Guru membantu siswa melakukan refleksi atau evaluasi terhadap penyelidikan mereka dalam proses-proses yang mereka gunakan.**

Model Pembelajaran *Make a Match*

Salah satu jenis model pembelajaran kooperatif adalah *Make a Match*. Model pembelajaran mencari pasangan (*Make a Match*) yaitu model pembelajaran yang dikembangkan oleh Lorna Curran (1994). Model pembelajaran *Make a Match* yaitu model pembelajaran mencari pasangan kartu yang merupakan jawaban/soal dari kartu yang dimiliki sebelum batas waktu yang ditetapkan. Pada model pembelajaran *Make a Match* sangat diperlukan ketelitian, kecermatan, ketepatan dan kecepatan siswa untuk mencari pasangan dari kartu yang dimilikinya.

Model pembelajaran *Make a Match* merupakan salah satu alternatif yang dapat diterapkan kepada siswa. Model pembelajaran *Make a Match* sangat cocok digunakan oleh guru untuk melakukan *review* terhadap konsep yang telah diajarkannya dengan tujuan dapat meningkatkan partisipasi dan keaktifan siswa dalam kelas. Dengan demikian siswa belajar tidak hanya mendengarkan dan guru menerangkan di depan kelas saja namun diperlukan keaktifan siswa dalam pembelajaran.

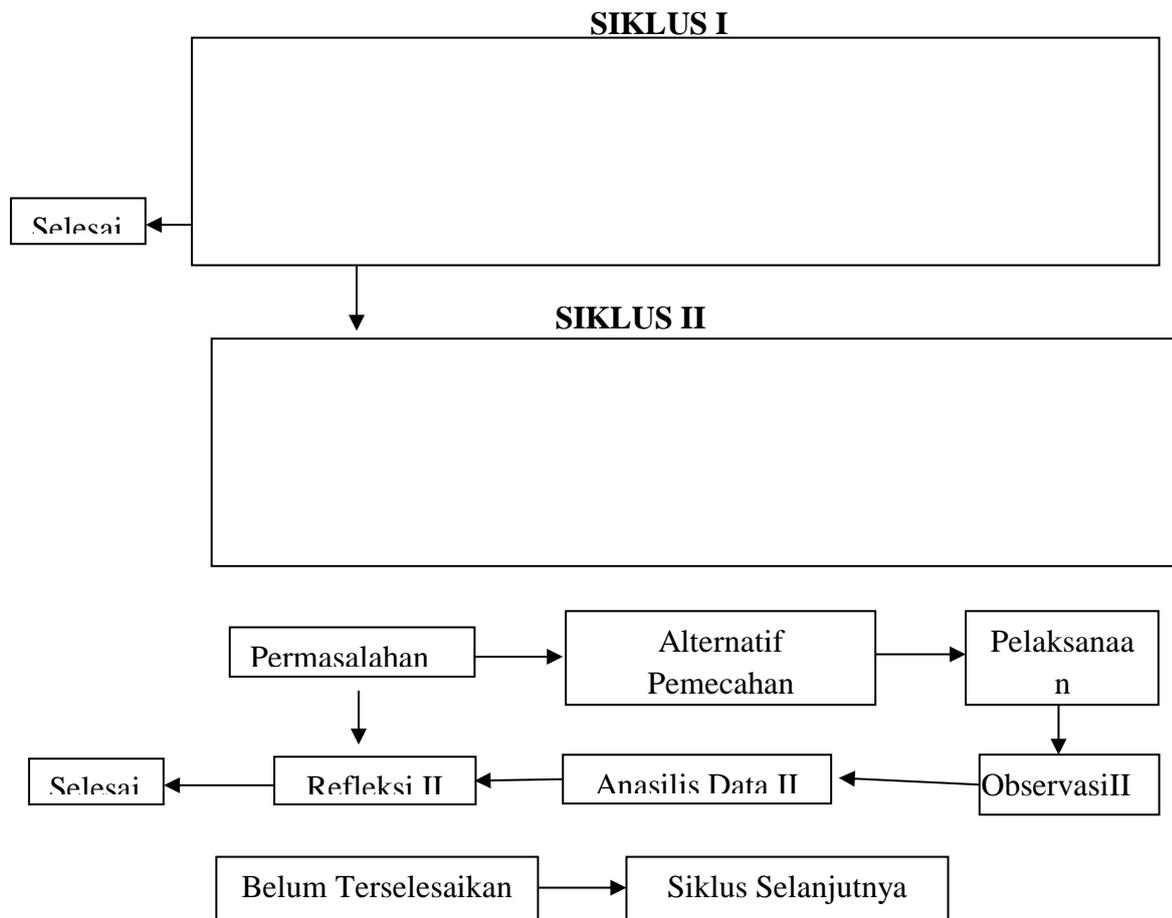
Ada beberapa langkah yang diterapkan dalam menerapkan model pembelajaran *Make a Match* (Suyatno, 2009 ; Noviawati, 2009) yaitu :

- a. Guru menyiapkan beberapa kartu yang berisi beberapa konsep atau topik yang cocok untuk sesi *review*, sebaliknya satu bagian kartu soal dan bagian lainnya kartu jawaban
- b. Setiap siswa mendapat satu buah kartu
- c. Tiap siswa memikirkan jawaban/soal dari kartu yang dipegang
- d. Setiap siswa mencari pasangan yang mempunyai kartu yang cocok dengan kartunya (soal jawaban)
- e. Setiap siswa yang dapat mencocokkan kartunya sebelum batas waktu diberi poin
- f. Setelah satu babak kartu dikocok lagi agar tiap siswa mendapat kartu yang berbeda dari sebelumnya
- g. Demikian seterusnya
- h. Kesimpulan/penutup

METODE PENELITIAN

Penelitian dilaksanakan di SMP Swasta Sultan Iskandar Muda Medan yang terletak di Jalan T. Amir Hamzah Pekan I Sunggal Kecamatan Medan Sunggal Kotamadya Medandengan subjek peneltian adalah siswa kelas VII- C tahun ajaran 2014/2015 yang berjumlah 42 orang. Sedangkan Objek Penelitian ini adalah hasil belajar matematika siswa pada pokok bahasan bilangan bulat serta upaya meningkatkannya melalui model *Problem Based Instruction* dan *Make a Match*

Penelitian ini adalah penelitian tindakan kelas (*Classroom Action Research*) yang bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan siswa dalam pembelajaran di kelas, terutama deskripsi meningkatkan kemampuan pemahaman konsep siswa. Setiap siklus terdiri dari 3 pertemuan. Secara rinci Menurut Saminanto(2010) prosedur pelaksanaan penelitian tindakan kelas dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1. Alur dalam Penelitian Tindakan Kelas

Instrumen dan Teknik Analisis Data

Instrumen yang dipergunakan untuk pengumpulan data dalam penelitian ini adalah tes hasil belajar matematika pada materi bilangan bulat dan nontes yaitu lembar

observasi kegiatan guru. Analisis data dalam penelitian ini dilakukan kualitatif yaitu deskripsi kegiatan pembelajaran untuk setiap siklus dan kuantitatif dengan statistik deskriptif. Sedangkan indikator keberhasilan dalam penelitian ini dapat dilihat dari aspek – aspek sebagai berikut:

- Rata-rata nilai tes hasil belajar siswa mencapai ≥ 70 dengan katagori minimal sedang
- Minimal 85 % dari siswa yang mengikuti tes telah mencapai nilai Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) yaitu 65 atau lebih
- Kegiatan guru dalam melaksanakan proses pembelajaran berkatagori baik, hal tersebut dilihat dari hasil persentase skor observasi aktivitas guru yaitu $\geq 2,2$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Siklus I

Sebelum melakukan perencanaan tindakan, guru (peneliti) memberikan tes awal kepada siswa. Berdasarkan tes awal, diperoleh penguasaan siswa terhadap materi bilangan bulat masih rendah. Hal ini dapat dilihat dari tabel berikut :

Tabel 2. Hasil Tes Awal

Uraian	Hasil
Nilai rata-rata tes awal	51,4
Jumlah siswa tuntas KKM	15 orang
Jumlah siswa tidak tuntas KKM	27 orang
Prosentasi ketuntasan Belajar	64,3%

Berdasarkan permasalahan diatas guru membuat perencanaan tindakan (alternatif pemecahan) dalam mengatasi kesulitan-kesulitan yang dialami oleh siswa. Hal-hal yang dilakukan antara lain :

- Guru merencanakan kegiatan pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match*.
- Guru mempersiapkan materi pelajaran bilangan bulat dan media kartu yang sudah tertulis soal atau jawaban bilangan bulat
- Guru menyusun Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dengan menggunakan model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* dan Lembar Kegiatan Siswa (LKS) mengenai materi bilangan bulat.
- Guru mempersiapkan instrumen penelitian yaitu : 1) Lembar observasi kegiatan pembelajaran untuk mengamati kegiatan pembelajaran di dalam kelas; 2) Tes hasil belajar I untuk melihat ketuntasan belajar siswa serta untuk melihat kesulitan-kesulitan yang dialami oleh siswa dalam menyelesaikan soal-soal bilangan bulat.

Setelah perencanaan selesai, guru melakukan tindakan berupapelaksanaan kegiatan belajar mengajar sesuai dengan perencanaan tindakan yang telah disusun. Di awal pembelajaran sesuai sintaks model *Problem Based Instruction* guru memaparkan permasalahan terkait konsep bilangan bulat dan manfaat mempelajari bilangan bulat dalam kehidupan sehari-hari sebagai stimulus motivasi dan ketertarikan belajar siswa. Kemudian, guru mengajarkan materi bilangan bulat yaitu memberikan contoh bilangan bulat dan menentukan letak bilangan bulat dalam garis bilangan.

Selanjutnya guru membentuk kelompok dan memberikan latihan kepada siswa dengan menggunakan model pembelajaran *Make a Match* yaitu dengan memberikan satu kartu kepada setiap siswa dimana sebagian siswa mendapat kartu soal dan sebagian lagi mendapat kartu jawaban kemudian guru meminta siswa mencari jawaban atau soal dari kartuyang dimilikinya. Kemudian guru menyuruh siswa mencari pasangan kartu yang cocok dengan yang dimilikinya dan juga memberi poin bagi siswa tercepat yang dapat mencari pasangan kartunya. Kemudian guru mengumpulkan kartu kembali dan mengulangi kembali langkah awal kegiatan pembelajaran *Make a Match*. Terakhir guru bersama dengan siswa menyimpulkan hasil penyelidikan yang dilakukan.

Kegiatan diatas dilaksanakan selama 3 kali pertemuan dengan variasi soal yang berebeda. Setelah pelaksanaan pembelajaran siklus I selesai, pada pertemuan selanjutnya guru memberikan tes hasil belajar I yang bertujuan mengetahui ketuntasan belajar siswa. Berikut tabel yang menyajikan nilai tes hasil belajar siswa pada siklus 1.

Tabel 3. Hasil Tes Pada Siklus I

Uraian	Hasil
--------	-------

Nilai rata-rata tes hasil belajar	70,1
Jumlah siswa tuntas KKM	28 orang
Jumlah siswa tidak tuntas KKM	15 orang
Prosentasi ketuntasan Belajar	66,7%
Rata-rata skor observasi guru	2,625

Berdasarkan hasil diatas diperoleh kesimpulan bahwa kemampuan guru dalam melaksanakan pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* adalah kategori baik. Akan tetapi ada beberapa aspek yang harus dipelajari dalam pembelajaran. Dari kesimpulan ini akan dijadikan acuan untuk melanjutkan pemberian tindakan pada siklus II.

Siklus II

Kegiatan pada siklus II merupakan tindak lanjut dari siklus I yang didasarkan pada refleksi peneliti terhadap pelaksanaan tindakan I dengan menggunakan model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match*. Beberapa permasalahan pada siklus II yang didasarkan pada refleksi I adalah siswa masih kesulitan dalam menyelesaikan soal operasi hitung penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, sifat-sifat operasi bilangan bulat, serta penyelesaian soal cerita.

Berdasarkan permasalahan diatas guru membuat perencanaan tindakan (alternatif pemecahan) dalam mengatasi kesulitan-kesulitan yang dialami oleh siswa. Hal-hal yang dilakukan antara lain :

- Guru mempersiapkan materi pelajaran bilangan bulat melalui presentasi power point dan proyektor. Kemudian mempersiapkan media kartu yang sudah tertulis soal atau jawaban bilangan bulat.
- Guru menyusun Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dengan menggunakan model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* dan Lembar Kegiatan Siswa (LKS) mengenai materi bilangan bulat, serta mengelompokkan siswa secara heterogen berdasarkan nilai pada hasil siklus I
- Guru mempersiapkan instrumen penelitian yaitu : 1) Lembar observasi kegiatan pembelajaran untuk mengamati kegiatan pembelajaran di dalam kelas; 2) Tes hasil belajar II untuk melihat ketuntasan belajar siswa serta untuk melihat kesulitan-kesulitan yang dialami oleh siswa dalam menyelesaikan soal-soal bilangan bulat.

Setelah perencanaan selesai, guru melakukan tindakan berupapelaksanaan kegiatan belajar mengajar sesuai dengan perencanaan tindakan yang telah disusun. Di awal pembelajaran pada siklus II guru memaparkan konsep penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat melalui gambar-gambar slide power point. Sama halnya dengan siklus I, guru melakukan setiap tahap dari prosedur penelitian tindakan kelas dengan beberapa penambahan startegi sesuai perencanaan.

Setelah pelaksanaan pembelajaran siklus II selesai, pada pertemuan selanjutnya guru memberikan tes hasil belajar II yang bertujuan mengetahui ketuntasan belajar siswa. Berikut tabel yang menyajikan nilai tes hasil belajar siswa pada siklus II.

Tabel 4. Hasil Tes Pada Siklus II

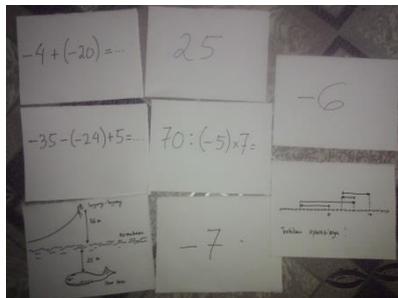
Uraian	Hasil
Nilai rata-rata tes hasil belajar	78,7
Jumlah siswa tuntas KKM	37

Jumlah siswa tidak tuntas	5 orang
KKM	
Prosentasi ketuntasan Belajar	88,1%
Rata-rata skor observasi guru	2,975

Berdasarkan tabel diatas diperoleh kesimpulan bahwa setiap indikator keberhasilan siklus terpenuhi, sehingga penelitian dihentikan sampai siklus II dan tidak dilanjutkan.

Pembahasan

Berdasarkan data hasil belajar siswa, ketuntasan belajar siswa, serta pelaksanaan proses pembelajaran, maka model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* sangat efektif untuk meningkatkan hasil belajar matematika pada pokok bahasan bilangan. Dengan model tersebut, siswa dituntun untuk belajar menyelesaikan masalah, berdiskusi kelompok, menyampaikan hasil diskusi, berlatih mengerjakan soal bilangan bulat dengan mencari pasangan kartu yang dimiliki. Dengan demikian, maka akan memudahkan siswa memahami konsep dan operasi hitung bilangan bulat sehingga dapat mengurangi dominasi guru dalam pembelajaran.



Gambar . Kartu *Make a Match*



Gambar 3 Siswa saling mencocokkan kartu



Gambar 3 Siswa mempresentasikan dan mereview masing-masing jawaban

Kemudian berdasarkan analisis deskriptif data observasi kegiatan pembelajaran dan berdasarkan kriteria yang ditetapkan diperoleh kesimpulan bahwa kegiatan pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* dalam kategori baik. Relevan dengan penelitian diatas, Nurani (2012) menyatakan berdasarkan dari hasil penelitian diperoleh bahwa prestasi belajar matematika siswa meningkat saat diterapkan model pembelajaran *Make a Match*. Tidak hanya prestasi belajar, pembelajaran dengan model *Problem Based Instruction* juga dapat meningkatkan kemampuan berpikir kreatif siswa (Noor Fajriah dkk, 2012).

Namun, dalam menerapkan *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* perlu diperhatikan kondisi siswa. Tidak semua siswa mampu menyesuaikan diri untuk belajar dengan model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* sehingga perlu dikondisikan dengan situasi sekolah dan kejiwaan peserta didik. Seperti yang diungkapkan oleh Arends bahwa dalam pemilihan model pembelajaran merupakan sesuatu hal yang rumit karena siswa di kelas tertentu beragam dalam hal latar belakang, minat, gaya belajar dan kemampuan.

Dalam menerapkan model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* dalam pembelajaran diperlukan media yang mendukung proses penemuan itu berlangsung berupa Lembar Kegiatan Siswa (LKS) untuk pembelajaran dengan menggunakan model *Problem Based Instruction* dan kartu soal dan kartu jawaban untuk pembelajaran dengan menggunakan model *Make a Match*. Dan perlu diperhatikan bahwa tidak semua materi dalam pelajaran matematika dapat diajarkan dengan model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match*. Jadi, guru perlu menyiapkan rancangan pembelajaran dalam menerapkan *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* sehingga memaksimalkan hasil belajar siswa.

KESIMPULAN

Dari seluruh pembahasan diatas, dapat disimpulkan bahwa model *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* dapat meningkatkan hasil belajar siswa kelas VII SMP Swasta Sultan Iskandar Muda Medan Hal ini dapat dilihat dari nilai rata-rata kelas, yaitu dari hasil pada siklus I 70,1 menjadi 78,7 pada siklus II yang mana terjadi peningkatan sebesar 8,6 (8,6%). Demikian pula tingkat ketuntasan belajar secara klasikal meningkat yaitu pada siklus I 66,67 % menjadi 88,1 % pada siklus II terjadi peningkatan sebesar 21,43 %. Oleh karena itu, pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* dapat diterapkan oleh guru sebagai salah satu alternatif untuk meningkatkan hasil belajar siswa pada pokok bahasan bilangan bulat.

Khususnya kepada guru hendaknya pembelajaran dengan menerapkan *Problem Based Instruction* dan *Make a Match* juga dikembangkan untuk pokok bahasan lainnya guna menarik minat siswa dalam belajar matematika sehingga dapat meningkatkan hasil belajar matematika siswa. Disarankan juga agar guru selalu melibatkan siswa dalam proses belajar mengajar yang bertujuan untuk memotivasi siswa dan melatih siswa untuk belajar aktif.

REFERENSI

- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: The Falmer Press.
- Fajriah, Noor. dkk. (2012). *Meningkatkan Kreativitas Siswa Kelas VIII C SMP Negeri 24 Banjarmasin Melalui Model Problem Based Instruction Dengan Pendekatan Open-Ended Tahun Pelajaran 2011/2012*. Jurnal Edumatica, Vol.2 No.2, Oktober 2012.
- Fruedenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematic Education*. Ultrec: Freudenthal Institute.
- Hamalik, Oemar. (2009). *Kurikulum dan Pembelajaran*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Lestari, Y. (2008). *Upaya Peningkatan Kreativitas Siswa dalam Pembelajaran Matematika Melalui Strategi Group Resume*. Skripsi Program Sarjana Universitas Muhammadiyah Surakarta (Tidak diterbitkan).
- Noviawati, Dewi. (2009). *Upaya Peningkatan Keaktifan Belajar Siswa Dalam Pembelajaran Matematika Melalui Pendekatan Make a Match*. Skripsi Program Sarjana Universitas Muhammadiyah Surakarta (Tidak diterbitkan).
- Nurani dan Budiyono. *Pengaruh Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw Dengan Tkenik Pembelajaran Make a Match dan Numbered Heads Together Terhadap Prestasi Belajar Matematika Ditinjau Dari Kecerdasan Ganda*. Jurnal Pembelajaran Matematika UNS, Vol 1., No.2 , Oktober 2013.
- Nurhadi. (2004). *Kurikulum 2004 Pertanyaan dan Jawaban*. Jakarta : Grasindo.
- OECD. (2010). PISA 2009 Results : What Student Know and can do *.Student Performance inReading, Mathematics and Science (Volume I)*. Tersedia di <http://dx.doi.org/10.1787/9789264091450-en>
- Saminanto. 2010. *Ayo Praktik PTK (Penelitian Tindakan Kelas)*. Semarang : RaSAIL Media Group
- Soedjadi, R.. (2000). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*. Jakarta : Depdikbud,
- Sudjana, N.(2006). *Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar*. Jakarta :P.T.RemajaRosdakarya
- Suyatno. (2007). *Menjelajah Pembelajaran Inovatif*. Surabaya :Masmedia Buana Pustaka.
- Trianto. (2007). *Model – Model Pembelajaran Inovatif BerorientasiKontruktivistik*. Jakarta : Prestasi Pustaka
- Wardhani, Sri dan Rumiati. (2011). *Intrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika SMP : Belajar dariPISA dan TIMSS*. Modul Matematika SMPProgram BERMUTU. Yogyakarta : PPPPTK Matematika

EVALUATION OF LEARNING USING MATH PROBLEMS

Uus Kusdinar

Faculty of Teacher Training and Education, University of Ahmad Dahlan, Yogyakarta
email: uus.kusdinar@pmat.uad.ac.id

ABSTRACT

The purpose of mathematics learning among others students to have a critical attitude, creative and capable of solving the problem. In fact, the learning objectives have't been achieved because the teachers have't done the steps planned and strategic in the learning process. The purpose of this study to evaluate the learning process of mathematics. The method used is a qualitative by using open questionnaire and interview. Especially: the teacher's knowledge about the purpose of mathematics learning in the curriculum, what has been done by the teacher to achieve the goal of mathematics learning, the teacher beliefs about the success of the objectives to be achieved with their lessons, and teacher's knowledge about math problems. The subjects are math teachers who gathered in MGMP Mathematics SMA/SMK Muhammadiyah Yogyakarta. The results found that the questionnaire of 29 math teachers whose understand about the purpose of mathematics learning (34.48%), the teacher has deliver material according to curriculum in a variety of ways (37.93%), teachers do not believe that can achieve the goal of learning mathematics (31.03%), and teachers do not understand the meaning of mathematical problems (96.55%), results of the interviews, teachers generally do not believe that mathematics learning objectives can be achieved.

Keywords: critical, creative, math problems.

PENDAHULUAN

Dalam perjalanan sejarah sejak tahun 1945, kurikulum pendidikan nasional telah mengalami perubahan, yaitu pada tahun pra-75, 1984, 1994, 2004, 2006 dan tak ketinggalan juga kurikulum terbaru yang diterapkan di tahun ajaran 2013/2014 yaitu Kurikulum 2013 yang dilakukan secara bertahap.

Penerapan Kurikulum 2013 diharapkan menghasilkan insan Indonesia yang: produktif, kreatif, inovatif, afektif; melalui penguatan sikap, keterampilan, dan pengetahuan yang terintegrasi. Dalam hal ini, pengembangan kurikulum difokuskan pada pembentukan kompetensi dan karakter peserta didik, berupa paduan pengetahuan, keterampilan, dan sikap yang dapat didemonstrasikan peserta didik sebagai wujud pemahaman terhadap konsep yang dipelajarinya. Kurikulum 2013 memungkinkan para guru menilai hasil belajar peserta didik dalam proses pencapaian sasaran belajar, yang mencerminkan penguasaan dan pemahaman terhadap apa yang dipelajari. Oleh karena itu, peserta didik perlu mengetahui kriteria penguasaan kompetensi dan karakter yang akan dijadikan sebagai standar penilaian hasil belajar, sehingga para peserta didik dapat mempersiapkan dirinya melalui penguasaan terhadap sejumlah kompetensi dan karakter tertentu, sebagai prasyarat untuk melanjutkan ke

tingkat penguasaan kompetensi dan karakter berikutnya. Merupakan hal yang menarik apabila dapat mengetahui tingkat pemahaman konsep matematika siswa serta kemampuan siswa dalam pemecahan masalah setelah diterapkannya kurikulum baru yaitu Kurikulum 2013. Melihat latar belakang di atas maka dalam pembelajaran khususnya matematika diperlukan evaluasi terhadap proses pembelajaran matematika.

Fokus permasalahan dalam penelitian ini adalah evaluasi terhadap pembelajaran matematika kaitannya dengan target dari tujuan pembelajaran matematika yang sudah tercantum dalam kurikulum khususnya yang terkait dengan sikap kritis, kreativitas, serta kemampuan pemecahan masalah yang dapat dirinci sebagai berikut:

- a. pengetahuan guru tentang tujuan pembelajaran matematika yang ada dalam kurikulum,
- b. apa saja yang sudah dilakukan guru dalam proses pembelajaran untuk mencapai tujuan pembelajaran matematika,
- c. keyakinan guru tentang keberhasilan dari tujuan yang ingin dicapai dengan proses pembelajaran yang dilakukan, dan,
- d. pengetahuan guru tentang masalah dalam matematika.

KAJIAN LITERATUR

Pada akhir dekade 80-an terjadi perubahan paradigma dalam pembelajaran matematika yang digagas oleh *National Council of Teacher of Mathematics* di Amerika pada tahun 1989 dengan dikembangkannya *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, dimana pemecahan masalah dan penalaran menjadi salah satu tujuan utama dalam program pembelajaran matematika sekolah termasuk sekolah dasar. Perubahan paradigma pembelajaran matematika ini kemudian diadaptasi dalam kurikulum diberbagai Negara begitu juga di Indonesia. Salah satu tujuan pembelajaran matematika sekolah adalah kemampuan memecahkan masalah. Oleh karena itu, pemecahan masalah menjadi fokus penting dalam kurikulum matematika sekolah mulai jenjang sekolah dasar sampai sekolah menengah. Menurut Polya (Reys, et.al., 1998 : 76), solusi soal pemecahan masalah memuat 4 langkah penyelesaian, yaitu : (1) pemahaman terhadap permasalahan (*See*); (2) perencanaan penyelesaian masalah (*Plan*); (3) melaksanakan perencanaan penyelesaian masalah (*Do*); dan (4) Memeriksa kembali penyelesaian (*Check*).

Sedangkan menurut Schoenfeld (Goos et.al., 2000 : 2) terdapat 5 langkah dalam memecahkan masalah, yaitu *Reading, Analisis, Exploration, Planning/Implementation, dan Verification*. Artzt & Armour-Thomas (Goos et.al, 2000 : 2) telah mengembangkan langkah-langkah pemecahan masalah dari Schoenfeld, yaitu menjadi *Reading, Understanding, Analisis, Exploration, Planning, Implementation, dan Verification*.

Matematika yang diajarkan di tingkat pendidikan dasar dan pendidikan menengah adalah matematika sekolah (Suherman, E. dkk, 2003:55). Menurut Permendiknas No 22 Tahun 2006 (Depdiknas, 2006:346) salah satu tujuan matematika pada pendidikan menengah adalah agar peserta didik memiliki kemampuan memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah.

Pada Kurikulum 2013, pendekatan saintifik sudah mulai mengarah kepada langkah-langkah untuk mencapai kemampuan dan ketrampilan yang diharapkan. Namun, jika dicermati secara komprehensif yang dimunculkan dalam buku pelajaran dengan model pembelajaran yang digunakan dirasa masih belum dapat mencapai tujuan, khususnya tujuan pembelajaran matematika.

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) merekomendasikan 4 (empat) prinsip pembelajaran matematika, yaitu :

- a. Matematika sebagai pemecahan masalah
- b. Matematika sebagai penalaran.

- c. Matematika sebagai komunikasi, dan
 - d. Matematika sebagai hubungan
- (Suherman, E. Dkk. 2003:298)

Bila dibandingkan dengan negara lain, antara lain Singapura. Pada tahun 1992 Singapura mulai menekankan pemecahan masalah di dalam kurikulumnya. Pemecahan masalah matematika dipusatkan dalam pembelajaran matematika yang di dalamnya menyangkut kemahiran, kemampuan/keterampilan dalam menerapkan konsep-konsep matematika dalam berbagai situasi masalah, seperti yang dijabarkan oleh Kementrian Pendidikan Singapura, *Mathematical problem solving is central to mathematics learning. It involves the acqulsition and application of mathematics concepts and skill in a wide range of situation. Including non-routine, open-ended and real-word problems* (Clark, 2009).

Pemecahan masalah (*problem solving*) sebagai tujuan utama pengembangan kurikulum pendidikan Singapura bergantung pada 5 (lima) komponen yang saling terkait. Kelima komponen tersebut, yaitu konsep (*concept*), keterampilan (*skills*), proses (*processes*), sikap (*attitudes*), serta metakognisi (*metacognition*) dan pemecahan masalah (*problem solving*).

Kerangka tersebut memperlihatkan bahwa pemecahan masalah matematika merupakan tujuan utama dari pembelajaran matematika. Sedangkan kelima komponen yang melingkarinya memberikan kontribusi terhadap kemampuan pemecahan masalah matematika. Tujuan dari kurikulum tersebut dipaparkan dalam dokumen silabus yang memuat garis besar filosofis yang mendasarinya dan tujuan-tujuan kurikulum beserta muatan silabus berdasarkan tingkatan kelas.

Di dalam silabus tersebut, komponen proses (*processes*) telah mengalami penambahan yang menitik beratkan pada proses penalaran (*reasoning*), komunikasi dan koneksi (*communication and connection*), serta aplikasi dan pemodelan atau peragaan (*application and modeling*) sebagai tambahan dari heuristik atau strategi (*heuristics*) dan kemampuan berpikir (*thinking skill*). Semua kemampuan proses tersebut harus diimplementasikan dalam pembelajaran matematika.

Aplikasi dan pemodelan (*applilation and modeling*) menurut Kaur dan Dindyal (2010) memainkan peranan yang sangat penting dalam mengembangkan pemahaman dan kemampuan matematika. Pemodelan matematika (*mathematical modeling*) merupakan proses memformulasi dan mengembangkan suatu model matematika untuk merepresentasikan dan memecahkan masalah. Melalui pemodelan matemtaika, siswa belajar untuk menggunakan representasi data yang beragam dan memiliah serta menerapkan metode dan alat yang tepat dalam memecahkan masalah.

Kemampuan matematika siswa di Singapura telah lebih maju. Kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah (*problem solving*) menjadi tujuan utama dalam pembelajaran matematika di Singapura. Foong (2002) menyatakan bahwa dalam kurikulum matematika di Singapura kini, kemampuan penyelesaian masalah merupakan tujuan dari proses belajar mengajar matematika. Selanjutnya Foong (2002) berpendapat bahwa mengajar melalui pemberian masalah-masalah memberikan kesempatan pada siswa untuk membangun konsep matematika dan mengembangkan keterampilan matematikanya.

Masalah akan mengarahkan siswa untuk menggunakan heuristik seperti untuk menyelidiki dan menggali pola sebaik mereka berpikir secara kritis. Untuk menyelesaikan masalah, murid harus mengamati, menghubungkan, bertanya, mencari alasan, dan mengambil kesimpulan. Keberhasilan dalam memecahkan masalah sangat erat hubungannya dengan tingkat kemampuan dan pengamatan seseorang terhadap proses berpikir siswa sendiri.

Beberapa strategi dalam memperbaiki sikap positif siswa terhadap matematika dan tumbuhnya kecerdasan emodional, yaitu:

- a. Kemampuan dan kemauan guru dalam mengubah paradigma pendidikan.
- b. Setting kelas dalam pembelajaran.

- c. Pembelajaran yang bermakna.
- d. Mengajak siswa untuk mengkonstruksi kognitifnya sendiri (Santosa, R.H. 2008:21-32)

Artinya, peran guru dapat dioptimalkan jika ada kemampuan dan kemauan untuk melakukan perubahan.

METODE PENELITIAN

Metoda penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif dengan menggunakan angket terbuka dan wawancara. Subjek penelitian adalah guru-guru yang terhimpun dalam MGMP Matematika SMA/SMK Muhammadiyah Yogyakarta yang terdiri dari 29 guru matematika.

Analisis data dengan menggunakan analisis deskriptif kualitatif dan persentase.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian yang dilakukan terhadap 29 guru matematika yang tergabung dalam MGMP Matematika SMA/SMK Muhammadiyah Yogyakarta yang terkait dengan ketercapaian target dari tujuan pembelajaran matematika dari sudut pandang guru dalam proses pembelajarannya, (pertanyaan-pertanyaan dilakukan secara bertahap) yang meliputi:

- a. pengetahuan guru tentang tujuan pembelajaran matematika yang ada dalam kurikulum.
Jawaban dari permasalahan ini hanya 34,48% guru yang faham atau mengetahui dari tujuan pembelajaran matematika. Artinya sebagian besar guru tidak mengetahui tujuan dari pembelajaran matematika. Ketika ditanyakan lebih jauh dengan pertanyaan selanjutnya yaitu:
- b. apa saja yang sudah dilakukan guru dalam proses pembelajaran untuk mencapai tujuan pembelajaran matematika?
Jawaban mereka, baik yang sudah mengetahui tujuan pembelajaran matematika maupun yang belum; 37,93% guru sudah menyampaikan materi sesuai kurikulum dengan berbagai cara. Yang dimaksud adalah guru sudah menyampaikan materi sesuai dengan target kurikulum dari materi a sampai z, tetapi hampir semua guru tidak mengaitkannya dengan tujuan pembelajaran matematika. Guru tidak berpikir dan berusaha di dalam proses pembelajaran matematika untuk mengembangkan kemampuan siswa dalam hal kreativitas, sikap kritis, dan kemampuan pemecahan masalah.
Pertanyaan selanjutnya terkait dengan apa yang sudah dilakukan tersebut selama proses pembelajaran dikaitkan dengan tujuan pembelajaran matematika. Sebelum dilanjutkan dengan pertanyaan, dijelaskan dulu apa yang menjadi tujuan pembelajaran matematika.
- c. keyakinan guru tentang keberhasilan dari tujuan yang ingin dicapai dengan proses pembelajaran yang dilakukan.
Jawaban dari pertanyaan ini, 31,03% guru tidak yakin bahwa yang dilakukan akan mencapai tujuan dari pembelajaran matematika.
Pertanyaan terakhir;
- d. pengetahuan guru tentang masalah dalam matematika.
Jawaban guru, 96,55% tidak paham yang dimaksud dengan masalah dalam matematika. Dalam hal ini, sepengetahuan guru bahwa masalah matematika itu sama dengan soal biasa atau soal sehari-hari. Padahal *exercises vs problems* itu beda (Zeitz, P. 2007:1-2). Bahkan di dalam keseharian pun soal yang diberikan kepada siswa cenderung sama atau mirip dengan contoh, sehingga dari jawaban terakhir ini baru disadari bahwa selama ini guru baru menyampaikan materi sesuai yang ada dalam kurikulum, tanpa berusaha untuk membuat siswa kritis, kreatif dan dibiasakan untuk memecahkan masalah.

KESIMPULAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa dari 29 guru matematika yang sudah memahami tentang tujuan pembelajaran matematika (34,48%), guru sudah menyampaikan materi sesuai

kurikulum dengan berbagai cara (37,93%), guru tidak yakin bahwa yang dilakukan akan mencapai tujuan dari pembelajaran matematika (31,03%), dan guru tidak paham yang dimaksud dengan masalah matematika (96,55%), Dengan pembelajaran yang sudah dilakukan selama ini, secara umum guru tidak yakin bahwa tujuan pembelajaran matematika dapat dicapai.

REFERENSI

- Amir, M.T. (2009). *Inovasi Pendidikan Melalui Problem Based Learning*. Jakarta: Kencana.
- Clark, A. (2009). *Problem Solving in Singapore Math*. **Error! Hyperlink reference not valid.** Profesional_Paper_pdf
- Depdiknas (2006). Permendiknas No 22 Tahun 2006 Tentang Standar Isi Untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah.
- Foong, P.Y. (2002). *Using Short Open-ended Mathematics Questions to Promote Thinking and Under standing*. Singapore: National Institute of Education. **Error! Hyperlink reference not valid.** SiFoong.PDF
- Goos et.al. 2000. *A Money Problem: A source of Insight into Problem Solving Action*. Queensland: The University of Quennsland [online]
- Joice,B.,Weil, M. Calhoun, E. (2011). *Models of Teaching*. 8th edition Boston: Pearson Education, Inc.
- Kaur, B., &Dindyal, J. 2010. *Mathematical Application and Modeling-Year Book 2010, Chapter I: A Prelude to Mathematical Application and Modeling in Singapore School*. <http://www.worldscibooks.com/mathematics/7798.html>
- Murtiyasa, B. (2015). Tantangan Pembelajaran Matematika Era Global. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UMS*. 28-47. ISBN : 978.602.361.002.0.
- Orton, A. (2006). *Learning Mathematics: Issues, theory and classroom practice*. 3 rd edition. New York: Continuum.
- Reys, R. E., et. al. (1998). *Helping Children Learn Mathematic* (5th ed). Needham Hwight : Allyn & Bacon
- Santosa, R.H. (2008). *Strategi Pengembangan Sikap Positif terhadap Matematika dan Kecerdasan Emosional untuk Meningkatkan Prestasi Belajar Matematika*. Pidato Pengukuhan Guru Besar Universitas Negeri Yogyakarta.
- Suharnan. (2005). *Psikologi Kognitif*. Surabaya: Srikandi.
- Suherman. E.dkk. (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA Universitas Pendidikan Indonesia.
- Suryadi, D. dan Suratno, T (ed.). (2014). *Kemandirian Pendidik: Kisah Pendidik Reflektif dan Profesional Pembelajaran*. Bandung: Sekolah Pasca Sarjana Universitas Pendidikan Indonesia.
- White, A. L. (2014). Juggling Mathematics Understanding. *Southeast Asian Mathematics Education Journal*, 4(1), 57-67. ISSN 2089-4716.
- White, A.L. (2017). *Building A 21st Century Mathematical Brain*. Makalah disampaikan dalam Guest Lecture program studi pendidikan matematika Universitas Ahmad Dahlan di Yogyakarta pada tanggal 5 April 2017.
- Zeitz, P. (2007). *The Art and Craft of Problem Solving*. 2nd edition. USA: John Wiley & Sons, Inc.

PENGEMBANGAN SOAL MATEMATIKA BERBASIS *HIGHER ORDER THINKING SKILL (HOTS)* DENGAN KONTEKS BOWLING UNTUK SISWA KELAS VII SMP

Tuti Rahmawati, Zulkardi, Somakim

Magister Pendidikan Matematika, FKIP UNSRI

tutirahmawati19@gmail.com

ABSTRAK

The focus of new curriculum implementation is to enable the students higher order thinking skill. Therefore, teacher should train students with higher order thinking skill to improve the students reasoning ability in solving some complex tasks or problems. The aims of this study are to produce some mathematic tasks that based on higher order thinking skills (HOTS) using bowling as the context which is valid and practical. In order to do that, design research in the type of development study was used. This research implemented in SMP Baptis Palembang by involving students of seventh grade. Data were collected using walk trough, documentation, test and interview. Product of this reasearch are some items of mathematic task that based on HOTS using bowling as the context which is valid and practical for seventh grade junior high school students.

Keywords: development study, higher order thinking skill, HOT task

PENDAHULUAN

Hasil PISA tahun 2015 menunjukkan penguasaan siswa Indonesia terhadap materi, khususnya matematika, masih rendah. Yaitu berada diperingkat ke 63 dari 70 negara peserta. Padahal hasil survei yang dilakukan oleh *the Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD)* yang merupakan lembaga penyelenggara PISA pada tahun 2015 menunjukkan bahwa indeks kesenangan belajar sains (*index of enjoyment of learning science*) Indonesia cukup tinggi yaitu 0,65, lebih tinggi dari pada indeks yang didapatkan oleh negara-negara yang memperoleh skor PISA yang tinggi seperti Singapura dengan indeks sebesar 0,59 atau bahkan Jepang dengan indeks sebesar -0,33 (Iswadi, 2016). Hal ini disebabkan karena sebagian besar tes item evaluasi pada proses pembelajaran matematika belum menggunakan soal level tinggi (Novita, 2012), sehingga menyebabkan siswa Indonesia belum terbiasa menyelesaikan soal kontekstual terlebih lagi soal dengan level yang lebih tinggi (Kamalayah, 2012).

Soal-soal yang diujikan pada tingkat internasional, seperti soal tipe PISA, merupakan tipe soal yang menuntut anak untuk dapat berpikir kreatif serta memiliki kemampuan analisa, koneksi dan interpretasi yang baik. Artinya, yang menjadi tuntutan dalam menyelesaikan soal-soal tingkat internasional adalah kemampuan siswa dalam berpikir tingkat tinggi atau *Higher Order Thinking Skill (HOTS)*.

Penerapan kurikulum 2013, pada dasarnya menitik beratkan agar siswa dapat memiliki kemampuan berpikir tingkat tinggi atau *Higher Order Thinking Skill (HOTS)* yang baik. Hal ini dilakukan dengan merancang kurikulum 2013 agar dapat memperkuat kemampuan dan kompetensi siswa dalam segi pengetahuan, keterampilan, dan sikap secara utuh. Kurikulum ini juga ditujukan untuk mengubah orientasi kurikulum nasional dari penanaman kemampuan akademik yang berbasis teori dan hafalan ke kemampuan akademik yang berbasis

keterampilan berpikir tingkat tinggi (*higher order thinking skill*), kreativitas, kemandirian dan kerjasama.

Kemampuan berpikir tingkat tinggi menghendaki seseorang untuk menerapkan informasi baru atau pengetahuan sebelumnya dan memanipulasi informasi untuk menjangkau kemungkinan jawaban dalam situasi baru (Heong, dkk : 2011). Taxonomi Bloom menjadi acuan dalam pengembangan kemampuan berpikir siswa. Struktur hierarki Taxonomi Bloom mengidentifikasi kemampuan kognitif siswa mulai dari rendah sampai tinggi.

Kemampuan berpikir tingkat tinggi seharusnya sudah mulai dilatih dan dikembangkan pada siswa sejak siswa duduk di jenjang pendidikan dasar, yaitu pada tingkat SD dan SMP. Namun pada kenyataannya, kemampuan berpikir tingkat tinggi belum dikembangkan secara maksimal. Hingga sekarang, pada pembelajaran di SD dan SMP, soal tes yang digunakan untuk mengukur kemampuan siswa adalah soal LOT (*Lower Order Thinking*). Masduki dkk (2013) mengemukakan bahwa pada buku teks siswa banyak mengandung soal-soal yang mengukur pengetahuan siswa sehingga sulit menemukan soal yang memuat aspek berpikir tinggi. Padahal, jika siswa telah dilatih *HOTS*-nya sejak SD dan SMP maka siswa akan lebih siap dan mampu secara kognitif ketika diberikan permasalahan-permasalahan yang lebih kompleks pada jenjang pendidikan yang lebih tinggi.

Pada jenjang SMP, pentingnya keterampilan berpikir tingkat tinggi tertuang dalam standar kompetensi lulusan. Dimana pada Permendikbud nomor 20 tahun 2016, dinyatakan bahwa salah satu standar kompetensi lulusan jenjang SMP adalah memiliki keterampilan berpikir dan bertindak yang kreatif, produktif, kritis, mandiri, kolaboratif, dan komunikatif, melalui pendekatan ilmiah sesuai dengan yang dipelajari di satuan pendidikan dan sumber lain secara mandiri. Ini berarti setiap satuan pendidikan di tingkat SMP wajib untuk mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa agar standar kompetensi tersebut tercapai.

Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mengembangkan kemampuan siswa tersebut adalah dengan mendesain soal sendiri yang bermanfaat bagi siswa. Selain dapat mengukur hasil belajar siswa, kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa dapat dilatih. Desain soal yang dibuat hendaknya juga melibatkan konteks. Menurut Wardhani dan Rumiati (2011:59) bahwa proses pembelajaran matematika perlu dikaitkan dengan permasalahan kontekstual yang ada dalam masyarakat, tidak hanya yang dialami siswa saja. Konteks dapat dimunculkan tidak harus pada awal tetapi juga pada tengah pembelajaran, dan pada saat penilaian (Zulkardi dan Putri, 2006:3-4). Olahraga adalah salah satu konteks yang dapat digunakan. Dalam hal ini salah satu cabang olahraga yang dapat digunakan sebagai konteks adalah bowling. Selain menyenangkan, olahraga bowling sarat dengan konteks yang dapat digunakan sebagai sumber pengembangan soal. Mulai dari susunan pin bowling, penskoran, hingga bola bowling yang digunakan.

Oleh karena itu, peneliti mengembangkan soal-soal berbasis *higher order thinking skill* (*hots*) menggunakan konteks bowling untuk siswa kelas VII SMP. Penelitian ini dimaksudkan untuk menghasilkan soal-soal berbasis *HOTS* untuk siswa kelas VII yang valid dan praktis untuk siswa kelas VII SMP.

LANDASAN TEORI

Berpikir merupakan aktivitas yang tidak bisa dilepaskan dari manusia, karena berpikir merupakan ciri yang membedakan manusia dengan makhluk lainnya. Berpikir didefinisikan sebagai proses mental yang dapat menghasilkan pengetahuan. Terdapat tiga istilah yang berkaitan dengan keterampilan berpikir, yang sebenarnya cukup berbeda; yaitu berpikir tingkat tinggi (*higher level thinking*), berpikir kompleks (*complex thinking*), dan berpikir kritis (*critical thinking*). Berpikir tingkat tinggi adalah operasi kognitif yang banyak dibutuhkan pada proses-proses berpikir yang terjadi dalam *short-term memory*.

Kemampuan berpikir tinggi menghendaki seseorang untuk menerapkan informasi baru atau pengetahuan sebelumnya dan memanipulasi informasi untuk menjangkau kemungkinan jawaban dalam situasi baru (Heong, dkk : 2011). Keterampilan berpikir tingkat tinggi terjadi ketika seseorang mengambil informasi baru dan informasi yang tersimpan dalam memori dan saling terhubung atau menata kembali dan memperluas informasi ini untuk mencapai tujuan atau menemukan jawaban yang mungkin dalam situasi membingungkan.

Menurut Stein dan Lane (Thompson, 2008) berpikir tingkat tinggi menggunakan pemikiran yang kompleks, *non algorithmic* untuk menyelesaikan suatu tugas, ada yang tidak dapat diprediksi, menggunakan pendekatan yang berbeda dengan tugas yang telah ada dan berbeda dengan contoh. Menurut Brookhart (2010) kemampuan berpikir tingkat tinggi (HOTS) adalah (1) berpikir tingkat tinggi berada pada bagian atas taksonomi kognitif Bloom, (2) tujuan pengajaran di balik taksonomi kognitif yang dapat membekali peserta didik untuk melakukan transfer pengetahuan, (3) mampu berpikir artinya peserta didik mampu menerapkan pengetahuan dan keterampilan yang mereka kembangkan selama belajar pada konteks yang baru. Dalam hal ini yang dimaksud “baru” adalah aplikasi konsep yang belum terpikirkan sebelumnya oleh peserta didik, namun konsep tersebut sudah diajarkan, ini berarti belum tentu sesuatu yang universal baru.

Taksonomi Bloom tinggi (*Higher Order Thinking*). Berdasarkan Taksonomi Bloom yang telah direvisi (Anderson & Karthwohl, 2001), terdapat tiga aspek dalam ranah kognitif yang menjadi bagian dari kemampuan berpikir tingkat tinggi atau *high order thinking* (HOT). Ketiga aspek itu adalah aspek analisis-sintesis, aspek evaluasi dan aspek mencipta. Sedang tiga aspek lain dalam ranah yang sama, yaitu aspek mengingat, aspek memahami, dan aspek aplikasi, masuk dalam bagian intelektual berpikir tingkat rendah atau *lower-order thinking*.

Dalam Taksonomi Bloom, kemampuan melibatkan analisis, evaluasi dan mengkreasi dianggap berpikir tingkat tinggi (Pohl, 2000). Menurut Krathwohl (2002) dalam *A revision of Bloom's Taxonomy: an overview - Theory Into Practice* menyatakan bahwa indikator untuk mengukur kemampuan berpikir tingkat tinggi meliputi:

1. Menganalisis

a) menganalisis informasi yang masuk dan membagi-bagi atau menstrukturkan informasi ke dalam bagian yang lebih kecil untuk mengenali pola atau hubungannya, b) mampu mengenali serta membedakan faktor penyebab dan akibat dari sebuah skenario yang rumit, c) mengidentifikasi/merumuskan pertanyaan

2. Mengevaluasi

a) memberikan penilaian terhadap solusi, gagasan, dan metodologi dengan menggunakan kriteria yang cocok atau standar yang ada untuk memastikan nilai efektivitas atau manfaatnya, b) membuat hipotesis, mengkritik dan melakukan pengujian, c) menerima atau menolak suatu pernyataan berdasarkan kriteria yang telah ditetapkan

3. Mengkreasi

a) membuat generalisasi suatu ide atau cara pandang terhadap sesuatu, b) merancang suatu cara untuk menyelesaikan masalah, c) mengorganisasikan unsur-unsur atau bagian-bagian menjadi struktur baru yang belum pernah ada sebelumnya.

Beberapa peneliti sebelumnya telah melakukan penelitian yang sejenis. Antara lain, Lewy (2009) yang meneliti tentang pengembangan soal berpikir tingkat tinggi pada materi barisan dan deret bilangan di kelas IX SMP, dimana penelitiannya menghasilkan seperangkat soal yang valid dan praktis serta memberikan potensial efek potensial terhadap kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa dimana kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa masuk dalam kategori baik.

METODELOGI PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun ajaran 2016/ 2017 terhadap siswa kelas VII SMP Baptis Palembang sebagai subjek. Penelitian ini termasuk jenis *design research* tipe *development study* yang terdiri dari *preliminary* dan *formative evaluation*. *Preliminary* terdiri dari analisis dan desain. Sedangkan *formative evaluation* terdiri dari *self evaluation*, *expert review* dan *one-to-one*, *small group*, dan *field test* (Tessmer, 1993:35).

Untuk penelitian ini akan dibahas hasil kevalidan dan kepraktisan soal yang dibuat, sehingga penelitian ini dilaksanakan sampai dengan tahap *small group*.

Prototype (soal matematika berbasis HOTS dengan Konteks Bowling) dinyatakan valid konten dan konstruk setelah dilakukan perbaikan berdasarkan saran *expert review*. Sedangkan *prototype* dinyatakan praktis setelah dilakukan perbaikan dengan mempertimbangkan hasil jawaban dan komentar siswa pada *one-to-one* dan *small group* (Akker, 1999). Selain itu, uji validitas dan reliabilitas *prototype* dilakukan bersamaan *small group* (Tessmer, 1993).

Teknik pengumpulan data yang digunakan, yakni *walkthrough* untuk memperoleh *prototype* yang valid, dokumentasi untuk menentukan karakteristik-karakteristik *prototype*, untuk memperoleh *prototype* yang praktis, dan lain – lain. Semua data yang dikumpulkan dianalisis secara deskriptif.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian ini diuraikan sesuai jenis *design research* tipe *development study* yang terdiri dari *preliminary* dan *formative evaluation*. Hasil analisis awal bahwa siswa kelas VII SMP Baptis Palembang sebagai subjek penelitian, bowling sebagai konteks yang digunakan, soal yang diberikan berbasis HOTS, domain kognitif menganalisis, mengevaluasi dan mengkreasi merupakan karakteristik-karakteristik *prototype*. Selanjutnya didesain perangkat instrumen yang terdiri dari kisi-kisi, pedoman penskoran, draf, dan kartu *prototype* sesuai karakteristik-karakteristik tersebut. Hasil desain dinamakan *prototype* awal. Setelah itu, dievaluasi kembali *prototype* awal dari segi konten, konstruk, dan bahasa. Berdasarkan hasil evaluasi diri bahwa tidak dilakukan revisi. Hasil evaluasi diri dinamakan *prototype* pertama. Dari hasil desain dan evaluasi diri diperoleh 12 soal yang akan dievaluasi oleh *expert* dan siswa *one-to-one*. Salah satu hasil evaluasi diri dapat dilihat pada Gambar 1.

SOAL NOMOR 8

Tiga orang atlet bowling memiliki jadwal latihan yang berbeda, tetapi pada suatu ketika mereka akan memiliki jadwal latihan yang sama. Tabel berikut menunjukkan beberapa jadwal latihan atlet tersebut.

Tanggal	Atlet 1	Atlet 2	Atlet 3
1 April 2017	v	v	v
21 April 2017	v	v	
25 April 2017		v	v
1 Mei 2017	v		v

Apakah benar jika ketiga atlet tersebut akan memiliki jadwal yang sama lagi pada tanggal 30 Mei 2017?

Gambar 1

Kemudin *Prototype* diberikan kepada *expert* untuk dilakukan penilaian dari segi konstruk, konten dan bahasa yang digunakan pada *prototype*. Dari hasil penilaian *expert*, disimpulkan bahwa terdapat 2 soal yang tidak valid, sehingga pada *prototype* pertama hanya

terdapat 10 soal valid berdasarkan hasil *expert judgment*. *Expert* juga menilai dari segi kepraktisan soal, dimana *expert* telah menyatakan bahwa soal tersebut tepat untuk diberikan pada siswa kelas VII.

Prototype pertama juga diberikan kepada teman sejawat untuk memberikan komentar dari segi konstruk, konten serta bahasa dan siswa *one-to-one* untuk diselesaikan dan diberikan komentar dari segi bahasa.

Pada *saat one to one*, secara tidak langsung siswa telah memberikan komentar tentang soal. Seperti yang dilakukan oleh siswa 1 (S1) tahap *one to one*.

S1 : “Jadi jawabannya hanya ya-tidak”

P : “Menurutmu seharusnya?”

S1 : “Itu be cuma, dak pake alasan”

P : “Kalo bentuk soalnya seperti itu, tidak pake alasan

S1 : “He eh”

P : “Berarti kalo mau diminta alasan, harus Ditambahkan”

S1 : “Ya. Kemukakan pendapatmu”

Selanjutnya *prototype* awal direvisi dengan mempertimbangkan saran *expert review* , teman sejawat dan komentar siswa *one-to-one*.

Adapun keputusan revisi dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1.

Komentar	Keputusan revisi
Jadwal latihan tiap atlet yang diberikan kurang rinci, siswa akan sulit menentukan pola sehingga nantinya dapat menimbulkan penafsiran ganda	Jadwal latihan yang diberikan lebih diperinci
Pertanyaan kurang spesifik, tidak diminta untuk mengemukakan pendapat sehingga siswa akan cenderung menjawab ya atau tidak saja	Pertanyaan akan lebih dispesifikkan lagi untuk mengetahui kemampuan siswa dalam menjawab dan mengevaluasi pertanyaan

Hasil revisi *expert review* dan *one-to-one* dinamakan *prototype* kedua. Adapun gambar *prototype* kedua sebelum (atas) dan setelah (bawah) revisi dapat dilihat pada Gambar 2.

SOAL NOMOR 8

Tiga orang atlet bowling memiliki jadwal latihan yang berbeda, tetapi pada suatu ketika mereka akan memiliki jadwal latihan yang sama. Tabel berikut menunjukkan beberapa jadwal latihan atlet tersebut.

Tanggal	Atlet 1	Atlet 2	Atlet 3
1 April 2017	v	v	v
21 April 2017	v	v	
25 April 2017		v	v
1 Mei 2017	v		v

Apakah benar jika ketiga atlet tersebut akan memiliki jadwal yang sama lagi pada tanggal 30 Mei 2017?

Gambar 2

Selanjutnya *prototype* kedua diberikan kepada siswa *small group* yang terdiri dari 6 orang peserta didik untuk diselesaikan dan diberikan komentar dari segi bahasa. Kemudian direvisi *prototype* kedua dengan mempertimbangkan jawaban dan komentar siswa *small group*. Dari hasil siswa pada tahapan *small group*, diperoleh bahwa soal yang dibuat sudah dapat dinyatakan valid secara kualitatif berdasarkan hasil komentar siswa yang menyatakan bahwa bahasa yang digunakan pada soal mudah dimengerti dan kalimat yang digunakan sudah jelas. Sehingga, pada tahapan ini, penulis memutuskan untuk tidak melakukan revisi lagi. Hasil akhir ini disebut *prototype* ketiga.

Dalam tahapan *small group* juga dilihat kepraktisan dari soal-soal yang dibuat. Dalam hal ini, soal-soal akan dikatakan praktis jika soal-soal yang diberikan sesuai dengan alur pemikiran siswa dan dapat dikerjakan oleh siswa sesuai dengan domain kognitif yang ditentukan.

Berikut hasil jawaban yang diberikan oleh siswa pada tahap *small group*.

SOAL NOMOR 8

Tiga orang atlet bowling memiliki jadwal latihan yang berbeda, tetapi pada suatu ketika mereka akan memiliki jadwal latihan yang sama. Tabel berikut menunjukkan beberapa jadwal latihan atlet tersebut.

Atlet	Tanggal (April 2017)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	v		v		v		v		v		v
2	v					v					v
3	v			v			v			v	

Apakah benar jika ketiga atlet tersebut akan memiliki jadwal yang sama lagi pada tanggal 30 Mei 2017? Kemukakan pendapatmu!

Gambar 4

Atlet 1 = 2 hr sekali
 2 = 5 hr sekali
 3 = 3 hr sekali

 KPH 2, 3, 3 = 30, 60, 90 ---

 1 April + 30 hr = 31 = 1 Mei (latihan bersama)
 1 Mei + 30 hr = 31 Mei (latihan bersama)
 Jadi mereka latihan bersama tanggal 31 Mei bulan 3 D Mei

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
✓		✓		✓		✓		✓		✓		✓	
25	26	27	28	29	30	31	tidak, karena hanya atlet 2 yang dijadwalkan latihan sedangkan atlet 1 dan 3 libur latihan.						
✓		✓		✓		✓							

<Jawaban>

Atlet 1 = berlatih 2 hari sekali
 Atlet 2 = 5 hari sekali
 Atlet 3 = 3 hari sekali
 Maka jadwal mereka adalah =

Bulan	Atlet 1	Atlet 2	Atlet 3
April	5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29	6, 11, 16, 21, 26	1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28
Mei	2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 31	1, 6, 11, 16, 21, 26, 31	1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31

Jadi, ketiga atlet tersebut sudah akan berlatih bersama pada tanggal 30 Mei karena semua jadwal atlet kosong. Tetapi pada tanggal 31 mereka berlatih bersama.

Gambar 5

Gambar 3, 4 dan 5 merupakan hasil jawaban yang diberikan oleh masing-masing siswa dengan katogeri kemampuan tinggi, sedang dan rendah pada *small group*. Dari hasil tersebut dapat dilihat bahwa soal tersebut dikatakan praktis.

Uji validitas dan reliabilitas juga dilakukan pada *prototype* kedua. Berdasarkan hasil uji validitas bahwa *prototype* kedua dinyatakan valid. Selain itu, berdasarkan hasil uji reliabilitas bahwa *prototype* kedua termasuk kategori memiliki derajat konsistensi tinggi dalam beberapa kali pengukuran pada subjek yang sama.

Kesimpulan

Penelitian ini telah menghasilkan 10 buah soal matematika berbasis *Higher Order Thinking Skill (HOTS)* dengan menggunakan konteks bowling. *Prototype* soal telah dinyatakan valid dan praktis. Kevalidan soal telah diujikan secara kualitatif dan kuantitatif. Validasi kualitatif ditunjukkan dari hasil penilaian validator pada tahap *expert review* yang menyatakan bahwa soal telah baik dari segi konten, konstruk dan bahasa. Hasil uji validitas secara kuantatif bahwa *prototype* kedua dinyatakan valid. Selain itu, berdasarkan hasil uji reliabilitas bahwa *prototype* kedua termasuk kategori memiliki derajat konsistensi tinggi dalam beberapa kali pengukuran pada subjek yang sama.

Sedangkan untuk kepraktisan, para ahli/praktisi telah menyatakan bahwa soal tersebut tepat untuk diberikan pada siswa kelas VII. Hal ini juga terlihat pada tahap *one-to-one* dan *small group* bahwa siswa dapat menggunakan perangkat soal dengan baik.

Daftar Pustaka

- Akker. (1999). *Principles and Methods of Development Research, pada J.v. Akker Design Approaches and Tools in Education and Training* (Hal 1 – 14), Springer Netherlands.
- Anderson, L., & Karthwohl, D.A., (2001). *Taxonomy for Learning Teaching and Assesing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives*. New York: Longman.
- Brookhart, S. (2010). *How to Assess Higher-Order Thinking Skills in Your Classroom*. Alexandria, VA: ASCD.
- Heong, Y. M., Othman, W.D., Md Yunos, J.,
- Kiong, T.T., Hassan, R., & Mohamad, M.M. 2011. The Level of Marzano. *Higher Order Thinking Skills Among Technical Education Students . International Journal of Social and humanity*, Vol. 1, No. 2, July 2011, 121-125.
- Iswadi, Hazrul. 2016. *Sekelumit Dari Hasil PISA 2015 Yang Baru Dirilis*. (Online. http://www.ubaya.ac.id/2014/content/articles_detail/230/Overview-of-the-PISA-2015-results-that-have-just-been-Released.html. Diakses tanggal 23 Februari 2017.
- Kamaliyah. (2012). Developing the Sixth Level of PISA-Like Mathematics Problem for Secondary School Student. *Journal on Mathematics Education (IndoMS-JME)*, 3(2), 169-188.
- Krathwohl, D.R. 2002. *A Revision of Bloom's Taxonomy: an overview – Theory Into Practice, College of Education, The Ohio State University Learning Domains or Bloom's Taxonomy: The Three Types of Learning*, tersedia di www.nwlink.com/~donclark/hrd/bloom.html.
- Lewy, L. 2009. *Pengembangan Soal Untuk Mengukur Kemampuan berpikir tingkat tinggi Pokok Bahasan Barisan dan Deret Bilangan Di Kelas IX Akselerasi SMP Xaverius Maria Palembang*. *Jurnal Pendidikan Matematika*, Vol.3(2), Desember 2009, pp 14-28.
- Masduki, dkk. (2013). *Level Kognitif Soal-Soal Buku Pelajaran Matematika SMP*. Prosiding.
- Novita, R., Zulkardi, Hartono, Y. (2012). *Exploring Primary Student's Problem-Solving Ability*. *Journal on Mathematics Education (IndoMS-JME)*, 3(2), 133-150.
- Pohl. 2000. *Learning to Think, Thinking to Learn*: tersedia di www.purdue.edu/g/eri.
- Tessmer, M. (1993). *Planning and conducting formative evaluations: Improving the quality of education and training*. London: Kogan Page.

Thompson, Tony. *Mathematics Teachers' Interpretation of Higher Order Thinking In Bloom Taxonomy*, International Electronic Journal of Mathematics Education Vol. 3, No.2, July 2008 tersedia di www.iejme.com.

Wardhani dan Rumiati. (2011). *Instrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika SMP: Belajar dari PISA dan TIMSS*. Yogyakarta: P4TK Matematika.

Zulkardi & Ilma, R. (2006). *Mendesain Sendiri Soal Kontekstual Matematika*. Prosiding Konferensi Nasional Matematika XIII. Semarang: IndoMS.

PENGARUHPENERAPANMETODE PENGAJARAN TERBALIK TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIKA SISWA KELAS VII SMP NEGERI 04 KAMPARKECAMATAN KAMPAR KABUPATEN KAMPAR

Dessy Andriani dan Hassanuddin

Fakultas Matematika dan ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau

email :dessyandrianiok@gmail.com

ABSTRACT

This research was background by mathematic communication ability of students is still low and aimed to determine whether or not differences in the application of reciprocal teaching method the conventional learning communication ability math class VII students at state Junior High School 4 Kampar. The research of problem is "is there a differences in the mathematic communication ability between students' used of reciprocal teaching method with students' used of the conventional learning of class VII at state Junior High School 4 Kampar. This research is aquasi-experiment and design used is Nonequivalent Control Group Design. Subjects in this study were students at state Junior High School 4 Kampar and the object of this studied the ability of mathematical communication. Data collection techniques used were interviews, documentation, observation and tests. In this research meeting sheld four times, three times with the use reciprocal teaching method and the one meeting sheld posttest. Data analysis is done using t-test formula. From the analysis we concluded that there are differences in the mathematic communication ability between students' used of reciprocal teaching method with students' used of the conventional learning of class VII at state Junior High School 4 Kampar.

Keywords: reciprocal teaching, conventional learning ,mathematic communication, t-test

PENDAHULUAN

Kemampuan mengemukakan ide matematika baik dalam bentuk lisan maupun tulisan merupakan bagian penting dari standar kemampuan komunikasi matematika yang perlu dimiliki siswa. Meskipun banyak yang mengacu pada komunikasi dalam bentuk lisan, beberapa pemahaman juga mengacu pada kebutuhan siswa untuk berkomunikasi secara tulisan. Ketika siswa diminta untuk berbagi ide secara lisan kita bisa mendengarkan secara efektif. Sedangkan jika mereka diminta untuk menjelaskan pemahaman dalam bentuk tertulis, guru dan siswa dapat melihat dari berbagai sudut pandang yang lebih besar. Selain itu dengan mengekspresikan diri secara tertulis dapat mendorong siswa untuk merefleksikan pekerjaan yang telah dilakukan dan mengklarifikasi ide-ide mereka sendiri.

Berdasarkan hasil observasi awal yang telah peneliti lakukan terhadap proses pembelajaran matematika yang terjadi di SMPN 04 Kampar ditemukan gejala-gejala yang terjadi sebagai berikut:

- 1) Kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal-soal yang mengarah pada komunikasi matematika masih rendah, ditandai dengan siswa belum mampu untuk memberikan

penjelasansecaramatematikadenganbenardanmudahdipahamitentangsoal-soal yang mereka jawab.

- 2) Siswa mengalami kesulitan dalam menjelaskan dan membuat pertanyaan matematika yang telah dipelajari, hal ini ditandai dengan kalimat pertanyaan matematika siswa yang tidak tersusun secara teratur sehingga sulit dipahami.
- 3) Masihrendahnyakemampuanpesertadidikdalammengungkapkanide-ide matematikakedalambentukgambarmaupungrafik.
- 4) Pada akhir pelajaran siswa belum mampu membuat kesimpulan yang tepat terhadap apa yang telah dipelajari.

Berdasarkan gejala-gejala tersebut dapat dilihat masih rendahnya kemampuan komunikasi siswa. Persoalannya adalah bagaimana meningkatkan kemampuan komunikasi matematika siswa dengan sebaik-baiknya. Salah satu alternatif untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah menerapkan metode pengajaran terbalik (*reciprocal teaching*).

Ada beberapa macam premiasuransi jiwa, diantaranya adalah premitunggal, premitahunan, dan premipecahan. Premi yang dapat dibayarkan sekaligus disebut dengan premitunggal. Premi yang dapat dibayarkan secara berkala, misalkan setiap tahun, disebut premitahunan. Sedangkan premipecahan adalah premi yang dapat dibayar pada tiap semester, tiga bulan sekali (kwartal), atau pun setiap bulan.

Menentukan besarnya premitahunan yang akan dibayarkan oleh peserta asuransi dapat menggunakan berbagai cara diantaranya dengan fungsi komutasi, hukum *de moivre* dan asumsi seragam. Salah satu penelitian tentang Premitahunana suransi jiwa berjangka telah diteliti sebelumnya oleh Nurma Harisa (2013). Pada penelitian tersebut cara yang digunakan untuk menghitung premitahunan adalah dengan menggunakan hokum *de moivre* untuk status gabungan dua orang. Pada hukum *de moivre*, usia peserta asuransi jiwa yang digunakan hanya berupa bilangan bulat. Sedangkan pada asumsi seragam dapat menghitung premitahunan untuk usia peserta asuransi jiwa yang berbentuk bilangan desimal. Sehingga dengan menggunakan asumsi seragam, hasil perhitungan premitahunan lebih akurat, karena memperhitungkan tahun dan bulan.

Sesuai dengan penjelasan diatas tujuan dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui ada atau tidak perbedaan kemampuan komunikasi matematika antara siswa yang belajar menggunakan metode pengajaran terbalik (*reciprocal teaching*) dengan siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional di kelas VIISMP Negeri 04 Kampar Kecamatan Kampar Kabupaten Kampar

METODE PENELITIAN

Penelitian merupakan penelitian quasi eksperimen karena peneliti ingin mengetahui pengaruh suatu perlakuan terhadap suatu variabel, namun masih terdapat variabel lain yang tidak mendapat perlakuan. Perlakuan dalam penelitian ini dilakukan pada pembelajaran matematika dengan metode pengajaran terbalik, sedangkan variabel yang diamati adalah kemampuan komunikasi matematika siswa. Penelitian kuasi eksperimen ini mempunyai kelompok kontrol tetapi tidak dapat berfungsi sepenuhnya untuk mengontrol variabel-variabel luar yang mempengaruhi eksperimen. ¹Desain penelitian yang digunakan adalah *Non equivalent Control Group Design*.

Desain ini membandingkan kelompok kontrol dan kelompok eksperimen tetapi pengambilan kelompok tidak dilakukan secara acak penuh.² Pertama kelompok eksperimen yaitu kelompok yang memperoleh perlakuan pembelajaran metode pengajaran terbalik. Kedua, kelompok kontrol yaitu kelompok yang tidak memperoleh perlakuan

¹Sugiyono, *Metodologi Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D*, (Bandung, Alfabeta, 2010), h.77.

²Nana Syaodih Sukmadinata, *Metode Penelitian Pendidikan*, (Bandung, PT Remaja Rosda Karya, 2006), h. 207.

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2013/2014 di SMP Negeri 04 Kampar kecamatan Kampar kabupaten Kampar

Populasi penelitian ini adalah seluruh siswa SMP Negeri 4 kampar 2013/2014. Sedangkan sampelnya adalah kelas VII yang terdiri dari tiga kelas yaitu kelas VII₁, VII₂, dan VII₃. Dari ketiga kelas itu akan dipilih dua kelas yaitu sebagai kelas eksperimen dan kelas kontrol dengan menggunakan teknik random (secara acak). Kelas VII₁ sebagai kelas eksperimen dan kelas VII₂ sebagai kelas control

Teknik yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Wawancara.
2. Observasi.
3. Dokumentasi
4. Tes.

Analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah uji-t. Uji-t digunakan untuk menguji hipotesis setelah mengetahui bahwa data berdistribusi normal dan homogeny.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dapat diambil keputusan yang dilakukan dengan cara membandingkan nilai t_{hitung} dengan t_{tabel} , dengan ketentuan sebagai berikut:

Jika $t_{hitung} < t_{tabel}$, maka H_0 diterimadan H_a ditolak.

Jika $t_{hitung} > t_{tabel}$, maka H_0 ditolakdan H_a diterima.

Nilai $t_{hitung} = 2,778$ berarti bahwa t_{hitung} lebih besar t_{tabel} pada taraf signifikan 5% maupun taraf signifikan 1% dengan $df = N_x + N_y - 2 = 20 + 20 - 2 = 38$. Dalam tabel tidak terdapat $df = 38$, maka dari itu digunakan df yang mendekati 38 yaitu $df = 40$. Dengan df diperoleh dari t_{tabel} pada taraf sidnifikan 5% dan 1% sebesar 2,02 dan 2,72. Ini berarti $t_{hitung} > t_{tabel}$, maka diputuskan bahwa H_0 ditolak dan H_a diterima. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan kemampuan komunikasi antara siswa yang belajar menggunakan metode *Reciprocal Teaching* dengan siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.

Sesuai dengan hasil uji t terhadap kelas tersebut maka dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan peningkatan kemampuan komunikasi antara pembelajaran matematika dengan metode *Reciprocal Teaching* dibandingkan dengan pembelajaran secara konvensional. Peningkatan yang signifikan pada kelas eksperimen dikarenakan dalam pembelajaran di kelas selama pengamatan, guru menerapkan prinsip dari metode *Reciprocal Teaching*, yaitu berkaitan dengan prinsip otonomi kegiatan siswa dimana dalam pembelajaran di kelas, guru menghargai dan membiarkan siswa untuk menemukan sendiri permasalahan serta solusi dalam matematika sehingga siswa dapat menyelesaikan persoalan matematika dengan benar tersebut dalam memori mereka.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

- 1) Pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan *Reciprocal Teaching* dapat meningkatkan kemampuan komunikasi siswa. Peningkatan kemampuan komunikasi dilihat dari rata-rata nilai siswa kelas eksperimen sebelum tindakan 65,75 dan rata-rata setelah tindakan 81,25.
- 2) Terdapat perbedaan signifikan kemampuan komunikasi antara siswa yang belajar menggunakan pendekatan *Reciprocal Teaching* dengan siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.
- 3) Sebagian besar siswa menunjukkan sikap positif terhadap pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan *Reciprocal Teaching*. Hal ini terlihat dengan adanya peningkatan aktivitas siswa yang semakin lama semakin baik selama pembelajaran, sehingga

memungkinkan untuk meningkatkan kemampuan komunikasi siswa yang menuju pada peningkatan hasil belajar.

REFERENSI

- [1]Ali Mahmudi, *Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika*, Jurnal MIPMIPA UNHALU, Volume 8, No 1, 2009
- [2]Ansari. *Komunikasi Matematik Konsep dan Aplikasi*, Jakarta, Pena, 2009
- [3]BSNP , *Peraturan Mendiknas. Standar Isi dan Standar Kompetensi Lulusan 2006* , Jakarta, Depdiknas, 2006
- [4]Fadjar Shadiq, *Kemahiran Matematika*, Yogyakarta,tidak diterbitkan, 2009
- [5]H.A.W. Widjaja, *Komunikasi (Komunikasi dan mesyarakat)*, Jakarta, Bumi Aksara, 2008
- [6]Halmaheri, *Mengembangkan Kemampuan Komunikasi dan Pemecahan Masalah Matematis Siswa sltp Melalui Strategi Think-Talk-Write Dalam Kelompok Kecil*, Tesis PPS UPI Bandung, 2004
- [7]Hartono, *Analisis Item Instrumen*, Pekanbaru: Zanafa Publising, 2010
- [8]Hartono, *Metodologi Penelitian*, Yogyakarta: Nusa Media,2011
- [9]Mas'ud Zein, *Evaluasi Pembelajaran Analisis Soal Essay*, Makalah dalam bentuk power point,2012
- [10]Momo Morteza, *Reciprocal Teaching*, tersedia dalam: <http://hasanahworld.wordpress.com/2009/02/04> di akses 12 Juni 2013
- [11]Nana Syaodih Sukma dinata, *Metode Penelitian Pendidikan*, Bandung, PT Remaja Rosda Karya, 2006
- [12]Noraini Idris, *Pedagogi Dalam Pendidikan Matematik*, Kuala Lumpur, 2005
- [13]Oemar Hamalik, *Perencanaan Pengajaran Berdasarkan Pendekatan Sistem*, Jakarta, Bumi Aksara,2009
- [14]Purwanto, *Statistik Untuk Penelitian*, Yogyakarta:Pustaka Pelajar
- [15]Riduwan, *Dasar-Dasar Statistik* , Alfabeta, Bandung,2010
- [16]Risnawati, *Strategi Pembelajaran Matematika*, Pekanbaru , Suska Press, 2008.
- [17]Sambas Ali Muhidin, *Analisis Korelasi, Regresi dan Jalur Dalam Penelitian*, Bandung, CV Pustaka Setia, 2009
- [18]Sudjana, *Metode Statistik*, Tarsito, Bandung, 1992
- [19]Sugiyono, *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R & D*, Bandung, Alfabeta, 2010
- [20]Suharsimi Arikunto, *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan*, Bumi Aksara, Jakarta, 2008.

LITERASI MATEMATIS SISWA SMP NEGERI DI KECAMATAN TAMPAN KOTA PEKANBARU DALAM BIDANG GEOMETRI

Syarifah Nur Siregar, Titi Solfitri
FKIP Universitas Riau
email: syarifahnur.siregar@lecturer.unri.ac.id

ABSTRACT

This study aimed to determine the mathematical literacy (reasoning and communication of mathematics) of students at Junior High School in Kecamatan Tampan Kota Pekanbaru in geometry. The research instrument used instruments PISA 2012 with space and shape content translated into Indonesian. Overall, the test consisted of 14 items with the nine themes. The population in this study were student at class IX of SMPN 20 and SMPN 23 Pekanbaru. Randomly selected one class from each school in order to obtain a sample of 74 people. The results showed that students' mathematical literacy Junior High School in Kecamatan Tampan Kota Pekanbaru in geometry is still low with an average score of 46.90 and a standard deviation of 15.15. For aspects of mathematical reasoning abilities, students tend not able to use patterns and relationships to analyze mathematical situations, provide explanations using models, facts, attributes, and relationships, as well as estimating the answer and the solution process. For aspect of communication, students tend not able to connect real objects, drawings, and diagrams into mathematical ideas.

Keywords: Mathematical literacy, mathematical reasoning skill, mathematical communication skill.

PENDAHULUAN

Literasi telah menjadi perbincangan hangat di kalangan internasional dan menjadi harapan besar dunia. Berbagai pihak, khususnya para ahli pendidikan gencar melakukan penilaian literasi dan mencari cara untuk meningkatkan literasi di berbagai negara, termasuk di Indonesia. Salah satu cara adalah dengan terlibat dalam *Program for International Student Assessment* (PISA). PISA merupakan asesmen utama berskala internasional yang dilaksanakan secara reguler yakni sekali dalam tiga tahun sejak tahun 2000 untuk mengetahui literasi siswa usia 15 tahun dalam membaca, matematika, dan sains. Fokus dari PISA adalah literasi yang menekankan pada keterampilan dan kompetensi siswa yang diperoleh dari sekolah dan dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari dan dalam berbagai situasi (Rahmah Johar, 2012). Dalam pelaksanaannya, PISA disponsori oleh *Organization for Economic Cooperation and Development* (OECD).

Keterlibatan Indonesia pada kegiatan ini sebagai upaya untuk mengetahui dan mengevaluasi program pendidikan jika dibandingkan dengan negara-negara peserta lainnya. Hal ini dapat menjadi rujukan dalam memperbaiki kualitas pendidikan agar sumber daya manusianya dapat bersaing secara global dan tidak tertinggal dengan negara-negara lain. Pada awal mengikuti PISA tahun 2000 untuk bidang matematika, Indonesia berada di urutan ke-39 dari 41 negara dengan skor 367. Tiga tahun berikutnya, skor Indonesia menurun menjadi 360 dan menempatkan Indonesia di urutan ke-38 dari 40 negara. Pada tahun 2006, Indonesia

berada di urutan 50 dari 57 negara dengan skor 391. Hasil PISA tahun 2009 menempatkan Indonesia di urutan ke-61 dari 65 negara dengan skor 371 dan peringkat 64 dari 65 negara dengan skor 375 pada tahun 2012 (OECD, 2013).

Dari hasil studi PISA dapat terlihat bahwa Indonesia belum mampu melahirkan generasi yang berliterasi. Siswa SMP Indonesia sangat lemah dalam menyelesaikan soal-soal yang tidak rutin (masalah matematika) yang membutuhkan penalaran untuk menyelesaikannya. Hal ini sesuai dengan fakta yang diungkap oleh Sri Wardhani (2011) bahwa instrumen penilaian hasil belajar yang didesain oleh guru matematika SMP di Indonesia kurang memfasilitasi siswa dalam mengembangkan kemampuan literasinya sehingga berdampak pada rendahnya prestasi siswa dalam ajang penilaian literasi di dunia.

Literasi matematis dalam kerangka PISA 2012 didefinisikan sebagai kemampuan individu untuk merumuskan, menggunakan, dan menafsirkan matematika dalam berbagai konteks, termasuk kemampuan melakukan penalaran secara matematis dan menggunakan konsep, prosedur, fakta, sebagai alat untuk mendeskripsikan, menjelaskan serta memprediksi suatu fenomena atau kejadian. Hal ini berarti bahwa literasi matematis dapat membantu individu untuk mengenal peran matematika di dunia nyata dan sebagai dasar pertimbangan dan penentuan keputusan yang dibutuhkan oleh masyarakat (OECD, 2013).

Literasi matematis melibatkan 7 kemampuan dasar yang harus dimiliki siswa (OECD, 2010), yaitu: (1) *Communication*, kemampuan untuk mengomunikasikan masalah; (2) *Mathematising*, kemampuan untuk mengubah permasalahan dari dunia nyata ke bentuk matematika ataupun sebaliknya; (3) *Representation*, kemampuan untuk menyajikan kembali suatu permasalahan matematika; (4) *Reasoning and argument*, kemampuan menalar dan memberi alasan; (5) *Devising strategies for solving problems*, kemampuan menggunakan strategi memecahkan masalah; (6) *Using symbolic, formal and technical language and operation*, kemampuan menggunakan bahasa simbol, bahasa formal dan bahasa teknis; serta (7) *Using mathematics tools*, kemampuan menggunakan alat-alat matematika, misalnya dalam pengukuran.

Soal-soal literasi pada studi PISA menuntut kemampuan penalaran dan pemecahan masalah yang menekankan pada berbagai masalah dan situasi dalam kehidupan sehari-hari. Kemampuan yang diujikan dalam PISA dikelompokkan dalam komponen proses (OECD, 2010), yaitu: kemampuan pemahaman dan pemecahan masalah (*problem solving*), kemampuan penalaran (*reasoning*), dan kemampuan komunikasi (*communication*).

Hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan literasi matematis dan keterampilan berpikir tingkat tinggi (*higher order thinking skills*) siswa SMP Negeri di Kota Pekanbaru masih rendah (Syarifah Nur Siregar, 2015). Penelitian ini hanya memberikan gambaran secara umum tentang kemampuan literasi matematis siswa. Oleh karena itu perlu dikaji lebih dalam tentang kemampuan dasar yang merupakan bagian dari kemampuan literasi matematis, dalam hal ini adalah kemampuan penalaran dan komunikasi matematika. Hal ini didasarkan pada definisi literasi matematika yang mengacu pada kemampuan individu untuk melakukan penalaran dalam memberikan penjelasan dan membenaran (aspek penalaran); serta mampu mengomunikasikan penjelasan/argumen dan penyelesaian masalah (aspek komunikasi). Kemampuan penalaran dan komunikasi matematika merupakan satu dari delapan kecakapan matematika yang harus dimiliki siswa SMP sebagai tujuan dari pembelajaran matematika yang diamanatkan oleh Kurikulum 2013 (Permendikbud Nomor 58 Tahun 2014).

Penelitian ini dilakukan untuk menelusuri bagaimana kemampuan literasi matematis siswa SMP, khususnya pada aspek penalaran dan komunikasi dalam bidang geometri. Geometri adalah salah satu bagian dari matematika yang sangat dekat dengan kehidupan sehari-hari siswa. Geometri juga merupakan salah satu konten yang diujikan pada PISA yaitu ruang dan bentuk (*space and shape*).

KAJIAN LITERATUR

1.1 Literasi Matematis

Literasi atau melek matematika dalam kerangka PISA tahun 2012 didefinisikan sebagai berikut:

“Mathematical literacy is an individual’s capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts. It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts, and tools to describe, explain, and predict phenomena. It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective citizens” (OECD, 2013).

Dalam literasi matematika dilibatkan kemampuan untuk mengubah permasalahan dari dunia nyata ke bentuk matematika atau sebaliknya, menafsirkan suatu hasil atau model matematika ke dalam permasalahan. Oleh karena itu, seseorang dikatakan memiliki kemampuan literasi matematika jika orang tersebut dapat menggunakan pengetahuan serta keterampilan matematisnya dalam menyelesaikan suatu masalah. Dengan demikian pengetahuan dan pemahaman tentang konsep matematika sangatlah penting, tetapi lebih penting lagi adalah kemampuan untuk mengaktifkan literasi matematika untuk memecahkan permasalahan yang dihadapi dalam kehidupan sehari-hari.

OECD (2009) menjelaskan bahwa PISA meliputi tiga komponen mayor dari domain matematika, yaitu konteks, konten, dan kompetensi. Sesuai dengan tujuan PISA untuk menilai kemampuan siswa menyelesaikan masalah real (*students’ capacity to solve real problems*), maka masalah pada PISA meliputi konten (*content*) matematika yang berkaitan dengan fenomena. Dalam PISA fenomena ini dikenal dengan *over-arching ideas*. Karena domain matematika sangat banyak dan bervariasi, tidak mungkin untuk mengidentifikasi secara lengkap. Oleh karena itu PISA hanya membatasi pada empat *over-arching ideas* yang utama, yaitu perubahan dan hubungan (*change and relationship*), ruang dan bentuk (*space and shape*), kuantitas (*quantity*), serta ketidakpastian dan data (*uncertainty and data*). Menurut OECD (2009) soal untuk PISA melibatkan empat konteks yaitu berkaitan dengan situasi/konteks pribadi (*personal*), pekerjaan (*occupational*), masyarakat/umum (*societal*), dan ilmiah (*scientific*).

1.2 Kemampuan Penalaran Matematika

Penalaran matematika dapat diartikan sebagai proses berpikir yang dilakukan dengan cara menarik kesimpulan. Kesimpulan yang bersifat umum dapat ditarik dari kasus-kasus yang bersifat individual. Tetapi dapat pula sebaliknya, dari hal yang bersifat umum menjadi kasus yang individual (Suherman dan Winataputra dalam Yaya S. Kusumah, 2008). Secara lebih rinci, Pugalee (1999) mendeskripsikan kemampuan penalaran matematika siswa sebagai berikut:

“In the early grades, students should be involved in the kinds of informal thinking about mathematics that promote sense making. Such experiences include drawing logical conclusions; using models, facts, properties, and relationships to explain thinking; justifying answers and solution processes; and using patterns and relationships to analyze situations.”

Menurut Sastrosudirjo (Alamsyah, 2000) kemampuan penalaran meliputi: (1) penalaran umum yang berhubungan dengan kemampuan untuk menemukan penyelesaian atau pemecahan masalah; (2) kemampuan berdeduksi, yaitu kemampuan yang berhubungan dengan penarikan kesimpulan, seperti pada silogisme, dan yang berhubungan dengan kemampuan menilai implikasi dari suatu argumentasi; dan (3) kemampuan untuk melihat hubungan, tidak hanya hubungan antara benda-benda tetapi juga hubungan antara ide-ide dan kemudian mempergunakan hubungan tersebut untuk memperoleh benda-benda atau ide-ide lain.

Berkaitan dengan hal tersebut, agar siswa dapat belajar matematika yang sesungguhnya perlu dilatihkan cara belajar penalaran. Antara matematika dan penalaran memiliki hubungan yang saling mendukung. Depdiknas (2002) menyatakan bahwa materi matematika dan penalaran matematis merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan, yaitu materi matematika dipahami melalui penalaran, dan penalaran dipahami dan dilatihkan melalui belajar materi matematika.

Turmudi (2008) menambahkan bahwa kemampuan penalaran matematika adalah kemampuan mengungkapkan argumen yang sangat esensial untuk memahami matematika. Penalaran matematika merupakan suatu kebiasaan pekerjaan otak yang harus dikembangkan secara konsisten dengan menggunakan berbagai macam konteks.

Secara garis besar terdapat dua jenis penalaran, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif. Penalaran induktif merupakan proses berpikir berupa penarikan kesimpulan yang umum (berlaku untuk semua/banyak) atas dasar pengetahuan tentang hal yang khusus yang dimulai dari sekumpulan fakta yang ada (Suriasumantri dalam Yaya S. Kusumah, 2008). Sedangkan penalaran deduktif bekerja sebaliknya, dari hal yang umum ke hal yang khusus.

Menurut Sumarmo (dalam Kusumah, 2008), kemampuan penalaran matematika meliputi: (1) menarik kesimpulan logis; (2) memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan; (3) memperkirakan jawaban dan proses solusi; (4) menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematis; (5) menyusun dan menguji konjektur; (6) merumuskan lawan contoh; (7) mengikuti aturan dan inferensi, memeriksa validitas argumen; (8) menyusun argumen yang valid; dan (9) menyusun pembuktian langsung, tak langsung dan menggunakan induksi matematika.

Dalam penelitian ini, kemampuan penalaran matematika yang akan ditelaah adalah: (1) kemampuan menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematis; (2) kemampuan memperkirakan jawaban dan proses solusi; (3) kemampuan memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan; serta (4) kemampuan menarik kesimpulan logis.

1.3 Kemampuan Komunikasi Matematika

Komunikasi dapat diartikan sebagai suatu cara untuk menyampaikan suatu pesan dari pembawa pesan kepada penerima pesan untuk memberitahu, menyampaikan pendapat atau perilaku, baik langsung (lisan) maupun tak langsung (alat/media). Dalam berkomunikasi harus dipikirkan bagaimana caranya agar pesan yang disampaikan dapat dipahami oleh orang lain.

Baird (dalam Mulyadiana, 2000) menyatakan bahwa komunikasi merupakan suatu proses yang meliputi penyampaian dan penerimaan hasil pemikiran melalui simbol kepada orang lain. Simbol merupakan lambang atau media yang mengandung maksud dan tujuan tertentu. Simbol komunikasi ilmiah dapat berupa tabel, bagan, grafik, gambar, persamaan matematika, dan lain sebagainya.

Matematika dipandang sebagai bahasa simbol (bahasa matematika) yang terlukis dalam proses simbolisasi dan formulasi, yaitu mengubah pernyataan ke dalam bentuk rumus, simbol, atau gambar. Bahasa simbol mengandung makna bahwa matematika bersifat universal dan dapat dipahami oleh setiap orang, kapan, dan di mana saja. Dengan adanya simbol matematika, komunikasi antar individu atau komunikasi individu dengan objek menjadi lebih mudah.

Komunikasi matematika dapat diartikan sebagai suatu peristiwa dialog atau saling hubungan yang terjadi di lingkungan kelas, sehingga terjadi pengalihan pesan. Pesan yang dialihkan berisi tentang materi matematika yang dipelajari berupa konsep, rumus, atau strategi penyelesaian suatu masalah. Cara pengalihan pesan dapat secara lisan maupun tulisan. Pugalee (1999) menjabarkan komunikasi matematika sebagai berikut:

"Communication is a tool that assists student in the development of mathematical understanding. There is an increasing appreciations for the important role that discourse plays in the development of conceptual thinking. Thus, discourse can be seen as a facilitator of the construction of mathematical knowledge. It is powerful when individuals become engaged in the type of discourse that forces them to reason about the mathematics they are using. And not only verbal discourse is important in the development of mathematical literacy: writing has also been shown to create an environment that supports the type of metacognitive thinking that, in turn, supports mathematical reasoning. Such levels of communication are related to learning to clarify, refine, and consolidate thinking in ways that promote associations between informal and intuitive ideas in mathematics within the realms of abstract language, symbolism, and multiple representations."

Kemampuan komunikasi menjadi penting di mana siswa diharapkan mampu menyatakan, menjelaskan, menggambarkan, mendengarkan sehingga membawa siswa pada pemahaman yang mendalam tentang matematika. Dalam hal ini, kemampuan komunikasi matematika dipandang sebagai kemampuan siswa mengomunikasikan matematika yang dipelajari sebagai isi pesan yang harus disampaikan.

Menurut NCTM (2000), komunikasi merupakan bagian yang esensial dari matematika dan pendidikan matematika. Tanpa komunikasi yang baik, maka perkembangan matematika akan terhambat. Komunikasi bermanfaat mengingatkan siswa bersama-sama dengan guru dalam merespon suatu pembelajaran. Kemampuan komunikasi juga membantu dalam proses penyusunan gagasan, menghubungkan gagasan yang satu dengan gagasan lainnya, serta membantu siswa dalam menuangkan gagasan atau ide serta hasil pemikirannya, baik secara verbal atau tertulis.

Oleh karena itu, berkomunikasi dengan menggunakan matematika perlu ditumbuhkan, sebab salah satu fungsi pelajaran matematika adalah sebagai cara mengomunikasikan gagasan secara praktis, sistematis, dan efisien. Muhammad Asikin (2001) berpendapat bahwa peran komunikasi dalam pembelajaran matematika adalah: (1) dapat mengeksploitasi ide dalam berbagai perspektif, membantu mempertajam cara berpikir siswa, dan mempertajam kemampuan siswa dalam melihat berbagai keterkaitan materi matematika; (2) sebagai alat untuk mengukur pertumbuhan pemahaman dan merefleksikan pemahaman matematika; (3) dapat mengorganisasikan dan mengkonsolidasikan pemikiran matematika, (4) dapat mengkonstruksi pengetahuan matematika, mengembangkan pemecahan masalah dan meningkatkan daya nalar, menumbuhkan rasa percaya diri, serta meningkatkan keterampilan sosial; dan (5) sebagai alat yang sangat bermakna (*powerfull*) untuk membentuk komunitas matematika yang inklusif.

Menurut NCTM (2000), kemampuan komunikasi membantu siswa dalam proses penyusunan gagasan, menghubungkan gagasan yang satu dengan gagasan lainnya, serta menuangkan gagasan atau ide serta hasil pemikirannya, baik secara verbal atau tertulis. Utari Sumarmo (2003) berpendapat bahwa kemampuan komunikasi matematika siswa dapat dilihat dari kemampuan dalam: (1) menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika; (2) menjelaskan ide, situasi, dan relasi matematika secara lisan dan tulisan dengan benda nyata, gambar, grafik dan aljabar; (3) menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika; (4) mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika; (5) membaca dengan pemahaman suatu presentasi tertulis; (6) membuat konjektur, menyusun argumen, merumuskan definisi dan generalisasi; serta (7) menjelaskan dan membuat pertanyaan matematika yang telah dipelajari.

Dalam penelitian ini, kemampuan komunikasi matematika yang akan ditelaah adalah: (1) kemampuan membaca dengan pemahaman suatu presentasi tertulis; dan (2) kemampuan menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika.

METODE PENELITIAN

Penelitian yang dilakukan merupakan penelitian deskriptif. Populasi pada penelitian ini adalah seluruh siswa kelas IX SMPN 20 dan SMPN 23 Pekanbaru. Pemilihan siswa kelas IX karena diasumsikan siswa kelas IX mayoritas sudah berumur 15 tahun sesuai dengan subjek studi PISA. Dari masing-masing sekolah dipilih satu kelas secara acak. Siswa dari kelas terpilih inilah yang menjadi sampel dalam penelitian dengan jumlah keseluruhan 74 orang.

Objek dalam penelitian ini adalah literasi matematis siswa dalam bidang geometri. Pada pengumpulan data digunakan teknik pengukuran dengan alat pengumpulan data berupa tes. Tes digunakan untuk mengukur kemampuan literasi matematis, khususnya ditinjau dari aspek kemampuan penalaran dan komunikasi matematika. Butir soal yang digunakan adalah butir soal PISA tahun 2012 yang telah diterjemahkan ke dalam bahasa Indonesia. Dari 60 butir soal dengan 23 tema, dipilih soal untuk konten *space and shape* (geometri), sehingga soal yang diujikan berjumlah 14 butir dengan sembilan tema. Keempat belas butir soal telah mewakili empat konteks dengan rincian dua butir soal menggunakan konteks pribadi, lima butir soal menggunakan konteks pekerjaan, dua butir soal menggunakan konteks sosial, dan lima butir soal menggunakan konteks ilmiah.

Soal yang telah dijawab oleh siswa kemudian diberi skor. Penskoran dilakukan dengan menggunakan rubrik yang disusun berdasarkan indikator kemampuan penalaran dan komunikasi matematika. Jika indikator per aspek kemampuan terlihat pada jawaban siswa, maka diberi skor 1. Sedangkan jika indikator tidak terlihat, maka siswa diberi skor 0. Untuk memberikan gambaran tentang literasi matematis siswa dalam bidang geometri, hasil pekerjaan siswa dianalisis secara khusus ditinjau dari aspek kemampuan penalaran dan komunikasi matematika.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, kemampuan literasi matematis ditunjukkan oleh jawaban siswa. Tingkat kesukaran ataupun proporsi menjawab benar pada setiap butir soal menunjukkan tingkat pencapaian siswa pada setiap butir. Dari hasil pengolahan data, diketahui bahwa rata-rata skor siswa adalah 46,90 dengan simpangan baku sebesar 15,15. Dari lembar jawaban terlihat bahwa cukup banyak siswa yang memberi jawaban tanpa penjelasan dan langkah kerja dalam mengerjakan soal-soal tersebut. Hal ini menunjukkan siswa kurang mampu memberikan penjelasan/uraian/argumen terhadap persoalan matematika yang diujikan. Berikut disampaikan capaian literasi matematika siswa dalam bidang geometri yang dikaji berdasarkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematika.

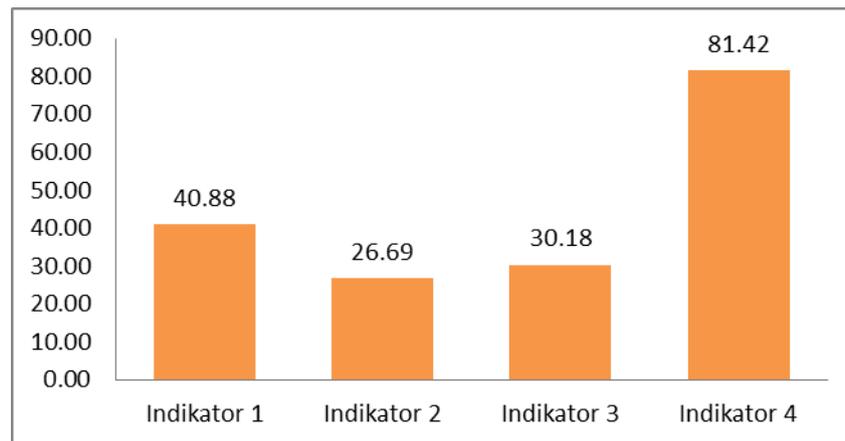
1.4 Capaian Literasi Berdasarkan Kemampuan Penalaran Matematika

Soal-soal PISA tahun 2012 dengan konten geometri dikaji berdasarkan indikator kemampuan penalaran matematika. Setiap butir soal dapat digunakan untuk mengukur kemampuan penalaran matematika, dengan indikator yang bisa berbeda untuk setiap butir. Bahkan terdapat dua butir soal yang mengandung dua indikator kemampuan penalaran matematika. Sebaran indikator penalaran matematika untuk setiap butir soal disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Sebaran Indikator Kemampuan Penalaran Matematika per Butir Soal

No.	Indikator Kemampuan Penalaran Matematika	Nomor Butir Soal
1	Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematis	2, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14
2	Memperkirakan jawaban dan proses solusi	1, 3, 6, 8, 9, 10, 11, 12
3	Memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan	1, 12, 13
4	Menarik kesimpulan logis	4, 5, 7, 14

Rata-rata jumlah siswa untuk setiap pencapaian indikator kemampuan penalaran matematika disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1 Persentase jumlah siswa yang mencapai indikator kemampuan penalaran matematika

Dari Gambar 1 dapat dilihat bahwa 81,42% siswa mencapai indikator keempat, yaitu kemampuan menarik kesimpulan logis. Siswa dapat memperkirakan posisi suatu objek berdasarkan rotasi dan waktu yang dibutuhkan dalam permainan Bianglala (Komedi Putar). Dengan menggunakan kemampuan ruang, siswa dapat menyimpulkan tampilan lain dari suatu bangun dimensi tiga (bangun dilihat dari depan, belakang, atau atas). Siswa juga dapat menyimpulkan bahwa sudut pusat lingkaran adalah sudut yang terbentuk dari dua sektor lingkaran.

Pada penelitian ini, kurang dari setengah jumlah siswa (40,88%) yang mempunyai kemampuan menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematis. Siswa belum mampu menggunakan teorema Pythagoras dalam konteks nyata yang ada dalam kehidupan sehari-hari. Siswa hanya terpaku bahwa teorema Pythagoras hanya digunakan untuk menghitung panjang sisi miring pada segitiga siku-siku. Sebagian siswa sudah mampu menganalisis situasi matematis dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan poligon dan lingkaran (panjang busur). Siswa juga mempunyai kemampuan menggunakan pola bangun (kubus) yang dikonstruksi menjadi suatu bangun ruang yang tidak beraturan.

Untuk indikator ketiga, hanya 30,18% siswa yang mempunyai kemampuan memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan. Sepertiga bagian dari jumlah siswa dapat menunjukkan cara lain untuk menentukan luas lantai rumah berdasarkan keempat sisi terluar dari lantai. Sebagian siswa dapat menaksir luas daerah tidak beraturan dengan menggunakan fakta-fakta yang terdapat pada gambar.

Persentase jumlah siswa terendah dalam aspek kemampuan penalaran matematika adalah kemampuan memperkirakan jawaban dan proses solusi. Siswa sudah mampu menganalisis situasi yang berkaitan dengan poligon dan lingkaran, namun belum mampu melakukan operasi matematika untuk menyelesaikan permasalahan. Siswa mampu melakukan operasi matematika (pengukuran) jika ukuran secara jelas ditunjukkan pada gambar atau wacana.

Dari keempat indikator kemampuan penalaran matematika dapat dikatakan bahwa kemampuan penalaran matematika siswa masih rendah. Dengan menggunakan soal PISA, ditemukan banyak siswa yang belum menyelesaikan soal-soal tersebut. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa terdapat masalah yang menyebabkan rendahnya kemampuan literasi matematis siswa. Satu di antaranya, sebagaimana yang telah diungkap oleh Sri Wardhani (2011) mengenai kekurangtersediaan perangkat pembelajaran yang dapat mendukung perkembangan kemampuan literasi matematis. Instrumen penilaian hasil belajar yang didesain

oleh guru matematika SMP di Indonesia pada umumnya menyajikan instrumen penilaian hasil belajar yang substansinya kurang memfasilitasi siswa dalam mengembangkan kemampuan literasinya.

Untuk dapat memecahkan suatu masalah, siswa hendaknya menggunakan penalarannya untuk menganalisis setiap informasi yang berguna dalam menyelesaikan masalah tersebut. Namun, dalam penelitian ini hanya sedikit siswa yang mampu melakukannya. Beberapa hal yang dapat menyebabkan hal ini antara lain terkait pula dengan kekurangtersediaan instrumen penilaian hasil belajar. Siswa belum terlatih dan belum terbiasa menyelesaikan soal-soal tipe PISA yang banyak memerlukan kemampuan penalaran. Siswa terpaksa pada soal rutin yang hanya memerlukan penyelesaian sederhana yang terdapat di buku teks dan hafal dengan pola penyelesaian. Akibatnya, ketika diberikan soal yang sama, namun disajikan dalam bentuk yang berbeda, misalnya diubah ke dalam cerita kontekstual, siswa tidak mampu menyelesaikan soal tersebut.

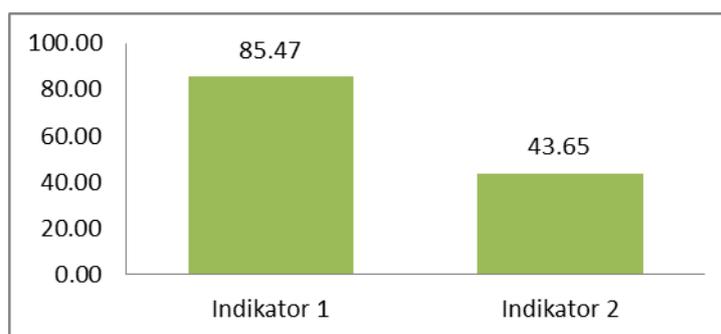
1.5 Capaian Literasi Berdasarkan Kemampuan Komunikasi Matematika

Penskoran jawaban siswa terhadap soal-soal yang diberikan disesuaikan dengan indikator kemampuan komunikasi matematika. Dari 14 soal geometri, terdapat dua indikator kemampuan komunikasi matematika yang harus dimiliki siswa untuk dapat menyelesaikannya. Kedua indikator tersebut beserta sebarannya pada setiap butir soal disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Sebaran Indikator Kemampuan Komunikasi Matematika per Butir Soal

No.	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematika	Nomor Butir Soal
1	Membaca dengan pemahaman suatu presentasi tertulis	3, 4, 7, 14
2	Menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika	1, 2, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13

Persentase rata-rata jumlah siswa untuk setiap pencapaian indikator kemampuan komunikasi matematika disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2 Persentase jumlah siswa yang mencapai indikator kemampuan komunikasi matematika

Dari Gambar 2 dapat dilihat bahwa 85,47% siswa mencapai indikator pertama, yaitu kemampuan membaca dengan pemahaman suatu presentasi tertulis. Hal ini sangat jelas sekali, karena boleh dikatakan tidak ada lagi siswa yang belum bisa baca tulis. Siswa tidak lagi membaca nyaring seperti di Sekolah Dasar, namun siswa sudah bisa membaca tulisan sekaligus memahami arti/maksud dari tulisan. Kemampuan siswa memahami bacaan/masalah menjadi modal awal untuk menyelesaikan permasalahan. Jika siswa sudah dapat memahami permasalahan maka siswa dapat merencanakan dan melakukan operasi matematika untuk menyelesaikan masalah.

Kemampuan komunikasi matematika yang masih perlu dilatihkan bagi siswa adalah kemampuan menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika. Soal-soal yang diujikan dilengkapi dengan gambar dan wacana yang membantu siswa untuk

dapat mengaitkan situasi matematisnya. Namun, gambar dan benda nyata yang tersirat dalam wacana belum mampu dihubungkan siswa menjadi suatu ide matematika.

Siswa juga belum terlalu lancar dalam menggunakan bahasa dan aturan matematika untuk mengekspresikan ide matematis dengan tepat. Hal ini ditunjukkan dari hasil analisis jawaban siswa. Sebagian siswa melengkapi jawabannya dengan kalimat yang kurang lengkap dan menyajikan langkah pengerjaan yang kurang tepat karena tidak sesuai dengan aturan. Siswa tidak memberikan urutan proses dalam mengerjakan soal, seperti tidak memisalkan terlebih dahulu variabel-variabel yang akan dicarinya. Siswa juga jarang memberikan keterangan-keterangan pada langkah pengerjaan. Hal ini disebabkan oleh belum terlatihnya siswa dalam mengerjakan soal dengan urutan pengerjaan yang tepat dan sistematis.

Bila mengkaji aspek komunikasi dalam penelitian ini, banyak ditemukan siswa yang kurang terlatih dalam mengomunikasikan ide ataupun gagasan yang dimilikinya. Siswa terlalu terpaku pada contoh-contoh penyelesaian singkat tanpa memahami konsep lebih dalam.

Bimbingan dan pengajaran lebih lanjut dari guru sangat dibutuhkan siswa. Kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa harus segera ditindaklanjuti agar tidak terbawa hingga menyebabkan kesalahan fatal dalam pengaplikasiannya. Menurut *National Council of Teacher of Mathematics* (2000), penilaian harus mendukung pembelajaran dan memberi informasi yang berguna bagi guru dan siswa. Dengan mengetahui apa yang dikuasai dan belum dikuasai, siswa dapat mengetahui bagian-bagian yang harus diperbaiki dan ditingkatkannya kembali.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa kemampuan literasi matematis siswa SMP Negeri di Kecamatan Tampan Kota Pekanbaru dalam bidang geometri masih rendah. Hal ini terlihat dari rata-rata skor siswa sebesar 46,90 dan simpangan baku sebesar 15,15. Ditinjau dari aspek kemampuan penalaran matematika, siswa cenderung belum mampu menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematis, memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan, serta memperkirakan jawaban dan proses solusi. Ditinjau dari aspek komunikasi, siswa cenderung belum mampu menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika.

REFERENSI

- Alamsyah. 2000. *Suatu Pembelajaran untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Analogi Matematik*. Tesis Magister pada PPs UPI Bandung: tidak diterbitkan.
- Depdiknas. 2002. *Kurikulum Berbasis Kompetensi Mata Pelajaran Matematika*. Puskur Balitbang Depdiknas. Jakarta.
- Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2014. *Lampiran Salinan Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 58 Tahun 2014 Tentang Kurikulum 2013 Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah*. Kemdikbud. Jakarta.
- Mulyadiana. 2000. *Kemampuan Berkomunikasi Siswa Madrasah Aliyah Melalui Pembelajaran Kooperatif pada Konsep Sistem Reproduksi Manusia*. Tesis tidak dipublikasikan. Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung.
- National Council of Teacher Mathematics* (NCTM). 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Virginia: Reston.

- Organization for Economic Cooperation Development (OECD)*. 2010. *PISA 2012 Mathematics Framework: Draft Subject to Possible Revision After the Field Trial*. PISA, OECD Publishing. Paris.
- Organization for Economic Cooperation Development (OECD)*. 2013. *PISA 2012 Result: Ready to Learn Students' Engagement and Self-Beliefs*. Volum III. PISA, OECD Publishing. Paris.
- Rahmah Johar. 2012. Domain Soal PISA untuk Literasi Matematika. *Jurnal Peluang*. 1(1): 30-41.
- Sri Wardhani. 2011. *Instrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika SMP: Belajar dari PISA dan TIMSS*. Kemendiknas. Jakarta.
- Syarifah Nur Siregar. 2015. "Analisis Kemampuan Literasi Matematis dan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi Siswa SMP Negeri di Kota Pekanbaru". Makalah pada Seminar Hasil Penelitian FKIP Universitas Riau Tahun 2015, Pekanbaru.
- Turmudi. 2008. *Landasan Filsafat dan Teori Pembelajaran Matematika (Berparadigma Eksploratif dan Investigatif)*. Leuser Cita Pustaka. Jakarta.
- Utari Sumarmo. 2003. "Pembelajaran Keterampilan Membaca Matematika". Makalah pada Pelatihan Nasional *Training of Trainer* bagi Guru Bahasa Indonesia dan Matematika SLTP, Bandung.
- Yaya S. Kusumah. 2008. "Konsep Pengembangan dan Implementasi Computer-Based Learning dalam Meningkatkan Kemampuan High Order Mathematical Thinking". Pidato pada Pengukuhan Jabatan Guru Besar Tetap dalam Bidang Pendidikan Matematika pada FPMIPA UPI, Bandung.

**KEPRAKTISAN LEMBAR KERJA BEBASIS MODEL PEMBELAJARAN MATEMATIKA
BERDASARKAN TEORI APOS (MODEL APOS) OLEH MAHASISWA TEKNIK
INFORMATIKA FAKULTAS TEKNIK UNIB TA 2015/2016 (Studi Kasus Pada
Pembelajaran Kalkulus)**

Hanifah

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Bengkulu
Email : ifahzen@gmail.com

ABSTRACT

This research is an experimental research aims to determine the practicality Worksheet Calculus-Based Learning Model on the Theory APOS by students of Informatics Engineering, Faculty of Engineering UNIB 2015/2016. The type on this research is quantitative and qualitative data. The quantitative data obtained through questionnaire of the Likert scale, and qualitative data from open questionnaire. Population and sample in this study were all students of Informatics Engineering Program Class A is actively taking Calculus I course in 2015/2016, amounting to 35 people. Our research concludes that 1) Learning Calculus using Spreadsheet-Based Learning Model on the Theory APOS Calculus, Student practical declared (value=75,37%, 2) Learning calculus using Spreadsheet-Based Learning Mathematics Model on the Theory APOS received a positive response from students, 3) Students prefer to learn by using the Spreadsheet-Based Learning Model APOS Theory of Calculus Based on conventional learning.

Keyword: Mathematics Learning Models Based the Model Theory APOS, Spreadsheet, Practicality Worksheet.

PENDAHULUAN

Kalkulus adalah matakuliah wajib yang ditawarkan di Jurusan Teknik Informatika Fakultas Teknik Universitas Bengkulu. Agak berbeda dari silabus yang ada di Jurusan Matematika FMIPA UNIB, Kalkulus di Jurusan Teknik Informatika dipecah menjadi Kalkulus I dan Kalkulus II. Kalkulus I memuat materi mulai dari sistem bilangan riil, fungsi, limit, kekontinuan, turunan, anti turunan, luas poligon, integral tentu, dan teorema dasar Kalkulus. Kalkulus II berisi tentang penggunaan turunan, fungsi transenden, dan teknik pengintegralan, dan integral tak wajar.

Kompetensi yang diharapkan setelah mempelajari Kalkulus adalah mahasiswa mampu menggunakan Kalkulus sebagai suatu alat dalam proses pemecahan dan penyelesaian berbagai masalah dalam ilmu pengetahuan dan teknologi, serta dapat mempelajari bahan matematika tingkat berikutnya yang berbasiskan Kalkulus sebagai alat bantu (Martono, 1999).

Sasaran yang hendak dicapai setelah mahasiswa belajar Kalkulus dengan baik adalah memperoleh pengetahuan dasar dan pola pikir matematika, dalam bentuk: (1) tertatanya pola berpikir ilmiah yang kritis, logis, dan sistematis; (2) terlatihnya daya nalar dan kreatifitas

setelah mempelajari berbagai strategi dan taktik dalam pemecahan masalah Kalkulus; (3) terlatih dalam merancang model matematika sederhana; (4) terampil dalam teknis matematika yang baku dengan didukung oleh konsep, penalaran, rumus, dan metode yang benar (Martono, 1999).

Pengembangan kemampuan berpikir kritis dan kreatif serta memecahkan masalah yang berkaitan dengan kehidupan mahasiswa adalah penting. Untuk itu para dosen perlu berbuat, merancang secara serius pembelajaran yang didasarkan pada premis proses belajar. Kemampuan berpikir kritis dan kreatif dapat dikembangkan melalui kegiatan pembelajaran. Kemampuan itu mencakup beberapa hal, diantaranya adalah: (1) mendapat latihan berpikir secara kritis dan kreatif untuk membuat keputusan dan menyelesaikan masalah dengan bijak, misalnya luwes, reflektif, ingin tahu, mampu mengambil resiko, tidak putus asa, mau bekerjasama dan lain-lain, (2) mengaplikasikan pengetahuan, pengalaman dan kemahiran berpikir secara lebih praktik baik di dalam atau di luar sekolah, (3) menghasilkan ide atau ciptaan yang kreatif dan inovatif, (4) mengatasi cara-cara berpikir yang terburu-buru, kabur dan sempit, (5) meningkatkan aspek kognitif dan afektif, dan seterusnya perkembangan intelek mereka, dan (6) bersikap terbuka dalam menerima dan memberi pendapat, membuat pertimbangan berdasarkan alasan dan bukti, serta berani memberi pandangan dan kritik (Mustaji, 2012).

APOS merupakan suatu teori pembelajaran yang dikhususkan untuk pembelajaran matematika di tingkat perguruan tinggi, yang mengintegrasikan penggunaan komputer, belajar dalam kelompok kecil, dan memperhatikan konstruksi-konstruksi mental yang dilakukan oleh mahasiswa dalam memahami suatu konsep matematika. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah: aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), dan skema (*schema*) yang disingkat dengan APOS (Dubinsky, 2001).

Berdasarkan hasil penelitian pendahuluan yang dilakukan dalam rangka menyusun disertasi, telah dikembangkan model pembelajaran Kalkulus berdasarkan teori APOS (Hanifah, 2015). Salah satu sistem pendukung yang dikembangkan adalah Lembar Kerja Kalkulus untuk materi Integral. Model tersebut telah dinyatakan valid, praktis dan efektif.

Pada semester ganjil TA 2015/2016 yang lalu, peneliti mengampu matakuliah Kalkulus I di Prodi Teknik Informatika FT UNIB. Pada pokok bahasan Integral (anti turunan, luas poligon, integral tentu, dan teorema dasar Kalkulus), proses pembelajaran menggunakan Lembar Kerja berbasis Model Pembelajaran Matematika Berdasarkan Teori APOS (Model APOS).

METODE PENELITIAN

a. Subjek Penelitian

Populasi pada penelitian ini adalah semua mahasiswa Program Studi Teknik Informatika Kelas A yang mengambil matakuliah Kalkulus I pada TA 2015/2016 yang berjumlah 35 orang yang aktif. Sampel pada penelitian ini adalah semua mahasiswa yang aktif pada perkuliahan Kalkulus I TA 2015/2016. Berdasarkan data yang terkumpul di awal semester diperoleh info sebagai berikut.

Ditinjau dari asal sekolah diperoleh info sebagai berikut: jumlah mahasiswa yang berasal dari SMA jurusan IPA sebanyak 69,05%, yang berasal dari SMA jurusan Non IPA berjumlah 11,9%. Jumlah mahasiswa yang berasal dari Sekolah Kejuruan berjumlah 19,05%.

Ditinjau dari jalur masuk diperoleh info sebagai berikut: jumlah mahasiswa yang masuk melalui jalur: SNMPTN berjumlah 14,29%, melalui jalur SBMPTN berjumlah 38,1%, melalui jalur SPMU berjumlah 47,62%.

Ditinjau dari kemampuan awal tentang matematika yang diambil dari nilai Ujian Akhir Nasional Bidang Matematika ketika tamat SLTA yang dikonversikan ke dalam huruf, diperoleh info sebagai berikut; Jumlah mahasiswa yang mendapat: nilai A adalah 7,14%,

nilai B adalah 4, 76 %, nilai C adalah 26, 19 %, dan nilai D 61,90%. Dari info tersebut terlihat bahwa input mahasiswa TI FT TA 2015/2016 sangat lemah. Berbeda sekali dengan kualitas input mahasiswa yang diterima pada awal berdirinya TI FT UNIB, dimana semua input berasal dari SMA/MAN Jurusan IPA, dan memiliki nilai matematika yang baik pada UN.

b. Jenis Data

Jenis data dalam penelitian ini adalah data kuantitatif dan data kualitatif. Data kuantitatif diperoleh melalui angket. Data kualitatif didapatkan dari hasil diskusi, observasi/pengamatan, tanggapan dan saran perbaikan yang diberikan secara tertulis.

c. Instrumen Penelitian

Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan tersebut, maka instrumen yang dibutuhkan pada penelitian ini adalah:

- 1) Angket Kepraktisan Lembar Kerja Berbasis Model APOS oleh mahasiswa
- 2) Angket respon mahasiswa tentang Pembelajaran menggunakan Lembar Kerja Berbasis Model APOS.
- 3) Angket terbuka tentang suka dan duka mahasiswa tentang Pembelajaran menggunakan Lembar Kerja Berbasis Model APOS.

d. Teknik Analisis Data

Untuk data yang berupa angket dengan menggunakan skala Likert, teknik analisa data yang diperoleh adalah sebagai berikut.

- 1) Memberikan skor untuk setiap item dengan jawaban: sangat setuju (5), setuju (4), ragu-ragu (3), tidak setuju (2), dan sangat tidak setuju (1).
- 2) Menjumlahkan skor total tiap validator untuk seluruh indikator.
- 3) Pemberian nilai validitas dengan cara:

$$\text{Nilai V/P/E} = \frac{\text{Skor yang diperoleh}}{\text{Skor maksimum}} \times 100\%$$

Tingkat pencapaian kategori kepraktisan Lembar Kerja Berbasis Model APOS, dan respon mahasiswa terhadap pembelajaran menggunakan Lembar Kerja Berbasis Model APOS yang dikembangkan menggunakan klasifikasi dalam Tabel 1.

Tabel 1 Kategori Kepraktisan/Keefektifan Lembar Kerja Berbasis Model APOS

No	Tingkat Pencapaian (%)	Kategori
1	0 – 20	Tidak Praktis/Tidak Efektif
2	21 – 40	Kurang Praktis/Kurang Efektif
3	41 – 60	Cukup Praktis/Cukup Efektif
4	61 – 80	Praktis/ Efektif
5	81 - 100	Sangat Praktis/Sangat Efektif

Sumber Modifikasi dari Riduan (2009)

HASIL DAN PEMBAHASAN

a. Kepraktisan Lembar Kerja Berbasis Model APOS Oleh Mahasiswa

Lembar Kerja Berbasis Model Pembelajaran Matematika Berdasarkan Teori APOS terdiri dari Lembar Kerja Praktikum (LKP), Lembar Kerja Manual (LKM) Lembar Diskusi Kelas, dan Lembar Latihan. Masing-masing fase dibatasi oleh waktu. Berikut ini adalah contoh dari LKP pada pokok bahasan metode substitusi

```
➤ restart; with(student);  
# digunakan untuk mengaktifkan perintah changevar dalam melakukan substitusi  
  
➤ f:=Int(x*(x^2-2)^(1/2),x);  
# digunakan untuk mendefinisikan  $f = \int x(x^2-2)^{1/2} dx$   
  
➤ changevar(u=(x^2-2),f,u);  
# Memisalkan  $u = (x^2 - 2)$ , dan mengganti variable  $x$  pada  $f$  menjadi variabel  $u$  pada  $f$   
  
➤ f2:=value(%);  
#Menghitung hasil integral dalam variable  $u$ .  
  
➤ subs(u=(x^2-2),f2);  
# Mengganti kembali variabel  $u$  kedalam variable  $x$  sehingga hasil akhir kembali dalam bentuk variable  $x$ 
```

Gambar 1. Sintak Maple Pada LKP. Sumber LK 1 (Hanifah, 2015)

Adanya fasilitas copy dan paste pada Maple memudahkan dosen atau mahasiswa untuk menyalin perintah yang serupa, kemudian mengganti fungsi dari integral yang akan dicari nilainya. Jadi dalam waktu yang singkat, banyak soal yang dapat dihitung nilai integralnya menggunakan metode substitusi. Untuk memahami apa yang dilakukan bila menghitung nilai integral tanpa bantuan Maple, maka disediakan pertanyaan-pertanyaan yang jawabannya didiskusikan dalam kelompok kecil. Untuk meyakinkan bahwa mahasiswa sudah mengerti cara penggunaan metode substitusi secara manual, maka disediakan soal-soal yang diletakkan pada Lembar Kerja Manual. Contoh: Hitunglah $\int (2x + 3)(x^2 + 3x)^{20} dx$. Setelah fase Diskusi Kelompok, maka pada Diskusi Kelas, mahasiswa diminta mempresentasikan jawaban dari soal tersebut di depan kelas.

Untuk mengetahui kepraktisan Lembar Kerja, maka disebarkan angket skala Likert. tentang Kepraktisan Lembar Kerja Berbasis Model APOS oleh mahasiswa. Setelah data diolah diperoleh informasi sebagai berikut: ada 25 orang (71,43 %) mahasiswa dengan nilai kategori praktis, dan 10 orang mahasiswa (28,57 %) dalam kategori sangat praktis, dengan nilai rata-rata 75, 37 % dan termasuk kategori Praktis.

Penggunaan komputer dan program aplikasi Maple pada fase Praktikum, yang dapat menyelesaikan soal Kalkulus integral maupun melukis grafik fungsi dalam waktu yang

singkat, kemudian adanya fase Diskusi Kelompok, dan Diskusi Kelas telah menarik perhatian mahasiswa dalam belajar Kalkulus. Adanya diskusi kelompok yang mengharuskan yang pintar membantu yang lemah, membuat suasana perkuliahan menjadi semarak dengan aktifnya mahasiswa belajar. Ketika sampai pada fase Diskusi Kelas, kelompok yang dipilih untuk maju ke depan kelas adalah yang anggotanya ada yang mampu menjelaskan materi dengan baik, bersuara lantang, dan berpenampilan menarik. Umumnya yang menjelaskan adalah mahasiswa yang berasal dari SMA jurusan IPA. Hanya saja sehebat apapun yang tampil menjelaskan di depan kelas, karena penguasaan materi dasar lemah, mahasiswa yang berasal dari SLTA Kejuruan atau dari SMA Jurusan IPS terlihat dari wajah mereka, mereka sulit menangkap apa yang dijelaskan temannya.

b. Respon Mahasiswa Terhadap Pembelajaran Menggunakan Lembar Kerja Berbasis Model APOS

Untuk mendapatkan data tentang respon mahasiswa terhadap penggunaan Lembar Kerja Berbasis Model APOS adalah melalui angket respon mahasiswa. Setelah data diolah diperoleh informasi sebagai berikut: ada 1 orang (2,86 %) bernilai dalam kategori cukup efektif, ada 26 orang mendapat nilai dengan kategori efektif, dan 8 orang dengan nilai dengan kategori sangat efektif, dengan nilai rata-rata 74,11% dan termasuk kategori Efektif.

Belajar berkelompok dan saling berdiskusi, atau mendengarkan teman menjelaskan mampu menarik respon positif mahasiswa. Hanya saja respon positif belum banyak berpengaruh terhadap hasil belajar. Ini menunjukkan bahwa banyak faktor yang mempengaruhi proses belajar mengajar dan evaluasi yang dilakukan dosen.

c. Suka dan Duka Mahasiswa Pada Pembelajaran Menggunakan LK Berbasis Model APOS

Selain menggunakan angket berupa skala Likert dalam pengumpulan data, peneliti juga meminta mahasiswa untuk menuliskan suka dan duka belajar tanpa atau dengan menggunakan Lembar Kerja Berbasis Model APOS. Angket terbuka tidak diberi identitas sehingga mahasiswa bebas mengemukakan pendapat sesuai dengan yang dirasakannya. Setelah dikumpulkan hasilnya dikelompokkan adalah sebagai berikut.

- 1) Ada 27 orang mahasiswa yang menyukai belajar menggunakan LK dengan alasan:
 - Pakai LK: mudah dipahami
 - LK sangat membantu tetapi kadang kesulitan memahami hasil eksekusi maple karena kurangnya penjelasan Maple.
 - Tanpa LK, kurang ada diskusi, jika bingung ruang bertanya agak kurang
 - Pakai LK lebih efisien dan lebih teratur. Pakai LK sangat membantu.
 - Pakai LK lebih cepat, tidak terlalu sulit
 - Pakai LK lebih mudah dimengerti
 - Pakai LK dapat dengan mudah mendapatkan jawabannya. Tanpa LK memakan waktu lebih lama
 - Pakai LK lebih praktis
 - Praktis, jawaban ada pada maple. Tanpa LK, cari soal secara manual dan butuh waktu lama
 - Lebih mudah dipahami, tapi kesulitan bila menjawab soal secara langsung
 - Lebih mudah memahami materi, tetapi waktu diskusi sangat sedikit sehingga tidak semua soal terjawab. Kalau dosen menjelaskan juga terlalu cepat
 - Lebih terorganisir, lebih efisien, lebih terarah
 - Lebih efisien dan mudah dimengerti. Tanpa LK, sulit dipahami dan tidak efisien. Saran, kurangi perintah Maplenya.

- Sukanya karena ada kerjaan bagi yang tidak ngerti tentang kalkulus, tanpa LK, tidak mengerti dengan apa yang disampaikan dosen
- Sukanya bisa langsung dijawab maple, tetapi kadang masih ada salah soal. Sebaiknya mahasiswa yang tidak bisa diajak juga ngajar di depan
- Tanpa LK membuat kita berfikir dan lumayan sulit
- pakai LK mudah dipahami, dengan diskusi mudah dimengerti
- penjelasan teman di depan kelas jelas dan teman menguasai materi, dan mudah dimengerti
- dapat saling bekerjasama dan bertukar fikiran untuk menyelesaikan soal-soal pada LK.
- tanpa LK: kurang ada diskusi jadi tidak tau harus bertanya dengan siapa karna tidak tahu siapa yang bisadan siapa yang tidak bisa
- dari hasil diskusi, jadi lebih mengerti apa yang dibahas
- Mudah melakukan perhitungan melalui diskusi, mudah mendapakan gambar grafik.
- Jadi lebih mengerti apa yang dibahas melalui diskusi. Jadi bingung bila semua berargumen.
- Lebih mudah dimengerti apa yang dijelaskan oleh teman

Walau menyatakan suka pembelajaran menggunakan LK ternyata ada beberapa faktor yang membuat mahasiswa terkendala dengan pembelajaran menggunakan LK berbasis Model APOS, diantara penyebabnya adalah:

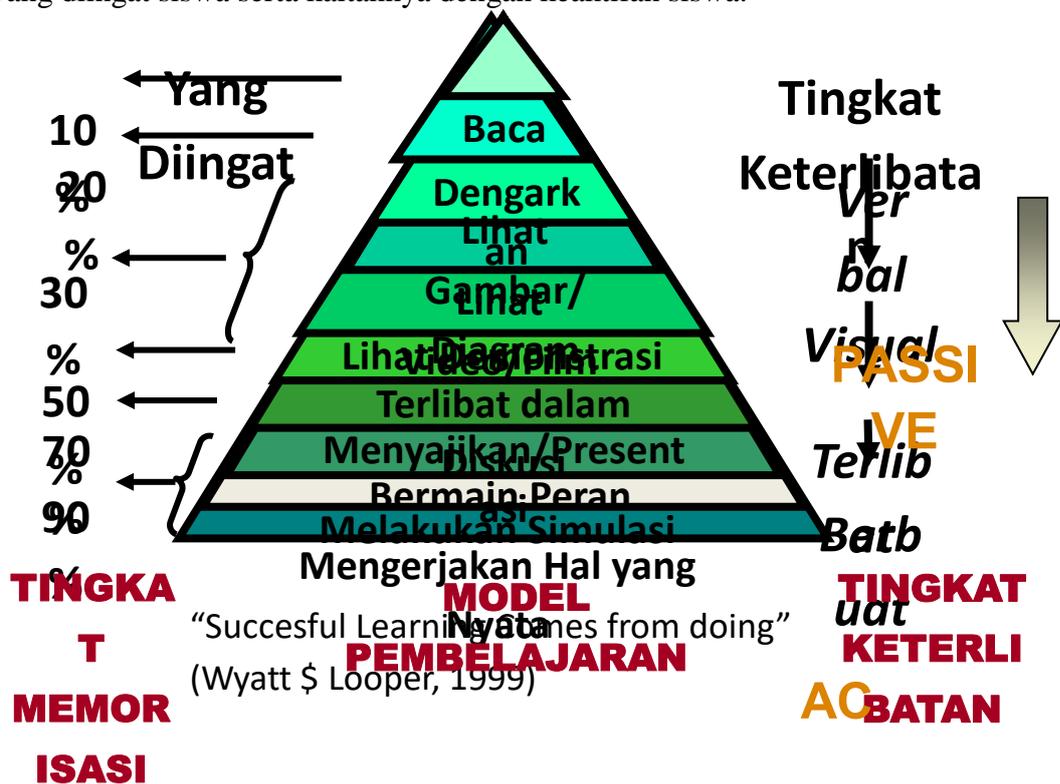
- Fasilitas belajar atau ruang belajar tidak kondusif, ruang sempit, suara motor berisik, ruang buruk. Suara dari kelas lain lebih ramai
 - Waktu kurang, perlu ditambah untuk materi tingkat tinggi
 - Mahasiswa jadi malas menyelesaikan soal secara manual
 - Suka tetapi waktu kurang. Sering tidak fokus waktu teman menjelaskan
 - Ada teman kelompok yang tidak mau aktif
 - Teman kelompok yang tidak bekerja kadang asyik ngobrol
 - Tidak mengerti kalkulus sejak dari awal. Tanpa dan dengan LK semuanya sulit
- 2) Ada 8 orang yang menyatakan tidak suka belajar menggunakan Lembar Kerja, dan lebih suka diajarkan langsung oleh dosen. Alasannya
- Karena dijelaskan langsung oleh dosen, jadi mudah dimengerti. Saran: ketika memberi penjelasan jangan terlalu cepat, supaya mudah dimengerti
 - kami lebih sulit memahami materi bila menggunakan LK, karna minimnya penjelasan materi
 - mahasiswa yang paham sedikit dengan materi akan mudah mendengarkan penjelasan dosen. Yang tidak paham tidak mau mendengarkan
 - Semua memperhatikan, walau pembelajaran jadi kaku
 - baru bisa ngerti kalau dijelaskan dosen
 - Dosen harus menjelaskan lebih jelas lagi
 - Dengan catatan, cara normal, diskusi normal, penjelasan lebih ditingkatkan.
 - Setelah pakai maple, dosen harus jelaskan lagi lebih rinci
 - Fase-fase bagus diterapkan tetapi dosen tetap harus menjelaskan

Dari jawaban terbuka di atas terlihat bahwa, banyak mahasiswa yang menyukai belajar dengan menggunakan Lembar Kerja Berbasis Model APOS, terutama pada fase diskusi kelas, karena mahasiswa yang dipilih untuk maju menjelaskan adalah mahasiswa yang menguasai materi dengan baik, dan mampu menjelaskan.

Hanya saja ada beberapa kendala yang mengganggu terlaksananya pembelajaran dengan lancar. Ruangan yang lokasinya di persimpangan jalan yang bising oleh suara motor, dan ruangan yang sempit, bersebelahan dengan mahasiswa Fisipol yang mahasiswanya melimpah sampai keluar kelas, menyebabkan ruangan tidak kondusif untuk belajar. Dilihat dari kualitas

input mahasiswa dimana ada sekitar 30 % berasal dari SLTA Kejuruan atau SMA Jurusan IPS, dan walaupun berasal dari SMA jurusan IPA, penguasaan materi prasyarat untuk Kalkulus I, yaitu matematika di SLTA tidak pula dikuasai dengan baik. Hal ini terlihat dari kecil-kecilnya nilai matematika pada UN.

Sebelum dilaksanakan pembelajaran menggunakan LK Berbasis Model APOS, nilai UTS mahasiswa sangat rendah, dan mahasiswa cenderung pasif. Setelah dilaksanakan pembelajaran menggunakan LK berbasis Model APOS, ada peningkatan ditinjau dari keaktifan mahasiswa. Seperti yang mereka nyatakan di atas mereka suka belajar menggunakan LK berbasis Model APOS. Hal ini cocok dengan teori kerucut pembelajaran, dimana jika mahasiswa belajar hanya dengan membaca, pengalaman belajar atau daya serap mahasiswa hanya mencapai 10%, dari mendengar daya serap mahasiswa mencapai 20%, dari melihat daya serap mahasiswa mencapai 30%, dari mendengar dan melihat daya serap mahasiswa mencapai 50%, dari mengatakan apa yang dipelajari daya serap mahasiswa bisa mencapai 70 %, dan dari belajar, kemudian melakukan yang dipelajari dan mengkomunikasikan kepada orang lain yang dipelajari, daya serap mahasiswa bisa mencapai 90% (Iskandar, 2009). Gambar 2 menunjukkan kaitan antara tingkat keterlibatan siswa dalam belajar dengan banyaknya materi yang diingat siswa serta kaitannya dengan keaktifan siswa.



Gambar 2. Kerucut Pengalaman Belajar (Zuriah, 2012)

KESIMPULAN

Sebelum dilaksanakan pembelajaran menggunakan LK Berbasis Model APOS, nilai UTS mahasiswa sangat rendah, dan mahasiswa cenderung pasif. Setelah dilaksanakan pembelajaran menggunakan LK berbasis Model APOS, ada peningkatan ditinjau dari keaktifan mahasiswa. Seperti yang mereka nyatakan di atas mereka suka belajar menggunakan LK berbasis Model APOS.

DAFTAR PUSTAKA

- Arnawa. 2006. *Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Mahasiswa dalam Aljabar Abstrak Melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS*. Disertasi pada Universitas Pendidikan Indonesia. Tidak diterbitkan
- Dubinsky. 2001. *Using a Theory of Learning in College Mathematics Courses*. Coventry: University of Warwick <http://mathstore.ac.uk/newsletter/may2001/pdf/learning.pdf>
- Hanifah. 2015. *Pengembangan Model Pembelajaran Kalkulus Berdasarkan Teori APOS*. Disertasi. Pascasarjana. Universitas Negeri Padang.
- Hanifah. 2016. *Model APOS. Inovasi Pada Pembelajaran Matematika*. FKIP Press. UNIB
- Harsono, dkk. 2005. *Pembelajaran Berpusat Mahasiswa*. Yogyakarta: Pusat Pengembangan Pendidikan Universitas Gajah Mada
- Iskandar. 2009. *Psikologi Pendidikan. Sebuah Orientasi Baru*. Jakarta: Gunung Persada (GP) Press
- Mustaji. 2012. *Pengembangan Kemampuan Kritis dan Kreatif Dalam Pembelajaran*. [http://pasca.tp.ac.id/site/pengembangan-kemampuan-berpikir-kritis-dan-kreatif-dalam-pembelajaran\](http://pasca.tp.ac.id/site/pengembangan-kemampuan-berpikir-kritis-dan-kreatif-dalam-pembelajaran/)
- Riduan. 2009. *Belajar Mudah Penelitian*. Bandung, Alfabeta
- Suryadi, Didi. 2010. *Menciptakan Proses Belajar Aktif: Kajian Dari Sudut Pandang Teori Belajar Dan Teori Didaktik*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional Pendidikan Matematika di UNP, 9 Oktober 2010 <http://didi-suryadi.staf.upi.edu/files/2011/06/MENCIPTAKAN-PROSES-BELAJAR-AKTIF.pdf>
- Zuriah, 2012. *Analisis Pembelajaran, Metode, Media dan Sumber Belajar* bkma.umm.ac.id/files/.../Analisi%20pembelajaran%20-...