BIAStatistics

Biomedics, Industry & Business And Social Statistics

Jurnal Statistika: Teori dan Aplikasi

Journal of Statistics: Theory and Application

Universitas Padjadjaran

Alamat Redaksi:
Jl. Raya Bandung Sumedang km. 21
Telepon/Fax : (022) 7796002
E-mail : biastatistics.unpad@yahoo.com
(Terbit dua kali dalam satu tahun)

ARTIKEL PENELITIAN

ISSN 1907-6274
9 771907 627485

ISSN 1907-6274

BIAStatistics

Biomedics, Industry & Business And Social Statistics

Vol. 8, No. 1, Februari 2014

BIAStatistics

Biomedics, Industry & Business And Social Statistics

Jurnal Statistika: Teori dan Aplikasi
Journal of Statistics: Theory and Application
Universitas Padjadjaran

VOL 8, NO. 1, FEBRUARI 2014

Alamat Redaksi
Jl. Raya Bandung Sumedang km. 21
Telepon/Fax : (022) 7796002
E-mail : biastatistics.unpad@yahoo.com
Website : http://statistics.unpad.ac.id/stats-biastatistika/

Diterbitkan oleh:
Jurusan Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Padjadjaran

BIAStatistics

Biomedics, Industry & Business And Social Statistics

Jurnal Statistika: Teori dan Aplikasi
Journal of Statistics: Theory and Application
Universitas Padjadjaran

VOL 8, NO. 1, FEBRUARI 2014
ISSN 1907-6274

ARTIKEL PENELITIAN

"*Like dreams, statistics are a form of wish fulfillment*"
-Jean Baudrillard-

TATA CARA PENULISAN JURNAL BIAStatistics

Untuk menghindari duplikasi, BIAStatistics tidak menerima artikel yang telah dipublikasikan oleh majalah dan jurnal lainnya. Penulis harus menandatangani surat pernyataan dan disetujui oleh penulis pendamping lainnya. Apabila ditemukan bahwa artikel telah dimuat pada jurnal atau majalah ilmiah lain, maka status terbit akan dianulir dan digantikan oleh makalah lain.

Semua artikel akan dibahas oleh para pakar dalam bidang keilmuan yang sesuai (*peer review*) beserta dewan redaksi. Artikel yang diterima dengan perbaikan akan dikembalikan lagi kepada penulis. Artikel penelitian harus mempertimbangkan etika penelitian yang dapat dipertanggungjawabkan.

PENULISAN ARTIKEL:

Artikel diketik pada Ms Word 1,5 spasi pada kertas A4, dengan batas tepi kiri 4 cm dan tepi atas, bawah dan kanan 3 cm. Jumlah halaman maksimal 20, jenis huruf Times New Roman 11pt. Setiap halaman diberi nomor secara berurutan dimulai dari halaman judul sampai halaman terakhir. Artikel memuat pokok bahasan yang dituangkan dalam: Abstrak (*Abstract*), 1. Pendahuluan (*Introduction*), 2. Metodologi (*Methodology*), 3. Hasil dan Pembahasan (*Result*), 4. Kesimpulan (*Conclusions*) dan 5. Daftar Pustaka (*Reference*).

ABSTRAK (*ABSTRACT*)

Abstrak untuk setiap artikel ditulis dalam bahasa Indonesia dan atau bahasa Inggris. Bentuk abstrak tidak terstruktur dengan maksimal adalah 200 kata. Abstrak disertai 3-5 kata kunci yang dapat membantu penyusunan indeks. Penulisan menggunakan jenis huruf Times New Roman 10pt.

TABEL

Tabel ditampilkan secara jelas (bukan berupa gambar)dengan judul berada diatas Tabel. Sumber Tabel dapat dicantumkan dibagian bawah tabel sejajar rata kiri dengan ukuran huruf 10pt. Penomoran Tabel dimulai dari nomor 1 dan seterusnya maksimal 6 tabel.

GAMBAR/FOTO

Gambar ditampilkan secara jelas dan proporsional. Gambar/Foto yang mengandung hak cipta harus disertakan sumbernya. Gambar yang pernah dipublikasikan harus diberi acuan. Penulisan judul diletakkan dibagian bawah Gambar. Penomoran Gambar dimulai dari nomor 1 dan seterusnya maksimal 6 gambar.

PERSAMAAN/ FORMULASI MATEMATIKA

Persamaan matematis ditulis dan diberi penomoran yang urut dari 1 dan seterusnya sebanyak persamaan dalam artikel. Penomoran dicantumkan rata kanan tanpa titik-titik penghubung dan diberi tanda kurung.

DAFTAR PUSTAKA

Rujukan ditulis sesuai dengan aturan penulisan Harvard, diurutkan menurut abjad. Cantumkan nama penulis maksimal 4 orang pertama selanjutnya dkk. Jumlah rujukan maksimal 20 buah.

PENGIRIMAN ARTIKEL ILMIAH:

Artikel dikirimkan kepada dewan redaksi dengan alamat:
Jl. Raya Bandung Sumedang km. 21, Telepon/Fax : (022) 7796002
E-mail : biastatistics.unpad@yahoo.com
Website : http://statistics.unpad.ac.id/stats-biastatistika/

***BIAStatistics* (2014)**
Vol. 8, *No.* 1, *hal.* 27-33

PENDEKATAN DISTRIBUSI LOG NORMAL DENGAN DISTRIBUSI *GENERALIZED LOG-LOGISTIC* (GLL) MELALUI DISTRIBUSI *GENERALIZED GAMMA* (GG)

Anni, Warsono, Dian Kurniasari
Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

ABSTRACT

Generalized log-logistic (GLL) distribution is a generalization of the log-logistic distribution with four parameters $(\alpha, \beta, m_1, m_2)$. *GLL distribution family includes some well-known distributions, such as exponential, gamma, Weibull, log normal, and log-logistic distributions, as special cases or limiting distributions. The purpose of this research is to approach a log-normal distribution with GLL distribution through of the generalized gamma (GG) distribution with parameters using the moment generating function from each distribution.*

From these results it can be concluded that the log-normal distribution can be approximated by GLL distribution through of the GG distribution with parameters using the moment generating function from each distribution.

Keywords: *Log Normal Distribution, Generalized Log-Logistic (GLL) Distribution, Generalized Gamma (GG) Distribution, MacLaurin Series, Moment Generating Function.*

1. PENDAHULUAN

Distribusi *generalized gamma* (GG) adalah distribusi probabilitas kontinu dengan tiga parameter, yaitu GG (α, γ, m_1). Distribusi GG merupakan generalisasi dari distribusi Gamma. Keluarga distribusi *generalized log-logistic* (GLL) dengan empat parameter $(\alpha, \beta, m_1, m_2)$ mengandung distribusi yang sudah terkenal, seperti distribusi eksponensial, gamma, Weibull, log normal, dan log-logistik, sebagai kasus khusus atau distribusi limitnya. Melalui fungsi pembangkit momen, Warsono (2010) menunjukkan bahwa distribusi GG merupakan kasus khusus dari distribusi GLL. Meskipun tidak diberikan bukti matematisnya, menurut Warsono (2000) distribusi log normal merupakan distribusi khusus dari distribusi GG. Oleh karena itu, dalam makalah ini dibahas tentang pendekatan distribusi log normal dengan distribusi GLL melalui distribusi GG.

Tujuan dari tulisan ini adalah (1) Menunjukkan secara grafis tentang kemiripan bentuk distribusi log normal dan GG; (2) Membuktikan secara matematis bahwa melalui distribusi GG, distribusi log normal merupakan bentuk khusus dari distribusi GLL. Untuk menunjukkan kemiripan bentuk antara distribusi log normal dan GG dengan menggunakan bahasa R, Bagian 2 makalah ini menyajikan gambar grafik fungsi kepekatan peluang distribusi log normal dan GG untuk beberapa parameter. Bagian 3 makalah ini menurunkan fungsi pembangkit momen distribusi log normal dengan menggunakan deret MacLaurin. Untuk melakukan pendekatan distribusi log normal dengan distribusi GLL melalui distribusi GG. Bagian 4 makalah ini menampilkan fungsi pembangkit momen distribusi GG menjadi fungsi pembangkit momen distribusi log normal. Pada Bagian 4 ini didiskusikan juga bahwa distribusi GG adalah bentuk khusus dari distribusi GLL. Dengan demikian, seperti terangkum pada Bagian 5 makalah ini, distribusi log normal dapat didekati dengan distribusi GLL melalui distribusi GG. Dengan kata lain, distribusi log normal merupakan bentuk khusus dari distribusi GG dan GLL.

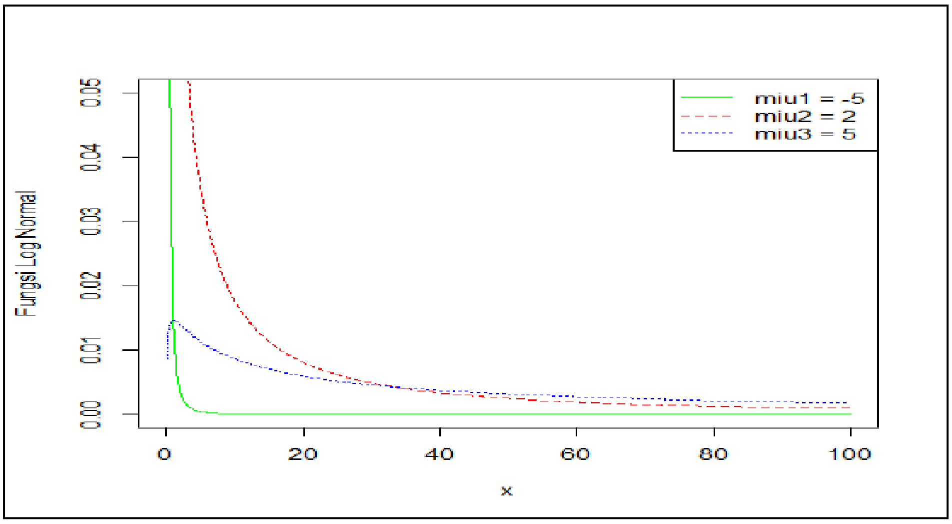
2. BENTUK DISTRIBUSI LOG NORMAL & GENERALIZED GAMMA (GG)

Menurut Kundu & Manglick (2004), Misalkan X adalah sebuah peubah acak dengan distribusi normal, maka $Y = ln(X)$ memiliki distribusi log normal $\left(X \sim LN(\mu, \sigma^2)\right)$ dengan parameter μ dan σ^2; $\sigma^2 > 0$, jika dan hanya jika memiliki fungsi densitas dari X didefinisikan sebagai berikut:

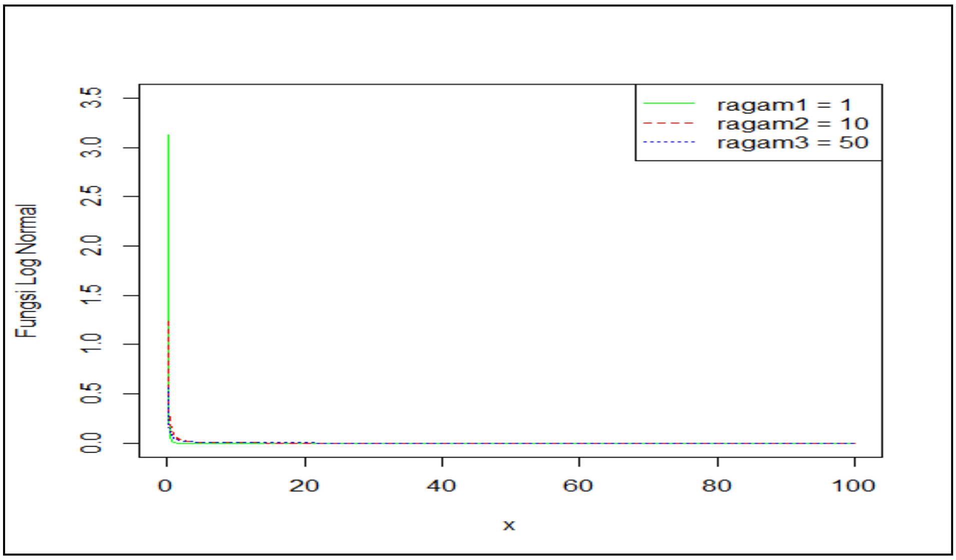
$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu)^2} \quad ; \text{untuk } x > 0$$

Penulisan notasi dari peubah acak yang berdistribusi log normal adalah $\left(X \sim LN(\mu, \sigma^2)\right)$.

Gambar 1. merupakan grafik fungsi kepekatan peluang dari distribusi log normal dengan parameter μ yang berbeda. Sedangkan Gambar 2 menyajikan grafik fungsi kepekatan peluang dari distribusi log normal dengan parameter σ^2 yang berbeda.



Gambar 1. Grafik distribusi log normal pada nilai $\mu = -5,\ \mu = 2,\ \mu = 5$ dan $\sigma^2 = 5$

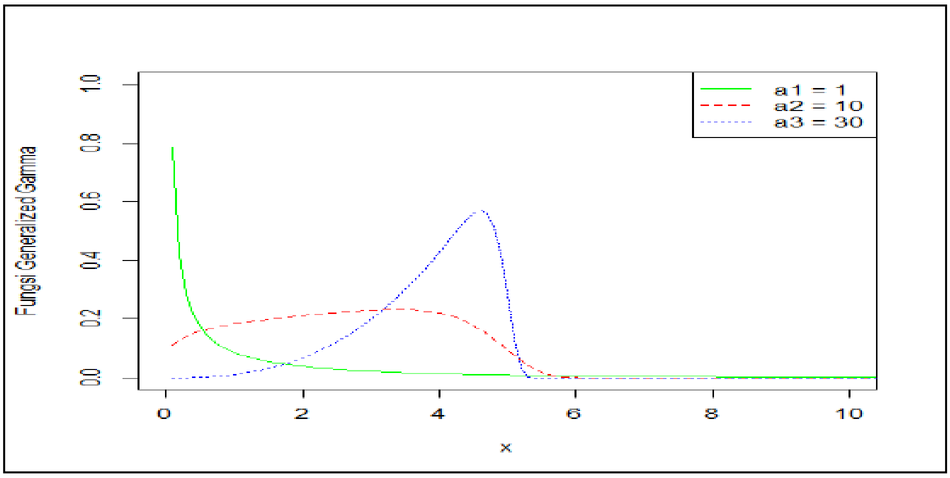


Gambar 2. Grafik distribusi log normal pada nilai $\sigma^2 = 1,\ \sigma^2 = 10, \sigma^2 = 50$ dan $\mu = -3$

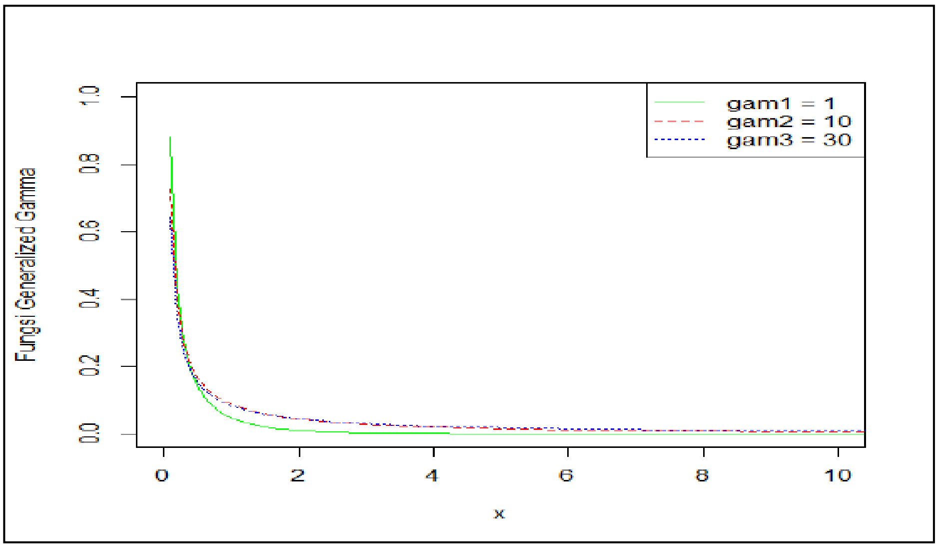
Pada Gambar 1 dapat dilihat bahwa grafik distribusi log normal dibangun dengan nilai $\mu = -5$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna hijau, sedangkan nilai $\mu = 2$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna merah, dan untuk nilai $\mu = 5$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna biru. Dimana ketiga nilai μ yang digunakan dalam distribusi log normal menggunakn nilai σ^2 yang sama yaitu $\sigma^2 = 5$.

Pada Gambar 2 dapat dilihat bahwa grafik distribusi log normal dibangun dengan nilai $\sigma^2 = 1$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna hijau, sedangkan nilai $\sigma^2 = 10$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna merah, dan untuk nilai $\sigma^2 = 50$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna biru. Dimana ketiga nilai σ^2 yang digunakan dalam distribusi log normal menggunakan nilai μ yang sama yaitu $\mu = -3$.

Gambar 3. merupakan grafik fungsi kepekatan peluang dari distribusi GG dengan parameter a yang berbeda. Sdangkan Gambar 4. merupakan grafik fungsi kepekatan peluang dari distribusi GG dengan parameter γ yang berbeda.



Gambar 3. Grafik distribusi *Generalized Gamma* pada nilai $a = 1,\ a = 10,\ a = 30,\ \gamma = 5$ dan $m_1 = \ 0.1213061$



Gambar 4. Grafik distribusi *Generalized Gamma* pada nilai $\gamma = 1, \gamma = 10, \gamma = 30, a = 1$ dan $m_1 = \ 0.1213061$

Pada Gambar 3 dapat dilihat bahwa grafik distribusi *generalized gamma* dibangun dengan nilai $a = 1$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna hijau, sedangkan nilai $a = 10$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna merah, dan untuk nilai $a = 30$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna biru. Dimana ketiga nilai a yang digunakan dalam distribusi *generalized gamma* menggunakan nilai γ dan m_1 yang sama yaitu $\gamma = 5$ dan $m_1 = 0.1213061$.

Pada Gambar 4 dapat dilihat bahwa grafik distribusi *generalized gamma* dibangun dengan nilai $\gamma = 1$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna hijau, sedangkan nilai $\gamma = 10$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna merah, dan untuk nilai $\gamma = 30$ yang ditunjukkan dengan grafik yang bergaris warna biru. Dimana ketiga nilai γ yang digunakan dalam distribusi *generalized gamma* menggunakan nilai a dan m_1 yang sama yaitu $a = 1$ dan $m_1 = 0.1213061$.

3. FUNGSI PEMBANGKIT MOMEN DISTRIBUSI LOG NORMAL

Seperti terlihat pada Gambar 1, 2, 3, dan 4 di atas, tampilan grafis fungsi kepekatan peluang distribusi log normal memiliki karakteristik yang hampir serupa dengan distribusi GG. Oleh karenanya perlu dikaji lebih lanjut, secara matematis melalui fungsi pembangkit peluangnya, karakteristik dari kedua distribusi tersebut. Pada bagian ini akan diuraikan fungsi pembangkit momen dari distribusi log normal dan GG dalam bentuk deret MacLaurin.

Jika X merupakan suatu peubah acak berdistribusi log normal dengan parameter (μ, σ^2), maka fungsi pembangkit momen dari X dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
M_x(t) = E(e^{tx}) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x)\, dx \\
&= \int_0^{\infty} e^{tx} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu)^2}\, dx \\
&= \int_0^{\infty} e^{tx} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2}\, dx \qquad (1)
\end{aligned}
$$

Dengan memisalkan $z = \frac{\ln x - \mu}{\sigma}$ maka akan diperoleh persamaan $x = e^{z\sigma + \mu}$. Selanjutnya adalah menentukan turunan dari permisalan $z = \frac{\ln x - \mu}{\sigma}$ dan $x = e^{z\sigma + \mu}$ sehingga diperoleh: $dz = \frac{1}{x\sigma}\, dx$ dan $dx = x\sigma\, dz$. Karena dilakukan permisalan, maka batas atas dan batas bawah integral pun berubah menjadi: $x = 0$ maka $z = -\infty$ sebagai batas bawah, sedangkan batas atas $x \to \infty$ menjadi $z \to \infty$.

Selanjutnya substitusikan permisalan tersebut ke dalam persamaan (1) sehingga diperoleh:

$$
\begin{aligned}
M_x(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}\, x\sigma\, dz \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{tx} e^{-\frac{1}{2}z^2}\, dz \qquad (2)
\end{aligned}
$$

Dengan menguraikan fungsi e^{tx} ke dalam bentuk ekspansi deret MacLaurin, sehingga berbentuk $1 + tx + \frac{t^2}{2!}x^2 + \cdots$, maka persamaan (2) menjadi:

$$M_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(tx)^n}{n!} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (tx) e^{-\frac{1}{2}z^2} dz + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{(tx)^2}{2!} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz + \ldots$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz + t \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{z\sigma+\mu} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

$$+ \frac{t^2}{2!} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{2(z\sigma+\mu)} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz +$$

$$= 1 + te^{\mu+\frac{1}{2}\sigma^2} + \frac{t^2}{2!} e^{2\mu+\frac{1}{2}(2\sigma)^2} + \ldots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} e^{n\mu+\frac{1}{2}(n\sigma)^2} \qquad (3)$$

Dengan demikian, fungsi pembangkit momen distribusi log normal adalah

$$M_x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} e^{n\mu+\frac{1}{2}(n\sigma)^2} \text{; untuk } x > 0,\ \sigma^2 > 0$$

4. FUNGSI PEMBANGKIT MOMEN GENERALIZED GAMMA

Dalam Warsono (2009) dijelaskan bahwa dengan fungsi kepekatan peluang distribusi GG sebagai berikut:

$$g(y) = \frac{a}{y\Gamma(m_1)} \left(\frac{y}{\gamma}\right)^{am_1} e^{-\left(\frac{y}{\gamma}\right)^a} \text{; untuk } y > 0 \text{ dan } a, \gamma, m_1 > 0.$$

Warsono (2009) telah menurunkan fungsi pembangkit momen distribusi GG seperti di bawah ini:

$$M_y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(t\gamma)^n}{n!} \frac{\Gamma\left(m_1+\frac{n}{a}\right)}{\Gamma(m_1)} \qquad (4)$$

Selanjutnya bila dimisalkan $a = n, \gamma = (\sigma^2 n^2)^{\frac{1}{n}}$, dan $m_1 = \frac{e^{n\mu+\frac{1}{2}(n\sigma)^2}}{\sigma^2 n^2}$, maka bentuk persamaan (4) menjadi sebagai berikut:

$$M_Y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(t\gamma)^n}{n!} \frac{\Gamma\left(m_1+\frac{n}{a}\right)}{\Gamma(m_1)}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(t(\sigma^2 n^2)^{\frac{1}{n}}\right)^n}{n!} \frac{\Gamma\left(\left(\frac{e^{n\mu+\frac{1}{2}(n\sigma)^2}}{\sigma^2 n^2}\right)+\frac{n}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{e^{n\mu+\frac{1}{2}(n\sigma)^2}}{\sigma^2 n^2}\right)}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} e^{n\mu+\frac{1}{2}(n\sigma)^2} \qquad (5)$$

Ternyata fungsi pembangkit momen distribusi GG untuk $a = n, \gamma = (\sigma^2 n^2)^{\frac{1}{n}}$, dan $m_1 = \frac{e^{n\mu+\frac{1}{2}(n\sigma)^2}}{\sigma^2 n^2}$, seperti terlihat pada persamaan (5), sama dengan fungsi pembangkit momen distribusi log normal, seperti terlihat pada persamaan (3). Dengan demikian distribusi log normal adalah bentuk khusus dari distribusi GG.

Selanjutnya dalam Warsono (2010) dijelaskan bahwa dengan fungsi kepekatan peluang $g(x: \alpha, \beta, m_1, m_2) = \big(\alpha / xB(m_1, m_2)\big)[F(x)]^{m_1}[1 - F(x)]^{m_2}$, untuk $\alpha \geq 0$ dan $\beta, m_1, m_2, x > 0$, serta $F(x) = 1/\big(1 + e^{-(\beta + \alpha \ln x)}\big)$, fungsi pembangkit momen distribusi GLL adalah sebagai berikut:

$$M_x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(te^{-\left(\beta/_{\alpha}\right)}\right)^n}{n!} \frac{\Gamma\left(m_1 + \frac{n}{\alpha}\right)\Gamma\left(m_2 - \frac{n}{\alpha}\right)}{\Gamma(m_1)\,\Gamma(m_2)}$$

Lebih lanjut, Warsono (2010) membuktikan bahwa untuk $m_2 \to \infty$, $\alpha = a$, dan $\beta = -a \ln\left(\gamma(m_2)^{\frac{1}{a}}\right)$, distribusi GLL$(\alpha, \beta, m_1, m_2)$ konvergen ke distribusi GG.

Berdasarkan penjelasan di atas dapat digarisbawahi bahwa distribusi log normal dengan parameter μ dan σ^2 merupakan kasus khusus dari distribusi GG dengan parameter $a = n, \gamma = (\sigma^2 n^2)^{\frac{1}{n}}$, dan $m_1 = \frac{e^{n\mu+\frac{1}{2}(n\sigma)^2}}{\sigma^2 n^2}$.

Distribusi GG merupakan kasus khusus dari distribusi GLL $(\alpha, \beta, m_1, m_2)$ untuk $m_2 \to \infty$, $\alpha = a$, dan $\beta = -a \ln\left(\gamma(m_2)^{\frac{1}{a}}\right)$. Dengan demikian, distribusi log normal (μ, σ^2) merupakan kasus khusus distribusi GLL $(\alpha, \beta, m_1, m_2)$ melalui distribusi *generalized gamma* $\left(a = n, \gamma = (\sigma^2 n^2)^{\frac{1}{n}},\ m_1 = \frac{e^{n\mu+\frac{1}{2}(n\sigma)^2}}{\sigma^2 n^2}\right)$ dengan $\alpha = a$, $\beta = -a \ln\left(\gamma(m_2)^{\frac{1}{a}}\right)$, dan $m_2 \to \infty$.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian sebelumnya, kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

1. Fungsi pembangkit momen dari distribusi log normal dengan parameter (μ, σ^2) adalah $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!}\, e^{n\mu+\frac{1}{2}(n\sigma)^2}$.
2. Distribusi log normal dengan parameter (μ, σ^2) merupakan kasus khusus dari distribusi *generalized gamma* dengan parameter (α, γ, m_1) untuk $\left(a = n, \gamma = (\sigma^2 n^2)^{\frac{1}{n}},\ \text{dan } m_1 = \frac{e^{n\mu+\frac{1}{2}(n\sigma)^2}}{\sigma^2 n^2}\right)$.
3. Dari grafik yang telah dibuat berdasarkan fungsi kepekatan peluang distribusi log normal, distribusi *generalized gamma* dan distribusi *generalized log-logistic* dengan melakukan reparameterisasi pada distribusi *generalized gamma*, maka dapat disimpulkan bahwa distribusi log normal dapat didekati oleh distribusi *generalized log-logistic*.

6. DAFTAR PUSTAKA

Dudewicz, E.J., dan Mishra, S.N. 1995. *Statistika Matematika Modern*. ITB, Bandung.

Herrhyanto, N., dan Gantini. T. 2009. *Pengantar Statistika Matematis*. Yrama Widya, Bandung.

Hogg, R.V., dan Craig, A.T. 1995. *Introduction to Mathematical Statistics*. Fifth Edition. Prentice-Hall Inc., New Jersey.

Kundu, D., dan Mangklick, A. 2004. "Discriminating Between The Log normal and Log-Normal Distribution". Journal.

Law, Averil M., dan Kelton, W. David. 1991. *Simulation Modelling and Analysis*. Second Edition. Mc. Graw-Hill Inc., Singapore.

Miller, Irwin., dan Miller, Maryless. 1999. *Jhon E. Freun's Mathematical Statistics. Sixth Edition*. Upper Saddle River., New Jersey.

Purcell, E.J., Varberg, D., dan Ringdon, S.E. 2003.*Kalkulus Jilid 2 Edisi Kedelapan*. Erlangga, Jakarta.

Stacy E. W. 1962. *A Generalized of The Gamma Distribution*. The Annals of Mathematical Statistics, 33, 1187-1192.

Rawuh. 1994. *Geometri Transformasi*. ITB, Bandung.

Warsono. 2009. *Moment Properties of The Generalized Gamma Distribution*. Proceedings on Seminar Nasional Sains MIPA dan Aplikasinya. Bandar Lampung : 157-162

Warsono. 2010. *Remark On Moment Properties of Generalized Distribution*. Proceedings of The Third International Conference on Mathematics and Natural Sciences. ITB, Bandung.

Warsono., Usman, M., dan Nusyirwan. 2000. *On The Estimation of The Generalized Log-Logistic Distribution with Applications to Pollutant Concentration Data*. Forum Statistika dan Komputasi. Edisi Khusus: 74-77.

Indeks Penulis

Indeks Subject