

BIAStatistics

Biomedics, Industry & Business And Social Statistics

Jurnal Statistika: Teori dan Aplikasi
Journal of Statistics: Theory and Application
Universitas Padjadjaran

Alamat Redaksi:

Jl. Raya Bandung Sumedang km. 21
Telepon/Fax : (022) 7796002
E-mail : biastatistics.unpad@yahoo.com
(Terbit dua kali dalam satu tahun)

ARTIKEL PENELITIAN

PEMODELAN KASUS GIZI BURUK DI KOTA JAYAPURA DENGAN MENGGUNAKAN ANALISIS REGRESI POISSON

Oleh: Ida Mariati Hutabarat, Rita Raya, Melkior Tappy

APLIKASI PENENTUAN TARGET PASAR DENGAN ANALISIS BERBASIS KONFIGURASI

Oleh: Resa Septiani Pontoh

KARAKTERISTIK PENDUGA VARIOGRAM UNTUK DATA NONSTASIONER

Oleh: Katarina Lasmiasih, Warsono, Dian Kurniasari

PENGGUNAAN SIMULASI UNTUK MENENTUKAN PENAKSIRAN INTERVAL BAGI MEAN SEBUAH STATISTIK

Oleh: Nar Herrhyanto

PENDEKATAN DISTRIBUSI LOG NORMAL DENGAN DISTRIBUSI GENERALIZED LOG-LOGISTIC (GLL) MELALUI DISTRIBUSI GENERALIZED GAMMA (GG)

Oleh: Anni, Warsono, Dian Kurniasari

PERMODELAN REGRESI SPASIAL PADA INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA PROVINSI JAWA TIMUR

Oleh: Defi Yusti Faidah

ISSN 1907-6274

9 771907 627485

ISSN 1907-6274

BIAStatistics

Biomedics, Industry & Business And Social Statistics

Vol. 8, No. 1, Februari 2014

BIAStatistics

Biomedics, Industry & Business And Social Statistics

Jurnal Statistika: Teori dan Aplikasi
Journal of Statistics: Theory and Application
Universitas Padjadjaran

VOL 8, NO. 1, FEBRUARI 2014

SUSUNAN REDAKSI

Pelindung

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Penanggung Jawab

Ketua Jurusan Statistika, FMIPA, Unpad

Pimpinan Redaksi

Dra. Titi Purwandari, MS

Sekretaris Redaksi

Dra. Enny Supartini, MS

Anggota Redaksi

Anindya Apriliyanti Pravitasari, M.Si

Sri Winarni, M.Si

Defi Yusti Faidah, M.Si

Restu Arisanti, M.Si

Triyani Hendrawati, M.Si

Sekretariat

Agus Setiawan, S.Farm

Alamat Redaksi

Jl. Raya Bandung Sumedang km. 21

Telepon/Fax : (022) 7796002

E-mail : biastatistics.unpad@yahoo.com

Website : <http://statistics.unpad.ac.id/stats-biastatistika/>

Diterbitkan oleh:

Jurusan Statistika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Padjadjaran

BIAStatistics

Biomedics, Industry & Business And Social Statistics

Jurnal Statistika: Teori dan Aplikasi
Journal of Statistics: Theory and Application
Universitas Padjadjaran

VOL 8, NO. 1, FEBRUARI 2014

ISSN 1907-6274

ARTIKEL PENELITIAN

- PEMODELAN KASUS GIZI BURUK DI KOTA JAYAPURA DENGAN MENGGUNAKAN ANALISIS REGRESI POISSON
Oleh: Ida Mariati Hutabarat, Rita Raya, Melkior Tappy..... 1
- APLIKASI PENENTUAN TARGET PASAR DENGAN ANALISIS BERBASIS KONFIGURASI
Oleh: Resa Septiani Pontoh..... 9
- KARAKTERISTIK PENDUGA VARIOGRAM UNTUK DATA NONSTASIONER
Oleh: Katarina Lasmiasih, Warsono, Dian Kurniasari..... 14
- PENGGUNAAN SIMULASI UNTUK MENENTUKAN PENAKSIRAN INTERVAL BAGI MEAN SEBUAH STATISTIK
Oleh: Nar Herrhyanto.....22
- PENDEKATAN DISTRIBUSI LOG NORMAL DENGAN DISTRIBUSI GENERALIZED LOG-LOGISTIC (GLL) MELALUI DISTRIBUSI GENERALIZED GAMMA (GG)
Oleh: Anni, Warsono, Dian Kurniasari.....27
- PERMODELAN REGRESI SPASIAL PADA INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA PROVINSI JAWA TIMUR
Oleh: Defi Yusti Faidah..... 34

"Like dreams, statistics are a form of wish fulfillment"

-Jean Baudrillard-

TATA CARA PENULISAN JURNAL BIAStatistics

Untuk menghindari duplikasi, BIAStatistics tidak menerima artikel yang telah dipublikasikan oleh majalah dan jurnal lainnya. Penulis harus menandatangani surat pernyataan dan disetujui oleh penulis pendamping lainnya. Apabila ditemukan bahwa artikel telah dimuat pada jurnal atau majalah ilmiah lain, maka status terbit akan dianulir dan digantikan oleh makalah lain.

Semua artikel akan dibahas oleh para pakar dalam bidang keilmuan yang sesuai (*peer review*) beserta dewan redaksi. Artikel yang diterima dengan perbaikan akan dikembalikan lagi kepada penulis. Artikel penelitian harus mempertimbangkan etika penelitian yang dapat dipertanggungjawabkan.

PENULISAN ARTIKEL:

Artikel diketik pada Ms Word 1,5 spasi pada kertas A4, dengan batas tepi kiri 4 cm dan tepi atas, bawah dan kanan 3 cm. Jumlah halaman maksimal 20, jenis huruf Times New Roman 11pt. Setiap halaman diberi nomor secara berurutan dimulai dari halaman judul sampai halaman terakhir. Artikel memuat pokok bahasan yang dituangkan dalam: Abstrak (*Abstract*), 1. Pendahuluan (*Introduction*), 2. Metodologi (*Methodology*), 3. Hasil dan Pembahasan (*Result*), 4. Kesimpulan (*Conclusions*) dan 5. Daftar Pustaka (*Reference*).

ABSTRAK (ABSTRACT)

Abstrak untuk setiap artikel ditulis dalam bahasa Indonesia dan atau bahasa Inggris. Bentuk abstrak tidak terstruktur dengan maksimal adalah 200 kata. Abstrak disertai 3-5 kata kunci yang dapat membantu penyusunan indeks. Penulisan menggunakan jenis huruf Times New Roman 10pt.

TABEL

Tabel ditampilkan secara jelas (bukan berupa gambar) dengan judul berada diatas Tabel. Sumber Tabel dapat dicantumkan dibagian bawah tabel sejajar rata kiri dengan ukuran huruf 10pt. Penomoran Tabel dimulai dari nomor 1 dan seterusnya maksimal 6 tabel.

GAMBAR/FOTO

Gambar ditampilkan secara jelas dan proporsional. Gambar/Foto yang mengandung hak cipta harus disertakan sumbernya. Gambar yang pernah dipublikasikan harus diberi acuan. Penulisan judul diletakkan dibagian bawah Gambar. Penomoran Gambar dimulai dari nomor 1 dan seterusnya maksimal 6 gambar.

PERSAMAAN/ FORMULASI MATEMATIKA

Persamaan matematis ditulis dan diberi penomoran yang urut dari 1 dan seterusnya sebanyak persamaan dalam artikel. Penomoran dicantumkan rata kanan tanpa titik-titik penghubung dan diberi tanda kurung.

DAFTAR PUSTAKA

Rujukan ditulis sesuai dengan aturan penulisan Harvard, diurutkan menurut abjad. Cantumkan nama penulis maksimal 4 orang pertama selanjutnya dkk. Jumlah rujukan maksimal 20 buah.

PENGIRIMAN ARTIKEL ILMIAH:

Artikel dikirimkan kepada dewan redaksi dengan alamat:
Jl. Raya Bandung Sumedang km. 21, Telepon/Fax : (022) 7796002
E-mail : biastatistics.unpad@yahoo.com
Website : <http://statistics.unpad.ac.id/stats-biastatistika/>

KARAKTERISTIK PENDUGA VARIOGRAM UNTUK DATA NONSTASIONER

Katarina Lasmiasih, Warsono, Dian Kurniasari
Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

ABSTRACT

The aims of this study are to find variogram or semivariogram estimator for spatial data, especially for nonstationery data, and to discuss the characteristics of estimator obtained by Universal Kriging. In fact, this method uses the mean of sample data to form a trend or nonstationary data. This study shows that the characteristics of the Universal Kriging estimator are unbiased and variance minimum of estimator (BLUE). For computation purposes of the application of the Universal Kriging algorithm graphs, this study developes R software language.

Keywords : *Spatial Data, Variogram, Semivariogram, Kriging, BLUE (Best Linear Unbias Estimation)*

1. PENDAHULUAN

Dalam statistika klasik, pengambilan data umumnya mengasumsikan bahwa kejadian yang diamati diambil berdasarkan kondisi yang sama dan saling bebas satu dengan yang lain, sehingga data berbentuk sampel acak dan berdistribusi saling bebas dan identik (*independent identically distributed*). Pada kenyataannya, kejadian yang diamati tidak selalu memenuhi asumsi tersebut, misalnya pada kasus data spasial, maka statistika klasik tidak dapat digunakan. Data spasial, yaitu data yang bersifat tak bebas dan heterogen yang diperoleh dari peubah acak wilayah, dapat dianalisis dengan menggunakan geostatistika. Metode ini pertama kali dikemukakan oleh George Matheron. Beliau adalah seorang insinyur dari Ecoles des Mines, Prancis.

Dalam analisis data spasial, ragam data disebut sebagai autokorelasi spasial. Autokorelasi spasial dapat diduga dengan fungsi korelasi (*correlogram*), fungsi kovarian (*autokovarian*), dan variogram atau semivariogram. Dari ketiga fungsi tersebut, yang paling banyak digunakan adalah variogram atau semivariogram. Variogram atau semivariogram dapat diduga dengan menggunakan metode *Kriging*. Metode ini pertama kali dikemukakan oleh Danie Krige, seorang pakar geostatistika dari Afrika Selatan. Metode ini memanfaatkan nilai tengah data sampel. Jika nilai tengah sampel konstan, artinya sampel *stasioner*, maka digunakan metode *Ordinary Kriging* (OK). Tapi apabila nilai tengah dari sampel yang diperoleh membentuk *trend* atau *nonstasioner*, maka dapat digunakan metode *Universal Kriging* (UK).

Tujuan dari tulisan ini adalah (1) Mendapatkan penduga variogram dengan menggunakan metode *Universal Kriging* (UK); (2) Mempelajari karakteristik penduga *Universal Kriging*. Untuk tujuan pembuatan grafik dari hasil pendugaan dengan metode *Universal Kriging*, menggunakan software R.

2. METODOLOGI

2.1. KRIGING

Kriging merupakan suatu teknik interpolasi untuk mencari nilai dugaan pada kasus data spasial. Penduga kriging merupakan penduga yang bersifat *Best Linear*

Unbiased Estimator (BLUE), artinya nilai dugaan yang didapatkan berbentuk linear, tidak berbias, dan memiliki ragam minimum.

Prediksi spasial didasari oleh dua asumsi, yaitu asumsi model dan asumsi prediktor. Misal daerah spasial acak dengan $(s), s \in D \subset R^2$, maka asumsi model untuk *Universal Kriging* adalah $Z(s) = \sum_{l=1}^k a_l f^l(s) + e(s)$ atau $Z(s) = m(s) + e(s)$.

Dimana $m(s)$ adalah nilai tengah *drift* yang tidak diketahui dan tidak konstan. $e(s)$ adalah *error* atau residual. *Drift* adalah ekspektasi *nonstationary* dari fungsi acak $Z(s)$, dan residual memiliki ekspektasi nol. $E[Z(s)] = m(s) = \sum_{l=1}^k a_l f^l(s)$ dan $E[e(s)] = 0$.

Dan asumsi predictor (Journel and Huijbregts, 1978):

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i Z(s_i), \sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i f^l(s_i) = f^l(s), \forall l = 1 \text{ sampai } k$$

Penduga *kriging* untuk $Z(s_0)$ untuk lokasi spasial $\{s_i, 1 < i < n\}$ adalah

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)$$

Pendugaan galat dari penduga *kriging* adalah

$$R(s_0) = \hat{Z}(s_0) - Z(s_0)$$

$$R(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) - Z(s_0)$$

Ragam galat, σ_R^2 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \sigma_R^2 &= \text{var}[R(s_0)] = \text{cov}[R(s_0), R(s_0)] \\ &= \text{cov}[\hat{Z}(s_0), \hat{Z}(s_0)] - 2\text{cov}[\hat{Z}(s_0), Z(s_0)] + \text{cov}[Z(s_0), Z(s_0)] \end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned} \text{cov}[Z(s_0), Z(s_0)] &= \text{var}[Z(s_0)] \\ \text{cov}[\hat{Z}(s_0), \hat{Z}(s_0)] &= \text{var}[\hat{Z}(s_0)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \hat{C}_{ij} \end{aligned}$$

Jika diasumsikan bahwa semua peubah acak mempunyai ragam yang sama, $\hat{\sigma}^2$, maka $\text{var}[Z(s_0)] = \hat{\sigma}^2$

$$\begin{aligned} \text{dan } 2\text{cov}[\hat{Z}(s_0), Z(s_0)] &= 2\text{cov}[(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i), Z_0] \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{cov}[Z_i, Z_0] \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{C}_{i0} \end{aligned}$$

Maka persamaan ragam galatnya menjadi

$$\hat{\sigma}_R^2 = \hat{\sigma}^2 - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{C}_{i0} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \hat{C}_{ij}$$

dengan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ adalah pembobot pada masing – masing variabel.

Seperti telah dikatakan sebelumnya, *Universal Kriging* bersifat BLUE. Jika *Universal Kriging* bersifat tak bias, maka nilai harapan dari ragam galatnya sama dengan nol. Berikut ini adalah kondisi ketakbiasan.

$$\begin{aligned} E\{R(s_0)\} &= E\{\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) - Z(s_0)\} \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i E\{Z(s_i)\} - E\{Z(s_0)\} \end{aligned}$$

$$E\{R(s_0)\} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{l=1}^k a_l f^l(s_i) - \sum_{l=1}^k a_l f^l(s_0)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^k \lambda_i a_l f^l(s_i) - \sum_{l=1}^k a_l f^l(s_0)$$

Nilai harapan galat di sebarang lokasi umum, $E\{R(s_0)\}$ dalam kondisi tak bias bernilai nol.

$$E\{R(s_0)\} = 0 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^k \lambda_i a_l f^l(s_i) - \sum_{l=1}^k a_l f^l(s_0)$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^k \lambda_i a_l f^l(s_i) = \sum_{l=1}^k a_l f^l(s_0)$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \lambda_i f^l(s_i) = f^l(s_0)$$

Jadi, kondisi tak bias pada *universal kringing* adalah

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i f^l(s_i) = f^l(s_0) \forall l = 1 \text{ sampai } k.$$

Ragam minimum dengan syarat kondisi tak bias menyebabkan penambahan parameter Lagrange pada ragam galat.

$$\hat{\sigma}_R^2 = \hat{\sigma}^2 - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{C}_{i0} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \hat{C}_{ij} + 2\mu \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i f^l(s_i) - f^l(s_0) \right]$$

Jika parsial turunan pertama terhadap μ sama dengan nol, maka diperoleh kondisi ketakbiasan.

$$\frac{\partial(\hat{\sigma}_R^2)}{\partial\mu} = \frac{\partial\{2\mu[\sum_{i=1}^n \lambda_i f^l(s_i) - f^l(s_0)]\}}{\partial\mu} = 0$$

$$= 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i f^l(s_i) - 2f^l(s_0) = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \lambda_i f^l(s_i) = f^l(s_0)$$

Untuk mendapatkan ragam galat minimum, maka dikalkulasikan parsial turunan pertama ragam galat untuk setiap λ . Misal diturunkan terhadap λ_1 sama dengan nol, maka :

$$\frac{\partial(\hat{\sigma}_R^2)}{\partial\lambda_1} = 0$$

$$\frac{\hat{\sigma}^2 - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{C}_{i0} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \hat{C}_{ij} + 2\mu[\sum_{i=1}^n \lambda_i f^l(s_i) - f^l(s_0)]}{\partial\lambda_1} = 0$$

$$\frac{-2\lambda_1 \hat{C}_{10} + \lambda_1^2 \hat{C}_{11} + 2\lambda_1 \sum_{j=2}^n \lambda_j \hat{C}_{1j} + 2\mu[\lambda_1 f^l(s_1) - f^l(s_0)]}{\partial\lambda_1} = 0$$

$$\Rightarrow -2\hat{C}_{10} + 2\lambda_1 \hat{C}_{11} + 2 \sum_{j=2}^n \lambda_j \hat{C}_{1j} + 2 \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_1) = 0$$

$$\Rightarrow -2\hat{C}_{10} + 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j \hat{C}_{1j} + 2 \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_1) = 0$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \hat{C}_{1j} + \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_1) = \hat{C}_{10}$$

Jika dideferensialkan terhadap pembobot lain, misal λ_i , maka akan menghasilkan prosedur persamaan yang sama, yaitu :

$$\frac{\partial(\hat{\sigma}_R^2)}{\partial \lambda_1} = -2\hat{C}_{10} + 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j \hat{C}_{1j} + 2 \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_1) = 0$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \hat{C}_{1j} + \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_1) = \hat{C}_{10}$$

Jika persamaan di atas dikalikan dengan λ_i pada ruas kanan dan kirinya, maka akan menghasilkan :

$$\lambda_i \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j \hat{C}_{1j} + \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_1) \right) = \lambda_i \hat{C}_{10} \text{ dengan } 1 \leq i \leq n$$

Jika $\sum_{i=1}^n \lambda_i f^l(s_i) = f^l(s_0)$, maka

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \lambda_j \hat{C}_{ij} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{C}_{i0} - \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_0)$$

Sehingga persamaan ragam galatnya menjadi

$$\hat{\sigma}_R^2 = \hat{\sigma}^2 - \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{C}_{i0} + \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_0) \right)$$

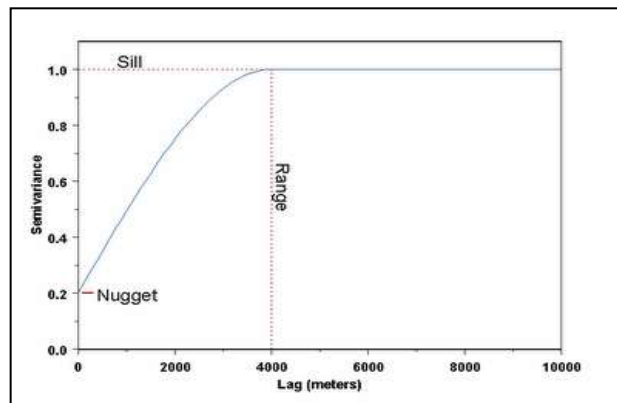
2.2. VARIOGRAM

Variogram didefinisikan sebagai hubungan vektor $h = s_1 - s_2$ atau hubungan jarak dengan sudut arah $h = (L, \theta)$, dengan L adalah lag. Fungsi variogram untuk $s_1 - s_2$ adalah sebagai berikut.

$$2\gamma(s_1 - s_2) = \text{Var}[Z(s_1) - Z(s_2)]$$

Semivariogram, $\gamma(h)$, merupakan 1/2 beda kuadrat rata-rata antara sepasang nilai data.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{(i,j)|h_{ij}=h} (s_i - s_j)^2$$



Grafik 1. Semivariogram

Menurut Isaaks dan Srivastava(1989), model – model dasar dalam variogram adalah :

1. *Model Spherical*

Model Spherical adalah model yang paling sering digunakan dalam variogram. Bentuk persamaannya adalah sebagai berikut.

$$\gamma(h) = \begin{cases} 1.5 \frac{h}{a} - 0.5 \left(\frac{h}{a}\right)^3, & \text{jika } h \leq a \\ 1, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Dimana h adalah jarak tertentu dalam arah umum yang memisahkan dua titik sebarang dan a adalah *range* . Model ini akan berbentuk linear pada jarak kecil yang dekat dengan pusat, tetapi meluruskan untuk jarak yang besar, dan memberikan *sill* di a .

2. *Model Eksponensial*

Model transisi lain yang biasa digunakan adalah model eksponensial yang memberikan *sill* asimtotik. Bentuk persamaannya adalah sebagai berikut.

$$\gamma(h) = 1 - \exp\left(-\frac{3h}{a}\right)$$

Dimana a adalah *range* dan h adalah jarak tertentu dalam arah umum yang memisahkan dua titik sebarang. Seperti model spherical, model eksponensial berbentuk linear untuk semua jarak pendek yang dekat dengan pusatnya.

3. *Model Gaussian (Normal)*

Model *Gaussian* adalah model transisi yang sering kali digunakan untuk memodelkan fenomena kontinu yang ekstrim dan juga memberikan *sill* asimtotik. Bentuk persamaannya adalah sebagai berikut.

$$\gamma(h) = 1 - \exp\left(-\frac{3h^2}{a^2}\right)$$

Dengan parameter a didefinisikan sebagai *range* dalam praktek atau jarak, dan h adalah jarak tertentu dalam arah umum yang memisahkan dua titik sebarang.

2.3. HUBUNGAN KRIGING DENGAN VARIOGRAM

Jika diasumsikan peubah acak dalam model fungsi acak mempunyai nilai tengah dan ragam yang sama, yaitu $s_i = s_j$, maka akan menghasilkan hubungan antara variogram dengan sistem *kriging*.

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} E \left[(s_i - s_j)^2 \right]$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} E [s_i^2 - 2s_i s_j + s_j^2]$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} E (s_i^2 + s_j^2) - E(s_i s_j)$$

Karena $s_i = s_j$, maka $E(s_i) = E(s_j) = E(s)$ sehingga

$$\gamma_{ij} = E(s^2) - E(s_i s_j)$$

$$\gamma_{ij} = E(s^2) - m^2 - E(s_i s_j) + m^2$$

$$\gamma_{ij} = \hat{\sigma}^2 - \hat{C}_{ij}$$

Hubungan variogram dengan *universal kriging* adalah sebagai berikut.

$$\hat{\gamma}_{i0} = \sum_{j=1}^n \lambda_j \hat{\gamma}_{ij} - \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_i)$$

Jika ruas kiri dan kanan dikalikan dengan $\sum_{i=1}^n \lambda_i$, maka persamaan di atas menjadi

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{\gamma}_{i0} &= \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \lambda_j \hat{\gamma}_{ij} - \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_i) \\ &\Rightarrow \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \lambda_j \hat{\gamma}_{ij} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{\gamma}_{i0} + \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_i) \end{aligned}$$

Dalam kondisi tak bias $\sum_{i=1}^n \lambda_i f^l(s) = f^l(s)$, maka persamaan diatas menjadi

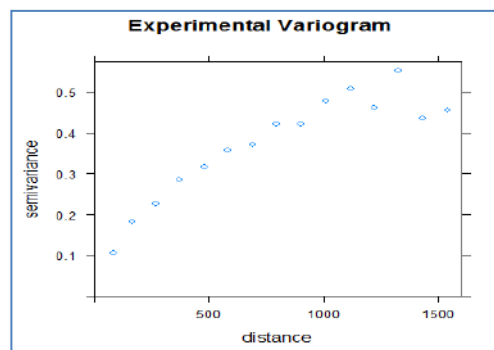
$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \lambda_j \hat{\gamma}_{ij} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{\gamma}_{i0} + \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_i)$$

Sehingga persamaan ragam galat untuk sistem *universal kriging* adalah

$$\hat{\sigma}_{UK}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{\gamma}_{i0} + \sum_{l=1}^n \mu_l f^l(s_i)$$

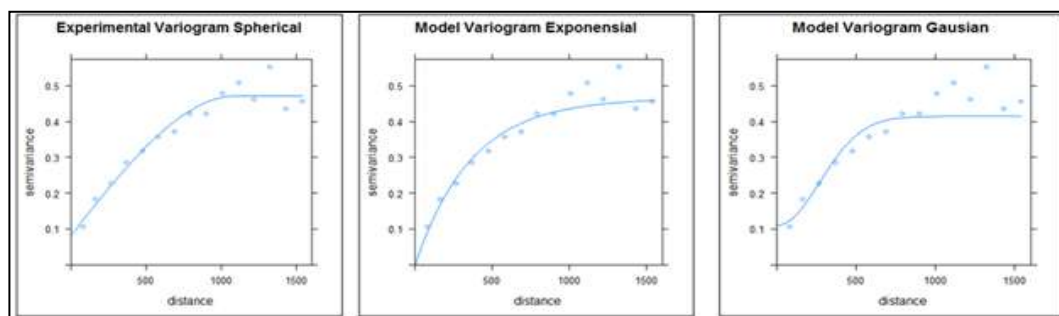
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data kandungan zinc yang merupakan bagian dari data *meuse.all* yang terdapat di dalam *package* *gstat*. Data *meuse* merupakan data set kandungan bahan tambang di sungai Meuse, dekat kota Stain, Belanda. Berikut ini adalah hasil pendugaannya.



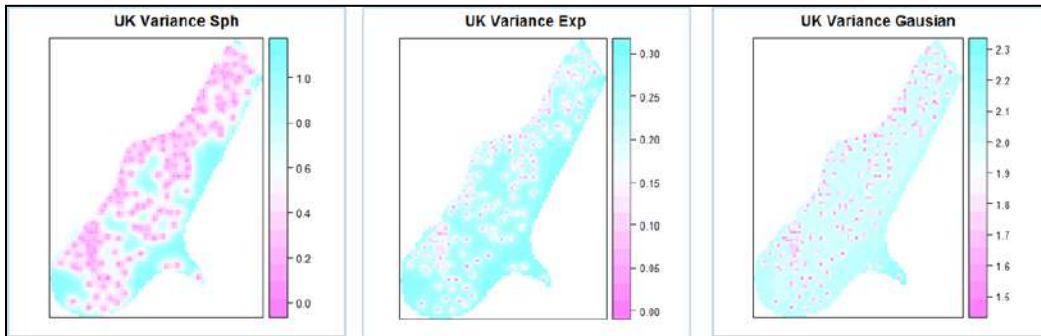
Grafik 2. Experimental Variogram

Experimental variogram merupakan plot variogram yang diperoleh dari sampel. Plot ini digunakan untuk mencari penduga parameter dengan model yang telah ada. Dalam hal ini peneliti menggunakan 3 model, yaitu *Spherical*, *Exponensial*, dan *Gaussian*.



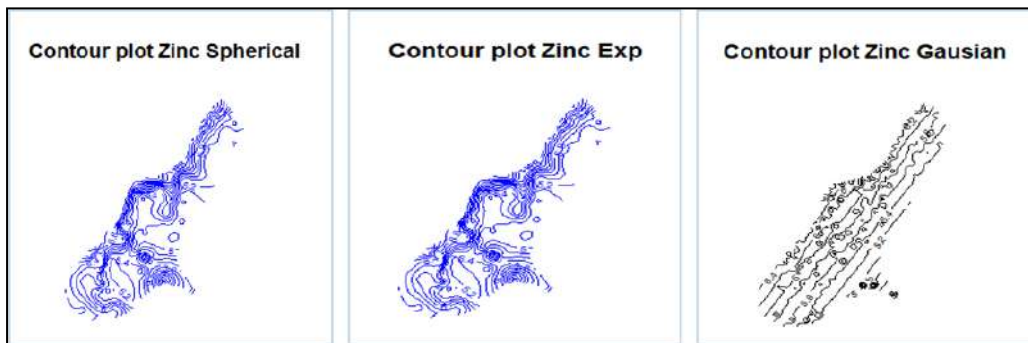
Grafik 3. Model Variogram

Parameter model yang diperoleh digunakan untuk melakukan pendugaan dengan menggunakan *Universal Kriging*. Berikut ini adalah hasil dugaan kandungan zinc di sungai Meuse.



Grafik 4. Grafik Range Varian Model

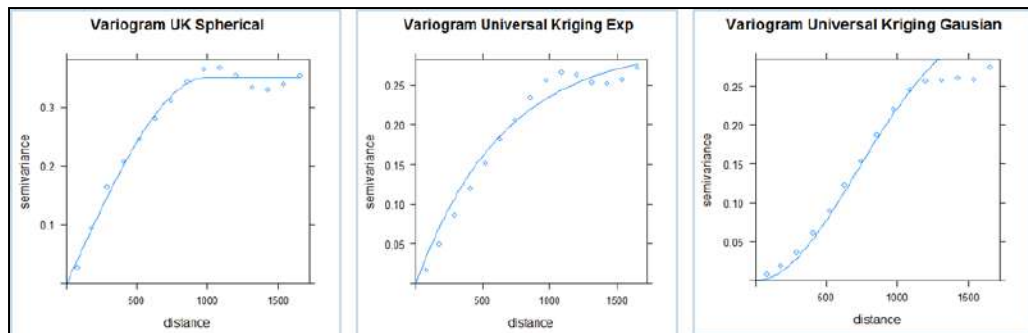
Dari ketiga model yaitu Spherical, Exponensial, dan Gaussian dapat dilihat bahwa range varian yang paling sempit adalah dengan menggunakan model Exponensial, yaitu dari 0 – 0.3 dengan varian terbanyak dari 0.2 – 0.3 dengan warna plot biru. Penyebaran kandungan zinc di sungai meuse dengan *contourplot*.



Grafik 5. Contourplot

Contourplot menggambarkan lokasi kandungan zinc berada. Semakin rapat garis pada *contourplot* menggambarkan semakin banyak kandungan zinc di lokasi tersebut.

Untuk melihat kesesuaian pendugaan dengan experimental variogram, maka dihitung variogram dari dugaan yang diperoleh dengan menggunakan *Universal Kriging*. Berikut ini adalah variogram dugaan kandungan zinc dengan menggunakan metode *Universal Kriging*.



Grafik 6. Variogram dengan Universal Kriging

Pengambilan keputusan dilakukan dengan mempertimbangkan kesesuaian Experimental variogram dengan dugaan variogram dan rentang *kriging variance* mana yang paling kecil, maka dapat diambil kesimpulan bahwa model yang cocok untuk data kandungan zinc di sungai Meuse adalah dengan menggunakan model *Spherical*, yaitu dengan parameter dugaannya adalah $\text{vgm}(0.35, \text{"Sph"}, 1000)$ artinya model *Spherical* dengan *range* 1000 dan *sill* 0.35.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian pada bagian sebelumnya, kesimpulan yang dapat di ambil adalah sebagai berikut.

1. Peduga *kriging*, $\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)$ dan ragam galatnya. $R(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) - Z(s_0)$ adalah peduga yang baik sesuai dengan sifat BLUE.
2. Syarat ketakbiasan *Universal Kriging* adalah $\sum_{i=1}^n \lambda_i f^l(s_i) = f^l(s_0), \forall l = 1 \text{ sampai } k$, dan ragam galat minimumnya adalah $\hat{\sigma}_R^2 = \hat{\sigma}^2 - \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{C}_{i0} + \sum_{i=1}^n \mu_i f^l(s_0) \right)$.
3. Dengan menggunakan data kandungan zinc di sungai meuse, diperoleh kesimpulan bahwa dengan menggunakan metode *Universal Kriging*, model yang paling sesuai adalah dengan menggunakan model *Spherical*, dengan parameter $\text{vgm}(0.35, \text{"Sph"}, 1000)$ atau *range* = 1000, *psill* atau *sill* = 0.35, *tanpa nugget*.

Dalam menentukan parameter untuk masing – masing, peneliti menggunakan metode coba-coba (*trial and error*), namun akan lebih baik jika menggunakan metode yang sesuai untuk menentukan parameter tersebut.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Assauri, S. 1984. *Teknik dan Metoda Peramalan: Penerapannya dalam Ekonomi dan Dunia Usaha. Edisi pertama*. Penerbit FE-UI, Jakarta.
- Cressie, N.C.A. 1993. *Statistics for Spatial Data*. John Wiley & Sons, Inc., NewYork.
- Isaaks, E.H. & Srivastava, R.M. 1989. *Aplied Geostatistics*. Oxford UniversityPress, New York.
- Jensen, J.L., et al. 1997. *Statistics for engineers and Geoscientists*. Prentice HallPTR, New Jersey.
- Journel, A.G. & Huijbregts, C.H.J. 1978. *Mining Geostatistics*. Academic Press, New York.
- Kitanidis, P.K. 1997. *Introduction to Geostatistics: Application in Hydrology*. Cambridge University Press, New York.
- Makridakis, Spyros. & Wheelwright Steven C. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Erlangga, Jakarta.
- Ricci, A.K. 1997. *Geostatistics using SAS Software*. Owen Analytics Inc., NewYork.
- Schabenberger, Oliver & Gotwey, Carol A. 2005. *Statistical Methods for Spasial Data Analysis*. Chapman & Hall/CRC, USA.

Indeks Penulis

A

Anni.....27

D

Defi Yusti Faidah.....34

Dian Kurniasari..... 14,27

I

Ida Mariati Hutabarat 1

K

Katarina Lasmiasih 14

M

Melkior Tappy 1

N

Nar Herrhyanto.....22

R

Resa Septiani Pontoh 1

Rita Raya 14,27

Indeks Subject

B	
BLUE.....	14
C	
Configural Frequency Analysis.....	9
G	
Generalized Gamma	27
Generalized Log-Logistic.....	27
Gizi Buruk.....	1
I	
IPM.....	34
K	
Kriging	14
L	
Log Normal	27
M	
MacLaurin Series.....	27
Marketing Science.....	9
Maximum Likelihood Estimation	1
Moment Generating Function	27
O	
Ordinary Least Square	34
P	
Penaksiran Interval.....	22
Poisson.....	1
S	
Semivariogram.....	14
Simulasi	22
Spatial Data.....	14
Spatial Lag Model.....	34
V	
Variogram	14