

BKS PTN-B MIPA

2012

mti

Prosiding

**BIDANG
MATEMATIKA**

SEMINAR & RAPAT TAHUNAN

BKS-PTN B Tahun 2012

BIDANG ILMU MIPA
Badan Kerjasama Perguruan Tinggi Negeri
Wilayah Barat

Tema :
*Peran MIPA dalam Pengembangan
SDM dan SDA*

Hotel Madani Medan
11 - 12 Mei 2012



Penyelenggara
FMIPA
UNIVERSITAS
NEGERI MEDAN



Jl. Willem Iskandar, Psr V Medan 20221

Telp. (061) 6625970 Medan

www.semirataunimed.com Email: semiratabks2012@yahoo.co.id

ISBN:978-602-9115-22-2

PROSIDING

**SEMINAR NASIONAL DALAM RANGKA SEMIRATA
BKS-PTN WILAYAH BARAT BIDANG MIPA
TAHUN 2012**

Thema: Peran MIPA Dalam Peningkatan Kualitas SDM dan SDA

MATEMATIKA

Editor :

Prof.Dr.Mukhtar,MPd
Drs.Asrin Lubis,MPd
Dr.Edi Syahputra,MPd
Dra.Nerli Khairani,MSi
Dr.Yulita Molliq,MSc



Penerbit
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Medan

SUSUNAN PANITIA
SEMINAR DAN RAPAT TAHUNAN BADAN KERJASAMA PERGURUAN TINGGI
NEGERI WILAYAH BARAT (SEMIRATA BKS-PTN B)
BIDANG MIPA TAHUN 2012

Pelindung

Prof. Dr. Ibnu Hadjar, M.Si (Rektor Unimed)
Gatot Pujo Nugroho, ST (Plt. Gubernur Sumatera Utara)
Drs. Rahudman Harahap, MM (Walikota Medan)

Penasehat

Prof. Dr. Emriadi (Ketua BKS-PTN B)
Prof. Dr. Khairil Ansari, M.Si (PR I Unimed)
Drs. Khairul Azmi, M.Pd (PR II Unimed)
Prof. Dr. Biner Ambarita, M.Pd (PR III Unimed)
Prof. Dr. Berlin Sibarani, M.Pd (PR IV Unimed)

Penanggung jawab

Prof. Drs. Motlan, M.Sc, P.hD (Dekan FMIPA Unimed)

Pengarah

Prof. Drs. Manihar Situmorang, M.Sc, P.hD
Drs. Asrin Lubis, M.Pd
Drs. Eidi Sihombing, MS

Ketua: Drs. P. Maulim Silitonga, MS

Ketua 1 : Dr. Marham Sitorus, M.Si

Ketua 2 : Dr. Edi Syahputra, M.Pd

Sekretaris : Alkhafi Maas Siregar, S.Si.,M.Si

Wakil Sekretaris : Juniastel Rajagukguk, S.Si.,M.Si

Bendahara : Dra. Martina Restuati, M.Si

Wakil Bendahara : Dra. Ani Sutiani, M.Si

Koordinator Sekretariat: Drs. M. Yusuf Nasution, MS

Koordinator Makalah/Prosiding : Prof. Dr. Herbert Sipahutar, M.Sc

Koordinator Persidangan : Dr. Nurdin Bukit, M.Si

Koordinator Penerima Tamu : Dra. Nerli Khaerani, M.Si

Koordinator Acara/Protokoler: Dra. Melva Silitonga, M.Si

Koordinator Informasi/Humas/Dokumentasi: Drs. Eddiyanto, Ph.D

Koordinator Transportasi, Akomodasi & Rekreasi: Drs. Rahmat Nauli, M.Si

Koordinator Dana : Purwanto, S.Si.,M.Pd

Koordinator Perlengkapan : Yon Rinaldi, S.E.,M.Si

SEMINAR & RAPAT TAHUNAN BKS-PTN B Tahun 2012



BIDANG ILMU MIPA
Badan Kerjasama Perguruan Tinggi Negeri Wilayah Barat

FAKULTAS MIPA UNIVERSITAS NEGERI MEDAN

Jl. Willem Iskandar, Psr V Medan 20221 Telp. (061) 6625970 Medan
www.semirataunimed.com Email: semiratabks2012@yahoo.co.id

PENGANTAR DARI TIM EDITOR

Seminar dan Rapat Tahunan (SEMIRATA) Badan Kerjasama Perguruan Tinggi Negeri Wilayah Barat (BKS-PTN B) Bidang Ilmu MIPA yang ke 25 telah diselenggarakan oleh FMIPA Universitas Negeri Medan tanggal 11-12 Mei 2012 bertempat di Hotel Madani-Medan. Dalam SEMIRATA ini dilaksanakan 2 jenis kegiatan yaitu Seminar Nasional dan Rapat tahunan Dekan, Ketua Jurusan dan Ketua Program Studi. Seminar Nasional diberi tema: **Peran MIPA dalam Peningkatan Kualitas Sumberdaya Manusia (SDM) dan Sumber Daya Alam (SDA)** diikuti oleh sekitar 600 orang peserta yang berasal dari 18 perguruan tinggi negeri, 3 perguruan tinggi swasta dan 1 Lembaga/Badan yang berada di wilayah Indonesia bagian barat. Jumlah peserta yang menjadi pemakalah pada kegiatan SEMIRATA 2012 sebanyak 556 orang yang dikelompokkan kedalam 5 bidang yaitu bidang Matematika, Fisika, Kimia, Biologi dan bidang Pendidikan MIPA. Setelah meneliti persyaratan yang harus dipenuhi pemakalah, maka panitia menetapkan jumlah makalah yang dapat diterbitkan dalam prosiding adalah 430. Makalah-makalah tersebut disusun dalam 5 (lima) buah buku Prosiding yang diantaranya adalah **Prosiding Bidang Matematika** terdiri dari 53 makalah, **Prosiding Bidang Fisika** (68) makalah, **Prosiding Bidang Kimia** (83) makalah, **Prosiding Bidang Biologi** (100) makalah dan **Prosiding Pendidikan MIPA** memuat 126 makalah. Keseluruhan makalah tersebut diserahkan oleh panitia kepada Tim Editor untuk proses pengeditan.

Tim editor telah bekerja sesuai dengan ketentuan dan hanya bertugas mengedit makalah yang telah diseleksi sebelumnya oleh Panitia. Dalam hal ini, Tim editor lebih banyak mengkonsentrasikan diri dalam menyeragamkan format dan gaya penulisan makalah. Perubahan kalimat dilakukan jika dipandang perlu tanpa mengubah maksud kalimat tersebut. Isi dan konteks pembahasan diusahakan untuk tidak diubah, dengan demikian segala konsekuensi yang mungkin timbul akibat penerbitan Prosiding ini tetap berada pada penulis makalah. Meski telah diupayakan untuk bisa tampil sebaik mungkin, namun tidak mustahil prosiding ini masih belum memuaskan semua pihak, untuk itu kami mohon maaf semoga pada kesempatan lain akan dapat diterbitkan karya ilmiah dengan bentuk dan isi yang lebih baik. Pada kesempatan ini kami mengucapkan terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu terwujudnya prosiding ini khususnya kepada para mahasiswa FMIPA Unimed yang terlibat dalam pengerjaan prosiding ini.

Akhir kata, kami mengharapkan semoga prosiding ini dapat memberi manfaat sebesar-besarnya bagi kita semua dan untuk pengembangan kualitas Sumberdaya Manusia (SDM) dan pengelolaan Sumber Daya Alam (SDA) di negara kita di masa yang akan datang.

Medan, Mei 2012
Tim Editor.

**SEMINAR &
RAPAT TAHUNAN
BKS-PTN B Tahun 2012**



BIDANG ILMU MIPA
Badan Kerjasama Perguruan Tinggi Negeri Wilayah Barat

FAKULTAS MIPA UNIVERSITAS NEGERI MEDAN

Jl. Willem Iskandar, Psr V Medan 20221 Telp. (061) 6625970 Medan
www.semirataunimed.com Email: semiratabks2012@yahoo.co.id

**KATA SAMBUTAN KETUA BKS-PTN B BIDANG MIPA
PADA SEMINAR DAN RAPAT TAHUNAN BADAN KERJASAMA PERGURUAN TINGGI NEGERI
WILAYAH BARAT (SEMIRATA BKS-PTN B)
BIDANG MIPA TAHUN 2012**

Assalamualaikum Wr. Wb.

Puji dan syukur marilah senantiasa kita panjatkan ke hadirat Tuhan yang Maha Kuasa, karena atas rahmat dan hidayah-Nya kita dapat mengikuti suatu kegiatan akademik Seminar Nasional dan Rapat Tahunan BKS PTN Bidang MIPA yang diselenggarakan di Fakultas MIPA Universitas Negeri Medan (UNIMED) Medan. Kami mengucapkan selamat datang kepada seluruh peserta seminar dan peserta rapat tahunan, baik Dekan maupun Ketua Jurusan/Program Studi. Semoga kegiatan ini memberikan dampak positif bagi pengembangan ilmu pengetahuan khususnya bidang MIPA dan aplikasinya. Kegiatan ini juga merupakan suatu wadah bagi pimpinan jurusan/fakultas untuk saling bertukar pengalaman dalam pengelolaan jurusan/fakultas.

Seminar dan Rapat Tahunan Bidang Ilmu MIPA Badan Kerjasama PTN Wilayah Barat (SEMIRATA BKS-PTN B), merupakan kegiatan tahunan yang pada tahun ini dilaksanakan oleh FMIPA Universitas Negeri Medan. Kegiatan yang dilaksanakan adalah Seminar Nasional dengan Tema **"Peran MIPA dalam pengembangan SDM dan SDA"**, dengan *keynote speaker* yang hadir adalah Prof. Dr. Syawal Gultom, M.Pd (Kepala badan SDMP dan PMP Kemdikbud RI) dan Prof. Dr. Chairil Anwar (Jurusan Kimia FMIPA UGM/Dekan FMIPA UGM). Dalam kegiatan ini, peserta seminar / dosen dan peneliti akan mempresentasikan hasil-hasil penelitiannya sehingga akan terjadi saling bertukar informasi sejauhmana hasil penelitian yang telah diperoleh di berbagai institusi. Peserta seminar sekitar 600 orang yang berasal dari 18 perguruan tinggi negeri, 3 perguruan tinggi swasta dan 1 Lembaga/Badan yang berada di wilayah Sumatera, Kalimantan dan Jawa. Rapat Tahunan juga dihadiri oleh Dekan FMIPA, FKIP, FST, Ketua Jurusan/Program Studi Fisika, Kimia, Biologi, Matematika dan Pendidikan MIPA. Kami selaku Ketua BKS-PTN Wilayah Barat bidang MIPA mengucapkan terimakasih yang besar-besarnya kepada seluruh personel kepanitiaan yang telah bekerja keras untuk terselenggaranya kegiatan SEMIRATA ini.

Akhir kata, dengan memohon kepada Allah SWT, semoga apa yang kita harapkan pada kegiatan Seminar dan Rapat Tahunan ini dapat terwujud dan kami mengucapkan selamat melaksanakan Seminar dan Rapat tahunan Badan Kerjasama PTN Wilayah barat bidang MIPA.

Wassalam,

Prof.Dr. Emriadi
Ketua BKS-PTN.B Bidang MIPA

**SEMINAR &
RAPAT TAHUNAN
BKS-PTN B Tahun 2012**



BIDANG ILMU MIPA
Badan Kerjasama Perguruan Tinggi Negeri Wilayah Barat

FAKULTAS MIPA UNIVERSITAS NEGERI MEDAN

Jl. Willem Iskandar, Psr V Medan 20221 Telp. (061) 6625970 Medan
www.semirataunimed.com Email: semiratabks2012@yahoo.co.id

**KATA SAMBUTAN REKTOR UNIVERSITAS NEGERI MEDAN
PADA SEMINAR DAN RAPAT TAHUNAN BADAN KERJASAMA PERGURUAN TINGGI NEGERI
WILAYAH BARAT (SEMIRATA BKS-PTN B)
BIDANG MIPA TAHUN 2012**

Assalamualaikum Wr. Wb.

Puji dan syukur marilah senantiasa kita panjatkan ke hadirat Allah SWT, karena berkat rahmat dan hidayah-Nya kita dapat hadir di tempat ini untuk mengikuti kegiatan Seminar dan Rapat Tahunan (SEMIRATA) Badan Kerjasama Perguruan Tinggi Negeri Wilayah Barat (BKS-PTN B) Bidang Ilmu MIPA tahun 2012 yang diselenggarakan oleh FMIPA Universitas Negeri Medan. Kami mengucapkan **Selamat datang** kepada seluruh peserta rapat tahunan, baik Dekan maupun Ketua Jurusan/ Ketua Program Studi, para peserta seminar dan hadirin sekalian.

Sebagai anggota BKS-PTN Wilayah Barat, Universitas Negeri Medan berpartisipasi aktif dalam menyelenggarakan program/ kegiatan yang dapat meningkatkan kualitas sumberdaya manusia dan pengelolaan sumber daya alam di masa yang akan datang. Pada SEMIRATA tahun ini dilakukan Seminar Nasional dengan tema **"Peran MIPA dalam Pengembangan SDM dan SDA"**, dengan *keynote speaker* Prof. Dr. Syawal Gultom, M.Pd (Kepala Badan SDMP dan PMP Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI) dan Prof. Dr. Chairil Anwar (Jurusan Kimia FMIPA UGM/Dekan FMIPA UGM). Dalam SEMIRATA ini juga dilakukan rapat tahunan Dekan dan Ketua Jurusan/Ketua Program Studi akan membahas berbagai program BKS-PTN B Bidang MIPA sekaligus merupakan wadah bagi Dekan, Ketua Jurusan dan Ketua Program Studi untuk saling bertukar pengalaman dalam pengelolaan Fakultas dan Jurusan di institusi masing-masing.

Rektor Universitas Negeri Medan mendukung sepenuhnya pelaksanaan SEMIRATA ini serta mengucapkan terimakasih kepada seluruh personil kepanitiaan yang telah bekerja keras, sehingga kegiatan ini dapat diselenggarakan. Saya mengharapkan semoga kegiatan ini dapat memberi manfaat positif terhadap pengembangan kualitas SDM dan pengelolaan SDA di masa yang akan datang.

Akhir kata, jika masih terdapat kekurangan dalam penyelenggaraan kegiatan ini, atas nama civitas akademika Universitas Negeri Medan, kami mohon maaf yang sebesar-besarnya. Saya mengucapkan selamat mengikuti kegiatan SEMIRATA 2012, dengan memohon kepada Allah SWT, semoga apa yang kita harapkan pada kegiatan seminar dan rapat tahunan ini dapat terwujud.

Wassalamualaikum Wr. Wb.

Prof. Dr. Ibnu Hajar, MSi
Rektor Universitas Negeri Medan

DAFTAR ISI

HALAMA

Kata Pengantar dari Editor

Kata Sambutan Ketua Panitia

Kata Sambutan Ketua BKS-PTN B Bidang MIPA

Kata Sambutan Rektor Universitas Negeri Medan

DAFTAR ISI

Admi Nazra	A Lower- Bound of the Number of Diffeomorphism Classes Of Real Boot Manifolds	1 - 8
Ahmad Iqbal Baqi	Estimasi Fertilitas Provinsi Sumatera Utara 1995-2005 Dengan Menggunakan Metoda Antar Survei	9 - 12
Alfirman	Pengendalian putaran Motor Stepper dengan Menggunakan Port Parallel Komputer	13 - 17
Asep Rusyana	Rancangan Faktorial Dengan Pengamatan Berulang Untuk Mengidentifikasi Pengaruh Mulsa Dan Jarak Tanam Terhadap Radiasi Surya Pada Kacang Kedelai	18 - 22
Asmara Karma	Pemakaian Transformasi Baru Elzaki dalam Menyelesaikan Persamaan Differensial	23 - 27
Aziskhan	Penggunaan Persamaan Diferensial geometri dalam menyelesaikan persoalan pada elektrostatika	28 - 31
Budi Rudianto	Penerapan Metode Graf Multi- Transformasi Pada Penyelesaian Sirkuit Elektronik	32 - 37
Eduward H Hutabarat	Persamaan dan Fungsi Potensial Kompleks airfoil Dalam Analisis Transformasi Joukowski	38 - 43
Dian Kurniasari	Model Berperingkat Tidak Penuh Pada Data Spasial Dengan Metode Dekomposisi Spektral	44 - 49
Dodi Devianto	Sebaran Eksponensial Terbagi Tak Hingga	50 - 53
Efendi	Konstruksi Model Untuk Melihat Pengaruh Bentuk Geometri Habitat Pada Perkembangan Populasi Aedes Dengan Bentuk Geometri Habitat Kerucut.	54 - 61
Effendi	Algorithma String Pada Bioinformatik	62 - 64
Evfi Mahdiyah	Analisa dan Pengembangan artificial Inteligence Markup Language (AIML) Tentang Istilah Komputer Dalam Bahasa Indonesia Menggunakan Alice chat bot	65 - 69
Fatayat	Penerapan Metode <i>Neural Network</i> Dalam Prediksi Persediaan Darah Pertahun Pada PMI Rumah Sakit	70 - 75
Johannes Kho	Perbaikan Metode Secant Steffensen Untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinier	76 - 79
Leli Deswita	Pemodelan Matematika Bagi Aliran Syaraf Batas Konveksi Bebas pada Flat Horizontal	80 - 83
M. D. H. Gamal	Penjadwalan Perawat Dengan Menggunakan Pemrograman Tujuan	84 - 92
M. Natsir	Superstruktur Umum dan Optimisasi Global Proses Desain Jaringan Air Terpadu.	93 - 98
Machudor Yusman M Nonong Amalita	Konstruksi Algoritma Sorting Berdasarkan Indeks Data Estimasi Parameter pada Distribusi Rayleigh untuk Sampel Lengkap dan Tersensor	99 - 104
		105 - 110

Ridha Ferdhiana	Pendugaan Selang Kepercayaan Koefisien Korelasi Pearson menggunakan Metode Bootstrap	111 - 115
Riri Lestari	Batas Exercise Opsi Put Amerika	116 - 117
Sugandi Yahdin	Model Keputusan Membeli Di Pasar Tradisional Dengan Metode Regresi Logistik Biner	118 - 122
Syafruddin	Pelabelan Supersisi Ajaib Dari Suatu Graf $(n,2)$ -KITE	123 - 126
Syarifah Meurah Yuni	Model Matematika Resistensi Parasit Plasmodium falciparum Terhadap Obat Tunggal dan Obat Campuran Antimalaria	127 - 132
Yusmet Rizal	Suatu Penyajian Geometris Grup Fungsi pada Himpunan $\{1, 2, 3, 4\}$	133 - 138
Hazmira Yozza	kajian Perbandingan Beberapa metode Klasifikasi	139 - 147
Helmi	Metode Transformasi Sumudu Dalam Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Linear Order Dua	148 - 156
Indrawati	Perapihan dan Proyeksi Penduduk Sumatera Selatan Berdasarkan Tingkat Fertilitas Total (Total Fertility Rate) dan Rasio Jenis Kelamin (Sex Ratio)	157 - 167
Intan Syahrini	Algoritma Genetik Untuk Masalah Optimisasi Program Non Linier Genetic Algorithm For Nonlinear Program Optimization Problem	168 - 175
Joko Risanto	Algoritma Menghitung Nilai Kesesuaian Menggunakan Metode Lickert dalam Suatu Analisa SWOT Perencanaan Strategis.	176 - 184
Marzuki	Pendugaan Model Regresi dengan Regresi Fuzzy	185 - 191
Media Rosha	PENGGUNAAN PENALARAN TRANSFORMASIONAL DALAM BERFIKIR KREATIF MATEMATIK DARI PERMASALAHAN MULTINOMIAL $(a_1 + a_2 + \dots + a_k)^n$	192 - 202
Nina Fitriyati	HISTORY MATCHING OF ONE-DIMENSIONAL HOMOGENOUS RESERVOIR PARAMETER FOR TWO INTERACTING WELLS	203 - 210
Novi Reandy Sasmita	Perbandingan Metode Fuzzy C-Means (FCM) dan Fuzzy C-Shell (FCS) Menggunakan Data Citra Satelit Quickbird (Studi Kasus Daerah Peukan Bada, Aceh Besar)	211 - 218
Pepi Novianti	Kajian Circular Descriptive Statistics Pada Data Yang Berupa Arah Dan Sudut	219 - 225
Rahma Zuhra	Kajian Tentang Integral Daniell	226 - 231
Ramy Rachmawati	Penerapan Pemrograman Dinamis Dalam Sistem Inventori	232 - 238
Riry Sriningsih	MODEL MATEMATIKA PENGARUH VAKSINASI TERHADAP PENYEBARAN FLU BURUNG PADA POPULASI UNGGAS & MANUSIA	239 - 249

Rolan Pane	Menyelesaikan Persamaan Non Linier dengan Metode Iterasi Parsial yang diturunkan Menggunakan Integral Parsial	250 - 259
Syafriandi	PEMETAAN KABUPATEN/KOTA DI SUMATERA BARAT BERDASARKAN PERSENTASE PENGUASAAN MATERI MATA PELAJARAN YANG DI-UN-KAN MENGGUNAKAN ANALISIS GEROMBOL	260 - 267
Yulita Molliq Rangkuti	KEAKURATAN METODE ITERASI VARIASI UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH DEFLEKSI BALOK KANTILEVER DENGAN BEBAN TERDISTRIBUSI SECARA SERAGAM.	268 - 274
Yundari	Ruang Fungsi Holder	275 - 281
Zul Amry	Analisis Time Series Angka Inflasi Nasional Dengan Model Arima.	282 - 294
Zulakmal	Menentukan Solusi Persamaan Laplace Dua Dimensi Yang Mempunyai Syarat Batas Robin Dengan Metoda Dekomposisi Adomian	295 - 299
Zulfia Memi Mayasari	Pengembangan Tapis Morfologi Matematik Menggunakan Teori Ordered set dan lattice	300 - 306
Nanci Nababan	Pemodelan keputusan membeli di pasar tradisional Dengan metode regresi logistik biner (studi kasus di pasar cinde)	307 - 330
Zaiful Bahri	Perbandingan Metode Moment Invariant Hu Dan Metode Deskriptor Fourier Dalam Pengenalan Pola Karakter	331 - 340
Agus Salim	Penentuan Peluang Kesalahan Pelepasan Partikel Minyak Menggunakan Fault Tree Analysis (Fta)	341 - 351
Mulyono	Teorema Kekonvergenan pada Integral-C	352 - 358
Haposan Sirait	Tipe Penaksir Rasio Variansi Dalam Sampling Acak Sederhana	359 - 366
Arnellis	Kunci Publik Elliptic Curve System	367 - 374
T.P Nababan	Eksistensi Solusi Optimum Dalam Analisa Sistem Persediaan Tanpa Shortage*	375 - 382

MODEL BERPERINGKAT TIDAK PENUH PADA DATA SPASIAL DENGAN METODE DEKOMPOSISI SPEKTRAL

Dian Kurniasari¹, Warsono², dan Widiarti³

E-mail: ¹dksari@unila.ac.id, ²chacho81@yahoo.com, ³widiarti_s@yahoo.co.id

ABSTRACT

Not full rank model is a linear model where matrix data is not full rank. These models are a special modeling in linear model. One case of this model is spatial data. Spatial Data is represents world phenomenon that has coordinate reference such as map, plane's or satellite's capture or the result of those interpretations. The observation of relationship on data spatial causes the sample data observation tend to influence and independence each other. Which cause autocorrelation and heteroscedasticity. To overcome properties, we can be use Generalized Least Square (GLS) method. The estimation of β can be derived by minimizing sum square of error that has transformation by non singular matrix P, which is got from decomposition of variance of error singular matrix using spectral decomposition. In this research, the implementation of algorithm for not full rank model with GLS methods was done by using data simulation with SAS. Variance of error which is resulted is $\Delta = I - X(X^T X)^{-1} X^T$. The result of simulation study shown that not full rank model can be used to overcome the problem of autocorrelation, heteroscedasticity and singularity on spatial data.

Keywords: Spatial Data, Linier Models, *Generalized Least Square*, Heteroscedasticity, and Autocorrelation.

PENDAHULUAN

Tobler pada tahun 1979 menyatakan bahwa "*Everything else is related to everything else, but near things are more related than distance things*". Pernyataan tersebut berlaku terhadap data yang mempunyai sifat keruangan dimana data tersebar pada daerah tertentu yang saling berhubungan sehingga tidak mungkin untuk melakukan pengacakan dan pengulangan suatu data. Sehingga hal tersebut menyebabkan data pengamatan yang diambil cenderung saling mempengaruhi dan tidak bebas satu sama lain.

Model linier secara umum adalah $Y = X\beta + \varepsilon$, dimana Y adalah vektor pengamatan, X adalah matriks penjelas $n \times p$ dengan elemen-elemennya diketahui, β adalah parameter, dan ε adalah vektor galat dengan ε tidak diketahui, tetapi mempunyai nilai tengah nol dan kovarians matriks $\sigma^2 I$, dengan $\sigma^2 > 0$ dan tidak diketahui (Usman, 2001). Model ini disebut dengan model berperingkat tidak penuh apabila matriks X mempunyai rank $X < p$. Penggunaan data spasial yang bersifat autokorelasi dan heteroskedastisitas menyebabkan metode pendugaan OLS (*Ordinary least square*) pada model linier umum tidak efisien. Oleh karena itu, digunakanlah metode pendugaan GLS (*generalized least square*) yang dapat mengatasi masalah tersebut. Metode GLS merupakan salah satu metode pendugaan parameter, yaitu dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat yang telah ditransformasi. Matriks yang diperoleh adalah hasil penguraian matriks variansi galat. Apabila matriks pendugaan variansi galat yang diperoleh merupakan matriks yang singular maka permasalahan ini dapat diatasi dengan penguraian nilai singular yaitu dekomposisi spektral.

Berdasarkan permasalahan tersebut di atas, penelitian ini bertujuan untuk melakukan transformasi untuk mengatasi sifat heteroskedastisitas dan autokorelasi untuk mempertahankan sifat efisiensi estimator tanpa harus kehilangan sifat *unbiased* dan konsistennya. Kemudian melakukan pengkajian simulasi model linear dengan menggunakan metode GLS dan dekomposisi spektral.

METODE PENELITIAN

1. Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data simulasi yang dibangkitkan dengan software SAS 9.0. Data yang dibangkitkan adalah variabel X dan error masing-masing sebanyak 30, 50, 100 dan 500 pengamatan. Variabel X terdiri dari X1, X2 dan X3, dimana ketiga variabel tersebut saling berkorelasi. Variabel X1 dibangkitkan melalui proses random dengan distribusi normal dengan nilai tengah 200 dan ragam 20. Selanjutnya variabel X2 dan X3 merupakan kombinasi linier dari X1. Sedangkan error dibangkitkan secara acak dengan distribusi normal dengan nilai tengah 0 dan ragam $\sigma^2 * S1$ dimana $S1 = i/10 ; i = 1, 2, 3, \dots, n$; masing-masing untuk $n = 30, 50, 100, 500$. Hal tersebut bertujuan agar variansi error untuk setiap pengamatan berbeda-beda/heterogen.

2. Metode

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menduga parameter β pada model linier dengan metode GLS dan pendugaan variansi galat dengan dalam GLS dengan metode dekomposisi spektral.
2. Melakukan simulasi data dengan merancang program pendugaan parameter β dengan metode GLS dan pendugaan parameter variansi galat dalam GLS dengan metode dekomposisi spektral menggunakan SAS 9.0.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Pendugaan Parameter pada Model Berperingkat tidak penuh

Model linear umum adalah $Y = X\beta + \varepsilon$ dengan $\text{rank}(X) = p$ (not full rank kolom) dan ε tidak diketahui, tetapi mempunyai nilai tengah nol dan kovarian matriks $\sigma^2 I$ ($\sigma^2 > 0$) dan tidak diketahui.

Hal pertama yang dilakukan adalah menuliskan model linier umum ke dalam rumus $e = y - X\hat{\beta}$ sehingga diperoleh:

$$e^T e = (y - X\hat{\beta})^T (y - X\hat{\beta}) = (y^T - \hat{\beta}^T X^T) (y - X\hat{\beta}) = y^T y - y^T X\hat{\beta} - \hat{\beta}^T X^T y + \hat{\beta}^T X^T X\hat{\beta}$$

Karena $\hat{\beta}^T X^T y$ adalah 1×1 dan $\hat{\beta}^T X^T y = (\hat{\beta}^T X^T y)^T = y^T X\hat{\beta}$, maka,

$$e^T e = y^T y - 2 y^T X\hat{\beta} + \hat{\beta}^T (X^T X) \hat{\beta}$$

Selanjutnya menurunkan $e^T e$ terhadap $\hat{\beta}$ dan menyamakannya dengan nol, maka diperoleh persamaan berikut:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\beta}} (y^T y - 2 y^T X\hat{\beta} + \hat{\beta}^T (X^T X) \hat{\beta}) = -2 X^T y + 2 (X^T X) \hat{\beta} = 0$$

karena X tidak berperingkat penuh maka $\hat{\beta}^0 = (X^T X)^{-} X^T y$, dengan $(X^T X)^{-}$ adalah G-invers $X^T X$ dengan

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \text{var}\left(\frac{X^T X}{X^T X} X^T y\right) = \left(\frac{X^T X}{X^T X}\right)^{-} X^T \text{var}(y) \left(\frac{X^T X}{X^T X}\right)^T = \left(\frac{X^T X}{X^T X}\right)^{-} X^T \sigma^2 I X = \left(\frac{X^T X}{X^T X}\right)^{-} X^T X \sigma^2 = (X^T X)^{-} X^T X \sigma^2 = (X^T X)^{-} \sigma^2$$

merupakan pseudoinverse

2. Pendugaan Parameter β dengan metode GLS

Model linear umum adalah:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

dengan $R(X) = \text{rank}(X) = p$ (not full rank kolom) dan ε tidak diketahui, tetapi mempunyai nilai tengah nol dan kovarian matriks $\sigma^2 I$ ($\sigma^2 > 0$) dan tidak diketahui.

Pendugaan parameter β dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat yang telah ditransformasi oleh matriks $n \times n$ nonsingular P .

Hal pertama yang dilakukan adalah menduga ε sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon} &= y - X\hat{\beta} \\ &= y - X(X^T X)^{-1} X^T y \\ &= [I - H]y = \Delta y \end{aligned}$$

Schabenberger(2005), melakukan pendugaan ini bertujuan untuk mempelajari ε yang tidak diketahui menggunakan $\hat{\varepsilon}$ yang memiliki sifat-sifat sebagai berikut:

1. Tidak berperingkat penuh

Jika X adalah matriks $n \times p$ dengan peringkat k , maka H memiliki peringkat k , hanya $n-k$ dari galat OLS yang membawa informasi tentang gangguan pada model.

2. Berautokorelasi

Varian vektor galat OLS adalah

$$\begin{aligned} \text{Var}[\hat{\varepsilon}] &= \text{var}([I - X(X^T X)^{-1} X^T]y) \\ &= \text{var}(\Delta y) \\ &= \Delta^2 \text{var}(y) \quad (\Delta \text{ adalah matriks idempoten}) \\ &= \Delta^2 \sigma^2 I = \Delta \sigma^2 \end{aligned}$$

Δ merupakan matriks nondiagonal yang mengindikasikan terdapat autokorelasi antar galat pengamatan.

3. Heteroskedastisitas

$H = X(X^T X)^{-1} X^T$ dan h_{ii} adalah elemen diagonal dari H , maka $h_{ii} \neq 0$, sehingga $\text{var}(\hat{\varepsilon}_i) = \sigma^2 (1 - h_{ii})$, oleh karena itu $\sigma^2 (1 - h_{ii}) < \sigma^2$, dalam sebuah model OLS dengan intercept, $-\frac{1}{n} \leq h_{ii} \leq 1$, maka $\text{Var}(\hat{\varepsilon}_i) \neq \sigma^2$.

Sehingga $\hat{\varepsilon}$ memiliki sifat autokorelasi, heteroskedastisitas serta memiliki peringkat tidak penuh dan Δ adalah matriks non diagonal $n \times n$ dengan rank $(n - \text{rank}(X))$.

Schabenberger (2005), menyatakan bahwa jika $\hat{\varepsilon}$ adalah vektor galat $n \times 1$ dan $\text{var}(\hat{\varepsilon}) = \Delta \sigma^2$, berdasarkan sifat diatas Δ adalah matriks singular, sehingga untuk transformasi galat agar tidak berkorelasi maka diperlukan matriks P Agar:

$$\text{Var}(P^T \hat{\varepsilon}) = P^T \text{var}(\hat{\varepsilon}) P = \sigma^2 P^T \Delta P$$

$$= \sigma^2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(n-k)} & \mathbf{0}_{((n-k) \times k)} \\ \mathbf{0}_{(k \times (n-k))} & \mathbf{0}_{(k \times k)} \end{bmatrix}$$

Oleh karena Δ adalah matriks simetris dan singular maka digunakan penguraian matriks singular yaitu dekomposisi spektral. Sehingga diperoleh

$$\Delta = \mathbf{P} \mathbf{M} \mathbf{P}^T$$

dimana \mathbf{P} adalah matriks orthogonal dan \mathbf{M} adalah matriks diagonal yang mengandung nilai eigen dari Δ yang merupakan matriks simetris idempoten Sehingga

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(n-k)} & \mathbf{0}_{((n-k) \times k)} \\ \mathbf{0}_{(k \times (n-k))} & \mathbf{0}_{(k \times k)} \end{bmatrix}$$

Oleh karena itu, apabila \mathbf{P}^T ditransformasikan pada galat OLS maka diperoleh matriks varian kovarian sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\mathbf{P}^T \hat{\mathbf{e}}) &= \mathbf{P}^T \text{var}(\hat{\mathbf{e}}) \mathbf{P} = \mathbf{P}^T \Delta \sigma^2 \mathbf{P} = \sigma^2 \mathbf{P}^T \Delta \mathbf{P} \\ &= \sigma^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P} \mathbf{M} \mathbf{P}^T \mathbf{P} \quad (\mathbf{P} \text{ orthogonal, } \mathbf{P}^T \mathbf{P} = \mathbf{I}) \\ &= \sigma^2 \mathbf{M} \\ &= \sigma^2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(n-k)} & \mathbf{0}_{((n-k) \times k)} \\ \mathbf{0}_{(k \times (n-k))} & \mathbf{0}_{(k \times k)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3. Pendugaan Model Linier Transformasi

$$\begin{aligned} \text{Model linier transformasi: } \mathbf{P}^T \mathbf{y} &= \mathbf{P}^T \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{P}^T \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{y}^* &= \mathbf{X}^* \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}^* \end{aligned} \quad (1)$$

Setelah dilakukan transformasi maka persamaan (1) tidak memiliki konstanta, karena konstanta sudah berubah menjadi variabel sebagai akibat dari proses perkalian dengan \mathbf{P}^T yang dapat dianggap sebagai pembobot (weighted) (Usman, 2011).

Melalui penerapan metode kuadrat terkecil (OLS) pada pendugaan $\boldsymbol{\beta}$, setelah dilakukan transformasi, diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$(\mathbf{e}^*)^T \mathbf{e}^* = (\mathbf{y}^* - \mathbf{X}^* \hat{\boldsymbol{\beta}})^T (\mathbf{y}^* - \mathbf{X}^* \hat{\boldsymbol{\beta}}) = (\mathbf{y}^{*T} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^{*T}) (\mathbf{y}^* - \mathbf{X}^* \hat{\boldsymbol{\beta}})$$

$$= \mathbf{y}^{*T} \mathbf{y}^* - \mathbf{y}^{*T} \mathbf{X}^* \hat{\boldsymbol{\beta}} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^{*T} \mathbf{y}^* + \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^* \hat{\boldsymbol{\beta}}$$

$$(\mathbf{e}^*)^T \mathbf{e}^* = \mathbf{y}^{*T} \mathbf{y}^* - 2 \mathbf{y}^{*T} \mathbf{X}^* \hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{\boldsymbol{\beta}}^T (\mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^*) \hat{\boldsymbol{\beta}}$$

Kemudian menurunkan $(\mathbf{e}^*)^T \mathbf{e}^*$ terhadap $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dan menyamakannya dengan nol maka diperoleh persamaan berikut:

$$\frac{\partial (\mathbf{e}^*)^T \mathbf{e}^*}{\partial \hat{\boldsymbol{\beta}}} = -2(\mathbf{X}^*)^T \mathbf{y}^* + 2((\mathbf{X}^*)^T (\mathbf{X}^*)) \hat{\boldsymbol{\beta}} = 0$$

$$((\mathbf{X}^*)^T \mathbf{X}^*) \hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^*)^T \mathbf{y}^*$$

karena model yang digunakan adalah model tidak berperingkat penuh maka:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{X}^{*T} \mathbf{y}^*$$

4. Pemeriksaan Sifat Pendugaan tak bias

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\beta}} &\text{ adalah penduga tak bias dari } \mathbf{H} \boldsymbol{\beta} \\ \mathbf{E}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \mathbf{E}((\mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{X}^{*T} \mathbf{y}^*) = (\mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{X}^{*T} \mathbf{E}(\mathbf{y}^*) \\ &= (\mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^* \boldsymbol{\beta} = \mathbf{H} \boldsymbol{\beta} \end{aligned}$$

5. Pendugaan kovarian

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) &= \text{Cov}((\mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{X}^{*T} \mathbf{y}^*) = ((\mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^*)^{-1})^T ((\mathbf{X}^{*T})^T \text{Cov}(\mathbf{y}^*) (\mathbf{X}^*)^T \mathbf{X}^*) ((\mathbf{X}^{*T})^{-1}) \\ &= ((\mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^*)^{-1})^T ((\mathbf{X}^{*T})^T \sigma^2 \mathbf{M} (\mathbf{X}^*)^T \mathbf{X}^*) ((\mathbf{X}^{*T})^{-1}) \\ &= ((\mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^*)^{-1})^T (\mathbf{X}^{*T})^T \sigma^2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(n-k)} & \mathbf{0}_{((n-k) \times k)} \\ \mathbf{0}_{(k \times (n-k))} & \mathbf{0}_{(k \times k)} \end{bmatrix} (\mathbf{X}^*)^T \mathbf{X}^* \end{aligned}$$

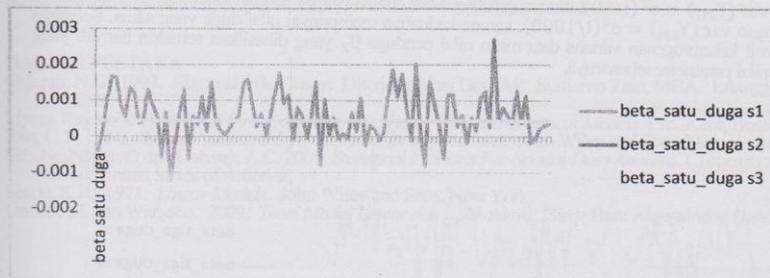
$$= \begin{bmatrix} \sigma^2 \left[(X^*)^T X^* \right]^{-1} (X^*)^T (X^*) \left[(X^*)^T X^* \right]^{-1} & \mathbf{0}_{((n-k) \times k)} \\ \mathbf{0}_{(k \times (n-k))} & \mathbf{0}_{(k \times k)} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma^2 \left[(X^*)^T (X^*) \right]^{-1} & \mathbf{0}_{((n-k) \times k)} \\ \mathbf{0}_{(k \times (n-k))} & \mathbf{0}_{(k \times k)} \end{bmatrix}$$

6. Simulasi Pendugaan

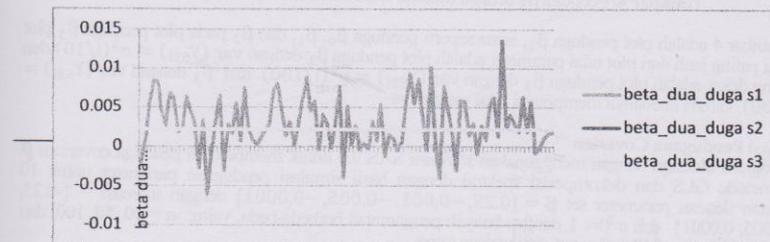
Program didesign dengan menggunakan *software* SAS 9.0 untuk memperoleh penduga dengan metode GLS dan dekomposisi spektral dengan hasil simulasi pendugaan parameter untuk 100 pengulangan dengan parameter set dan dengan banyak pengamatan tetap $n = 30$ akan tetapi dengan keheterogenan dari varians yang berbeda, yaitu:

diperoleh penduga sebagai berikut:



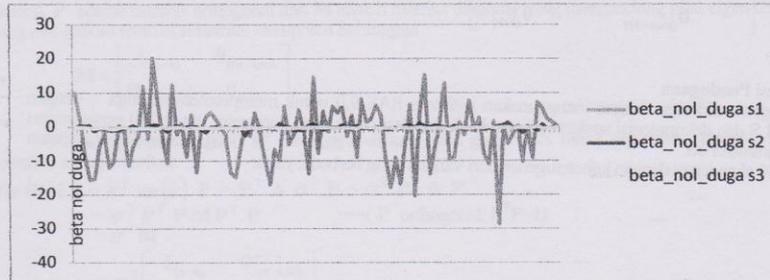
Gambar 1. Penduga dengan Metode GLS dan Dekomposisi Spetral

Dari Gambar 1 dapat dilihat bahwa plot penduga dengan adalah plot yang paling jauh dari nilai parameter, dan yang paling dekat adalah plot penduga dengan



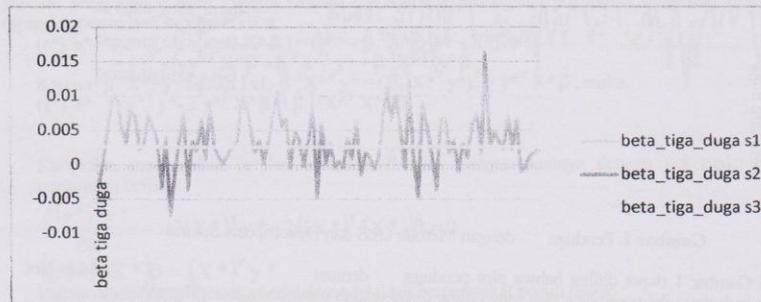
Gambar 2. Penduga dengan Metode GLS dan Dekomposisi Spetral

Gambar 2 adalah plot penduga β_1 dengan $\text{var}(Y_{S1i}) = \sigma^2(i/10)$, $\text{var}(Y_{S2i}) = \sigma^2(i/100)$, dan $\text{var}(Y_{S3i}) = \sigma^2(i/1000)$. Pada gambar tersebut dapat dilihat bahwa plot yang paling jauh dari nilai parameter sebenarnya adalah plot $\hat{\beta}_1$ dengan $\text{var}(Y_{S1i}) = \sigma^2(i/10)$, dan yang paling dekat adalah plot $\hat{\beta}_1$ dengan $\text{var}(Y_{S2i}) = \sigma^2(i/100)$ dan $\hat{\beta}_1$ dengan $\text{var}(Y_{S3i}) = \sigma^2(i/1000)$, karena nilai dugaannya sama.



Gambar 3. Penduga β_2 dengan Metode GLS dan Dekomposisi Spetral

Pada Gambar 3 dapat dilihat bahwa plot yang paling jauh dari nilai parameter sebenarnya adalah plot $\hat{\beta}_2$ dengan $\text{var}(Y_{S1i}) = \sigma^2(i/10)$, dan yang paling dekat adalah plot $\hat{\beta}_2$ dengan $\text{var}(Y_{S2i}) = \sigma^2(i/100)$ dan $\hat{\beta}_2$ dengan $\text{var}(Y_{S3i}) = \sigma^2(i/1000)$, karena keduanya mempunyai nilai duga yang sama. Sehingga semakin kecil keheterogenan varians data maka nilai penduga β_2 yang dihasilkan semakin banyak yang mendekati nilai parameter sebenarnya.



Gambar 4. Penduga β_3 dengan Metode GLS dan Dekomposisi Spetral

Gambar 4 adalah plot penduga β_3 , sama seperti penduga β_0 , β_1 , dan β_2 pada plot penduga β_3 plot yang paling jauh dari plot nilai parameter adalah plot penduga β_3 dengan $\text{var}(Y_{S1i}) = \sigma^2(i/10)$ dan yang paling dekat adalah plot penduga β_3 dengan $\text{var}(Y_{S2i}) = \sigma^2(i/100)$, dan β_3 dengan $\text{var}(Y_{S3i}) = \sigma^2(i/1000)$, karena keduanya mempunyai nilai yang sama

7. Simulasi Pendugaan Covarian

Program didesign dengan menggunakan *software* SAS 9.0 untuk memperoleh penduga covarians β dengan metode GLS dan dekomposisi spektral dengan hasil simulasi pendugaan parameter untuk 10 pengulangan dengan parameter set $\beta = \{0.25, -0.001, -0.005, -0.0001\}$ dengan $\text{increase} = \{-0.25, 0.001, 0.005, 0.0001\}$ dan $\sigma^2 = 1$, dengan banyak pengamatan berbeda-beda, yaitu: $n = 30, 50, 100$, dan 500 akan tetapi dengan keheterogenan dari varians sama, dan diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\text{yaitu: Var}(Y_{S1}) = \sigma^2 \begin{bmatrix} 0 & 10 & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots & 50 \\ 0 & 0 & \dots & 10 \end{bmatrix}$$

Tabel 1. Penduga Covarian dengan Metode Dekomposisi Spetral

Covarians β	Sampel			
	N = 30	N = 50	N = 100	N = 500
	55.324482	37.160619	15.883007	3.8952384
	3.5786E-7	2.4333E-7	1.032E-7	2.5255E-8
	8.9465E-6	6.0833E-6	2.5799E-6	6.3136E-7
	0.0000129	8.7599E-6	3.7151E-6	9.0916E-7

Pada Tabel 1 dapat dilihat bahwa penyebaran pendugaan covarians memiliki perbedaan yang mencolok antara jumlah sampel 30, 50, 100, dan 500. sehingga besar sampel akan mempengaruhi pendugaan covarians β .

SIMPULAN DAN SARAN

1. Simpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Metode GLS dan dekomposisi spectral dapat digunakan menduga parameter pada model linear data yang bersifat keruangan dengan pelanggaran asumsi varians galat $\sigma^2 I$ dan tidak terjadi multikolinearitas.
2. Penduga parameter dengan metode GLS dan dekomposisi spektral menghasilkan nilai penduga β yang mendekati nilai sebenarnya dan jika keheterogenan varians semakin diperkecil maka penduga yang dihasilkan akan semakin mendekati nilai sebenarnya.

2. Saran

Masih banyak penelitian yang perlu dikaji dalam pendugaan parameter pada metode lainnya. Oleh karena itu penulis mengharapkan kepada para pembaca untuk menelaah lebih lanjut. Penulis juga mengharapkan supaya menyempurnakan program makro yang telah penulis buat.

DAFTAR PUSTAKA

- Gujarati, N.D. 1997. *Ekonometrika Dasar*. Diterjemahkan Drs. Ak. Sumarno Zain, MBA. Erlangga, Jakarta.
- Myers, Raymond H. 1991. *A First Course In The Theory Of Linier Statistical Models*. Pws-Kent, Boston.
- Rao, C. R. 1973. *Linear Statistical Inference And Its Applications*. John Wiley and Sons, New York.
- Schabenberger, O dan Gotway, A.C. 2005. *Statistical Methods For Spatial Data Analysis*. Chapman and Hall, United States of America.
- Searle, S. R. 1971. *Linear Models*. John Wiley and Sons, New York.
- Usman, M. dan Warsono. 2009. *Teori Model Linear dan Aplikasinya*. Sinar Baru Algensindo, Bandung.