

ISSN : 2337-9057



# PROSIDING

PERIODE DESEMBER 2012

**SEMINAR HASIL PENELITIAN  
SAINS, EDUKASI DAN TEKNOLOGI INFORMASI  
15 DESEMBER 2012**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
2012**



## DAFTAR ISI

<b>Kelompok Matematika</b>	Halaman
PERBANDINGAN SEGIEMPAT LAMBERT PADA GEOMETRI EUCLID DAN NON-EUCLID Anggun Novita Sari, Muslim Ansori dan Agus Sutrisno	1-6
Ruang Topologi $T_0, T_1, T_2, T_3, T_4$ Anwar Sidik, Muslim Ansori dan Amanto	7-14
PENERAPAN GRAF DEBRUIJN PADA KONSTRUKSI GRAF EULERIAN Fazrie Mulia , Wamiliana , dan Fitriani	15-21
REPRESENTASI OPERATOR HILBERT SCHMIDT PADA RUANG BARISAN Herlisa Anggraini , Muslim Ansori, Amanto	22-27
ANALISIS APROKSIMASI FUNGSI DENGAN METODE MINIMUM NORM PADA RUANG HILBERT $C[a, b]$ (STUDI KASUS : FUNGSI POLINOM DAN FUNGSI RASIONAL) Ida Safitri, Amanto, dan Agus Sutrisno	28-33
Algoritma Untuk Mencari Grup Automorfisma Pada Graf Circulant Vebriyan Agung , Ahmad Faisol, Amanto	34-37
KEISOMORFISMAAN GEOMETRI AFFIN Pratiwi Handayani, Muslim Ansori, Dorrah Aziz	38-41
METODE PENGUKURAN SUDUT MES SEBAGAI KEBIJAKAN PENENTUAN 1 SYAWAL Mardiyah Hayati , Tiryono, dan Dorrah	42-44
KE-ISOMORFISMAAN GEOMETRI INSIDENSI Marlina , Muslim Ansori dan Dorrah Aziz	45-47
TRANSFORMASI MATRIKS PADA RUANG BARISAN $\mathbb{R}^n$ Nur Rohmah, Muslim Ansori dan Amanto	48-53
KAJIAN ANALITIK GEOMETRI PADA GERAK MEKANIK POLISI TIDUR (POLDUR) UNTUK PENGGERAK DINAMO Nurul Hidayah Marfiatin, Tiryono Ruby dan Agus Sutrisno	54-56
<i>INTEGRAL RIEMANN FUNGSI BERNILAI VEKTOR</i> Pita Rini, Dorrah Aziz, dan Amanto	57-63
ISOMORFISME BENTUK-BENTUK GRAF <i>WRAPPED BUTTERFLY NETWORKS</i> DAN <i>GRAF CYCLIC-CUBES</i> Ririn Septiana, Wamiliana, dan Fitriani	64-71
Ring Armendariz Tri Handono, Ahmad Faisol dan Fitriani	72-77
PERKALIAN DAN AKAR KUADRAT UNTUK OPERATOR <i>SELF-ADJOINT</i> Yuli Kartika, Muslim Ansori, Fitriani	78-81

### Kelompok Statistika

APROKSIMASI DISTRIBUSI <i>STUDENT</i> TERHADAP <i>GENERALIZED LAMBDA DISTRIBUTION</i> (GLD) BERDASARKAN EMPAT MOMEN PERTAMANYA Eflin Marsinta Uli, Warsono, dan Widiarti	82-85
ANALISIS CADANGAN ASURANSI DENGAN METODE ZILLMER DAN NEW JERSEY Eva fitrilia, Rudi Ruswandi, dan Widiarti	86-93
PENDEKATAN DISTRIBUSI GAMMA TERHADAP <i>GENERALIZED LAMBDA DISTRIBUTION</i> (GLD) BERDASARKAN EMPAT MOMEN PERTAMANYA Jihan Trimita Sari T, Warsono, dan Widiarti	94-97
PERBANDINGAN ANALISIS RAGAM KLASIFIKASI SATU ARAH METODE KONVENSIONAL DENGAN METODE ANOM Latusiania Oktamia, Netti Herawati, Eri Setiawan	98-103
PENDUGAAN PARAMETER MODEL POISSON-GAMMA MENGGUNAKAN ALGORITMA EM ( <i>EXPECTATION MAXIMIZATION</i> ) Nurashri Partasiwi, Dian Kurniasari dan Widiarti	104-109
KAJIAN CADANGAN ASURANSI DENGAN METODE ZILLMER DAN METODE KANADA Roza Zelvia, Rudi Ruswandi dan Widiarti	110-115
ANALISIS KOMPONEN RAGAM DATA HILANG PADA RANCANGAN <i>CROSS-OVER</i> Sorta Sundry H. S, Mustofa Usman dan Dian Kurniasari	116-121
PENDEKATAN DISTRIBUSI GOMPERTZ PADA CADANGAN ASURANSI JIWA UNTUK METODE ZILLMER DAN ILLINOIS Mahfuz Hudori, Rudi Ruswandi dan Widiarti	122-126
KAJIAN RELATIF BIAS METODE <i>ONE-STAGE</i> DAN <i>TWO-STAGE CLUSTER SAMPLING</i> Rohman, Dian Kurniasari dan Widiarti	127-130
PERBANDINGAN UJI HOMOGENITAS RAGAM KLASIFIKASI SATU ARAH METODE KONVENSIONAL DENGAN METODE ANOMV Tika Wahyuni, Netti Herawati dan Eri Setiawan	131-136
PENDEKATAN DISTRIBUSI KHI-KUADRAT TERHADAP <i>GENERALIZED LAMBDA DISTRIBUTION</i> (GLD) BERDASARKAN EMPAT MOMEN PERTAMANYA Tiyas Yulita, Warsono dan Dian Kurniasari	137-140

### Kelompok Kimia

TRANSESTERIFIKASI MINYAK SAWIT DENGAN METANOL DAN KATALIS HETEROGEN BERBASIS SILIKA SEKAM PADI ( $MgO-SiO_2$ ) EviRawati Sijabat, Wasinton Simanjuntak dan Kamisah D. Pandiangan	141-147
EFEK PENAMBAHAN SENYAWA EKSTRAK DAUN BELIMBING SEBAGAI INHIBITOR KERAK KALSIMUM KARBONAT ( $CaCO_3$ ) DENGAN METODE <i>UNSEEDED EXPERIMENT</i> Miftasani, Suharso dan Buhani	148-153

EFEK PENAMBAHAN SENYAWA EKSTRAK DAUN BELIMBING WULUH SEBAGAI INHIBITOR KERAK KALSIUM KARBONAT ( $\text{CaCO}_3$ ) DENGAN METODE <i>SEDED EXPERIMENT</i> PutriFebriani Puspita, Suharso dan Buhani	154-160
IDENTIFIKASI SENYAWA AKTIF DARI KULIT BUAH ASAM KERANJI ( <i>Dalium indum</i> ) SEBAGAI INHIBITORKOROSIBAJA LUNAK Dewi Kartika Sari, Ilim Wasinton dan Simanjuntak	161-168
TransesterifikasiMinyakSawitdenganMetanoldanKatalisHeterogenBerbasis SilikaSekamPadi( $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$ ) Wanti Simanjuntak, Kamisah D. Pandiangan dan Wasinton Simanjuntak	169-175
UJI PENDAHULUAN HIDROLISIS ONGGOK UNTUK MENGHASILKAN GULA REDUKSI DENGAN BANTUAN ULTRASONIKASI SEBAGAI PRAPERLAKUAN Juwita Ratna Sari dan Wasinton Simanjuntak	176-182
STUDI FORMULASI PATI SORGUM-GELATIN DAN KONSENTRASI <i>PLASTICIZER</i> DALAM SINTESA BIOPLASTIK SERTA UJI <i>BIODEGRADABLE</i> DENGAN METODE FISIK Yesti Harryzona dan Yuli Darni	183-190
<b>Kelompok Fisika</b>	
Pengaruh Variasi Suhu Pemanasan Dengan Pendinginan Secara Lambat Terhadap Uji <i>Bending</i> Dan Struktur Mikro Pada Baja Pegas Daun AISI 5140 Adelina S.E Sianturi, Ediman Ginting dan Pulung Karo-Karo	191-195
PengaruhKadar $\text{CaCO}_3$ terhadapPembentukanFaseBahanSuperkonduktorBSCCO-2212 denganDopingPb (BPSCCO-2212) Ameilda Larasati, Suprihatin dan Ediman GintingSuka	196-201
Variasi Kadar $\text{CaCO}_3$ dalamPembentukanFaseBahanSuperkonduktor BSCCO-2223 dengan Doping Pb (BPSCCO-2223) Fitri Afriani, Suprihatin dan Ediman Ginting Suka	202-207
Sintesis Bahan Superkonduktor BSCCO-2223 Tanpa Doping Pb Pada Berbagai Kadar $\text{CaCO}_3$ Heni Handayani, Suprihatin dan Ediman Ginting Suka	208-212
Pengaruh Variasi Waktu Penarikan dalam Pembuatan Lapisan Tipis $\text{TiO}_2$ dengan Metode Pelapisan Celup Dian Yulia Sari dan Posman Manurung	213-218
Pengaruh Suhu Sintering terhadap Karakteristik Struktur dan Mikrostruktur Komposit Aluminosilikat $3\text{Al}_2\text{O}_3, 2\text{SiO}_2$ Berbahan Dasar Silika Sekam Padi Fissilla Venia Wiranti dan Simon Sembiring	219-225
Sintesisdan KarakterisasiTitaniaSilikadenganMetode Sol Gel Revy Susi Maryanti dan Posman Manurung	226-230
Uji Fotokatalis Bahan $\text{TiO}_2$ yang ditambahdengan $\text{SiO}_2$ padaZatWarnaMetilenBiru Violina Sitorus dan Posman Manurung	231- 236

KARAKTERISTIK STRUKTUR DAN MIKROSTRUKTUR KOMPOSIT $B_2O_3$ - $SiO_2$ BERBASIS SILIKA SEKAM PADI DENGAN VARIASI SUHU KALSINASI Nur Hasanah, Suprihatin, dan Simon Sembiring	237-241
RANCANG BANGUN DAN ANALISIS ALAT UKUR MASSA JENIS ZAT CAIR BERBASIS MIKROKONTROLER ATmega8535 Prawoto, Arif Surtono, dan Gurum Ahmad Pauzi	242-247
ANALISIS BAWAH PERMUKAAN KELURAHAN TRIKORA KABUPATEN NGADA NTT MENGGUNAKAN METODE GPR ( <i>Ground Penetrating Radar</i> ) DAN GEOLISTRIK R. Wulandari, Rustadi dan A. Zaenudin	248-250
Analisis Fungsionalitas $Na_2CO_3$ Berbasis $CO_2$ Hasil Pembakara Tempurung Kelapa RizkySastia Ningrum, Simon Sembiring dan	251-256

# PENDEKATAN DISTRIBUSI KHI-KUADRAT TERHADAP GENERALIZED LAMBDA DISTRIBUTION (GLD) BERDASARKAN EMPAT MOMEN PERTAMANYA

Tiyas Yulita<sup>1</sup>, Warsono<sup>2</sup>, dan Dian Kurniasari<sup>2</sup>

*Mahasiswa Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Lampung, Bandar Lampung, Indonesia<sup>1</sup>*  
[yulitiatyas@gmail.com](mailto:yulitiatyas@gmail.com)

*Dosen Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Lampung, Bandar Lampung, Indonesia<sup>2</sup>*

## ABSTRAK

*Generalized Lambda Distribution* (GLD) adalah distribusi dengan empat parameter yang merupakan pengembangan dari distribusi Lambda Tukey satu parameter. Kelebihan dari GLD adalah mampu digunakan untuk mencocokkan data pada banyak keadaan, selain itu GLD juga dapat didekati oleh distribusi kontinu. Metode yang paling mudah digunakan untuk mencocokkan data adalah dengan metode momen. Pada penelitian ini metode momen digunakan dalam melakukan pendekatan distribusi khi-kuadrat terhadap GLD. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui nilai derajat bebas dari distribusi khi-kuadrat yang mampu mendekati GLD dengan sebaik mungkin. Derajat bebas dari distribusi khi-kuadrat digunakan untuk memperoleh empat momen pertamanya sekaligus dijadikan sebagai momen duga bagi GLD. Keduanya lalu dihubungkan untuk memperoleh parameter GLD. Kedekatan dari kedua distribusi tersebut dapat dilihat dari kurva yang dibentuk. Dari hasil penelitian diperoleh bahwa pada derajat bebas 92 distribusi khi-kuadrat mampu mendekati GLD dengan sangat baik.

**Kata kunci :** *Generalized Lambda Distribution* (GLD), distribusi khi-kuadrat, metode momen.

### 1. Pendahuluan

Mencocokkan suatu distribusi untuk data merupakan tugas penting dalam analisis data. Biasanya dilakukan pemilihan keluarga distribusi yang tepat terlebih dahulu, selanjutnya menentukan nilai bagi parameter distribusi yang cocok dengan mengamati data. Karakterisasi terhadap suatu distribusi dapat dilakukan dengan mengkaji momen dari distribusi tersebut. Momen memiliki peran penting dalam statistika karena mampu menjelaskan sebaran dari peubah acak. Dalam menduga parameter dari suatu distribusi dapat dilakukan dengan berbagai cara salah satunya metode momen.

*Generalized Lambda Distribution* (GLD) awalnya diusulkan oleh Ramberg dan Schmeiser (1974), yang memiliki empat parameter dari hasil generalisasi distribusi Lambda Tukey satu parameter yang telah terbukti berguna dalam berbagai hal seperti konstruksi industri, data atmosfer, finansial, dan kesehatan. Sejak awal 1970-an GLD telah diaplikasikan untuk

mencocokkan kejadian di banyak bidang. Yang paling menarik dari GLD adalah kemampuannya untuk didekati berbagai macam bentuk distribusi kontinu. Distribusi kontinu yang digunakan untuk mendekati GLD dalam penelitian ini adalah distribusi khi-kuadrat  $\chi^2(v)$ . Sebaran  $\chi^2(v)$  bergantung pada derajat bebasnya, untuk setiap derajat bebas terdapat satu sebaran  $\chi^2(v)$  sehingga penulis ingin mengetahui kedekatan antara distribusi  $\chi^2(v)$  terhadap GLD dengan memperoleh derajat bebas  $\chi^2(v)$  yang tepat.

### 2. Generalized Lambda Distribution (GLD)

Karian dan Dudewicz (2000)<sup>[2]</sup> mendefinisikan *Generalized Lambda Distribution* (GLD) dengan parameter  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  dinotasikan  $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ , maka fungsi persentilnya (invers dari fungsi distribusinya  $F(x)$ ) adalah

$$F^{-1}(x) = Q(y) = Q(y; \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) \\ = \lambda_1 + \frac{y^{\lambda_3} - (1-y)^{\lambda_4}}{\lambda_2}$$

dengan  $0 \leq y \leq 1$ .

Parameter  $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$  menunjukkan lokasi dan skala parameter (*scale parameter*),  $\lambda_3$  dan  $\lambda_4$  menunjukkan kemenjuluran (*skewness*) dan keruncingan (*kurtosis*) dari  $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ ,

Karian dan Dudewicz (2000)<sup>[2]</sup> juga mengemukakan fungsi densitas untuk  $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$  yaitu

$$f(x) = \frac{\lambda_2}{\lambda_3 y^{\lambda_3 - 1} + \lambda_4 (1 - y)^{\lambda_4 - 1}}$$

dengan  $x = Q(y)$ .

Empat momen pertama GLD yang dijelaskan oleh Karian dan Dudewicz (2000)<sup>[2]</sup> adalah sebagai berikut :

Jika  $X$  adalah  $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$  dengan  $\lambda_3 > -\frac{1}{4}$  dan  $\lambda_4 > -\frac{1}{4}$  maka empat momen pertamanya adalah  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  (*mean, variance, skewness, kurtosis*), diberikan oleh :

$$\alpha_1 = \mu = E(X) = \lambda_1 + \frac{A}{\lambda_2}$$

$$\alpha_2 = \sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \frac{B - A^2}{\lambda_2^2}$$

$$\alpha_3 = \frac{E[(X - E(X))^3]}{\sigma^3} = \frac{C - 3AB + 2A^3}{\lambda_2^3 \sigma^3}$$

$$\alpha_4 = \frac{E[(X - E(X))^4]}{\sigma^4} = \frac{D - 4AC + 6A^2B - 3A^4}{\lambda_2^4 \sigma^4}$$

Dimana

$$A = \frac{1}{1 + \lambda_3} - \frac{1}{1 + \lambda_4}$$

$$B = \frac{1}{1 + 2\lambda_3} + \frac{1}{1 + 2\lambda_4} - 2\beta(1 + \lambda_3, 1 + \lambda_4)$$

$$C = \frac{1}{1 + 3\lambda_3} - \frac{1}{1 + 3\lambda_4} - 3\beta(1 + 2\lambda_3, 1 + \lambda_4) + 3\beta(1 + \lambda_3, 1 + 2\lambda_4)$$

$$D = \frac{1}{1 + 4\lambda_3} + \frac{1}{1 + 4\lambda_4} - 4\beta(1 + 3\lambda_3, 1 + \lambda_4) + 6\beta(1 + 2\lambda_3, 1 + 2\lambda_4) - 4\beta(1 + \lambda_3, 1 + 3\lambda_4)$$

### 3. Distribusi Khi-Kuadrat

Hogg dan Tanis (2001)<sup>[1]</sup> memberikan definisi dari distribusi khi-kuadrat sebagai berikut :

Jika  $X$  merupakan peubah acak yang berdistribusi gamma ( $\alpha, \theta$ ) dengan  $\theta = 2$  dan  $\alpha = \frac{v}{2}$ , dimana  $v$  bilangan bulat positif, maka fungsi densitasnya adalah :

$$f(x) = \frac{1}{v} \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} e^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{v}{2} - 1}; 0 \leq x < \infty$$

Dikatakan bahwa  $X$  berdistribusi khi-kuadrat dengan derajat bebas  $v$ , dilambangkan dengan

$\chi^2(v)$ . Rataan dan ragam dari distribusi khi-kuadrat adalah

$$\mu = v \text{ dan } \sigma^2 = 2v$$

Diketahui bahwa rata-rata sama dengan derajat bebas, dan ragam sama dengan dua kali derajat bebasnya. Sedangkan fungsi pembangkit momennya adalah sebagai berikut :

$$M_X(t) = (1 - 2t)^{-\frac{v}{2}}; t < \frac{1}{2}.$$

### 4. Nilai Parameter $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ dari Derajat Bebas Distribusi Khi-Kuadrat

Metode momen merupakan metode yang digunakan untuk menduga parameter dari suatu distribusi tertentu. Keempat momen pertama dari distribusi khi-kuadrat adalah

$$\alpha_1 = \mu = E(X) = v$$

$$\alpha_2 = \sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = 2v$$

$$\alpha_3 = \frac{E(X - E(X))^3}{\sigma^3} = 2 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{v}}$$

$$\alpha_4 = \frac{E(X - E(X))^4}{\sigma^4} = 3 + \frac{12}{v}$$

Nilai bagi keempat parameter GLD ditentukan dari empat momen pertama distribusi khi-kuadrat tersebut dengan menggunakan tabel *Appendix B* (lihat Karian dan Dudewicz (2000)). Berikut akan diberikan nilai beberapa derajat bebas  $\chi^2(v)$ , serta nilai parameter  $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$  yang diperoleh.

Tabel 1. Nilai derajat bebas  $\chi^2(v)$  dan keempat parameter  $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ .

$\chi^2(v)$	$GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$			
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
1				
2	3.98545418	0.00054047	-0.00000407	-0.00107600
10	7.17122335	0.02168055	0.02516130	0.09394014
12	9.04432933	0.02179354	0.02992108	0.10310302
30	26.44204990	0.01895987	0.05572516	0.13667632
50	46.13366529	0.01627281	0.06974600	0.14694000
91	86.84596278	0.01304763	0.08469010	0.15244293
92	87.84148102	0.01299104	0.08494269	0.15249311

Dari Tabel 1. Dapat diketahui bahwa pada parameter GLD yaitu  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  diperoleh nilai  $\lambda_1$  semakin besar seiring dengan meningkatnya derajat bebas. Sedangkan untuk  $\lambda_2$  semakin besar untuk derajat bebas yang meningkat dari 2 sampai 12, namun nilai tersebut menurun dengan meningkatnya derajat bebas dari 13 sampai 92. Pada parameter  $\lambda_3$ , dan  $\lambda_4$  nilainya semakin besar seiring meningkatnya derajat bebas. Dari nilai keempat parameter GLD yang diperoleh, kenaikan derajat bebas paling mempengaruhi perubahan pada nilai  $\lambda_1$ .

Derajat bebas distribusi  $\chi^2(v)$  dan keempat parameter GLD yang telah diperoleh akan dipergunakan dalam membentuk kurva fungsi densitas untuk mengetahui kedekatan dari kedua distribusi.

### 5. Kurva Fungsi Densitas Distribusi $\chi^2(v)$ dan $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$

Pencocokan kurva dari fungsi densitas pada distribusi  $\chi^2(v)$  dan  $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$  dilakukan untuk mengetahui kedekatan dari kedua distribusi tersebut pada setiap derajat bebas. Kurva (*plotting*) dibentuk dari fungsi densitas  $f(x)$  distribusi  $\chi^2(v)$  dan  $\hat{f}(x)$   $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ . Dalam pembentukan kurva untuk fungsi densitas  $\chi^2(v)$  dilakukan seperti biasanya, dimana  $f(x)$  merupakan suatu fungsi khusus dari  $x$ . Untuk GLD, pembentukan kurva  $\hat{f}(x)$  dilakukan dengan cara yang berbeda karena pada bagian sebelumnya memberikan fungsi densitas  $\hat{f}(x)$  dengan  $x = Q(y)$ . Nilai  $y$  berada pada selang  $(0,1)$  dimana  $y = (0.01, 0.02, 0.03, \dots, 0.99)$ . Selanjutnya memperoleh nilai  $x$  pada setiap  $y$  kemudian memperoleh  $\hat{f}(x)$ . Sehingga diperoleh pasangan-pasangan titik  $(x, \hat{f}(x))$  dan menghubungkannya menjadi kurva. Selain melihat kedekatan kurva secara langsung, pemeriksaan kedekatan kurva pada derajat bebas tertentu juga dilakukan dengan menghitung selisih terbesar dari nilai fungsi densitas kedua distribusi tersebut hingga memperoleh selisih yang kurang dari  $10^{-3}$

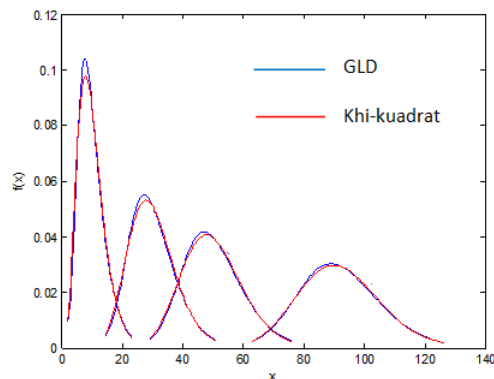
$$\max_{1 \leq i \leq 99} |\hat{f}(x) - f(x)|$$

Nilai  $y$  juga akan diambil pada beberapa kelompok nilai yang berbeda diantara selang  $(0,1)$  sebagai berikut :

- 999 nilai pada selang  $(0,1)$  yaitu  $y = (0.001, 0.002, 0.003, \dots, 0.999)$ .
- 2999 nilai pada selang  $(0,1)$  yaitu  $y = (0.00033, 0.00066, 0.00099 \dots, 0.9997)$
- 4999 nilai pada selang  $(0,1)$  yaitu  $y = (0.0002, 0.0004, 0.0006 \dots, 0.9998)$ .

Hal ini bertujuan untuk melihat perbedaan dari kedekatan kurva fungsi densitas distribusi  $\chi^2(v)$  dan  $GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$  pada setiap kelompok nilai.

Berikut ini akan diberikan beberapa plot kurva fungsi densitas dari kedua distribusi.



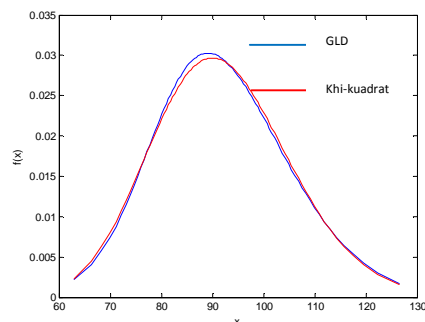
Gambar 1. Plot kurva (kiri ke kanan) dari fungsi densitas distribusi  $\chi^2(10)$ ,  $\chi^2(30)$ ,  $\chi^2(50)$ ,  $\chi^2(92)$  dan GLD pada kelompok nilai 99

Pada Gambar 1. di atas dapat dilihat bentuk kurva dengan derajat bebas yang semakin besar. Pada derajat bebas 10, kurva memiliki ekor yang memanjang ke kanan dengan puncak yang lebih tinggi dari derajat bebas lain. Pada derajat bebas 30, kurva memiliki bentuk yang mendekati simetris dengan puncak yang lebih rendah dan ekor yang semakin memanjang, begitupula pada derajat bebas 50 dan 92. Kedekatan dari kurva  $\chi^2(v)$  dan GLD pada derajat bebas tersebut dapat diketahui dengan menghitung nilai selisih terbesar

$$\begin{aligned} v = 10, \max_{1 \leq i \leq 99} |\hat{f}(x) - f(x)| &= 0.00773925 \\ v = 30, \max_{1 \leq i \leq 99} |\hat{f}(x) - f(x)| &= 0.00270546 \\ v = 50, \max_{1 \leq i \leq 99} |\hat{f}(x) - f(x)| &= 0.00173462 \\ v = 92, \max_{1 \leq i \leq 99} |\hat{f}(x) - f(x)| &= 0.00099396 \end{aligned}$$

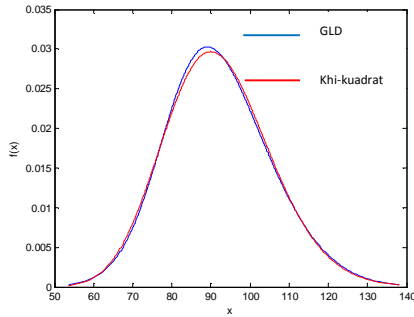
Nilai selisih terbesar yang paling kecil mencapai  $9.9 \times 10^{-4}$  berada pada derajat bebas 92 yang berarti bahwa distribusi  $\chi^2(92)$  mampu mendekati GLD dengan sangat baik.

Perbedaan dari kelompok nilai dapat dilihat pada kurva berikut :

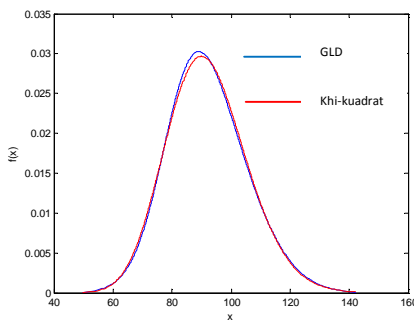


Gambar 2. Plot kurva fungsi densitas distribusi  $\chi^2(92)$  dan GLD pada kelompok nilai 99

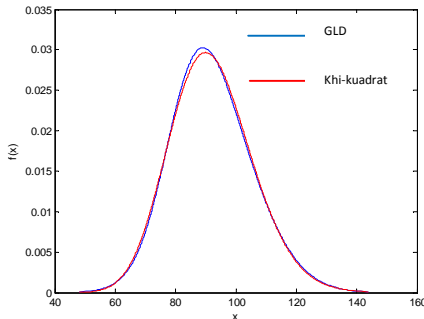




Gambar 3. Plot kurva fungsi densitas distribusi  $\chi^2(92)$  dan GLD pada kelompok nilai 999



Gambar 4. Plot kurva fungsi densitas distribusi  $\chi^2(92)$  dan GLD pada kelompok nilai 2999



Gambar 5. Plot kurva fungsi densitas distribusi  $\chi^2(92)$  dan GLD pada kelompok nilai 4999

Gambar di atas memperlihatkan perbedaan kurva dari keempat kelompok nilai. Pada keempat gambar di atas, kedua kurva fungsi densitas  $\chi^2(92)$  dan GLD saling berhimpit, berbentuk simetris dengan puncak yang landai. Pada Gambar 5, kurva memiliki ekor yang jauh lebih panjang dari pada kelompok nilai lain. Kedekatan dari kedua kurva pada empat kelompok nilai di atas dapat diketahui dari nilai selisih terbesarnya yaitu

$$\max_{1 \leq i \leq 99} |\hat{f}(x) - f(x)| = 0.00099396$$

$$\max_{1 \leq i \leq 999} |\hat{f}(x) - f(x)| = 0.00099400$$

$$\max_{1 \leq i \leq 2999} |\hat{f}(x) - f(x)| = 0.00099400$$

$$\max_{1 \leq i \leq 4999} |\hat{f}(x) - f(x)| = 0.00099400$$

Nilai selisih dari keempat kelompok nilai tersebut memberikan hasil yang tidak jauh berbeda.

Tabel 2. Nilai selisih maksimum pada keempat kelompok nilai untuk tiap derajat bebas.

No	v	$\max_{1 \leq i \leq 99}  \hat{f}(x) - f(x) $	$\max_{1 \leq i \leq 999}  \hat{f}(x) - f(x) $	$\max_{1 \leq i \leq 2999}  \hat{f}(x) - f(x) $	$\max_{1 \leq i \leq 4999}  \hat{f}(x) - f(x) $
1	1				
2	2	6.75505898	67.75363927	204.02998483	340.79953305
3	10	0.00773925	0.00779449	0.00779504	0.02711018
4	12	0.00609650	0.00614808	0.00614808	0.00614808
5	30	0.00270546	0.00270676	0.00270677	0.00270677
6	50	0.00173462	0.00173558	0.00173558	0.00173558
7	91	0.00100410	0.00100415	0.00100415	0.00100415
8	92	0.0009939	0.00099400	0.00099400	0.00099400

Beberapa nilai ekstrim diperoleh pada keempat kelompok nilai yang tertera pada Tabel 2. Pada derajat bebas 2 nilai ekstrim diperoleh pada keempat kelompok nilai, hal ini terjadi karena pada derajat bebas 2, keempat momen pertama pada distribusi khi-kuadrat sama dengan distribusi eksponensial ( $\theta = 2$ ). Jika dilihat dari nilai maksimum serta nilai ekstrimnya, kelompok nilai 99 memberikan hasil yang lebih baik, sehingga pendekatan distribusi khi kuadrat terhadap GLD sebaiknya dilakukan pada nilai (0.01, 0.02, 0.03, . . . , 0.99).

## 6. Kesimpulan

Dari hasil penelitian ini dapat diperoleh beberapa kesimpulan yaitu semakin besar derajat bebas, kurva yang dihasilkan dari kedua distribusi akan semakin dekat, landai dan simetris. Pengaruh perubahan derajat bebas  $\chi^2(v)$  terhadap parameter GLD yang terbesar terjadi pada parameter  $\lambda_1$ . Jika dilihat dari kurva yang diperoleh maka kurva fungsi densitas dari distribusi  $\chi^2(v)$  dan GLD ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ ) yang terdekat berada pada derajat bebas 92 dengan nilai  $\max |\hat{f}(x) - f(x)| < 10^{-3}$ .

## DAFTAR PUSTAKA

- [1]Hogg, V.A. dan Tanis, A.E. 2001. *Probability and Statistical Inference*. Edisi ke-6. Prentice-Hall, New Jersey.
- [2]Karian, Z. A. dan Dudewicz, E. J. 2000. *Fitting Statistical Distribution The Generalized Lambda Distributions and Generalized Bootstrap Methods*. CRC Press,Florida.