



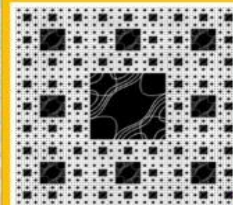
PELUANG MENGHILIRKAN MATEMATIKA MELALUI RISET MATEMATIKA: STUDI KASUS MATEMATIKA KOMPUTASI PADA DESAIN MOTIF BATIK FRAKTAL DAN KRIPTOGRAFI CITRA

Matematika Komputasi
dan
Motif Batik Fraktal (1)

PEMETAAN/MAPPING

$$f_{\mu} : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$$

$$(x, y) \mapsto \left(\frac{(1 - \mu x^2)}{y(x^2 - \mu)}, x \right)$$



SOLUSI

$$F(x, y) = \mu \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) - \left(xy + \frac{1}{xy} \right)$$

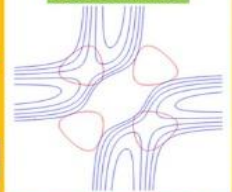
KARPET SIENPERSKI

$$H \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

Data Image
(MATEMATIKA KOMPUTASI)

Image Processing (KOMPUTER SAINS)

SOLUSI GEOMETRIS



Pidato Pengukuhan

Disajikan pada Upacara Penerimaan Jabatan Guru Besar
Pada Fakultas MIPA Universitas Lampung
Tanggal 22 September 2021

Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.

PELUANG MENGHILIRKAN MATEMATIKA MELALUI RISET MATEMATIKA: STUDI KASUS MATEMATIKA KOMPUTASI PADA DESAIN MOTIF BATIK FRAKTAL DAN KRIPTOGRAFI CITRA

Pidato Pengukuhan

Disajikan pada Upacara Penerimaan Jabatan Guru Besar
Pada Fakultas MIPA Universitas Lampung
Tanggal 22 September 2021

Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU
PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2021**

**Undang-undang Republik Indonesia Nomor 28 tahun 2014 tentang Hak Cipta
Lingkup Hak Cipta**

Pasal 1

Hak Cipta adalah hak eksklusif pencipta yang timbul secara otomatis berdasarkan prinsip deklaratif setelah suatu ciptaan diwujudkan dalam bentuk nyata tanpa mengurangi pembatasan sesuai dengan ketentuan peraturan perundang-undangan.

Ketentuan Pidana Pasal 113

- (1) Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 100.000.000 (seratus juta rupiah).
- (2) Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).
- (3) Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf a, huruf b, huruf e, dan/atau huruf g untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 4 (empat) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 1.000.000.000,00 (satu miliar rupiah).
- (4) Setiap Orang yang memenuhi unsur sebagaimana dimaksud pada ayat (3) yang dilakukan dalam bentuk pembajakan, dipidana dengan pidana penjara paling lama 10 (sepuluh) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 4.000.000.000,00 (empat miliar rupiah).



**PELUANG MENGHILIRKAN MATEMATIKA MELALUI RISET
MATEMATIKA: STUDI KASUS MATEMATIKA KOMPUTASI
PADA DESAIN MOTIF BATIK FRAKTAL DAN KRIPTOGRAFI
CITRA**

Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.

Hak Cipta dilindungi Undang-Undang

Dilarang memperbanyak isi buku ini dengan
cara apapun tanpa izin tertulis dan penulis

Design Cover:

Aura Publishing Design

Kata Pengantar

Ucapan terima kasih yang tulus disampaikan kepada Senat dan Pimpinan Universitas Lampung yang telah memberikan kesempatan kepada saya untuk menyampaikan naskah Orasi Ilmiah ini dihadapan pejabat Eksekutif-Normatif dan Sivitas Akademika Universitas Lampung yang terhormat.

Buku Orasi Ilmiah ini diawali dengan sebuah prolog tentang Matematika dan hilirisasinya yang dideskripsi dalam dua subbagian. Subbagian pertama mendeskripsikan Matematika dan perkembangannya yang ditinjau dari sejarah Matematika dan ilmu Matematika. Sementara subbagian kedua mendeskripsikan tentang Hilirisasi riset Matematika. Dua bagian berikutnya, di paparkan kontribusi penulis dalam bidang Matematika, khususnya Matematika Komputasi dan potensi aplikasinya pada seni desain motif batik fraktal dan pengamanan citra/gambar (kriptografi citra). Pada bagian penutup buku ini, epilog tentang tantangan hilirisasi riset Matematika melalui turunannya (Matematika Komputasi) dalam bidang yang dibahas juga disampaikan.

Buku Orasi Ilmiah ini, selain disampaikan sebagai bentuk komitmen dan pertanggungjawaban akademis saya sebagai seorang yang baru menerima amanah jabatan fungsional guru besar, juga merupakan karya ilmiah yang saya dedikasikan untuk keluarga kedua orang tua/mertua, tim pembimbing/tim supervisor/tim promotor tugas akhir saya, serta untuk mengenang sahabat/kolega saya yang telah lebih dahulu “pergi” meninggalkan tugas-tugas akademik untuk selama-lamanya, yaitu kakanda **Drs. Suharsono S., Ph.D.** (Unila, 2020), kakanda **Dr. Sutimin, M.Si.** (Undip, 2021), dan kakanda **Dr. M. Hamdi, M.Sc.** (Unri, 2021).

Kenangan indah dalam bersusah-payah menimba ilmu pengetahuan untuk memenuhi syarat lulus masuk program Sarjana, Magister dan/atau Doktoral merupakan kenangan yang sulit dilupakan dan dinyatakan dengan rangkaian kata-kata. Tanpa doa, motivasi, dan bantuan materi/non materi dari mereka saya bukanlah apa-apa. Wallahu'alam..

Bandar Lampung, 22 September 2021
Penulis,

Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.
NIP. 19690213 199402 1 001

Daftar Isi

Kata Pengantar.....	v
Daftar Isi	vii
Prolog: Matematika dan Hilirisasinya	3
a. Matematika dan Perkembangan Risetnya (Tinjauan Historis) .	3
b. Memaknai Hilirisasi Riset Matematika	5
A. Pemetaan 2D dan Aplikasinya pada Desain Motif Batik Fraktal	8
A.1 Pemetaan Nonlinear 2D dengan Bentuk-bentuk Kurva Simetris	8
A.2 Pemetaan Linear 2D Karpetsierpiński	10
A.3 Karpetsierpiński dan Kesimetrian Pola Motif Batik	13
B. Pemetaan Linear 2D dan Aplikasinya pada Kriptografi Citra.	17
B.1 Pemetaan Linear 2D yang Diturunkan dari Persamaan Rekursif Orde Dua	17
B.2 Aplikasi Pemetaan Linear 2D pada Kriptografi Citra.	22
Epilog: Tantangan Menghilirkan Riset Matematika Melalui Matematika Komputasi Pada Desain Motif Batik Fraktal dan Kriptografi Citra	25
Daftar Pustaka.....	28
Lampiran 1. Tabel 1. Klasifikasi Matematika berdasarkan Mathematics Subject Classification – MSC2020 yang dikeluarkan oleh zbMATH Open.....	30
Lampiran 2. 51 (lima puluh satu) Ilmuan Matematika Ternama Dunia.....	35

ORASI ILMIAH PELUANG MENGHILIRKAN MATEMATIKA MELALUI RISET MATEMATIKA: STUDI KASUS MATEMATIKA KOMPUTASI PADA DESAIN MOTIF BATIK FRAKTAL DAN KRIPTOGRAFI CITRA

Oleh
La Zakaria

Bismillahirrahmanirrahim..

Assalamu'alaykum warahmatullahi wabarakatuh..

Tabik Puun..

Yang Terhormat Bapak Presiden dan Wakil Presiden Republik Indonesia beserta Kabinet Indonesia Maju, terkhusus Bapak Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Republik Indonesia.

Yang Terhormat Bapak/Ibu Ketua dan para Anggota Senat Universitas Lampung.

Yang Terhormat Bapak Rektor dan para Wakil Rektor Universitas Lampung.

Yang Terhormat Bapak Gubernur Lampung atau yang mewakili.

Yang Terhormat Ibu Walikota Bandar Lampung atau yang mewakili.

Yang Terhormat Bapak/Ibu Dekan Fakultas MIPA dari berbagai Universitas di Indonesia (mohon maaf tidak bisa disebutkan namanya satu persatu).

Yang Terhormat Bapak/Ibu para Profesor/Guru Besar dari berbagai Fakultas MIPA di Indonesia, (mohon maaf tidak bisa disebutkan namanya satu persatu).

Yang Terhormat Bapak/Ibu para Undangan dari berbagai dinas dan instansi di Provinsi Lampung, mohon maaf tidak bisa disebutkan namanya satu persatu.

Yang Terhormat Bapak/Ibu para Dekan dan Wakil Dekan di lingkungan Universitas Lampung.

Yang Terhormat para Profesor/Guru Besar dan seluruh Dosen serta Tenaga Kependidikan di lingkungan Universitas Lampung.

Yang Terhormat para Alumni dan mahasiswa Prodi Sarjana (S1) Matematika, Prodi Magister (S2) Matematika, dan Prodi Doktor MIPA Fakultas MIPA Universitas Lampung.

Yang Terhormat Ibu-Ibu Pengurus Dharma Wanita Persatuan Universitas Lampung.

Yang Terhormat Dewan Guru SD 004-SMP Neg.1-SMA Neg 1 Dabo Singkep-Kepri

Yang Terhormat Prof. Mashadi, Bapak Johanes Kho dan Bapak Asmara Karma, Unri-Pekanbaru.

Yang Terhormat Prof. GRW Quispel dan Dr. David McLaren, La Trobe University-Melbourne, Australia

Yang Terhormat Dr. J.M. Tuwankotta dan Prof. Wono Setya Budhi, ITB-Bandung

Yang Terhormat Sahabat/Kolega/Pemerhati Matematika di Indonesia serta Pimpinan dan anggota IndoMS, (mohon maaf tidak bisa disebutkan namanya satu persatu).

Yang Terhormat para hadirin dan tamu undangan.

Puji syukur tulus-ikhlas kehadirat Allah SWT atas iman, hidayah, taufiq serta izin-ridhoNya sehingga saya dapat menyampaikan Orasi Ilmiah Pengukuhan Jabatan Fungsional Guru Besar di bidang Matematika dalam Sidang Terbuka Senat Universitas Lampung. Shalawat dan salam semoga tercurahkan kepada Baginda Nabi Muhammad SAW semoga kita mendapat safa'atnya di hari akhir nanti, aamiin ya robbal 'alamiin.

Prolog:

Matematika dan Hilirisasinya

Untuk kesederhanaan penyampaian pemikiran dalam bagian ini, penulis menyampaikannya dalam dua bagian yaitu *Matematika dan Perkembangannya (Tinjauan Historis)* dan *Hilirisasi Matematika*.

a. Matematika dan Perkembangan Risetnya (Tinjauan Historis)

Jauh sebelum manusia modern mengenal istilah “Geometri” atau “Trigonometri”, pada masa 30,000 SM, manusia **Zaman Batu Tua** sudah menggunakan Matematika dalam kehidupan mereka, akan tetapi belum menggunakan simbol-simbol angka seperti yang sekarang diketahui (lihat Hodgkin, L. 2005). Sebagai contoh, simbol angka dalam Gambar 1 yang merupakan peninggalan bangsa **Babylonia** (sekitar 1800 SM). Peninggalan kuno ini, mengindikasikan bahwa bangsa Babylonia telah mengenal istilah bilangan dengan basis 60 (sexagesimal). Istilah *tally* (goresan yang setiap kelompok terdiri dari 5 goresan dan dipakai dalam proses menghitung), sudah digunakan di kalangan masyarakat **Mesir** (tahun 600–300 SM) (lihat Gambar 2). Dari dua waktu ini, diperoleh informasi bahwa kehidupan masyarakat purbakala pun sudah menggunakan Matematika untuk melakukan aktivitas terkait *bilangan, ukuran, urutan, dan bentuk*.

┐	1	π	2	ππ	3	▽	4
▽	5	πππ	6	▽	7	▽▽	8
πππ	9	<	10	<┐	11	<π	12
<ππ	13	<▽	14	<▽	15	<ππ	16
<▽	17	<▽	18	πππ	19	«	20
«	30	«	40	«	50	┐	60

Cuneiform	Transliteration	Decimal value
┐<▽	1, 15	75
┐«	1, 40	100
<ππ<ππ	16, 43	1003
«▽«ππ«	44, 26, 40	160000
┐«▽«┐<	1, 24, 51, 10	305470

Gambar. 1 Simbol Angka Bangsa Babylonia. Angka-angka runcing dasar 1-60. (kiri) dan Angka-angka runcing yang bernilai lebih besar (kanan).



Gambar. 2

Tally dalam Tablet VAT16773 (2500 BC). Alat hitung bangsa Mesir.

Arti kata Matematika dapat dijumpai dalam sejumlah referensi. Satu diantaranya adalah yang disampaikan dalam sebuah laman web bernama *Encyclopedia Britannica* yaitu <https://www.britannica.com/science/mathematics> (lihat Berggren dkk, No Year). Dalam *Encyclopedia Britannica*, Matematika merupakan ilmu tentang struktur, keteraturan, dan hubungan yang telah berkembang dari praktik unsur menghitung, mengukur, dan menggambarkan bentuk benda. Ini berkaitan dengan penalaran logis dan perhitungan kuantitatif, dan perkembangannya telah melibatkan peningkatan derajat idealisasi dan abstraksi materi pelajarannya. Ilmuan Matematika ternama di dunia saat ini terdata lebih dari 50 orang (lihat Lampiran 2). Ilmuan Matematika sebelum era **Socrates** (470-399 SM) diantaranya ada **Thales** (625-547 SM), dan **Pythagoras** (570-490 SM). Sementara pada era **Socrates**, terdapat ilmuan Matematika **Eudoxus** (408-355 SM), **Plato** (427-327 SM), **Aristoteles** (384-322 SM), **Euclid** (325-265 SM), **Archimedes** (287-212 SM), dan **Hipparchus** (190-120 SM) (lihat <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk> untuk biografi lengkap para ilmuan Matematika). Informasi para ilmuan Matematika dan aplikasi Matematika setelah tahun masehi dapat

dijumpai secara rinci dan relatif lengkap pada kedua laman web yang disebutkan sebelumnya dan juga dapat diperoleh dalam naskah pidato **Prof. Hendra Gunawan** dalam sidang MGB ITB tahun 2007. (lihat Gunawan, 2007). Beberapa diantaranya adalah **Diophantus** dari Alexandria pada tahun 250-an, Matematikawan India **Brahmagupta** (598-665), dan **Ibnu Musa al Khwarizmi** (780-850). Selama abad pertengahan terdapat Matematikawan **Fibonacci** (1170-1250), **René Descartes** (1596-1650), **Pierre de Fermat** (1601-1665), **Isaac Newton** (1643-1727), **Gottfried von Leibniz** (1646-1716), **Jacob Bernoulli** (1654-1705), **Johann Bernoulli** (1667-1748), **Daniel Bernoulli** (1700-1782), **Leonhard Euler** (1707-1783), **Jean Le Rond d'Alembert** (1717-1783), **Pierre Simon Laplace** (1749-1827), **Jean Baptiste Joseph Fourier** (1768-1830), dan **Karl Friedrich Gauss** (1777-1855). Pada abad ke-17, seorang Matematikawan dan ahli Fisika berkebangsaan Swiss, **Leonhard Euler**, hasil karyanya mempengaruhi semua bidang fisika dan di banyak bidang rekayasa. Mengikuti jejak langkah Euler, **Joseph Louis Lagrange**, ahli Fisika Matematika Perancis, dan **Jean Baptiste Fourier**. Formula Euler-Fourier memberikan aplikasi yang luas dan beraneka macam untuk bidang fisika, termasuk akustik dan teori elektromagnetik. Singkatnya, ilmuan Matematika sejak era sebelum Socrates hingga kini mempunyai keahlian tidak hanya bidang Matematika saja tetapi juga bidang-bidang sains lainnya. Hal ini dapat dilihat dari sumbangan Matematika terhadap perkembangan Ilmu dan Teknologi diantaranya *Boolean Aljabar* untuk komputer berdigital modern, *Splines* untuk merubah bentuk 3 dimensi, *Fuzzy* (peralatan elektronik, finansial, peternakan), Metode Numerik untuk bidang teknik, Rantai Markov untuk bidang finansial dan ekonomi. Ini pertanda baik bahwa Matematika bisa berada dimana-mana untuk menyelesaikan persoalan dunia nyata yang dihadapi manusia.

b. Memaknai Hilirisasi Riset Matematika

Bermula pada saat ikut perkuliahan Filsafat Sains yang diadakan oleh Sekolah Pascasarja ITB di penghujung tahun 2011. Kala itu, Prof. Drs. Ir. Lilik Hendrajaya, M.Sc. Ph.D. (Guru Besar Fisika

Bumi, FMIPA – ITB) merupakan penanggung jawab matakuliah tersebut. Dalam catatan kuliah yang dibagikan ada kalimat “Sains dasar adalah pengetahuan yang mempelajari hal-hal dasar yang terkait dengan pemahaman ilmu pengetahuan yaitu: Dasar berpikir logis, kuantitatif analitik; Hukum-hukum alam, prinsip-prinsip proses alam; Pengetahuan tentang material; dan Pengetahuan tentang kehayatan” (Hendrajaya, 2011). Sebagai seorang mahasiswa doktoral bidang Matematika kala itu kata/frase “Dasar berpikir logis, kuantitatif analitik” mengarah kepada dirinya.

Pandang diagram dalam Gambar 3 (Hendrajaya, 2011).



Gambar 3. Diagram keterkaitan sains dasar (matematika, fisika, kimia biologi) dan turunannya yang merupakan penjabarannya dengan permasalahan dan kebutuhan hidup bersama.

Perhatikan diagram pada Gambar 3. Sains Dasar jika dihadapkan pada permasalahan yang terkait dengan kehidupan dan kebutuhan hidup manusia, maka terjadilah proses **penghiliran** menuju kelompok ilmu pengetahuan antara lain: Kedokteran dan Kesehatan, Bioproses dan Teknologi Agro, Rekayasa dan Teknologi Industri, serta Sosial Ekonomi dan Kemanusiaan. Pertanyaan yang muncul setelah membaca diagram dalam Gambar 3 kala itu, bagaimana ilmuan Matematika dapat memahami konsep hilirisasi

Matematika melalui sebuah contoh kongkrit? Untuk menjawab pertanyaan ini ilmuwan Matematika dapat mulai dari salah satu dari 3 (tiga) pendekatan menghilirkan Sains Dasar (lihat Hendrajaya, 2011). Salah satu cara yang dimaksud, berkenaan dengan bidang Matematika, adalah dengan mengikuti penghiliran turunan Matematika. Misalnya, ilmuwan Matematika mengembangkan potensi diri mengaitkan konsep Matematika dengan permasalahan-permasalahan dunia nyata (*the real world problems*). Sebagai contoh kongkrit, konsep Matematika Kalkulus-Diferensial dan Peluang yang dikembangkan menjadi Matematika/Statistika Aktuaria untuk kemudian digunakan pada komoditas jasa asuransi yang dilekatkan pada kegiatan dan resiko kehidupan. Produk asuransi kemudian dipasarkan secara global pada dunia perdagangan internasional (transportasi, infrastruktur, dan kenyamanan manusia). Atau konsep Matematika logika dan fungsi dikerjakan dengan menggunakan Metode Numerik yang melibatkan pemrograman komputer didalamnya (Matematika Komputasi) untuk kemudian bersamaan dengan konsep *Artificial Intellegence* (AI) (Ilmu Komputer) menghasilkan sebuah Sistem Pakar yang efesien dan efektif untuk berbagai kehidupan manusia, misalnya Sistem Pakar Pendeteksi Penyakit Diabetes dalam Ilmu Kesehatan. Masih banyak lagi contoh lain yang dapat ditelusuri melalui jurnal-jurnal penelitian bidang Matematika. Riset-riset yang dimaksud dapat dijumpai pada lembaga pengindeks seperti Scopus, Google Scholar, MathScience, dan lain-lain.

Seiring dengan perkembangan riset bidang Matematika yang luar biasa pesatnya hampir disemua bidang sains dan rekayasa saat ini, peluang menghilirkan Matematika sangatlah berpotensi di Indonesia khususnya dan dunia umumnya. Secara umum potensi ini dapat diketahui melalui perkembangan riset-riset sebagaimana tercatat pada laman *zbMATH Open* (lihat [zbmath.org.classification/](http://zbmath.org/classification/)). *zbMATH Open*, hingga akhir tahun 2020, mengklasifikasi lebih dari 63 klasifikasi subjek utama riset Matematika dan puluhan sub-subjek riset Matematika yang dapat diketahui melalui *The Mathematics Subject Classification* (MSC) (lihat Lampiran 2). Dengan demikian ilmuwan Matematika mempunyai banyak peluang riset yang bisa

dilakukan pada komunitasnya (riset ilmu untuk perkembangan ilmu itu sendiri) atau riset terapan yang berkolaborasi dengan ilmuan Fisika, Komputer, Teknik/Rekayasa, dan ilmuan lainnya.

A. Pemetaan 2D dan Aplikasinya pada Desain Motif Batik Fraktal

A.1 Pemetaan Nonlinear 2D dengan Bentuk-bentuk Kurva Simetris

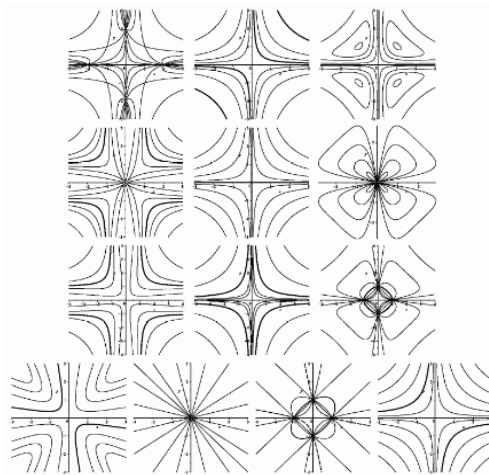
Pemetaan yang memiliki sifat simetri dapat dijumpai dalam banyak referensi, misalnya pemetaan yang diturunkan dari $\Delta\Delta$ -sine Gordon yang diperumum. Bentuk-bentuk geometri dari pemetaan yang dimaksud seperti diperlihatkan dalam Gambar 4. (Zakaria dan Tuwankotta, 2016). Semua bentuk geometri dalam Gambar 4 dapat diperoleh melalui invarian dari pemetaan bernilai real berikut ini:

$$f_{\mu} : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$$

$$(x, y) \mapsto \left(\frac{(1 - \mu x^2)}{y(x^2 - \mu)}, x \right) \quad (1)$$

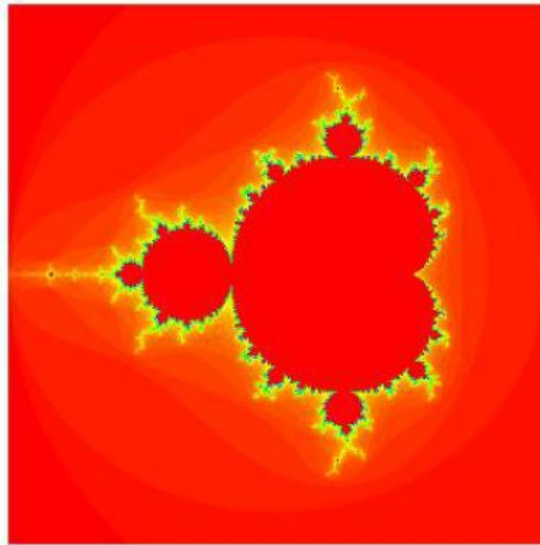
Invarian (integral) dari pemetaan (1) adalah

$$F(x, y) = \mu \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) - \left(xy + \frac{1}{xy} \right) \quad (2)$$



Gambar 4. Bentuk-bentuk kurva yang simetri secara vertikal ($x=0$), harisontal ($y=0$), dan diagonal ($y=x$ atau $y=-x$).

Selain pemetaan bernilai real (1), hasil pemetaan bernilai kompleks juga dapat membentuk kurva dengan bentuk-bentuk yang tampak simetris. Perhatikan bentuk geometri yang diperlihatkan dalam Gambar 5.



Gambar 5. Sebuah bentuk geometri yang diperoleh melalui sebuah fungsi kompleks tertentu yang dikenal dengan sebutan fraktal *Mandelbrot Set*

Bentuk geometri dalam Gambar 5 dapat diperoleh melalui hubungan fungsional berikut (Braverman and Yampolsky, 2009):

$$f(z) = z^2 + c \quad (3)$$

dengan $c = a + \mathbf{i}b$ dengan $a, b \in (-1.5, 1.5)$, $z = x + \mathbf{i}y$ dan $\mathbf{i} = \sqrt{-1}$.

Selain itu, pandang pemetaan berikut:

$$g : (x, y) \mapsto \left(k + \left(\frac{x(\lambda - \mu x)}{y(x - \mu)} \right)^2, x \right) \quad (4)$$

dengan $x, y \in \mathbb{R}^1$; $\mu = -0.95$; $\lambda = -0.5$, $k = a + \mathbf{i}b$ untuk $a \in [-1.25, 1.25]$ dan $b \in [-2.25, 2.25]$;

nilai awal $y = 1.01, x = 1.01$; jumlah iterasi = 20 kali; batas modulus $|x| < 3$ dan $|y| < 3$; resolusi = 200 dpi; dan jenis plot: *density plot*. Diagram yang terbentuk untuk pemetaan (4) adalah seperti diperlihatkan dalam Gambar 6.



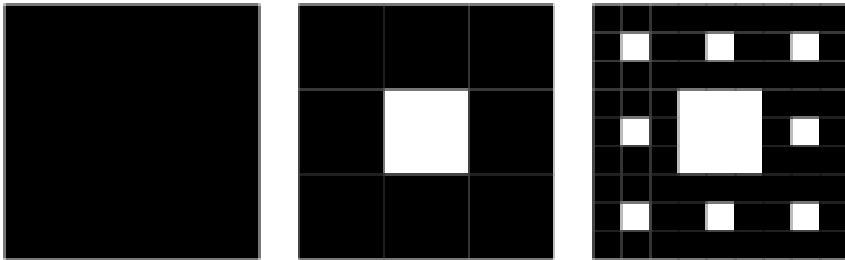
Gambar 6. Sebuah Fraktal bersumber dari pemetaan kompleks (4).

A.2 Pemetaan Linear 2D Karpets Sierpiński

Karpets Sierpiński dikonstruksi menggunakan konsep Sistem Fungsi Iterasi (SFI)/ *Iterated Function Systems (IFS)*. SFI merupakan sebuah metode untuk mengkonstruksi sebuah fraktal. Fraktal yang dihasilkan dengan metode ini cenderung mirip dengan dirinya sendiri. Oleh karena itu, bentuk fraktal SFI terdiri dari beberapa salinan kecil dari dirinya sendiri, yang masing-masing juga terdiri dari salinan dirinya sendiri (*ad infinitum*). Secara deskriptif algoritma untuk mengkonstruksi karpets Sierpiński dimulai dari sebuah bidang persegi penuh (berwarna). Persegi tersebut dibagi menjadi sembilan persegi yang lebih kecil dan sebangun satu sama lain. Pusat persegi merupakan persegi yang ada ditengah yang dihilangkan atau dihapus (tanpa warna). Lalu pada masing-masing persegi dari delapan persegi lainnya dibagi lagi menjadi sembilan persegi didalamnya (*self-iterating*). Lakukan hal yang sama seperti

pada bidang persegi awal hingga iterasi yang ditentukan. Setiap iterasi menghasilkan subhimpunan awal dengan skala semakin kecil.

Secara matematis, padang himpunan pada iterasi pertama yang dinyatakan sebagai gabungan delapan subhimpunan yang kongruen dengan himpunan asli dan memiliki skala dengan faktor $1/3$. Oleh karena itu terdapat subhimpunan sebanyak 8 ($k= 9-1= 8$) dan skala faktor $s=1/3$. Untuk iterasi kedua, adalah mengulang iterasi yang pertama pada masing-masing subhimpunan yang ada. Hasilnya merupakan sebuah pola persegi serupa dengan iterasi pertama tetapi dengan skala semakin kecil. Dalam Gambar 7 diperlihatkan persegi berwarna hitam tanpa iterasi (kiri) yang diiterasi hingga iterasi ke-2 (kanan). Pola persegi ini dikenal dengan karpet Sierpiński.



Gambar 7. Bagian dari karpet Sierpiński.

Secara umum ilustrasi matematis dari konstruksi pola karpet Sierpiński menggunakan *Iterated Function Systems (IFSs)* adalah melalui pemetaan linear berikut ini.

$$H_i \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, n$. Untuk $n = 8$ pemetaan linear (4) dapat ditulis sebagai berikut:

$$H = \bigcup_{i=1}^8 H_i$$

dengan

$$\begin{aligned} H_1 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, H_2 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/3 \end{pmatrix}, \\ H_3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2/3 \end{pmatrix}, H_4 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/3 \\ 2/3 \end{pmatrix} \\ H_5 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2/3 \\ 2/3 \end{pmatrix}, H_6 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} \\ H_7 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \end{pmatrix}, H_8 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/3 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Cara lain untuk mengkonstruksi karpet Sierpiński dapat menggunakan *string* dengan sel 1 dan aturan iterasinya adalah

$$\left\{ 0 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, 1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Terhadap karpet Sierpiński dalam Gambar 7 dapat dikalkulasi jumlah persegi warna hitam (N_n), panjang sisi kotak putih (L_n), dan pembagian wilayah dari kotak hitam setelah iterasi ke- n (A_n) dengan menggunakan hubungan berikut ini:

$$N_n = 8^n, \quad L_n = \frac{1}{3^n}, \quad A_n = (N_n)^2 \times N_n = \left(\frac{8}{9}\right)^n. \quad (6)$$

Dengan menggunakan hubungan (5), jumlah sel kotak hitam pada sebuah karpet Sierpiński untuk iterasi ke- n dengan $n = 0, 1, 2, \dots$ masing-masing berjumlah 1, 8, 64, 512, 4096, 32768, 262144, dan seterusnya. Sementara itu untuk dimensi kapasitasnya dapat dikalkulasi dengan menggunakan formula berikut:

$$d_k = -\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln N_n}{\ln L_n} = \frac{3 \ln 2}{\ln 3} \approx 1.8927896 \quad (7)$$

A.3 Karpets Sierpiński dan Kesimetrian Pola Motif Batik

Karpets *Sierpiński* yang dibahas dalam bagian sebelumnya dikenal sebagai sebuah fraktal linear yang dikonstruksi dari sebuah proses IFS. Bentuk geometris (persegi) yang diterasi hingga n kali dapat memberikan sebuah bentuk geometris baru yang secara visual membentuk kesimetrian objek (persegi) secara vertikal, horizontal, atau diagonal. Dengan menggantikan objek gambar persegi dengan sembarang objek gambar akan dapat membentuk pola kesimetrian baru pada karpets *Sierpiński* yang terbentuk. Pola kesimetrian ini bergantung pada ada atau tidak ada pola kesimetrian pada objek gambar utama. Beberapa contoh berikut menjelaskan keberadaan pola kesimetrian pada sebuah karpets *Sierpiński* yang bersumber dari sembarang objek gambar.

a. Objek berupa kurva fungsi bernilai real

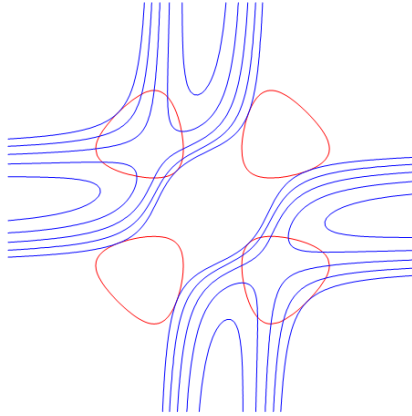
Pandang invarian (2) untuk pemetaan (1) dan nyatakan dalam bentuk:

$$\mu(x^2 + y^2) - (x^2 y^2 + 1) = xy K. \quad (8)$$

dengan μ , K = konstanta bernilai real. Dengan menggunakan skrip *Mathematica*® berikut:

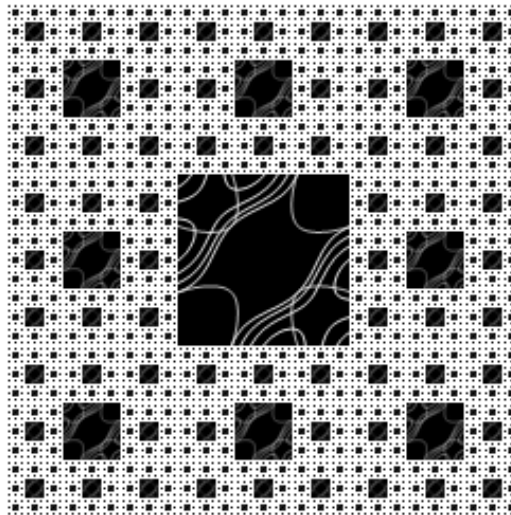
```
g0=Table[ContourPlot[{(x^2+y^2)+(x^2y^2+1)+K(x+y)==0},{x,-3.5,3.5},{y,-3.5,3.5},PlotRange->All,AspectRatio->1,DisplayFunction->Identity,ContourStyle->{RGBColor[1,0,0],Thin}],{K,-5,5,1}];
g1=Table[ContourPlot[{mu(x^2+y^2)-(x^2 y^2+1)-K(x y)==0},{x,-3.5,3.5},{y,-3.5,3.5},PlotRange-> All, AspectRatio->1,DisplayFunction -> Identity, ContourStyle->{RGBColor[0, 0, 1],Thin}],{mu,-1,1,0.2},
{K,1,1,1}];Show[g0,g1,Axes->False,Frame->False,FrameLabel->{"x","y"},DisplayFunction->$DisplayFunction,AspectRatio->1,Background-> RGBColor[1,1, 1]]Remove[g0,g1]
```

akan diperoleh bentuk geometris seperti dalam Gambar 8.



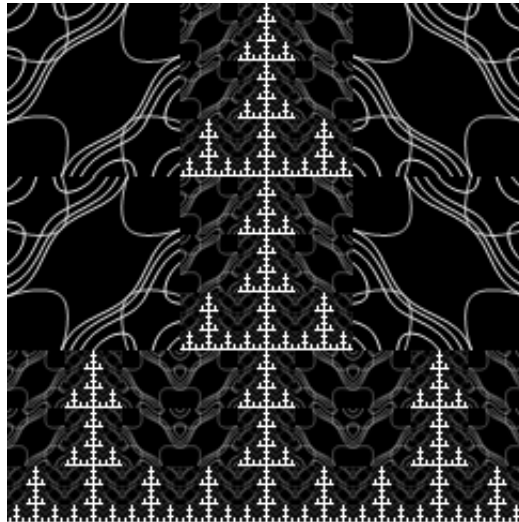
Gambar 8. Visual sebuah bentuk geometri dari invarian (7) yang memiliki kesimetrian terhadap garis $y = x$ dan $y = -x$.

Kemudian, dengan menggunakan konsep karpet *Sierpiński* dengan objek berupa Gambar 8 diperoleh pola motif seperti Gambar 9 (lihat sub bagian §3.2 pada artikel Zakaria dkk, 2019 untuk skrip karpet *Sierpiński* menggunakan *Mathamatica®*).

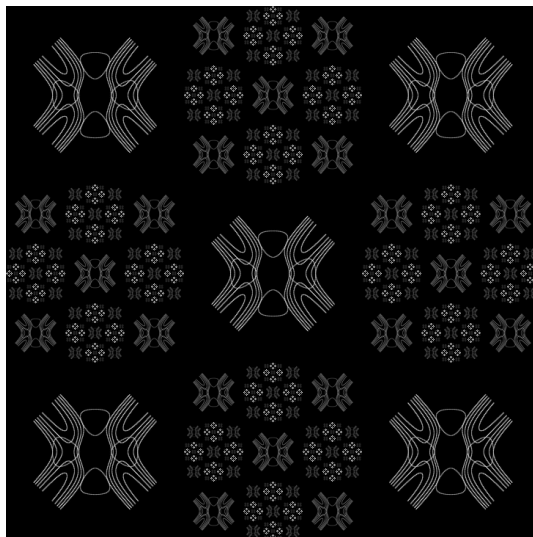


Gambar 9. Bentuk karpet *Sierpiński* dengan objek Gambar 8 dengan kesimetrian pola pada garis $y = x$ dan $y = -x$.

Dengan memodifikasi skrip yang sama dan menggunakan *command* “ImageReflect[G2, Left-> Right]” akan diperoleh Gambar 10.



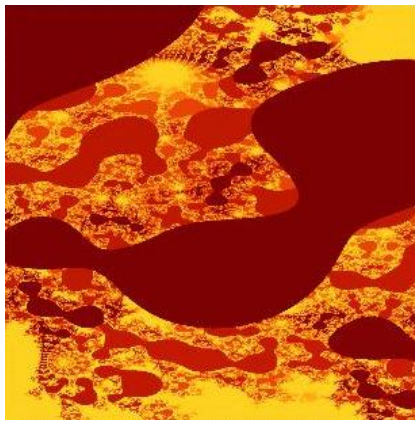
Gambar 10. Visualisasi bentuk geometri objek Gambar 7 yang simetris pada garis $x = 0$.



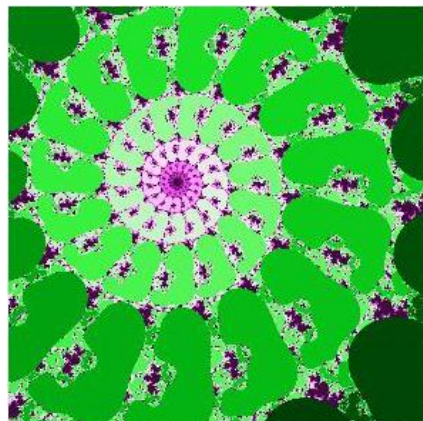
Gambar 11. Visualisasi sebuah bentuk geometri (simetris dengan garis $x = 0$ dan $y = 0$). Gambar dasar di rotasi $\pi/4$ rad terhadap objek Gambar 7.

b. Objek berupa kurva fungsi bernilai kompleks

Pandang pemetaan (4). Kemudian pilih $\mu = -0.95; \lambda = -0.5$, $k = a + ib$ untuk $a \in [0.789, 0.791]$ dan $b \in [0.192, 0.1955]$; nilai awal $y = 1.01, x = 1.01$; jumlah iterasi = 99 kali; batas modulus $|x| < 3$ dan $|y| < 3$; resolusi = 200 dpi; dan jenis plot: *density plot*. Diagram yang terbentuk untuk pemetaan (4) adalah seperti diperlihatkan dalam Gambar 12a. Sementara itu untuk $a = [0.786422, 0.786426]$ dan $b = [0.193788, 0.193792]$ diperlihatkan dalam Gambar 12b



a



b

Gambar 12. Visualisasi bentuk geometri (fraktal) yang diperoleh dari pemetaan (4) untuk dua interval berbeda (*blow up*). **a.** untuk nilai-nilai $a \in [0.789, 0.791]$ dan $b \in [0.192, 0.1955]$ dan **b.** untuk nilai-nilai $a \in [0.786422, 0.786426]$ dan $b \in [0.193788, 0.193792]$.

Untuk membentuk pola batik yang simetris terhadap bentuk geometri fraktal dapat menggunakan karpet *Sierpiński* dengan objek Gambar 12. Misalkan terhadap Gambar 12b, pola batik yang simetris yang menggunakan karpet *Sierpiński* (5) dapat dibentuk seperti dalam Gambar 13.



Gambar 13. Visualisasi bentuk motif batik fraktal yang diperoleh dari karpet Sierpiński (5)

B. Pemetaan Linear 2D dan Aplikasinya pada Kriptografi Citra

B.1 Pemetaan Linear 2D yang Diturunkan dari Persamaan Rekursif Orde Dua

Pandang persamaan rekursif orde dua berikut:

$$x_{n+2} = \frac{g_1(x_{n+1}) - x_n g_2(x_{n+1})}{g_2(x_{n+1}) - x_n g_3(x_{n+1})} \quad (9)$$

dengan $g_j, j = 0, 1, 2$ dinyatakan sebagai

$$\begin{pmatrix} g_0(x_{n+1}) \\ g_1(x_{n+1}) \\ g_2(x_{n+1}) \end{pmatrix} = A_0 \begin{pmatrix} x^2 \\ x \\ 1 \end{pmatrix} \times A_1 \begin{pmatrix} x^2 \\ x \\ 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

dengan A_0 dan A_1 dalam persamaan (10) merupakan notasi untuk matriks simetris 3×3 yang didefinisikan sebagai berikut

$$A_i = \begin{pmatrix} \alpha_i & \beta_i & \gamma_i \\ \beta_i & \epsilon_i & \zeta_i \\ \gamma_i & \zeta_i & \kappa_i \end{pmatrix}; i = 0, 1. \quad (11)$$

Persamaan rekursif orde dua (9) juga dikenal dengan sebutan pemetaan QRT (Quispel-Robert-Thomson) (lihat Quispel dkk, 1991). Persamaan rekursif (9) mempunyai invarian/integral G yang berarti

$G(x_n, x_{n+1}) = G(x_{n+1}, x_{n+2})$ yang dinyatakan dalam sebuah rasio polinomial bikuadratik berikut ini

$$G(x, y) = \frac{\alpha_0 x^2 y^2 + \beta_0 (x^2 y + x y^2) + \gamma_0 (x^2 + y^2) + \epsilon_0 (xy) + \zeta_0 (x + y) + \kappa_0}{\alpha_1 x^2 y^2 + \beta_1 (x^2 y + x y^2) + \gamma_1 (x^2 + y^2) + \epsilon_1 (xy) + \zeta_1 (x + y) + \kappa_1} \quad (12)$$

Perlu diketahui bahwa, sifat yang dimiliki persamaan rekursif (9) antara lain *reversible* dan (anti) *measure preserving* (lihat Quipel dkk, 1991).

Pandang bentuk khusus persamaan rekursif (9), yaitu

$$x_{n+2} = \frac{x_{n+1}(1 - \mu x_{n+1})}{x_n(x_{n+1} - \mu)}; \mu \in \mathbb{R} \quad (13)$$

Persamaan rekursif (13) memiliki matriks simetris A_0 dan A_1 masing-masing berbentuk

$$A_0 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \mu \\ 0 & 0 & 0 \\ \mu & 0 & -1 \end{pmatrix}; A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Akibatnya, fungsi $g_i, i = 0, 1, 2$ dalam (10) berbentuk

$$\begin{pmatrix} g_0(x_{n+1}) \\ g_1(x_{n+1}) \\ g_2(x_{n+1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{n+1} - \mu x_{n+1}^3 \\ 0 \\ \mu x_{n+1} - x_{n+1}^3 \end{pmatrix} \quad (15)$$

Dengan sedikit elaborasi, dari persamaan rekursif (13) dapat dibentuk sebuah pemetaan nonlinear 2D yang mengarah pada sebuah sistem dinamik yang diturunkan dari persamaan *generalized $\Delta\Delta$ -sine Gordon* (lihat Zakaria dkk., 2013). Untuk kasus lain, jika matriks simetris A_0 dan A_1 masing-masing berbentuk

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & \mu \\ -1 & 1 & -1 \\ \mu & -1 & 1 \end{pmatrix}; A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

maka dengan matriks simetris (16), diperoleh fungsi $g_i, i = 0, 1, 2$ berbentuk

$$\begin{pmatrix} g_0(x_{n+1}) \\ g_1(x_{n+1}) \\ g_2(x_{n+1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{n+1}^2 - \mu x_{n+1}^3 \\ 0 \\ \mu x_{n+1} - x_{n+1}^2 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Dari bentuk matriks simetris (16) dan vektor fungsi (17) maka bentuk khusus persamaan rekursif (9) adalah

$$x_{n+2} = \frac{x_{n+1}(1 - \mu x_{n+1})}{x_n(x_{n+1} - \mu)}; \mu, \lambda \in \mathbb{R} \quad (18)$$

Sekarang mari kita fokus pada pemetaan keluarga 3-parameter yang dinyatakan dalam bentuk persamaan beda parsial berikut ini: (lihat Zakaria dkk, 2013)

$$\begin{aligned} &\theta_1(V_{(l,m+1)}V_{(l+1,m)} - V_{(l+1,m+1)}V_{(l,m)}) + \\ &\theta_2(V_{(l+1,m+1)}V_{(l,m+1)}V_{(l+1,m)}V_{(l,m)}) = \theta_3 \end{aligned} \quad (19)$$

Persamaan beda parsial (19) dapat direduksi kedalam beda ordiner dengan menggunakan kondisi *traveling wave solution*, yakni dengan memilih hubungan

$$V_{(l,m)} = V_{(n)}, n = z_1 l + z_2 m \quad (20)$$

dimana z_1 dan z_2 adalah bilangan bulat relatif prima. Dengan mensubsitusikan (20) ke dalam (19), kita mempunyai persamaan beda ordiner berikut ini:

$$\theta_1(V_{(n+z_2)}V_{(n+z_1)} - V_{(n+z_1+z_2)}V_{(n)}) + \theta_2(V_{(n+z_1+z_2)}V_{(n+z_2)}V_{(n+z_1)}V_{(n)}) = \theta_3 \quad (21)$$

Dapat dicatat bahwa bentuk standar persamaan (21) yang dinyatakan didalam (Quispel dkk, 1991) diperoleh dengan memilih nilai parameter $\theta_1 = pq$, $\theta_2 = 1$, dan $\theta_3 = 1$. Selanjutnya, pilih nilai $z_1 = 1$ dan $z_2 = 2$ pada persamaan (21) maka diperoleh

$$\theta_1(V_{(n+2)}V_{(n+1)} - V_{(n+3)}V_{(n)}) + \theta_2(V_{(n+3)}V_{(n+2)}V_{(n+1)}V_{(n)}) = \theta_3 \quad (22)$$

Persamaan (22) dapat ditulis sebagai suatu sistem persamaan berikut:

$$V_{(n+3)} = \frac{(\theta_3 - \theta_1 V_{(n+1)} V_{(n+2)})}{V_n (\theta_2 V_{(n+1)} V_{(n+2)} - \theta_1)} \quad (23)$$

$$V_{(n+2)} = V_{(n+1)}$$

$$V_{(n+1)} = V_n$$

Misalkan $\zeta^0 = V_{(n+1)} V_n$ dan $\zeta^1 = V_{(n+2)} V_{(n+1)}$. Substitusikan ζ^0 dan ζ^1 ke dalam persamaan (23) diperoleh

$$\begin{aligned} \text{i.} \quad & \zeta_n^0 = \zeta_n^1 \\ \text{ii.} \quad & V_{(n+3)} = \frac{\zeta_n^0}{V_{(n+1)}} \frac{(V_{(n+2)})}{(V_{(n+2)})} = V_{(n+3)} V_{(n+2)} \frac{\zeta_n^0}{\zeta_n^1} = \frac{(\theta_3 - \theta_1 \zeta_n^1)}{(\theta_2 \zeta_n^1 - \theta_1)} \end{aligned}$$

Kemudian misalkan $\zeta_{n+1}^0 = \zeta_n^1$ dan $\zeta_{n+1}^1 = V_{(n+3)} V_{(n+2)}$, maka dari (i) dan (ii) diperoleh

$$\begin{aligned} \zeta_{n+1}^0 &= \zeta_n^1 \\ \zeta_{n+1}^1 &= \frac{\zeta_n^1 (\theta_3 - \theta_1 \zeta_n^1)}{\zeta_n^0 (\theta_2 \zeta_n^1 - \theta_1)} \end{aligned} \quad (24)$$

atau

$$\zeta_{n+1} = g_\theta(\zeta_n) \quad (25)$$

dimana

$$g_\theta: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(x, y) \mapsto \left(\frac{x(\theta_3 - \theta_1 x)}{y(\theta_2 x - \theta_1)}, x \right).$$

Persamaan (25) merupakan sebuah sistem persamaan rekursif orde satu berparameter tiga.

Pilih nilai parameter $\theta_1 = \mu \theta_2$ dan nilai parameter $\theta_1 = \theta_2$, maka sistem (25) tidak lain adalah sebuah sistem persamaan rekursif orde satu berparameter satu, yakni

$$\zeta_{n+1} = \tilde{g}_\mu(\zeta_n) \quad (26)$$

dimana

$$\begin{aligned} \tilde{g}_\mu: \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) &\mapsto \left(\frac{x(1-\mu x)}{y(x-\mu)}, x \right) \end{aligned}$$

Sistem (26) mempunyai solusi dalam bentuk persamaan berikut:

$$G_\mu(x, y) = \mu \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) - (x + y) - \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right). \quad (27)$$

Dapat diperiksa bahwa titik-titik $(\pm 1, \pm 1)$ merupakan titik-titik tetap dari sistem (26). Selain mempunyai solusi (27), sistem (26) mempunyai sifat yang lain diantaranya:

- Sistem (26) merupakan sistem *measure preserving* :

$$Dg_\mu(x, y) = \frac{-1+x^2\mu}{y^2(x^2-\mu)} = \frac{\rho(x, y)}{\rho\left(\frac{x(1-\mu x)}{y(x-\mu)}, x\right)}.$$

dimana $\rho(x, y)$ diberikan dalam bentuk $\rho(x, y) = \frac{1}{xy}$.

- Terdapat sebuah *reversing symmetry* $L(x, y) = (y, x)$ sedemikian sehingga

$$L \circ g_\mu(x, y) \circ L^{-1} = g_\mu^{-1}(x, y).$$

Dengan kata lain, sistem (26) *reversible* $g_\mu(x, y) \circ L \circ g_\mu(x, y) = L$

- Terdapat sebuah involusi $S(x, y) = (x, -y)$ sedemikian sehingga

$$S \circ g_\mu(x, y) \circ S^{-1} = -g_\mu(x, y)$$

Bentuk linear dari sistem (26) dapat diperoleh dengan terlebih dahulu menentukan bentuk matriks Jacobian disekitar titik-titik tetap $(\pm 1, \pm 1)$. Adapun bentuk matriks Jacobian yang dimaksud adalah (lihat Zakaria, 2016)

$$J_{(\pm 1, \pm 1)} = \begin{bmatrix} \frac{2\mu}{\mu \mp 1} & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

dengan nilai eigen $J_{(\pm 1, \pm 1)} = |\xi I - J_{(\pm 1, \pm 1)}| = 0$ adalah $\xi_1 = \frac{\mu \pm \sqrt{2\mu - 1}}{\mu - 1}$

dan $\xi_2 = \frac{\mu \pm \sqrt{-2\mu - 1}}{\mu + 1}$.

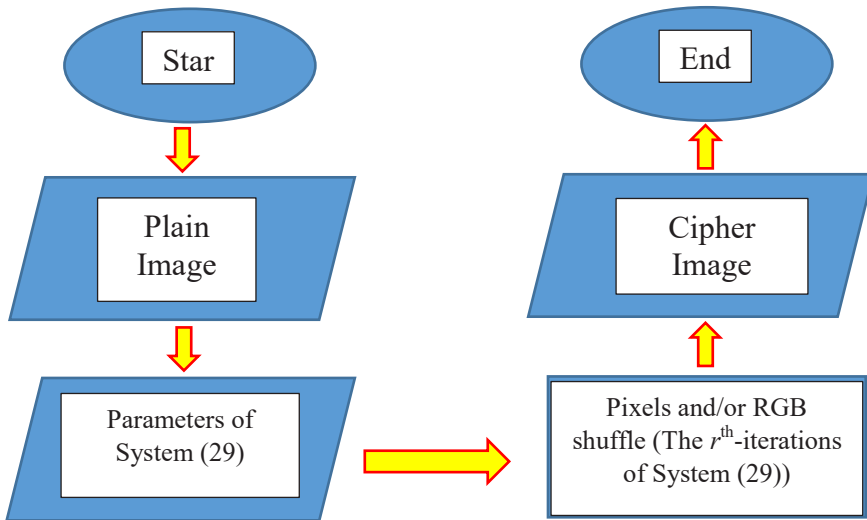
Dengan demikian bentuk linear dari sistem (26) disekitar titik tetap (1,1) adalah

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\mu}{\mu-1} & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (29)$$

B.2 Aplikasi Pemetaan Linear 2D pada Kriptografi Citra.

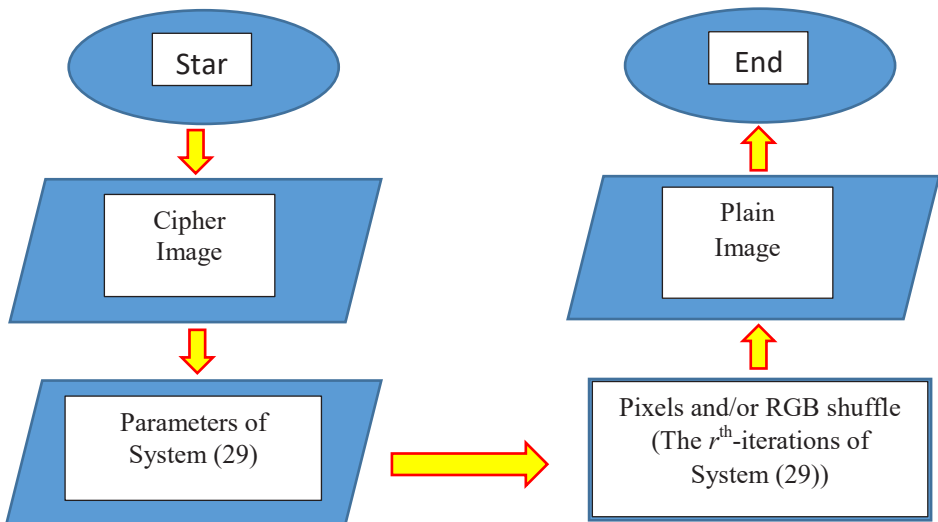
Pandang skema enkripsi-dekripsi berikut (Zakaria, dkk. 2021):

Enkripsi:



Gambar 14. Diagram Alir Algoritma Enkripsi

Dekripsi:



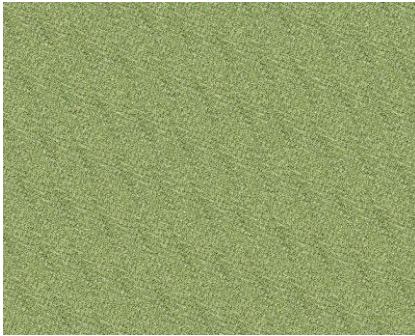
Gambar 15. Diagram Alir Algoritma Dekripsi

Misalkan sebuah citra asli dalam Gambar 16 akan dirahasiakan menggunakan sistem linear (29).



Gambar 16. Citra Asli.

Pilih $\mu = 0.5$ dan $r = 32$. Dengan menggunakan algoritma enkripsi-dekripsi yang diberikan dalam Gambar 14 dan Gambar 15 akan diperoleh bentuk citra masing-masing seperti Gambar 17 (kiri) dan Gambar 17 (kanan).



Gambar 17. Citra hasil enkripsi (kiri) dan Citra hasil dekripsi (kanan).

Epilog:

Tantangan Menghilirkan Riset Matematika Melalui Matematika Komputasi Pada Desain Motif Batik Fraktal dan Kriptografi Citra

Umumnya ilmuwan Matematika di Indonesia menyadari bahwa riset yang ia lakukan selama ini masih mengarah pada tujuan riset akademik (riset yang menghasilkan publikasi/patent/prototipe laboratorium) belum sampai pada tujuan riset membangun institusi/negara (riset akademik yang diarahkan menghasilkan komoditas yang terpasarkan untuk menjamin keberlanjutannya). Ilmuwan Matematika juga umumnya mengetahui dan memahami bahwa riset yang ia lakukan harus menguatkan salah satu dari 3 (tiga) komponen hasil risetnya yaitu menguatkan teori (agar ilmu Matematika tumbuh maju), menjawab persoalan nyata (riset Matematika pada penyelesaian masalah nyata/terapan), dan tak kalah penting dapat digunakan di dunia industri (Matematika terapan yang terbukti dapat menghasilkan pendapatan dan berkelanjutan). Penulis telah mendeskripsikan dua topik turunan Matematika (Matematika Komputasi) yang jika dirujuk kembali diagram pada Gambar 3 merupakan upaya untuk menghilangkan Matematika melalui turunannya (Matematika Komputasi). Namun demikian, hilirisasi yang dimaksud belum memasuki tahapan penting yakni kemanfa'atannya pada dunia industri khususnya di Lampung. Untuk topik Matematika Komputasi dalam kaitannya dengan desain motif batik fraktal, sungguhpun penulis dan rekan penulis sudah mencoba berkolaborasi dengan salah satu UMKM Perbatikan (BARATA Batik Tulis-Labuhan Tujuh Lampung Timur-lihat Gambar 18) masih ditemui kendala teknis pada cetak motif batik fraktal. Dampak kendala ini adalah produksi batik-batik fraktal di Propinsi Lampung belum banyak dijumpai. Kendala ini disatu sisi masih bisa dimaklumi karena kesulitan yang dialami pada saat pengerjaan motif

batik fraktal melalui metode tulis langsung. Batik tulis untuk motif batik fraktal tidak sempurna dibuat karena tekstur motif batik fraktal yang terdiri dari garis lengkung yang halus dan sangat banyak, serta sulit diikuti oleh gerakan tangan. Disisi lain sarana-prasarana cetak motif batik fraktal di provinsi Lampung masih sangat terbatas. Akibatnya batik-batik fraktal belum menjadi komoditas yang diunggulkan di Provinsi Lampung. Dan tentu ini merupakan sebuah tantangan hilirisasi Matematika untuk dapat mencapai tujuannya di dunia industri ekonomi kreatif (Perbatikan). Sementara itu, harapan pada hilirisasi Matematika melalui kriptografi citra belum sampai pada tujuan akhirnya yaitu kemanfaatan pada dunia industri teknologi, misalnya industri *drone* yang menggunakan kamera digital untuk memfoto objek yang bersifat rahasia dan perlu pengamanan objek ketika *drone* tidak kembali kepada pemiliknya. Dengan kata lain, objek (foto) mestinya dirahasiakan (*cipher*) agar tidak diketahui pihak-pihak yang tidak berkepentingan ketika *drone* hilang atau jatuh dan tidak kembali kepada pemiliknya. Semoga tantangan dan kendala yang dihadapi menjadi motivasi untuk riset-riset kolaborasi (komputer sains dan/atau teknik/rekayasa) yang akan dijalani kedepannya. Aamiinn...



Gambar 18. Dokumentasi Kerjasama UMKM Batik Tulis BARATA dalam pembuatan baju (PHD) batik fraktal dengan motif sebagaimana diberikan dalam Gambar 17. Domisili UMKM BARATA di Labuhan Ratu VII Lampung Timur (kiri). Penyerahan (simbolis) Buku Kumpulan Mofif Fraktal dari Ketua Jurusan Matematika FMIPA (Prof. Wamiliana, Ph.D) ke pimpinan batik Tulis BARATA (Bapak Basuki) (tengah). Contoh baju (PHD) motif batik fraktal (kanan).

DAFTAR PUSTAKA

- Berggren, John L. , Fraser, Craig G. , Folkerts, Menso , Knorr, Wilbur R. and Gray, Jeremy John. "mathematics". Encyclopedia Britannica, Invalid Date, <https://www.britannica.com/science/mathematics>. Accessed 26 August 2021.)
- Braverman, M. and Yampolsky, M. Constructing Locally Connected Non-Computable Julia Sets. *Commun. Math. Phys.* **291**, 513–532 (2009). <https://doi.org/10.1007/s00220-009-0858-5>
- Gunawan, H. 2007. Kontribusi dalam Matematika dan Pengembangan Ilmu dan Teknologi, Pidato Ilmiah Guru Besar ITB.
- Hendrajaya, L. 2011. Catatan Kuliah Filsafat Sains.
- Hodgkin, L. 2005. *A History of Mathematics : From Mesopotamia to Modernity*, Oxford University Press, 2005
- Quispel, G.R.W., Capel, H.W., Papageorgiou, V.G., Nijhoff, F.W. 1991. Integrable mappings derived from soliton equations, *Physica A* **173** , pp. 243{266.
- Zakaria L., Tuwankotta J.M., Budhi, W.S. 2013. The Normal Form For The Integral Of 3-Dimensional Maps Derived From A $\Delta\Delta$ -Sine-Gordon Equation. *The Proceeding of SEACMA 2013*, Mathematics Department, ITS-Surabaya, ISBN: 978-979-96152-8-2, page AM33
- Zakaria L. and Tuwankotta, J.M. 2016. Dynamics And Bifurcations In A Two-Dimensional Map Derived From A Generalized $\Delta\Delta$ -sine Gordon Equation, *Far East J. Dyn. Syst.*, **28(3)**, pp. 165–194. doi: 10.17654/ds028030165.
- Zakaria L., 2016. Dinamika dan Bifurkasi Pemetaan-Pemetaan yang Diturunkan dari Persamaan $\Delta\Delta$ sine-Gordon yang Diperumum, Disertasi Program Doktor, Institut Teknologi Bandung.
- Zakaria L., Sakheti D., Sutrisno A., dan Asmiati. 2019. Teknis Mendesain Motif Batik Fraktal Berbasis Complex Mapping

Menggunakan Perangkat Lunak MATHEMATICA® Sebagai Sebuah Upaya Alternatif Dalam Rangka Meningkatkan Produksi Batik Di Lampung”. Dalam *Seminar Nasional Pengabdian Kepada Masyarakat Teknologi dan Inovasi* (pp. 33-39). Bandar Lampung, Indonesia: Fakultas Teknik Universitas Lampung

Zakaria L, Yuliani E, Asmiati A. 2021. A Two-Dimensional mKdV Linear Map and Its Application in Digital Image Cryptography. *Algorithms*. **14**(4):124. <https://doi.org/10.3390/a14040124>

LAMPIRAN 1.

Tabel 1. Klasifikasi Matematika berdasarkan *Mathematics Subject Classification* – MSC2020 * yang dikeluarkan oleh **zbMATH Open** **

No	Kode Klasifikasi Bidang Matematika*
1.	00 General and overarching topics; collections
2.	01 History and biography
3.	03 Mathematical logic and foundations
4.	05 Combinatorics
5.	06 Order, lattices, ordered algebraic structures
6.	08 General algebraic systems
7.	11 Number theory
8.	12 Field theory and polynomials
9.	13 Commutative algebra
10.	14 Algebraic geometry
11.	15 Linear and multilinear algebra; matrix theory
12.	16 Associative rings and algebras
13.	17 Nonassociative rings and algebras
14.	18 Category theory; homological algebra
15.	19 K-theory
16.	20 Group theory and generalizations
17.	22 Topological groups, Lie groups
18.	26 Real functions
19.	28 Measure and integration
20.	30 Functions of a complex variable
21.	31 Potential theory
22.	32 Several complex variables and analytic spaces
23.	33 Special functions
24.	34 Ordinary differential equations
25.	35 Partial differential equations
26.	37 Dynamical systems and ergodic theory
27.	39 Difference and functional equations
28.	40 Sequences, series, summability
29.	41 Approximations and expansions
30.	42 Harmonic analysis on Euclidean spaces
31.	43 Abstract harmonic analysis
32.	44 Integral transforms, operational calculus
33.	45 Integral equations
34.	46 Functional analysis

35.	47 Operator theory
36.	49 Calculus of variations and optimal control; optimization
37.	51 Geometry
38.	52 Convex and discrete geometry
39.	53 Differential geometry
40.	54 General topology
41.	55 Algebraic topology
42.	57 Manifolds and cell complexes
43.	58 Global analysis, analysis on manifolds
44.	60 Probability theory and stochastic processes
45.	62 Statistics
46.	65 Numerical analysis
47.	68 Computer science
48.	70 Mechanics of particles and systems
49.	74 Mechanics of deformable solids
50.	76 Fluid mechanics
51.	78 Optics, electromagnetic theory
52.	80 Classical thermodynamics, heat transfer
53.	81 Quantum theory
54.	82 Statistical mechanics, structure of matter
55.	83 Relativity and gravitational theory
56.	85 Astronomy and astrophysics
57.	86 Geophysics
58.	90 Operations research, mathematical programming
59.	91 Game theory, economics, finance, and other social and behavioral sciences
60.	92 Biology and other natural sciences
61.	93 Systems theory; control
62.	94 Information and communication theory, circuits
63.	97 Mathematics education

Tabel 2. Klasifikasi Matematika untuk Bagian *Difference and functional equations*

No	Kode	Nama Sub-Klasifikasi
	39-XX	Difference and functional equations
1.	39-00	General reference works (handbooks, dictionaries, bibliographies, etc.) pertaining to difference and functional equations
2.	39-01	Introductory exposition (textbooks, tutorial papers, etc.) pertaining to difference and functional equations
3.	39-02	Research exposition (monographs, survey articles) pertaining to difference and functional equations
4.	39-03	History of difference and functional equations
5.	39-04	Software, source code, etc. for problems pertaining to difference and functional equations
6.	39-06	Proceedings, conferences, collections, etc. pertaining to difference and functional equations
7.	39-08	Computational methods for problems pertaining to difference and functional equations
8.	39-11	Research data for problems pertaining to difference and functional equations
9.	39Axx	Difference equations
10.	39A05	General theory of difference equations
11.	39A06	Linear difference equations
12.	39A10	Additive difference equations
13.	39A12	Discrete version of topics in analysis
14.	39A13	Difference equations, scaling (q -differences) [See also 33Dxx]
15.	39A14	Partial difference equations
16.	39A20	Multiplicative and other generalized difference equations
17.	39A21	Oscillation theory for difference equations
18.	39A22	Growth, boundedness, comparison of solutions to difference equations
19.	39A23	Periodic solutions of difference equations
20.	39A24	Almost periodic solutions of difference equations
21.	39A26	Fuzzy difference equations
22.	39A27	Boundary value problems for difference equations
23.	39A28	Bifurcation theory for difference equations

24.	39A30	Stability theory for difference equations
25.	39A33	Chaotic behavior of solutions of difference equations
26.	39A36	Integrable difference and lattice equations; integrability tests
27.	39A45	Difference equations in the complex domain
28.	39A50	Stochastic difference equations
29.	39A60	Applications of difference equations
30.	39A70	Difference operators
31.	39A99	None of the above, but in this section
32.	39Bxx	Functional equations and inequalities
33.	39B05	General theory of functional equations and inequalities
34.	39B12	Iteration theory, iterative and composite equations
35.	39B22	Functional equations for real functions
36.	39B32	Functional equations for complex functions
37.	39B42	Matrix and operator functional equations
38.	39B52	Functional equations for functions with more general domains and/or ranges
39.	39B55	Orthogonal additivity and other conditional functional equations
40.	39B62	Functional inequalities, including subadditivity, convexity, etc.
41.	39B72	Systems of functional equations and inequalities
42.	39B82	Stability, separation, extension, and related topics for functional equations
43.	39B99	None of the above, but in this section

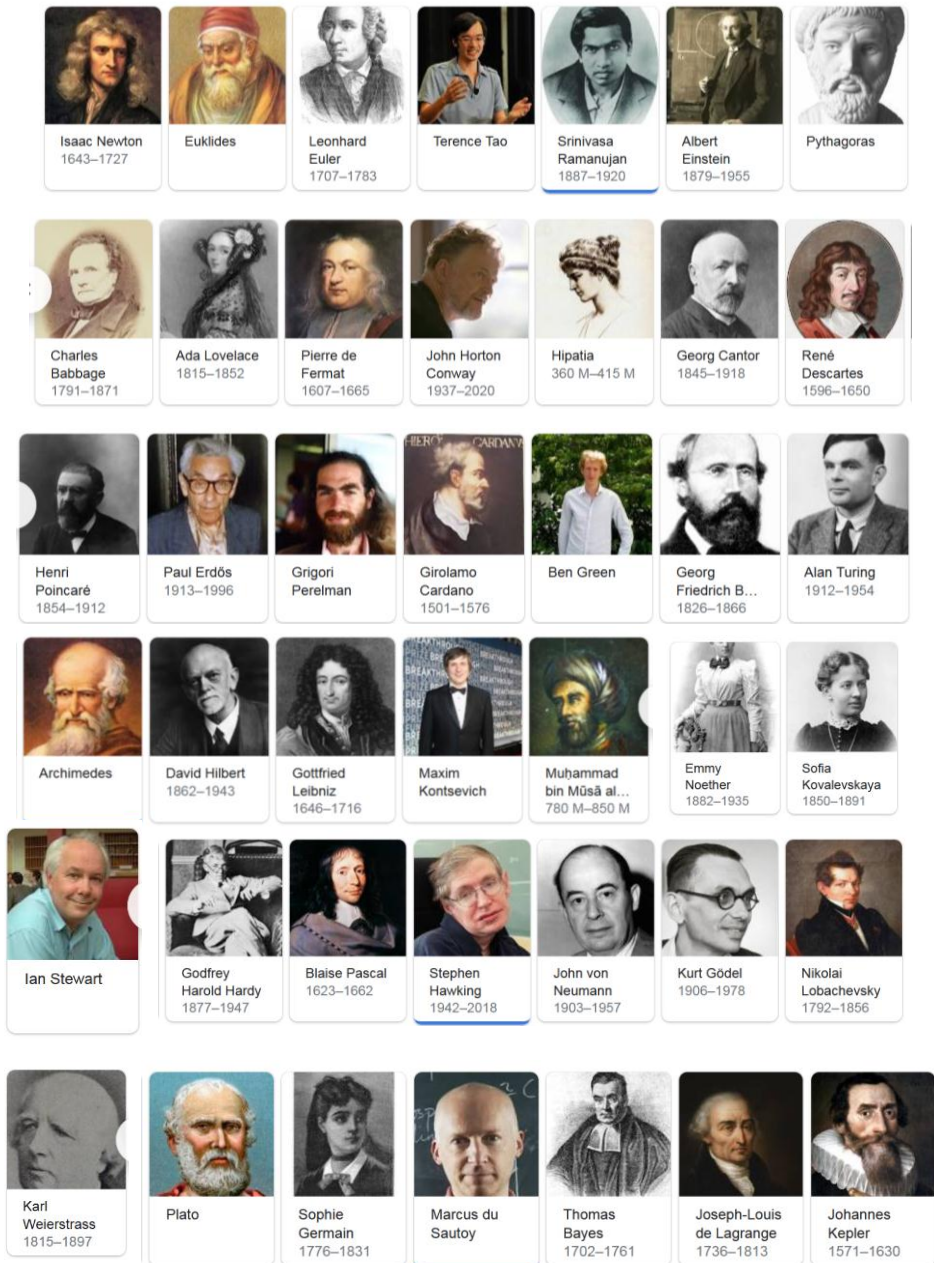
* Sumber: <https://zbmath.org/classification/?q=cc%3A39>

** zbMATH Open (sebelumnya dikenal sebagai Zentralblatt MATH) adalah layanan abstraksi dan peninjauan terlengkap dan terlama di dunia dalam matematika murni dan terapan. Ini diedit oleh European Mathematical Society (EMS), Akademi Ilmu Pengetahuan dan Kemanusiaan Heidelberg, dan FIZ Karlsruhe. Pekerjaan editorial dilakukan oleh kantor FIZ Karlsruhe di Berlin, yang sebagai anggota Asosiasi Leibniz adalah perusahaan nirlaba dan organisasi yang diakui melayani kepentingan publik. Sejak Januari 2021, zbMATH Open telah tersedia sebagai database akses terbuka.

Sumber: <https://zbmath.org/classification/?q=cc%3A39>

LAMPIRAN 2.

51 (lima puluh satu) Ilmuwan Matematika Ternama Dunia.





Maryam
Mirzakhani
1977–2017



George Boole
1815–1864



Florence
Nightingale
1820–1910



Andrew Wiles



Katherine
Johnson
1918–2020



Évariste
Galois
1811–1832



Jean Baptiste
Joseph Fou...
1768–1830



Nicolaus
Copernicus
1473–1543

BIODATA

A. Data Personal

1	Nama Lengkap	Prof. Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.
2	Jenis Kelamin	Laki-laki
3	Jabatan Fungsional	Guru Besar (Kum 852.23)
4	NIP	19691302 199402 1 001
5	NIDN	0013026902
6	Tempat, Tanggal Lahir	Dabo Singkep, 13 Pebruari 1969
7	E-mail	lazakaria.1969@fmipa.unila.ac.id
8	Nomor Telepon/HP	0721-7690073/ 0812 7909 255
9	Alamat Kantor	Jl. Prof. Soemantri Brojonegoro No.1 Bandar Lampung, 35145.
10	Nomor Telepon/Faks	+62721704625
11	Lulusan yang Telah Dihasilkan	S-1 = +70 orang; S-2 = 2 orang; S-3 = - orang.
12	Nomor Telepon/Faks	+62721704625
13	Mata Kuliah yang Diampu	1. Pengantar Teknologi Informasi 3 SKS (Wajib) 2. Persamaan Diferensial Biasa 2 SKS (Wajib) 3. Metodologi Penelitian 3 SKS (Wajib) 4. Pengantar Analisis Numerik 3 SKS (Wajib) 5. Algoritma dan Pemrograman 3 SKS (Wajib) 6. Sistem Dinamik 3 (Pilihan Minat)

B. Riwayat Pendidikan

B.1. Pendidikan Dasar dan Menengah

Nama Pendidikan	Tempat	Masuk	Lulus
SD UPTS Dabo	Dabo Singkep	Januari 1975	-
SD Neg. 004 Dabo	Dabo Singkep	Januari 1978	Juli 1981
SMP Neg. 1 Dabo	Dabo Singkep	Agustus 1981	Juli 1984
SMA Neg. Dabo	Dabo Singkep	Agustus 1984	Juli 1987

B.2. Pendidikan Tinggi

	S-1	S-2	S-3
Nama Perguruan Tinggi	Universitas Riau	La Trobe University- Melbourne Australia	Institut Teknologi Bandung
Bidang Ilmu	Matematika	Mathematics	Matematika
Tahun Masuk-Lulus	1987-1993	1998-2001	2011-2017
Judul Skripsi/Tesis/Disertasi	Solusi Persamaan Diferensial Orde Satu Menggunakan Sebuah Kelas Eksplisit Formula 2 Titik Berdasarkan Pendekatan Rasional.	Numerical Integration Techniques For Ordinary Differential Equations	Dinamik dan Bifurkasi Persamaan $\Delta\Delta$ -Sine Gordon Yang Diperumum
Nama Pembimbing/Promotor	1. Johannes Kho, M.Si. 2. Drs. Asmara Karma	1. Prof. G.R.W. Quispel 2. Dr. David Mc Laren	1. Dr. J.M. Tuwankotta 2. Prof. Dr. M.W Setya budhi

C. Riwayat Pekerjaan

Jabatan	Instansi	Tahun
Asisten Ahli	Jurusan Matematika FMIPA Unila	1994
Lektor	Jurusan Matematika FMIPA Unila	2004
Lektor Kepala	Jurusan Matematika FMIPA Unila	2009
Guru Besar	Jurusan Matematika FMIPA Unila	2021

D. Penelitian Topik minat penelitian: Matematika Komputasi
D.1. Publikasi Artikel Ilmiah Dalam Jurnal/Prosiding dalam 10 Tahun Terakhir

No.	Judul Artikel Ilmiah	Nama Jurnal	Volume/Nomor/Tahun
1	A Numerical Technique To Obtain A Scheme Og 8 th Order Implicit Runge-Kutta Method To Solve The First Order Of Initial Value Problems.	<i>Proceeding of IndoMS International Conference on Mathematics and Its Application</i>	ISBN 978-602-96426-0-5/2009
2	Pseudo Code Algorithm For Displaying The More Digits Of The Pell And Pell-Lucas Numbers (Implementing In Turbo Pascal Programming)	<i>Proceedings of The Third International Conference On Mathematics And Natural Sciences</i>	ISBN 978-979-17090-3-3/2010
3	The Normal Form For The Integral Of 3-Dimensional Maps Derived From A $\Delta\Delta$ Sine-Gordon Equation	<i>Proceeding of South East Asian Conference On Mathematics And Its Application</i>	ISBN 978-979-96152-8-2/2013
4	Dynamics and Bifurcations in a Two-Dimensional Maps Derived From a Generalized $\Delta\Delta$ Sine-Gordon Equation.	<i>Far East Journal of Dynamical Systems.</i>	Vol 28 (3)/2016 ISSN 0972-1118 http://dx.doi.org/10.17654/DS028030165
5	The Scheme of 10th Order Implicit Runge-Kutta Method to Solve the First Order of Initial Value Problems	INSIST	Vol. 1 No. 1/2016 eISSN: 2502-8588 http://insist.unila.ac.id DOI:10.23960/ins.v1i1.11
6	The Integral Normal Form Of A Three-Dimensional Traveling Wave Solution Mapping Derived From Generalized $\Delta\Delta$ -mKdV	<i>Advances In Differential Equations And Control Processes</i>	Vol 19 (1)/2018 ISSN 0974-3243 http://dx.doi.org/10.17654/DE019010037

	Equation		
7	Dynamics of A Re-Parametrization of A 2-Dimensional Mapping Derived from Double Discrete Sine-Gordon Mapping	<i>International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences (IJMEMS)</i>	ISSN: 2455-7749, Vol. 5, No. 2, April 2020, Pages 363-377 https://doi.org/10.33889/IJMEMS.2020.5.2.030 Terindeks SCOPUS Q2 H Indeks 10 Sjr:0.228 (2020)
8	Dimensi Metrik Hasil Operasi Tertentu pada Graf Petersen Diperumum	<i>Jurnal Limits: Journal of Mathematics and Its Applications</i>	ISSN:1829-605X, E-ISSN:2579-8936: Vol 16, No 2, Pages 87-93 (2019) http://dx.doi.org/10.12962/limits.v16i2.5594 Terindeks Sinta 2
9	The Implementation of Digital Text Coding Algorithm Through A Three Dimensional Mapping Derived From Generalized $\Delta\Delta$ -mKdV Equation Using Mathematica	<i>Journal of Physics: Conf. Series</i> 1338 (2019) 012041	Terindeks SCOPUS Q4 H Indeks 65 Sjr:0.22 (2018) https://doi.org/10.1088/1742-6596/1338/1/012041
10	Parameter Sensitivity Analysis On Mathematical Model Of Methane Oxidation Using Reverse Flow Reactor With Periodically Perturbed Feed Gas	<i>JP Journal of Heat and Mass Transfer</i>	ISSN: 0973-5763; Pebuari 2020: Vol. 19, No. 1; Pages 31-42 Pushpa Publishing House. Terindeks SCOPUS Q4 H Indeks 9 Sjr:0.153 (2019) http://repository.lppm.unila.ac.id/id/eprint/23649
11	Optimisasi Travelling Salesman Problem dengan Algoritma Genetika pada Kasus Pendistribusian Barang PT. Pos Indonesia di Kota Bandar Lampung	<i>Jurnal Matematika Integratif:</i>	e-ISSN:2549-903 Vol. 16, No. 1 (2020), pp. 61-73. Universitas Padjajaran-Bandung. Terindeks Sinta 4 doi:10.24198/jmi.v16.n1.27804.61-73
12	Modified Lorenz Curve and Its Computation	<i>Desimal: Jurnal Matematika</i>	e-ISSN: 2613-9081 (online) Vol 3 No 2 (2020), pp 99-108 Universitas Islam Negeri

			Raden Inten Lampung. Terindeks Sinta 3 Doi: 10.24042/djm.v3i2.5871 http://repository.lppm.unila.ac.id/id/eprint/23651
13	Certain Operation of Generalized Petersen Graphs Having Locating-Chromatic Number Five	<i>Advances and Applications in Discrete Mathematics</i>	e-ISSN: 2613-9081 (online), Vol. 24, Issue 2 (July 2020), Pages 83 - 97 Pushpa Publishing House ESCI-Clarivate Analytical http://repository.lppm.unila.ac.id/id/eprint/23652
14	A Two-Dimensional Map Derived from An Ordinary Difference Equation of mKdV and Its Properties	Journal of Physics: Conference Series	ISSN 17426588, 17426596 Vol. 1751, 27 January 2021 Terindeks SCOPUS Q4 H Indeks 85 Sjr:0.21 (2020)
15	Quantitative Method For Analysis of Non-Performing Financing Return: A Case Study on Assets of PT. BSM	Journal of Physics: Conference Series	ISSN 17426588, 17426596 Vol. 1751, 27 January 2021 Terindeks SCOPUS Q4 H Indeks 85 Sjr:0.21 (2020)
16	A Two-Dimensional Mkdv Linear Map And Its Application In Digital Image Cryptography.	Algorithms	ISSN 1999-4893 Vol 14 Issue 4 (April 2021) MDPI Terindeks SCOPUS Q2 H Indeks 9 Sjr:0.153 (2020) http://repository.lppm.unila.ac.id/id/eprint/29511
17	The locating-chromatic number of origami graphs	Algorithms	ISSN 1999-4893 Vol 14 Issue 6 (Juni 2021) MDPI Terindeks SCOPUS Q2 H Indeks 9 Sjr:0.153 (2020)

D.2. Pengalaman Penelitian Dalam 10 Tahun Terakhir

No.	Tahun	Judul Penelitian	Pendanaan	
			Sumber	Jml (Juta Rp)
1	2007	Penerapan Integrator Geometri untuk Menyelesaikan Sistem Pendulum Berganda dan Kajian sifat Kualitatifnya.	PHK A2	10
2	2008	Symplectic Integrator Construction to Solve 2 Degree of Freedom of Hamiltonian Systems.	DIPA Unila	5
3	2009	Metode Numerik: Kontruksi Metode Runge-Kutta Orde 10	DIPA Unila	5
4	2010	Kontruksi Metode Implisit Runge-Kutta Orde Tinggi Dan Studi Kinerja Komputasinya Dalam Menyelesaikan Sistem Persamaan Diferensial Biasa Orde Pertama	DIPA BLU Unila	10
5	2015	Dinamika dan Bifurkasi Pemetaan 3D Dari Sebuah Persamaan $\Delta\Delta$ -Sine Gordon Yang Diperumum	Hibah Disertasi Doktor	37,5
6	2017	Konstruksi Bentuk Normal Integral Sebuah Pemetaan Yang Diturunkan Dari Persamaan $\Delta\Delta$ mKdV	DIPA FMIPA Unila (Anggota)	15
7	2017	Reparameterisasi Persamaan Generalized $\Delta\Delta$ -Sine Gordon dan Peluang Pemakaiannya Pada Aplikasi Fractal Untuk Mendisain Motif Batik Lampung	Penelitian Ungulan PT Unila (Ketua)	35
8	2018	Analisis Level Set Untuk Sebuah Pemetaan 3-Dimensi Persamaan Solusi Gelombang Berjalan $\Delta\Delta$ mKdV yang Diperumum	DIPA FMIPA Unila (Anggota)	15
9	2019	Pengembangan Kriptografi Data Digital Berbasis Pemetaan 3D Nonlinear Double Diskrit Sine Gordon Yang Diperumum	Penelitian Ungulan PT Unila (Ketua)	35
10	2019	Dinamika Model Matematika Reaksi Oksidasi Menggunakan Reaktor Aliran Bolak-Balik dengan Konsentrasi Gas Umpan Diganggu Secara Periodik	Penelitian Ungulan PT Unila (Anggota)	35

11	2020	Analisis Kriptografi Citra Digital Hasil Pemetaan yang Diturunkan dari Sebuah Persamaan Diskrit Bersifat <i>Consistency Around The Cube</i> : Studi Kasus Persamaan Diskrit Ganda mKdV yang Diperumum	Penelitian Tesis Magister (Ketua)	34
12	2021	Konstruksi Pemetaan Korteweg De Vries (Kdv) Yang Diperumum Dan Aplikasinya Pada Kriptografi Teks/Citra	Penelitian Pascasarjana (Ketua)	40
13	2021	Karakteristik Graf Berlabel Titik Orde Lima dan Enam dalam Penentuan Rumus Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Tanpa Loop Orde Lima dan Enam	Penelitian Dasar (Anggota)	35

D.3. Pengalaman Pengabdian Kepada Masyarakat dalam 10 Tahun Terakhir

No.	Tahun	Judul Pengabdian Kepada Masyarakat	Pendanaan	
			Sumber	Jml (Juta Rp)
1	2009	Pelatihan Penggunaan <i>Software MATHEMATICA</i> Untuk Penyelesaian Masalah Matematis Bagi Guru SMA Se Propinsi Lampung	DIPA Unila (Ketua)	3,5
2	2010	Pelatihan Pembuatan Karya Tulis Ilmiah Bagi Guru Sekolah Dasar	Matematika FMIPA Unila (Ketua)	1,5
3	2010	Karya Wisata Ilmiah: Pemberdayaan Masyarakat Pedesaan Melalui Kegiatan <i>Micro Teaching</i>	Swadaya (Anggota)	2
4	2017	Pelatihan Penulisan Karya Ilmiah Berbasis Latex Bagi Mahasiswa Peserta KKN Unila	Dipa FMIPA Unila (Ketua)	10
5	2018	Karya Wisata Ilmiah: Pelatihan Evaluasi Pembelajaran Menggunakan MS Excel Bagi Guru Desa Karang Sari, Padang	Matematika FMIPA Unila (Anggota)	5

		Cermin-Pesawaran Lampung		
6	2019	Pelatihan Peningkatan Kemampuan Penyelesaian Soal-Soal Matematika Pada Ujian Nasional di SMA Bina Mulya Gadingrejo	BLU Unila (Anggota)	20
7	2020	Pelatihan Disain Motif Batik Berbasis Fraktal Bagi Produsen Batik di Lampung Menggunakan <i>Mathematica®</i> .	BLU Unila (Ketua)	20
8	2021	Pelatihan Aplikasi <i>Mathematica®</i> Bagi Guru Sekolah Menengah di Bandar Lampung Guna Meningkatkan Hasil Belajar Metode Dalam Jaringan Pada Pembelajaran STEM	BLU Unila (Ketua)	20

E. Pemakalah Seminar Ilmiah (*Oral Presentation*) dalam 10 Tahun Terakhir

No.	Nama Pertemuan Ilmiah / Seminar	Judul Artikel Ilmiah	Waktu dan Tempat
1	IndoMS International Conference on Mathematics And Its Application	A Numerical Technique To Obtain A Scheme Of 8^{th} Order Implicit Runge-Kutta Method To Solve The First Order Of Initial Value Problems	12-13 Oktober 2009/UGM Yogyakarta
2	The Third International Conference On Mathematics And Natural Sciences	Pseudo Code Algorithm For Displaying The More Digits Of The Pell And Pell-Lucas Numbers (<i>Implementing In Turbo Pascal Programming</i>)	23-25 Nopember 2010/ITB Bandung
3	South East Asian Conference On Mathematics And Its Application	The Normal Form For The Integral Of 3-Dimensional Maps Derived From A $\Delta\Delta$ Sine-Gordon Equation	14 Nopember 2013/ITS Surabaya
4	Seminar Nasional Analisis, Geometri, dan Aplikasinya.	Dinamik Hasil Reparameterisasi Pemetaan-Pemetaan Yang Diturunkan dari Persamaan	07 Nopember 2015/ Riset KK Analisis dan

		Generalized $\Delta\Delta$ -Sine Gordon	Geometri ITB-PMIPA Unimed Medan.
5	ICSTAR 2016	The Scheme of 10th Order Implicit Runge-Kutta Method to Solve the First Order of Initial Value Problems	22-25 Agustus 2016/FT-LPPM Universitas Lampung
6	The 2 nd ICST (International Conference on Science and Technology) 2017	The 2-Dimensional Mapping Derived from Reparametrizing of Generalized $\Delta\Delta$ - sine Gordon Equation	15-16 Nopember 2017/FMIPA-LPPM Universitas Riau
7	The 2 nd ICASMI (The 2nd International Conference on Applied Sciences Mathematics and Informatics) 2018	The Implementation of Digital Text Coding Algorithm Through A Three Dimensional Mapping Derived From Generalized $\Delta\Delta$ -mKdV Equation Using Mathematica	09-10 Agustus 2018/FMIPA-LPPM Universitas Lampung
8	The 4 th IICMA (IndoMS International Conference on Mathematics and Applications) 2019	An Application 2D Linear Map Derived From Generalized $\Delta\Delta$ sine-Gordon Equation For A Digital Image Cryptography	23-25 September 2019/FMIPA-LPPM Universitas Tanjungpura Pontianak
9	The 3 rd ICASMI (The 2nd International Conference on Applied Sciences Mathematics and Informatics) 2020	A Two-Dimensional Map Derived From An Ordinary Difference Equation of mKdV and Its Properties	03-04 September 2020/FMIPA-LPPM Universitas Lampung

F. Karya Buku dalam 10 Tahun Terakhir

No.	Judul Buku	Tahun	Jumlah Halaman	Penerbit
1	Mahir Pemrograman Mathematica® (Tingkat Dasar) ISBN: 978-623-6569-16-0	2020	138	Pusaka Media

G. Perolehan HKI dalam 5-10 Tahun Terakhir

No.	Judul/Tema HKI	Tahun	Jenis	Nomor P/ID
1	-	-	-	-

H. Pengalaman Merumuskan Kebijakan Publik/Rekayasa Sosial Lainnya dalam 5 Tahun Terakhir

No.	Judul/Tema/Jenis Rekayasa Sosial Lainnya yang Telah Diterapkan	Tahun	Tempat Penerapan	Respon Masyarakat
1	-	-	-	-

I. Penghargaan dalam 10 tahun Terakhir (dari pemerintah, asosiasi atau institusi lainnya)

No.	Jenis Penghargaan	Institusi Pemberi Penghargaan	Tahun
1	Satya Lencana 10 tahun	Presiden RI	2005
2	Satya Lencana 20 tahun	Presiden RI	2018
3	Piagam Penghargaan 24 JamTOT Pengembangan Program Jaringan Kerja Perguruan Tinggi	Ditjen Dikdasmen	2009
4	Piagam Penghargaan 32 Jam Workshop Pembina OSN Tingkat Propinsi	Ditjen Dikdasmen	2009
5	Sertifikat 24 Jam SEAMS-GMU Conference On Mathematics and Its Applications	UGM	2011
5	Sertifikat 32 Jam Workshop On Discrete Solitons: Physics, Numerics and Analytics	ITB	2013

J. Lain-Lain

No	Nama Kegiatan	Tahun
a.	Reviewer Kegiatan Pengabdian Kepada Masyarakat Universitas Lampung	2004-2008
b.	Reviewer Makalah/artikel dalam kegiatan Seminar Nasional Metode Kuantitatif, FMIPA Universitas Lampung	2017
c.	Reviewer Makalah/artikel dalam kegiatan Seminar Internasional ICASMI, FMIPA Universitas Lampung	2018
d.	Reviewer Makalah/artikel dalam kegiatan Seminar Internasional ICASMI, FMIPA Universitas Lampung	2020
e.	Reviewer DUPAK atas nama Dr. Aang Nuryaman	2017
f.	Reviewer DUPAK atas nama Dr. Eng. Admi Syarif	2018
g.	Reviewer DUPAK atas nama Dr. Khorin Nisa, M.Si	2018
h.	Reviewer DUPAK atas nama Rico Ardian, M.Kom	2019
i.	Reviewer DUPAK atas nama Aristoteles, M.Kom	2019
j.	Reviewer DUPAK atas nama Dr. Ahmad Faisol, M.Sc.	2020

k.	Reviewer DUPAK atas nama Ardiansyah, M.Komp.	2021
l.	Juri pada Kegiatan Lomba Essay Nasional, Dies Natalis Himpunan Mahasiswa Matematika XIX, Jurusan Matematika FMIPA Unila	2018
m.	Juri pada Kegiatan Pemilihan Mahasiswa Berprestasi Tingkat Fakultas MIPA Unila	2018
n.	Juri pada Kegiatan Lomba Essay Nasional, Dies Natalis Himpunan Mahasiswa Matematika XIX, Jurusan Matematika FMIPA Unila	2020
o.	Juri pada Kegiatan Pemilihan Mahasiswa Berprestasi Tingkat Fakultas MIPA Unila	2019
p.	Ketua Pelaksana Lokakarya Kurikulum S3 Doktor MIPA	2019
q.	Ketua Tim Task Force Akreditasi S3 Doktor MIPA	2020
r.	Anggota Senat Wakil Dosen pada Fakultas MIPA Unila	2019-2023
s.	Anggota Senat Wakil Dosen pada Universitas Lampung	2020-2023

Semua data yang saya isikan dan tercantum dalam biodata ini adalah benar dan dapat dipertanggungjawabkan secara hukum. Apabila dikemudian hari ternyata dijumpai ketidaksesuaian dengan kenyataan, saya sanggup menerima sanksi. Demikian biodata ini saya buat dengan sebenarnya.

Bandar Lampung, 26 Agustus 2021
Yang Menyatakan,



Dr. La Zakaria, S.Si., M.Sc.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ketua Senat, Rektor beserta jajaran dan Hadirin yang saya hormati

Pada kesempatan yang berbahagia ini saya mengucapkan “Alhamdulillah” atas berkah, rahmat, hidayah, karunia, dan nikmat pemberian Allah SWT kepada saya dan keluarga. Karena izin Allah SWT saya dapat menyampaikan orasi ilmiah pengukuhan Guru Besar ini. Dan dengan memohon ridho serta bimbingan Allah SWT saya berdoa agar diberikan kemampuan lahir-batin untuk dapat melaksanakan amanah Guru Besar *Matematika* pada FMIPA Unila. Demikian juga saya mohon doa restu dan dukungan hadirin agar saya mampu melaksanakan amanah tersebut. Dalam kesempatan ini selain mengharapkan ridhonya, saya menyampaikan ucapan terima kasih yang tulus, penghargaan, dan penghormatan yang tinggi kepada kedua orang tua sekaligus guru tercinta saya, ibunda Nur binti Sahidan dan ayahanda La Taka bin La Raha. Tak lupa saya mengucapkan terimakasih tulus-ikhlas kepada bapak mertua saya, Ayahanda Hi. Sarnubi bin Hi. Zahri (alm) dan ibunda Farida binti Abd. Somad (almh) yang telah memberikan kasih sayang dan doa restu kepada kami sekeluarga.

Ketua Senat, Rektor beserta jajaran dan Hadirin yang saya hormati

Selanjutnya, izinkan saya menyampaikan ucapan terima kasih kepada Bapak Rektor Universitas Lampung, Bapak Prof. Dr. Karomani, M.Si. dan Bapak wakil-wakil Rektor Universitas Lampung: Bapak Prof. Dr. Heriyandi, Bapak Prof. Dr. dr. Asep Sukohar, M.Kes, Bapak Prof. Dr. Yulianto M.Si., dan Bapak Prof. Ir. Suharso, Ph.D. atas bantuan dan dukungan moril kepada saya untuk memperoleh amanah Guru Besar yang dicapai dengan lancar dan sukses. Ucapan terima kasih juga saya sampaikan kepada Ketua Senat beserta seluruh anggota Senat Universitas Lampung, serta Ketua Senat dan seluruh anggota senat FMIPA, Tim Penilai Angka Kredit, baik

ditingkat FMIPA ataupun Universitas Lampung, serta Tim Penilai dan Verifikasi Karya Ilmiah (Prof. Wamiliana, Prof. Mashadi, dan Prof. Edi Cahyono) yang telah dengan ikhlas dan tulus memberikan kelayakan dan persetujuan pada sejumlah artikel ilmiah yang diperlukan dalam kenaikan jabatan Guru Besar dibidang Ilmu Matematika, FMIPA Universitas Lampung.

Ketua Senat, Rektor beserta jajaran dan Hadirin yang saya hormati

Saya mengucapkan terima kasih yang tulus kepada Bapak Dekan FMIPA Periode 2019 – 2020 (Bapak Drs. Suratman Umar, M.Sc.), dan para wakil dekan FMIPA (Bapak Prof. Sutopo Hadi, M.Sc., Ph.D., Ibu Dian Kurniasari S.Si., M.Sc., Bapak Drs. Amir Supriyanto, M.Si) dan Bapak Dekan FMIPA Periode 2020 – 2024 (Bapak Dr. Eng. Surtipto Dwi Yuwono, M.T), dan para wakil-wakil dekan FMIPA (Bapak Dr. Eng. Heri Satria, M.Si., Bapak Dr. Muslim Ansori, M.Si., Bapak Dr.rer.nat. Roniyus Marjunus M.S.) yang telah memfasilitasi pengusulan jabatan fungsional Guru Besar selama ini. Selain itu, ucapan terimakasih tidak lupa saya sampaikan kepada Adinda Woro, S.Komp. yang telah membantu dalam menyusun Dupak saya. Ucapan terimakasih juga saya sampaikan kepada Kabag Kepegawaian Unila, Bapak Surono, S.Sos dan Tim Sekretariat PAK Unila yang telah banyak berupaya untuk kelengkapan data dan informasi usulan Guru Besar saya melalui sistem informasi PAK. Semoga kebaikan bapak/ibu semua mendapat ridho Allah SWT aamiin..

Ketua Senat, Rektor beserta jajaran dan Hadirin yang saya hormati

Dalam kesempatan ini, saya menyampaikan ucapan terima kasih kepada Ketua Jurusan dan Sekretaris Jurusan Matematika masa bakti Periode 2017-2021, Ibu Prof. Wamiliana, M.A., Ph.D. dan Bapak Amanto, S.Si., M.Si. dan Ketua Jurusan dan Sekretaris Jurusan Matematika Periode 2021-2025, Bapak. Dr. Aang Nuryaman, M.Si. dan Bapak Dr. Ahmad Faisol, M.Sc. yang telah memberikan doa dan dorongan moril kepada saya untuk capaian Guru Besar ini. Tidak lupa, ucapan terimakasih juga saya sampaikan kepada sahabat/kolega saya: Bapak Prof. Drs. Mustofa Usman M.A., Ph.D, Bapak Ir. Warsono M.Sc., Ph.D. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, M.Si., Ibu

Dian Kurniasari S.Si., M.Sc., Ibu Widiarti S.Si., M.Si, Ibu Dr. Asmiati, M.Si, Ibu Dr. Notiragayu, M.Si., Keluarga Bapak Drs. Suharsono, M.S, M.Sc., Ph.D. (alm), Ibu Dr. Fitriani., M.Sc. Bapak Drs. Eri Setiawan M.Si., Bapak Agus Sutrisno S.Si., M.Si., Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., Ibu Dr. Khoirinnisa, S.Si., M.Sc., Ibu Dra. Dorrah Aziz., M. Si, Ibu Dr. Ir. Netti Herawati, M. Sc., Bapak Subian Saidi, S.Si, M.Si, Bapak Pandri Ferdias S.Si, M.Si, Ibu Siti Laela Chasanah S.Pd., M.Si, dan ibu Dina Nurvazly, S.Pd., M.Si, serta staff di Jurusan Matematika Pak Drajat, Bu Anita S.Sos., Pak Agus Suroso, A. Md, dan Pak Supriadi, terimakasih Bapak/Ibu semua telah bekerjasama dalam kehidupan dan perjalanan karir saya di Jurusan Matematika FMIPA Unila, semoga Allah SWT ridho dengan semua kebaikan yang diberikan.

Ketua Senat, Rektor beserta jajaran dan Hadirin yang saya hormati

Perjalanan panjang saya dimulai dari menempuh pendidikan dasar hingga perguruan tinggi dan pada akhirnya memperoleh amanah sebagai Guru Besar di Universitas Lampung tak lepas dari bimbingan dari para guru-guru dan dosen-dosen saya. Untuk itu melalui mimbar ini izinkan saya menyampaikan terima kasih tulus-ikhlas teriring doa kepada seluruh guru-guru saya di SD, SMP, maupun SMA, walaupun sebagian dari mereka telah tiada. Ucapan terima kasih disampaikan dengan tulus kepada Bapak Drs. Johanes Kho dan Drs. Asmara Karma selaku pembimbing skripsi S1 saya, Prof. G.R.W. Quispel dan David McLaren dari La Trobe University, Melbourne-Australia selaku Tim Supervisor S2 saya, dan Dr. J.M. Tuwankotta dan Prof. M.W. Setya Budi-ITB Bandung selaku Tim Promotor disertasi S3 saya. Semoga Allah SWT membalas kebaikan dan memberikan keberkahan selalu untuk mereka semuanya.

Ketua Senat, Rektor beserta jajaran dan Hadirin yang saya hormati

Kepada saudara-saudara saya, adinda Maryana (Ani), Nurlaila, La Sunarto, La Hamid, Suryani, dan Afdhal, terima kasih tak terhingga atas kasih sayang dan persaudaraan kita hari kemarin, sekarang, dan hari esok. Semoga Allah SWT selalu memberikan kita semua kasih sayang tak terhingga hingga akhir hayat. Dan tak lupa saya ucapkan juga terimakasih karena persaudaraan dan kasih sayang selama ini

kepada adik-adik iparku yakni adinda Ali Zulkarnain, Eka Gustriyanti Safitri, M. Adha, Febriana Hasanah, S.E., dan Anisa Rahmawati, S.Si., serta Muthia Sari Hasanah, A.Md.Kebid.

Sebelum saya mengakhiri orasi ilmiah ini izinkan saya secara khusus mempersembahkan penghargaan kepada istri saya tercinta, Hj. Desova Zulia, atas pengorbanan, pengertian, dukungan, kesabaran dan cinta kasih dalam menjalani dan merasakan pahit-manis perjalanan hidup dari 07 Agustus 1994 hingga saat ini dan kelak di hari esok. Semoga kebersamaan ini tetap kita rasakan selama di dunia fana ini. Untuk anak-anakku tersayang Ulfah Muharramah, M.M., Zuliana Nurfadlilah, S.Kom., Khorinnisa R.A.P., Muhammad Ilyas, dan Muhammad Taufiqurrahman. Terima kasih atas pengertian, canda tawa, kasih sayang, dan suka duka yang diberikan. Semoga Allah SWT selalu memberikan kasih sayang dan rahmat-Nya bagi kita semua..aamiinn

Ketua Senat, Rektor beserta jajaran dan Hadirin yang saya hormati

Mengakhiri orasi ilmiah ini, dari lubuk hati yang dalam, saya dan keluarga menyampaikan terima kasih kepada hadirin yang tidak dapat disebutkan dan ditulis namanya satu per satu. Teriring ucapan permohonan maaf atas segala khilaf-salah dan ketidaknyamanan yang terjadi dalam interaksi kita selama ini dan kepada Allah SWT saya mohon ridhoNYA. Dengan mengucapkan “Subhanakallahumma wabihamdika..Asyhaduallaa ilaaha illaa anta, Astaghfirukaa wa atubu ilaiik”, saya akhiri orasi ilmiah ini.

Wabillahi taufik wal hidayah, wassalamu’alaikum warohmatullahi wabarokatuh.