

PROTEKSI ISI LAPORAN AKHIR PENELITIAN

Dilarang menyalin, menyimpan, memperbanyak sebagian atau seluruh isi laporan ini dalam bentuk apapun kecuali oleh peneliti dan pengelola administrasi penelitian

LAPORAN AKHIR PENELITIAN MULTI TAHUN

ID Proposal: b0cfde40-b699-4e04-b62d-c54620ffcc30
Laporan Akhir Penelitian: tahun ke-3 dari 3 tahun

1. IDENTITAS PENELITIAN

A. JUDUL PENELITIAN

ANALISIS PENEMPATAN SENSOR PADA GEDUNG BERTINGKAT DENGAN PENDEKATAN DIMENSI METRIK GRAF

B. BIDANG, TEMA, TOPIK, DAN RUMPUN BIDANG ILMU

Bidang Fokus RIRN / Bidang Unggulan Perguruan Tinggi	Tema	Topik (jika ada)	Rumpun Bidang Ilmu
Teknologi Informasi dan Komunikasi	Pengembangan sistem/platform berbasis Open Source	Framework/Platform penunjang industri kreatif dan kontrol	Bidang Matematika Lain yang Belum Tercantum

C. KATEGORI, SKEMA, SBK, TARGET TKT DAN LAMA PENELITIAN

Kategori (Kompetitif Nasional/ Desentralisasi/ Penugasan)	Skema Penelitian	Strata (Dasar/ Terapan/ Pengembangan)	SBK (Dasar, Terapan, Pengembangan)	Target Akhir TKT	Lama Penelitian (Tahun)
Penelitian Kompetitif Nasional	Penelitian Dasar	SBK Riset Dasar	SBK Riset Dasar	3	3

2. IDENTITAS PENGUSUL

Nama, Peran	Perguruan Tinggi/ Institusi	Program Studi/ Bagian	Bidang Tugas	ID Sinta	H-Index
ASMIATI Ketua Pengusul	Universitas Lampung	Matematika		5986740	3
Dr SUHADI WIDO SAPUTRO S.Si, M.Si Anggota Pengusul 1	Institut Teknologi Bandung	Matematika	Membantu membuktikan dimensi metrik dan dimensi partisi gedung bertingkat, membantu menulis artikel, membantu membuat laporan kemajuan dan	6033537	3

			laporan akhir.		
Dr.rer.nat. AKMAL JUNAIDI S.Si, M.Sc. Anggota Pengusul 2	Universitas Lampung	Ilmu Komputer	Membuat sistem penempatan sensor menggunakan bahasa Pemrograman C++, membantu penulisan buku referensi, membantu menulis artikel, membantu membuat laporan kemajuan dan akhir.	6657292	2

3. MITRA KERJASAMA PENELITIAN (JIKA ADA)

Pelaksanaan penelitian dapat melibatkan mitra kerjasama, yaitu mitra kerjasama dalam melaksanakan penelitian, mitra sebagai calon pengguna hasil penelitian, atau mitra investor

Mitra	Nama Mitra
-------	------------

4. LUARAN DAN TARGET CAPAIAN

Luaran Wajib

Tahun Luaran	Jenis Luaran	Status target capaian (<i>accepted, published, terdaftar atau granted, atau status lainnya</i>)	Keterangan (<i>url dan nama jurnal, penerbit, url paten, keterangan sejenis lainnya</i>)
3	Publikasi Ilmiah Jurnal Internasional	accepted/published	Electronical Journal of Graph Theory and Applications

Luaran Tambahan

Tahun Luaran	Jenis Luaran	Status target capaian (<i>accepted, published, terdaftar atau granted, atau status lainnya</i>)	Keterangan (<i>url dan nama jurnal, penerbit, url paten, keterangan sejenis lainnya</i>)
--------------	--------------	---	--

5. ANGGARAN

Rencana anggaran biaya penelitian mengacu pada PMK yang berlaku dengan besaran minimum dan maksimum sebagaimana diatur pada buku Panduan Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat Edisi 12.

Total RAB 3 Tahun Rp. 92,600,000

Tahun 1 Total Rp. 0

Tahun 2 Total Rp. 0

Tahun 3 Total Rp. 92,600,000

Jenis Pembelanjaan	Item	Satuan	Vol.	Biaya Satuan	Total
Analisis Data	Honorarium narasumber	OJ	2	1,250,000	2,500,000
Analisis Data	HR Sekretariat/Administrasi Peneliti	OB	10	200,000	2,000,000
Analisis Data	Biaya konsumsi rapat	OH	10	400,000	4,000,000

Jenis Pembelanjaan	Item	Satuan	Vol.	Biaya Satuan	Total
Analisis Data	Uang Harian	OH	20	300,000	6,000,000
Analisis Data	Transport Lokal	OK (kali)	20	200,000	4,000,000
Analisis Data	HR Pengolah Data	P (penelitian)	40	500,000	20,000,000
Bahan	ATK	Paket	1	5,100,000	5,100,000
Bahan	Barang Persediaan	Unit	1	5,000,000	5,000,000
Pelaporan, Luaran Wajib, dan Luaran Tambahan	Biaya seminar nasional	Paket	1	2,000,000	2,000,000
Pelaporan, Luaran Wajib, dan Luaran Tambahan	Biaya seminar internasional	Paket	1	3,000,000	3,000,000
Pelaporan, Luaran Wajib, dan Luaran Tambahan	Publikasi artikel di Jurnal Internasional	Paket	1	15,000,000	15,000,000
Pelaporan, Luaran Wajib, dan Luaran Tambahan	HR Sekretariat/Administrasi Peneliti	OB	10	200,000	2,000,000
Pelaporan, Luaran Wajib, dan Luaran Tambahan	Biaya konsumsi rapat	OH	10	400,000	4,000,000
Pelaporan, Luaran Wajib, dan Luaran Tambahan	Uang harian rapat di dalam kantor	OH	30	150,000	4,500,000
Pengumpulan Data	Penginapan	OH	2	350,000	700,000
Pengumpulan Data	HR Pembantu Peneliti	OJ	10	300,000	3,000,000
Pengumpulan Data	HR Sekretariat/Administrasi Peneliti	OB	10	200,000	2,000,000
Pengumpulan Data	Transport	OK (kali)	10	150,000	1,500,000
Pengumpulan Data	Uang Harian	OH	10	150,000	1,500,000
Pengumpulan Data	Biaya konsumsi	OH	12	400,000	4,800,000

6. HASIL PENELITIAN

A. RINGKASAN: Tuliskan secara ringkas latar belakang penelitian, tujuan dan tahapan metode penelitian, luaran yang ditargetkan, serta uraian TKT penelitian.

Secara umum, himpunan pembeda dalam dimensi metrik yang beranggotakan koleksi titik, dapat diperluas menjadi himpunan pembeda yang beranggotakan koleksi partisi himpunan titik. Konsep perluasan ini kemudian didefinisikan sebagai partisi dimensi. Partisi dimensi ditambahkan syarat pewarnaan titik melahirkan suatu varian yang disebut bilangan kromatik lokasi.

Dalam suatu fasilitas penting dan fasilitas umum, alat pendeteksi suatu ancaman merupakan alat yang wajib ada sebagai bentuk penyediaan keamanan dalam fasilitas tersebut. Akan tetapi, pengeluaran biaya untuk pengadaan dan instalasi alat tersebut juga merupakan permasalahan yang pelik. Oleh karena itu, diperlukan adanya suatu optimasi dalam penentuan banyaknya alat pendeteksi ini. Salah satu cara yang dapat dilakukan adalah dengan memperhatikan pemilihan lokasi penempatan alat tersebut dalam fasilitas penting, maupun fasilitas umum. Permasalahan di atas dapat dimodelkan menjadi suatu graf, dengan memandang ruangan dalam fasilitas sebagai titik, dan koneksi antar ruang sebagai sisi, sedangkan optimasi pengadaan alat pendeteksi dipandang sebagai penentuan

dimensi metrik dari graf yang merepresentasikan fasilitas penting atau fasilitas umum tersebut.

Penentuan minimal sensor dan aturan penempatannya pada gedung bertingkat merupakan permasalahan yang menarik untuk dikaji, karena keberhasilan penelitian ini dapat digunakan untuk meminimalkan biaya. Selain itu, dapat mendeteksi dengan cepat ruangan mana terbakar jika terjadi kebakaran. Pada penelitian ini juga akan dibuat sistem penentuan basis dengan menggunakan bahasa Pemrograman C++, sehingga hasil penentuan dimensi metrik secara manual dapat diuji kebenarannya dengan sistem yang dibuat. Pada graf yang sama, varian lain yang akan dikaji adalah bilangan kromatik lokasinya, sehingga akan diperoleh kaitannya dengan dimensi metrik.

Penelitian ini bersifat pengembangan teori keilmuan dengan fokus kajiannya pada pengembangan teori-teori baru yang memiliki nilai aplikasi. Untuk itu, penelitian ini menggunakan suatu metode penyelesaian masalah yang mengacu pada langkah-langkah penelitian teoritik. Hasil dari penelitian teoritik dikembangkan dengan membuat system menggunakan bahasa Pemrograman Phyton.

Hasil-hasil yang sudah diperoleh tahun pertama adalah satu artikel yang merupakan penelitian awal telah dipublikasikan ke jurnal internasional, yaitu Asmiati, Lyra Yulianti, C. Ike Tri Widyastuti, Further results on locating chromatic number for amalgamation of stars linking by one path, Indonesian Journal of Combinatorics (2) 1, 50-56, 2018. Hasil-hasil utama telah ditulis kedalam artikel berjudul The Locating Chromatic Number for Certain of Petersen Graphs dan disubmit ke jurnal internasional bereputasi terindeks Scopus, yaitu Journal of Mathematical and Fundamental Sciences dan telah diseminarkan pada konferensi internasional yaitu: International congress of mathematicians, 1-9 Agustus 2018, di Rio De Janeiro, Brazil.

Pada tahun kedua ini, hasil-hasil yang sudah kami dapatkan telah diseminarkan pada International Conference on Graph Theory and Information Security, di Jember 17-19 Juli 2019, dengan judul presentasi "Partition Dimension of Generalized Petersen Graphs $P_{n,k}$ for $k = 1, 2$ ". Hasil-hasil ini juga telah kami publikasikan pada Jurnal Nasional Terakreditasi yaitu, Asmiati, Ahmad Ari Aldino, Notiragayu, L. Zakaria, and Muslim Ansori, (2019), Dimensi Metrik Hasil Operasi Tertentu Graf Petersen Diperumum. Limits: Journal of Mathematics and Its Applications, 16 (2), 87-93. Selain itu, kami juga sudah mempublikasikan paper kami ke Journal of Physics: Conference Series terindeks Scopus, yaitu The locating chromatic number of a disjoint union of some double stars vol 1338, 1-6, 2019.

Pada tahun terakhir ini kami berhasil membuat pemograman dari hasil- hasil yang diperoleh pada tahun pertama dan kedua menggunakan Bahasa Pemograman Pyton. Hasil-hasil ini telah kami submit ke International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences terindeks Scopus. Hasil-hasil lain dari tahun ketiga sudah kami presentasikan di International Conference on Applied Sciences, Mathematics, and Informatics (ICASMI), 3-4 Sepetember 2020. Kami juga sudah berhasil mempublikasikan artikel kami ke Jurnal Internasional Terindeks Thomson Reuters, yaitu Advances and Applications in Discrete Mathematics.

Penelitian ini merupakan bagian dari Program Penelitian Unggulan Universitas Lampung, yakni peran ilmu-ilmu dasar dalam pengembangan ilmu-ilmu terapan dengan fokus riset pengembangan teknologi informasi dan komputer. Penelitian ini bersifat pengembangan teori keilmuan dengan fokus kajiannya pada pengembangan teori-teori baru yang memiliki nilai aplikasi. Untuk itu, penelitian ini menggunakan suatu metode penyelesaian masalah yang mengacu pada langkah-langkah penelitian teoritik. Tingkat Kesiapan Teknologi (TKT) pada penelitian tahun ketiga ini adalah pada level 3.

B. KATA KUNCI: Tuliskan maksimal 5 kata kunci.

Pengisian poin C sampai dengan poin H mengikuti template berikut dan tidak dibatasi jumlah kata atau halaman namun disarankan seringkas mungkin. Dilarang menghapus/modifikasi template ataupun menghapus penjelasan di setiap poin.

C. HASIL PELAKSANAAN PENELITIAN: Tuliskan secara ringkas hasil pelaksanaan penelitian yang telah dicapai sesuai tahun pelaksanaan penelitian. Penyajian dapat berupa data, hasil analisis, dan capaian luaran (wajib dan atau tambahan). Seluruh hasil atau capaian yang dilaporkan harus berkaitan dengan tahapan pelaksanaan penelitian sebagaimana direncanakan pada proposal. Penyajian data dapat berupa gambar, tabel, grafik, dan sejenisnya, serta analisis didukung dengan sumber pustaka primer yang relevan dan terkini.

Pengisian poin C sampai dengan poin H mengikuti template berikut dan tidak dibatasi jumlah kata atau halaman namun disarankan ringkas mungkin. Dilarang menghapus/memodifikasi template ataupun menghapus penjelasan di setiap poin.

C. HASIL PELAKSANAAN PENELITIAN: Tuliskan secara ringkas hasil pelaksanaan penelitian yang telah dicapai sesuai tahun pelaksanaan penelitian. Penyajian meliputi data, hasil analisis, dan capaian luaran (wajib dan atau tambahan). Seluruh hasil atau capaian yang dilaporkan harus berkaitan dengan tahapan pelaksanaan penelitian sebagaimana direncanakan pada proposal. Penyajian data dapat berupa gambar, tabel, grafik, dan sejenisnya, serta analisis didukung dengan sumber pustaka primer yang relevan dan terkini.

Salah satu kajian dalam teori graf adalah dimensi metrik yang pertama kali diperkenalkan oleh Slater, Harary dan Melter berturut-turut pada tahun 1975 dan 1976 Aplikasi dimensi metrik berperan dalam navigasi robotik (Saenpholphat dan Zhang (2004)[1], optimasi penempatan sensor pendeteksi ancaman (Chatrand dan Zhang (2003)[2]) maupun klasifikasi data senyawa kimia (Jhonson (1993)[3]).

Pada suatu fasilitas penting dan fasilitas umum, alat pendeteksi suatu ancaman merupakan alat yang wajib ada sebagai bentuk penyediaan keamanan dalam fasilitas tersebut. Akan tetapi, pengeluaran biaya untuk pengadaan dan instalasi alat tersebut juga merupakan permasalahan yang pelik. Oleh karena itu, diperlukan adanya suatu optimasi dalam penentuan banyaknya alat pendeteksi ini. Salah satu cara yang dapat dilakukan adalah dengan memperhatikan pemilihan lokasi penempatan alat tersebut dalam fasilitas penting, maupun fasilitas umum. Permasalahan di atas dapat dimodelkan menjadi suatu graf, dengan memandang ruangan dalam fasilitas sebagai titik, dan koneksi antar ruang sebagai sisi, sedangkan optimasi pengadaan alat pendeteksi dipandang sebagai penentuan dimensi metrik dari graf yang merepresentasikan fasilitas penting atau fasilitas umum tersebut.

Penentuan minimal sensor dan aturan penempatannya pada gedung bertingkat merupakan permasalahan yang menarik untuk dikaji, karena keberhasilan penelitian ini dapat digunakan untuk meminimalkan biaya. Selain itu, dapat mendeteksi dengan cepat ruangan mana terbakar jika terjadi kebakaran. Pada penelitian ini juga akan dibuat alternatif penentuan sensor dengan menggunakan Bahasa Pemrograman Python. Penentuan minimal sensor dan aturan penempatannya pada gedung bertingkat merupakan permasalahan yang menarik untuk dikaji, karena keberhasilan penelitian ini dapat digunakan untuk meminimalkan biaya. Selain itu, dapat mendeteksi dengan cepat ruangan mana terbakar jika terjadi kebakaran.

Suatu Graf G adalah suatu pasangan himpunan (V, E) dimana $V(G)$ adalah himpunan tak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik (vertex), dan $E(G)$ adalah himpunan dari pasangan tak terurut dari titik-titik berbeda di V yang disebut sisi (edge). Setiap sisi menghubungkan tepat dua titik dan setiap titik dapat memiliki banyak sisi yang menghubungkannya dengan titik yang lain.

Berikut ini diberikan definisi dimensi metrik graf yang diambil dari Chatrand dkk, 2000 [4]. Misalkan titik u dan v anggota himpunan titik-titik pada graf terhubung G , jarak $d(u, v)$ adalah panjang dari lintasan terpendek antara titik u dan v pada G . Untuk himpunan terurut $W = (w_1, w_2, \dots, w_k)$ dari titik-titik dalam graf terhubung G dan titik v pada G , $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$ menunjukkan representasi dari v pada W . Himpunan W dinamakan himpunan pembeda (resolving set) G jika titik-titik G mempunyai representasi berbeda. Anggota dari himpunan pembeda disebut basis. Kardinalitas minimum dari himpunan pembeda disebut dimensi metrik dari G dinotasikan dengan $dim(G)$.

Pada penelitian ini akan dikaji tentang penempatan sensor pada gedung bertingkat. Gedung bertingkat (lebih dari satu lantai) dapat dipresentasikan sebagai graf komposisi kubus dengan posisi dan banyak ruangan pada setiap lantai sama. Konsep gedung bertingkat ini dapat dinyatakan sebagai graf Petersen diperumum yang dimodifikasi. Basis yang diperoleh pada dimensi metrik tersebut dapat direpresentasikan sebagai sensor yang akan ditempatkan pada gedung tersebut. Selanjutnya Pemrograman Phyton digunakan untuk menentukan alternatif diruangan mana saja dapat diletakkan sensor tersebut.

Graf Petersen diperumum $P_{n,k}$, $n \geq 3$ dan $1 \leq k \leq [(n-1)/2]$, terdiri dari n –siklus luar u_1, u_2, \dots, u_n , himpunan n jari-jari $u_i v_i, 1 \leq i \leq n$, dan n sisi $v_i v_{i+k}, 1 \leq i \leq n$, dengan indeks i diambil dari modulo n . Graf Petersen $P_{n,1}$ berbentuk prisma yang didefinisikan sebagai produk Cartesian dari graf siklus C_n dan lintasan P_2 [5].

Misalkan ada s graf Petersen diperumum $P_{n,k}$. Beberapa titik pada siklus luar $u_i, i \in [1, n]$ untuk graf Petersen diperumum ke- $t, t \in [1, s], s \geq 1$ dilambangkan dengan u_i^t , sementara beberapa titik pada siklus dalam $v_i, i \in [1, s]$ untuk graf Petersen diperumum ke- $t, t \in [1, s], s \geq 1$ dilambangkan dengan v_i^t . Graf Petersen diperumum $sP_{n,k}$ diperoleh dari $s \geq 1$ graf $P_{n,k}$, yang setiap titik pada siklus luar $u_i^t, i \in [1, n], t \in [1, s]$ dihubungkan oleh jalur $u_i^t u_i^{t+1}, t \in [1, s-1], s \geq 2$. Graf Petersen $sP_{n,k}$ disebut sebagai gedung bertingkat dengan s lantai.

Pada tahun 2014, Imran, M dkk. [6] telah mendapatkan dimensi metrik graf Petersen diperumum $P_{n,1}$ adalah 2 untuk $n \geq 3$ ganjil dan 4 untuk genap. Selanjutnya

Theorem 2.1. (Asmiati dkk., 2019 [7]) Dimensi metrik graf Petersen diperumum $sP_{n,1}$ adalah $s + 1$, untuk n ganjil dan $s + 2$, untuk n genap.

Berikut ini diberikan contoh basis atau sensor pada Graf Petersen diperumum $sP_{n,1}$ (Gedung bertingkat) untuk beberapa nilai s . Pertama untuk lantai $s = 1$, himpunan basis $W = \{u_1^1, u_j^1, u_n^s\}$, dengan $j = \frac{n+2}{2}$. Representasi titik-titik graf $P_{n,1}$ dapat dilihat pada Tabel 1 di bawah ini.

Tabel 1. Representasi titik-titik graf $P_{n,1}$ dengan himpunan basis W

Titik di graf	Basis yang diambil		
	u_1^1	u_j^1	u_n^1
u_1^1	0	$j - 1$	1
u_2^1	1	$j - 2$	2
u_3^1	2	$j - 3$	3
⋮			
u_j^1	$j - 1$	0	$j - 2$
u_{j+1}^1	$j - 2$	1	$j - 3$
⋮			
u_n^1	1	$n - j$	0

v_1^1	1	j	2
v_2^1	2	$j-1$	3
v_3^1	3	$j-2$	4
\vdots			
v_j^1	j	1	$j-1$
v_{j+1}^1	$j-1$	2	$j-2$
\vdots			
v_n^1	2	$j-1$	1

Untuk lantai $s = 4$, himpunan basis $W = \{u_1^1, u_j^1, u_n^1, \dots, u_n^4\}$, dengan $j = \frac{n+2}{2}$, $k = \{2, \dots, s\}$ merupakan nilai s dari masing-masing titik dalam himpunan basis. Representasi titik-titik graf $4P_{n,1}$ dengan himpunan basis W sebagai berikut.

Tabel 2. Representasi titik-titik graf $4P_{n,1}$ dengan himpunan basis W

Titik di graf	Basis yang diambil					
	u_1^1	u_j^1	u_n^1	u_n^2	u_n^3	u_n^4
u_1^1	0	$j-1$	1	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
u_2^1	1	$j-2$	2	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
u_3^1	2	$j-3$	3	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
\vdots						
u_j^1	$j-1$	0	$j-2$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
u_{j+1}^1	$j-2$	1	$j-3$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
\vdots						
u_n^1	1	$n-j$	0	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
v_1^1	1	j	2	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
v_2^1	2	$j-1$	3	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
v_3^1	3	$j-2$	4	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$

·						
·						
·						
v_j^1	j	1	$j-1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
v_{j+1}^1	$j-1$	2	$j-2$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
·						
·						
·						
v_n^1	2	$j-1$	1	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
u_1^2	1	j	2	1	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
u_2^2	2	$j-1$	3	2	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
u_3^2	3	$j-2$	4	3	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
·						
·						
·						
u_j^2	j	1	$j-1$	$j-2$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
u_{j+1}^2	$j-1$	2	$j-2$	$j-3$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
·						
·						
·						
u_n^2	2	$j-1$	1	0	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
v_1^2	2	$j+1$	3	2	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
v_2^2	3	j	4	3	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
v_3^2	4	$j-1$	5	4	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
·						
·						
·						
v_j^2	$j+1$	2	j	$j-1$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
v_{j+1}^2	j	3	$j-1$	$j-2$	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
·						
·						
·						

v_n^2	3	j	2	1	$u_j^{k-1} + 1$	$u_j^{k-1} + 1$
u_1^3	2	$j + 1$	3	2	1	$u_j^{k-1} + 1$
u_2^3	3	j	4	3	2	$u_j^{k-1} + 1$
u_3^3	4	$j - 1$	5	4	3	$u_j^{k-1} + 1$
·						
·						
·						
u_j^3	$j + 1$	2	j	$j - 1$	$j - 2$	$u_j^{k-1} + 1$
u_{j+1}^3	j	3	$j - 1$	$j - 2$	$j - 3$	$u_j^{k-1} + 1$
·						
·						
·						
u_n^3	3	j	2	1	0	$u_j^{k-1} + 1$
v_1^3	3	$j + 2$	4	3	2	$u_j^{k-1} + 1$
v_2^3	4	$j + 1$	5	4	3	$u_j^{k-1} + 1$
v_3^3	5	j	6	5	4	$u_j^{k-1} + 1$
·						
·						
·						
v_j^3	$j + 2$	3	$j + 1$	j	$j - 1$	$u_j^{k-1} + 1$
v_{j+1}^3	$j + 1$	4	j	$j - 1$	$j - 2$	$u_j^{k-1} + 1$
·						
·						
·						
v_n^3	4	$j + 1$	3	2	1	$u_j^{k-1} + 1$
u_1^4	3	$j + 2$	4	3	2	1
u_2^4	4	$j + 1$	5	4	3	2
u_3^4	5	j	6	5	4	3
·						
·						
·						
u_j^4	$j + 2$	3	$j + 1$	j	$j - 1$	$j - 2$

u_{j+1}^4	$j+1$	4	j	$j-1$	$j-2$	$j-3$
.						
.						
.						
u_n^4	4	$j+1$	3	2	1	0
v_1^4	4	$j+3$	5	4	3	2
v_2^4	5	$j+2$	6	5	4	3
v_3^4	6	$j+1$	7	6	5	4
.						
.						
.						
v_j^4	$j+3$	4	$j+2$	$j+1$	j	$j-1$
v_{j+1}^4	$j+2$	5	$j+1$	j	$j-1$	$j-2$
.						
.						
.						
v_n^4	5	$j+2$	4	3	2	1

Berikut ini algoritma yang digunakan untuk menentukan alternatif penempatan basis atau sensor pada gedung bertingkat.

- 1 masukkan nilai s & n untuk graf petersen $SP(n,1)$
- 2 jika n bernilai ganjil:
 - 2.1 dimensi_metrik = $s+1$
- 3 jika n bernilai genap:
 - 3.1 dimensi_metrik = $s+2$
- 4 all_Node = {}
- 5 untuk x dari 1 sampai s :
 - 5.1 buat node $U(x,1)$ dan tambahkan ke all_Node
 - 5.2 buat node $V(x,1)$ dan tambahkan ke all_Node
 - 5.3 buat edge dari node $U(x,1)$ ke node $V(x,1)$
 - 5.4 untuk y dari 2 sampai n :
 - 5.4.1 buat node $U(x,y)$ dan tambahkan ke all_Node
 - 5.4.2 buat node $V(x,y)$ dan tambahkan ke all_Node
 - 5.4.3 buat edge dari node $U(x,y)$ ke node $V(x,y)$
 - 5.4.4 buat edge dari node $U(x,y-1)$ ke node $U(x,y)$
 - 5.4.5 buat edge dari node $V(x,y-1)$ ke node $V(x,y)$
 - 5.5 buat edge dari node $U(x,n)$ ke node $U(x,1)$
 - 5.6 buat edge dari node $V(x,n)$ ke node $V(x,1)$

- 5.7 untuk y dari 1 sampai n :
 - 5.7.1 jika $s > 1$:
 - 5.7.1.1 buat edge dari node $U(x-1,y)$ ke node $U(x,y)$
- 6 masukkan himpunan_skip_Node
- 7 filter_Nodes = all_Node - himpunan_skip_Node
- 8 untuk x dari 1 sampai dimensi_metrik:
 - 8.1 batas_vertex[x] = length(filter_Nodes) - dimensi_metrik + x
 - 8.2 indeks_vertex[x] = x
- 9 jika indeks_vertex[dimensi_metrik] \leq batas_vertex[dimensi_metrik]:
 - 9.1 basis = { }
 - 9.2 untuk x dari 1 sampai dimensi_metrik:
 - 9.2.1 tambahkan filter_Nodes[indeks_vertex[x]] kedalam basis
 - 9.3 indeks_vertex[dimensi_metrik] ditambah 1
 - 9.4 rvW = { }
 - 9.5 untuk x dari 1 sampai length(all_Node):
 - 9.5.1 jarak = { }
 - 9.5.2 untuk y dari 1 sampai length(basis):
 - 9.5.2.1 tambahkan shortest_path(all_Node[x], basis[y]) kedalam jarak
 - 9.5.3 jika ada anggota rvW yang sama dengan jarak:
 - 9.5.3.1 lompat ke langkah 9.6
 - 9.5.4 jika tidak ada anggota rvW yang sama dengan jarak:
 - 9.5.4.1 tambahkan jarak kedalam rvW
 - 9.6 jika length(rvW) sama dengan length(all_Node):
 - 9.6.1 cetak basis
- 10 jika indeks_vertex[dimensi_metrik] $>$ batas_vertex[dimensi_metrik]:
 - 10.1 untuk x dari 1 sampai dimensi_metrik:
 - 10.1.1 jika indeks_vertex[dimensi_metrik - ($x-1$)] $>$ batas_vertex[dimensi_metrik - ($x-1$)]:
 - 10.1.1.1 indeks_vertex[dimensi_metrik - x] ditambah 1
 - 10.2 jika indeks_vertex[1] $>$ batas_vertex[1]:
 - 10.2.1 program selesai
 - 10.3 untuk x dari 2 sampai dimensi_metrik:
 - 10.3.1 jika indeks_vertex[x] $>$ batas_vertex[x]:
 - 10.3.1.1 indeks_vertex[x] = indeks_vertex[x-1] + 1

11 kembali ke langkah No.9

Spesifikasi sistem yang digunakan untuk menjalankan algoritma tersebut dapat dilihat pada tabel berikut ini.

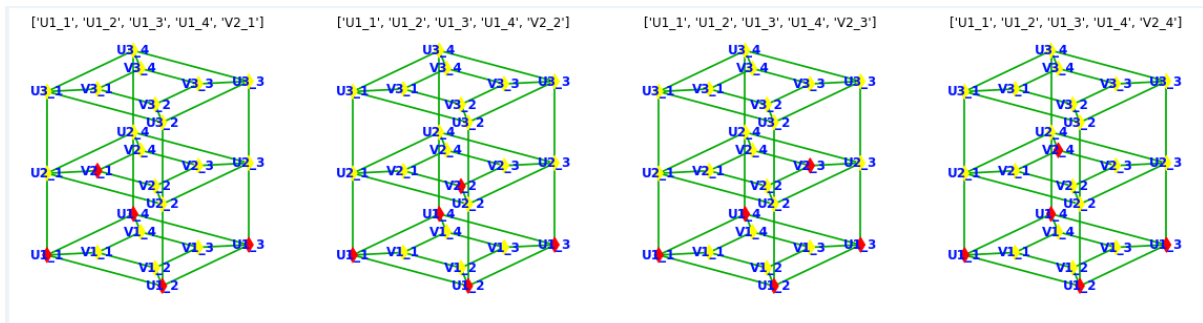
Tabel 3. Spesifikasi Sistem

Items	Specification
Operating System	Debian 10
Processor	Intel® core™ i3 CPU 2.3 GHz.
Memory (RAM)	4 GB DDR3
OS Architecture	64 bit
Python	3.7.3 [GCC 8.3.0]
Libraries	ipython 7.13.0 jupyter 1.0.0 networkx 2.4 notebook 6.0.3

Waktu yang diperlukan untuk mendapatkan Hasil dari running Program dapat dilihat pada Tabel 4.

Table 4 Measurement Result

No.	Type of Petersen Graph	Number of Nodes in Basis	Execution Time	Number of Extracted Basis
1	$1P(4,1)$	3	≤ 1 second	32
2	$2P(4,1)$	4	≈ 3 seconds	989
3	$3P(4,1)$	5	≈ 91 seconds	26,106
4	$4P(4,1)$	6	≈ 3107 seconds	638,597



Gambar 1 Alternatif penempatan sensor 3P4,1

Pada Gambar 1 merupakan beberapa contoh alternatif penempatan sensor pada gedung bertingkat yang merupakan representasi dari graf Petersen diperumum 3P4,1. Titik-titik yang berwarna merah merupakan titik yang terpilih sebagai basis atau sensor.

D. STATUS LUARAN: Tuliskan jenis, identitas dan status ketercapaian setiap luaran wajib dan luaran tambahan (jika ada) yang dijanjikan. Jenis luaran dapat berupa publikasi, perolehan kekayaan intelektual, hasil pengujian atau luaran lainnya yang telah dijanjikan pada proposal. Uraian status luaran harus didukung dengan bukti kemajuan ketercapaian luaran sesuai dengan luaran yang dijanjikan. Lengkapi isian jenis luaran yang dijanjikan serta mengunggah bukti dokumen ketercapaian luaran wajib dan luaran tambahan melalui Simlitabmas.

Luaran yang sudah kami dapatkan pada tahun ketiga ini adalah

1. Presentasi Makalah pada International Conference on Applied Sciences, Mathematics, and Informatics (ICASMI), 3-4 September 2020.



2. Publikasi pada Jurnal Internasional Bereputasi Terindeks Thomson Reuters.



CERTAIN OPERATION OF GENERALIZED PETERSEN
GRAPHS HAVING LOCATING-CHROMATIC
NUMBER FIVE

Agus Irawan^{1,2}, Asmiati^{3,*}, S. Suharsono³, Kurnia Muludi⁴ and
La Zakaria³

¹Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Lampung University
Jl. Sumantri Brodjonegoro No. 1 Bandar Lampung
Indonesia

²Information System, STMIK Pringsewu
Jl. Wisma Rini No. 09 Pringsewu
Lampung, Indonesia

³Department of Mathematics
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Lampung University
Jl. Sumantri Brodjonegoro No. 1 Bandar Lampung
Indonesia
e-mail: asmiati.1976@fmipa.unila.ac.id; asmiati308@yahoo.com

3. Publikasi pada Jurnal Internasional Bereputasi Terindeks Scopus, status: Submitted

**The Alternative of Sensor Placement in Multi-storey Buildings
(Representation of a Generalized Petersen Graph with Certain
Operations) Through the Graph Metric Dimension Approach**

Asmiati

Mathematics Departement, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Lampung
Jl. Sumantri Brodjonegoro No.1 Bandar Lampung, Indonesia
Corresponding author: asmiati.1976@fmipa.unila.ac.id

Akmal Junaidi

Departement of Computer Science, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Lampung
Jl. Prof. Sumantri Brodjonegoro No.1 Bandar Lampung, Indonesia

Ahmad Ari Aldino

Informatics Departement, Faculty of Engineering and Computer Science, Universitas Teknokrat Indonesia
Jl. ZA. Pagar Alam No.9 -11 Labuhan Ratu, Bandar Lampung, Indonesia

Arif Munandar

Departement of Computer Science, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Lampung
Jl. Prof. Sumantri Brodjonegoro No.1 Bandar Lampung, Indonesia

Penelitian Terapan, Penelitian Pengembangan, PTUPT, PPUPT serta KRUPPT). Bukti pendukung realisasi kerjasama dan realisasi kontribusi mitra dilaporkan sesuai dengan kondisi yang sebenarnya. Bukti dokumen realisasi kerjasama dengan Mitra diunggah melalui Simlitabmas.

Tidak ada mitra penelitian.

F. KENDALA PELAKSANAAN PENELITIAN: Tuliskan kesulitan atau hambatan yang dihadapi selama melakukan penelitian dan mencapai luaran yang dijanjikan, termasuk penjelasan jika pelaksanaan penelitian dan luaran penelitian tidak sesuai dengan yang direncanakan atau dijanjikan.

Tidak ada kendala yang berarti.

G. RENCANA TAHAPAN SELANJUTNYA: Tuliskan dan uraikan rencana penelitian di tahun berikutnya berdasarkan indikator luaran yang telah dicapai, rencana realisasi luaran wajib yang dijanjikan dan tambahan (jika ada) di tahun berikutnya serta *roadmap* penelitian keseluruhan. Pada bagian ini diperbolehkan untuk melengkapi penjelasan dari setiap tahapan dalam metoda yang akan direncanakan termasuk jadwal berkaitan dengan strategi untuk mencapai luaran seperti yang telah dijanjikan dalam proposal. Jika diperlukan, penjelasan dapat juga dilengkapi dengan gambar, tabel, diagram, serta pustaka yang relevan. Jika laporan kemajuan merupakan laporan pelaksanaan tahun terakhir, pada bagian ini dapat dituliskan rencana penyelesaian target yang belum tercapai.

Semua rencana penelitian telah dilakukan

H. DAFTAR PUSTAKA: Penyusunan Daftar Pustaka berdasarkan sistem nomor sesuai dengan urutan pengutipan. Hanya pustaka yang disitasi pada laporan kemajuan yang dicantumkan dalam Daftar Pustaka.

- [1] Saenpholphat, V dan Zhang, P. (2004). Conditional resolvability: a survey, *Internat. J. Math. Math. Sci.* 38, 1997-2017.
- [2] Chartrand, G., Zhang, P. (2003). *The Theory and Applications of Resolvability in Graphs*, *Congressus Numerantium*, 160, 47-68.
- [3] Johnson, M.A. (1993). Structure-activity maps for visualizing the graph variables arising in drug design. *J. Biopharm. Statist.* 3, 203-236.
- [4] Chartrand, G., Eroh, L., Johnson, M.A., Oellermann, O.R. (2000). Resolvability in Graphs and the Metric Dimension of a Graph, *Discrete Applied Mathematics*, 105, 99-113.
- [5] Watkins, M. E. (1969). A theorem on Tait coloring with an application to the generalized Petersen graphs, *J. Combin. Theory.* 6, 152-164.
- [6] Imran, M., Baig, A.Q., Shafiq, M.K., Tomecu, I. (2014). On Metric Dimension of Generalized Petersen Graph, *Ars Combinatoria*, 117, 113-130.
- [7] Asmiati, Ahmad Ari Aldino, Notiragayu, L. Zakaria, and Muslim. (2019). Dimensi Metrik Hasil Operasi Tertentu Graf Petersen Diperumum. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, 16 (2), 87-93.

Dokumen pendukung luaran Wajib #1

Luaran dijanjikan: Publikasi Ilmiah Jurnal Internasional

Target: accepted/published

Dicapai: Published

Dokumen wajib diunggah:

1. Artikel yang terbit

Dokumen sudah diunggah:

1. Artikel yang terbit

Dokumen belum diunggah:

- Sudah lengkap

Nama jurnal: Advances and Applications in Discrete Mathematics

Peran penulis: corresponding author | EISSN: 0974-1658

Nama Lembaga Pengindek: Thomson Reuters

URL jurnal: <http://www.pphmj.com/journals/aadm.htm>

Judul artikel: CERTAIN OPERATION OF GENERALIZED PETERSEN GRAPHS
HAVING LOCATING-CHROMATIC NUMBER FIVE

Tahun: 2020 | Volume: 24 | Nomor: 2

Halaman awal: 83 | akhir: 97

URL artikel: <http://www.pphmj.com/abstract/13240.htm>

DOI: <http://dx.doi.org/10.17654/DM024020083>



CERTAIN OPERATION OF GENERALIZED PETERSEN GRAPHS HAVING LOCATING-CHROMATIC NUMBER FIVE

**Agus Irawan^{1,2}, Asmiati^{3,*}, S. Suharsono³, Kurnia Muludi⁴ and
La Zakaria³**

¹Faculty of Mathematics and Natural Sciences

Lampung University

Jl. Sumantri Brodjonegoro No. 1 Bandar Lampung

Indonesia

²Information System, STMIK Pringsewu

Jl. Wisma Rini No. 09 Pringsewu

Lampung, Indonesia

³Department of Mathematics

Faculty of Mathematics and Natural Sciences

Lampung University

Jl. Sumantri Brodjonegoro No. 1 Bandar Lampung

Indonesia

e-mail: asmiati.1976@fmipa.unila.ac.id; asmiati308@yahoo.com

⁴Computer Sciences

Faculty of Mathematics and Natural Sciences

Lampung University

Jl. Sumantri Brodjonegoro No. 1 Bandar Lampung

Indonesia

Received: March 6, 2020; Accepted: May 2, 2020

2010 Mathematics Subject Classification: 05C12, 05C15.

Keywords and phrases: coloring, generalized Petersen graph, locating-chromatic number.

*Corresponding author

Abstract

The locating-chromatic number of a graph is combined two graph concept, coloring vertices and partition dimension of a graph. The locating-chromatic number, denoted by $\chi_L(G)$, is the smallest k such that G has a locating k -coloring. In this paper, we discuss the locating-chromatic number for certain operation of generalized Petersen graphs $sP(n, 1)$.

1. Introduction

In 2002, Chartrand et al. [7] introduced the locating-chromatic number of a graph, with derived two graph concept, coloring vertices and partition dimension of a graph. Let $G = (V, E)$ be a connected graph and c be a proper k -coloring of G with color $1, 2, \dots, k$. Let $\Pi = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ be a partition of $V(G)$ which is induced by coloring c . The color code $c_\Pi(v)$ of v is the ordered k -tuple $(d(v, C_1), d(v, C_2), \dots, d(v, C_k))$, where $d(v, C_i) = \min\{d(v, x) | x \in C_i\}$ for any i . If all distinct vertices of G have distinct color codes, then c is called *k -locating coloring* of G . The locating-chromatic number, denoted by $\chi_L(G)$, is the smallest k such that G has a locating k -coloring. Next, Chartrand et al. [6] determined the locating-chromatic number for some graph classes. On P_n it is a path of order $n \geq 3$, and hence $\chi_L(P_n) = 3$; for a cycle C_n if $n \geq 3$ odd, $\chi_L(C_n) = 3$, and if n even, then $\chi_L(C_n) = 4$; for double star graph $(S_{a,b})$, $1 \leq a \leq b$ and $b \geq 2$, obtained $\chi_L(S_{a,b}) = b + 1$.

The following definition of a generalized Petersen graph is taken from Watkins [8]. Let $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ be some vertices on the outer cycle and $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ be some vertices on the inner cycle, for $n \geq 3$. The generalized Petersen graph, denoted by $P(n, k)$, $n \geq 3$, $1 \leq k \leq \left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor$,

$1 \leq i \leq n$ is a graph that has $2n$ vertices $\{u_i\} \cup \{v_i\}$, and edges $\{u_i u_{i+1}\} \cup \{v_i v_{i+k}\} \cup \{u_i v_i\}$.

Now, we define a new kind of generalized Petersen graph called $sP(n, k)$. Suppose there are s generalized Petersen graphs $P(n, k)$. Some vertices on the outer cycle $u_i, i = 1, 2, \dots, n$ for the generalized Petersen graph t th, $t = 1, 2, \dots, s, s \geq 1$ denoted by u_i^t , while some vertices on the inner cycle $v_i, i = 1, 2, \dots, n$ for the generalized Petersen graph t th, $t = 1, 2, \dots, s, s \geq 1$ denoted by v_i^t . Generalized Petersen graph $sP(n, k)$ obtained from $s \geq 1$ is the graph $P(n, k)$, in which each of vertices on the outer cycle $u_i^t, i \in [1, n], t \in [1, s]$ is connected by a path $(u_i^t u_i^{t+1}), t = 1, 2, \dots, s - 1, s \geq 2$.

The locating-chromatic number for corona product is determined by Baskoro and Purwasih [5], and locating-chromatic number for join graphs is determined by Behtoei and Ambarloei [1]. Additionally, Welyyanti et al. [9, 10] discussed locating-chromatic number for graphs with dominant vertices and locating chromatic number for graph with two homogeneous components. Asmiati obtained the locating-chromatic number of non-homogeneous amalgamation of stars [3]. Next, Asmiati et al. [4] determined some generalized Petersen graphs $P(n, 1)$ having locating-chromatic number 4 for odd $n \geq 3$ or 5; for even $n \geq 4$, certain operation of generalized Petersen graphs $sP(4, 2)$ determined by Irawan et al. [2]. Besides that, in this paper, we will discuss the locating-chromatic number of generalized Petersen graphs $sP(n, 1)$.

The following theorems are basics to determine the lower bound of the locating-chromatic of a graph. The set of neighbours of a vertex y in G is denoted by $N(y)$.

Theorem 1.1 [7]. *Let c be a locating coloring in a connected graph G . If x and y are distinct vertices of G such that $d(x, w) = d(y, w)$ for all $w \in V(G) - \{x, y\}$, then $c(x) \neq c(y)$. In particular, if x and y are non-adjacent vertices such that $N(x) \neq N(y)$, then $c(x) \neq c(y)$.*

Theorem 1.2 [7]. *The locating-chromatic number of a cycle C_n is 3 for odd n and 4 for otherwise.*

Theorem 1.3 [4]. *The locating-chromatic number for generalized Petersen graphs $P(n, 1)$ is 4 for odd $n \geq 3$ or 5 for even $n \geq 4$.*

2. Main Results

In this section, we will discuss the locating-chromatic number of new kind generalized Petersen graphs $sP(n, 1)$.

Theorem 2.1. $\chi_L(sP(3, 1)) = 5$, for $s \geq 2$.

Proof. First, we determine the lower bound of $\chi_L(sP(3, 1))$ for $s \geq 2$. Because a new kind generalized Petersen graph $sP(3, 1)$, $s \geq 2$ contains some generalized Petersen graph $P(n, 1)$, then by Theorem 1.3, $\chi_L(sP(3, 1)) \geq 4$. Suppose that c is a 4-locating coloring on $sP(3, 1)$. Consider $c(u_i^1) = i$, $i = 1, 2, 3$ and $c(v_j^1) = j$, $j = 1, 2, 3$ such that $c(u_i^1) \neq c(v_j^1)$ for $c(u_i^1)$ adjacent to $c(v_j^1)$. Observe that if we assign color 4 for any vertices in u_i^2 or v_i^2 , then we have two vertices whose the same color codes. Therefore, c is not locating 4-coloring on $sP(3, 1)$. As the result, $\chi_L(sP(3, 1)) \geq 5$ for $s \geq 2$.

Next, we determine the upper bound of $\chi_L(sP(3, 1)) \leq 5$ for $s \geq 2$. Assign the 5-coloring c on $sP(3, 1)$ as follows:

$$\bullet c(u_i^t) = \begin{cases} 1 & \text{for } i = 1 \text{ and odd } s; \\ 2 & \text{for } i = 2 \text{ and odd } s; \\ 3 & \text{for } i = 3 \text{ and odd } s; \\ 3 & \text{for } i = 1 \text{ and even } s; \\ 1 & \text{for } i = 2 \text{ and even } s; \\ 4 & \text{for } i = 3 \text{ and even } s. \end{cases}$$

$$\bullet c(v_i^1) = \begin{cases} 2 & \text{for } i = 1; \\ 3 & \text{for } i = 2; \\ 5 & \text{for } i = 3. \end{cases}$$

$$\bullet c(v_i^t) = \begin{cases} 3 & \text{for } i = 1 \text{ and odd } s \geq 3; \\ 1 & \text{for } i = 2 \text{ and odd } s \geq 3; \\ 2 & \text{for } i = 3 \text{ and odd } s \geq 3; \\ 4 & \text{for } i = 1 \text{ and even } s; \\ 2 & \text{for } i = 2 \text{ and even } s; \\ 3 & \text{for } i = 3 \text{ and even } s. \end{cases}$$

The coloring c will create the partition Π on $V(sP(3, 1))$. We show that the color codes of all vertices in $sP(3, 1)$ are different. For $s = 1$, we have $c_{\Pi}(u_1^1) = (0, 1, 1, 2, 2)$; $c_{\Pi}(u_2^1) = (1, 0, 1, 2, 2)$; $c_{\Pi}(u_3^1) = (1, 1, 0, 1, 1)$; $c_{\Pi}(v_1^1) = (1, 0, 1, 3, 1)$; $c_{\Pi}(v_2^1) = (2, 1, 0, 3, 1)$; $c_{\Pi}(v_3^1) = (2, 1, 1, 2, 0)$. For $s \geq 3$ odd, we have $c_{\Pi}(u_1^t) = (0, 1, 1, 2, i + s)$; $c_{\Pi}(u_2^t) = (1, 0, 1, 2, i + s)$; $c_{\Pi}(u_3^t) = (1, 1, 0, 1, s)$; $c_{\Pi}(v_1^t) = (1, 1, 0, 3, s + 2)$; $c_{\Pi}(v_2^t) = (0, 1, 1, 3, i + s)$; $c_{\Pi}(v_3^t) = (1, 0, 1, 2, s + 1)$. For $s \geq 2$ even, we have $c_{\Pi}(u_1^t) = (1, 1, 0, 1, s + 1)$; $c_{\Pi}(u_2^t) = (0, 1, 1, 1, s)$; $c_{\Pi}(u_3^t) = (1, 2, 1, 0, s)$; $c_{\Pi}(v_1^t) = (2, 1, 1, 0, s + 2)$; $c_{\Pi}(v_2^t) = (1, 0, 1, 1, s + 2)$; $c_{\Pi}(v_3^t) = (1, 1, 0, 1, s + 1)$. Since the color codes of all vertices in $sP(3, 1)$ are different, it follows that $\chi_L(sP(3, 1)) \leq 5$ for $s \geq 2$.

Theorem 2.2. $\chi_L(sP(n, 1)) = 5$, for $s \geq 2$ and odd $n \geq 5$.

Proof. The new kind generalized Petersen graphs $sP(n, 1)$, for $s \geq 2$ and odd $n \geq 5$, contain some even cycles. Then, by Theorem 1.2, $\chi_L(sP(n, 1)) \geq 4$. Suppose that c is a locating coloring of $sP(n, 1)$, for $s \geq 2$ and odd $n \geq 5$. Let $C_1 = \{u_1^t \mid \text{for odd } s\} \cup \{u_n^t \mid \text{for even } s\} \cup \{v_1^t \mid \text{for even } s\} \cup \{v_n^t \mid \text{for odd } s, s \geq 3\}$; $C_2 = \{u_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \cup \{v_{2j-1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \cup \{u_{2j-1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\} \cup \{v_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\}$; $C_3 = \{u_{2j+1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \cup \{v_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \cup \{u_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\} \cup \{v_{2j+1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\}$; $C_4 = \{v_n^t \mid \text{for odd } s\} \cup \{v_1^t \mid \text{for even } s\}$ for $\{i > 0; j > 0\}$. Then there are some vertices with same color codes, $c_{\Pi}(u_{n-1}^t) = c_{\Pi}(v_1^t)$ for even s and $c_{\Pi}(u_2^t) = c_{\Pi}(v_1^t)$ for odd; $s \geq 2$, a contradiction. Therefore, $\chi_L(sP(n, 1)) \geq 5$, for $s \geq 2$ and odd $n \geq 5$.

We determine the upper bound of $\chi_L(sP(n, 1)) \leq 5$, for $n \geq 5$ odd. The coloring c will create the partition Π on $V(sP(n, 1))$:

$$C_1 = \{u_1^t \mid \text{for odd } s\} \cup \{u_n^t \mid \text{for even } s\};$$

$$C_2 = \{u_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\}$$

$$\cup \{v_{2j-1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\}$$

$$\cup \{u_{2j-1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\}$$

$$\cup \{v_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\};$$

$$\begin{aligned}
 C_3 &= \{u_{2j+1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \\
 &\cup \{v_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \\
 &\cup \{u_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\} \\
 &\cup \{v_{2j+1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\}; \\
 C_4 &= \{v_n^t \mid \text{for odd } s\} \cup \{v_1^t \mid \text{for even } s\}; \\
 C_5 &= \{v_n^1\}.
 \end{aligned}$$

Therefore, the color codes of all the vertices of G are:

(a)

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \{u_1^t \mid \text{for odd } s\} \cup \{u_n^t \mid \text{for even } s\}; \\
 c_{\Pi}(u_1^1) &= (0, 1, 2, 2, 1); \quad c_{\Pi}(u_n^t) = (0, 1, 1, 2, s-1) \text{ for even } s \geq 2; \\
 c_{\Pi}(u_1^t) &= (0, 1, 2, 2, s) \text{ for odd } s \geq 3.
 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}
 C_2 &= \{u_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \\
 &\cup \{v_{2j-1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \\
 &\cup \{u_{2j-1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\} \\
 &\cup \{v_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{Let } u_i^t, 1 \leq i \leq n-1; i = 2j; 1 \leq j \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \text{ for odd } s; u_i^t, 1 \leq i \leq n-2; \\
 &i = 2j-1; 1 \leq j \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \text{ for even } s \text{ and } v_i^t, 1 \leq i \leq n-2; i = 2j-1; 1 \leq j \\
 &\leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \text{ for odd } s; v_i^t, 2 \leq i \leq n-2; i = 2j; 1 \leq j \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \text{ for even } s \geq 2.
 \end{aligned}$$

For $i < \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$, we have:

$$c_{\Pi}(u_i^t) = (i - 1, 0, 1, i + 1, s + i - 1) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = (i, 0, 1, i, s + i) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(u_i^t) = (i, 0, 1, i, s + i - 1) \text{ for even } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = (i + 1, 0, 1, i - 1, s + i) \text{ for even } s.$$

For $i = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$, we have:

$$c_{\Pi}(u_i^t) = c_{\Pi}(u_{n-2j+1}^t) = (i - 1, 0, 1, i, 2j + s - 1) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = c_{\Pi}(v_{n-2j}^t) = (i, 0, 1, i - 1, 2j + s + 1) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(u_i^t) = c_{\Pi}(u_{n-2j}^t) = (i - 1, 0, 1, i, 2j + s - 1) \text{ for even } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = c_{\Pi}(v_{n-2j+1}^t) = (i, 0, 1, i - 1, 2j + s - 1) \text{ for even } s.$$

For $i > \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$, we have:

$$c_{\Pi}(u_i^t) = c_{\Pi}(u_{n-2j+1}^t) = (2j, 0, 1, 2j, 2j + s - 2) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = c_{\Pi}(v_{n-2j}^t) = (2j + 2, 0, 1, 2j, 2j + s) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(u_i^t) = c_{\Pi}(u_{n-2j}^t) = (2j, 0, 1, 2j + 2, 2j + s - 1) \text{ for even } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = c_{\Pi}(v_{n-2j+1}^t) = (2j, 0, 1, 2j, 2j + s - 1) \text{ for even } s.$$

(c)

$$C_3 = \{u_{2j+1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\}$$

$$\cup \{v_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\}$$

$$\cup \{u_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\}$$

$$\cup \{v_{2j+1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\}.$$

Let $u_i^t, 1 \leq i \leq n-2; i = 2j+1; 1 \leq j \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - 1$ for $s = 1; u_i^t, 1 \leq i \leq n; i = 2j+1; 1 \leq j \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ for odd $s \geq 3; u_i^t, 1 \leq i \leq n-1; i = 2j; 1 \leq j \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ for even s and $v_i^t, 1 \leq i \leq n-1; i = 2j; 1 \leq j \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ for odd $s; v_i^t, 1 \leq i \leq n; i = 2j+1; 1 \leq j \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ for even $s \geq 1$.

For $i < \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$, we have:

$$c_{\Pi}(u_i^t) = (i-1, 1, 0, i+1, i+s-1) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = (i, 1, 0, i, i+s) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(u_i^t) = (i, 1, 0, i, i+s) \text{ for even } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = (i+1, 1, 0, i-1, i+s) \text{ for even } s.$$

For $i = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$, we have:

$$c_{\Pi}(u_i^t) = c_{\Pi}(u_{n-2j+1}^t) = (i-1, 1, 0, i, 2j+s-1) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = c_{\Pi}(v_{n-2j}^t) = (i, 1, 0, i-1, 2j+s) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(u_i^t) = c_{\Pi}(u_{n-2j}^t) = (i-1, 1, 0, i, 2j+s-1) \text{ for even } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = c_{\Pi}(v_{n-2j+1}^t) = (i, 1, 0, i-1, 2j+s+1) \text{ for even } s.$$

For $i > \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$, we have:

$$c_{\Pi}(u_i^t) = c_{\Pi}(u_{n-2j}^t) = (2j + 1, 1, 0, 2j, 2j + s - 1) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = c_{\Pi}(v_{n-2j+1}^t) = (2j + 1, 1, 0, 2j - 1, 2j + s - 1) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(u_i^t) = c_{\Pi}(u_{n-2j+1}^t) = (2j - 1, 1, 0, 2j + 1, 2j + s - 2) \text{ for even } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = c_{\Pi}(v_{n-2j+2}^t) = (2j - 1, 1, 0, 2j - 1, 2j + s - 2) \text{ for even } s.$$

(d)

$$C_4 = \{v_n^t \mid \text{for odd } s\} \cup \{v_1^t \mid \text{for even } s\};$$

$$c_{\Pi}(v_n^t) = (2, 1, 1, 0, s) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(v_1^t) = (1, 2, 1, 0, s + 1) \text{ for even } s.$$

(e)

$$C_5 = \{v_n^1\},$$

$$c_{\Pi}(v_n^1) = (1, 1, 2, 1, 0).$$

Since all the vertices have different color codes, c is a locating coloring of new kind generalized Petersen graphs $sP(n, 1)$, so $\chi_L(sP(n, 1)) \leq 5$, for odd $n \geq 5$.

Theorem 2.3. $\chi_L(sP(n, 1)) = 5$ for $s \geq 2$ and even $n \geq 4$.

Proof. First, we determine the lower bound of $\chi_L(sP(n, 1))$ for $s \geq 2$ and even $n \geq 4$. The new kind generalized Petersen graph $sP(n, 1)$, for $s \geq 2$ and even $n \geq 4$, contains some generalized Petersen graph $P(n, 1)$, then by Theorem 1.3, $\chi_L(sP(n, 1)) \geq 5$.

Next, we determine the upper bound of $\chi_L(sP(n, 1)) \leq 5$ for $s \geq 2$ and $n \geq 4$ even. The coloring c will create the partition Π on $V(sP(n, 1))$:

$$C_1 = \{u_1^t \mid \text{for odd } s\} \cup \{u_n^t \mid \text{for even } s\};$$

$$C_2 = \{u_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\}$$

$$\cup \{v_{2j-1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\}$$

$$\cup \{u_{2j-1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\}$$

$$\cup \{v_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\};$$

$$C_3 = \{u_{2j+1}^t \mid \text{for odd } i \text{ odd } s, j > 0\}$$

$$\cup \{v_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\}$$

$$\cup \{u_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\}$$

$$\cup \{v_{2j+1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\};$$

$$C_4 = \{u_n^t \mid \text{for odd } s\} \cup \{u_{n-1}^t \mid \text{for even } s\};$$

$$C_5 = \{v_n^1\}.$$

Therefore, the color codes of all the vertices of G are:

(a)

$$C_1 = \{u_1^t \mid \text{for odd } s\} \cup \{u_n^t \mid \text{for even } s\};$$

$$c_{\Pi}(u_1^1) = (0, 1, 2, 1, 2); u_n^t = (0, 1, 2, 1, s) \text{ for even } s \geq 2;$$

$$c_{\Pi}(u_1^t) = (0, 1, 2, 1, s + 1) \text{ for odd } s \geq 3.$$

(b)

$$\begin{aligned}
C_2 &= \{u_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \\
&\cup \{v_{2j-1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \\
&\cup \{u_{2j-1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\} \\
&\cup \{v_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\}.
\end{aligned}$$

Let u_i^t , $1 \leq i \leq n-2$; $i = 2j$; $1 \leq j \leq \frac{n}{2} - 2$ for odd s ; u_i^t , $1 \leq i \leq n-3$; $i = 2j-1$; $1 \leq j \leq \frac{n}{2}$ for even s and v_i^t , $1 \leq i \leq n-1$; $i = 2j-1$; $1 \leq j \leq \frac{n}{2}$ for odd s ; v_i^t , $1 \leq i \leq n-1$; $i = 2j$; $1 \leq j \leq \frac{n}{2}$ for even $s \geq 2$.

For $i \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$, we have:

$$\begin{aligned}
c_{\Pi}(u_i^t) &= (i-1, 0, 1, i, i+s) \text{ for odd } s; \\
c_{\Pi}(v_i^t) &= (i, 0, 1, i, i+s+1) \text{ for odd } s; \\
c_{\Pi}(u_i^t) &= (i, 0, 1, i+1, i+s) \text{ for even } s; \\
c_{\Pi}(v_i^t) &= (i+1, 0, 1, i+2, i+s+1) \text{ for even } s.
\end{aligned}$$

For $i > \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$, we have:

$$\begin{aligned}
c_{\Pi}(u_i^t) &= c_{\Pi}(u_{n-2j}^t) = (2j+1, 0, 1, 2j, 2j+s) \text{ for odd } s; \\
c_{\Pi}(v_i^t) &= c_{\Pi}(v_{n-2j-1}^t) = (2j+1, 0, 1, 2j, 2j+s) \text{ for odd } s; \\
c_{\Pi}(u_i^t) &= c_{\Pi}(u_{n-2j-1}^t) = (2j+1, 0, 1, 2j, 2j+s+1) \text{ for even } s; \\
c_{\Pi}(v_i^t) &= c_{\Pi}(v_{n-2j}^t) = (2j-1, 0, 1, 2j, 2j+s-1) \text{ for even } s.
\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}
 C_3 = & \{u_{2j+1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \\
 & \cup \{v_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and odd } s, j > 0\} \\
 & \cup \{u_{2j}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\} \\
 & \cup \{v_{2j+1}^t \mid \text{for odd } i \text{ and even } s, j > 0\}.
 \end{aligned}$$

Let u_i^t , $1 \leq i \leq n-1$; $i = 2j+1$; $1 \leq j \leq \frac{n}{2}-1$ for odd s ; u_i^t , $1 \leq i \leq n-2$; $i = 2j$; $1 \leq j \leq \frac{n}{2}-1$ for even s and v_i^t , $1 \leq i \leq n-2$; $i = 2j$; $1 \leq j \leq \frac{n}{2}-1$ for odd s ; v_i^t , $1 \leq i \leq n-1$; $i = 2j-1$; $1 \leq j \leq \frac{n}{2}$ for even $s \geq 2$.

For $i \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$, we have:

$$\begin{aligned}
 c_{\Pi}(u_i^t) &= (i-1, 1, 0, i, i+s) \text{ for odd } s; \\
 c_{\Pi}(v_i^1) &= (i, 1, 0, i+1, i); \\
 c_{\Pi}(v_i^t) &= (i, 1, 0, i+1, i+2s-2) \text{ for odd } s \geq 3; \\
 c_{\Pi}(u_i^t) &= (i, 1, 0, i+1, i+s) \text{ for even } s; \\
 c_{\Pi}(v_i^t) &= (i+1, 1, 0, i+1, i+s) \text{ for even } s.
 \end{aligned}$$

For $i > \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$, we have:

$$\begin{aligned}
 c_{\Pi}(u_i^t) &= c_{\Pi}(u_{n-2j+1}^t) = (2j+1, 1, 0, 2j-1, 2j+s-1) \text{ for odd } s; \\
 c_{\Pi}(v_i^1) &= c_{\Pi}(v_{n-2j}^t) = (2j+2, 1, 0, 2j+1, 2j);
 \end{aligned}$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = c_{\Pi}(v_{n-2j}^t) = (2j + 2, 1, 0, 2j + 1, 2j + s + 1) \text{ for odd } s \geq 3;$$

$$c_{\Pi}(u_i^t) = c_{\Pi}(u_{n-2j+1}^t) = (2j, 1, 0, 2j - 1, 2j + s) \text{ for even } s;$$

$$c_{\Pi}(v_i^t) = c_{\Pi}(v_{n-2j}^t) = (2j, 1, 0, 2j - 1, 2j + s) \text{ for even } s.$$

(d)

$$C_4 = \{u_n^t \mid \text{for odd } s\} \cup \{u_{n-1}^t \mid \text{for even } s\};$$

$$c_{\Pi}(u_n^t) = (1, 2, 1, 0, s) \text{ for odd } s;$$

$$c_{\Pi}(u_{n-1}^t) = (1, 2, 1, 0, s + 1) \text{ for even } s.$$

(e)

$$C_5 = \{v_n^1\},$$

$$c_{\Pi}(v_n^1) = (2, 1, 2, 1, 0).$$

Since all the vertices have different color codes, c is a locating coloring of new kind generalized Petersen graphs ($sP(n, 1)$), so $\chi_L(sP(n, 1)) \leq 5$, for even $n \geq 4$.

3. Conclusion

Based on the results, locating-chromatic number of new kind generalized Petersen graphs $sP(n, 1)$ is 5 for $s \geq 2$ and $n \geq 3$.

References

- [1] A. Behtoei and M. Anbarloei, The locating chromatic number of the join graphs, Bull. Iranian Math. Soc. 40(6) (2014), 1491-1504.
- [2] A. Irawan, Asmiati, S. Suharsono and K. Muludi, The locating-chromatic number for certain operation of generalized Petersen graphs $sP(4, 2)$, Journal of Physics: Conference Series 1338(1) (2019), 1-6.
- [3] Asmiati, The locating-chromatic number of non-homogeneous amalgamation of stars, Far East J. Math. Sci. (FJMS) 93(1) (2014), 89-96.

- [4] Asmiati, Wamiliana, Devriyadi and L. Yulianti, On some Petersen graphs having locating chromatic number four or five, *Far East J. Math. Sci. (FJMS)* 102(4) (2017), 769-778.
- [5] E. T. Baskoro and I. A. Purwasih, The locating-chromatic number for corona product of graphs, *Southeast-Asian J. Sciences* 1(1) (2012), 124-134.
- [6] G. Chartrand, D. Erwin, M. A. Henning, P. J. Slater and P. Zhang, Graphs of order n with locating-chromatic number $n - 1$, *Discrete Math.* 269 (2003), 65-79.
- [7] G. Chartrand, D. Erwin, M. A. Henning, P. J. Slater and P. Zhang, The locating-chromatic number of a graph, *Bull. Inst. Combin. Appl.* 36 (2002), 89-101.
- [8] M. E. Watkins, A theorem on Tait colorings with application to the generalized Petersen graphs, *Journal of Combinatorial Theory* 6(2) (1969), 152-164.
- [9] T. Welyyanti, E. T. Baskoro, R. Simanjuntak and S. Uttungadewa, On locating-chromatic number for graphs with dominant vertices, *Procedia Computer Science* 74 (2015), 89-92.
- [10] T. Welyyanti, E. T. Baskoro, R. Simanjuntak and S. Uttungadewa, On the locating-chromatic number for graphs with two homogeneous components, *Journal of Physics: Conference Series* 893(1) (2017), 1-8.