



### PROTEKSI ISI LAPORAN AKHIR PENELITIAN

Dilarang menyalin, menyimpan, memperbanyak sebagian atau seluruh isi laporan ini dalam bentuk apapun kecuali oleh peneliti dan pengelola administrasi penelitian

## LAPORAN AKHIR PENELITIAN TAHUN TUNGGAL

ID Proposal: e5475336-b179-45ae-a0c5-870d21be18fa  
Laporan Akhir Penelitian: tahun ke-3 dari 3 tahun

### 1. IDENTITAS PENELITIAN

#### A. JUDUL PENELITIAN

Karakterisasi Graf Petersen Berbilangan Kromatik Lokasi Empat atau Lima

#### B. BIDANG, TEMA, TOPIK, DAN RUMPUN BIDANG ILMU

Bidang Fokus RIRN / Bidang Unggulan Perguruan Tinggi	Tema	Topik (jika ada)	Rumpun Bidang Ilmu
Peran Ilmu-ilmu Dasar dalam Pengembangan Ilmu-ilmu Terapan	-	Kimia, Biologi, Fisika, dan Matematika Murni dan Terapan	Matematika

#### C. KATEGORI, SKEMA, SBK, TARGET TKT DAN LAMA PENELITIAN

Kategori (Kompetitif Nasional/ Desentralisasi/ Penugasan)	Skema Penelitian	Strata (Dasar/ Terapan/ Pengembangan)	SBK (Dasar, Terapan, Pengembangan)	Target Akhir TKT	Lama Penelitian (Tahun)
Penelitian Desentralisasi	Penelitian Dasar Unggulan Perguruan Tinggi	SBK Riset Dasar	SBK Riset Dasar	1	3

### 2. IDENTITAS PENGUSUL

Nama, Peran	Perguruan Tinggi/ Institusi	Program Studi/ Bagian	Bidang Tugas	ID Sinta	H-Index
ASMIATI Ketua Pengusul	Universitas Lampung	Matematika		5986740	3
ARISTOTELES S.Si, M.Si Anggota Pengusul 1	Universitas Lampung	Ilmu Komputer	Mengkonstruksi graf Petersen berbilangan kromatik lokasi lima, membantu membuat laporan kemajuan dan laporan akhir, membantu mengoreksi artikel yang akan disubmit, ikut serta dalam	5980605	1

			konferensi.		
Dr LYRA YULIANTI S.Si, M.Si Anggota Pengusul 2	Universitas Andalas	Matematika	Membantu membuktikan teorema yang diperoleh tentang karakterisasi graf Petersen diperumum berbilangan kromatik lokasi lima, membantu membuat laporan kemajuan dan akhir, membantu menulis artikel yang akan disubmit, ikut serta dalam konferensi.	5985133	3

### 3. MITRA KERJASAMA PENELITIAN (JIKA ADA)

Pelaksanaan penelitian dapat melibatkan mitra kerjasama, yaitu mitra kerjasama dalam melaksanakan penelitian, mitra sebagai calon pengguna hasil penelitian, atau mitra investor

Mitra	Nama Mitra
-------	------------

### 4. LUARAN DAN TARGET CAPAIAN

#### Luaran Wajib

Tahun Luaran	Jenis Luaran	Status target capaian ( <i>accepted, published, terdaftar atau granted, atau status lainnya</i> )	Keterangan ( <i>url dan nama jurnal, penerbit, url paten, keterangan sejenis lainnya</i> )
3	Publikasi Ilmiah Jurnal Internasional	accepted/published	Indonesian Journal of Combinatorics

#### Luaran Tambahan

Tahun Luaran	Jenis Luaran	Status target capaian ( <i>accepted, published, terdaftar atau granted, atau status lainnya</i> )	Keterangan ( <i>url dan nama jurnal, penerbit, url paten, keterangan sejenis lainnya</i> )
--------------	--------------	---	--

### 5. ANGGARAN

Rencana anggaran biaya penelitian mengacu pada PMK yang berlaku dengan besaran minimum dan maksimum sebagaimana diatur pada buku Panduan Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat Edisi 12.

**Total RAB 3 Tahun Rp. 54,325,000**

**Tahun 1 Total Rp. 0**

**Tahun 2 Total Rp. 0**

**Tahun 3 Total Rp. 54,325,000**

Jenis Pembelanjaan	Item	Satuan	Vol.	Biaya Satuan	Total
Analisis Data	Tiket	OK (kali)	2	900,000	1,800,000
Analisis Data	Uang Harian	OH	3	300,000	900,000

Jenis Pembelanjaan	Item	Satuan	Vol.	Biaya Satuan	Total
Analisis Data	Penginapan	OH	4	400,000	1,600,000
Analisis Data	Biaya konsumsi rapat	OH	5	200,000	1,000,000
Analisis Data	HR Sekretariat/Administrasi Peneliti	OB	10	200,000	2,000,000
Analisis Data	HR Pengolah Data	P (penelitian)	10	300,000	3,000,000
Analisis Data	Transport Lokal	OK (kali)	10	150,000	1,500,000
Bahan	ATK	Paket	1	5,025,000	5,025,000
Bahan	Barang Persediaan	Unit	1	3,000,000	3,000,000
Pelaporan, Luaran Wajib, dan Luaran Tambahan	Biaya seminar internasional	Paket	1	10,000,000	10,000,000
Pelaporan, Luaran Wajib, dan Luaran Tambahan	Publikasi artikel di Jurnal Internasional	Paket	1	15,000,000	15,000,000
Pelaporan, Luaran Wajib, dan Luaran Tambahan	Biaya konsumsi rapat	OH	5	200,000	1,000,000
Pelaporan, Luaran Wajib, dan Luaran Tambahan	HR Sekretariat/Administrasi Peneliti	OB	10	200,000	2,000,000
Pengumpulan Data	FGD persiapan penelitian	Paket	10	300,000	3,000,000
Pengumpulan Data	HR Pembantu Peneliti	OJ	10	200,000	2,000,000
Pengumpulan Data	Uang Harian	OH	10	150,000	1,500,000

## 6. KEMAJUAN PENELITIAN

**A. RINGKASAN:** Tuliskan secara ringkas latar belakang penelitian, tujuan dan tahapan metode penelitian, luaran yang ditargetkan, serta uraian TKT penelitian.

Chartrand dkk. (2002) telah memperkenalkan konsep bilangan kromatik lokasi yang merupakan perpaduan dari konsep pewarnaan titik dan dimensi partisi graf (Chartrand dkk. (1998). Kajian menarik dari bilangan kromatik lokasi adalah karakterisasi graf berbilangan kromatik lokasi tertentu. Namun, hasil yang diperoleh masih sangat sedikit dan belum memuaskan, karena penentuan bilangan kromatik lokasi graf merupakan permasalahan NP-hard (Chartrand dkk. (2002), yakni belum adanya teorema atau algoritma yang berlaku umum untuk menentukan bilangan kromatik lokasi dari sebarang kelas graf.

Chartrand dkk. (2003) telah melakukan karakterisasi graf berorder  $n$  dengan bilangan kromatik lokasinya  $n$ , yaitu graf multipartit. Selain itu, mereka juga telah melakukan karakterisasi graf dengan bilangan kromatik lokasinya  $(n-1)$  atau  $(n-2)$ . Khusus untuk karakterisasi graf yang memuat siklus dengan bilangan kromatik lokasi 3 telah dikaji oleh Asmiati dkk. (2012), sedangkan Baskoro dan Asmiati (2013) secara umum telah mendapatkan karakterisasi graf pohon dengan bilangan kromatik lokasi 3. Selanjutnya, Asmiati (2016) untuk bilangan kromatik lokasi graf pohon tertentu.

Graf Petersen sangat populer untuk dipelajari karena keunikannya sebagai contoh penyangkal (counter example) dan mempunyai sifat-sifat menarik. Sejauh penelusuran literatur belum ada kajian tentang bilangan kromatik lokasi pada graf Petersen diperumum. Pada penelitian ini akan dikaji tentang karakterisasi graf Petersen diperumum berbilangan kromatik lokasi empat atau lima.

Hasil-hasil yang diperoleh pada tahun pertama sudah didesiminasikan pada International Conference on Applied Sciences Mathematics and Informatics (ICASMI), 13-15 Juli 2017, Bandar Lampung dan International Conference on Graph Theory and Information Security (ICGTIS), 7-9 Agustus, di Universitas Indonesia. Hasil-hasil yang diperoleh sudah dipublikasikan pada jurnal internasional bereputasi terindex Scopus, yaitu Far East Journal of Mathematical Sciences, dengan judul On Some Petersen Graphs Having Locating Chromatic Number Four or Five.

Pada tahun kedua, hasil-hasil yang diperoleh telah dipresentasikan pada International Conference on Applied Sciences Mathematics and Informatics (ICASMI), 9-11 Agustus 2018 dan International Conference on Mathematics, Sciences, Education, and Technology, 4-5 Oktober 2018 di Padang. Satu artikel telah dipublikasikan ke jurnal internasional bereputasi terindeks scopus , yaitu : Asmiati, I Ketut Sadha Gunce Yana, Lyra Yulianti, 2018, On the Locating Chromatic Number of Some Barbell Graphs.

Pada tahun ketiga, hasil-hasil yang diperoleh sebagian sudah dipresentasikan ke International Conference on Mathematics and Mathematics education, di Padang 3-4 Agustus 2019, dengan judul presentasi “Characterizing generalized Petersen graphs with locating chromatic number five”. Hasil-hasil penelitian lainnya tentang graf Petersen diperumum sudah dipublikasikan pada Jurnal internasional bereputasi terindeks Thomson Reuters, yaitu Asmiati, I Ketut Sadha Gunce Yana, Lyra Yulianti, On the Locating Chromatic Number of Subdivision of Barbell Graphs Containing Generalized Petersen Graph, International Journal of Computer Science and Network Security, vol.19 N0.7, 45-50, 2019.

Penelitian ini merupakan bagian dari Program Penelitian Unggulan Universitas Lampung, yakni peran ilmu-ilmu dasar dalam pengembangan ilmu-ilmu terapan dengan fokus riset pengembangan teknologi informasi dan komputer. Penelitian ini bersifat pengembangan teori keilmuan dengan fokus kajiannya pada pengembangan teori-teori baru yang memiliki nilai aplikasi. Untuk itu, penelitian ini menggunakan suatu metode penyelesaian masalah yang mengacu pada langkah-langkah penelitian teoritik. Tingkat Kesiapan Teknologi (TKT) pada penelitian ini adalah pada level 1.

**B. KATA KUNCI:** Tuliskan maksimal 5 kata kunci.

Pewarnaan titik, bilangan kromatik lokasi, graf Petersen diperumum.

Pengisian poin C sampai dengan poin H mengikuti template berikut dan tidak dibatasi jumlah kata atau halaman namun disarankan ringkas mungkin. Dilarang menghapus/memodifikasi template ataupun menghapus penjelasan di setiap poin.

**C. HASIL PELAKSANAAN PENELITIAN:** Tuliskan secara ringkas hasil pelaksanaan penelitian yang telah dicapai sesuai tahun pelaksanaan penelitian. Penyajian dapat berupa data, hasil analisis, dan capaian luaran (wajib dan atau tambahan). Seluruh hasil atau capaian yang dilaporkan harus berkaitan dengan tahapan pelaksanaan penelitian sebagaimana direncanakan pada proposal. Penyajian data dapat berupa gambar, tabel, grafik, dan sejenisnya, serta analisis didukung dengan sumber pustaka primer yang relevan dan terkini.

Pengisian poin C sampai dengan poin H mengikuti template berikut dan tidak dibatasi jumlah kata atau halaman namun disarankan ringkas mungkin. Dilarang menghapus/memodifikasi template ataupun menghapus penjelasan di setiap poin.

**C. HASIL PELAKSANAAN PENELITIAN:** Tuliskan secara ringkas hasil pelaksanaan penelitian yang telah dicapai sesuai tahun pelaksanaan penelitian. Penyajian dapat berupa data, hasil analisis, dan capaian luaran (wajib dan atau tambahan). Seluruh hasil atau capaian yang dilaporkan harus berkaitan dengan tahapan pelaksanaan penelitian sebagaimana direncanakan pada proposal. Penyajian data dapat berupa gambar, tabel, grafik, dan sejenisnya, serta analisis didukung dengan sumber pustaka primer yang relevan dan terkini.

Pada bagian akan didiskusikan hasil yang sudah dicapai pada tahun pertama, kedua, dan ketiga. Pada tahun pertama, telah diperoleh karakterisasi graf Petersen berbilang kromatik lokasi empat. Pada tahun kedua ini, hasil yang diperoleh adalah klasifikasi graf Petersen berbilang kromatik lokasi lima. Pada tahun ketiga diperoleh bilangan kromatik lokasi pada graf barbell dari graf Petersen diperuam yang disubdivisi.

#### 1. Bilangan Kromatik Lokasi Graf Kembang Api yang di subdivisi.

$F_{n,k}^{s*}$  adalah graf yang diperoleh dengan mensubdivisi graf  $F_{n,k}^*$  sebanyak  $s \geq 2$  titik genap pada masing – masing sisi  $x_i y_i$  dan  $y_i m_i$  ;  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ . Akibatnya  $x_i y_i$  dan  $y_i m_i$  menjadi sebuah lintasan ;  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ . Misalkan lintasan  $x_i y_i = \{x_i, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ir}, y_i\}$  ;  $\forall r = 1, 2, \dots, s$ , untuk  $s \geq 2$  genap, lintasan  $y_i m_i = \{x_i, b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{ir}, m_i\}$  ;  $\forall r = 1, 2, \dots, s$ , untuk  $s \geq 2$  genap.

untuk  $k \geq 5$

$$\chi_L(F_{n,k}^*) = \begin{cases} k - 1 ; 1 \leq n \leq k - 1 \\ k ; \text{lainya} \end{cases}$$

Akan ditunjukkan bahwa untuk  $k \geq 5$  ,  $\chi_L(F_{n,k}^*) = k$  jika  $n \geq k$  dan  $\chi_L(F_{n,k}^*) = k - 1$ , jika  $1 \leq n \leq k - 1$  .Pandang dua kasus berikut ini:

Kasus 1. Untuk  $k \geq 5$  dan  $1 \leq n \leq k - 1$ .

Pertama akan ditunjukkan batas bawah dari  $F_{n,k}^*$  untuk  $k \geq 5$  dan  $1 \leq n \leq k - 1$  karena setiap titik  $l_i$  bertetangga dengan  $(k - 2)$  daun dan, maka berdasarkan Akibat 1,  $\chi_L(F_{n,k}^*) \geq k - 1$ .

Akan ditunjukkan bahwa  $\chi_L(F_{n,k}^*) \leq k - 1$  untuk  $k \geq 5$  dan  $n \leq k - 1$ . Definisikan suatu pewarnaan  $(k - 1)$  pada  $F_{n,k}^*$  sebagai berikut. Beri warna  $c(m_i) = i$ , untuk  $i \in [1, n]$  dan semua daun:  $\{l_{ij} | j = 1, 2, \dots, k - 2\}$  dengan  $\{1, 2, \dots, k - 1\} \setminus \{i\}$  untuk sembarang  $i$ . Selanjutnya  $c(y_i) = 2$ , untuk  $i$  ganjil dan 1 untuk  $i$  genap.  $c(x_i) \neq c(m_i)$  untuk  $i \in [1, 2, \dots, k - 1]$ . Akibatnya, pewarnaan  $c$  akan membangun suatu partisi  $\Pi = \{U_1, U_2, \dots, U_{k-1}\}$  pada  $V(F_{n,k}^*)$ , dengan  $U_i$  adalah himpunan dari semua titik yang berwarna  $i$ .

Akan ditunjukkan bahwa kode warna untuk semua titik di  $F_{n,k}^*$  untuk  $k \geq 5$  dan  $n \leq k - 1$ . Misalkan  $u, v \in V(F_{n,k}^*)$  dan  $c(u) = c(v)$  maka pandang kasus – kasus berikut ini :

Jika  $u = l_{ij}, v = l_{jl}$  untuk suatu  $i, j, h, l$  dan  $i \neq j$ , maka  $c_\Pi(u) \neq c_\Pi(v)$  karena  $d(u, U_i) \neq d(v, U_j)$ .

Jika  $u = l_{ih}, v = m_j$  untuk suatu  $i, j, h$ , dan  $i \neq j$ , maka karena  $u$  bukan titik dominan dan  $v$  harus menjadi titik dominan . Jadi  $c_\Pi(u) \neq c_\Pi(v)$ .

Jika  $u = l_{ih}, v = y_j$  untuk suatu  $i, j, h$ , dan  $i \neq j$ , maka terdapat tepat satu himpunan di  $\Pi$  yang mempunyai jarak 1 di  $u$  dan terdapat sedikitnya dua himpunan di  $\Pi$  yang mempunyai jarak 1 di  $v$ . Jadi  $c_{\Pi}(u) \neq c_{\Pi}(v)$ .

Jika  $u = l_{ih}, v = x_j$  untuk suatu  $i, j, h$ , dan  $i \neq j$ , maka terdapat tepat satu himpunan di  $\Pi$  yang mempunyai jarak 1 di  $u$  dan terdapat sedikitnya dua himpunan di  $\Pi$  yang mempunyai jarak 1 di  $v$ . Jadi  $c_{\Pi}(u) \neq c_{\Pi}(v)$ .

Jika  $u = m_i, v = y_j$  untuk suatu  $i, j$  dan  $i \neq j$ , maka karena  $u$  harus menjadi titik dominan dan  $v$  bukan titik dominan. Jadi  $c_{\Pi}(u) \neq c_{\Pi}(v)$ .

Jika  $u = m_i, v = x_j$  untuk suatu  $i, j$  dan  $i \neq j$ , maka karena  $u$  harus menjadi titik dominan dan  $v$  bukan titik dominan. Jadi  $c_{\Pi}(u) \neq c_{\Pi}(v)$ .

Jika  $u = y_i, v = x_j$  untuk suatu  $i, j$  dan  $i \neq j$ , maka  $c_{\Pi}(u) \neq c_{\Pi}(v)$  karena  $d(u, U_i) \neq d(v, U_j)$ .

Jika  $u = x_i$  dan  $v = x_j$  maka  $i = 1$  dan  $j = n$  jadi  $c_{\Pi}(u) \neq c_{\Pi}(v)$ .

Berdasarkan semua kasus di atas dapat disimpulkan bahwa kode warna dari semua titik di  $F_{n,k}^*$  untuk  $k \geq 5, n \leq k - 1$  adalah berbeda, jadi  $\chi_L(F_{n,k}^*) \leq k - 1$  untuk  $1 \leq n \leq k - 1$ .

$F_{n,k}^{S*}$  adalah graf yang diperoleh dengan mensubdivisi graf  $F_{n,k}^*$  sebanyak  $s \geq 2$  titik genap pada  $x_i y_i$ ;  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ . Akibatnya  $x_i y_i$  menjadi sebuah lintasan;  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ . Misalkan lintasan  $x_i y_i = \{x_i, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ir}, y_i\}$ ;  $\forall r = 1, 2, \dots, s$ , untuk  $s \geq 2$  genap.

Akan ditunjukkan bahwa  $\chi_L(F_{n,k}^{S*}) \leq k - 1$  untuk  $k \geq 5$  dan  $n \leq k - 1$ . Definisikan suatu pewarnaan  $(k - 1)$  pada  $F_{n,k}^{S*}$  sebagai berikut. Beri warna  $c(m_i) = i$ , untuk  $i \in [1, n]$  dan semua daun:  $\{l_{ij} | j = 1, 2, \dots, k - 2\}$  dengan  $\{1, 2, \dots, k - 1\} \setminus \{i\}$  untuk sembarang  $i$ . Selanjutnya  $c(y_i) = 2$ , untuk  $i$  ganjil dan 1 untuk  $i$  genap.  $c(x_i) \neq c(m_i)$  untuk  $i \in [1, 2, \dots, k - 1]$ . Untuk  $a_{ir} = y_i$  untuk  $r$  ganjil dan  $a_{ir} = x_i$  untuk  $r$  genap;  $\forall r = 1, 2, \dots, s$ , untuk  $s \geq 2$  genap. Akibatnya, pewarnaan  $c$  akan membangun suatu partisi  $\Pi = \{U_1, U_2, \dots, U_{k-1}\}$  pada  $V(F_{n,k}^*)$ , dengan  $U_i$  adalah himpunan dari semua titik yang berwarna  $i$ .

Kasus 2. Untuk  $k \geq 5$  dan  $n \geq k$

Akan ditentukan batas bawah untuk  $k \geq 5$  dan  $n \geq k$ . Berdasarkan akibat ..... , diperoleh  $\chi_L(F_{n,k}^*) \geq k - 1$ , tetapi akan ditunjukkan bahwa  $k - 1$  warna tidaklah cukup untuk mewarnai. Untuk suatu kontradiksi, andaikan terdapat pewarnaan  $(k - 1)$  lokasi  $c$  pada  $F_{n,k}^*$  untuk  $k \geq 5$  dan  $n \geq k$ . Karena  $n \geq k$ , maka terdapat dua  $i, j, i \neq j$  sedemikian sehingga  $\{c(l_{ih}) | h = 1, 2, \dots, k - 2\} = \{c(l_{jl}) | h = 1, 2, \dots, k - 2\}$  akibatnya kode warna  $m_i$  dan  $m_j$  akan sama, suatu kontradiksi. Jadi  **$\chi_L(F_{n,k}^*) \geq 4$  untuk  $n \geq k$** .

Akan ditentukan batas atas dari  $F_{n,k}^*$  untuk  $k \geq 5, n \geq k$ . Untuk menunjukkan  $F_{n,k}^* \leq k, k \geq 5$  dan  $n \geq k$  pandang pewarnaan lokasi  $c$  pada  $F_{n,k}^*$  sebagai berikut :

$c(x_i) = 1$  jika  $i$  ganjil dan  $c(x_i) = 3$  jika  $i$  genap.

$c(m_i) = 1$ , untuk setiap  $i$ .

$c(y_i) = 2$ , untuk setiap  $i$ .

Jika  $A = \{1, 2, \dots, k\}$ , definisikan

$$\{c(l_{ij}) \mid j = 1, 2, \dots, k-1\} = \begin{cases} A \setminus \{1, k-1\} & \text{jika } i = 1 \\ A \setminus \{1, k\} & \text{lainya.} \end{cases}$$

Pewarnaan  $c$  akan membangun suatu partisi  $\Pi$  pada  $V(F_{n,k}^*)$ .

Jadi,  $c$  adalah pewarnaan lokasi pada  $F_{n,k}^*$  untuk  $n \geq k$  dan diperoleh  $\chi_L(F_{n,k}^*) = k$  untuk  $n \geq k$ .

Karena warna  $k$  hanya digunakan untuk mewarnai  $l_{1j}$ , mengakibatkan kode warna semua titik di  $F_{n,k}^*$  adalah berbeda.

$F_{n,k}^{S*}$  adalah graf yang diperoleh dengan mensubdivisi graf  $F_{n,k}^*$  sebanyak  $s \geq 2$  titik genap pada masing – masing sisi  $x_i y_i$  dan  $y_i m_i$ ;  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ . Akibatnya  $x_i y_i$  dan  $y_i m_i$  menjadi sebuah lintasan;  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ . Misalkan lintasan  $x_i y_i = \{x_i, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ir}, y_i\}$ ;  $\forall r = 1, 2, \dots, s$ , untuk  $s \geq 2$  genap, lintasan  $y_i m_i = \{x_i, b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{ir}, m_i\}$ ;  $\forall r = 1, 2, \dots, s$ , untuk  $s \geq 2$  genap.

Untuk  $a_{ir} = y_i$  untuk  $r$  ganjil dan  $a_{ir} = x_i$  untuk  $r$  genap, untuk  $b_{ir} = m_i$  untuk  $r$  ganjil dan  $b_{ir} = y_i$  untuk  $r$  genap;  $\forall r = 1, 2, \dots, s$ , untuk  $s \geq 2$  genap. Misalkan  $u, v \in V(F_{n,k}^{S*})$  dan  $c(u) = c(v)$  maka :

Jika  $u = a_{ih}$  dan  $v = a_{jl}$  untuk suatu  $i, j, h, l$  dan  $i \neq j$ , maka  $c_{\Pi}(u) \neq c_{\Pi}(v)$ .

Jika  $u = b_{ih}$  dan  $v = b_{jl}$  untuk suatu  $i, j, h, l$  dan  $i \neq j$ , maka  $c_{\Pi}(u) \neq c_{\Pi}(v)$ .

Jika  $u = a_{ih}$  dan  $v = b_{jl}$  untuk suatu  $i, j, h, l$  dan  $i \neq j$ , maka  $c_{\Pi}(u) \neq c_{\Pi}(v)$ .

Karena warna  $k$  hanya digunakan untuk mewarnai  $l_{1j}$ , mengakibatkan kode warna semua titik di  $F_{n,k}^{S*}$  adalah berbeda. Hasil-hasil yang telah diperoleh ini telah di presentasikan pada International Conference on Applied Sciences Mathematics and Informatics (ICASMI), 13-15 Juli 2017, Bandar Lampung dan telah terbit, yaitu Agus Irawan, Asmiati, 2018, The Locating chromatic number of subdivision firecracker graphs, International Mathematical Forum, 13(10), 485-492.

## 2. Klasifikasi Graf Petersen Berbilang Kromatik Lokasi Empat atau Lima

### 2.1 Bilangan kromatik lokasi pada Graf Petersen $P_{n,1}$ dengan $n \geq 3$ ganjil

Pada bagian ini akan didiskusikan tentang bilangan kromatik lokasi graf Petersen  $P_{n,1}$  untuk  $n$  ganjil.

Karena  $P_{n,1}$ , memuat siklus genap, maka berdasarkan Teorema 2 diperoleh  $\chi_L(P_{n,1}) \geq 4$ .

Selanjutnya untuk menentukan batas atasnya, titik-titik pada  $V(P_{n,1})$  dipartisi sebagai berikut :

$$C1 = \{u1\}; C2 = \{u2j, v2j - 1\}; C3 = \{u2j + 1, v2j\}; C4 = \{vn\}.$$

Kode warnanya adalah :

$$C1 = \{u1\}$$

Warna 1 hanya terletak pada  $u1$ , karena pembuktian ini mempertahankan warna 1 hanya ada pada satu titik yaitu di titik  $u1$ . Sehingga  $c_{\Pi}(u1)$  selalu tetap yaitu  $(0, 1, 1, 2)$ .

$$C2 = \{u2j, v2j - 1\}$$

Untuk  $u_i, 2 \leq i \leq n-1; i = 2j; 1 \leq j \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  dan  $v_i, 1 \leq i \leq n-2; i = 2j-1; 1 \leq j \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$

Untuk  $i < \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$

$$c\pi(ui) = (i - 1, 0, 1, i + 1)$$

$$c\pi(vi) = (i, 0, 1, i)$$

Untuk  $i = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$

$$c\pi(ui) = c\pi(un - 2j + 1) = (i - 1, 0, 1, 2j)$$

$$c\pi(vi) = c\pi(vn - 2j) = (i, 0, 1, 2j)$$

Untuk  $i > \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$

$$c\pi(ui) = c\pi(un - 2j + 1) = (2j, 0, 1, 2j)$$

$$c\pi(vi) = c\pi(vn - 2j) = (2j + 2, 0, 1, 2j)$$

$$C3 = \{u_{2j+1}, v_{2j}\}$$

Untuk  $ui, 3 \leq i \leq n; i = 2j + 1; 1 \leq j \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$  dan  $vi, 2 \leq i \leq n - 1; i = 2j; 1 \leq j \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$

Untuk  $i < \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$

$$c\pi(ui) = (i - 1, 1, 0, i + 1)$$

$$c\pi(vi) = (i, 1, 0, i)$$

Untuk  $i = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$

$$c\pi(ui) = c\pi(un - 2j + 2) = (i - 1, 0, 1, 2j - 1)$$

$$c\pi(vi) = c\pi(vn - 2j + 1) = (i, 1, 0, 2j - 1)$$

Untuk  $i > \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$

$$c\pi(ui) = c\pi(un - 2j + 2) = (2j - 1, 1, 0, 2j - 1)$$

$$c\pi(vi) = c\pi(vn - 2j + 1) = (2j + 1, 1, 0, 2j - 1)$$

$$C4 = \{vn\}$$

Warna 4 hanya terletak pada  $vn$ , karena pembuktian ini meletakkan warna 4 pada titik terakhir, sehingga warna 4 hanya ada pada satu titik yaitu di titik  $vn$ . Akibatnya  $c\pi(vn)$  selalu tetap yaitu  $(2, 1, 1, 0)$ . Karena tidak ada kode warna yang sama maka  $C$  merupakan pewarnaan lokasi. Akibatnya dibutuhkan maksimal 4 warna untuk mewarnai  $P_{n,1}$  untuk  $n$  ganjil, jadi  $\chi_L(P_{n,1}) \leq 4$ . Dapat disimpulkan bahwa, Graf Petersen  $P_{n,1}$  untuk  $n \geq 3$ ,  $\chi_L(P_{n,1}) = 4$  jika  $n$  bilangan ganjil.

## 2.2 Bilangan kromatik lokasi pada Graf Petersen $P_{n,1}$ dengan $n \geq 4$ genap

Dipandang untuk sisi  $ui \rightarrow ui + 1$  maka jumlah  $n$  genap sehingga berdasarkan Teorema 2, maka  $\chi_L(P_{n,1}) = 4$ . Misalkan,  $\chi_L(P_{n,1}) = 4$ , maka  $C1 = \{u1\}$ ;  $C2 = \{u_{2i}, v_{2i-1}\}$ ;  $C3 = \{u_{2i+1}, v_{2i}\}$  dan  $C4 = \{un\}$  untuk  $i > 0$ . Maka terdapat kode warna yang sama, yaitu  $c\pi(u2) = c\pi(v1)$ . Karena terdapat kode

warna yang sama maka C bukan pewarnaan lokasi. Akibatnya dibutuhkan minimal 5 warna untuk mewarnai  $P_{n,1}$  untuk  $n$  genap, jadi  $\chi_L(P_{n,1}) \geq 5$ .

Selanjutnya akan ditentukan batas atas dari graf Petersen  $\chi_L(P_{n,1})$  untuk  $n$  genap. Titik-titik pada  $V(P_{n,1})$  dipartisi sebagai berikut :

$$C1 = \{u1\}; C2 = \{u_{2j}, v_{2j-1}\}; C3 = \{u_{2j+1}, v_{2j}\}; C4 = \{u_n\}; C5 = \{v_n\}.$$

$$C1 = \{u1\}$$

Warna 1 hanya terletak pada  $u1$ , karena pembuktian ini mempertahankan warna 1 hanya ada pada satu titik yaitu di titik  $u1$ . Sehingga  $c_{\Pi}(u1)$  selalu tetap yaitu  $(0, 1, 2, 1, 2)$ .

$$C2 = \{u_{2j}, v_{2j-1}\}$$

Untuk  $u_i, 1 \leq i \leq n-2; i = 2j; 1 \leq j \leq \frac{n}{2} - 1$  dan  $v_i, 1 \leq i \leq n-1; i = 2j-1; 1 \leq j \leq \frac{n}{2}$

$$\text{Untuk } i \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

$$c_{\Pi}(u_i) = (i-1, 0, 1, i, i+1)$$

$$c_{\Pi}(v_i) = (i, 0, 1, i+1, i)$$

$$\text{Untuk } i > \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

$$c_{\Pi}(u_i) = c_{\Pi}(u_{n-2j}) = (2j+1, 0, 1, 2j, 2j+1)$$

$$c_{\Pi}(v_i) = c_{\Pi}(v_{n-2j+1}) = (2j+1, 0, 1, 2j, 2j-1)$$

$$C3 = \{u_{2j+1}, v_{2j}\}$$

Untuk  $u_i, 1 \leq i \leq n-1; i = 2j+1; 1 \leq j \leq \frac{n}{2} - 1$  dan  $v_i, 1 \leq i \leq n-2; i = 2j; 1 \leq j \leq \frac{n}{2} - 1$

$$\text{Untuk } i \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

$$c_{\Pi}(u_i) = (i-1, 1, 0, i, i+1)$$

$$c_{\Pi}(v_i) = (i, 1, 0, i+1, i)$$

$$\text{Untuk } i > \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

$$c_{\Pi}(u_i) = c_{\Pi}(u_{n-2j+1}) = (2j, 1, 0, 2j-1, 2j)$$

$$c_{\Pi}(v_i) = c_{\Pi}(v_{n-2j}) = (2j+2, 1, 0, 2j+1, 2j)$$

$$C4 = \{u_n\}$$

Warna 4 hanya terletak pada  $u_n$ , karena pembuktian ini meletakkan warna 4 pada titik terakhir, sehingga warna 4 hanya ada pada satu titik yaitu di titik  $u_n$ . Akibatnya  $c_{\Pi}(u_n)$  selalu tetap yaitu  $(1, 2, 1, 0, 1)$ .

$$C5 = \{v_n\}$$

Warna 5 hanya terletak pada  $v_n$ , karena pembuktian ini meletakkan warna 5 pada titik terakhir, sehingga warna 5 hanya ada pada satu titik yaitu di titik  $v_n$ . Akibatnya  $c_{\Pi}(v_n)$  selalu tetap yaitu  $(2, 1, 2, 1, 0)$ .

Karena tidak ada kode warna yang sama maka C merupakan pewarnaan lokasi. Akibatnya dibutuhkan maksimal 5 warna untuk mewarnai  $P_{n,1}$  untuk  $n$  genap, jadi  $\chi_L(P_{n,1}) \leq 5$ . Dapat disimpulkan bahwa, Graf Petersen  $P_{n,1}$  untuk  $n \geq 3$ ,  $\chi_L(P_{n,1}) = 5$ , untuk  $n$  bilangan genap.

Hasil- hasil yang telah diperoleh pada tahun pertama ini telah dipublikasikan pada jurnal international bereputasi terindeks Scopus, yaitu: Asmiati, Wamiliana, Devriyadi, Lyra Yulianti, 2017, On Some Petersen Graphs Having Locating Chromatic Number Four or Five, Far East Journal of Mathematical Sciences, 102(4), 769-778.

Berdasarkan hasil-hasil klasifikasi graf-graf Petersen berbilangan kromatik lokasi empat atau lima, maka diperoleh suatu konjektur : Graf Petersen  $P$  berbilangan kromatik lokasi empat jika dan hanya jika  $P = P_{n,1}$ , untuk  $n \geq 3$  ganjil atau  $P_{4,2}$ .

Hasil berupa konjektur itu telah di presentasikan pada International Conference on Graph Theory and Information Security (ICGTIS), 7-9 Agustus, di Universitas Indonesia.

### 3. Bilangan Kromatik Lokasi Graf Barbel

#### 3.1 Bilangan Kromatik Lokasi Graf Barbel Lengkap Seragam

Graf lengkap adalah graf yang setiap titiknya saling bertetangga, dinotasikan dengan  $(K_n)$  dengan  $n$  adalah banyaknya titik dan  $n \geq 2$ . Banyaknya sisi pada suatu graf lengkap adalah  $n(n-1)/2$  dan masing-masing titik berderajat  $n-1$  (Deo, 1989).

Graf barbel adalah graf sederhana yang dibentuk dengan menghubungkan dua tiruan/jiplakan dari graf lengkap atau graf Petersen yang dihubungkan dengan sebuah jembatan/sisi, yang dinotasikan dengan  $(B_{n,n})$  dimana  $n \geq 3$  dan  $n$  adalah bilangan asli (Ihwan, dkk., 2014).

Hasil 1

Bilangan Kromatik Lokasi graf Barbel  $(B_{n,n})$  adalah  $n+1$ , untuk  $n \geq 3$ .

#### 3.2 Bilangan Kromatik Lokasi Graf Barbel Lengkap Tak Seragam

Hasil 2. Bilangan Kromatik Lokasi graf Barbel  $(B_{n,m})$  adalah  $\max\{n, m\}$ , untuk  $n, m \geq 3$  dan  $n \neq m$

### 4. Bilangan Kromatik Lokasi Graf Barbel Petersen

Graf Petersen adalah graf yang memiliki  $2n$  titik yaitu titik-titik pada lingkaran luar  $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  dan titik-titik pada lingkaran dalam  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  untuk  $n \geq 3$ . Graf Petersen dinotasikan dengan  $(P_{n,k})$ , dengan  $1 \leq k \leq \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$  dan

$n \geq 3$ , serta memiliki sisi  $\{u_i u_{i+1}\} \cup \{v_i v_{i+k}\} \cup \{u_i v_i\}$  dimana  $\{1 \leq i \leq n\}$  (Asmiati, dkk., 2017).

Hasil 3

Bilangan Kromatik Lokasi graf Barbel  $(B_{P_{n,1}})$  adalah  $\chi_L(B_{P_{n,1}}) = 4$  untuk  $n$  ganjil atau 5 untuk  $n$  genap, dengan  $n \geq 3$ .

Pada tahun kedua, hasil-hasil yang diperoleh telah dipresentasikan pada International Conference on Applied Sciences Mathematics and Informatics (ICASMI), 9-11 Agustus 2018 dan International

Conference on Mathematics, Sciences, Education, and Technology, 4-5 Oktober 2018 di Padang. Satu artikel telah dipublikasikan ke jurnal internasional bereputasi terindeks scopus, yaitu : Asmiati, I Ketut Sadha Gunce Yana, Lyra Yulianti, 2018, On the Locating Chromatic Number of Some Barbell Graphs.

#### 5. Bilangan Kromatik Lokasi Graf Barbel Petersen Diperumum Disubdivisi

Pada bagian ini akan didiskusikan hasil yang sudah diperoleh pada tahun ketiga, yaitu Bilangan Kromatik Lokasi Graf Barbel dari Graf Petersen diperumum yang Disubdivisi.

**Teorema 1.** Bilangan Kromatik Lokasi graf Barbel ( $B_{P_{n,1}}$ ) adalah  $X_L(B_{P_{n,1}}) = 4$  untuk  $n$  ganjil atau 5 untuk  $n$  genap, dengan  $n \geq 3$ .

Hasil-hasil penelitian pada tahun ketiga ini sudah dipublikasikan pada Jurnal internasional bereputasi terindeks Thomson Reuters, yaitu Asmiati, I Ketut Sadha Gunce Yana, Lyra Yulianti, On the Locating Chromatic Number of Subdivision of Barbell Graphs Containing Generalized Petersen Graph, International Journal of Computer Science and Network Security, vol.19 NO.7, 45-50, 2019.

Selain hasil-hasil tersebut, diperoleh juga hasil karakterisasi graf Petersen diperumum berbilangan kromatik lokasi lima. Hasil-hasil sudah dipresentasikan pada International Conference on Mathematics and Mathematics education, di Padang 3-4 Agustus 2019, dengan judul presentasi "Characterizing generalized Petersen graphs with locating chromatic number five".

**D. STATUS LUARAN:** Tuliskan jenis, identitas dan status ketercapaian setiap luaran wajib dan luaran tambahan (jika ada) yang dijanjikan pada tahun pelaksanaan penelitian. Jenis luaran dapat berupa publikasi, perolehan kekayaan intelektual, hasil pengujian atau luaran lainnya yang telah dijanjikan pada proposal. Uraian status luaran harus didukung dengan bukti kemajuan ketercapaian luaran sesuai dengan luaran yang dijanjikan. Lengkapi isian jenis luaran yang dijanjikan serta unggah bukti dokumen ketercapaian luaran wajib dan luaran tambahan melalui Simlitabmas mengikuti format sebagaimana terlihat pada bagian isian luaran

Hasil-hasil yang diperoleh pada tahun pertama sudah didesiminasikan pada International Conference on Applied Sciences Mathematics and Informatics (ICASMI), 13-15 Juli 2017, Bandar Lampung dan International Conference on Graph Theory and Information Security (ICGTIS), 7-9 Agustus, di Universitas Indonesia. Hasil-hasil yang diperoleh sudah dipublikasikan pada jurnal internasional bereputasi terindex Scopus, yaitu Far East Journal of Mathematical Sciences, dengan judul On Some Petersen Graphs Having Locating Chromatic Number Four or Five.

Pada tahun kedua, hasil-hasil yang diperoleh telah dipresentasikan pada International Conference on Applied Sciences Mathematics and Informatics (ICASMI), 9-11 Agustus 2018 dan International Conference on Mathematics, Sciences, Education, and Technology, 4-5 Oktober 2018 di Padang. Satu artikel telah dipublikasikan ke jurnal internasional bereputasi terindeks scopus, yaitu : Asmiati, I Ketut Sadha Gunce Yana, Lyra Yulianti, 2018, On the Locating Chromatic Number of Some Barbell Graphs.

Pada tahun ketiga, hasil-hasil yang diperoleh sebagian sudah dipresentasikan ke International Conference on Mathematics and Mathematics education, di Padang 3-4 Agustus 2019, dengan judul presentasi "Characterizing generalized Petersen graphs with locating chromatic number five". Hasil-hasil penelitian lainnya tentang graf Petersen diperumum sudah dipublikasikan pada Jurnal internasional bereputasi terindeks Thomson Reuters, yaitu Asmiati, I Ketut Sadha Gunce Yana, Lyra Yulianti, On the Locating Chromatic Number of Subdivision of Barbell Graphs Containing Generalized



## ON SOME PETERSEN GRAPHS HAVING LOCATING CHROMATIC NUMBER FOUR OR FIVE

Asmiati<sup>1</sup>, Wamiliana<sup>1</sup>, Devriyadi<sup>1,2</sup> and Lyra Yulianti<sup>3</sup>

Mathematics Department  
Faculty of Mathematics and Natural Sciences  
Lampung University  
Jl. Hrdjonegoro No. 1, Gedung Meneng  
Bandar Lampung 35145, Indonesia  
e-mail: [asmiati308@yahoo.com](mailto:asmiati308@yahoo.com)

<sup>2</sup>SMKN 1, Mesuji Timur, Lampung, Indonesia

<sup>3</sup>Mathematics Department  
Faculty of Mathematics and Natural Sciences  
Andalas University  
Kampus UNAND Limau Manis  
Padang 25163, Indonesia

### Abstract

In this paper, we determine some Petersen graphs having locating chromatic number four or five. Moreover, we give some conjecture to characterize some Petersen graphs having locating chromatic number four.

Received: March 7, 2017; Revised: April 27, 2017; Accepted: June 12, 2017.

2010 Mathematics Subject Classification: 05C12; 05C15.

Keywords and phrases: locating chromatic number, Petersen graph.

## Research Article

# On the Locating Chromatic Number of Certain Barbell Graphs

Asmiati <sup>1</sup>, I. Ketut Sadha Gunce Yana,<sup>1</sup> and Lyra Yulianti<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Mathematics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Lampung University, Jl. Brawijaya No.1 Bandar Lampung, Indonesia

<sup>2</sup>Mathematics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Andalas University, Kampus UNAND Limau Manis, Padang 25163, Indonesia

Correspondence should be addressed to Asmiati; [asmiati308@yahoo.com](mailto:asmiati308@yahoo.com)

Received 27 March 2018; Revised 26 June 2018; Accepted 22 July 2018; Published 5 August 2018

Academic Editor: Dalibor Froncek

Copyright © 2018 Asmiati et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

The locating chromatic number of a graph  $G$  is defined as the cardinality of a minimum resolving partition of the vertex set  $V(G)$  such that all vertices have distinct coordinates with respect to this partition and every two adjacent vertices in  $G$  are not contained in the same partition class. In this case, the coordinate of a vertex  $v$  in  $G$  is expressed in terms of the distances of  $v$  to all partition classes. This concept is a special case of the graph partition dimension notion. In this paper we investigate the locating chromatic number for two families of barbell graphs.

## 1. Introduction

The partition dimension was introduced by Chartrand et al. [1] as the development of the concept of metric dimension. The application of metric dimension plays a role in robotic navigation [2], the optimization of threat detecting sensors [3], and chemical data classification [4]. The concept of locating chromatic number is a marriage between the partition dimension and coloring of a graph, first introduced by Chartrand et al. in 2002 [5]. The locating chromatic number of a graph is a newly interesting topic to study because there is no general theorem for determining the locating chromatic number of any graph.

Let  $G = (V, E)$  be a connected graph. We define the distance as the minimum length of path connecting vertices  $u$  and  $v$  in  $G$ , denoted by  $d(u, v)$ . A  $k$ -coloring of  $G$  is a function  $c : V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ , where  $c(u) \neq c(v)$  for any two adjacent vertices  $u$  and  $v$  in  $G$ . Thus, the coloring  $c$  induces a partition  $\Pi$  of  $V(G)$  into  $k$  color classes (independent sets)  $C_1, C_2, \dots, C_k$ , where  $C_i$  is the set of all vertices colored by the color  $i$  for  $1 \leq i \leq k$ . The color code  $c(u)$  of a vertex  $u$  in

number of  $G$ , denoted by  $\chi_L(G)$ , is the minimum  $k$  such that  $G$  has a locating coloring.

The following theorem is a basic theorem proved by Chartrand et al. [5]. The neighborhood of vertex  $u$  in a connected graph  $G$ , denoted by  $N(u)$ , is the set of vertices adjacent to  $u$ .

**Theorem 1** (see [5]). *Let  $c$  be a locating coloring in a connected graph  $G$ . If  $u$  and  $v$  are distinct vertices of  $G$  such that  $d(u, t) = d(v, t)$  for all  $t \in V(G) - \{u, v\}$ , then  $c(u) \neq c(v)$ . In particular, if  $u$  and  $v$  are non-adjacent vertices of  $G$  such that  $N(u) = N(v)$ , then  $c(u) \neq c(v)$ .*

The following corollary gives the lower bound of the locating chromatic number for every connected graph  $G$ .

**Corollary 2** (see [5]). *If  $G$  is a connected graph and there is a vertex adjacent to  $k$  leaves, then  $\chi_L(G) \geq k + 1$ .*

There are some interesting results related to the determination of the locating chromatic number of some graphs. The

## The Locating-Chromatic Number of Subdivision Firecracker Graphs

Agus Irawan<sup>1,2</sup> and Asmiati<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup> Posgraduate Student, Faculty of Mathematics and Natural Sciences  
Lampung University, Indonesia

<sup>2</sup> School of Information and Computer Management (STMIK) Pringsewu  
Lampung, Indonesia

<sup>3</sup> Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences  
Lampung University, Indonesia

\*Corresponding author

Copyright © 2018 Agus Irawan and Asmiati. This article is distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

### Abstract

The locating-chromatic number of a graph was combined two graph concept, coloring vertices and partition dimension of a graph. In this paper, we discuss about locating-chromatic number of a subdivision firecracker graphs.

**Keywords:** graph, color code, locating-chromatic number

### 1. Introduction

The locating-chromatic number of a graph was introduced by Chartrand *et al.* [6] in 2002, with derived two graph concept, coloring vertices and partition dimension of a graph. Let  $G = (V, E)$  be a connected graph and  $c$  be a proper  $k$ -coloring of  $G$  with color  $1, 2, \dots, k$ . Let  $\Pi = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$  be a partition of  $V(G)$  which is induced by coloring  $c$ . The color code  $c_{\Pi}(v)$  of  $v$  is the ordered  $k$ -tuple  $(d(v, C_1), d(v, C_2), \dots, d(v, C_k))$  where  $d(v, C_i) = \min \{d(v, x) | x \in C_i\}$  for any  $i$ . If all distinct vertices of  $G$  have distinct color codes, then  $c$  is called  $k$ -locating coloring of  $G$ . The locating-chromatic number, denoted by  $\chi_c(G)$ , is the smallest  $k$

## On the Locating Chromatic Number of Subdivision of Barbell Graphs Containing Generalized Petersen Graph

Asmiati<sup>1</sup>, I Ketut Sadha Gunce Yana<sup>2</sup>, Lyra Yulianti<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Mathematics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Lampung University, Jl. Brodjonegoro No.1 Bandar Lampung, Indonesia.

<sup>3</sup>Mathematics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Andalas University, Kampus UNAND Limau Manis, Padang 25163, Indonesia.

### Abstract

The locating chromatic number of a graph is the minimal color required so that it qualifies for some locating coloring. This paper will discuss about the locating chromatic number for the subdivision of barbell graph containing Petersen Graph.

### Key words:

locating chromatic number, barbell graph, subdivision, Petersen graph.

Omoomi [5] have obtained the locating chromatic number of the Kneser graph. Asmiati et al. [6] determined the locating chromatic number of Petersen graph and Syofyan et al. [7] trees with certain locating chromatic number.

The barbell graph is constructed by connecting two arbitrary connected graphs  $G$  and  $H$  by a bridge. Let  $B_{P_{n,1}}$  for  $n \geq 3$ , be the barbell graph where  $G$  and  $H$  are two copies of generalized Petersen graphs  $P_{n,1}$ . The following definition of generalized Petersen graph is taken from [8].



**INTERNATIONAL CONFERENCE ON GRAPH THEORY  
AND INFORMATION SECURITY (ICGTIS 2017)**



*Certificate*

This is to certify that

**Asmiati**

has presented the paper entitled

**Characterizing Petersen graphs having locating chromatic  
number four**

in the ICGTIS 2017 held by Department of Mathematics FMIPA Universitas Indonesia (UI) and  
Indonesian Combinatorial Society (InaCombs) in Depok, Indonesia on August 7 - 9, 2017



**Alhadi Bustamam, Ph.D.**

Head of Department of Mathematics FMIPA UI



**Dr. Kiki Ariyanti Sugeng**

Chair of ICGTIS 2017



## CERTIFICATE OF APPRECIATION

This certify that

**ASMIATI**

has Contributed as  
**PRESENTER**

1<sup>st</sup> International Conference on Applied Sciences Mathematics and Informatics (ICASMI)

*“The Role and Innovation of Sciences in the Strengthening of Natural Resources”*

Held by Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Lampung

July 13-15, 2017 at Horison Hotel, Lampung, Indonesia



Prof. Marsito, S.Si., DEA., Ph.D.



Dr. Mustafa Usman, M.A.  
Chairman



# CERTIFICATE

The organizing committee certifies that

**ASMIA TI**

has contributed as

**PRESENTER**

The 2<sup>nd</sup> International Conference on Applied Sciences, Mathematics and Informatics (ICASMI)  
"The Contribution of Sciences on Sustainable Valorization of Natural Resources"

Held by Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Lampung  
August 09<sup>th</sup>-11<sup>th</sup>, 2018 at Horizon Hotel, Bandar Lampung, Indonesia.



Sponsor :



Institute of Research and  
Community Service  
University of Lampung





ICOMSET  
The 3<sup>rd</sup> ICOMSET & AMLI 2018



# CERTIFICATE

This is to certify that

**Asmiati**

has participated as **Presenter**  
in **The 3<sup>rd</sup> International Conference on Mathematics, Science, Education and Technology (ICOMSET) & Asosiasi MIPA LPTK Indonesia (AMLI) Meeting 2018**  
04 - 05 October 2018 at Universitas Negeri Padang,  
Padang, West Sumatra, Indonesia

Padang, 05 October 2018



**Prof. Dr. H. Lufri, M.S**  
Dean

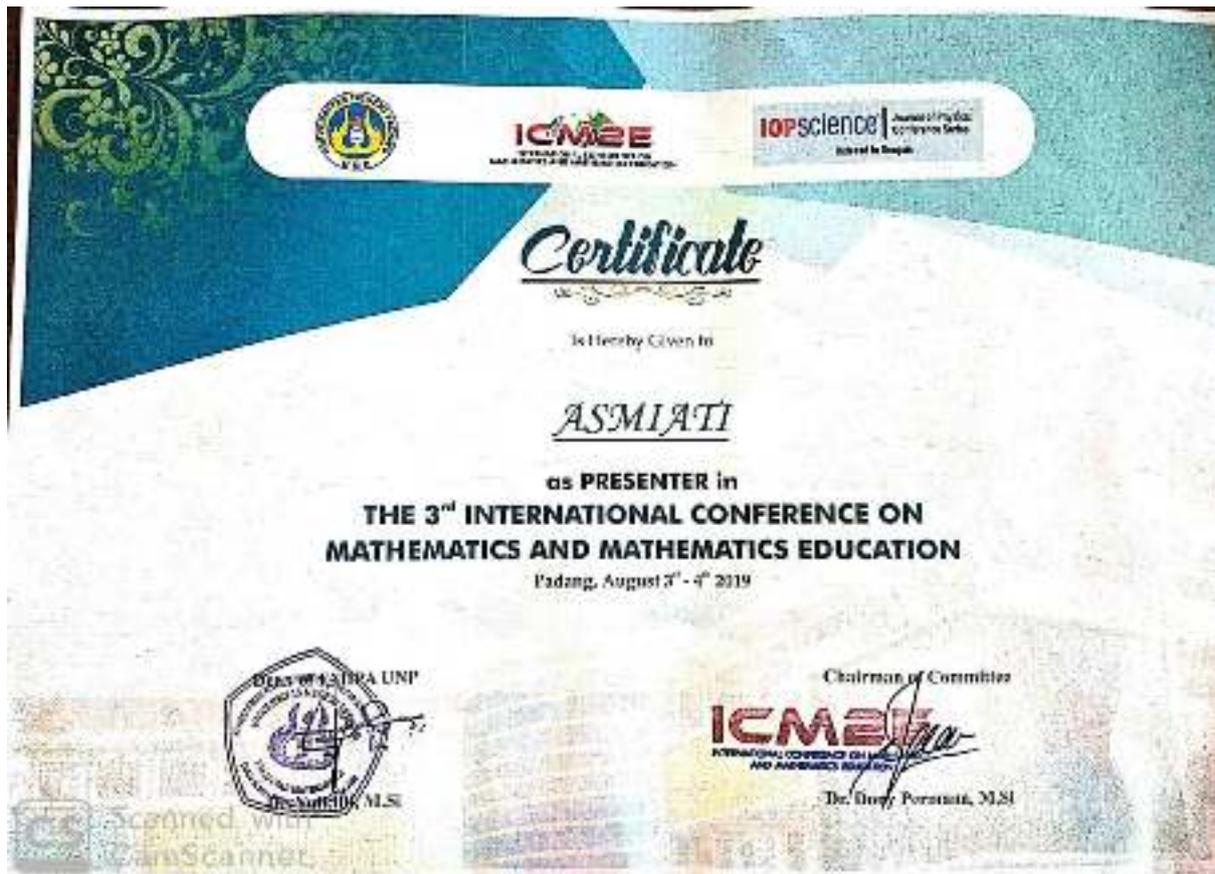
Faculty of Mathematics and Natural Sciences,  
Universitas Negeri Padang



**Budhi Oktavia, M.Si., Ph.D**  
General Chairman  
of The Organizing Committee

Supported  
By:





E. **PERAN MITRA:** Tuliskan realisasi kerjasama dan kontribusi Mitra baik *in-kind* maupun *in-cash* (jika ada). Bukti pendukung realisasi kerjasama dan realisasi kontribusi mitra dilaporkan sesuai dengan kondisi yang sebenarnya. Bukti dokumen realisasi kerjasama dengan Mitra diunggah melalui Simlitabmas mengikuti format sebagaimana terlihat pada bagian isian mitra

.....

.....

.....

.....

F. **KENDALA PELAKSANAAN PENELITIAN:** Tuliskan kesulitan atau hambatan yang dihadapi selama melakukan penelitian dan mencapai luaran yang dijanjikan, termasuk penjelasan jika pelaksanaan penelitian dan luaran penelitian tidak sesuai dengan yang direncanakan atau dijanjikan.

Tidak ada kendala

**G. RENCANA TINDAK LANJUT PENELITIAN:** Tuliskan dan uraikan rencana tindak lanjut penelitian selanjutnya dengan melihat hasil penelitian yang telah diperoleh. Jika ada target yang belum diselesaikan pada akhir tahun pelaksanaan penelitian, pada bagian ini dapat dituliskan rencana penyelesaian target yang belum tercapai tersebut.

Menentukan klasifikasi dan karakterisasi graf Petersen diperumum berbilang kromatik lokasi lebih besar dari lima

**H. DAFTAR PUSTAKA:** Penyusunan Daftar Pustaka berdasarkan sistem nomor sesuai dengan urutan pengutipan. Hanya pustaka yang disitasi pada laporan akhir yang dicantumkan dalam Daftar Pustaka.

- [1]. Chartrand, G. Erwin. Henning, M.A. Slater, P.J dan Zhang, P. 2002. The locating-chromatic number of a graph. Bull. Inst. Combin. Appl. 36. 89-101.
- [2]. Chartrand, G. Salehi, E dan Zhang, P. 1998. On the partition dimension of graph. Congr. Numer. 130. 157-168.
- [3]. Chartrand, G. Erwin. Henning, M.A. Slater, P.J dan Zhang, 2003, Graph of order  $n$  with locating-chromatic number  $n-1$ . Discrete Math. 269. 65-79.
- [4]. Asmiati dan Baskoro, E.T. 2012. Characterizing of Graphs Containing Cycle with Locating-Chromatic Number Three. AIP Conf. Proc. 1450. 351-357.
- [5]. Baskoro, E.T. dan Asmiati. 2013. Characterizing all trees with locating-chromatic number 3. Elec. J. of Graph Theory and Applications. 1(2). 109-117. 2013.
- [6]. Asmiati. 2016. The Locating-chromatic number for certain of trees. Bulletin Mathematics. 8(2), 125-131.
- [7]. Asmiati, Wamiliana, Devriyadi. 2017. Some Petersen Graphs having locating chromatic number four or five, Far East Journal of Mathematical Sciences. 102(4). 769-778.
- [8]. Asmiati, I Ketut Sadha Gunce Yana, Lyra Yulianti, 2018, On the Locating Chromatic Number of Some Barbell Graphs, International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences.
- [9]. Asmiati, I Ketut Sadha Gunce Yana, Lyra Yulianti, 2019, On the Locating Chromatic Number of Subdivision of Barbell Graphs Containing Generalized Petersen Graph, International Journal of Computer Science and Network Security, vol.19 NO.7, 45-50.