Intuisi Masalah Geometri Siswa Sekolah Menengah Pertama

Nurhanurawati, Abdurrahman As’ari, Sudirman

Universitas Lampung, Universitas Negeri Malang, Universitas Negeri Malang

**E-mail**: [nurhanurawati94@gmail.com](mailto:nurhanurawati94@gmail.com),

abdur.rahman.fmipa@um.ac.id

sudirman.fmipa@um.ac.id

**ABSTRACT:** This paper revealed appaearance intuition in the famework of three worlds of mathematics from two student grade 8 when they solved geometry problem. The data is taken by observed learning activity at MTs Surya Buana in Malang on circle tangent material, based on did the task by thinkaloud. Intuition emerge at early they faced problem. When they solved geometry problem, in the framework of three worlds of mathematics,the first appearance is*embodied intuition*that lead student finished the proof. *Symbolic intuition*leads student to counting procedure when solved the problem.

**Keywords:**intuition, three world of mathematics

**ABSTRAK**: Dalam tulisan ini diungkap munculnya intuisidalam kerangka tiga dunia matematika dari dua orang siswa kelas 8 ketika menyelesaikan masalah geometri. Data diperoleh melalui observasi kegiatan pembelajaran yang dilaksanakan di MTs Surya Buana Malang pada materi garis singgung lingkaran, berdasarkan penyelesaian tugas sambil berbicara. Intuisi muncul di awal mereka menghadapi masalah. Dalam kerangka tiga dunia matematika, ketika menyelesaikan masalah geometri, yang pertama muncul adalah intuisi diwujudkan (*embodied intuition*) yang menuntun siswa untuk sampai pada pernyataan pembuktian. Intuisi simbolik (*symbolic intuition*) mengantarkan siswa kepada prosedur penghitungan ketikamenyelesaikan masalah.

**Kata Kunci**: intuisi, tiga dunia matematika

Geometri merupakan salah satu materi yang penting dalam matematika. “*Geometry is an important area of mathematics because itprovides students with a deeper appreciation for the world that surrounds them”*. (Ontario Ministry of Education,2008). Berdasarkan sudut pandang psikologi, geometri merupakan penyajian abstraksi dari pengalaman visual dan spasial, misalnya bidang, pola, pengukuran dan pemetaan (Kartono, 2012:5). Jadi, pengalaman siswa pada objek-objek nyata yang ditemukannya sehari-hari diabstrakkan dalam geometri.

Suydam (dalam Clements & Battista, 1992: 421) mengemukakan bahwa tujuan pembelajaran geometri adalah untuk mengembangkan kemampuan berpikir logis, mengembangkan intuisi spasial mengenai dunia nyata, menanamkan pengetahuan yang dibutuhkan untuk menunjang matematika lanjut, serta mengajarkan cara membaca dan menginterpretasikan argumentasi matematika. Dengan demikian, setelah belajar geometri siswa akan memiliki banyak kompetensi dan ketika dihadapkan dengan masalah geometri, ia akan berusaha menyelesaikan masalah tersebut dengan segera menggunakan kemampuan yang dimilikinya dari hasil belajar sebelumnya. Secara khusus, siswa akan memiliki intuisi spasial dalam hal membentuk bayangan konsep (*concept image)* dalam pemikiran mereka.

Ada beberapa pengertian intuisi. Intuisi merupakan kognisi yang dipahami secara langsung tanpa perlu pembenaran atau interpretasi secara eksplisit (Fischbein, 1987) dan kognitif primitif yang dapat berfungsi tanpa analisis matematika formal (Resnick, 1986). Intuisi dapat dipandang sebagai representasi mental dari fakta atau konsep yang muncul menjadi kebenaran yang diterima begitu saja, benar dengan sendirinya(Dreyfus & Eisenberg, 1982).

Ketika seseorang memproduksi penalaran matematika yang mendalam dan tiba pada kesimpulan yang dapat diterima tanpa merujuk pada definisi yang tepat atau teorema yang diketahui, ahli matematika mengatakan bahwa orang ini “memiliki intuisi” dalam domain yang diberikan (Semadeni, 2008). Davis dan Hersch (1981) mendeskripsikan enam arti intuisi yaitu sebagai: lawan dari keketatan, visual, meyakinkan meski tanpa bukti, argumen yang intuitif tidak lengkap, dan holistik/integratif sebagai lawan dari rinci/analitik.

Intuisi tidak hanya sekedar fakta psikologis melainkan juga telah menjadi salah satu metode epistemologi. Oleh karena itu intuisi bersifat aktif dan produktif dalam memproses, menemukan, dan memperoleh pengetahuan. Pengetahuan yang diperoleh melalui proses intuisi dapat digunakan sebagai hipotesis yang selanjutnya dapat dianalisis untuk menentukan kebenaran pernyataan yang dikemukakan (Mujamil, 2005). Winerman (dalam Nicholas, 2010) menyatakan bahwa intuisi merupakan tindakan atau proses perolehan pengetahuan atau kebenaran secara langsung dengan sedikit dugaan atau penalaran. Dengan demikian ketika seseorang menghadapi suatu permasalahan matematika, ia akan menggunakan intuisinya sebagai titik awal untuk memecahkan masalah tersebut.

Intuisi merupakan produk dari pengalaman dan penalaran sebelumnya (Westcott, dalam Fischbein, 1987). Intuisi dapat muncul dari pengalaman sebelumnya yang berupa latihan intelektual yang dinamakan intuisi sekunder, dan juga dapat berkembang dalam diri manusia secara alami, bukan diperoleh dari proses pembelajaran, dinamakan intuisi primer (Fischbein, 1987). Intuisi dihasilkan dari bayangan konsep individu. Sejalan dengan perkembangan pengalaman siswa, intuisi akan membawa siswa dari berpikir praformal ke berpikir formal (Tall ,1991). Jadi intuisi merupakan kognisi yang dimiliki seseorang sebelum adanya pembenaran secara eksplisit, yang dapat muncul karena pengalaman dan penalaran sebelumnya. Pada tulisan ini, intuisi akan dibahas dalam kerangka tiga dunia matematika.

Tall (2004) memperkenalkan teori perkembangan kognitif yang diberi nama teori Tiga Dunia Matematika. Dunia yang pertama tumbuh dari persepsi pada dunia, pemikiran tentang benda yang dipersepsikan dan dimaknai. Dunia disini bukan hanya dunia fisik tetapi dunia mental. Bukan hanya persepsi pada objek dunia nyata, tetapi juga konsepsi internal termasuk bayangan visuospasial. Dunia ini fokus pada aspek pengalaman sensori yang memungkinkan untuk membayangkan konsep, misalnya “garis” adalah “lurus”. Dunia yang pertama ini dinamakan dunia konseptual yang diwujudkan atau disingkat Dunia diwujudkan

****

**Gambar 1. Tiga Dunia Matematika menurut Tall**

Dunia yang kedua adalah dunia simbol yang digunakan untuk menghitung dan manipulasi dalam aritmetika, aljabar, kalkulus dan lainnya, dimulai dari *tindakan* yang dienkapsulasi sebagai konsep dengan menggunakan simbol yang yang memungkinkan seseorang berpindah dari proses *mengerjakan* matematika ke *berpikir* tentang matematika. Simbol dalam aritmetika memiliki dua konotasi yaitu sebagai proses dan konsep, disingkat prosep (Gray & Tall, 2001). Pada awalnya, prosep membangun tindakan dalam dunia diwujudkan dan tahap awal dari menghitung, tetapi fokus pada sifat simbol dan hubungan diantara mereka berpindah dari makna fisik kepada aktivitas simbol dalam aritmetika dan selanjutnya meningkat kepada konsep bilangan yang lebih canggih yang memungkinkan untuk menghitung dan memanipulasi simbol dengan akurasi yang lebih besar. Jadi ini berpindah ke aritmetika dan aljabar yang umum dan ke konsep yang lebih umum dalam kalkulus simbolik. Dunia ini muncul dari dunia diwujudkan, namun kebalikannya juga bisa terjadi. Dunia yang kedua ini dinamakan dunia perseptual simbolik, atau disingkat dunia perseptual.

Dunia yang ketiga didasarkan pada *sifat,* mengekspresikan definisi formal yang digunakan sebagai aksioma untuk mengkhususkan struktur matematika (seperti grup, field, ruang vektor, ruang topologi, dan sebagainya). Pada dunia ini, seseorang tidak bekerja dengan objek yang familiar dengan pengalaman, tetapi dengan aksioma yang dibentuk untuk mendefinisikan struktur matematika dari sifat tertentu. Kemudian sifat-sifat lainnya dideduksikan melalui bukti formal untuk membangun teorema. Dunia ini muncul dari kombinasi konsep yang diwujudkan dan manipulasi simbolik, tetapi kebalikannya juga bisa terjadi, definisi formal dan deduksi formal dapat menuntun pada teorema tertentu Dunia ini dinamakan dunia formal aksiomatik, atau disingkat, dunia formal.

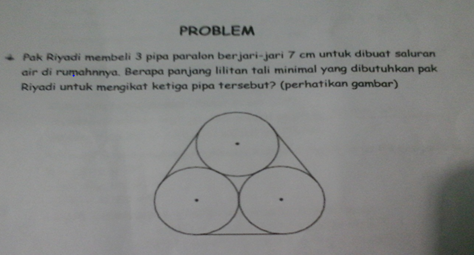
Intuisi merupakan produk dari bayangan konsep individu yang dapat muncul dari pengalaman dan penalaran sebelumnya (Fischbein, 1978; Tall, 1991) yang bisa jadi berada dalam salah satu atau mungkin saling tumpang tindih dalam tiga dunia matematika. Intuisi itu dapat muncul dalam dunia diwujudkan berupa bayangan konsep visuospatial (Davis & Hersh, 1981; Fischbein, 1987). Jadi intuisi diwujudkan berupa kognisi yang muncul secara langsung berupa bayangan konsep secara visuospasial. Intuisi juga dapat muncul dalam dunia simbolik berupa bayangan tentang prosedur tindakan menghitung yang berkembang dari pengalaman dengan penghitungan matematis. Jadi intuisi proceptual berupa kognisi aritmetika dan aljabar yang muncul secara langsung yang memungkinkan untuk beralih dari proses melakukan matematika ke berpikir tentang konsep. Intuisi juga dapat muncul dalam dunia formal berupa penalaran deduktif dan bukti matematis. Jadi intuisi formal berupa kognisi deduktif dan bukti matematis formal yang muncul yang memungkinkan seseorang untuk mengonstruksi bukti matematis.

Mengingat pentingnya geometri dan pentingnya intuisi dalam memunculkan prosedur, mengarahkan ke berpikir tentang konsep serta memungkinkan siswa mengonstruksi bukti matematis, dalam tulisan ini akan diungkapkanmunculnya intuisi dalam kerangka tiga dunia matematika dari dua orang siswa kelas 8 ketika menyelesaikan masalah geometri.

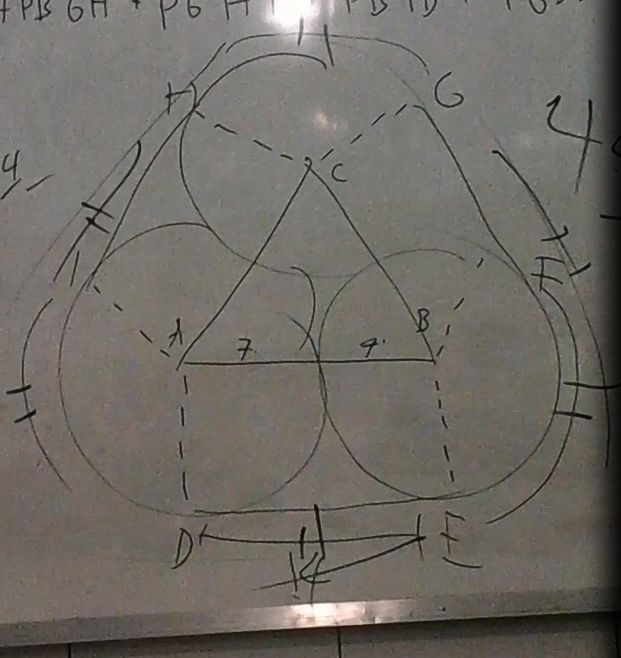
**Metode**

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif berupa studi kasus instrumental yang fokus pada issu tertentu dari suatu kasus untuk suatu tujuan yang lebih besar (Creswell, 2012: 465; Fraenkel, 2012:435). Pengumpulan data dilakukan melalui observasi yang dilaksanakan di MTs Surya Buana Malang kelas 8, pada pembelajaran garis singgung lingkaran. Dalam kegiatan ini, peneliti bertindak sebagai observer. Subjek penelitiannya adalah dua orang siswa kelas 8 yang mengerjakan tugas dipapan tulis. Observasi langsung ini direkam menggunakan dua kamera secara audio visual. Observasi difokuskan pada saat siswamenyelesaikan tugas sambil berbicara. Hasil observasi tersebut disajikan dalam bentuk transkrip percakapan antara Billi, guru, dan Ryan.

**Hasil**



Siswa menjawab dengan membuat sketsa gambar berikut:



Billi : Ini sama dengan menghitung panjang ini tambah ini tambah ini tambah ini... (sambil menunjuk pada ruas garis DE, FG, HI serta busur-busur EF, GH dan ID). Anggap aja ini satu lingkaran, sepertiga tambah sepertiga tambah sepertiga. Maka kelilingnya sama dengan...( sambil menuliskan dikiri gambar ). Nah kan sudah ketemu pinggir ini 44. Nanti ya kita cari pinggir ini. (sambil menunjuk ruas garis HI, FG dan DE). Ini kan diameterini sama dengan 14 ya. Karena ini saling sejajar maka sama saja ini 14 (menunjuk ruas garis DE. Tinggal 14 dikali 3, 42. (Sambil menunjuk dua ruas garis yang lain). Tinggal 42 ditambah 44, 86. Mudenggg... (bertanya kepada temannya).

Guru : Billi tadi mengatakan bahwa ini ditambah ini ditambah ini ditambah ini, keliling lingkaran.Berarti Billi menganggap, masing-masing ini sepertiga lingkaran. Pertanyaan saya, bagaimana bisa menyimpulkan ini adalah sepertiga lingkaran? (sambil menunjuk juring HCG?

Billi : kayaknya begitu pak.

Billi : Kalau ini digandakan, supaya satu lingkaran penuh kan butuh 3 bagian. Jadi lego. (sejenis mainan)

Guru : Kalian mencari panjang apa sebenarnya ini?

Siswa : Panjang busur Pak.

Guru : Ingatkan lagi konsep busurnya. Mencari panjang busur bagaimana?

Ryan maju ke depan

Guru : Coba silakan Ryan

Ryan : 120 derajat pak

Guru : Ya dari mana.

Ryan diam dan nampaknya berpikir. Begitu juga dengan siswa lainnya. Setelah 40 detik,

Ryan : (menuliskankan Kan ABC itu segitiga, sudutnya 180. Karena segitiga sama sisi, 180 dibagi tiga jadinya 60. Ditambah sudut ADE kalau gini kan jadinya siku-siku jadinya 90. Sudut CBF ini juga 90. Terus hasilnya, kalau ini sudah dikurangi semua hasilnya 120. 120 ini punyanya EBF. Jadi EF nya (sambil menulis) 120 per 360 dikali 44 sama dengan 44 per 3.

**Pembahasan**

Billi maupun Ryan pada awalnya sudah memiliki asumsi bahwa panjang busur tersebut adalah sepertiga dari keliling lingkaran.Bruner mencirikan dua pendekatan alternatif untuk memecahkan masalah:

Di hampir semua bidang usaha intelektual seseorang dapat membedakan dua pendekatan biasanya dinyatakan berbeda. Salah satunya adalah intuitif, yang lainnya analitik... secara umum intuisi kurang ketat sehubungan dengan bukti, lebih berorientasi pada keseluruhan masalah daripada bagian-bagian tertentu, kurang diucapkan sehubungan dengan pembenaran, dan didasarkan pada kepercayaan diri untuk beroperasi dengan data yang cukup. (Bruner dalam Zeev, 2002)

Tampak bahwa ada intuisi munculdalam pikiran mereka. Intuisi adalah produk dari bayangan konsep individu. (Tall 1991). Intuisi bukanlah sumber utama kebenaran, kognisi tertentu, tetapi tampaknya begitu karena ini adalah perannya untuk menciptakan tampilnya kepastian. Intuisi dirujuk sebagai tebakan global, dimana seseorang individu tidak mampu menawarkan justifikasi yang jelas dan lengkap (Fischbein, 1987), namun sebagai cara untuk memahami bukti dan masalah konseptualisasi (Hadamard dalam Zeev, 2002). Namun ketika siswa dapat mengatakan bahwa panjang busur yang dimaksud adalah sepertiga dari keliling lingkaran, mereka telah menggunakan intuisi sebagai produk dari pengalaman dan penalaran sebelumnya (Westcott dalam Fischbein, 1987).

Dalam kerangka tiga dunia matematika, intuisi yang pertama muncul dalam pikiran kedua siswa adalah intuisi diwujudkan yang berupa bayangan konsep secara visual yang membawa mereka pada pernyataan bahwa panjang busur yang dimaksud adalah sepertiga keliling lingkaran. Intuisi yang muncul pada Billi hanya intuisi yang diwujudkan (*embodied intuition)*. Sementara Ryan, selain memiliki intuisi yang diwujudkan, juga memiliki intuisi simbolik (*symbolik intuition)*yaitu bayangan tentang prosedur tindakan penghitungan yang berkembang dari pengalaman dengan penghitungan matematisnyasebagai titik awal pembuktian sehingga ia dapat menunjukkan bahwa juring yang dimaksudkan adalah sepertiga lingkaran.

Billi dan Ryan menggunakan intuisi dalam kerangka tiga dunia matematika David Tall (kecuali *formal)*, yang menyatakan bahwa dalam matematika sekolah ada dua perkembangan paralel dari berpikir matematis yaitu *Conseptual*-*Embodied* dan *Proceptual-Symbolism.* (Dalam perkembangan berikutnya ada yang ke tiga yaitu *Formal mathematics* yang menggunakan aksioma dan bukti formal) (Tall, 2006).

**Kesimpulan dan Saran**

Setiap siswa menggunakan intuisi di awal mereka menghadapi suatu tugas atau masalah matematika. Dalam kerangka tiga dunia matematika, ketika menyelesaikan masalah geometri, yang pertama muncul adalah intuisi diwujudkan yang menuntun siswa untuk sampai pada pernyataan pembuktian. Selanjutnya intuisi simbolik mengantarkan siswa kepada prosedur penghitungan ketika menyelesaikan masalah.

Meskipun tulisan ini hanya mengeksplorasi intuisi dua orang siswa yang bekerja pada suatu tugas, namun dapat menyajikan perbedaan intuisi pada keduanya yang dapat mendukung mereka dalam menyelesaikan tugas. Selanjutnya dapat diteliti intuisi yang muncul dalam menyelesaikan masalah matematika lanjut serta bagaimana proses intuisi yang muncul dalam pikiran siswa.

**Daftar Rujukan**

Clement, D.H. & Battista, M.T. 1992. Geometry and Spatial Reasoning. Dalam Grouws, D.A. (*Eds*) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York: Mc. Millan Publising Company.

Creswell, J.W. 2012. *Educational Resesarch: Planning, Conducting and Evaluating Quantitative and Qualitatif Research.* Boston: Pearson Education Inc.

Davis, P.J.&Hersch, R. 1981.*The mathematical experience*. Birkhäuser.

Dreyfus, T & Eisenberg, T. 1982. Intuitive Functional Concept: A Baseline Study on Intuitions. *Journal for Research in Mathematics Educational.* Vol 6 No 2, pp. 18-24.

Fischbein, E.1987. *Intuition in Science and mathematics.* Dodrecht, Holland: Reider

Fraenkel, J.R., Wallen, N.E., & Hyun, H.H. 2012. *How to Design and Evaluate Research in Education.* Newyork: McGraw-Hill

Kartono. 2012. *Hands on Activity pada Pembelajaran Geometri Sekolah Sebagai Asesmen Kinerja Siswa.* Jurusan Matematika FMIPA Unnes.

Mujamil. 2005. *Epistemologi Pendidikan Islam: dari Metode Rasional hingga Metode Kritis.*  Jakarta: Erlangga.

Nicholas, P. K. 2010. *Trends Concerning Four Misconception in Student Intuitively Based Probabilistic Reasoning Sourced in The Heuristic of Represetativeness.*  A Dissertation in The Graduate School of The University of Alabama: Tuscaloosa Alabama.

Ontario Ministry of Education. 2008. *Geometry andSpatial Sense,Grades 4 to 6:A Guide to Effective Instructionin Mathematics,Kindergarten to Grade 6.* Queen’s Printer for Ontario.

Resnick, L. 1986. *The Development of Mathematical Intuition. In M. Perlmutter (Eds). Perspectives of Intellectual Development.*  The Minnesota Symposia on Child Psychology, 19, 159-194. Minneapolis: University of Minnesota Press.

Semadeni, Z. 2008. *Deep intuition as a level in the development of the concept image*. *Educational Studies of Mathematics,vol 68*

Tall, D.O. 1991. *The Psychology of Advanced Mathematical Thinking.* Published in Tall D. O. (ed.) *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer: Holland, 3–21 (1991).

Tall, D.O. 2004. *Introducing Three Worlds of Mathematics.* To Appear in *For the Learning of Mathematics.*Mathematics Education Research Centre University of Warwick, UK

Zeev, T.B. & Star, Jon. 2002.*Intuitive Mathematics: Theoretical and Educational Implications.*  Tersedia di: <http://www>. Msu. Edu/jonstar/papers/intuition.pdf.