

# Penentuan *Skewness* Pada Graf Lengkap $K_n$ Dengan Menggunakan *Mathematica*

Subian Saidi<sup>1\*)</sup> dan Ahmad Faisol<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Lampung  
 Jl. Soematri Brojonegoro No. 1, Gd. Meneng Bandar Lampung

\*Email korespondensi: [subian.saidi@fmipa.unila.ac.id](mailto:subian.saidi@fmipa.unila.ac.id)

Dikirim: 03-02-2020, Diterima: 23-03-2020, Diterbitkan: 31-03-2020

## Abstrak

Penentuan *skewness* pada graf lengkap  $K_n$  dapat dilakukan secara manual, dengan cara menggambar kembali graf tersebut sedemikian sehingga menjadi *planar*. Jumlah edge yang penggambarannya mengakibatkan graf lengkap  $K_n$  menjadi tidak *planar* merupakan *skewness* dari graf tersebut. Penentuan *skewness* pada graf lengkap  $K_n$  secara manual sangat sulit untuk  $n$  yang besar. Oleh karena itu, penentuan *skewness* pada graf lengkap  $K_n$  perlu dilakukan secara komputasi. Dalam penelitian ini dilakukan penentuan *skewness* pada graf lengkap  $K_n$  secara komputasi dengan menggunakan perangkat lunak *Mathematica*. Untuk  $n = 5, 6, 7$  dapat ditemukan berapa banyak cara pembuangan *edge* pada graf lengkap  $K_n$  agar graf tersebut menjadi *planar*.

**Kata Kunci:** Komputasi; *Skewness*, Teori Graf

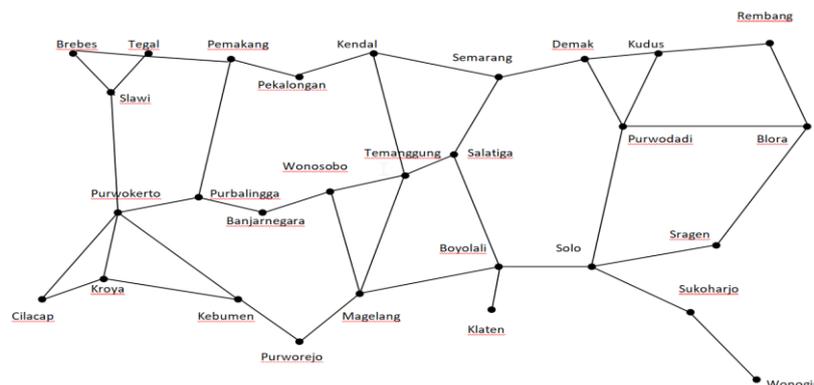
## Abstract

Determination of skewness in complete graph  $K_n$  is done by drawing the graph is such that it becomes planar and calculate the number of edges whose cause drawings the graph isn't planar. Determination of skewness in complete graph  $K_n$  manually is very inefficient for large  $n$ . Therefore, the determination of skewness in the complete graph  $K_n$  needs to be done computationally. In this research, the determination of skewness in complete graph  $K_n$  is computationally using software *Mathematica*. by using computing the results are more effective and efficient and we can find how many ways to remove edges in the complete graph  $K_n$  so that the graph becomes planar.

**Keywords:** Komputasi; Planar; Skewness

## 1. Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari, graf digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada. Tujuannya adalah sebagai visualisasi objek objek agar lebih mudah dimengerti. Beberapa contoh graf yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari antara lain: struktur organisasi, peta, rangkaian listrik, dan lain-lain [1]. Gambar 1 di bawah ini merupakan sebuah graf yang menyatakan peta jaringan jalan raya yang menghubungkan sejumlah kota di Provinsi Jawa Tengah.



Gambar 1. Peta jaringan jalan raya Provinsi Jawa Tengah

Secara khusus, suatu graf  $G$  adalah pasangan terurut  $(V, E)$  dengan  $V$  adalah himpunan titik (*vertex*) berhingga dan  $E$  adalah himpunan sisi (*edge*) yang menghubungkan pasangan sisi [2]. Salah satu graf yang dapat

diterapkan dalam persoalan rangkaian listrik adalah graf *planar*, yaitu suatu graf yang dapat digambarkan pada bidang datar tanpa adanya sisi-sisi yang saling berpotongan [3]-[4]. Pada graf lengkap  $K_n$  graf mulai tidak *planar* untuk  $n \geq 5$ . Graf lengkap  $K_n$  yang tidak *planar* dapat dibuat menjadi *planar* dengan cara membuang beberapa sisi dari graf tersebut. Jumlah minimum sisi yang dibuang sehingga graf  $G$  menjadi *planar* disebut *skewness* dari graf tersebut [5]-[6] yang dinotasikan dengan  $sk(G)$ .

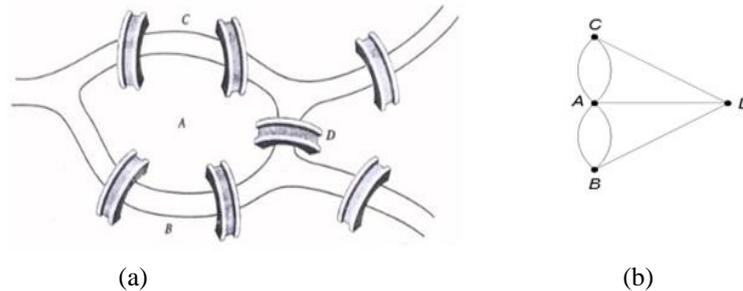
Penelitian yang terkait dengan penentuan *skewness* pada graf lengkap  $K_n$ , telah dilaporkan Cimikowski dalam [6] dimana diperoleh bentuk umum dari *skewness* graf lengkap  $K_n$  adalah

$$sk(K_n) = \begin{cases} 0, & \text{untuk } n \leq 4 \\ \frac{(n-3)(n-4)}{2}, & \text{untuk } n > 4 \end{cases} \quad (1)$$

Pada paper ini dilakukan penentuan *skewness* dari graf lengkap  $K_n$  secara komputasi, dengan  $n = 5, 6, 7$  dimana tahapan penyelesaiannya dibagi menjadi tiga bagian yaitu: bagian pertama membahas tentang graf planar dan graf lengkap  $K_n$  sebagai dasar teori, bagian kedua tentang cara pembuangan *edge* pada graf lengkap  $K_n$  agar graf tersebut menjadi *planar* dan terakhir tentang program penentuan *skewness* pada graf lengkap  $K_n$  dengan perangkat lunak *Mathematica* [7].

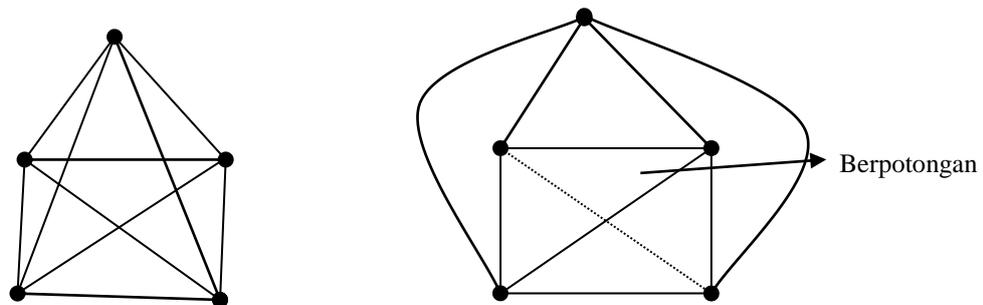
## 2. Teori Graf

Teori graf pertama kali dikemukakan oleh matematikawan Swiss, Leohard Euler pada tahun 1736 yang berawal dari permasalahan jembatan Konigsberg. Permasalahan jembatan Konigsberg adalah bagaimana melewati tujuh jembatan yang menghubungkan daratan yang dibelah oleh sungai Pregel di Polandia tepat satu kali dan kembali ke tempat semula (Gambar 2(a)). Euler memodelkan masalah tersebut ke dalam bentuk graf, dimana daratan yang dihubungkan oleh jembatan dinyatakan sebagai titik dan jembatannya sebagai sisi (garis) Gambar 2(b).



Gambar 2. Masalah Jembatan Konigsberg

Salah satu contoh dari graf adalah graf lengkap, yaitu suatu graf sederhana dimana setiap pasangan titik terdapat sisi yang menghubungkannya. Graf lengkap dengan  $n$  titik dinyatakan dengan  $K_n$  dan banyaknya *edge* adalah  $\frac{n(n+1)}{2}$  [2]. Contoh lain dari graf adalah graf *planar*, yaitu suatu graf yang dapat digambarkan pada bidang datar tanpa adanya sisi-sisi yang saling berpotongan [3]. Untuk  $n \geq 5$ , graf lengkap  $K_n$  tidak planar, artinya tidak dapat digambarkan pada bidang datar melainkan ada sisi-sisi yang saling berpotongan. Sebagai ilustrasi dapat dilihat pada Gambar 3 di bawah ini.



Gambar 3. Graf lengkap  $K_5$  tidak *planar*

Pada Gambar 3 di atas, graf  $K_5$  dapat menjadi *planar* dengan cara membuang 1 sisinya. Dengan demikian *skewness* graf  $K_5$  adalah 1.

### 3. Hasil dan Diskusi

#### 3.1 Proses pembuangan sisi agar $K_n$ menjadi planar

Pada proses pembuangan sisi graf lengkap  $K_n$  agar menjadi graf *planar* harus mengikuti pola  $(2, 2, n - 4)$ . Angka 2 yang pertama merupakan jumlah titik yang berderajat  $(n - 1)$  pada graf *planar* yang terbentuk, angka 2 yang kedua merupakan jumlah vertex yang berderajat 3 pada graph *planar* yang terbentuk, dan  $(n - 4)$  merupakan jumlah vertex yang berderajat 4 pada graph *planar* yang terbentuk.

#### 3.2 Penentuan *Skewness* pada Graf Lengkap $K_n$ dengan Paragraph Lunak Mathematica.

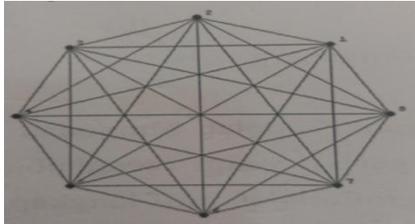
Berikut ini disajikan skrip program penentuan *skewness* pada graf lengkap  $K_n$ , untuk nilai  $n = 5, 6, 7$  dengan menggunakan perangkat lunak Mathematica [7].

```
<<Discretemath 'combinatorica'

n= 5, 6, 7 ;
u= "d:\Unila\DIPA\data\planar7a.txt";
v="d:\Unila\DIPA\data\planar7a.txt";

m = Table[I, {I, n}];
G = CompleteGraph[n];
s = M[G];
e = ToOrderedPairs [G] ;
f = Table[e[[i]], {I, s+1, 2s}];
showGraph[G, VertexLabel->m]

Sk= $\frac{1}{2}(n-3)(n-4)$ ;
P= KSubsets[f, sk];
b= length[p]
d[1] = d[2] = n-1;
d[n-1]=d[n] = 3 ;
Do[d[i]=4, {I, 3, n-2}];
D= Table [d[i], {I, n}];
If [PlanarQ[G]= False, print["Graf G tidak planar",] danSk{G}= $\frac{1}{2}(n-3)(n-4)$ , Sk]]



Do[{H[i]=DeleteEdges[G, p[[i]]], If[PlanarQ[H[i]] == True && DegreeSequence[H[i]]==d, Write [u, {P[[i]], DegreeSequence[H[i]]} ]], If[PlanarQ[H[i]]==True && DegreeSequence[H[i]] !=d, Write[v, {P[[i]], DegreeSequence[H[i]]} ]}], {i, 1 b}

Clear[d];

a=ReadList["d:\Unila\data\planar7a.txt"]; Length[a]
b=ReadList["d:\Unila\data\planar7a.txt"]; Length[b]
```

### 4. Kesimpulan

Pada makalah ini telah disajikan program penentuan *skewness* pada graf lengkap  $K_n$  dengan menggunakan perangkat lunak *mathematica*. Untuk  $n > 7$ , program yang dibuat belum dapat dieksekusi dikarenakan keterbatasan pada perangkat lunak *mathematica*.

#### Daftar Pustaka:

- [1] Siang, J.J. 2002. Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer. Yogyakarta: Andi.
- [2] Deo, N. 1989. *Graph Theory With Application To enggining and Computer Science*. Prentice-Hall of India Private Limited , Neew Delhi.
- [3] Bondy, J.A and Murfy, U.S.R. 2008. *Graph Theory*. Springer

- [4] Wilson, R.J.,1996. *Introduction to Graph Theory*. Congman Group Ltd. Edinburgh Gate, Harlow. England.
- [5] Chia, G.L. and Lee, C.L 2005. *Crossing Numbers and Skewness of some Generalized Petersen Graphs* dalam *Combinatorial Geometry and Graphs Theory*. Springer.
- [6] Cimikowski, R. J. 1992. "Graph Planarization and Skewness. *Proceedings of the Twenty-third Southeastern International Conference on Combinatorics, Graph Theory, and Computing (Boca Raton, FL, 1992)*. *Congr. Numer.*, **88**, 21-32.
- [7] Wolfram,S. 2003. *The Mathematica Book*,5<sup>th</sup> ed. Wolfram Media,USA.