



ANALISIS REGRESI *ROBUST* MENGGUNAKAN METODE PENDUGA-MM

Netti Herawati dan Khoirin Nisa

PS Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Lampung

E-mail: netti@unila.ac.id; nisa@unila.ac.id

ABSTRACT

Ordinary least square (OLS) is a best linear unbiased estimator (BLUE) for regression analysis which can minimize the mean square error. But it is very sensitive to outliers, even one extreme outlier can distort the prediction of OLS. MM-estimator is one of robust regression methods which is known as a high breakdown point and a high asymptotically efficiency estimator. In this paper we aim to look at the robustness of the regression coefficient of MM-Estimator. A simulation study was carried out using four sample sizes: $n = 20, 60, 100$ and 200 . We contaminated the data with 5%, 10%, 15%, 20%, 25% and 30% outliers. The effect of outliers on regression coefficient is studied by comparing the Mean Square Error (MSE) resulted by MM-estimator and by OLS in presence of outliers. The result shows that regression analysis using MM-Estimator is very robust.

Keywords: *Robust Regression, MM-Estimator*

PENDAHULUAN

Analisis regresi adalah salah satu metode statistika yang digunakan untuk menyelidiki atau membangun model hubungan antara dua variabel atau lebih. Model regresi linier secara umum dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$$

dengan :

$Y_{(n \times 1)}$ adalah vektor variabel tak bebas

$X_{(n \times k)}$ adalah matriks variabel bebas

$\beta_{(k \times 1)}$ adalah vektor parameter yang harus diduga

$\varepsilon_{(n \times 1)}$ adalah vektor galat

Pendugaan koefisien regresi β pada model di atas dapat dilakukan dengan berbagai metode, dan metode kuadrat terkecil (MKT) merupakan metode penduga terbaik karena bersifat tak bias dan memiliki ragam minimum (efisien). Namun metode ini sangat peka terhadap adanya penyimpangan asumsi pada data. Jika data tidak memenuhi salah satu asumsi regresi maka penduga MKT dapat menjadi bias dan tidak lagi efisien (Yaffee, 2002).

Asumsi yang berkaitan dengan inferensia model adalah asumsi sebaran normal (normalitas). Asumsi ini akan terpenuhi bila data tidak mengandung pencilan (*outlier*). Jika terdapat pencilan, maka bentuk sebaran data menjadi tidak simetrik tetapi lebih menjulur ke arah pencilan sehingga melanggar asumsi normalitas. Dalam kasus seperti ini diperlukan metode regresi *robust* yang tidak terpengaruh oleh pencilan.

Regresi *robust* merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari *error* tidak normal dan atau adanya beberapa pencilan yang berpengaruh pada model (Ryan, 1997). Metode ini merupakan alat penting untuk menganalisa data yang dipengaruhi oleh pencilan, sehingga dihasilkan model yang *robust* atau tegar terhadap pencilan.

Prosedur *robust* digunakan untuk mengakomodasi adanya keanehan data, sekaligus meniadakan identifikasi pencilan dan bersifat otomatis dalam menanggulangi data pencilan. Beberapa metode penduga dalam regresi *robust* diantaranya Penduga-M, *Least Trimmed Square*, Penduga-MM, Penduga S, dan *Least Mean Square* (Molina *et al*, 2009).

Dalam tulisan ini kami akan memperlihatkan ketegaran metode penduga-MM terhadap data pencilan dan membandingkannya dengan metode MKT dengan melihat kuadrat tengah galat (KTG) dari dugaan koefisien regresi yang dihasilkan masing-masing metode.

METODE PENDUGA-MM

Penduga-MM diperkenalkan oleh Yohai pada 1987 dan merupakan perbaikan dari metode penduga-M Huber (Ullah & Qadir, 2006). Penduga ini dikenal memiliki sifat *breakdown point*¹ tinggi dan efisiensi tinggi.

Metode penduga-MM memodifikasi penduga-M dengan mengganti nilai penduga awal MKT pada penduga-M menjadi penduga yang memiliki nilai *breakdown point* tinggi. Prosedur penduga-MM dapat dibagi dalam tiga tahap sebagai berikut :

1. Menghitung nilai penduga awal dengan metode *Least Trimmed Square* (LTS) yang memiliki nilai *breakdown-point* tinggi. Perhitungan penduga LTS sama dengan metode MKT, yaitu meminimumkan jumlah kuadrat galat, namun metode LTS menggunakan subhimpunan data terbaik berukuran h (Nisa, 2006).
2. Menghitung parameter skala (*scale parameter*) $\hat{\sigma}$ menggunakan penduga M berdasarkan galat dari penduga awal dengan rumus:

$$\hat{\sigma}_{(m+1)} = \text{median} \left\{ \frac{|e|}{0.6745} \right\} = \text{median} \left\{ \frac{|y_i - x\hat{\beta}_{LTS}^m|}{0.6745} \right\};$$

$$i = 1, 2, \dots, n; m = \text{iterasi } 0, 1, 2, \dots, m$$

¹ *Breakdown point* adalah jumlah maksimum data terkontaminasi (pencilan) yang dapat ditoleransi oleh suatu metode, nilai ini sering digunakan sebagai ukuran ketegaran suatu metode (Croux & Ruiz-Gazen, 2005).

3. Menghitung penduga akhir menggunakan algoritma penduga M. Prinsip dasar penduga-M adalah meminimumkan fungsi objektif:

$$\sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{e_i}{\hat{\sigma}}\right)$$

dengan $e_{(i)}^2 = (y_i - \hat{y}_i)^2 = (y_i - x_i\beta)^2$

Jika ψ turunan dari ρ , maka fungsi objektif diatas akan menjadi:

$$\sum_{i=1}^n \psi\left(\frac{e_i}{\hat{\sigma}}\right) x_i = 0$$

METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini kami meneliti dua kasus letak pencilan, yaitu pencilan terletak di tengah garis regresi dan pencilan terletak di ujung atas garis regresi. Sebagai contoh, pada Gambar 1 kami tampilkan grafik plot sebaran data simulasi untuk kedua kasus dengan $n=100$.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode simulasi menggunakan bantuan perangkat lunak SAS versi 9. Prosedur atau tahapan-tahapan simulasi sebagai berikut :

1. Membangkitkan vektor galat ($\mathbf{e}^{(0)}$) dari sebaran normal baku ($N(0,1)$) berukuran $n \times 1$ dengan $n=20, 60, 100$ dan 200 .
2. Menetapkan elemen vektor \mathbf{x} dari bilangan bulat mulai dari 1 sampai 20 (untuk $n=60$ maka elemen vektor \mathbf{x} ditetapkan sebagai bilangan bulat dari 1 sampai 60, untuk $n=100$ vektor \mathbf{x} ditetapkan sebagai bilangan bulat 1 sampai 100, dan untuk $n=200$ vektor \mathbf{x} ditetapkan sebagai bilangan bulat dari 1 sampai 200).
3. Membangkitkan vektor pencilan ($\mathbf{out}^{(s)}$) berukuran $n \times 1$ yang elemennya adalah nol kecuali beberapa elemen yang dijadikan pencilan. Pencilan yang diberikan sebanyak 5%, 10%, 15%, 20%, 25% dan 30% dari ukuran data (n).
4. Menambahkan vektor $\mathbf{out}^{(s)}$ pada vektor $\mathbf{e}^{(0)}$ sehingga diperoleh vektor \mathbf{e} yang sudah terkontaminasi pencilan, yaitu: $\mathbf{e}^{(s)} = \mathbf{e}^{(0)} + \mathbf{out}^{(s)}$
5. Dengan menetapkan $\beta_0 = 1$ dan $\beta_1 = 1$, bangkitkan vektor \mathbf{y} yaitu $\mathbf{y} = \mathbf{1} + \mathbf{x} + \mathbf{e}^{(s)}$. Gabungkan \mathbf{x} dan \mathbf{y} sebagai himpunan data sampel.
6. Menduga koefisien regresi berdasarkan model $y = \beta x + \varepsilon$ terhadap \mathbf{x} dan \mathbf{y} menggunakan metode MKT dan penduga-MM. Simpan nilai $\hat{\beta}$ yang diperoleh dari masing-masing metode.
7. Ulangi langkah 1 sampai 6 sebanyak 10 kali.
8. Menghitung nilai KTG dari β masing-masing metode dengan rumus sebagai berikut :

$$KTG(\beta_0) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (1 - \hat{\beta}_{0i})^2, \quad m = 10$$

$$KTG(\beta_1) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (1 - \hat{\beta}_{1i})^2, \quad m = 10$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil yang diperoleh memperlihatkan bahwa nilai dugaan MKT terpengaruh oleh pencilan sehingga jauh menyimpang dari parameter yang sebenarnya yaitu $\beta_0=\beta_1=1$, sedangkan nilai dugaan MM tetap stabil dan mendekati nilai parameter sampai prosentase pencilan yang diberikan sebesar 20%, namun untuk pencilan 25% atau lebih hasil dugaan MM memiliki bias yang cukup besar, artinya penduga ini telah terpengaruh oleh pencilan.

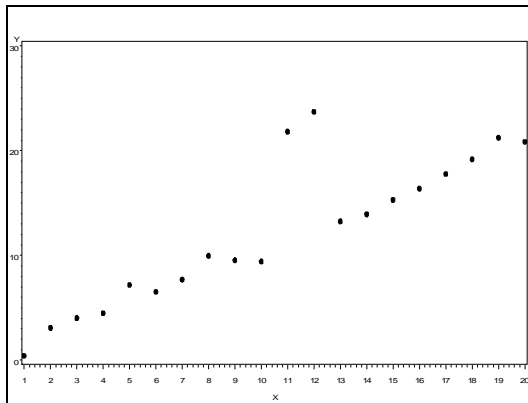
Sebagai contoh, pada Tabel 1 sampai dengan Tabel 4 disajikan nilai dugaan koefisien regresi metode MKT dan MM untuk sebuah sampel pada setiap prosentase pencilan. Pada tabel-tabel tersebut terlihat pola yang berbeda untuk kasus pencilan di tengah (kasus I) dan pencilan di ujung (kasus II). Untuk kasus I, pencilan lebih banyak mempengaruhi nilai dugaan intercept ($\hat{\beta}_0$) sedangkan pada kasus II pencilan mempengaruhi nilai $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ dari metode MKT. Untuk memperjelas hal ini kami tampilkan contoh plot koefisien regresi untuk $n=60$ dan pencilan 15% pada Gambar 2 untuk kasus I dan Gambar 3 untuk kasus II. Pada Gambar 2 terlihat bahwa nilai $\hat{\beta}_0$ metode MKT bergeser jauh dari angka 1, sedangkan nilai $\hat{\beta}_1$ MKT bergeser sedikit dari angka 1. Sedangkan pada Gambar 3 terlihat bahwa nilai $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ MKT bergeser jauh dari angka 1.

Plot sebaran dugaan koefisien regresi untuk ukuran sample dan prosentase pencilan lainnya memiliki pola yang mirip dengan Gambar 2 dan Gambar 3, sehingga tidak kami tampilkan di sini. Semakin besar pencilan terdapat dalam data maka semakin besar pula pergeseran garis regresi dugaan MKT. Sedangkan hasil dugaan MM masih cukup baik sampai dengan pencilan 20%. Namun untuk pencilan 25% dan 30% nilai dugaan metode penduga-MM sudah jauh menyimpang dari parameter sebenarnya khususnya untuk kasus II.

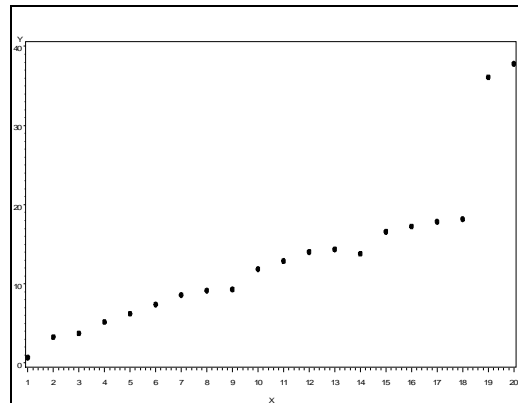
Dengan melakukan pengulangan sebanyak 10 kali untuk kedua kasus maka dapat ditaksir nilai kuadrat tengah galat (KTG) untuk mengetahui ketepatan kestabilan nilai dugaan, semakin kecil nilai KTG menunjukkan hasil dugaan yang lebih tepat dan stabil. Nilai-nilai KTG koefisien regresi kedua metode pada setiap kasus disajikan pada Tabel 5 sampai dengan Tabel 8. Pada tabel-tabel tersebut terlihat bahwa metode MM memberikan hasil yang sangat baik sampai dengan pencilan 20%.

Untuk mempermudah perbandingan nilai-nilai KTG, data pada Tabel 5 dan Tabel 6 kami sajikan dalam bentuk grafik batang. Untuk kasus I ditampilkan pada Gambar 4 dan Gambar 6, sedangkan untuk kasus II ditampilkan pada Gambar 5 dan Gambar 7. Pada kasus I terlihat bahwa nilai KTG $\hat{\beta}_0$ metode MM tidak terlalu berbeda jauh dengan metode MKT, namun untuk KTG $\hat{\beta}_1$ metode MM memiliki nilai yang jauh lebih kecil sampai dengan pencilan 20%. Sedangkan untuk kasus II terlihat bahwa nilai KTG $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ metode MM jauh lebih kecil dibandingkan dengan metode MKT sampai dengan pencilan 20%. Sedangkan untuk pencilan 25% dan 30% nilai KTG metode MM meningkat signifikan yang artinya metode ini sudah tidak cukup baik dalam mengatasi pencilan pada data. Untuk tabel KTG lainnya memberikan pola yang hampir sama sehingga tidak kami tampilkan di sini.

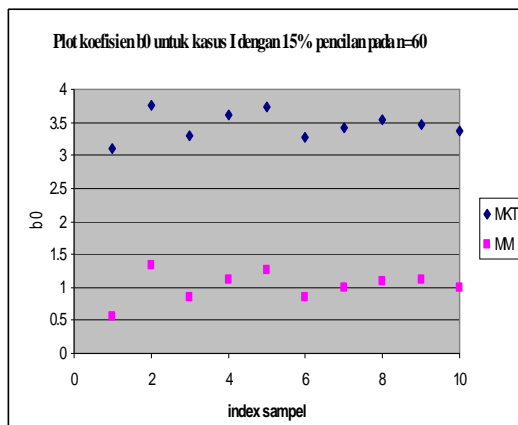
GAMBAR DAN TABEL



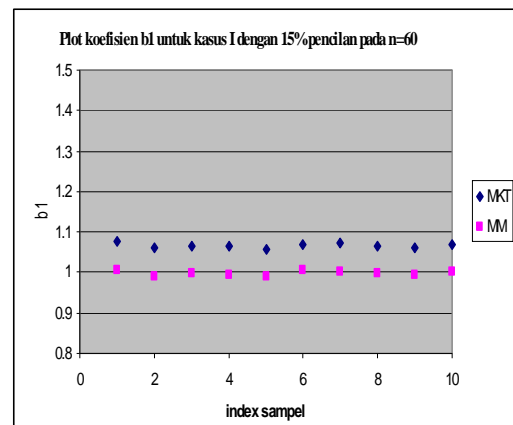
Gambar 1.a. Plot Sebaran Data dengan Pencilan di Tengah



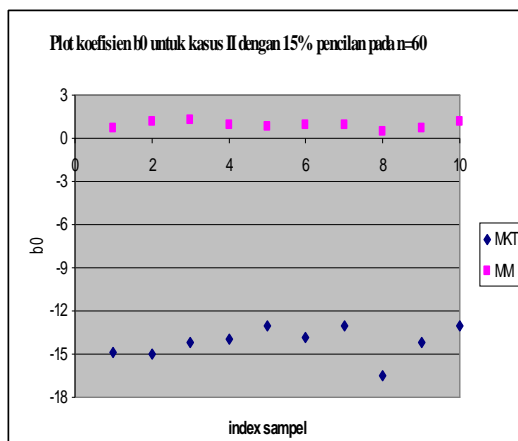
Gambar 1.b. Plot Sebaran Data dengan Pencilan di Ujung Atas



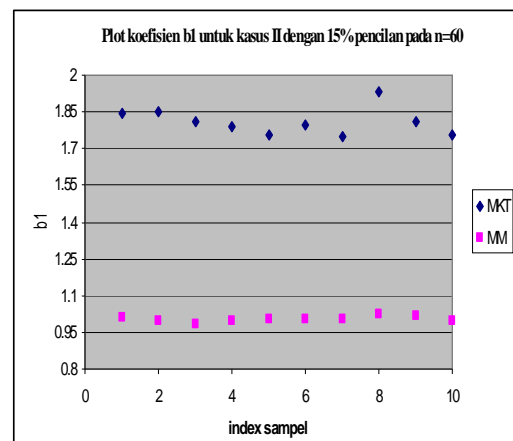
Gambar 2.a. Plot sebaran dugaan koefisien b_0 untuk kasus I dengan pencilan 15% pada $n=60$



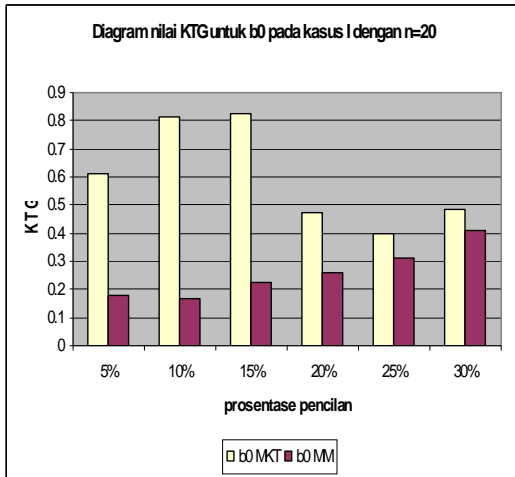
Gambar 2.b. Plot sebaran dugaan koefisien b_1 untuk kasus I dengan pencilan 15% pada $n=60$



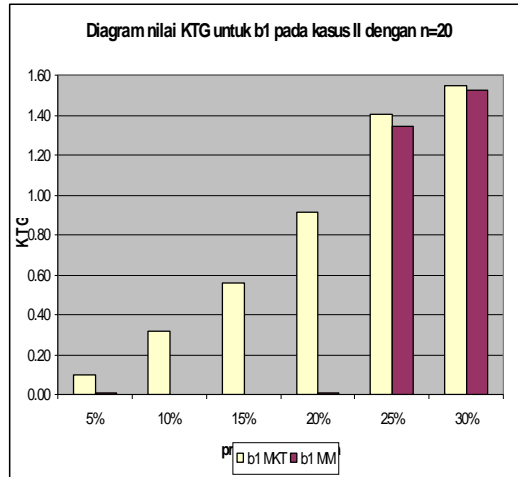
Gambar 3.a. Plot sebaran dugaan koefisien b_0 untuk kasus II dengan pencilan 15% pada $n=60$



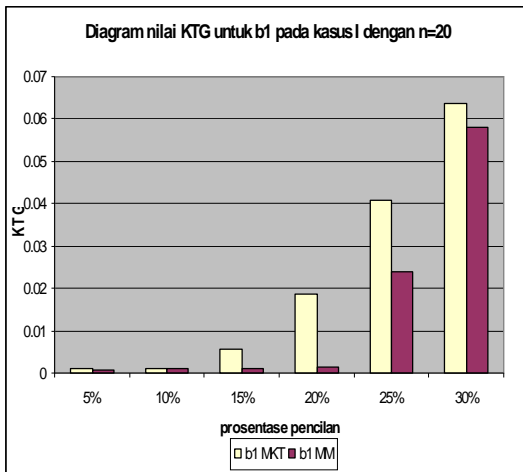
Gambar 3.b. Plot sebaran dugaan koefisien b_1 untuk kasus II dengan pencilan 15% pada $n=60$



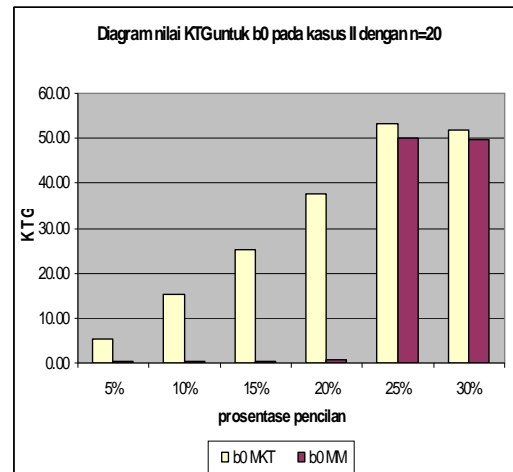
Gambar 4.a. Diagram nilai KTG untuk $\hat{\beta}_0$ pada kasus I pada $n=20$



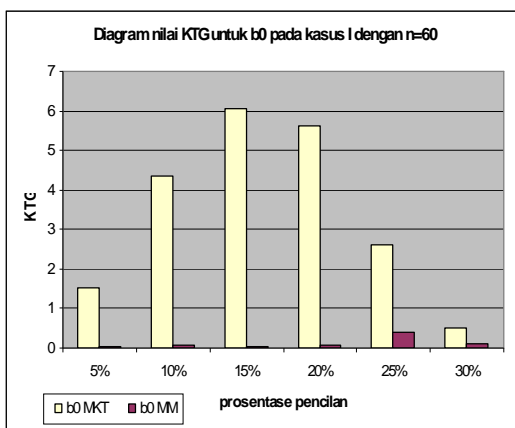
Gambar 4.b. Diagram nilai KTG untuk $\hat{\beta}_1$ pada kasus I pada $n=20$



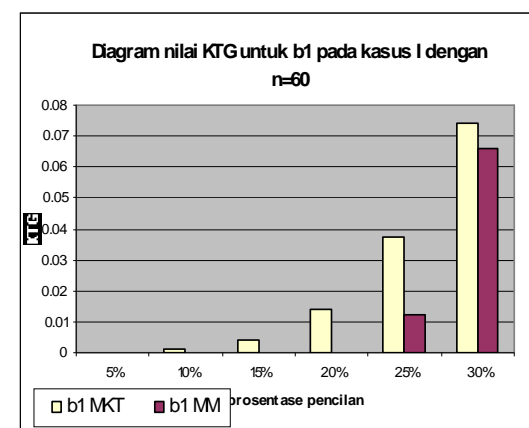
Gambar 5.a. Diagram nilai KTG untuk $\hat{\beta}_0$ pada kasus II pada $n=20$



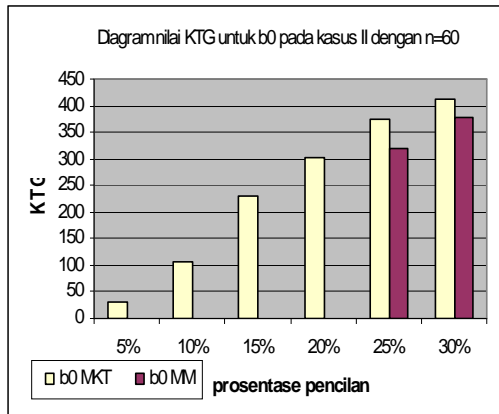
Gambar 5.b. Diagram nilai KTG untuk $\hat{\beta}_1$ pada kasus II pada $n=20$



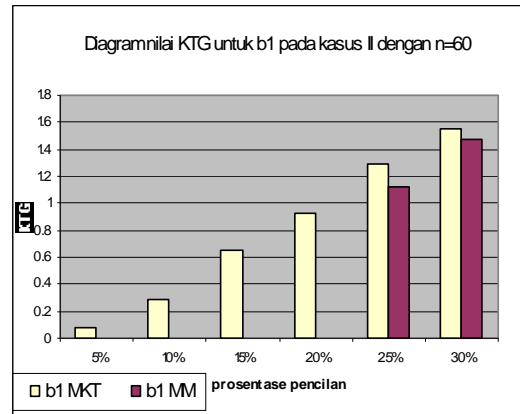
Gambar 6.a. Diagram nilai KTG untuk $\hat{\beta}_0$ pada kasus I pada $n=60$



Gambar 6.b. Diagram nilai KTG untuk $\hat{\beta}_1$ pada kasus I pada $n=60$



Gambar 7.a. Diagram nilai KTG untuk $\hat{\beta}_0$ pada kasus II pada n=60



Gambar 7.b. Diagram nilai KTG untuk $\hat{\beta}_1$ pada kasus II pada n=60

Tabel 1. Nilai dugaan koefisien regresi ($\hat{\beta}$) untuk n=20

P	Pencilan di Tengah				Pencilan di Ujung			
	MKT		MM		MKT		MM	
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$
5%	1.569395	1.002313	1.086405	0.999022	-2.092561	1.451761	0.524657	1.078867
10%	1.614617	0.998511	0.833668	0.978202	-3.323341	1.623174	0.353344	1.053169
15%	1.976526	1.051833	1.109816	0.971073	-4.562904	1.837866	1.154628	0.959844
20%	2.057598	1.087558	1.673253	0.973628	-6.056511	2.114272	0.562531	1.071197
25%	2.084784	1.146080	1.879283	1.086395	-7.392280	2.349568	-7.283908	2.353122
30%	2.529342	1.132096	2.238461	1.129228	-7.440379	2.381045	-7.285793	2.402610

Tabel 2. Nilai dugaan koefisien regresi ($\hat{\beta}$) untuk n=60

P	Pencilan di Tengah				Pencilan di Ujung			
	MKT		MM		MKT		MM	
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$
5%	2.340409	1.003092	1.077076	0.995352	-5.324614	1.320052	1.023331	1.003780
10%	2.753504	1.034550	0.525221	1.006014	-10.132661	1.565529	1.022755	0.990474
15%	3.109593	1.075623	0.567750	1.007495	-15.046865	1.853071	1.189504	0.994238
20%	2.996762	1.134137	0.764819	1.015214	-17.375540	2.018323	1.061674	0.997979
25%	2.230560	1.205236	1.119620	1.122686	-18.937053	2.159323	-18.151187	2.126894
30%	2.203623	1.257165	1.554067	1.252526	-20.967732	2.313248	-20.125241	2.277819

Tabel 3. Nilai dugaan koefisien regresi ($\hat{\beta}_i$) untuk n=100

P	Pencilan di Tengah				Pencilan di Ujung			
	MKT		MM		MKT		MM	
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$
5%	2.860660	1.013955	0.737577	1.006771	-7.384267	1.256237	1.279267	0.993572
10%	4.385578	1.030242	0.931021	0.999775	-15.138144	1.502687	0.788606	1.005913
15%	4.964025	1.068485	0.947601	1.002470	-21.771121	1.737709	0.878679	1.000948
20%	5.254437	1.116508	1.328143	0.997238	-25.754999	1.900844	1.026463	0.998246
25%	4.364175	1.182762	2.519513	1.086304	-30.468196	2.108455	-26.203578	1.979282
30%	2.467307	1.269384	0.995577	1.251735	-33.085209	2.267894	-31.673312	2.239888

Tabel 4. Nilai dugaan koefisien regresi ($\hat{\beta}$) untuk n=200

P	Pencilan di Tengah				Pencilan di Ujung			
	MKT		MM		MKT		MM	
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$
5%	5.279203	1.005969	1.088822	0.998032	-16.496028	1.268825	1.287474	0.997646
10%	7.828283	1.031770	0.840441	1.002568	-32.036652	1.517386	0.633200	1.002001
15%	9.244982	1.066549	1.020163	0.999205	-43.937045	1.738764	1.084873	1.000455
20%	9.037826	1.119550	1.086496	0.999142	-53.688604	1.931159	0.937575	1.002556
25%	7.101956	1.187598	3.055140	1.078283	-58.042018	2.062947	-29.011324	1.531355
30%	3.896047	1.269211	1.541214	1.263730	-62.239947	2.201678	-58.947797	2.158546

Tabel 5. Nilai $KTG(\hat{\beta}_i)$ untuk n=20

P	Pencilan di Tengah				Pencilan di Ujung			
	MKT		MM		MKT		MM	
	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$
5%	0.609064	0.000965	0.178247	0.000862	5.377458	0.095776	0.402178	0.004418
10%	0.812094	0.001095	0.165189	0.001338	15.171945	0.320140	0.194808	0.002788
15%	0.823560	0.005534	0.224846	0.000910	25.144234	0.560140	0.196817	0.001737
20%	0.470266	0.018509	0.258292	0.001282	37.788705	0.915554	0.679384	0.007323
25%	0.396312	0.040807	0.311173	0.023760	53.194798	1.404893	49.967844	1.344603
30%	0.483597	0.063758	0.407711	0.058067	51.842186	1.547913	49.593473	1.525594

Tabel 6. Nilai $KTG(\hat{\beta})$ untuk n=60

P	Pencilan di Tengah				Pencilan di Ujung			
	MKT		MM		MKT		MM	
	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$
5%	1.530832	0.000147	0.043497	0.000055	30.180716	0.077137	0.106287	0.000114
10%	4.369661	0.000939	0.068595	0.000050	106.065755	0.286588	0.115840	0.000139
15%	6.067423	0.004325	0.045618	0.000035	231.284086	0.657276	0.069685	0.000127
20%	5.626314	0.014235	0.068744	0.000095	302.111251	0.931700	0.079248	0.000056
25%	2.615272	0.037555	0.401606	0.012174	375.404937	1.287706	318.740856	1.119445
30%	0.501336	0.073897	0.113861	0.065897	412.762747	1.556877	378.588134	1.470160

Tabel 7. Nilai $KTG(\hat{\beta})$ untuk n=100

P	Pencilan di Tengah				Pencilan di Ujung			
	MKT		MM		MKT		MM	
	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$	$KTG(\hat{\beta}_0)$	$KTG(\hat{\beta}_1)$
5%	4.614169	0.000061	0.037362	0.000013	90.707774	0.083354	0.048947	0.000017
10%	12.209797	0.000893	0.042444	0.000010	288.777372	0.282450	0.035522	0.000018
15%	16.235252	0.004761	0.021690	0.000007	557.506738	0.582655	0.037921	0.000011
20%	16.843274	0.013891	0.047882	0.000021	809.993245	0.922412	0.049081	0.000012
25%	8.650182	0.035934	1.273420	0.008887	1026.314362	1.273746	864.548652	1.113909
30%	1.806145	0.073277	0.055871	0.066832	1113.753105	1.550606	1040.679405	1.498245

Tabel 8. Nilai KTG($\hat{\beta}$) untuk n=200

P	Pencilan di Tengah				Pencilan di Ujung			
	MKT		MM		MKT		MM	
	KTG($\hat{\beta}_0$)	KTG($\hat{\beta}_1$)	KTG($\hat{\beta}_0$)	KTG($\hat{\beta}_1$)	KTG($\hat{\beta}_0$)	KTG($\hat{\beta}_1$)	KTG($\hat{\beta}_0$)	KTG($\hat{\beta}_1$)
5%	18.210940	0.000054	0.015229	0.000001	353.363258	0.082714	0.028927	0.000002
10%	48.774754	0.000911	0.022195	0.000002	1201.495528	0.297217	0.039520	0.000002
15%	67.560177	0.004537	0.020390	0.000002	2160.046544	0.575656	0.026982	0.000003
20%	62.902423	0.014363	0.014660	0.000002	3278.353117	0.942726	0.045093	0.000004
25%	38.350526	0.035066	4.572296	0.006025	3909.369024	1.247717	2432.693656	0.801056
30%	7.736212	0.073381	0.177484	0.070494	4486.341876	1.598722	4156.599482	1.533947

KESIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas maka dapat disimpulkan bahwa metode penduga MM (*MM-Estimator*) merupakan metode *robust* yang cukup baik untuk mengatasi pencilan pada analisis regresi hingga mencapai pencilan sebanyak 20% dari data. Hal ini disimpulkan berdasarkan nilai KTG koefisien regresi yang dihasilkan oleh metode MM yang tidak terlalu terpengaruh oleh pencilan pada berbagai ukuran sampel, dan memiliki nilai yang jauh lebih baik dibandingkan dengan metode MKT.

DAFTAR PUSTAKA

- Chen, C. (2002) Robust Regression and Outlier Detection with the ROBUSTREG procedure. *Statistics and Data Analysis*. 265-27. SAS Institute., Inc Cary, NC:IML Robust Regression. 23-10-2009. <http://v8doc.sas.com/sashtml>.
- Croux, C & Ruiz-Gazen, A. (2005). High breakdown estimators for principal components : the projection-pursuit approach revisited. *Journal of Multivariate Analysis*. Vol 95. pp. 206-226.
- Fox, J. (2002) *Robust Regression*. Appendix To An R And S-Plus Companion To Applied Regression.
- Molina I., Peña D., dan Pérez B. (2009) Robust Estimation In Linear Regression Models With Fixed Effects. *Statistics And Econometrics Series*. Working Paper 09-88 (27).
- Ryan, T. P. (1997) *Modern Regression Methods*. A Wiley-Interscience Publication, New York.
- Ullah, I. & Qadir, M.F. (2006) Insha's Redescending M-estimator for Robust Regression: A Comparative Study. *Pakistan journal of statistics and operation research*, Vol.II No.2 2006 pp135-144
- Van Aelst, S. & Willems, G. (2005) Multivariate Regression S-Estimators For Robust Estimation And Inference . *Statistica Sinica* Vol 15, pp. 981-1001
- Yaffee, R. A. (2002) Robust Regression Analysis: Some Popular Statistical Package Options. *Statistics, Social Science, and Mapping Group*.
- Yohai, V. J. (1987) *Annals Of Statistics*. High Breakdown Point and High Efficiency Robust Estimates For Regression. 15, 642-656. 23-10-2009. <http://www.stat.ualberta.ca/~wiens/stat578/papers/Yohai.pdf>.