SN-SMIAP IV 2016
FMIPA UNIVERSITAS LAMPUNG

PROSIDING

Seminar Nasional Sains, Matematika, Informatika dan Aplikasinya IV

"Inovasi Sains, Matematika dan Informatika untuk Menguatkan Potensi Lokal"

BIDANG :
MATEMATIKA, INFORMATIKA DAN
APLIKASINYA

ISSN: 2086 – 2342 | Vol. 4 | Buku 4 | Tahun 2016

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

PROSIDING SN-SMIAP

Seminar Nasional Sains, Matematika, Informatika dan Aplikasinya

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

PROSIDING SN-SMIAP

Seminar Nasional Sains, Matematika, Informatika dan Aplikasinya

PENASIHAT
Prof. Dr. Ir. Hasriadi Mat Akin, M.S.
Prof. Dr. H. Bujang Rahman, M.Si.
Prof. Dr. Ir. Muhammad Kamal, M.Sc.
Prof. Dr. Karomani, M.Si.
Prof. Dr. Mahatma Kufepaksi, M.Sc.

PENANGGUNG JAWAB
Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
Prof. Dr. Sutopo Hadi, M.Sc.
Dian Kurniasari, M.Sc.
Drs. Suratman, M.Sc.

PENGARAH
Dr. Suripto Dwi Yuwono
Dra. Nuning Nurcahyani, M.Sc.
Dr. Tiryono Ruby
Arif Sutono, M.Si.
Dr. Kurnia Muludi

REVIEWER
Dwi Asmi, Ph.D.
Dr. Asmiati
Tugiyono, Ph.D.
Dr. Rudy Situmeang
Dr. Eng. Admi Syarif

EDITOR
Tristiyanto, S.Kom., M.I.S., Ph.D.
Aristoteles, M.Si.
Priyambodo, M.Sc.

PENERBIT
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan AlamUniversitas Lampung

ALAMAT PENERBIT
Gedung Dekanat Lantai III FMIPA Alam Universitas Lampung
Jl. Sumantri Brojonegoro No. 1 Bandar Lampung 35145
http://smiap.unila.ac.id telpon/fax: 0721 - 704625

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa karena Prosiding Seminar Nasional Sains, Matematika, Informatika dan Aplikasinya tahun 2016 (SN SMIAP IV) yang telah dilaksanakan pada 26-27 Oktober 2016 dapat terselesaikan. Kegiatan seminar ini merupakan salah satu rangkaian dalam rangka Dies Natalis FMIPA Unila.

Segenap panitia mengucapkan terima kasih kepada Rektor Unila, Prof. Dr. Ir. Hasriadi Mat Akin, M.P. dan Dekan FMIPA Unila, Prof. Warsito, S.Si., DEA, Ph.D. yang telah memfasilitasi berlangsungnya kegiatan ini. Ucapan terima kasih juga kami sampaikan kepada para pembicara utama, Prof. Dr. Kudang Boro Seminar, M.Sc. (Institut Pertanian Bogor), Dr. Agus Yodi Gunawan (Institut Teknologi Bandung), dan Dr. Herawati Soekardi, M.Si. (Universitas Lampung, *founder* Taman Kupu-Kupu Gita Persada Lampung) yang telah berkenan memberikan presentasi pada seminar ini.

Kami menyampaikan terima kasih dan apresiasi setinggi-tingginya kepada seluruh akademisi dan peneliti yang telah berkanan menyampaikan makalahnya dalam seminar ini. Seminar ini diikuti oleh akademisi dan peneliti bidang dasar dan aplikasi pada kelompok ilmu kimia, biologi, fisika, matematika dan informatika. Akhir kata, kami menyampaikan permohonan maaf apabila ada hal-hal yang kurang berkenan dalam pelaksanaan kegiatan seminar maupun penyusunan prosiding seminar ini. Semoga seminar ini menjadi bagian dalam mendukung upaya peningkatan daya saing bangsa untuk terus berinovasi dengan berpijak pada kearifan lokal.

Penyusun

DAFTAR ISI

Eksistensi dan Ketunggalan Persamaan Diferensial Nonlinear Menggunakan Pendekatan Semigrup C_0
Woro Budiartini Partiwi, Fransiskus Fran , Mariatul Kiftiah , Bayu Prihandono 1

Metode Geometri, Metode Aritmatika dan Metode Eksponensial untuk Memproyeksikan Penduduk Provinsi Sumatera Selatan
Hartati, Indrawati, Robinson Sitepu, Nelvia Tamba 7

Analisis Kestabilan Model Mikroskopik dari *Flocking and Swarming Dinamycs*
Helmi, Yudhi , Eka Wulan Ramadhan 19

Pendeteksian Hotspot dengan *Space Time Scan Statistics* pada Kesehatan Bayi dan Balita di Kota Depok
Maryana, Yekti Widyaningsih, Dian Lestari 26

Penggunaan Informasi Jarak Terpendek pada Aplikasi E-Tourism Berbasis Android sebagai Strategi Promosi Pariwisata Bandar Lampung
Herlina, Sri Karnila, Rio Kurniawan, Yulmaini, M. Ariza Eka Yusendra 41

Proses Berpikir Anak Berkebutuhan Khusus (ABK) terhadap Masalah Matematika
Nurain Suryadinata, Nurul Farida 49

Pemodelan Persamaan Struktural Relevansi Kurikulum terhadap Tingkat Kompetensi Alumni Universitas Tanjungpura Pontianak
Hendra Perdana, Neva Satyahadewi, Betri Wendra 59

Penyelesaian Persamaan Telegraf dengan Metode Transformasi Diferensial
Jefery Handoko, Suharsono S. 69

Analisis Berpikir Relasional Siswa SD dalam Menyelesaikan Masalah Aritmetika
Satrio Wicaksono S, Nego Linuhung 77

Bahan Ajar Berbasis Masalah pada Pembelajaran Matematika Ekonomi
Rina Agustina, Ira Vahlia 86

Tingkat Berfikir Siswa Kelas VIII pada Materi Bangun Segi Empat Berdasarkan Tingkat Berfikir Geometri Van Hiele
Hidayatulloh 91

Pendekatan Matematik Kebutuhan Torsi Pemotongan pada Pisau Pemotong Rumput Tipe Rotari
Siti Suharyatun 102

Graf Amalgamasi Pohon Berbilangan Kromatik Lokasi Tiga
Asmiati 113

Penggunaan Media *Scaffolding* pada Pembelajaran Geometri dan Pengaruhnya terhadap Aktivitas Belajar Siswa
Sugeng Sutiarso, M. Coesamin, Nurhanurawati 118

Aplikasi Sistem Informasi Geografis untuk Pemetaan dan Manajemen Data Mobile Marketing Service (MMS) Bank Tabungan Pensiunan Nasional (BTPN) Syariah Area Lampung
Didik Kurniawan, Febi Eka Febriansyah, Indah Ayu Atika 127

Simulasi Numerik Model Matematika Dinamika Reaksi Oksidasi dengan Konsentrasi Gas Umpan Balik
Aang Nuryaman 139

Konsep Keterbagian pada Ideal dalam Ring Z[i] dan Aplikasinya dalam Penyelesaian Persamaan Diophantine Non Liner Dua Variabel
Karina Sylfia Dewi, Amanto, Agus Sutrisno, Wamiliana dan Asmiati 146

--- this page left blank ---

Prosiding Seminar Nasional Sains Matematika Informatika dan Aplikasinya IV
Fakultas MIPA Universitas Lampung
ISSN: 2086 – 2342 Vol. 4 Buku 4

EKSISTENSI DAN KETUNGGALAN PERSAMAAN DIFERENSIAL NONLINEAR MENGGUNAKAN PENDEKATAN SEMIGRUP C_0

Woro Budiartini Partiwi*, Fransiskus Fran , Mariatul Kiftiah , Bayu Prihandono

Fakultas MIPA, Universitas Tanjungpura
*email: woro.partiwi@gmail.com

ABSTRAK

Semigrup C_0 merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menunjukkan Masalah Nilai Awal (MNA) dari persamaan diferensial di Ruang Hilbert bersifat well posed. MNA dalam abstrak ini disebut Masalah Cauchy Abstrak. Semigrup pada Ruang Hilbert H merupakan keluarga operator linear $\{T(t): t \geq 0\}$ pada Ruang Hilbert H yang tertutup terhadap komposisi dan memiliki elemen identitas. Lebih lanjut, jika semigrup mempunyai turunan di $t = 0$ maka turunannya disebut infinitesimal generator. Dalam hal ini, Teorema Lumer Philips memberikan ekivalensi antara infinitesimal generator dengan semigrup. Secara teknis, Teorema Lumer Philips mengatakan MNA bersifat well posed jika dan hanya jika infinitesimal generatornya bersifat m-dissipative. Pendekatan semigrup juga dapat digunakan untuk menentukan persamaan diferensial non linear bersifat well posed. Berdasarkan Teorema Pertubasi, operator m-dissipative jika ditambahkan faktor linear yang terbatas, tidak merubah sifat operator m-dissipative. Selanjutnya, pendekatan semigrup diaplikasikan pada persamaan Sine Gordon.

Kata kunci: Semigrup, Generator, Pertubasi, Sine Gordon

1. PENDAHULUAN

Semigrup didefinisikan sebagai suatu himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan suatu operasi biner yang memenuhi sifat tertutup dan assosiatif. Secara khusus, semigrup dapat didefinisikan sebagai suatu operator linear terbatas. Semigrup biasanya digambarkan dengan masalah nilai awal untuk persamaan diferensial biasa atau parsial. Di dalam penelitian ini digunakan salah satu jenis persamaan diferensial yang digunakan untuk membangun konsep semigrup, yaitu persamaan evolusi yang didefinisikan dengan

$$u'(t) = Au(t)$$
$$u(0) = u_0$$

dengan u_0 adalah posisi awal untuk $t = 0$. Dari solusi persamaan evolusi dapat ditunjukkan bahwa setiap semigrup merupakan operator linear terbatas.

Semigrup kontinu kuat (semigrup C_0) merupakan generalisasi dari fungsi eksponensial yang memberikan solusi linear koefisien konstan persamaan diferensial biasa. Konsep dasar semigrup muncul dari asumsi dasar C_0, yaitu eksistensi dan ketunggalan solusi, fungsi kontinu untuk nilai awal dan linearisasi. Selanjutnya, pendekatan teori semigrup ini digunakan

untuk menunjukkan eksistensi dan ketunggalan (*well-posed*) dari solusi Masalah Nilai Awal atau yang lebih dikenal dengan Masalah Cauchy Abstrak.

Persamaan Sine Gordon merupakan suatu persamaan yang memodelkan untuk perambatan arus superkonduktor yang menembus isolator, dimana isolator diapit oleh dua buah material konduktor yanh dikenal sebagai sambungan Josephson. Salah satu hal yang menarik dari persamaan ini adalah eksistensi solusi soliton yang dimilikinya. Soliton merupakan solusi persamaan diferensial nonlinear. Nonlinearitas persamaan Sine Gordon dalam tinjauan fisis merupakan kompetensi dari dua variabel yaitu dispersi dan nonlinear sistem-sistem fisis.

Berdasarkan gagasan tersebut, penulis tertarik untuk menganalisis Masalah Cauchy Abstrak pada persamaan diferensial parsial nonlinear, yaitu Persamaan Sine Gordon. Lebih lanjut, penulis juga akan menunjukkan *well-posed* untuk Masalah Nilai Awal dan solusinya menggunakan pendekatan semigrup.

2. METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan adalah studi literatur. Terlebih dahulu, penulis menguraikan tentang infinitesimal generator, operator *m-dissipative* dan Masalah Cauchy Abstrak. Selanjutnya, akan ditunjukkan hubungan antara infinitesimal generator dengan semigrup dan infinitesimal generator dengan grup. Pada akhir pembahasan ini diperoleh generator sebagai operator *m-dissipative* yang menunjukkan bahwa persamaan diferensial yang berkaitan dengan Masalah Cauchy Abstrak bersifat *well posed.*

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Persamaan gelombang Sine Gordon dituliskan sebagai

$$u_{tt} - u_{xx} = \sin u, \quad u(x,0) = x_0, \quad t \in \quad , x \in \qquad (1)$$

Operator $T(t)$ dengan pemetaan $t \mapsto T(t)x_0$ merupakan semigrup C_0.

Kontruksi Masalah Cauchy Abstrak pada $H = L^2(\quad)$. Untuk setiap $u \in D(A)$ maka

$$u_t = (A+B)u, \quad u(x,0)x_0 \qquad (2)$$

dengan $A = \begin{pmatrix} 0 & I \\ \partial^2 & 0 \end{pmatrix}$ dan $B(.) = \begin{pmatrix} 0 & \sin(.) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Pertama, akan ditunjukkan operator A membangun semigrup C_0.

Misalkan $v = u_t$ dan $v_t = u_{tt} = u_{xx}$. Persamaan (6) dapat dituliskan sebagai

$$u_t \in D(A), \qquad u(x,0) = x_0$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}_t = \begin{pmatrix} 0 & I \\ \partial^2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \sin(.) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Kontruksi Masalah Cauchy Abstrak pada $H = H^2(\quad) \times L^2(\quad)$ dimana $L^2(\quad)$ merupakan himpunan semua (kelas ekivalen) fungsi sehingga $\int |f|^2 < \infty$. Misalkan

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I \\ \partial^2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D(A) = \left\{ H^2(\quad) \times L^2(\quad) \right\}$$

dengan $A: D(A) \subseteq H \to H$ adalah infinitesimal generator. Definisikan ruang hasil kali dalam sebagai

$$\langle (u,v),(u',v') \rangle = \int uu'\,dx + \int vv'\,dx$$

untuk setiap $(u,v),(u',v') \in D(A)$. Karena $D(A)$ rapat di $H = H^2(\quad) \times L^2(\quad)$ maka

$$\begin{aligned} \langle Au,u \rangle &= \langle (u,\partial^2 u),(u,v) \rangle \\ &= \int \partial v \partial u\ dx + \int \partial^2 uv\ dx \\ &= \int \partial v \partial v\ dx - \int \partial u \partial v\ dx - v\partial u \big| \\ &= 0 \end{aligned}$$

Karena $v \in D(A)$ maka

$$\langle Au,u \rangle = 0 \tag{3}$$

Teorema 1 *Misalkan H Ruang Hilbert. Misalkan operator linear* $A: D(A) \subseteq H \to H$ *rapat, maka operator linear A merupakan generator infinitesimal dari semigrup* C_0 *kontraksi pada H jika dan hanya jika*

i. Operator A disipatif
ii. Terdapat $\mathsf{a} > 0$ *sedemikian sehingga* $\mathsf{a} I - A$ *surjektif.*

Selain itu, jika operator linear A merupakan generator infinitesimal dari semigrup C_0 *kontraksi, maka* $\mathsf{a} I - A$ *surjektif.*

Menggunakan Teorema 1 akan ditunjukkan bahwa operator A membangun semigrup $\{T(t): t \le 0\}$. Akan ditunjukkan operator *A dissipative.* Persamaan (3) mengakibatkan

$$\langle Au,u \rangle \le 0$$

Selanjutnya, bentuk $(\mathsf{a} I - A)u = (f,g)$ dan tanpa mengurangi keumuman ambil $f,g \in L^2(\quad)$. Untuk setiap $u \in D(A)$ dan $\mathsf{a} > 0$, maka

$$\mathsf{a}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & I \\ \partial^2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}$$

$$\mathsf{a}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v \\ \partial^2 u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}$$

Dapat dibentuk dua persamaan baru, yaitu

$$v = \mathsf{a} u - f \tag{4}$$

$$\mathsf{a} v - \partial^2 u = g \tag{5}$$

Substitusikan persamaan (4) kepersamaan (5) diperoleh

$$\mathsf{a}^2 u + \partial^2 u = g + \mathsf{a} f \tag{6}$$

Solusi homogen persamaan (6) adalah

$$u_h(x) = C_1 e^{\mathsf{a} x} + C_2 e^{-\mathsf{a} x}$$

Misalkan solusi non homogen persamaan (6) adalah

$$u_p(x) = A'_1 e^{\mathsf{a} x} + A'_2 e^{-\mathsf{a} x}$$

Menggunakan metode variasi parameter diperoleh matrik *Wronskian*, yaitu

$$A'_1(x) = \frac{\begin{vmatrix} 0 & e^{-\mathrm{a}x} \\ -g-\mathrm{a}f & \mathrm{a}e^{-\mathrm{a}x} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^{\mathrm{a}x} & e^{-\mathrm{a}x} \\ \mathrm{a}e^{\mathrm{a}x} & \mathrm{a}e^{-\mathrm{a}x} \end{vmatrix}} = \frac{-(g+\mathrm{a}f)e^{-\mathrm{a}x}}{2\mathrm{a}} \qquad (7)$$

$$A'_2(x) = \frac{\begin{vmatrix} e^{\mathrm{a}x} & 0 \\ \mathrm{a}e^{\mathrm{a}x} & -g-\mathrm{a}f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^{\mathrm{a}x} & e^{-\mathrm{a}x} \\ \mathrm{a}e^{\mathrm{a}x} & \mathrm{a}e^{-\mathrm{a}x} \end{vmatrix}} = \frac{(g+\mathrm{a}f)e^{\mathrm{a}x}}{2\mathrm{a}} \qquad (8)$$

Dengan mengintegralkan persamaan (7) dan (8) terhadap x pada $-\infty \le c \le \infty$ diperoleh

$$u_p(x) = e^{\mathrm{a}x}\int -\frac{(g+\mathrm{a}f)e^{-\mathrm{a}x}}{2\mathrm{a}}dx + e^{-\mathrm{a}x}\int \frac{(g+\mathrm{a}f)e^{\mathrm{a}x}}{2\mathrm{a}}dx$$

Dengan demikian solusi persamaan (4) adalah

$$u(x) = C_1e^{\mathrm{a}x} + C_2e^{-\mathrm{a}x} + e^{\mathrm{a}x}\int -\frac{(g+\mathrm{a}f)e^{-\mathrm{a}x}}{2\mathrm{a}}dx + e^{-\mathrm{a}x}\int \frac{(g+\mathrm{a}f)e^{\mathrm{a}x}}{2\mathrm{a}}dx$$

Sehingga $R(\mathrm{a}-A) = H$. Jadi, *A m-dissipative.*

Akibatnya, infinitesimal generator membagun semigrup C_0 untuk $t \le 0$.

Kedua, akan ditunjukkan operator $A + B(.)$ membangun semigrup $\{T(t) : t \le 0\}$.

Teorema 2 *Misalkan A operator disipatif dengan* $D(A) \subseteq (I - \sim A)$ *untuk semua* $\sim \in (0, \sim_0)$ *untuk suatu* $\sim_0 > 0$. *Misalkan* $B - \mu I$ *operator Globally Lipscitz untuk semua* $\mu \in$ *dengan* $D(A) \subseteq D(B)$. *Maka terdapat* $\mathrm{a}_0 > 0$ *sehingga*

$$D(A) \subseteq (I - \mathrm{a}(A+B))$$

untuk $0 < \mathrm{a} < \mathrm{a}_0$.

Bukti :

Akan ditunjukkan operator $Bu = \sin u$ *Lipschitz* dan operator $(A + \sin(.) - \mathrm{a}I)u$ disipatif.

Diketahui bahwa $f(u) - f(v) = f'(a)(u-v)$ untuk $u \le a \le v$. Untuk setiap $u, v \in D(A)$ terdapat $M > 0$ sehingga

$$\sin u - \sin v = \cos a(u-v)$$

$$|\sin u - \sin v| \le \sup_{u \le a \le v} \cos a\,|u-v|$$

Pilih $M = \sup_{u \le a \le v} \cos a$ sehingga $|\sin u - \sin v| \le |u - v|$.

Jadi, $\sin u$ *Lipschitz.*

Selanjutnya, untuk setiap $u \in D(A)$ dan $\mathrm{a} > 0$, maka

$$\mathrm{a}\|u\| \le \|(\mathrm{a}I - \sin(.))u\|$$

$$\mathrm{a}\|u\|^2 \le \|(\mathrm{a}I - \sin(.))u\|^2$$

$$\mathrm{a}^2\|u\|^2 \le \mathrm{a}^2\|u\|^2 - 2\mathrm{a}\,\mathrm{Re}\langle \sin u, u\rangle + \|Bu\|^2$$

$$2\mathrm{a}\,\mathrm{Re}\langle \sin u, u\rangle \le \|Bu\|^2$$

$$\mathrm{Re}\langle \sin u, u\rangle \le \frac{1}{2\mathrm{a}}\|Bu\|^2$$

dengan mengambil $\mathrm{a} \to \infty$, maka

$$\langle \sin u, u \rangle \leq 0 \tag{9}$$

Jadi, operator $Bu = \sin u$ disipatif.

Akan ditunjukkan operator $\left(A + \sin(.) - \mathrm{a} I\right)u$ disipatif.

Karena A disipatif dan berdasarkan Persamaan (9) maka $A + \sin(.) - \mathrm{a} I$ disipatif.

Akibat 1. *Misalkan A m-disipatif,* $B - \mu I$ *disipatif dan Globally Lipschitz dengan* $D(B) = H$. *Maka* $A + B$ *generator infinitesimal semigrup* C_0.

Bukti :

Akan ditunjukkkan operator $A^* + B(.)$ membangun semigrup $\left\{T^{-1}(t) : t < 0\right\}$ dengan menunjukkan operator *A self adjoin.*

$$\begin{aligned} \langle iAu, v \rangle &= i\int \partial^2 u.v \; dx = -i\int \partial u.\partial v \; dx \\ &= -i\int u.\partial^2 v \; dx \\ &= i\langle u, Av \rangle \end{aligned} \tag{10}$$

Berdasarkan Persamaan (10) diperoleh

$$A^* = -A$$

Teorema 3 *Misalkan H Ruang Hilbert. Operator* $A : D(A) \subseteq H \to H$ *merupakan generator infinitesimal dari operator uniter grup* C_0 *pada H jika dan hanya jika iA self adjoin.*

Karena $A^* = -A$ dan berdasarkan Teorema, generator infinitesimal $A^* + B(.)$ membangun semigrup $\left\{T^{-1}(t) : t < 0\right\}$. Operator $A + B(.)$ membangun grup $\left\{G(t) : t \in \quad \right\}$.

Jadi, Persamaan (1) bersifat *well posed* untuk $t \in \quad$.

4. KESIMPULAN

Menggunakan pendekatan teori semigrup dapat ditentukan eksistensi dan ketunggalan solusi persamaa diferensial parsial non linear. Hal yang dilakukan mengkontruksi Ruang Hilbert *H* yang menungkinkan operator Sine Gordon dapat berkerja. Selanjutnya, menentukan masalah Cauchy Abstrak untuk persamaan gelombang Sine Gordon, yaitu

$$u'(t) = \begin{pmatrix} 0 & I \\ \partial^2 & 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} 0 & \sin(.) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} u$$

dengan $A = \begin{pmatrix} 0 & I \\ \partial^2 & 0 \end{pmatrix}$ merupakan operator *m*-disipatif dan $B = \begin{pmatrix} 0 & \sin(.) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ merupakan operator terbatas dan menunjukkan bahwa Masalah Cauchy Abstrak tersebut adalah generator infinitesimal dari semigrup C_0. Selanjutnya, masalah Cauchy Abstrak diatas dapat dipandang sebagai pertubasi Masalah Nilai Awal yang bersifat *well posed* untuk $t \in \quad$.

5. DAFTAR PUSTAKA

1. Banasiak, J and Arlotti, L., 2006, Pertubation of Positive Semigroups with Applications,Springer, New York.
2. Kreyszig, E., 1978, Introductory Functional Analysis with Applications, Jonh Wiley and Sons, New York.
3. Pazy, A., 1983, Semigroup of Linear Operator and Applications to Partial Differential Equations, Springer, New York.
4. Tuscnak, M., 2004, Wellposedness, Controllability and Stabilizability of System Governes by Partial Differential Equations, Verlag, Berlin.
5. Vrabie, Ioan I., 2003, C0 Semigroup and Applications, Elsevier, Amsterdam.

METODE GEOMETRI, METODE ARITMATIKA DAN METODE EKSPONENSIAL UNTUK MEMPROYEKSIKAN PENDUDUK PROVINSI SUMATERA SELATAN

Hartati[1], Indrawati[2], Robinson Sitepu[2], Nelvia Tamba[2]

[1]FMIPA Universitas Terbuka
[2]FMIPA Universitas Sriwijaya

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan memproyeksikan jumlah penduduk Provinsi Sumatera Selatan pada tahun 2020 menggunakan data Sensus Penduduk tahun 2000 dan 2010 berdasarkan metode aritmatika, eksponensial, dan geometri. Pertumbuhan penduduk berdasarkan metode aritmatika, eksponensial, dan geometri berturut-turut sebesar 2,31 %, 2,09 %, dan 0,20 % per tahun. Sedangkan hasil proyeksi penduduk untuk tahun 2020 berturut-turut sebesar 9.175.682, 9.187.730, dan 7.600.754 jiwa. Metode yang paling mendekati data yang sebenarnya untuk memproyeksikan jumlah penduduk Provinsi Sumatera Selatan tahun 2020 adalah metode geometri dengan pertambahan penduduk sebesar 150.347 jiwa tetapi lebih kecil dari pertambahan penduduk pada tahun 2010 yaitu sebesar 1.239.598 jiwa. Pertumbuhan penduduk untuk setiap kelompok umur mengalami pertumbuhan yang berbeda dan pertumbuhan semakin kecil untuk usia lebih dari 40 tahun.

Kata kunci: aritmatika, eksponensial, geometri, sensus penduduk

LATAR BELAKANG

Provinsi Sumatera Selatan memiliki luas wilayah 91.592, 43 km^2. Berdasarkan sensus penduduk tahun 2010 jumlah penduduk Provinsi Sumatera Selatan tersebar di 15 kabupaten/kota sebesar 7.450.398 jiwa dan penduduk terbanyak terdapat di kota Palembang dengan kepadatan penduduk 19% dari total 15 kabupaten/kota di Provinsi Sumatera Selatan.

Penelitian ini mengangkat permasalahan mengenai besar pertambahan penduduk yang ada di Provinsi Sumatera Selatan dalam beberapa tahun dan memproyeksikan jumlah penduduk untuk tahun 2020 dengan menggunakan metode aritmatika, geometri, dan eksponensial. Berdasarkan hasil proyeksi penduduk, selanjutnya dipilih metode yang terbaik dengan menggunakan rumus standar deviasi.

Proyeksi penduduk dengan metode geometri menggunakan asumsi bahwa jumlah penduduk akan bertambah secara geometri menggunakan dasar perhitungan majemuk (Adioetomo dan Samosir, 2010) dengan laju pertumbuhan penduduk *(rate of growth)* dianggap sama untuk setiap tahun. Proyeksi penduduk dengan metode aritmatika mengasumsikan bahwa jumlah penduduk pada masa depan akan bertambah dengan jumlah

yang sama setiap tahun, sedangkan metode eksponensial menggambarkan pertambahan penduduk yang terjadi secara sedikit demi sedikit sepanjang tahun. Dari ketiga metode ini selanjutnya dipilih metode yang terbaik untuk kasus kependudukan di Provinsi Sumatera Selatan.

TUJUAN

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menentukan besar jumlah penduduk Provinsi Sumatera Selatan untuk tahun 2020
2. Memilih metode yang terbaik untuk kasus proyeksi jumlah penduduk yang mewakili pola pertumbuhan penduduk Provinsi Sumatera Selatan.

MANFAAT

Manfaat penelitian ini adalah memberikan informasi kepada pembaca tentang proyeksi penduduk Provinsi Sumatera Selatan untuk tahun 2020 yang akan datang dan diharapkan pemerintah dapat memperoleh gambaran dalam menyusun rencana pembangunan dan dalam pengambilan kebijakan pembangunan serta penanggulangan kepadatan penduduk ataupun peningkatan jumlah penduduk di Provinsi Sumatera Selatan.

TINJAUAN PUSTAKA

Jumlah penduduk pada tahun 0 yaitu P0 dan tahun n yaitu Pn selalu mengalami perubahan. Oleh karena itu diperlukan suatu bilangan r yang menunjukkan laju pertumbuhan penduduk pada periode tertentu yang dapat diperoleh dari beberapa rumusan model pertumbuhan penduduk.

Pertumbuhan Penduduk Secara Metode Geometri

Untuk memperoleh angka pertumbuhan penduduk (r) digunakan persamaan,

$$r = \frac{\left(\frac{pn}{po}\right)^{1/t}}{t} - 1 \qquad (1)$$

dengan : Pn adalah jumlah penduduk pada tahun n

P0 adalah jumlah penduduk pada tahun dasar

r adalah angka pertumbuhan penduduk

t adalah selisih antara tahun dasar dengan tahun n

Pertumbuhan Penduduk Secara Metode Aritmatika

Untuk memperoleh angka pertumbuhan penduduk (r) digunakan persamaan,

$$r = \frac{\left(\frac{P_n}{P_o}\right) - 1}{t} \qquad (2)$$

Pertumbuhan Penduduk Secara Metode Eksponensial

Untuk memperoleh angka pertumbuhan penduduk (r) digunakan persamaan,

$$r = \frac{\left\{\ln\left(\frac{P_n}{P_o}\right)\right\}}{t} \qquad (3)$$

Proyeksi Penduduk

Proyeksi penduduk merupakan perkiraan jumlah penduduk dimasa yang akan datang. Proyeksi yang baik adalah proyeksi yang menghasilkan penyimpangan antara hasil ramalan dan kenyataan sekecil mungkin.

Proyeksi penduduk dengan metode geometri menggunakan asumsi bahwa jumlah penduduk akan bertambah secara geometri dengan menggunakan dasar perhitungan majemuk (Adioetomo dan Samosir, 2010). Laju pertumbuhan penduduk (rate of growth) dianggap sama untuk setiap tahun. Formula yang digunakan pada metode geometri adalah:

$$P_n = P_o(1 + r)^t \qquad (5)$$

Pn adalah jumlah penduduk tahun yang akan diproyeksi

Po adalah jumlah penduduk tahun dasar

r adalah pertumbuhan penduduk

t adalah periode antara tahun dasar dengan tahun n

Proyeksi penduduk dengan metode aritmatika mengasumsikan bahwa jumlah penduduk pada masa yang akan datang akan bertambah dengan jumlah yang sama setiap tahun. Hasil proyeksi akan berbentuk suatu garis lurus.

Formula yang digunakan pada metode proyeksi aritmatika adalah:

$$P_n = P_o(1 + r\,t) \qquad (6)$$

Metode eksponensial menggambarkan pertambahan penduduk yang terjadi secara sedikit-sedikit sepanjang tahun, berbeda dengan metode geometri yang mengasumsikan bahwa pertambahan penduduk hanya terjadi pada satu saat selama kurun waktu tertentu (Adioetomo dan Samosir 2010). Formula yang digunakan pada metode eksponensial adalah:

$$P_t = P_o e^{rt} \qquad (7)$$

METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sumatera Selatan yaitu data sensus penduduk tahun 2000 dan data sensus penduduk tahun 2010. Adapun langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Memproyeksikan jumlah penduduk dengan metode geometri, aritmatika dan eksponensial tahun 2020 untuk setiap kelompok umur.
2. Memilih metode proyeksi yang terbaik untuk memproyeksikan penduduk Provinsi Sumatera Selatan
3. Menganalisis hasil proyeksi terbaik untuk penduduk tahun 2020 dan menyajikan hasil proyeksi tersebut dalam grafik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penduduk Provinsi Sumatera Selatan berdasarkan sensus penduduk tahun 2010 dan tahun 2000 menurut kelompok umur dan jenis kelamin dalam selang lima tahun disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2 berikut:

Tabel 1. Data Sensus Penduduk Provinsi Sumatera Selatan Tahun 2000
Menurut Komposisi Umur, Jenis Kelamin dan Sex Ratio

Kelompok Umur	Jenis Kelamin		Jumlah (jiwa)	Sex Ratio
	Laki-laki (jiwa)	Perempuan (jiwa)		
0-4	366.400	355.400	721.800	103
5-9	358.100	348.300	706.400	103
10-14	390.400	386.900	777.300	101
15-19	368.600	371.400	740.000	99
20-24	305.900	320.000	625.900	95
25-29	260.700	270.800	531.500	96
30-34	227.700	229.100	456.800	99
35-39	202.800	201.600	404.400	100
40-44	176.700	165.300	342.000	107
45-49	137.700	122.100	259.800	113
50-54	98.700	88.900	187.600	111
55-59	72.400	68.000	140.400	106
60-64	59.600	58.300	117.900	102
65-69	41.800	43.400	85.200	96
70-74	26.900	28.700	55.600	93
75+	26.300	31.900	58.200	82
Total	3.120.700	3.090.100	6.210.800	101

Sumber: Data Sensus Penduduk 2000 - Badan Pusat Statistik Republik Indonesia

Pada Tabel 1 diketahui bahwa jumlah penduduk laki-laki lebih banyak daripada jumlah penduduk perempuan. Sex rasio penduduk Sumatera Selatan tahun 2000 adalah 1,01%. Hal ini menyatakan bahwa perbandingan jumlah laki-laki per 100 jumlah penduduk perempuan adalah 101.

Penduduk Provinsi Sumatera Selatan berdasarkan sensus penduduk tahun 2010 menurut jenis kelamin dan sex ratio untuk tiap kelompok umur ditampilkan pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Data Sensus Penduduk Provinsi Sumatera Selatan Tahun 2010 Menurut Komposisi Umur, Jenis Kelamin dan Sex Ratio

Kelompok Umur	**Jenis Kelamin**		**Jumlah (jiwa)**	**Sex Ratio**
	Laki-laki (jiwa)	**Perempuan (jiwa)**		
0-4	388.432	419.950	808.382	92
5-9	380.127	411.645	791.772	92
10-14	412.425	443.943	856.368	93
15-19	390.624	422.142	812.766	92
20-24	327.915	359.433	687.348	91
25-29	282.722	314.241	596.963	90
30-34	249.728	281.246	530.974	89
35-39	224.803	256.321	481.124	88
40-44	198.719	230.237	428.956	86
45-49	159.723	191.241	350.964	83
50-54	120.729	152.248	272.977	79
55-59	94.425	125.943	220.368	75
60-64	81.614	113.130	194.744	72
65-69	63.820	95.338	159.158	67
70-74	48.924	80.442	129.366	60
75+	48.323	79.841	128.164	60
Jumlah	3.473.055	3.977.343	7.450.398	0,86

Sumber: Data Sensus Penduduk 2010 - Badan Pusat Statistik Republik Indonesia

Pada Tabel 2 diketahui bahwa jumlah penduduk perempuan lebih banyak daripada jumlah penduduk laki-laki. Sex rasio penduduk Provinsi Sumatera Selatan tahun2010 adalah 0,86. Hal ini menyatakan bahwa terdapat 86 jumlah laki-laki per 100 jumlah penduduk perempuan. Jumlah penduduk pada tahun 2010 meningkat pada kelompok umur 45-49.

Proyeksi Penduduk

Berdasarkan data pada Tabel 1 dan 2 selanjutnya dilakukan perhitungan proyeksi penduduk untuk Provinsi Sumatera Selatan dengan menggunakan metode geometri, aritmatika dan eksponensial.

Metode Geometri

Dengan menggunakan Persamaan (1) dan Persamaan (5) hasil proyeksi dan tingkat penduduk Provinsi Sumatera Selatan seperti pada Tabel 3 berikut

Tabel 3. Hasil Proyeksi Penduduk Provinsi Sumatera Selatan dan Tingkat Pertumbuhan Penduduk dengan Metode Geometri Untuk Tahun 2020

Kelompok Umur	**Jumlah Penduduk (jiwa)**		**Tingkat Pertumbuhan Penduduk tahun 2010**	**Hasil proyeksi Penduduk Tahun 2020 (jiwa)**	**Tingkat Pertumbuhan Penduduk Tahun 2020**
	Tahun 2000	**Tahun 2010**			
0-4	721.800	808.382	0,0011	816.502	0,0009
5-9	706.400	791.772	0,0011	799.725	0,0009
10-14	777.300	856.368	0,0009	864.970	0,0099
15-19	740.000	812.766	0,0009	820.930	0,0009
20-24	625.900	687.348	0,0009	694.252	0,0009
25-29	531.500	596.963	0,0011	602.959	0,0009
30-34	456.800	530.974	0,0015	541.689	0,0019
35-39	404.400	481.124	0,0017	490.833	0,0019
40-44	342.000	428.956	0,0022	437.613	0,0020
45-49	259.800	350.964	0,0030	361.636	0,0029
50-54	187.600	272.977	0,0038	284.095	0,0040
55-59	140.400	220.368	0,0046	231.638	0,0050
60-64	117.900	194.744	0,0051	204.703	0,0049
65-69	85.200	159.158	0,0064	168.969	0,0599
70-74	55.600	129.366	0,0088	141.492	0,0090
75+	58.200	128.164	0,0082	138.794	0,0079
Jumlah	6.210.800	7.450.398	0,0002	7.600.754	0,0020

Berdasarkan hasil proyeksi untuk setiap kelompok umur jumlah penduduk mengalami peningkatan. Dari Tabel 3 diketahui bahwa jumlah penduduk untuk tahun 2000 sebesar 6.210.800 jiwa untuk seluruh kelompok umur dan mengalami pertambahan penduduk sebesar 1.239.598 untuk tahun 2010. Perhitungan dengan menggunakan data jumlah penduduk tahun 2000 dan 2010 pertumbuhan penduduk untuk tahun 2020 di Provinsi Sumatera Selatan mengalami peningkatan sebesar 0,2% setiap tahunnya atau untuk 10 tahun yang akan datang diperkirakan jumlah penduduk menjadi 7.600.754 jiwa.

Metode Aritmatika

Dengan menggunakan Persamaan (2) dan Persamaan (6) hasil proyeksi dan tingkat penduduk Provinsi Sumatera Selatan seperti pada Tabel 4 berikut

Tabel 4. Hasil Proyeksi Penduduk Provinsi Sumatera Selatan dan Tingkat Pertumbuhan Penduduk denganMetode Aritmatika Untuk Tahun 2020

Kelompok Umur	**Jumlah Penduduk (jiwa)**		**Tingkat Pertumbuhan Penduduk Tahun 2010**	**Jumlah Penduduk Tahun 2020 (jiwa)**	**Tingkat Pertumbuhan Penduduk Tahun 2020**
	Tahun 2000	**Tahun 2010**			
0-4	721.800	808.382	0,0119	905.388	0,0120
5-9	706.400	791.772	0,0120	886.785	0,0120
10-14	777.300	856.368	0,0101	942.005	0,0100
15-19	740.000	812.766	0,0098	885.915	0,0090
20-24	625.900	687.348	0,0098	749.209	0,0089
25-29	531.500	596.963	0,0123	668.598	0,0119
30-34	456.800	530.974	0,0162	615.929	0,0159
35-39	404.400	481.124	0,0189	567.726	0,0179
40-44	342.000	428.956	0,0254	536.195	0,0250
45-49	259.800	350.964	0,0350	473.801	0,0349
50-54	187.600	272.977	0,0455	395.817	0,0450
55-59	140.400	220.368	0,0569	345.978	0,0570
60-64	117.900	194.744	0,0651	321.327	0,0649
65-69	85.200	159.158	0,0868	297.625	0,0869
70-74	55.600	129.366	0,1326	301.423	0,1330
75+	58.200	128.164	0,1202	281.961	0,1200
Jumlah	6.210.800	7.450.398	0,0199	9.175.682	0,0231

Berdasarkan Tabel 4 diketahui bahwa pertambahan penduduk lebih besar dibandingkan dengan menggunakan rumus metode geometri seperti yang diperlihatkan pada Tabel 3. Pertambahan penduduk yang terjadi pada tahun 2020 dengan menggunakan metode proyeksi aritmatika berbanding lurus dengan pertumbuhan yang semakin besar dibandingkan dengan pertumbuhan pada tahun 2010. Pertambahan penduduk untuk tahun 2010 sebanyak 1.239.598 dengan tingkat pertumbuhan 1,99% per tahun jiwa maka diperkirakan pertumbuhan untuk tahun 2020 naik menjadi 2,31% setiap tahun dengan pertambahan penduduk sebesar 1.725.284 jiwa untuk tahun 2020.

Metode Eksponensial

Dengan menggunakan Persamaan (3) dan Persamaan (7) hasil proyeksi dan tingkat penduduk Provinsi Sumatera Selatan seperti pada Tabel 5 berikut

Tabel 5. Hasil Proyeksi Penduduk Provinsi Sumatera Selatan dan Tingkat Pertumbuhan Penduduk denganMetode Eskponensial Untuk Tahun 2020

Kelompok Umur	Jumlah Penduduk (jiwa)		Tingkat Pertumbuhan Penduduk tahun 2010	Jumlah Penduduk Tahun 2020 (jiwa)	Tingkat Pertumbuhan Penduduk Tahun 2020
	Tahun 2000	Tahun 2010			
0-4	721.800	808.382	0,0113	902.379	0,01099
5-9	706.400	791.772	0,0114	883.838	0,01100
10-14	777.300	856.368	0,0096	946.433	0,00999
15-19	740.000	812.766	0,0093	889.308	0,00900
20-24	625.900	687.348	0,0093	752.078	0,00899
25-29	531.500	596.963	0,0116	673.074	0,01200
30-34	456.800	530.974	0,0150	616.904	0,01500
35-39	404.400	481.124	0,0173	570.279	0,01700
40-44	342.000	428.956	0,0226	539.884	0,02299
45-49	259.800	350.964	0,0300	473.752	0,03000
50-54	187.600	272.977	0,0375	395.198	0,03699
55-59	140.400	220.368	0,0450	345.606	0,04500
60-64	117.900	194.744	0,0501	321.079	0,05000
65-69	85.200	159.158	0,0624	295.863	0,06199
70-74	55.600	129.366	0,0844	299.659	0,08399
75+	58.200	128.164	0,0789	282.396	0,07899
Jumlah	6.210.800	7.450.398	0,0181	9.187.730	0,0209

Berdasarkan Tabel 5 diketahui bahwa pertumbuhan penduduk di provinsi Sumatera Selatan sebesar 1,81 % untuk tahun 2010 . Pertumbuhan penduduk ini mengalami peningkatan pertumbuhan yang lebih besar dibandingakan dengan perhitungan dengan menggunakan metode geometri tetapi tidak lebih besar dari pertumbuhan penduduk dengan menggunakan metode aritmatika. Proyeksi penduduk untuk Provinsi Sumatera Selatan dengan menngunakan metode eksponensial menghasilkan pertambahan penduduk sebesar 1.737.336 jiwa dengan besar pertumbuhan untuk setiap tahun adalah 2,09% pertahun. Jadi, diperkirakan bahwa untuk tahun 2020 jumlah penduduk sebesar 9.187.730 jiwa.

Pertumbuhan penduduk di Provinsi Sumatera Selatan pada tahun 2020 dengan menggunakan metode aritmatika dan eksponensial mengalami peningkatan yang cukup besar dibandingkan dengan peningkatan penduduk sepuluh tahun yang lalu. Ini perlihatkan melalui selisih dari jumlah total penduduk disetiap sepuluh tahunnya yaitu antara 2000 sampai 2010 dan 2010 sampai 2020. Jumlah proyeksi penduduk untuk metode geometri juga memperlihatkan adanya peningkatan penduduk pada setiap kelompok umur dan secara total juga mengalami peningkatan dari sepuluh tahun sebelumnya tetapi untuk selisih peningkatan penduduk antara 2000 sampai 2010 dengan 2010 sampai 2020 dengan menggunakan metode

geometri pertumbuhannya lebih kecil dibandingkan dengan menggunakan metode yang lainnya.

Pemilihan Metode Proyeksi Penduduk

Pemilihan metode proyeksi pada penelitian ini dilakukan untuk memilih salah satu dari metode yang ada sebagai metode terbaik untuk mewakili metode yang digunakan menjadi metode proyeksi penduduk tahun 2020. Pemilihan metode menggunakan perhitungan standar deviasi. Proyeksi jumlah penduduk dengan menggunakan metode aritmatika, geometri dan eksponensial disajikan secara ringkas pada Tabel 6 berikut ini.

Tabel 6. Hasil Proyeksi Penduduk Provinsi Sumatera Selatan dengan Metode Geometri, Aritmatika dan Eksponensial Untuk Tahun 2020

Kelompok umur	**Jumlah penduduk (jiwa)**		**Hasil Proyeksi Penduduk dengan Metode**		
	Tahun 2000	**Tahun 2010**	**Geometri (jiwa) Tahun 2020**	**Aritmatika (jiwa) Tahun 2020**	**Eksponensial (jiwa) Tahun 2020**
0-4	721.800	808.382	816.502	905.388	902.379
5-9	706.400	791.772	799.725	886.785	883.838
10-14	777.300	856.368	864.970	942.005	946.433
15-19	740.000	812.766	820.930	885.915	889.308
20-24	625.900	687.348	694.252	749.209	752.078
25-29	531.500	596.963	602.959	668.598	673.074
30-34	456.800	530.974	541689	615.929	616.904
35-39	404.400	481.124	490.833	567.726	570.279
40-44	342.000	428.956	437.613	536.195	539.884
45-49	259.800	350.964	361.636	473.801	473.752
50-54	187.600	272.977	284.095	395.817	395.198
55-59	140.400	220.368	231.638	345.978	345.606
60-64	117.900	194.744	204.703	321.327	321.079
65-69	85.200	159.158	168.969	297.625	295.863
70-74	55.600	129.366	141.492	301.423	299.659
75+	58200	128.164	138.794	281.961	282.396
Jumlah	6.210.800	7.450.398	7.600.754	9.175.682	9.187.730

Penentuan metode proyeksi penduduk yang paling mendekati dilakukan dengan standar deviasi untuk menganalisa dan membandingkan data kependudukan yang tersedia dengan data penduduk dari perhitungan proyeksi yang digunakan.

Standar Deviasi Jumlah Penduduk

Penghitungan standar deviasi pada ketiga metode dengan menggunakan rumus

$$S^2 = \frac{n\sum P_{2020}{}^2 - (\sum P_{2020})^2}{n(n-1)}$$

Metode geometri :

$$S^2 = \frac{16(816.502^2+799.725^2+\cdots+138.794^2)-(81.6502+799.725+\cdots+138.794)^2}{16(16-1)} = 70.926.486.113$$

S =266.320,269

Metode Aritmatika :

$$S^2 = \frac{16(905.388+886.785^2+\cdots+28.196^2)-(905.388+886.785+\cdots+28.196)^2}{16(16-1)} = 81.737.536.365$$

S =285.897,773

Metode Eksponensial

$$S^2 = \frac{16(902.379^2+883.838^2+\cdots+282.396^2)-(902.379+883.838+\cdots+282.396)^2}{16(16-1)} = 79.039.582.822$$

S =281.139,792

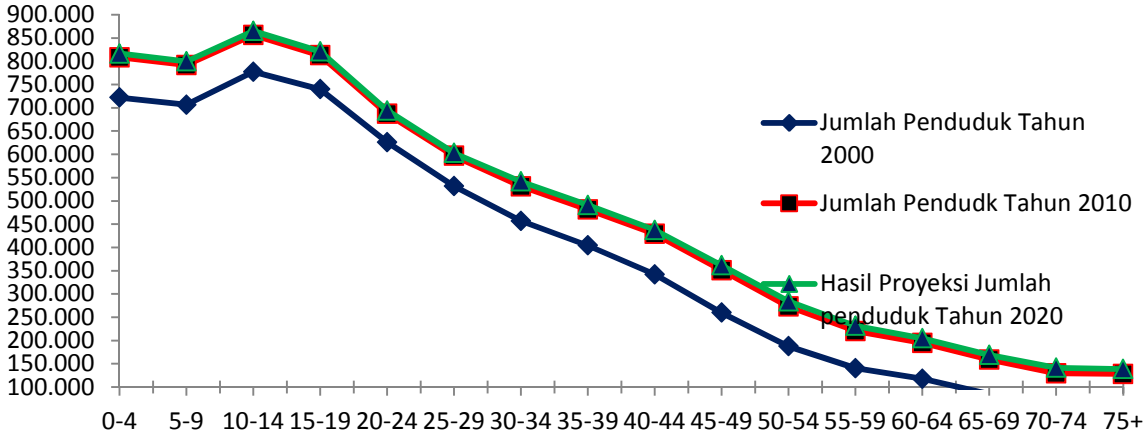
Pada penelitian ini standar deviasi yang paling kecil adalah 266.320,269 yang merupakan hasil dari hasil jumlah penduduk dengan proyeksi menggunakan metode geometri.

Analisis Hasil Proyeksi Penduduk dengan Metode Geometri, Aritmatika dan Eksponensial

Proyeksi untuk sepuluh tahun kedepan menunjukkan bahwa masing-masing metode menghasilkan pertumbuhan penduduk yang tidak jauh berbeda dan mengalami pertumbuhan kurang lebih sebesar 2,31 % dan 2,09 % per tahun. Metode geometri mengalami pertumbuhan yang lebih kecil yaitu sebesar 0,20 % per tahun. Setiap metode menunjukkan bahwa pertumbuhan penduduk tetap terjadi diwilyah Sumatera Selatan meskipun sangat kecil. Pemilihan metode yang paling mewakili pola pertumbuhan penduduk di wilayah Provinsi Sumatera Selatan untuk tahun 2020 berdasarkan hasil standar deviasi yaitu metode geometri

Pertambahan penduduk untuk tahun 2020 di Provinsi Sumatera Selatan akan mengalami pertambahan penduduk kurang lebih 150.356 untuk seluruh kelompok umur. Pertambahan penduduk pada tahun 2020 dengan proyeksi geometri dengan membandingkan kondisi lahan atau luas wilayah Provonsis Sumatera Selatan yang luas bisa disimpulkan bahwa pertambahan penduduk ini tidak akan mengakibatkan kepadatan penduduk yang

signifikan. Hasil proyeksi penduduk menggunakan metode geometri untuk tahun 2020 diperlihatkan juga dalam bentuk grafik pertambahan penduduk sebagai berikut:



Gambar 1. Grafik Pertambahan Penduduk Provinsi Sumatera Selatan dengan Metode Geometri

Pada Gambar 1 ditunjukkan bahwa pertambahan penduduk dari tahun 2000 sampai tahun 2010 mengalami peningkatan yang lebih besar dibandingkan dengan peningkatan jumlah penduduk untuk tahun 2020. Jadi, pertumbuhan penduduk di Provinsi Sumtera Selatan untuk tahun 2020 akan tetap megalami peningkatan tetapi tidak sebesar pertumbuhan 10 tahun sebelumnya. Pada grafik ditunjukkan bahwa pertumbuhan yang lebih besar terdapat pada kelompok umut 10-14 tahun dan terkecil pada kelompok umur 70+ tahun.

KESIMPULAN

Dari ketiga metode yang digunakan metode yang paling mendekati dengan data yang sebenarnya untuk memproyeksikan jumlah penduduk Provinsi Sumatera Selatan tahun 2020 adalah metode geometri de

Hasil proyeksi penduduk tahun 2020 adalah 7.600.754 jiwa mengalami peningkatan dengan pertambahan penduduk sebesar 150.347 jiwa tetapi lebih kecil dari pertambahan penduduk pada tahun 2010 yaitu sebesar 1.239.598 jiwa dengan pertumbuhan penduduk untuk setiap kelompok umur mengalami pertumbuhan yang berbeda dan pertumbuhan semakin kecil untuk usia 40+ tahun.

DAFTAR PUSTAKA

Adiarsa,A. 2012 Standar deviasi, http://www.datastatistik-Indonesia.com/portal/index.php?option=com_proyeksi&task=show&Itemid=172

Adieotomo, S & O.B. Samosir .2010.Dasar-Dasar Demografi edisi 2.salemba Empat, Jakarta

Bogue, D. J.1969, Principles of Demography. John Wiley and Sons, Inc, New York

Kartono,W.2000.Dasar-Dasar Demografi. Lembaga Demografi, Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.Jakarta

Munifah, L. 2006. Proyeksi Penduduk Surakarta Berdasarkan Metode Langsung dan Metode Tidak Langsung.Skripsi.Tidak Dipublikasikan

Rusli,S.1984.Pengantar Ilmu Kependudukan.LP3ES, Jakarta

Setiawan,C. 2010. Sensus Penduduk dan Sumber-Sumber Data Demografi Makalah.http://www.slideshare.net/riyansartikarifai/demografi-2#btnNext, diakses pada tanggal 20 Juli 2013.

Sujana. 2005. Metode Statistika, Tarsito. Bandung

Yanti,N. 2007.Penentuan Air Minum. http://jujubandung.wordpress.com/2012/06/02/kebutuhan-air-minum-di-wilayah-perencanaan-studi-kasus/

Widodo. 2009. Proyeksi Pertumbuhan Penduduk Kota Medan Tahun 2008-2012 Berdasarkan Data Tahun 1996-2007. Skripsi.Tidak Dipublikasikan

ANALISIS KESTABILAN MODEL MIKROSKOPIK DARI *FLOCKING* AND *SWARMING DINAMYCS*

Helmi*, Yudhi , Eka Wulan Ramadhan

Fakultas MIPA, Universitas Tanjungpura
email: helmi132205@yahoo.co.id

Abstract

Pada tahun 2007, dua matematikawan Felipe Cucker dan Steve Smale memperkenalkan suatu model partikel orde 2 dimana menyerupai persamaan Newton dalam $N-$ body system, dan menyajikan suatu model yang sederhana namun dapat memperlihatkan perilaku flocking dalam kondisi yang diekspresikan dalam bentuk parameter dan data awal. Dalam artikel ini, akan dibahas mengenai model flocking tipe Cucker-Smaleyang dimodifikasi dan mengetahui kestabilan model flocking dan swarming tipe Cucker-Smaleyang dimodifikasi dengan well-posednes, yaitu adanya konvergensi dari sistem partikel ke persamaan kinetik.

Kata kunci: Mikroskopik, Persamaan Kinetik, *Flocking and Swarming*

1. PENDAHULUAN

Perilaku *flocking* adalah perilaku yang ditunjukkan ketika suatu kelompok burung, yang bergerak dalam suatu kelompok pada saat terbang. Perilaku yang seperti ini juga dapat diamati pada beberapa jenis kawanan hewan, seperti koloni serangga (*insect swarm*), sekelompok ikan (*fish school*), kelompok mamalia, bahkan sekelompok pejalan kaki. Hal yang paling menarik dari fenomena *flocking* adalah sejumlah berhingga partikel dalam suatu kelompok yang bergerak namun terlihat kompak dan solid seperti gerakan fluida. Padahal jika diamati gerakan setiap partikel dari *flocking* terlihat acak, namun jika dilihat secara keseluruhan membentuk gerakan harmoni yang solid dan indah. Oleh karena itu banyak peneliti dari berbagai bidang seperti pemodelan matematika, biologi, arsitektur dan kecerdasan buatan yang tertarik untuk melakukan penelitian terkait dengan *flocking* jika disimulasikan dengan cara mengkopi jalur gerakan *flocking*, tidak menutup kemungkinan akan terjadi tabrakan antar partikel (partikel). Oleh karena itu, muncul beberapa model dari *flocking* dan *swarming* dengan tujuan untuk mendapatkan pendekatan dengan perilaku natural *flocking* dan *swarming*.

Model paling sederhana dari gerakan *flocking* adalah dengan mengasumsikan kecepatan setiap partikel konstan dan mempertimbangkan rata-rata arah gerakan yang *neighbourhood* lokal. Penelitian ini menggunakan model mikroskopis yaitu sistem dari N partikel yang tidak

dapat dibedakan (burung, ikan, serangga) dimana keadaan mikroskopisnya memuat posisi dan kecepatan. Sebagian besar model *flocking* berdasarkan tiga aturan perilaku dasar berikut ini:

1. *Repulsion* yaitu suatu partikel akan menjauh jika ada partikel lain yang bergerak terlalu dekat.
2. *Alignment* yaitu suatu partikel akan mempertahankan jarak dan kecepatan dipersekitaran rata-rata posisi antar partikel lain.
3. *Attraction* yaitu suatu partikel akan mendekat jika terlalu jauh dengan rata-rata posisi partikel lain dalam suatu kawanan.

Ketiga aturan perilaku dasar tersebut yang kemudian melatarbelakangi pembentukan model *flocking* dan *swarming* dengan efek yang lebih realistis seperti interaksi antar partikel, aerodinamika pada saat terbang (khusus untuk kasus *flocking*), gerakan diatas area bertengger, persepsi dan visibilitas hewan, gangguan dan lain-lain.

Perilaku *flocking* pertama kali diperkenalkan dan disimulasikan oleh Craig Reynold pada tahun 1987 dengan menggunakan program simulasi Boid. Pada tahun 2011, Agueh, Illner dan Richardson, meneliti tentang perbaikan model tipe *Cucker-Smale*. Menurut Agueh, Illner dan Richardson, model tipe Cucker-Smalecukup sederhana, namun kurang memberikan gambaran asli dari perilaku *flocking* pada sekawanan burung. Hal ini dikarenakan, pada model tersebut, tidak memperhitungkan gangguan dari luar, seperti adanya predator, angin, dsb, yang menyebabkan kawanan burung tersebut mengubah kecepatan dan arah, bahkan menyebabkan sekawanan burung berpencar. Oleh karena itu, Agueh, Illner dan Richardson dalam penelitiannya model tipe Cucker-Smaledimodifikasi dengan cara menambahkan asumsi-asumsi seperti gesekan, reaksi spontan untuk menghindari tabrakan, arah gerakan yang bergantung dengan sektor, dan *boundary effect*. Sedangkan pada penelitian Albi dan Pareschi tahun 2013, model *flocking* yang digunakan menggunakan model tipe Cucker-Smaleklasik yang ditambah dengan asumsi *perception space*.

Berdasarkan gagasan tersebut, penulis tertarik untuk menganalisis model *flocking* dan *swarming* tipe Cucker-Smale yang dimodifikasi dengan asumsi persepsi ruang yaitu kekuatan interaksi antar partikel yang bergantung dengan jarak antar partikel. Lebih lanjut, penulis juga akan menunjukkan *well-posedness* untuk masalah nilai awal dan solusinya dengan tetap mempertahankan massa dan momentum.

2. METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah kajian studi literatur. Penelitian ini dilakukan terlebih dahulu mempelajari persamaan diferensial dan dinamika populasi. Setelah itu mengkaji model klasik *flocking* dan *swarming* yang diperkenalkan oleh F. Cucker dan J. Smale. Selanjutnya dikaji model Cucker-Smaleyang dimodifikasi dengan menambahkan beberapa asumsi gangguan-gangguan eksternal. Pembahasan pada penelitian ini adalah menganalisis model Cucker-Smaleyang dimodifikasi seperti kestabilan model, interaksi antar partikel/partikel, dan menyelidiki *well-posedness*.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Interaksi antara partikel i dengan partikel j dinyatakan dalam fungsi $H: \mathbb{R}^{2d} \to \mathbb{R}^{d}$. Model mikroskopik dari *flocking* and *swarming* secara umum:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \dot{v}_i \\ \dot{v}_i = S(v_i) + \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left[H(x_i,x_j)(v_j - v_i) + A(x_i,x_j) + R(x_i,x_j)\right]\psi_\alpha(x_i,x_j,v_i), \end{cases} \quad i = 1,2,\cdots,N$$

dimana $(x_i, v_i) \in \mathbb{R}^{2d}, d \geq 1$, $S(v_i)$ adalah *self-propelling*, $H(x_i,x_j)$ adalah proses *alignment*, $A(x_i,x_j)$ adalah dinamika atraksi, $R(x_i,x_j)$ adalah repulsi *short-range* dan $\psi_\alpha(x_i,x_j,v_i) \in [0,1]$ adalah fungsi dari persepsi ruang.

Model dari *flocking* dan *swarming* yang dikenalkan oleh F. Cucker dan J. Smale adalah model Cucker-Smaleyang hanya memuat aturan *alignment*, dengan mengabaikan dua aturan dasar yang lain. Model *flocking* tipe *Cucker -Smale* sebagai berikut:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \dot{v}_i \\ \dot{v}_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} H(|x_j - x_i|)(v_j - v_i), \end{cases} \quad i = 1,2,\cdots,N$$

dengan

$$H(|x_j - x_i|) = \frac{1}{\left(1 + |x_j - x_i|^2\right)^{\gamma}}, \quad \gamma \geq 0$$

dimana $H(|x_j - x_i|)$ adalah fungsi ukuran kekuatan interaksi antara partikel i dan j.

Model Cucker-Smaleyang sudah dimodifikasi sebagai berikut.

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \dot{v}_i \\ \dot{v}_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left[H(x_i,x_j)(v_j - v_i) + A(x_i,x_j)\right]\psi_\alpha(x_i,x_j,v_i), \end{cases} \quad i = 1,2,\cdots,N \qquad \cdots (1)$$

Karena model Cucker-Smale dimodifikasi dilengkapi dengan asumsi persepsi ruang, maka fungsi potensial atau fungsi ukuran kekuatan interaksi antara partikel i dan j berubah menjadi

$$H_0(x_i,x_j) = H(x_i,x_j)\psi_\alpha(x_i,x_j,v_i)$$

$$A(x_i,x_j) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(1-S_0)(|x_i-x_j|)(v_j-v_i), \quad S_0 = S_0(r) = \begin{cases}1, & r \le d_0\\ 0, & r > d_0+\varepsilon_0\end{cases}$$

$$\psi_\alpha(x_i,x_j,v_i) = \frac{1}{\bar{H}(x_i)}, \quad \bar{H}(x_i) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} H(|x_i-x_k|)$$

dengan $\psi_\alpha \in [0,1]$ dan S_0 adalah posisi cutoffs dan $d_0, \varepsilon_0 > 0$.

Pembahasan dalam penelitian ini menyajikan pendekatan untuk *well-posedness* di himpunan ukuran peluang menggunakan jarak Monge-Kantorovich-Rubinstein diantara ukuran peluang. Konsekuensi dari kestabilan, yaitu konvergensi metode partikel ke solusi ukuran dari persamaan kinetik.

Misalkan $f = f(x,v,t)$ adalah fungsi bernilai ukuran. Persamaan (1) ditransformasikan ke bentuk persamaan kinetik diperoleh

$$\partial_t f + \nabla_x f = \nabla_v \cdot \left[\left(\xi(f) + \xi_A(f)\right)f\right], \qquad \cdots (2)$$

dimana

$$\xi(f) = \iint_{\mathbb{R}^d} (w-v)H(x,y)\psi_\alpha(x,y,v)f(y,w,t)dwdy$$

$$\xi_A(f) = \iint_{\mathbb{R}^d} (w-v)\left(1-S_0(|x-y|)\right)\psi_\alpha(x,y,v)f(y,w,t)\,dwdy$$

Persaman (2) diperoleh dengan Mean-Field Limit dengan memisalkan

$$f^N(x,v,t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\delta\left(x-x_i(t)\right)\delta\left(v-v_i(t)\right)$$

dimana $\delta(\cdot)$ adalah delta-Dirac dan $\mathcal{P}(\mathbb{R}^k)$ ruang probabilitas pada $\mathbb{R}^k$.
Diberikan fungsi $\varphi \in C_0^1(\mathbb{R}^{2d})$,

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\langle f^N(t),\varphi\rangle &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{d}{dt}\varphi\left(x_i(t),v_i(t)\right)\\ &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\nabla_x\varphi\left(x_i(t),v_i(t)\right)\cdot v_i(t)\\ &\quad + \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\Big(H(x_i-x_j)\\ &\quad + \left(1-S_0(|x_i-x_j|)\right)\Big)\psi_\alpha(x_i,x_j,v_i)\left[\nabla_v\varphi\left(x_i(t),v_i(t)\right)\cdot\left(v_j(t)-v_i(t)\right)\right]\end{aligned}$$

$$= \langle f^N(t), \nabla_x \varphi \cdot v \rangle$$
$$- \left(\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \Big(H(x_i - x_j) \right.$$
$$\left. + \Big(1 - S_0(|x_i - x_j|)\Big)\Big) \psi_\alpha(x_i, x_j, v_i) [\nabla_v \varphi(x_i(t), v_i(t)) \cdot v_i(t) \right)$$
$$+ \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \Big(H(x_i - x_j) + \Big(1 - S_0(|x_i - x_j|)\Big)\Big) \psi_\alpha(x_i, x_j, v_i) v_j(t) \right] \right.$$
$$\left. \cdot \nabla_v \varphi(x_i(t), v_i(t)) \right)$$
$$= \langle f^N(t), \nabla_x \varphi \cdot v \rangle$$
$$- \left\langle f^N(t), \left[\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \Big(H(x - x_j) + \Big(1 - S_0(|x - x_j|)\Big)\Big) \psi_\alpha(x, x_j, v) \right] \nabla_v \varphi(x, v) \right.$$
$$\left. \cdot v \right\rangle$$
$$+ \left\langle f^N(t), \left[\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \left[\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \Big(H(x - x_j) \right. \right. \right.$$
$$\left. \left. \left. + \Big(1 - S_0(|x - x_j|)\Big)\Big) \psi_\alpha(x, x_j, v) \right] v_j(t) \right] \cdot \nabla_v \varphi(x, v) \right\rangle$$

Pandang

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \Big(H(x - x_j) + \Big(1 - S_0(|x - x_j|)\Big)\Big) \psi_\alpha(x, x_j, v)$$
$$= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \langle \Big(H(x - y) + \big(1 - S_0(|x - y|)\big)\Big) \psi_\alpha(x, y, v), \delta(y - x_j) \rangle_x$$
$$= \big(H + (1 - S_0)\big) \psi_\alpha * \rho_{f^N}(x, t),$$

dimana

$$\rho_{f^N}(x, t) = \int_{\mathbb{R}^d} f^N(x, v, t)\, dv = \left\langle 1, \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \delta(y - x_j) \delta(v - v_j) \right\rangle_v$$

dan

$$\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\Big(H(x-x_j)+\big(1-S_0(|x-x_j|)\big)\Big)\psi_\alpha(x,x_j,v)v_j(t)$$
$$=\big(H+(1-S_0)\big)\psi_\alpha * m_{f^N}(x,t),$$

dimana

$$m_{f^N}(x,t)=\int_{\mathbb{R}^d} v f^N(x,v,t)\,dv=\left\langle v,\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\delta(y-x_j)\delta(v-v_j)\right\rangle_v.$$

Sehingga diperoleh

$$\frac{d}{dt}\langle f^N(t),\varphi\rangle=\langle f^N(t),\nabla_x\varphi\cdot v+\big(H+(1-S_0)\big)\psi_\alpha * m_{f^N}\nabla_v\varphi-\big(H+(1-S_0)\big)\psi_\alpha * \rho_{f^N}\nabla_v\varphi\cdot v\rangle.$$

Setelah diintegralkan, diperoleh

$$\left\langle\frac{\partial f^N}{\partial t}+v\cdot\nabla_x f^N-\nabla_v\cdot\big[\big(\xi(f^N)+\xi_A(f^N)\big)f^N\big],\varphi\right\rangle=0,$$

atau

$$\frac{\partial f^N}{\partial t}+v\cdot\nabla_x f^N=\nabla_v\cdot\big[\big(\xi(f^N)+\xi_A(f^N)\big)f^N\big],$$

dimana

$$\xi(f^N)=\iint_{\mathbb{R}^d}(w-v)H(x,y)\psi_\alpha(x,y,v)f^N(y,w,t)\,dwdy$$
$$\xi_A(f^N)=\iint_{\mathbb{R}^d}(w-v)\big(1-S_0(|x-y|)\big)\psi_\alpha(x,y,v)f^N(y,w,t)\,dwdy.$$

Karena subbarisan f^{N_k} konvergen ke f untuk $k\to\infty$, maka

$$\frac{\partial f}{\partial t}+v\cdot\nabla_x f=\nabla_v\cdot\big[\big(\xi(f)+\xi_A(f)\big)f\big].$$

Jarak Monge-Kontorovich-Rubinstein didefinisikan

$$W_1(\mu,\nu)=\sup\left\{\left|\int_{\mathbb{R}^k}\varphi(x)\,d(\mu-\nu)(x)\right|,\varphi\in\mathrm{Lip}(\mathbb{R}^k),\mathrm{Lip}(\varphi)\le 1\right\},$$

dimana $\mathrm{Lip}(\mathbb{R}^k)$ adalah fungsi Lipschitz di $\mathbb{R}^k$ dan $\mathrm{Lip}(\varphi)$ adalah konstanta Lipschitz dari φ.

Selanjutnya akan ditunjukkan kestabilan solusi dari Persamaan (2). Pertama-tama ditunjukkan bahwa $\xi(f)$ dan $\xi_A(f)$ memenuhi kondisi Lipschtz. Karena $\xi(f)$ memuat ψ_α dan $\xi_A(f)$ memuat fungsi cutoffs, maka $\xi(f)$ dan $\xi_A(f)$ memenuhi kondisi Lipschtz.

Karakteristik sistem persamaan diferensial dari Persamaan (2), yaitu

$$\frac{d}{dt}x=v \qquad \ldots(3)$$
$$\frac{d}{dt}v=E(t,x,v)$$

dimana $E(t,x,v)=\xi(f)+\xi_A(f)$.

Hipotesis 3.1. (Syarat pada E)
(1). *E kontinu pada* $[0,T] \times \mathbb{R}^d$
(2). *Terdapat* $C_E > 0$,

$$|E(t,x,v)| \leq C_E(1 + |x| + |v|), \text{ untuk } \forall t, x \in [0,T] \times \mathbb{R}^d$$

(3). *Untuk setiap himpunan kompak* $K \subset \mathbb{R}^d$, *terdapat* $L_K > 0$, *sehingga*

$$|E(t,x,v) - E(t,y,w)| \leq L_K(|x-y| + |v-w|), \quad t \in [0,T], \quad x, y \in K.$$

Lema 3.2. *Jika field* $E: [0,T] \times \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^d$ *memenuhi Hipotesis* (3.1) *dan* $(\mu_0, \nu_0) \in \mathbb{R}^{2d}$, *maka terdapat solusi tunggal* (μ, ν) *untuk Persamaan* (3) *di* $C^1([0,T]; \mathbb{R}^{2d})$ *memenuhi* $\mu(0) = \mu_0$ *dan* $\nu(0) = \nu_0$. *Terdapat* C *yang hanya tergantung* $T, |\mu_0|, |\nu_0|$ *dan* C_E, *sedemikian sehingga*

$$|(\mu_t, \nu_t)| \leq |(\mu_0, \nu_0)| e^{Ct} \quad \text{untuk } \forall t \in [0,T].$$

Teorema 3.3. (Kestabilan Solusi) *Jika solusi* (2) *memenuhi Lema* (3.2) *dan* μ_0, ν_0 *ukuran pada* $\mathbb{R}^{2d}$ *dengan support kompak. Maka terdapat fungsi kontinu* $r: [0,T] \to \mathbb{R}_+$ *dengan* $r(0) = 1$, *sedemikian sehingga jika* μ *dan* ν *adalah solusi dari* (2) *dengan ukuran awal* μ_0 *dan* ν_0, *maka*

$$W_1(\mu_t, \nu_t) \leq r(t) W_1(\mu_0, \nu_0).$$

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan bahwa model *flocking* dan *swarming* tipe Cucker-Smale yang dimodifikasi *well-posednes*, yaitu adanya konvergensi dari sistem partikel ke persamaan kinetik.

5. DAFTAR PUSTAKA

Agueh M, Illner R, Richardson A. 2011. Analysis and Simulation of a Refined *Flocking* and *Swarming* Model of Cucker-SmaleType. Kinet. Model. 4(1): 1-16.

Albi G, Pareschi L. 2013. Binary Interaction Algorithms for The Simulations of *Flocking* and *Swarming* Dynamics. Multiscale Model Simul.11(1): 1-29.

Bansiak J. 2013. On a Macroscopic Limit of A Kinetic Model of Aligment. Math. Models Methods Appl. Sci. 23(14): 2647-2670.

Bianca C, Dogbe C. 2015. Mean-Field Limit of a Microscopic Individual-Based Model Describing Collective Motions. J. Nonlinear Math. Phys. 22(1): 117-143.

Cañizo JA, Carrillo JA, Rosado J. 2011. A Well-Posedness Theory in Measure for Some Kinetic Models of Collective Motion. 21(3): 515-539.

Cucker F, Smale S. 2007. Emergent Behavior in Flocks. IEEE Trans. Automat. Control.52(5):852-862.

Cucker F, Smale S. 2007. On The Mathematics of Emergence. Jpn. J. Math. 2:197-227.

Ha SY. 2008. From Particle to Kinetic and Hydrodynamic Descriptions of *Flocking*. Kinet. Model. 1(3): 415-435

PENDETEKSIAN HOTSPOT DENGAN *SPACE TIME SCAN STATISTICS* PADA KESEHATAN BAYI DAN BALITA DI KOTA DEPOK

Maryana[1*], Yekti Widyaningsih[2], Dian Lestari[2]

[1]Teknik Pertambangan Batubara, Politeknik Akamigas Palembang
[2]Departemen Matematika, FMIPA Universitas Indonesia
e-mail : maryana@sci.ui.ac.id

ABSTRAK

Kesehatan merupakan salah satu isu utama di beberapa kota besar di Indonesia, termasuk di Kota Depok. Kesehatan bayi dan balita pada suatu daerah mencerminkan kondisi kesehatan masyarakatnya. Makin baik kondisi kesehatan bayi dan balita di suatu daerah, makin baik pula kondisi masyarakatnya dan begitupun sebaliknya. Indikator yang digunakan pada kondisi kesehatan bayi dan balita adalah jumlah kematian bayi dan balita, jumlah bayi yang mengalami BBLR, jumlah bayi dan balita yang mengalami pneumonia, jumlah bayi dan balita yang mengalami gizi buruk, jumlah kematian ibu saat bersalin dan selama nifas dan jumlah ibu bersalin yang tidak ditolong tenaga kesehatan. Dari keenam indikator diatas ingin dideteksi daerah mana yang mengalami keparahan paling tinggi dibandingkan daerah lain. Daerah ini dikatakan sebagai hotspot. Sesuai dengan yang didefinisikan Patil dan Taillie pada tahun 2004, hotspot adalah sesuatu yang tidak biasa, anomali, menyimpang, intensitas tinggi, *outbreak*, kejadian luar biasa atau disebut juga daerah kritis. Pendeteksian hotspot ini berguna sebagai monitoring, etiologi, manajemen, atau peringatan dini (*early warning*). *Space time scan statistics* adalah metode pendeteksian hotspot dengan memperhatikan informasi area dan waktu secara simultan. Daerah yang menjadi hotspot adalah puskesmas Pasir Putih yang terjadi pada tahun 2011. Artinya area ini paling parah dibandingkan area yang lain mengenai kesehatan bayi dan balitanya. Hasil ini diharapkan dapat menjadi pedoman bagi pemerintah setempat atau *stakeholder* lainnya dalam mengambil kebijakan terutama dibidang kesehatan.

Kata Kunci :Hotspot, Kesehatan Bayi dan Balita, Space Time Scan Statistics

1. PENDAHULUAN

Kota Depok merupakan sebuah kota di Propinsi Jawa Barat, Indonesia. Kota yang terletak tepat di selatan Jakarta ini merupakan salah satu Kota Penyangga ibukota. Kesehatan merupakan salah satu isu utama di beberapa kota besar di Indonesia, karena dengan masyarakat yang sehat akan tercipta kemajuan-kemajuan dibidang lainnya terutama ekonomi dan pendidikan.

Kesehatan bayi dan balita pada suatu daerah mencerminkan kondisi kesehatan masyarakatnya (DinKes Depok, 2012). Makin baik kondisi kesehatan bayi dan balita di suatu daerah, makin baik pula kondisi masyarakatnya dan begitupun sebaliknya. Dengan semakin

berkembangnya kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi yang dapat diterapkan maka kondisi suatu daerah dapat dimonitoring melalui penerapan ilmu statistika. Berikut ini adalah studi tentang kondisi kesehatan bayi dan balita sebagai gambaran mengenai kondisi kesehatan masyarakat di kota Depok secara umum, yang diharapkan dapat menjadi pedoman bagi pemerintah kota maupun *stakeholder* lainnya dalam mengambil kebijakan terutama dibidang kesehatan.

Indikator yang digunakan pada penelitian ini yang berhubungan dengan kondisi kesehatan bayi dan balita (DinKes Depok, 2012) adalah

1. Jumlah kematian bayi dan balita (X_1)
2. Jumlah bayi yang mengalami BBLR (X_2)
3. Jumlah bayi dan balita yang mengalami pneumonia (X_3)
4. Jumlah bayi dan balita yang mengalami gizi buruk (X_4)
5. Jumlah kematian ibu saat bersalin dan selama nifas (X_5)
6. Jumlah ibu bersalin yang tidak ditolong tenaga kesehatan (X_6)

Dari keenam indikator diatas ingin dideteksi daerah mana yang mengalami keparahan paling tinggi dibandingkan daerah lain. Daerah ini dikatakan sebagai hotspot. Sesuai dengan yang didefinisikan Patil dan Taillie pada tahun 2004, hotspot adalah sesuatu yang tidak biasa, anomali, menyimpang, intensitas tinggi, *outbreak*, kejadian luar biasa atau disebut juga daerah kritis. Metode statistik untuk mendeteksi hotspot adalah *scan statistics*. Hasil pendeteksian hotspot ini berguna sebagai monitoring, etiologi, manajemen, atau peringatan dini (*early warning*).

Waktu adalah komponen penting dalam pendeteksian hotspot. Dengan adanya komponen waktu maka dapat diketahui kapan hotspot terjadi. Ada dua pendekatan waktu yang digunakan yaitu pendekatan *retrospective* dan *prospective*. Pendekatan *retrospective* adalah pendekatan yang berhubungan dengan waktu/masa lampau, sedangkan pendekatan *prospective* adalah pendekatan yang berhubungan dengan waktu/masa sekarang. Salah satu metode dalam *scan statistics* yang berhubungan dengan waktu adalah *space time scan statistics*. Metode *space time scan statitics* adalah metode *scan statistics* yang memperhatikan informasi area dan waktu secara simultan dalam mendeteksi hotspot.

Pendeteksian hotspot dengan metode *space time scan statistics* menggunakan sebuah *cylindrical window*, dengan alas area berbentuk *circular* (atau *elliptic*) dan dengan tinggi menyatakan waktu. Alas silinder didefinisikan persis seperti pada *purely spatial scan statistics*, sedangkan tinggi silinder mencerminkan jangka waktu potensial kluster. *Cylindrical*

window kemudian dipindah ke *space* dan *time*, sehingga bukan hanya mencakup untuk setiap area dengan *size* yang mungkin, tetapi juga mencakup untuk setiap waktu yang mungkin. Setiap *cylindrical window* merefleksikan kluster/ hotspot yang mungkin terjadi.

Pada penelitian ini pendeteksian hotspot dilakukan dengan mengamati beberapa data set menggunakan *space time scan statistics*. Data set adalah kelompok data pengamatan, yang terdiri dari jumlah kasus dan ukuran populasi daerah yang akan diamati. Data set pada penelitian ini berupa indikator-indikator yang dibahas di atas. Pendeteksian ini didasarkan pada kombinasi beberapa data set tersebut, bagaimana hasil yang diperoleh dari pendeteksian ini? Hasil pendeteksian hotspot ini diharapkan dapat menjadi pedoman bagi pemerintah setempat atau *stakeholder* lainnya dalam mengambil kebijakan terutama dibidang kesehatan.

2. TINJAUAN TEORITIS

Distribusi Poisson

Suatu peubah acak X dikatakan berdistribusi poisson, jika peubah acak tersebut mempunyai *probability mass function* seperti berikut :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{(m)^x e^{-m}}{x!}, & x = 0, 1, 2, \ldots \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

dengan m adalah suatu parameter.

Likelihood Ratio

Likelihood ratio untuk model Poisson adalah sebagai berikut.

$$\lambda = \begin{cases} sup_{Z \in \mathbf{Z}} \dfrac{\left(\dfrac{n_Z}{\mu(Z)}\right)^{n_Z} \left(\dfrac{n_G - n_Z}{(\mu(G) - \mu(Z))}\right)^{n_G - n_Z}}{\left(\dfrac{n_G}{\mu(G)}\right)^{n_G}}, & \text{jika } \dfrac{n_Z}{\mu(Z)} > \dfrac{n_G - n_Z}{(\mu(G) - \mu(Z))} \\ 1, & \text{lainnya} \end{cases} \quad (3.20)$$

dengan n_Z adalah jumlah kasus pada silinder z, n_G adalah jumlah kasus pada *study area* G, $\mu(Z)$ adalah jumlah populasi dalam silinder z, dan $\mu(G)$ adalah jumlah populasi pada *study area* G.

3. METODE PENELITIAN

Metode yang dilakukan pada penelitian ini adalah

1. Melakukan studi literatur untuk memperoleh gambaran mengenai *scan statistics* dan teori-teori yang berhubungan dengan penelitian.
2. Melakukan pengambilan data dari Dinas Kesehatan Kota Depok.
3. Melakukan pengolahan data dan menganalisis dengan metode *space time scan statistics*

4. DATA

Data yang digunakan pada penelitian ini meliputi :

- Data jumlah kejadian dan jumlah populasi penduduk kota Depok yang dibagi per puskesmas, diperoleh dari Dinas Kesehatan kota Depok tahun 2010-2012.
- Data pusat koordinat masing-masing puskesmas di kota Depok, dengan sumber Departemen Geografi, FMIPA UI.

Data yang diperoleh kemudian diolah menggunakan *software* SaTScan, yaitu suatu *software open source*.

Langkah-langkah pengolahan data menggunakan *space time scan statistics* sebagai berikut:

1. Mempersiapkan data yang terdiri dari jumlah kasus, jumlah populasi, dan koordinat lokasi
2. Membentuk *scanning window*
   a. Menghitung jarak dari *sub-region* 1 ke *sub-region* yang lain
      - Pilih sembarang *sub-region* yang diwakili oleh titik pusat dari *sub-region* tersebut. Hitung jarak dari titik pusat koordinat tersebut ke titik pusat koordinat *sub-region* lainnya. Jarak yang dihitung adalah jarak *euclid.* Urutkan jarak tersebut dari yang terdekat sampai yang terjauh.

        Contoh :

        Ambil sembarang *sub-region*, s_i. Titik pusat koordinat s_i dapat dituliskan sebagai (x_i, y_i).

        Misalkan diambil titik s_1, (x_1, y_1). Hitung jarak dari s_1 ke s_i sehingga

        $$s_{1i} = \sqrt{(x_1 - x_i)^2 + (y_1 - y_i)^2}$$

        Kemudian urutkan jarak tersebut dari jarak yang terdekat sampai terjauh yang disusun dalam suatu *array*.

Tabel 1. *Array* s_1

	Jarak (km)		Jarak (km)
s_1 - s_2	2060.7	$s_1 - s_{17}$	10910.5
s_1 - s_3	3075.5	$s_1 - s_{18}$	10994.9
s_1 - s_4	4208.1	$s_1 - s_{19}$	12257.6
s_1 - s_5	4367.6	$s_1 - s_{20}$	12623.3
$s_1 - s_6$	5038.2	$s_1 - s_{21}$	12690.9
$s_1 - s_7$	5369.3	$s_1 - s_{22}$	13322.8
$s_1 - s_8$	6700.7	$s_1 - s_{23}$	13374.9
$s_1 - s_9$	6913.4	$s_1 - s_{24}$	13840.2
$s_1 - s_{10}$	7825.6	$s_1 - s_{25}$	13853
$s_1 - s_{11}$	9018.6	$s_1 - s_{26}$	14748.6
$s_1 - s_{12}$	9218.3	$s_1 - s_{27}$	14823
$s_1 - s_{13}$	9352.8	$s_1 - s_{28}$	15140.8
$s_1 - s_{14}$	10083.5	$s_1 - s_{29}$	15217.4
$s_1 - s_{15}$	10670.4	$s_1 - s_{30}$	17025.1
$s_1 - s_{16}$	10675.2	$s_1 - s_{31}$	17288.2

- Ulangi langkah 1 untuk 30 lokasi puskesmas lainnya sehingga akan diperoleh tabel-tabel *array* yang lain.

b. Membuat *cylindric window*

- Pilih sembarang *sub-region* yang diwakili oleh titik pusat dari *sub-region*.
- Buat *cylindric window (Z)* yang berpusat di titik pusat koordinat tersebut dengan tinggi 1 satuan waktu, kemudian perbesar radius alas secara terus-menerus sesuai urutan *array*-nya. Radius berhenti diperbesar jika jumlah populasi di dalam silinder telah mencapai maksimal 50 % dari total populasi di *study area*.
- Ulangi langkah 1 dan 2 untuk 30 lokasi puskesmas lainnya dan hitung *log likelihood ratio* (LLR) dari *cylindric window* yang terbentuk.
- Langkah 1 sampai 3 merupakan *cylindric window* dengan tinggi 1 satuan waktu. Ulangi langkah 1 sampai 3 dengan mengubah tinggi *cylindric window* menjadi 2 dan 3

3. Menentukan Hipotesis H_0 dan H_1

Hipotesis nol

$$H_o : p = q$$

yang artinya tidak terdapat hotspot, dengan *p* dan *q* adalah parameter.

Sedangkan hipotesis alternatifnya adalah :

$$H_1 : p > q$$

yang artinya terdapat hotspot untuk suatu *Z*.

4. Menghitung *likelihood ratio* dari masing-masing silinder yang terbentuk
5. Hitung nilai harapan dari jumlah kasus $n_{s_i,t} = p_{s_i,t} * C/P$, kemudian bandingkan dengan nilai *likelihood ratio*. Kelompokkan *likelihood ratio* yang lebih besar dari $n_{s_i,t}$ dengan nama $LLR_i(high, z)$. Selanjutnya cari nilai maksimum dari $LLR_i(high, z)$ untuk menjadi potensial kluster.
6. Uji Signifikansi dengan *Monte Carlo*
   - Menghitung nilai *likelihood ratio* tertinggi dari data (t_0) yang dihasilkan dari pembentukan *scanning window* dengan t_0 adalah nilai *likelihood ratio* yang dimiliki dari suatu *scanning window*.
   - Membangun data acak yang ukurannya sama dengan data asli yang dibangun dibawah kondisi H_o
   - Melakukan proses pembentukan *scanning window* Z dari data acak tersebut.
   - Mencari nilai *likelihood ratio* untuk setiap *scanning window* Z yang terbentuk. Kemudian mengurutkan nilai *likelihood ratio* dari yang terkecil sampai yang terbesar. Langkah selanjutnya mendapatkan nilai *likelihood ratio* yang tertinggi ($T(x)$) dari simulasi pertama pembangunan data acak tersebut.
   - Ulangi langkah 2 sampai 4 sebanyak m kali pengulangan.
   - Urutkan m+1 nilai *likelihood ratio* yang tertinggi ($T(x)$) dari nilai yang terkecil sampai terbesar.
   - Hitung *p-value* = $\frac{\text{banyaknya } (T(x)) \geq t_0)}{m+1}$

     dengan T adalah nilai *likelihood ratio* dari data acak yang dibangun dibawah kondisi/ hipotesis H_o, dan m adalah banyaknya simulasi untuk membangun data dibawah kondisi H_o.

     Nilai *p-value* diperoleh dari banyaknya nilai *likelihood ratio* yang dibangun dari data acak yang nilainya melebihi nilai *likelihood ratio* dari data asli t_0, dibagi m+1.
7. Aturan keputusan

   Tentukan terlebih dahulu suatu tingkat signifikansi α tertentu (misalnya α= 0.05). Berikut ini adalah aturan keputusan yang dibuat untuk *scan statistic* :

   - H_o ditolak, jika *p-value* < α
   - H_o diterima, jika *p-value* > α
8. Kesimpulan

- Jika keputusan H_o ditolak, maka kesimpulannya adalah pada area yang diteliti terdapat *hotspot* yang memiliki *disease rate* yang lebih tinggi dibandingkan dengan daerah dan waktu lainnya.
- Jika keputusan H_o tidak ditolak, maka kesimpulannya pada area yang diteliti tidak terdapat *hotspot.*

5. HASIL PENELITIAN

Hasil pendeteksian hotspot berdasarkan kombinasi beberapa indikator yang telah ditentukan dapat dirangkum seperti pada Tabel 2 di bawah ini. Dari tabel tersebut dapat dilihat bahwa angka 1 menunjukkan area mengalami hotspot sedangkan angka 0 menunjukkan tidak terjadi hotspot pada area tersebut. Waktu terjadinya hotspot ditunjukkan dengan kotak yang berwarna. Warna kuning menunjukkan hotspot terjadi pada tahun 2010, warna biru untuk tahun 2011, dan warna merah untuk tahun 2012. Adapun Tabel 2 sebagai berikut.

Tabel 2. Hasil Pendeteksian Hotspot Mengggunakan *Space Time Scan Statistics*

Puskesmas	KOMBINASI INDIKATOR																					
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Abadijaya	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bhaktijaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Beji	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
Bojongsari	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Cilangkap	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
Cilodong	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cimanggis	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Cimpaeun	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Cinere	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cipayung	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Duren Seribu	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Harjamukti	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
Jatijajar	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
Kalimulya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Kedaung	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Kemiri Muka	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Limo	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
Mekarsari	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P.G Selatan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P. Mas	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
Pasir Putih	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1
Pengasinan	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
P. Sukmajaya	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R.J Baru	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1

Sawangan	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
Sukatani	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
Sukmajaya	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tanah Baru	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tapos	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
Tugu	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Villa Pertiwi	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabel 2. (Lanjutan)

Puskesmas	KOMBINASI INDIKATOR															
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Abadijaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bhaktijaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Beji	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
Bojongsari	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
Cilangkap	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Cilodong	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cimanggis	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cimpaeun	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cinere	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cipayung	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Duren Seribu	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
Harjamukti	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Jatijajar	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Kalimulya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Kedaung	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Kemiri Muka	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Limo	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
Mekarsari	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P.G Selatan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P. Mas	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
Pasir Putih	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1
Pengasinan	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
P. Sukmajaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R.J Baru	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
Sawangan	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
Sukatani	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Sukmajaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tanah Baru	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tapos	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Tugu	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Villa Pertiwi	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabel 2. (Lanjutan)

Puskesmas	KOMBINASI INDIKATOR													
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Abadijaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Bhaktijaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Beji	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	
Bojongsari	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	
Cilangkap	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	
Cilodong	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Cimanggis	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cimpaeun	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cinere	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cipayung	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Duren Seribu	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
Harjamukti	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
Jatijajar	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
Kalimulya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Kedaung	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Kemiri Muka	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Limo	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
Mekarsari	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P.G Selatan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P. Mas	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
Pasir Putih	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
Pengasinan	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
P. Sukmajaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R.J Baru	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
Sawangan	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
Sukatani	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
Sukmajaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tanah Baru	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tapos	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
Tugu	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Villa Pertiwi	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabel 2. (Lanjutan)

Puskesmas	KOMBINASI INDIKATOR										
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Abadijaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bhaktijaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Beji	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Bojongsari	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cilangkap	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
Cilodong	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cimanggis	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cimpaeun	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cinere	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cipayung	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Duren Seribu	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Harjamukti	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
Jatijajar	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
Kalimulya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Kedaung	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Kemiri Muka	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Limo	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Mekarsari	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P.G Selatan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P. Mas	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Pasir Putih	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
Pengasinan	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

P. Sukmajaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R.J Baru	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Sawangan	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Sukatani	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
Sukmajaya	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tanah Baru	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tapos	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
Tugu	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Villa Pertiwi	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Keterangan :

1 : Area terjadi hotspot

0 : Area tidak terjadi hotspot

: Hotspot terjadi tahun 2010

: Hotspot terjadi tahun 2011

: Hotspot terjadi tahun 2012

6. PEMBAHASAN

Tabel 2 menunjukkan hasil pendeteksian hotspot berdasarkan kombinasi beberapa indikator yang telah ditentukan. Dari tabel tersebut dapat dilihat beberapa kombinasi menghasilkan area hotspot yang sama dan tahun terjadinya hotspot juga sama. Sebagai contoh kombinasi indikator $X_2X_3X_4X_6$ dan kombinasi indikator $X_2X_3X_5X_6$ menghasilkan hotspot yang sama yaitu puskesmas Pasir Putih, dengan tahun terjadi 2011 yang ditandai dengan kotak yang berwarna biru. Kombinasi-kombinasi yang lain juga banyak terjadi hal serupa. Puskesmas yang paling sering muncul dari kombinasi beberapa indikator tersebut ditetapkan sebagai hotspot yaitu puskesmas Pasir Putih yang terjadi pada tahun 2011 sebanyak 40 kali. Artinya area ini paling parah dibandingkan area yang lain mengenai tingkat kesehatan bayi dan balitanya di kota Depok.

7. KESIMPULAN

Hasil pendeteksian hotspot dari kombinasi beberapa data set bisa menghasilkan hotspot yang sama. Puskesmas yang sering muncul sebagai hotspot dari kombinasi-kombinasi tersebut ditetapkan sebagai hotspot, yaitu puskesmas Pasir Putih yang terjadi pada tahun 2011. Puskesmas Pasir Putih dapat dilihat pada Gambar 1 yang ditunjukkan angka 21.

Gambar 1. Puskesmas Hotspot

8. DAFTAR PUSTAKA

Arifin, R.M. (2007). *Space Time Permutation Scan Statistic*. Tugas Akhir Sarjana. Depok: Departemen Matematika FMIPA UI.

Dinas Kesehatan Kota Depok.(2013). *Profil Kesehatan Kota Depok Tahun 2012*. Depok: Dinas Kesehatan Kota Depok.

Hogg, R.V., McKean dan Craig, A.T. (2013). *Introduction to Mathematical Statistics*, USA: Pearson.

Kulldorff, M. (1997). A Spatial Scan Statistics. *Communications of Statistics: Theory and Methods*, 26(6): 1481-1496.

Kulldorff, M., dkk. (2007). Multivariate Scan Statistics for Disease Surveillance. *Statistics in Medicine*, 26, 1824–1833.

Kulldorff, M. (2013). Satscan User Guide Version 9.2. http://www.satscan.org.cgi-bin/satscan/register.pl/SaTScan Users Guide.pdf .

Patil, G.P dan Taillie, C. 2004. Upper Level Set Scan Statistic for Detecting Arbitrarily Shaped hotspots. *Environmental and Ecological Statistics*, 11, 183-197.

PENGGUNAAN INFORMASI JARAK TERPENDEK PADA APLIKASI E-TOURISM BERBASIS ANDROID SEBAGAI STRATEGI PROMOSI PARIWISATA BANDAR LAMPUNG

Herlina, Sri Karnila, Rio Kurniawan, Yulmaini, M. Ariza Eka Yusendra

Institut Informatika dan Bisnis Darmajaya, Bandar Lampung

ABSTRAK

Tujuan pembuatan informasi jarak terpendek pada aplikasi E-Tourism berbasis android pada pariwisata Provinsi Lampung untuk memberitahukan kepada wisatawan dalam negeri maupun luar negeri letak posisi objek wisata yang ada di Provinsi Lampung. Dalam pembuatan aplikasi ini mengunakan perhitungan algoritma untuk jarak terpendek. Perhitungan algoritma ini akan menentukan jalur melalui jarak antar objek wisata satu dengan yang lain yang paling terdekat dengan menggunakan data. Data-data tersebut berupa jarak jalan, titik persimpangan jalan dan koordinat tempat objek wisata asal dan tujuan. Dengan simulasi perhitungan dengan mengambil peta dari google map yang didalamnya terdapat informasi jarak jalan, titik persimpangan jalan, koordinat tempat asal objek wisata dan tujuan objek wisata yang lainnya.

Kata Kunci : Informasi, Jarak Terpendek, Aplikasi

PENDAHULUAN

Teknologi adalah keseluruhan sarana untuk menyediakan barang-barang yang diperlukan bagi kelangsungan dan kemudahan hidup manusia. Penggunaan teknologi oleh manusia diawali dengan pengubahan sumber daya alam menjadi alat-alat sederhana. Salah satu alat teknologi saat ini adalah komputer. Tidak hanya komputer yang sudah banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari, bahkan perangkat-perangkat mobile sudah menjadi hal yang penting. Perangkat mobile tersebut salah satunya adalah smartphone, smartphone sekarang menjadi barang multifungsi. Smartphone yang digunakan adalah Smartphone Android, Android merupakan salah satu dari sistem operasi pada ponsel yang berbasis Java dan XML (eXtansible Markup Language). Dengan menggunakan Smartphone Android dapat memberikan memanfaatkan perangkat wireless yang sudah tertanam di smartphone Android, dan kita dapat mengontrol peralatan listrik dengan mudah dalam suatu jaringan yang dihubungkan melalui media Wifi (Wireless Fidelity) karena pengiriman data dapat dilakukan oleh ponsel android tersebut.

Hampir setiap orang di kota-kota besar Indonesia, memiliki handphone atau smartphone yang digunakan untuk berkomunikasi, bahkan memiliki lebih dari satu dan berapa ribu smartphone yang ada di dunia ini. Peluang inilah yang diambil untuk membuat pemrograman mobile phone. Pada tahun pertama sudah dibuat aplikasi E-tourism yang dikembangkan dengan sistem operasi andorid dengan menggunakan program GISS untuk memetakan tempat tujuan objek wisata. Kemudian menginput data informasi lengkap tentang objek wisata dan fasilitas terdekat sehingga diperoleh sistem informasi geografis pariwisata dan fasilitas terdekat provinsi Lampung berbasis android Dari hasil tahun pertama ini maka perlu ditambahkan fitur pencarian jalan untuk menuju ke objek wisata dan fasilitas terdekat dan sistem infomasi geografis ini dikembangkan untuk mencari rute terpendek untuk menuju ke objek wisata yang dipilih.

MANFAAT

Manfaat yang ingin diberikan yaitu :

1. Sebagai media informasi penentuan jarak terpendek dan waktu tempuh.
2. Memberitahu kepada pengguna untuk mengetahui jarak terpendek yang harus dilalui untuk mencapai objek wisata.

TINJAUAN TEORI

Android

Android merupakan sistem operasi telepon seluler yang tumbuh di tengah sistem operasi lainnya yang berkembang dewasi ini. Sistem Operasi lainnya seperti Windows Mobile, iOS-iPhone, Symbian, dan masih banyak lagi juga menawarkan kekayaan isi dan keoptimalan berjalan di atas perangkat hardware yang ada. Android menawarkan sebuah lingkungan yang berbeda untuk pengembang. Setiap aplikasi memiliki tingkatan yang sama. (Stephanus, 2011).Android merupakan subset perangkat lunak untuk perangkat mobile yang meliputi sistem operasi, middleware, dan aplikasi inti yang dirilis oleh Google. Sedangkan Android SDK menyediakan Tools dan Application Programming Inferface (API) yang diperlukan untuk mengembangkan pada platform Android dengan menggunakan bahasa pemrograman Java (Mulyadi, 2010).

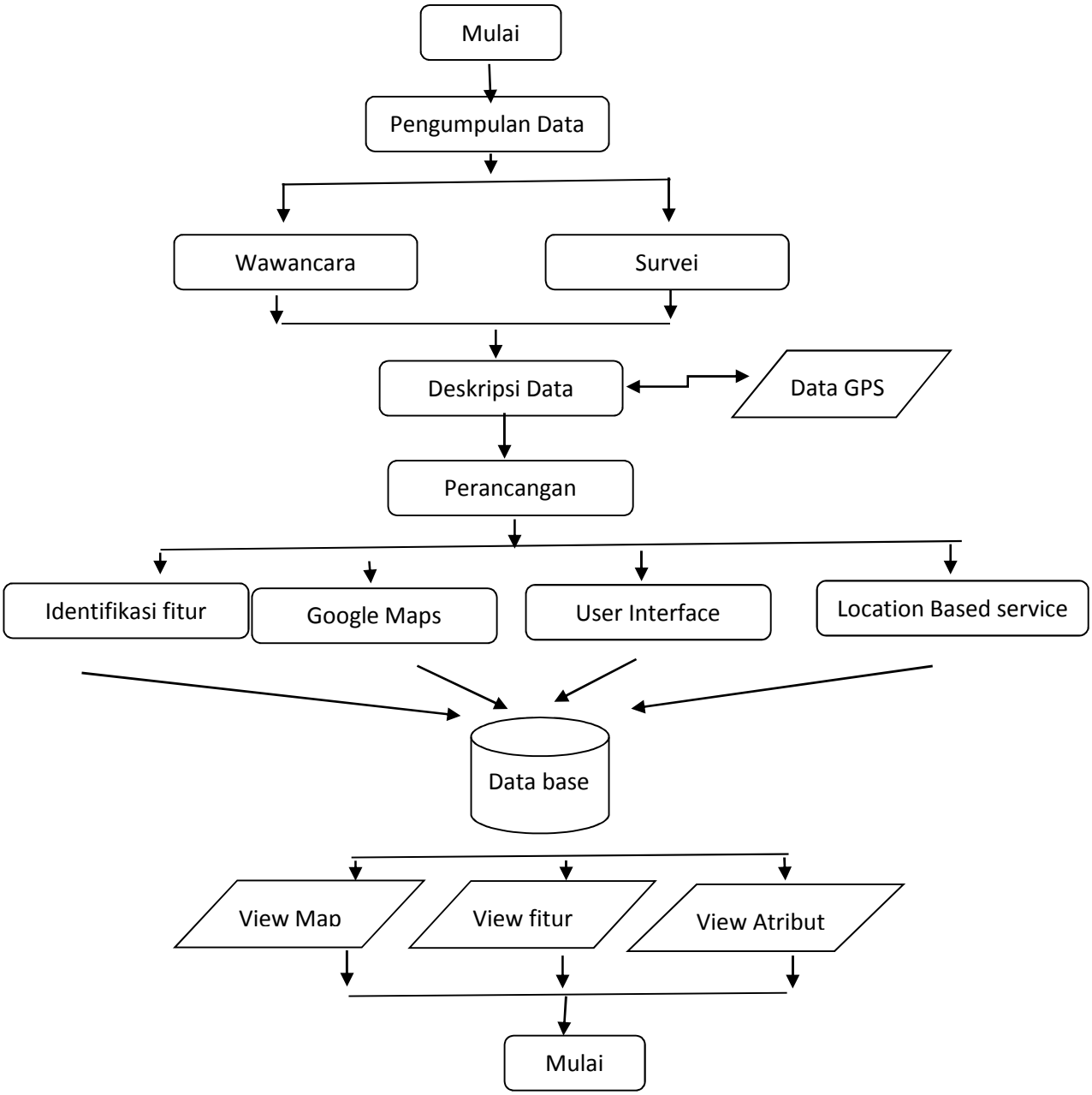
Algoritma Greedy

Algoritma Greedy merupakan metode yang paling populer dalam memecahkan persoalan optimasi. Hanya ada dua macam persoalan optimasi, yaitu maksimasi dan minimasi. Algoritma Greedy adalah algoritma yang memecahkan masalah langkah perlangkah. Algoritma Greedy membentuk solusi langkah perlangkah. Pada setiap langkah terdapat banyak pilihan yang perlu dieksplorasi. Oleh karena itu, pada setiap langkah harus dibuat keputusan terbaik dalam menentukan pilihan. Pada setiap langkahnya merupakan pilihan, untuk membuat langkah optimum lokal (local optimum) dengan harapan bahwa langkah sisanya mengarah ke solusi optimum global *(global optimum).* Prinsip Greedy adalah *"take wahat you can get now"* mengambil pilihan yang terbaik yang dapat diperoleh pada saat itu tanpa memperhatikan konsekuensi ke depan (Munir, 2005).

Pariwisata

Menurut Undang-undang Republik Indonesia Nomor 9 Tahun 1990 tentang Kepariwisataan, wisata adalah kegiatan perjalanan atau sebagian dari kegiatan tersebut yang dilakukan secara sukarela serta bersifat sementara untuk menikmati objek dan daya tarik wisata. Pariwisata adalah segala sesuatu yang berhubungan dangan wisata, termasuk pengusahaan objek dan daya tarik wisata serta usaha-usaha lain yang terkait dengan bidang tersebut. Usaha pariwisata adalah kegiatan yang bertujuan menyelenggarakan jasa pariwisata atau menyediakan atau mengusahakan objek wisata dan daya tarik wisata, usaha sarana pariwisata dan usaha lain yang terkait dengan bidang tersebut. (Soekadijo, R.G., 2000).

METODE PENELITIAN



Gambar 1. Metode dan Alur Penelitian

HASIL DAN PEMBAHASAN

Algoritma *greedy* adalah algoritma yang memecahkan masalah langkah demi langkah, pada setiap langkah:

1. Mengambil pilihan yang terbaik yang dapat diperoleh saat itu
2. Berharap bahwa dengan memilih optimum lokal pada setiap langkah akan mencapai optimum global. Algoritma *greedy* mengasumsikan bahwa optimum lokal merupakan bagian dari optimum global.

Skema Umum Algoritma *Greedy* terdiri dari susunan oleh elemen-elemen sebagai berikut:

1. Himpunan kandidat, *C*. Himpunan ini berisi elemen-elemen pembentuk solusi. Pada setiap langkah, satu buah kandidat diambil dari himpunannya.
2. Himpunan solusi, *S*. Merupakan himpunan dari kandidat-kandidat yang terpilih sebagai solusi persoalan. Himpunan solusi adalah himpunan bagian dari himpunan kandidat.
3. Fungsi seleksi – dinyatakan sebagai predikat SELEKSI – merupakan fungsi yang pada setiap langkah memilih kandidat yang paling mungkin untuk mendapatkan solusi optimal. Kandidat yang sudah dipilih pada suatu langkah tidak pernah dipertimbangkan lagi pada langkah selanjutnya.
4. Fungsi kelayakan (*feasible*) – dinyatakan dengan predikat LAYAK – merupakan fungsi yang memeriksa apakah suatu kandidat yang telah dipilih dapat memberikan solusi yang layak, yakni kandidat tersebut bersama-sama dengan himpunan solusi yang sudah terbentuk tidak melanggar kendaara yang ada.
5. Fungsi obyektif, merupakan fungsi yang memaksimumkan atau meminimumkan nilai solusi. Kita berharap optimum global merupakan solusi optimum dari persoalan. Namun, adakalanya

Lintasan Terpendek (*Shortest Path*)

Lintasan terperndek adalah lintasan minimum yang diperlukan untuk mencapai suatu tempat dari tempat tertentu. Lintasan minimum yang dimaksud dapat dicari dengan menggunakan graf. Graf yang digunakan adalah graf yang berbobot, yaitu graf yang setiap sisinya diberikan suatu nilai atau bobot. Dalam kasus ini, bobot yang dimaksud berupa jarak dan waktu kemacetan terjadi.

Ada beberapa macam persoalan lintasan terpendek, antara lain:

a. Lintasan terpendek antara dua buah simpul tertentu (*a pair shortets path*).

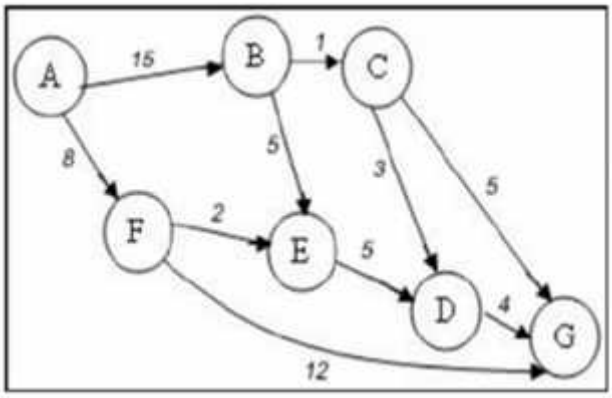
b. Lintasan terpendek antara semua pasangan simpul (*all pairs shortest path*).
c. Lintasan terpendek dari simpul tertentu ke semua simpul yang lain (*single-source shoertest path*).
d. Lintasan terpendek antara dua buah simpul yang melalui beberapa simpul tertentu (*intermediate shortest path*).

Permasalahan yang digunakan adalah *single-source shortest path*. Diberikan sebuah permasalahan: "Diberikan sebuah graf berbobot G(V, *E*). sehingga dari permasalahan ini ditentukan lintasan terpendek dari simpul awal, *a*, ke setiap simpul lainnya di *G*. Asumsi bahwa bobot semua sisi bernilai positif."

Algoritma *greedy* untuk mencari lintasan terpendek dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Periksa semua sisi yang langsung bersisian dengan simpul *a*. Pilih sisi yang bobotnya terkecil. Sisi ini menjadi lintasan terpendek pertama, sebut saja L(1).
2. Tentukan lintasan terpendek kedua dengan caraberikut:
   (i) hitung: $d(i)$ = panjang $L(1)$ + bobot sisi
   dari simpul akhir $L(1)$ ke simpul i yang lain
   (ii) pilih $d(i)$ yang terkecil
   Bandingkan $d(i)$ dengan bobot sisi (a, i).
   Jika bobot sisi (a, i) lebih kecil daripada
   $d(i)$, maka
   $L(2) = L(1)$ U (sisi dari simpul akhir $L(i)$ ke
   simpul i)
3. Dengan cara yang sama, ulangi langkah 2 untuk menentukan lintasan terpendek berikutnya.

Pada proses penghitungan rute terpendek terdapat dua macam proses yaitu proses pemberian label dan proses pemeriksaan node. Metode pemberian label adalah metode untuk memberikan identifikasi pada setiap node dalam jaringan. Pada sebagian besar algoritma penghitungan rute terpendek, terdapat 3 (tiga) label informasi yang dikelola untuk setiap node i pada proses pemberian label yaitu : label jarak d(i), parent node p(I,) dan status node S(i). Proses pemberian label berjalan seiring dengan proses scanning (pemeriksaan). Proses pemeriksaan node adalah proses membandingkan jarak antara node awal s dengan node i melalui node j sebagai node lain dalam suatu jaringan.



Gambar 2. Graph dari Diagram Data Jalan

Pada Gambar 2, node A akan dianggap sebagai node awal dan node G dianggap sebagai node tujuan. Node A mempunyai label status r (permanen), label jarak d(s) = 0, dan label parent p(s) = 0, oleh karena itu node A dianggap sebagai node awal. Node B dan node F mempunyai label status t (temporal) yang berarti node tersebut telah melalui proses pemberian label tetapi belum melalui proses pemeriksaan. Node C, D, E dan G mempunyai label status u (unreached), label jaraknya d(i) = ~, dan label parent p(i) = null, karena node-node tersebut belum melalui proses pemberian label dan proses pemeriksaan. Pada proses pemeriksaan node B dan node F, akan dipilih node dengan nilai bobot yang terkecil yaitu node F, oleh karena itu, maka label status node F, s(b), akan berubah menjadi r, label parent, p(b), menjadi A, dan label jaraknya, d(b) menjadi 8. Proses ini akan terus berlangsung sampai node tujuan tercapai.

KESIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Berdasarkan hasil yang ini dicapai maka simpulannya adalah

1. Pendekatan yang digunakan di dalam algoritma greedy adalah membuat pilihan yang dapat memberikan perolehan terbaik yaitu dengan membuat pilihan optimum lokal pada setiap langkah dengan tujuan bahwa sisanya mengarah ke solusi optimum global.
2. Algoritma greedy dapat mengurangi jumlah langkah kompleksitas pencarian. Berdasarkan algoritma diatas maka dapat dihitung komplesitas waktu asimptotik-nya adalah O(n).

Saran

1. Untuk objek wisata, waktu eksekusi mengunakan algoritma dijkstra, algoritma floyd, dan algoritma two queues, tidak terpengaruh oleh variabel jarak yang diperiksa.
2. Dari hasil rute terpendek yang diperiksa, kinerja algoritma dijkstra lebih baik karena terlihat dari waktu eksekusi yang diperlukan oleh algoritma dijkstra dan algoritma two queues berbanding quadratic dengan jumlah node yang diperiksa, sedangkan untuk algoritma floyd waktu eksekusinya berbanding cubic dengan pertambahan jumlah node dalam jaringan.
3. Untuk data yang memerlukan penghitungan kurang dari 1000 node, algoritma dijkstra mempunyai kecepatan eksekusi lebih baik, yaitu kurang dari 1 detik. Untuk data yang memerlukan penghitungan lebih dari 1000 node, algoritma two queues lebih tepat untuk digunakan. Waktu eksekusi dari algoritma label correcting lebih stabil, tidak terpengaruh oleh jumlah node yang diperiksa, tetapi lebih ditentukan oleh jumlah node dalam jaringan.

DAFTAR PUSTAKA

Mulyadi, 2010, *Membuat Aplikasi Untuk Android* , Multimedia Center Publishing, Yogyakarta.

Prahasta, E. 2005. *Konsep-konsep Dasar Sistem Informasi Geografis.* Penerbit Informatika, Bandung.

Siang, J, J. 2004. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*, Yogyakarta: Andi.

Soekadijo, R.G., 2000, *Memahami Pariwisata sebagai "Systemic Linkage"*, PT. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Stephanus Hermawan S., 2011, *Mudah Membuat Aplikasi Android*, Penerbit Andi.

Riyanto, dkk, 2009, *Pengembangan Aplikasi Sistem Informasi Geografis*, GavaMedia, Yogyakarta.

Riyanto, 2010, *Sistem Informasi Geografis Berbasis Mobile*, Gava Media,Yogyakarta.

R. Munir. , *Diktat Kuliah IF2251 Strategi Algoritmik*, Bandung, 2005.

PROSES BERPIKIR ANAK BERKEBUTUHAN KHUSUS (ABK) TERHADAP MASALAH MATEMATIKA

Nurain Suryadinata, Nurul Farida

Pendidikan Matematika FKIP, Universitas Muhammadiyah Metro
*email: math@nsdinata15.com

ABSTRAK

Suatu masalah matematika biasanya bergantung pada setiap individu itu sendiri, satu masalah matematika dapat benar-benar menjadi suatu masalah oleh seseorang, namun dapat juga bukan merupakan masalah bagi orang lain. Pada kehidupan sehari-hari, sering dijumpai masalah-masalah yang berkaitan dengan konsep matematika. Dalam menghadapi permasalahan matematika tersebut, setiap individu dituntut untuk melakukan proses berpikir. Proses berpikir merupakan kegiatan yang pasti dilakukan oleh setiap individu, baik oleh anak-anak maupun orang dewasa. Proses berpikir juga dilakukan oleh anak berkebutuhan khusus meskipun tidak sama dengan yang dilakukan oleh orang normal pada umumnya, terlebih bagi yang memiliki gangguan pada otak atau pada kemampuan berpikir. Mengetahui proses berpikir anak berkebutuhan khusus dengan menitikberatkan pada saat menghadapi masalah matematika tentu dapat memberikan manfaat terutama bagi sekolah yang memiliki kelas inklusi untuk dapat meningkatkan kualitas pembelajaran khususnya pada pembelajaran matematika yang terkesan sulit bagi sebagian siswa di sekolah.

Kata kunci: proses berpikir, ABK, masalah, geometri

1. PENDAHULUAN

Pada Undang-Undang Dasar 1945 pasal 31 ayat 1 dinyatakan bahwa setiap warga negara berhak mendapat pendidikan, artinya pendidikan di Indonesia tidak hanya untuk orang kaya, namun juga untuk orang miskin, bukan hanya untuk orang normal saja, namun orang yang memiliki kebutuhan khusus juga berhak mendapat dan mengikuti pendidikan. Banyak sekolah-sekolah yang didirikan pemerintah untuk anak berkebutuhan khusus atau disebut dengan ABK. Anak berkebutuhan khusus merupakan anak-anak yang mengalami kelainan atau ketunaan dalam segi fisik, mental, emosi dan sosial (Iswari, 2007). Namun demikian, ABK tidak serta merta diartikan sebagai orang yang memiliki kekurangan, orang yang memiliki kelebihan khusus juga dapat digolongkan ke dalam kelompok ABK. Hal ini dijelaskan oleh Abdullah (2013) khususnya pada anak yang memiliki kelainan mental, jadi kelainan pada aspek mental ini dapat dalam arti lebih (supernormal) dan dapat dalam arti kurang (subnormal). Kelainan mental dalam arti lebih atau anak unggul, sedangkan anak yang

berkelainan mental dalam arti kurang atau tunagrahita, yaitu anak yang diidentifikasi memiliki tingkat kecerdasan yang sedemikian rendahnya (di bawah normal).

ABK yang memperoleh pendidikan di sekolah juga diberikan pembelajaran dengan mata pelajaran yang sama dengan anak yang normal, terlebih lagi pada sekolah-sekolah inklusi. Menurut Permendiknas Nomor 70 Tahun 2009 dijelaskan bahwa pendidikan inklusif adalah sistem penyelenggaraan pendidikan yang memberikan kesempatan kepada semua peserta didik yang memiliki kelainan dan memiliki potensi kecerdasan dan/atau bakat istimewa untuk mengikuti pendidikan atau pembelajaran dalam satu lingkungan pendidikan secara bersama-sama dengan peserta didik pada umumnya. Berdasarkan peraturan tersebut maka ABK dapat mengikuti kegiatan pembelajaran bersama-sama dengan anak normal lainnya. Hanya saja bagi guru yang ditugaskan mengajar di kelas inklusi tentu perlu melakukan pendekatan yang berbeda dengan ABK, terlebih lagi pada ABK yang memiliki gangguan mental atau intelektualnya. Menurut Suryadinata dan Farida (2016), seorang guru dalam kelas inklusi perlu melakukan penjelasan yang lebih khusus kepada siswa tunagrahita ringan atau siswa yang memiliki kekurangan di tingkat intelektualnya.

Mata pelajaran yang diterima oleh ABK di sekolah juga sebagian besar sama dengan mata pelajaran yang diterima oleh siswa normal, termasuk mata pelajaran matematika, yang diajarkan dari tingkat sekolah dasar sampai sekolah menengah, bahkan sampai dengan perguruan tinggi. Matematika merupakan salah satu cabang ilmu yang banyak digunakan dalam berbagai hal, mulai dari kehidupan sehari-hari sampai dengan penerapannya di cabang ilmu lain. Dalam hal sederhana, misalnya berdagang, tentu menggunakan matematika untuk menghitung barang atau harga barang dan sebagainya. Menghitung luas tanah supaya ukurannya sesuai dan tidak mengambil bagian tanah orang lain, tentunya memanfaatkan ilmu matematika. Masih banyak lagi masalah-masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari yang dapat diselesaikan dengan matematika. Kata “masalah” banyak diartikan sebagai suatu kesenjangan antara harapan dan kenyataan. Masalah dapat dipandang berbeda oleh masing-masing individu. Suatu hal dapat menjadi masalah menurut seseorang, namun dapat juga bukan masalah menurut orang lain.

Ketika menghadapi suatu masalah, seseorang tentu akan melakukan proses berpikir untuk mendapatkan cara penyelesaian dari masalah yang sedang dihadapi. Bakry dan Bakar (2015) menjelaskan bahwa berpikir adalah kegiatan di mana pikiran digunakan untuk membuat keputusan dalam membuat suatu keputusan tentang masalah berdasarkan informasi dan pengalaman yang ada dalam kehidupan sehari-hari. Artinya suatu masalah dapat

dijadikan pemicu bagi seseorang untuk melakukan proses berpikir. Hal ini juga dapat diaplikasikan dalam pembelajaran di sekolah. Masalah dapat dijadikan sebagai alat untuk menjadikan siswa lebih memahami materi pelajaran termasuk dalam pembelajaran matematika.

Kegiatan pembelajaran matematika biasanya menggunakan masalah dalam bentuk soal untuk diselesaikan oleh para siswa. Soal yang diberikan kepada siswa harus merupakan masalah yang benar-benar tidak dapat dikerjakan secara langsung oleh siswa, dalam arti tidak dapat diselesaikan dengan konsep-konsep dasar yang sudah dipelajari, namun lebih kepada pengembangan dari konsep dasar tersebut. Suherman (2003) mengungkapkan bahwa suatu soal tidak dapat dijadikan masalah ketika siswa tersebut langsung mengetahui cara menyelesaikannya dengan benar. Berdasarkan hal tersebut maka dapat disimpulkan juga bahwa suatu soal yang sudah diselesaikan oleh seorang siswa, maka soal tersebut bukan merupakan masalah lagi, namun tetap menjadi masalah bagi siswa lain yang belum dapat menyelesaikannya secara langsung. Sama halnya jika dikaitkan dengan ABK, masalah dalam soal matematika bagi ABK mungkin bukan merupakan masalah bagi anak normal.

Mengetahui proses berpikir ABK tentu dapat lebih membantu dan memberikan gambaran bagi guru mengenai kemampuan dari anak didiknya. Terlebih lagi ABK tidak hanya anak yang memiliki gangguan di mentalnya, namun terdapat beberapa jenis atau tipe anak-anak yang dapat digolongkan ke dalam kelompok ABK, sehingga tentu akan memiliki karakteristik yang berbeda-beda. Dengan demikian dirasa perlu adanya kajian-kajian dan penelitian berkaitan dengan proses berpikir ABK.

2. PEMBAHASAN

2.1 Poses Berpikir

Berpikir adalah suatu kegiatan yang pasti dilakukan oleh setiap individu. Terdapat berbagai definisi berkaitan dengan berpikir. Suharman (2005) menjelaskan bahwa berpikir dapat didefinisikan sebagai proses menghasilkan representasi mental yang baru melalui transformasi informasi-informasi yang melibatkan interaksi secara kompleks antara atribut-atribut mental seperti penilaian, abstraksi, penalaran, imajinasi dan pemecahan masalah. Penjelasan yang lebih singkat dikemukakan oleh Sugihartono (2007) bahwa berpikir merupakan aktivitas kognitif manusia yang cukup kompleks. Pendapat lainnya dari Arends (2008) yang mengartikan berpikir merupakan kemampuan untuk menganalisis, mengkritik

dan mencapai kesimpulan berdasarkan inferensi atau judgement yang baik. Menurut Mayer (Sugihartono, 2007), terdapat tiga komponen pokok dalam berpikir, yaitu sebagai berikut.

1. Berpikir merupakan aktivitas kognitif.
2. Berpikir merupakan proses yang melibatkan beberapa manipulasi pengetahuan di dalam sistem kognitif.
3. Berpikir diarahkan dan menghasilkan perbuatan pemecahan masalah.

Secara nalar, Nazir (2014) memberikan pendapat bahwa berpikir memiliki dua buah kriteria penting sebagai berikut.

a. Ciri pertama dari berpikir adalah adanya unsur logis di dalamnya. Tiap bentuk berpikir mempunyai logikanya tersendiri. Dengan perkataan lain, berpikir secara nalar tidak lain dari berpikir secara logis. Perlu juga dijelaskan, bahwa berpikir secara logis mempunyai konotasi jamak dan bukan konotasi tunggal. Karena itu, suatu kegiatan berpikir dapat saja logis menurut logika lain. Kecenderungan tersebut dapat menjurus kepada apa yang dinamakan kekacauan penalaran. Hal ini disebabkan karena tidak adanya konsistensi dalam menggunakan pola berpikir.
b. Ciri kedua dari berpikir adanya unsur analitis di dalam berpikir itu sendiri. Dengan logika yang ada ketika berpikir, maka kegiatan berpikir itu secara sendirinya mempunyai sifat analitis, yang mana sifat ini merupakan konsekuensi dari adanya pola berpikir tertentu. Berpikir secara ilmiah berarti melakukan kegiatan analitis dalam menggunakan logika secara ilmiah.

Dalam mengetahui cara berpikir seseorang dapat dilihat dari prosesnya. Hal ini berdasarkan pendapat Suryabrata (2014), bahwa berpikir adalah proses yang dinamis yang dapat dilukiskan menurut proses atau jalannya. Berdasarkan pendapat dari Suryabrata (2014), proses atau jalannya berpikir itu pada pokoknya ada tiga langkah, sebagai berikut.

a. Pembentukan Pengertian

   Pengertian, atau lebih tepatnya disebut pengertian logis dibentuk melalui beberapa tingkat, yaitu: (1) Menganalisis ciri-ciri dari sejumlah objek yang sejenis, (2) membanding-bandingkan ciri-ciri tersebut untuk diketemukan ciri-ciri mana yang sama, mana yang tidak sama, mana yang selalu ada dan mana yang tidak selalu ada, mana yang hakiki dan mana yang tidak hakiki, (3) mengabstrasikan, yaitu menyisihkan, membuang, ciri-cirinya yang tidak hakiki, menangkap ciri-ciri yang hakiki.

b. Pembentukan Pendapat

Membentuk pendapat adalah meletakkan hubungan antara dua buah pengertian atau lebih. Selanjutnya pendapat dapat dibedakan menjadi tiga macam yaitu: (1) pendapat afirmatif atau positif, yaitu pendapat yang mengyakan, yang secara tegas menyatakan keadaan sesuatu, (2) pendapat negatif, yaitu pendapat yang menidakkan, yang secara tegas menerangkan tentang tidak adanya sesuatu sifat pada sesuatu hal, (3) pendapat modalitas atau kebarangkalian, yaitu pendapat yang menerangkan kebarangkalian, kemungkinan-kemungkinan sesuatu sifat pada sesuatu hal.

c. Penarikan Kesimpulan atau Pembentukan Keputusan

Keputusan adalah hasil perbuatan akal untuk membentuk pendapat baru berdasarkan pendapat-pendapat yang telah ada. Terdapat tiga macam keputusan yaitu: (1) keputusan induktif, yaitu keputusan yang diambil dari pendapat-pendapat khusus menuju ke satu pendapat umum, (2) keputusan deduktif, yaitu keputusan yang ditarik dari hal yang umum ke hal yang khusus, (3) keputusan analogis, yaitu keputusan yang diperoleh dengan jalan membandingkan atau menyesuaikan dengan pendapat-pendapat khusus yang telah ada.

Dengan demikian untuk mengetahui proses berpikir seseorang dapat dijelaskan melalui prosesnya dengan memperhatikan ketiga tahapan tersebut. Pendapat mengenai proses berpikir juga dikemukakan oleh Dewey (Nazir, 2014: 2) bahwa proses berpikir dari manusia normal mempunyai urutan berikut.

a. Timbul rasa sulit, baik dalam bentuk adaptasi terhadap alat, sulit mengenal sifat ataupun dalam menerangkan hal-hal yang muncul secara tiba-tiba.
b. Kemudian rasa sulit tersebut diberi definisi dalam bentuk permasalahan
c. Timbul suatu kemungkinan pemecahan yang berupa reka-reka, hipotesis, inferensi atau teori.
d. Ide-ide pemecahan diuraikan secara rasional melalui pembentukan implikasi dengan jalan mengumpulkan bukti-bukti (data).

2.2 Anak Berkebutuhan Khusus (ABK)

Anak Berkebutuhan Khusus atau juga disebut ABK merupakan sebuah istilah atau sebutan bagi anak yang memiliki kelainan atau kemampuan khusus pada dirinya. Menurut Iswari (2007), anak berkebutuhan khusus adalah anak-anak yang mengalami kelainan atau ketunaan dalam segi fisik, mental, emosi dan sosial atau gabungan dari hal-hal tersebut

sedemikian rupa baik bersifat permanen ataupun temporer sehingga mereka memerlukan pelayanan pendidikan khusus yang disesuaikan dengan ketunaan mereka. Pendapat lainnya diberikan oleh Geniofam (2010) yang menjelaskan bahwa anak berkebutuhan khusus adalah anak dengan karakteristik khusus yang berbeda pada umumnya tanpa selalu menunjukkan pada ketidakmampuan mental, emosi atau fisik.

Terdapat beberapa jenis kelainan yang dialami oleh anak berkebutuhan khusus ini seperti halnya yang dijelaskan oleh Abdullah (2013) bahwa berdasarkan klasifikasi dan jenis kelainan, anak berkebutuhan khusus dikelompokkan ke dalam beberapa kelompok sebagai berikut.

1. Kelainan Fisik

   Kelainan fisik adalah kelainan yang terjadi pada satu atau lebih organ tubuh tertentu. Akibat kelainan tersebut timbul suatu keadaan pada fungsi fisik tubuhnya tidak dapat menjalankan tugasnya secara normal. Tidak berfungsinya anggota fisik terjadi pada: alat fisik indra, misalnya kelainan pada indra pendengaran (tunarungu), kelainan pada indra penglihatan (tunanetra), kelainan pada fungsi organ bicara (tunawicara); alat motorik tubuh, misalnya kelainan otot dan tulang (poliomyelitis), kelainan pada sistem saraf di otak yang berakibat gangguan pada fungsi motorik (cerebral palsy), kelainan anggota badan akibat pertumbuhan yang tidak sempurna, misalnya lahir tanpa tangan/kaki, amputasi dan lain-lain.

2. Kelainan Mental

   Anak kelainan dalam aspek mental adalah anak yang memiliki penyimpangan kemampuan berpikir secara kritis, logis dalam menanggapi dunia sekitarnya. Kelainan pada aspek mental ini dapat menyebar ke dua arah, yaitu kelainan mental dalam arti lebih (supernormal) dan kelainan mental dalam arti kurang (subnormal). Kelainan mental dalam arti lebih atau anak unggul, menurut tingkatannya dikelompokkan menjadi: (a) anak mampu belajar dengan cepat (rapid learner), (b) anak berbakat (gifted), dan (c) anak genius (extremely gifted). Sedangkan Anak yang berkelainan mental dalam arti kurang atau tunagrahita, yaitu anak yang diidentifikasi memiliki tingkat kecerdasan yang sedemikian rendahnya (di bawah normal) sehingga untuk meniti tugas perkembangannya memerlukan bantuan atau layanan secara khusus, terutama di dalamnya kebutuhan program pendidikan dan bimbingannya.

3. Kelainan Karakteristik Sosial

   Kelainan perilaku atau tunalaras sosial adalah mereka yang mengalami kesulitan untuk menyesuaikan diri terhadap lingkungan, tatatertib, norma sosial, dan lain-lain. Klasifikasi anak yang termasuk dalam kategori mengalami kelainan perilaku sosial di antaranya anak psychotic dan neurotic, anak dengan gangguan emosi dan anak nakal (delinquent). Berdasarkan sumber terjadinya tindak kelainan perilaku sosial secara penggolongan dibedakan menjadi: (1) tunalaras emosi, yaitu penyimpangan perilaku sosial yang ekstrem sebagai bentuk gangguan emosi, (2) tunalaras sosial, yaitu penyimpangan perilaku sosial sebagai bentuk kelainan dalam penyesuaian sosial karena bersifat fungsional.

Berkaitan dengan proses berpikir, menurut beberapa pendapat bahwa aktivitas berpikir merupakan kegiatan mental, artinya sangat berkaitan dengan mental dan kognitif seseorang. Dengan demikian proses berpikir yang dilakukan ABK tentu akan berbeda dengan anak normal pada umumnya terutama jenis ABK yang memiliki kelainan mental karena seperti yang dijelaskan Abdullah (2013) bahwa anak berkelainan mental memiliki penyimpangan pada kemampuan berpikirnya. Kelainan mental jenis supernormal atau anak yang memiliki kemampuan lebih atau cepat dalam berpikir tentu proses berpikirnya sangat baik dan guru hanya perlu mengarahkan saja, namun bagi kelainan mental jenis subnormal atau dapat disebut juga tunagrahita tentu akan sangat memerlukan bimbingan yang ekstra di dalam mengikuti dan memahami suatu pelajaran terutama matematika yang banyak siswa merasa kesulitan dalam mempelajarinya. Menurut Ibrahim (2011) kesulitan ini terjadi karena matematika diajarkan lebih ditekankan pada anggapan bahwa matematika adalah pelajaran yang bersifat abstrak, deduktif, dan pengetahuan yang sudah jadi. ABK yang memiliki kelainan karakteristik sosial pun memungkinkan proses berpikirnya berbeda dengan anak normal. Hal tersebut dapat disebabkan karena gangguan yang dimiliki adalah gangguan emosi dan penyesuaian diri.

2.3 Masalah Matematika

Masalah tidak hanya dihadapi oleh orang dewasa, anak usia sekolah pun juga menghadapi masalah dalam lingkungan belajarnya. Dalam konteks ini, permasalahan yang dimaksud berupa soal maupun tugas yang dapat dimengerti, namun menantang untuk diselesaikan oleh siswa (Hartono, 2014). Pada dasarnya konsep “masalah” tergantung pada waktu dan individu (Pehkonen, 1997). Menurut Suherman (2003), bahwa suatu masalah

biasanya memuat situasi yang mendorong seseorang untuk menyelesaikannya akan tetapi tidak tahu secara langsung apa yang harus dikerjakan untuk menyelesaikannya. Jika suatu masalah diberikan kepada seorang anak dan anak tersebut langsung mengetahui cara menyelesaikannya dengan benar, maka soal tersebut tidak dapat dikatakan sebagai masalah.

Pada pembelajaran di sekolah, para guru juga banyak menggunakan masalah-masalah yang berkaitan dengan mata pelajaran yang diajarkan, termasuk pada mata pelajaran matematika. Menurut Dewiyani (2008), di dalam dunia pendidikan matematika, sebagian besar ahli pendidikan matematika menyatakan bahwa masalah merupakan pertanyaan atau soal matematika yang harus dijawab atau direspon. Suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan (*challenge*) yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin yang telah diketahui si pelaku. Menggunakan masalah dalam mempelajari matematika terutama masalah yang berkaitan langsung dengan kehidupan sehari-hari tentu akan meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa. Marchis (2012) berpendapat bahwa saat belajar matematika, siswa perlu menyelesaikan latihan dan masalah sehingga lebih dapat memperoleh pengetahuan dan mengembangkan keterampilan matematika yang mereka miliki.

Akyuz dkk (2012) menjelaskan bahwa setiap orang memiliki masalah yang berbeda setiap harinya dan mereka akan mencoba untuk menyelesaikan masalah tersebut. Mereka harus mencari jalan keluar yang terbaik dari setiap masalah yang dihadapi dan menggunakan seluruh kemampuannya untuk memecahkan atau menyelesaikan masalah tersebut. Kemampuan pemecahan masalah ini sangat penting untuk mereka miliki di dalam kehidupan mereka.

Masalah yang ditampilkan guru dalam pembelajaran di sekolah biasanya berbentuk pertanyaan atau soal. Soal tersebut tentu memiliki ciri khusus untuk dapat disebut suatu masalah. Pendapat yang dikemukakan Baiduri dkk (2013) menjelaskan bahwa suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan (challenge) yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin yang sudah diketahui si pelaku. Suatu pertanyaan akan merupakan suatu masalah apabila tidak terdapat aturan/hukum tertentu yang segera dapat digunakan untuk menjawab atau menyelesaikannya. Hal ini berarti bahwa suatu soal matematika akan menjadi masalah apabila tidak segera ditemukan petunjuk penyelesaian masalah berdasarkan data yang terdapat dalam soal. Dalam menyelesaikan suatu masalah, proses berpikir sangat dibutuhkan, hal ini sesuai dengan pendapat Anggo (2011) yang mengemukakan bahwa proses berpikir dalam pemecahan

masalah merupakan hal penting yang perlu mendapat perhatian para pendidik terutama untuk membantu siswa agar dapat mengembangkan kemampuannya memecahkan masalah.

Banyak masalah-masalah matematika yang dapat diambil dari masalah yang ada di kehidupan sehari, yang tentunya disesuaikan dengan kondisi ABK. Permasalahan mengenai harga total 5 permen dan 2 roti di warung tentu bagi banyak siswa normal merupakan perhitungan biasa, namun belum tentu hal tersebut mudah bagi siswa ABK. Proses berpikir anak normal bisa saja sangat cepat dan kompleks dalam menyelesaikan masalah tersebut. Namun bagi ABK proses berpikirnya mungkin bisa memerlukan waktu yang lama. Hal tersebut juga didukung oleh penelitian Suryadinata dan Farida (2016) bahwa ABK yang dalam hal ini adalah siswa tunagrahita ringan tidak dapat melakukan proses berpikir secara kompleks pada permasalahan aljabar terutama jika dikaitkan dengan tiga langkah proses berpikir menurut Suryabrata (2014) yaitu pembentukan pengertian, pembentukan pendapat dan penarikan kesimpulan.

3. KESIMPULAN

Berpikir merupakan kegiatan mental yang aktivitasnya tidak dapat dilihat secara langsung, tetapi proses dari berpikir tersebut dapat diamati atau dilihat dari tingkah laku seseorang yang sedang memecahkan suatu permasalahan. Pada kegiatan pembelajaran matematika di sekolah, mengetahui proses berpikir siswa dapat membantu guru untuk lebih memahami karakteristik siswanya. Lebih khusus lagi, bagi sekolah yang memiliki kelas inklusi atau sekolah luar biasa, karena di dalamnya tentu terdapat anak berkebutuhan khusus (ABK). Dalam proses pembelajaran tentunya terdapat beberapa hal yang membedakan antara siswa normal dengan siswa dalam ketegori ABK, terlebih lagi bagi ABK yang memiliki gangguan mental berkaitan dengan tingkat intelektualnya, proses berpikirnya tentu akan sangat berbeda dengan siswa normal. Sama halnya dengan siswa yang memiliki gangguan pada tingkat emosionalnya mungkin juga dapat berbeda cara berpikirnya. Untuk lebih mengetahui proses berpikir dari siswa ABK, masalah matematika dapat disajikan sebagai alat untuk mengukurnya. Masalah yang disajikan tentu juga disesuaikan dengan jenis dan tingkat ABK. Dengan demikian, seorang guru matematika dapat lebih menerapkan strategi atau metode pembelajaran yang sesuai dengan kemampuan ABK.

4. DAFTAR PUSTAKA

Abdullah, N. 2013. Mengenal Anak Berkebutuhan Khusus. *Magistra*. Nomor 86 Th. XXV.

Akyuz, H. I., Yetik, S. S., dan Keser, H. 2012. Preservice Teachers Perceptions About Their Problem Solving Skills in the Scenario Based Blended Learning Environment. *Turkish Online Journal of Distance Education.* Volume 13 Nomor 2. Artikel 7.

Arends, R. 2008. *Learning to Teach.* New York: McGraw Hill Companies.

Baiduri, 2014. A Relational Thinking Process of Elementery School Students with High Capability. *Journal of Educational and Developmental Psychology*. Volume 4 Nomor 2. Hal. 24-34.

Bakry dan Bakar, Md Nor Bin. 2015. The Process of Thinking among Junior High School Students in Solving HOTS Question. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE).* Volume 4 Nomor 3. Hal 138-145.

Dewiyani. 2008. Mengajarkan Pemecahan Masalah Dengan Menggunakan Langkah Polya. *Stikom Jurnal* . Volume 12 Nomor 2. Hal 87 – 95.

Geniofam. 2010. *Mengasuh dan Mensukseskan Anak Berkebutuhan Khusus.* Yogyakarta: Garailmu.

Hartono, Y. 2014. *Matematika Strategi Pemecahan Masalah*. Yogyakarta: Graha Ilmu

Ibrahim, 2011, *Pengembangan Bahan Ajar Matematika Sekolah Berbasis pemecahan masalah Untuk Memfasilitasi Pencapaian Kemampuan Berpikir Kritis Dan Kreatif Matematis Siswa*: Prosiding, dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika 3 Desember 2011 di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Iswari, M. 2007. *Kecakapan Hidup bagi Anak Berkebutuhan Khusus*. Jakarta: Depdiknas

Marchis, I. 2012. Non-Routine Problems in Primary Mathematics Workbooks from Romania. *Acta Didactica Napocensia*. Volume 5 Nomor 3. Hal 49-56.

Nazir, M. 2014. *Metode Penelitian*. Bogor: Ghalia Indonesia.

Pehkonen, E. 2007. *Problem solving in mathematics education in Finland*. http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/WG2/Papers/PEHKON.pdf. (Diunduh pada 10 Oktober 2014).

Sugihartono, dkk. 2007. *Psikologi Pendidikan*. UNY Press. Yogyakarta.

Suharman, E. 2005. *Psikologi Kognitif.* Surabaya: Srikandi.

Suherman, dkk. 2003. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: Fakultas Pendidikan MIPA Universitas Pendidikan Indonesia.

Suryabrata. 2014. *Psikologi Pendidikan.* Jakarta: Rajawali Pers.

Suryadinata, N., dan Farida, N. 2016. Analisis Proses Berpikir Anak Berkebutuhan Khusus (ABK) dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Di SMP Inklusi Kota Metro (Studi Kasus pada Siswa Tunagrahita Ringan). *Aksioma*. Volume 5 Nomor 1. Hal 94-104.

PEMODELAN PERSAMAAN STRUKTURAL RELEVANSI KURIKULUM TERHADAP TINGKAT KOMPETENSI ALUMNI UNIVERSITAS TANJUNGPURA PONTIANAK

Hendra Perdana*, Neva Satyahadewi, Betri Wendra
[1]Program Studi Statistika FMIPA Universitas Tanjungpura,
hendra.perdana@math.untan.ac.id

ABSTRAK

Tracer study atau yang sering disebut sebagai survey alumni adalah studi mengenai lulusan lembaga penyelenggara pendidikan tinggi. Studi ini mampu menyediakan berbagai informasi yang bermanfaat bagi kepentingan evaluasi hasil pendidikan tinggi dan selanjutnya dapat digunakan untuk penyempurnaan dan penjaminan kualitas lembaga pendidikan tinggi yang bersangkutan. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui dan menganalisis kontribusi perguruan tinggi dalam hal kompetensi alumni. Melalui penelitian ini akan dilakukan pemodelan persamaan struktural dari tingkat kompetensi alumni yang dibutuhkan pasar kerja untuk bahan perbaikan proses pembelajaran di Universitas Tanjungpura Pontianak. Hasil analisis menunjukkan bahwa relevansi kurikulum prodi mempunyai pengaruh yang berarti terhadap tingkat kompetensi alumni.

Kata Kunci: Tracer Study, Structural Equation Model

1. PENDAHULUAN

Kurikulum Berbasis Kompetensi (KBK) yang dituangkan dalam SK Mendiknas 045/U/2002 tentang Kurikulum Inti menghendaki KBK diimplementasikan di semua perguruan tinggi dengan batas waktu implementasi sebelum 20 Desember 2002, sedangkan kualitas lulusan pendidikan tinggi harus berbasis Kerangka Kualifikasi Nasional Indonesia (KKNI) sesuai dengan yang diamanatkan dalam Perpres No. 8 tahun 2012. Hal ini mengharuskan Universitas Tanjungpura (UNTAN) harus berupaya untuk selalu siap dengan perubahan dan pengembangan agar lulusan yang dihasilkan mempunyai kualifikasi dan kompetensi yang dibutuhkan masyarakat, profesional, industri dan pemerintah sebagai pengguna lulusan.

Untuk dapat mencapai tujuan tersebut, UNTAN harus peka dan mengetahui perkembangan dan perubahan baik lokal, nasional maupun internasional sehingga mempunyai data dan informasi sebagai dasar untuk melakukan evaluasi, penyesuaian, penyempurnaan maupun revitalisasi terhadap proses pembelajaran. Kaji ulang dan kaji terap dilakukan untuk melihat kelemahan yang ada dan melakukan perubahan dan pengembangan sehingga keluaran yang dihasilkan dapat selaras dengan kebutuhan masyarakat dan visi lembaga mengingat tantangan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang semakin hari semakin pesat.

Evaluasi kurikulum secara terjadwal adalah merupakan penilaian tertinggi terhadap kualitas sebuah lembaga pendidikan dan peninjauan terhadap kurikulum dilakukan apabila diketahui dampak dari implementasi kurikulum, atau apabila terjadi perubahan tuntutan stakeholders maupun masyarakat pengguna alumni. Untuk mendapatkan informasi tersebut harus dilakukan pengamatan baik secara visual maupun melalui interview lisan atau tertulis sehingga tracer study mutlak diperlukan.

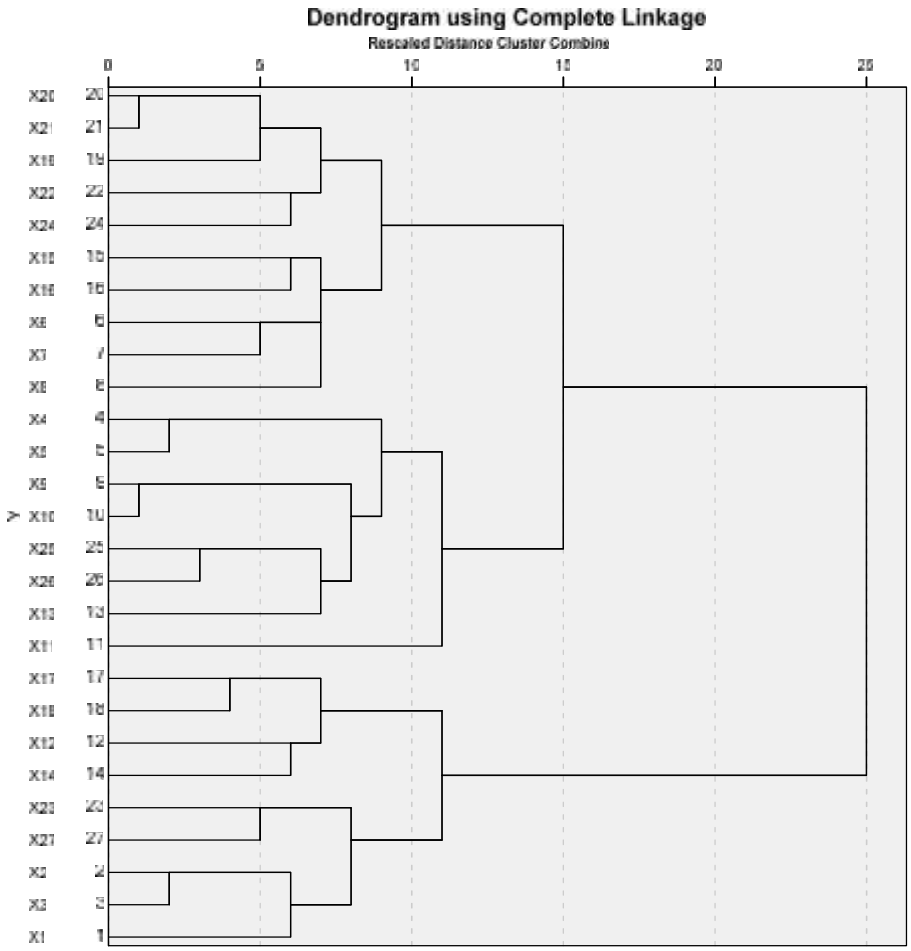
2. METODE PENELITIAN

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian survei. Penelitian survei adalah penelitian yang dilakukan pada populasi besar maupun kecil, tetapi data yang dipelajari adalah data sampel yang diambil dari populasi tersebut. Data yang diambil merupakan data primer yang diperoleh peneliti dari penyebaran kuesioner kepada responden. Jumlah sampel yang diambil sebanyak 600 responden alumni mahasiswa UNTAN. Prosedur pengambilan sampel dalam penelitian ini adalah dengan menggunakan non-probabilitas sampling yaitu *simple random sampling*.

Variabel kompetensi alumni yang dianalisis terdiri dari 27 variabel, dan hal ini pasti menyulitkan untuk mengamatinya. Namun dengan mengetahui apakah variabel tersebut bisa dikelompokkan ke dalam satu atau lebih kelompok, maka akan memudahkan untuk diamati. Untuk itu perlu dilakukan pengelompokkan variabel-variabel tersebut sehingga obyek-obyek yang berada dalam satu *cluster* akan mempunyai kemiripan satu dengan yang lain. Dalam hal ini kita menggunakan teknik analisis cluster.

Secara umum, analisis *cluster* memiliki tujuan untuk mengelompokan objek berdasarkan karakteristik pada prosesnya. Objek-objek yang tergerombol menjadi beberapa gerombol (*cluster*) tertentu akan di hitung berdasarkan ukuran kedekatannya terhadap pusat *cluster* yang terpilih. Selanjutnya akan dapat di ketahui posisi objek dalam hal ini variabel kompetensi alumni yang di teliti berada pada *cluster* tertentu. Selain itu dapat diketahui juga profil atau kecenderungan dari masing-masing *cluster* yang nantinya berguna sebagai analisa posisi suatu kompetensi terhadap kompetensi yang lain dengan kecenderungan yang berbeda-beda untuk tiap *cluster*. Hal tersebut sangat berguna bagi perguruan tinggi sebagai sumber informasi untuk mengambil keputusan ataupun sebagai titik tolak dalam mengambil langkah-langkah kedepan.

Dari hasil dendogram pada gambar 1, maka penulis memilih bahwa jumlah *cluster* yang diambil adalah sebanyak 3.



Gambar 1. *Dendogram* kompetensi alumni

Secara rinci hasil pembentukan *cluster* dan variabel kompetensinya, yaitu:

1. Cluster 1 (VAR1)
    a. Pengetahuan di bidang atau disiplin ilmu (x1)
    b. Pengetahuan di luar bidang atau disiplin ilmu (x2)
    c. Pengetahuan umum (x3)
    d. Bekerja secara mandiri (x12)
    e. Kemampuan memecahkan masalah (x14)
    f. Toleransi (x17)
    g. Kemampuan adaptasi (x18)
    h. Inisiatif (x23)
    i. Kemampuan untuk terus belajar sepanjang hayat (x27)
2. Cluster 2 (VAR2)
    a. Keterampilan internet (x4)
    b. Keterampilan komputer (x5)
    c. Kemampuan berkomunikasi (x9)
    d. Berkerja dibawah tekanan (x10)
    e. Manajemen waktu (x11)

f. Bekerja dalam tim (x13)
g. Kemampuan untuk presentasi ide/laporan (x25)
h. Kemampuan untuk menulis laporan (x26)

3. Cluster 3 (VAR3)
   a. Berpikir kritis (x6)
   b. Keterampilan riset (x7)
   c. Kemampuan belajar (x8)
   d. Negoisasi (x15)
   e. Kemampuan analisis (x16)
   f. Loyalitas dan integritas (x19)
   g. Bekerja dengan orang yang berbeda budaya (x20)
   h. Kepemimpinan (x21)
   i. Kemampuan memegang tanggungjawab (x22)
   j. Manajemen program (x24)
4. KEERATAN KURIKULUM DAN PEKERJAAN (ERAT)
   a. Relevansi kurikulum sesuai dengan pekerjaan (w1)
   b. Pekerjaan saat ini sesuai dengan harapan anda (w2)
   c. Hubungan antara bidang studi dengan pekerjaan (w3)

Pemodelan persamaan struktural (*Structural Equation Modeling*, SEM) terdiri dari dua bagian, yaitu model pengukuran (*measurement model*) dan model persamaan struktural (*structural equation model*). Model pengukuran menunjukkan cara peubah laten atau konstruk yang dihipotesiskan bergantung atau diindikasikan oleh peubah teramati (peubah manifes). Model persamaan struktural menunjukkan hubungan sebab-akibat di antara peubah-peubah laten, yang menjelaskan pengaruh dari penyebab, dan menentukan variansi yang dapat dan tidak dapat dijelaskan oleh model.

Model persamaan struktural:

$$\underset{m\times 1}{\boldsymbol{\eta}} = \underset{m\times m}{\mathbf{B}}\,\underset{m\times 1}{\boldsymbol{\eta}} + \underset{m\times n}{\boldsymbol{\Gamma}}\,\underset{n\times 1}{\boldsymbol{\zeta}} + \underset{n\times 1}{\boldsymbol{\zeta}}$$

Model pengukuran untuk variabel bebas X :

$$\underset{q\times 1}{\mathbf{x}} = \underset{q\times n}{\Lambda_x}\,\underset{n\times 1}{\boldsymbol{\zeta}} + \underset{q\times 1}{\boldsymbol{\delta}}$$

Model pengukuran untuk variabel tak bebas *Y :*

$$\underset{p\times 1}{\mathbf{y}} = \underset{p\times m}{\Lambda_y}\,\underset{m\times 1}{\boldsymbol{\eta}} + \underset{p\times 1}{\boldsymbol{\varepsilon}}$$

dengan:

x = variabel indikator eksogen (*exogenous indicator*)
y = variabel indikator endogen (*endogenous indicator*)
ξ = *ksi*, variabel laten eksogen (*exogenous latent*)
η = *eta*, variabel laten endogen (*endogenous latent*)
δ = *delta*, galat pengukuran untuk variabel indikator eksogen
ε = *epsilon*, galat pengukuran untuk variabel indikator endogen

$\boldsymbol{\zeta}$ = *zeta*, galat pada model persamaan struktural
$\mathbf{B}$ = *beta*, matriks koefisien dari variabel laten endogen
$\boldsymbol{\Gamma}$ = *gamma*, matriks koefisien dari variabel laten eksogen
$\boldsymbol{\Lambda}_x$ = *lambda-x*, matriks koefisien dari relasi **x** dengan $\boldsymbol{\xi}$
$\boldsymbol{\Lambda}_y$ = *lambda-y*, matriks koefisien dari relasi **y** dengan $\boldsymbol{\eta}$
p = banyaknya variabel indikator endogen
q = banyaknya variabel indikator eksogen
m = banyaknya variabel laten endogen
n = banyaknya variabel laten eksogen

Selain itu, juga terdapat notasi untuk matriks kovariansi berikut ini:
$\boldsymbol{\Phi}$ = *phi*, matriks kovariansi dari $\boldsymbol{\xi}$ (bertipe n x n)
$\boldsymbol{\Psi}$ = *psi*, matriks kovariansi dari $\boldsymbol{\zeta}$ (bertipe m x m)
$\boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\delta}}$ = *theta-delta*, matriks kovariansi dari $\boldsymbol{\delta}$ (bertipe q x q)
$\boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\varepsilon}}$ = *theta-epsilon*, matriks kovariansi dari $\boldsymbol{\varepsilon}$ (bertipe p x p)

Asumsi-asumsi umum dan mendasar dalam model ini adalah:
1. $E(\boldsymbol{\eta}) = E(\boldsymbol{\xi}) = E(\boldsymbol{\zeta}) = E(\boldsymbol{\delta}) = E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$
2. $\boldsymbol{\zeta}$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\xi}$
3. $\boldsymbol{\delta}$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\xi}$ dan $\boldsymbol{\eta}$
4. $\boldsymbol{\varepsilon}$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\eta}$ dan $\boldsymbol{\xi}$
5. $\boldsymbol{\zeta}$, $\boldsymbol{\delta}$ dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ tidak saling berkorelasi
6. $(\mathbf{I} - \mathbf{B})$ merupakan matriks nonsingular

Untuk keperluan estimasi parameter model dan uji hipotesis, perlu dikonstruksi matriks kovariansi tersirat (*implied covariance matrix*), yaitu matriks kovariasni variabel teramati yang dinyatakan dalam θ (vektor parameter model). Untuk model LISREL penuh, matriks ini berbentuk:

$$\sum(\theta) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_y (1-B)^{-1}\left[\boldsymbol{\Gamma\Phi\Gamma}' + \boldsymbol{\Psi}\right](1-B)^{-1}{}'\boldsymbol{\Lambda}_y' + \boldsymbol{\Theta}_{\pounds} & \boldsymbol{\Lambda}_y (1-B)^{-1}\boldsymbol{\Gamma\Phi\Lambda}_x' \\ \boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\Phi\Gamma}'(1-B)^{-1}{}'\boldsymbol{\Lambda}_y' & \boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\Phi\Lambda}_x' + \boldsymbol{\Theta}_{¢} \end{pmatrix}$$

Setelah model SEM dispesifikasikan secara jelas, langkah berikutnya adalah mengestimasi parameter-parameter (bebas) model. Estimasi parameter merupakan suatu proses mencari estimasi dari parameter-parameter struktural yang mampu meminimumkan perbedaan antara matriks kovariansi tersirat berdasarkan nilai estimasi yang didapatkan dengan matriks kovariansi sampel dari variabel teramati. Untuk mengukur sejauh manakah kedekatan ini digunakan suatu fungsi yang dinamakan fungsi kecocokan (*fit function* atau

discrepancy function) (Bollen, 1989). Tiga macam fungsi kecocokan yang populer adalah ML (*Maximum Likelihood*), GLS (*Generalized Least Squares*) dan ULS (*Unweighted Least Squares*), dirumuskan:

$$F_{ML} = \log|\sum(\bar{\ })| + tr\{S\sum^{-1}(\bar{\ })\} - \log|S| - (p+q)$$

$$F_{GLS} = \frac{1}{2}tr\{[I - \sum(\bar{\ })S^{-1}]^2\}$$

$$F_{ULS} = \frac{1}{2}tr\{[S - \sum(\bar{\ })]^2\}$$

Setelah estimasi parameter model didapatkan, model perlu diuji kecocokannya dengan data. Satu-satunya uji inferensi yang dapat digunakan adalah uji kecocokan Chi kuadrat, dengan hipotesis nol:

$$\text{Ho}: \mathbf{\Sigma} = \mathbf{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})$$

dengan statistik uji:

$$T = (n-1)Fmin\ (\mathbf{S}, \mathbf{\Sigma}(\boldsymbol{\theta}))$$

dengan

n = ukuran sampel

$F_{\min}$ = harga minimum fungsi kecocokan

Kriteria uji yang digunakan adalah:

$$\text{Tolak } H_0 \text{ jika } T \geq X^2_{1-a}(v)$$

v adalah derajat bebas model, $v = \frac{1}{2}(p+q)(p+q+1) - t$, dengan:

p, q = banyaknya variabel indikator endogen, eksogen

t = banyak parameter bebas dalam model

Selain uji inferensi di atas, evaluasi terhadap model SEM juga bisa dilakukan melalui indeks kecocokan model. Tabel 1 memberikan panduan praktis (*rule of thumb*) dalam evaluasi model SEM.

Tabel 1. Panduan praktis uji kecocokan model SEM

Jenis Ukuran	Status Kecocokan Model	
	Moderat	**Tinggi**
Absolut	$2db < T_{SB} \leq 3db$ $0.01 \leq p.value \leq 0.05$ $0.05 < RMSEA \leq 0.08$ $0.80 \leq GFI < 0.90$	$0 < T_{SB} \leq 2db$ $0.05 \leq p.value \leq 1$ $0 < RMSEA \leq 0.05$ $0.90 \leq GFI < 1$
	Semakin kecil nilai NCP semakin baik Semakin kecil nilai ECVI semakin baik	
Inkremental	$0.80 \leq TLI < 0.90$ $0.80 \leq AGFI < 0.90$ $0.80 \leq CFI < 0.90$ $0.80 \leq NFI < 0.90$	$0.90 \leq TLI < 1$ $0.90 \leq AGFI < 1$ $0.90 \leq CFI < 1$ $0.90 \leq NFI < 1$
Parsimoni	Semakin kecil nilai AIC semakin baik Semakin kecil nilai CAIC semakin baik Semakin kecil nilai PNFI semakin baik	

3.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis data dilakukan dengan menggunakan software Lisrel 8.80. Hasil analisis disajikan di gambar 2. Reliabilitas adalah ukuran konsistensi internal dari indikator-indikator sejauh variabel bentukan yang menunjukkan derajat sampai dimana masing-masing indikator itu mengindikasikan sebuah variabel bentukan yang umum. Nilai dari *construct reliability* adalah minimal 0.70 (Ghozali, 2008).

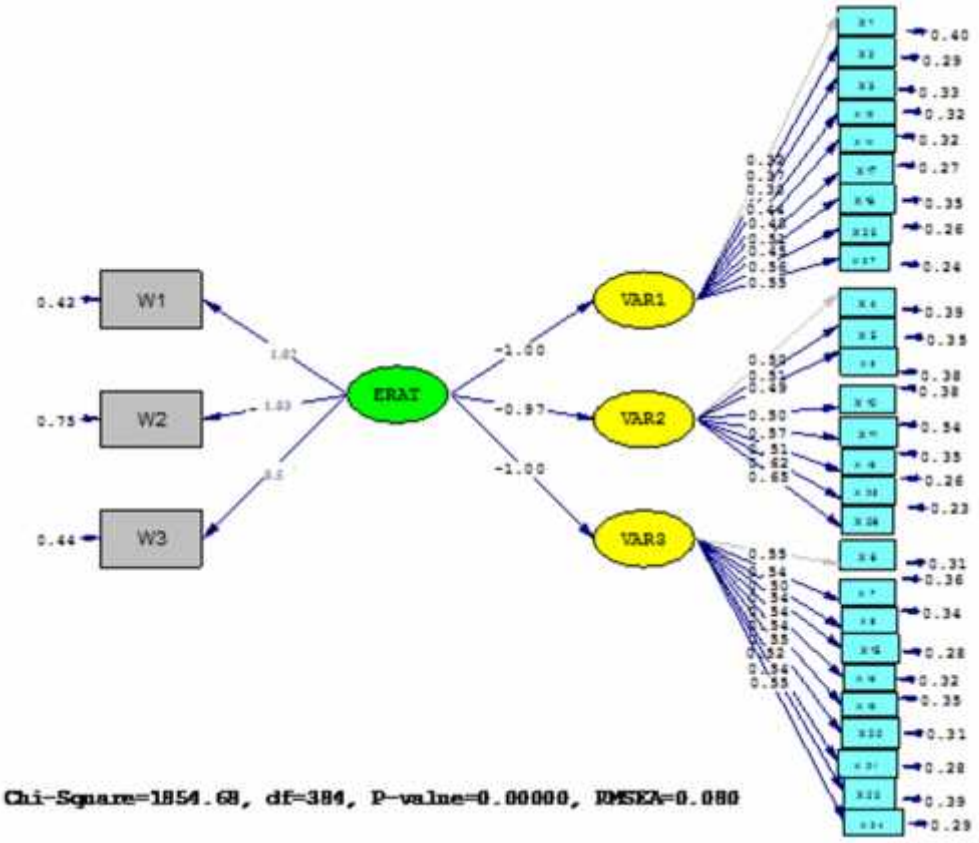
$$CR = \frac{\left(\sum a_{ij}\right)^2}{\left(\sum a_{ij}\right)^2 + \sum £_j}$$

Sum standardized loading untuk:

$$Var1 = 0.32 + 0.37 + 0.38 + 0.44 + 0.48 + 0.51 + 0.45 + 0.56 + 0.55 = 4.06$$
$$Var2 = 0.50 + 0.51 + 0.49 + 0.50 + 0.57 + 0.51 + 0.62 + 0.65 = 4.35$$
$$Var3 = 0.55 + 0.54 + 0.50 + 0.54 + 0.54 + 0.54 + 0.55 + 0.52 + 0.54 + 0.55 = 5.55$$
$$ERAT = 1.02 + 1.03 + 0.50 = 2.55$$

Sum measurement error untuk:

$$Var1 = 0.40 + 0.20 + 0.33 + 0.32 + 0.32 + 0.27 + 0.35 + 0.26 + 0.24 = 2.69$$
$$Var2 = 0.39 + 0.35 + 0.38 + 0.38 + 0.54 + 0.35 + 0.26 + 0.23 = 2.88$$
$$Var3 = 0.31 + 0.36 + 0.34 + 0.28 + 0.32 + 0.35 + 0.31 + 0.28 + 0.39 + 0.29 = 3.23$$
$$ERAT = 0.42 + 0.75 + 0.44 = 1.61$$



Gambar 2. Outpur model persamaan struktural

Nilai *construct reliability* untuk masing-masing konstruk:

$$Var1 = \frac{4.06^2}{4.06^2 + 2.69} = 0.86 \qquad Var2 = \frac{4.35^2}{4.35^2 + 2.88} = 0.87$$

$$Var3 = \frac{5.55^2}{5.55^2 + 3.23} = 0.91 \qquad Erat = \frac{2.55^2}{2.55^2 + 1.61} = 0.80$$

Dapat dilihat bahwa *construct reliability* dari masing-masing konstruk ada yang sudah memenuhi syarat reliabilitas. Indeks untuk masing-masing konstruk diperlihatkan dengan jumlah varians yang diekstraksi oleh variabel bentukan yang dikembangkan. Nilai *extracted* yang tinggi menunjukkan bahwa indikator-indikator itu telah mewakili secara baik variabel bentukan yang dikembangkan. Nilai tersebut dapat diperoleh dengan rumus (Ghozali, 2008):

$$Variance\,extracted = \frac{\sum a_{ij}^2}{\sum a_{ij}^2 + \sum £_j}$$

Sum of square standardized loading untuk:

$$Var1 = 0.32^2 + 0.37^2 + 0.38^2 + 0.44^2 + 0.48^2 + 0.51^2 + 0.45^2 + 0.56^2 + 0.55^2 = 1.89$$
$$Var2 = 0.50^2 + 0.51^2 + 0.49^2 + 0.50^2 + 0.57^2 + 0.51^2 + 0.62^2 + 0.65^2 = 2.40$$
$$Var3 = 0.55^2 + 0.54^2 + 0.50^2 + 0.54^2 + 0.54^2 + 0.54^2 + 0.55^2 + 0.52^2 + 0.54^2 + 0.55^2 = 2.89$$
$$ERAT = 1.02^2 + 1.03^2 + 0.50^2 = 2.35$$

Maka presentase indeks untuk masing-masing konstruk adalah:

$$Var1 = \frac{1.89}{1.89 + 2.69} = 0.41 = 41\% \qquad Var2 = \frac{2.40}{2.40 + 2.88} = 0.51 = 51\%$$
$$Var3 = \frac{2.89}{2.89 + 3.23} = 0.47 = 47\% \qquad Eval = \frac{2.35}{2.35 + 1.61} = 0.59 = 59\%$$

Setelah didapatkan estimasi, langkah berikutnya adalah menilai kecocokan (*goodness of fit*) dari model. Tabel berikut memberikan beberapa ukuran kecocokan model.

Tabel 2. Nilai Kecocokan Model

Jenis Kecocokan	Nilai Kecocokan Model	
Absolut	$T_{SB} = 1854.68$	$p.value = 0.00$
	$RMSEA = 0.08$	$GFI = 0.83$
Inkremental	$TLI = 0.89$	$AGFI = 0.79$
	$CFI = 0.97$	$NFI = 0.96$
Parsimoni	$AIC = 2016.68$	$CAIC = 2454.23$
	$PNFI = 0.85$	

Merujuk pada panduan praktis yang tertera di tabel 1, dapat diberikan evaluasi sebagai berikut:

- Berdasarkan kriteria T_{SB} dan *p-value*, model memiliki kecocokan yang rendah, artinya model yang diusulkan tidak konsisten dengan data empirik. Nilai GFI menunjukkan kecocokan moderat dengan data. Tetapi berdasarkan RMSEA model menunjukkan kecocokan moderat dengan data.
- Berdasarkan kriteria TLI dan AGFI model memiliki tingkat kecocokan moderat dengan data. Sedangkan menurut kriteria CFI dan NFI menunjukkan kecocokan tinggi dengan data.
- Kriteria AIC, CAIC dan PNFI tidak dapat digunakan untuk menilai kecocokan model, karena tidak adanya model pembanding.

Dengan dasar pertimbangan-pertimbangan di atas, disimpulkan bahwa model secara relatif cocok atau konsisten dengan data. Meskipun nilai chi kuadrat atau p-value tidak

sesuai, model tetap dapat digunakan dengan pertimbangan terdapatnya ukuran-ukuran kecocokan yang mengindikasikan kecocokan yang tinggi dengan data.

5. KESIMPULAN

Dari proses perhitungan tersebut diperoleh indeks relevansi kurikulum prodi mempunyai pengaruh yang cukup berarti terhadap tingkat kompetensi alumni sebesar 59%. Angka 59% merupakan hasil yang cukup memuaskan. Perguruan tinggi berarti cukup berhasil memberikan kepuasaan terhadap alumni dalam relevansi kurikulum dengan tingkat kompetensi alumni dalam bekerja. Hal ini juga didukung dengan penilaian terhadap masing-masing cluster, yaitu sebesar 41% untuk cluster 1, 51% untuk cluster 2 dan 47% untuk cluster 3.

Dengan dasar pertimbangan-pertimbangan di atas, disimpulkan bahwa model secara relatif cocok atau konsisten dengan data. Meskipun nilai chi kuadrat atau p-value tidak sesuai, model tetap dapat digunakan dengan pertimbangan terdapatnya ukuran-ukuran kecocokan yang mengindikasikan kecocokan yang tinggi dengan data. Terdapat beberapa hal yang bisa dimungkinkan menjadi penyebab model yang diusulkan ini cukup konsisten, dianataranya adalah spesifikasi model yang kurang tepat. Dengan tingkat keocokan cukup untuk model yang diusulkan, bukan berarti model yang diajukan tersebut salah atau tidak berlaku lagi secara mutlak. Namun perlu dilakukan riset empirik yang lebih mendalam guna mengidentifikasi apa penyebab model kurang bagus. Hal ini dikarenakan dalam riset konfirmatori seperti ini, setiap model yang diusulkan haruslah berlandaskan pada justifikasi teori yang sudah mapan.

6. DAFTAR PUSTAKA

Bollen, K.A. (1989). *Structural Equations with Latent Variables*. New York: John Wiley & Sons.

Ferdinand, A. (2006). *Structural Equation Modeling dalam Penelitian Manajemen*. Semarang: Badan Penerbit Universitas Diponegoro.

Ghozali, I. dan Fuad (2008). *Structural Equation Modeling: Teori, Konsep, dan Aplikasi dengan Program LISREL 8.80*. Semarang: Badan Penerbit

Wijanto, S.H. (2008). *Structural Equation Modeling dengan LISREL 8.8*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

PENYELESAIAN PERSAMAAN TELEGRAF DENGAN METODE TRANSFORMASI DIFERENSIAL

Jefery Handoko*, Suharsono S.

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung
*email : jefhan.handoko55@gmail.com

ABSTRAK

Persamaan diferensial parsial tak linear berbentuk $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \sim \frac{\partial u}{\partial t} + \quad u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \cdot \left(x,t\right)$ dikenal dengan persamaan Telegraf dengan $\sim, \quad \in R, \cdot \quad : R \times R \to R$ dan $u \quad : R \times R \to R$ adalah fungsi tidak diketahui. Akan dicari solusi analitik persamaan ini setelah diketahui nilai awal dan syarat batasnya menggunakan metode transformasi diferensial, yaitu dengan mentransformasikan persamaan Telegraf sesuai sifat-sifat transformasi persamaan diferensial.

Keywords : Persamaan Diferensial Parsial, Persamaan Diferensial Telegraf, Metode Transformasi Diferensial

1. PENDAHULUAN

Penyelesaian persamaan diferensial pada umumnya dilakukan melalui proses linearisasi. Persamaan diferensial tak linear ditransformasikan menggunakan fungsi transformasi yang diselesaikan dengan metode penyelesaian persamaan diferensial linear. Permasalahan dalam kehidupan sehari-hari dapat dirumuskan ke dalam bentuk persamaan diferensial tak linear. Solusi dari persamaan diferensial tak linear dapat diselesaikan secara eksak.

Metode transformasi diferensial adalah suatu metode dengan langkah iterasi untuk memperoleh solusi eksak dari deret Taylor. Solusi eksak adalah solusi penyelesaian model matematika dengan menggunakan rumus-rumus aljabar. Untuk menemukan solusi eksak dari persamaan tersebut, digunakan metode analitik yaitu metode yang memberikan solusi sejati atau solusi sesungguhnya dengan galat sama dengan nol. Hasil dari metode transformasi diferensial dapat menemukan solusi yang cocok dalam memprediksi solusi dari berbagai permasalahan (Joneidi et al, 2009).

Konsep dari metode transformasi diferensial diperkenalkan dengan menyelesaikan permasalahan linear dan non linear dalam masalah rangkaian listrik (Zhou, 1986), mengembangkan metode persamaan diferensial parsial (Chen dan Ho, 1999), mengembangkan metode transformasi diferensial dalam penyelesaian sistem persamaan linear dan non linear dari persamaan diferensial biasa (Mirzaee, 2011), dan mengembangkan metode transformasi diferensial secara umum dalam order lebih tinggi (Hussin et al, 2010).

Aplikasi dari metode transformasi diferensial dalam penyelesaian suatu persamaan (Hassan, 2008 dan Odibat, 2008) . Metode transformasi diferensial berdimensi dua dalam penyelesaian persamaan linear dan non linear (Taghvafard,Erjaee dan Jafari et al, 2010) dan aplikasinya dalam penyelesaian persamaan non linear gelombang (Gavabaria, 2014).

1.1 Spektrum Berdimensi Satu

Jika $u(t)$ adalah fungsi analitik pada domain T didefinisikan

$$\frac{d^k u(t)}{dt^k} = \ddot{}\,(t,k), \forall t \in T \tag{1.1}$$

Untuk $t = t_i$, $\ddot{}\,(t,k) = \ddot{}\,(t_i,k)$ dengan *k* adalah bilangan positif tak negatif dinotasikan sebagai domain *K*. Persamaan (1.1) dapat ditulis sebagai

$$U_i(k) = \ddot{}\,(t_i,k) = \left[\frac{d^k u(t)}{dt^k}\right]_{t=t_i}, \forall t \in T \tag{1.2}$$

Dimana $U_i(k)$ disebut spektrum $u(t)$ pada $t = t_i$ di dalam domain *K*.

1.2 Metode Transformasi Diferensial Berdimensi Satu

Jika $u(t)$ adalah fungsi analitik, maka spektrum dari $u(t)$ didefinisikan sebagai berikut

$$u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t-t_i)^k}{k!} U(k) \tag{1.3}$$

Persamaan (1.3) dikenal sebagai invers transformasi dari $U(k)$. Jika $U(k)$ didefinisikan sebagai

$$U(k) = M(k)\left[\frac{d^k q(t) u(t)}{dt^k}\right]_{t=t_i}, k = 0,1,2,\ldots \tag{1.4}$$

maka $u(t)$ merupakan fungsi dituliskan sebagai

$$u(t) = \frac{1}{q(t)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t-t_i)^k}{k!} \frac{U(k)}{M(k)} \tag{1.5}$$

dimana $M(k) \neq 0$, $q(t) \neq 0$. $M(k)$ disebut faktor terintegrasi dan $q(t)$ adalah kernel yang memenuhi $u(t)$. Jika $M(k) = 1$ dan $q(t) = 1$ maka persamaan (1.3) dan (1.5) adalah sama. Transformasikan dengan $M(k) = \frac{1}{k!}$ dan $q(t) = 1$, maka

$$U(k) = \frac{1}{k!}\left[\frac{d^k u(t)}{dt^k}\right]_{t=t_i}, k = 0,1,2,\ldots \tag{1.6}$$

Dengan menggunakan transformasi diferensial, persamaan diferensial dalam domain yang diinginkan dapat ditransformasikan ke dalam persamaan aljabar dalam domain *K* dan $u(t)$ dapat memuat deret Taylor berhingga dan galat dituliskan

$$u(t) = \frac{1}{q(t)} \sum_{k=0}^{n} \frac{(t-t_i)^k}{k!} \frac{U(k)}{M(k)} + R_{n+1}(t)$$
$$= \sum_{k=0}^{n} (t-t_0)^k U(k) + R_{n+1}(t) \tag{1.7}$$

1.3 Spektrum Berdimensi Dua

Suatu fungsi dua variabel $u(x,t): R \times R \to R$ dapat dituliskan sebagai hasil kali dari dua fungsi satu variabel, yaitu $u(x,t) = u(x)v(t)$. Berdasarkan ketentuan pada transformasi diferensial berdimensi satu, fungsi $w(x,t)$ ditulis sebagai berikut

$$w(x,t) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} W(i,j) x^i t^j \tag{1.8}$$

dimana $W(i,j)$ disebut spektrum dari $w(x,t)$.

2.4 Metode Transformasi Diferensial Berdimensi Dua

Jika $w(x,t)$ adalah fungsi analitik dan diferensiabel kontinu terhadap waktu t pada domain yang diketahui, maka

$$W(k,h) = \frac{1}{k!h!} \left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k \partial t^h} w(x,t) \right]_{x=x_0, t=t_0} \tag{1.9}$$

dimana fungsi spektrum $W(k,h)$ adalah transformasi fungsi yang disebut fungsi *T*. Misal $w(x,t)$ adalah fungsi asal dengan batas atas $W(k,h)$ menggunakan transformasi fungsi. Invers transformasi diferensial dari $W(k,h)$ adalah sebagai berikut.

$$w(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} W(k,h)(x-x_0)^k (t-t_0)^h \tag{1.10}$$

Dengan persamaan (1.9) dan (1.10), didapat hasil sebagai berikut.

$$w(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{k!h!} \left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k \partial t^h} w(x,t) \right]_{x=x_0, t=t_0} x^k t^h$$
$$= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} W(k,h) x^k t^h \tag{1.11}$$

dimana $x_0 = 0$ dan $t_0 = 0$.

Berdasarkan definisi dan persamaan (1.10) dan (1.11) dapat ditentukan sifat-sifat operasi dari transformasi diferensial berdimensi satu dan berdimensi dua pada Tabel 1.

Tabel 1. Operasi transformasi diferensial berdimensi dua (Soltanalizadeh, 2011)

Fungsi Asal	Fungsi Transformasi
$w(x,t) = u(x,t) \pm v(x,t)$	$W(k,h) = U(k,h) \pm V(k,h)$
$w(x,t) = cu(x,t)$	$W(k,h) = cU(k,h)$
$w(x,t) = \frac{\partial}{\partial x} u(x,t)$	$W(k,h) = (k+1)U(k+1,h)$
$w(x,t) = \frac{\partial^{r+s}}{\partial x^r \partial t^s} u(x,t)$	$W(k,h) = \frac{(k+r)!(h+s)!}{k!h!} U(k+r,h+s)$

$w(x,t) = u(x,t)v(x,t)$ $w(x,t) = \frac{\partial}{\partial x}u(x,t)\frac{\partial}{\partial t}v(x,t)$	$W(k,h) = \sum_{r=0}^{k}\sum_{s=0}^{h} U(r,h-s)V(k-r,s)$ $W(k,h) = \sum_{r=0}^{k}\sum_{s=0}^{h}(k-r+1)(h-s+1)$ $\times U(k-r+1,s)V(r,h-s+1)$

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan kajian teori mengenai sistem persamaan diferensial yang bertujuan untuk mencari penyelesaian persamaan Telegraf menggunakan metode transformasi diferensial. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur. Studi literatur meliputi buku-buku, jurnal, dokumen, atau bahan tulis lainnya.

Berdasarkan masalah yang diteliti, maka penelitian ini dilakukan di Perpustakaan Jurusan Matematika FMIPA Unila sebagai lokasi pengumpulan utama dalam penulisan dan jurnal-jurnal online sebagai informasi pendukung dalam pembahasan penelitian ini. Waktu penelitian dilaksanakan selama 4 bulan, yaitu Maret 2016 hingga bulan Juli 2016.

Teknik yang dilakukan dalam pemecahan masalah adalah sebagai berikut:

1) Masing-masing persamaan pada sistem persamaan Telegraf ditransformasikan menggunakan sifat transformasi diferensial yang sesuai.
2) Nilai-nilai parameter disubstitusikan pada persamaan hasil transformasi persamaan Telegraf.
3) Nilai awal dan syarat batas yang diketahui ditransformasikan menggunakan definisi transformasi diferensial.
4) Nilai awal dan syarat batas yang diketahui dengan menggunakan deret Taylor menghasilkan nilai $U(k,h+2)$, k dan h suatu bilangan bulat tak negatif.
5) Nilai-nilai yang diperoleh disubtitusikan pada invers transformasi sehingga diperoleh penyelesaian dari masalah tersebut.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Aplikasi Metode Transformasi Diferensial

Bentuk persamaan Telegraf adalah:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \sim \frac{\partial u}{\partial t} + \quad u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \cdot \ (x,t) \tag{3.1}$$

Nilai awal dari persamaan Telegraf adalah :

$$u(x,0) = f(x), 0 \le x \le L \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = g(x), 0 \le x \le L \tag{3.3}$$

Syarat batas dari persamaan Telegraf adalah:

$$u(0,1) = r(t), 0 \le t \le T \tag{3.4}$$

$$u(1,t) = s(t), 0 \le t \le T \tag{3.5}$$

Dengan menggunakan Tabel 1, Persamaan (1.11) dan (1.9), maka transformasi diferensial $U(k,h)$ adalah:

$$U(k,h) : (h+1)(h+2)U(k,h+2) + \sim (h+1)U(k,h+1) + \quad U(k,h)$$

$$= (k+1)(k+2)U(k+2,h) + \cdot \ (k,h). \tag{3.6}$$

Dengan nilai awal diperoleh

$$\sum_{k=0}^{\infty} U(k,0)x^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^k(0)}{k!} x^k \tag{3.7}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} U(k,1)x^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{g^k(0)}{k!} x^k \tag{3.8}$$

Kemudian dari syarat batas diperoleh

$$\sum_{h=2}^{N} U(0,h)t^h = \sum_{h=2}^{N} \frac{r^k(0)}{h!} t^h \tag{3.9}$$

$$\sum_{h=2}^{N} U(1,h)t^h = \sum_{h=2}^{N} \frac{s^k(0)}{h!} t^h \tag{3.10}$$

Berdasarkan nilai awal dan syarat batas secara umum memberikan

$$\sum_{k=0}^{N} \sum_{h=2}^{N} U(k,h) = \frac{f^k(0)}{k!} \frac{s^h(0)}{h!} \tag{3.11}$$

Nilai dari $U(k,0)$, $U(k,1)$, $U(0,h)$, dan $U(1,h)$ dapat diselesaikan. Dengan menggunakan persamaan (3.6) dan (3.10), maka nilai $U(k,h+2)$ diperoleh:

$$U(k,h+2) = \frac{1}{(h+1)(h+2)}(- \quad U(k,h) + (k+1)(k+2)U(k+2,h)$$

$$-\sim (h+1)U(k,h+1) + \ddot{} \ (k,h)), k = 0,1,...,N-2, h = 0,1,...,N-2. \tag{3.12}$$

Selanjutnya bila diketahui persamaan Telegraf $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \sim \frac{\partial u}{\partial t} + \quad u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \cdot \ (x,t)$ dengan

$$f(x) = x, \qquad g(x) = -x$$
$$r(t) = 0, \qquad s(t) = \exp(-t)$$
$$\cdot \ (x,t) = x.\exp(-t)$$
$$\sim \ = 2, \quad = 2$$

Akan dicari nilai $U(k,h+2)$.

Dengan menerapkan persamaan (3.7), (3.8), (3.9), dan (3.10), syarat awal dan syarat batas dari permasalahan ini diperoleh

$$U(k,0)=\begin{cases}1, k=1\\ 0, lainnya\end{cases} \text{ dan } U(k,1)=\begin{cases}-1, k=1\\ 0, lainnya\end{cases}$$

$$U(0,h)=0,\ h=2,3,...,N \text{ dan } U(1,h)=\frac{\pm 1}{n!},\ h=2,3,...,N$$

Dengan menerapkan persamaan (3.7) dan (3.9), maka diperoleh

$$\ddot{}(k,h)=\sum_{r=0}^{k}\sum_{s=0}^{h}U(r,h-s)V(k-r,s)=\frac{f^{k}(0)}{k!}\frac{r^{h}(0)}{h!}$$

Dengan menerapkan persamaan (3.12) diperoleh hasil

$$U(0,2)=\frac{1}{1\times 2}\left(-2U(0,0)+1\times 2U(2,0)-2\times 1U(0,1)+\ddot{}(0,0)\right)=0$$

$$U(1,2)=\frac{1}{1\times 2}\left(-2U(1,0)+2\times 3U(3,0)-2\times 1U(1,1)+\ddot{}(1,0)\right)=\frac{1}{2!}$$

$$U(2,2)=.\quad .\quad .=U(n,2)=0$$

$$U(0,3)=\frac{1}{2\times 3}\left(-2U(0,1)+1\times 2U(2,1)-2\times 2U(0,2)+\ddot{}(0,1)\right)=0$$

$$U(1,3)=\frac{1}{2\times 3}\left(-2U(1,1)+2\times 3U(3,1)-2\times 2U(1,2)+\ddot{}(1,1)\right)=-\frac{1}{3!}$$

$$U(2,3)=.\quad .\quad .=U(n,3)=0$$

$$U(0,4)=\frac{1}{3\times 4}\left(-2U(0,2)+1\times 2U(2,2)-2\times 3U(0,3)+\ddot{}(0,2)\right)=0$$

$$U(1,4)=\frac{1}{3\times 4}\left(-2U(1,2)+2\times 3U(3,2)-2\times 3U(1,3)+\ddot{}(1,2)\right)=\frac{1}{4!}$$

$$U(2,4)=.\quad .\quad .=U(n,4)=0$$

$$U(0,5)=\frac{1}{4\times 5}\left(-2U(0,3)+1\times 2U(2,3)-2\times 4U(0,4)+\ddot{}(0,3)\right)=0$$

$$U(1,5)=\frac{1}{4\times 5}\left(-2U(1,3)+2\times 3U(3,3)-2\times 4U(1,4)+\ddot{}(1,3)\right)=-\frac{1}{5!}$$

$$U(2,5)=.\quad .\quad .=U(n,5)=0$$

Dengan melanjutkan perhitungan di atas, maka diperoleh hasil seperti pada tabel berikut.

Tabel 2.Hasil $U(k,h+2)$ dari k dan h berbeda

	0	1	2	3	4	5	
0	0	0	0	0	0	0	. . .
1	1	-1	$\frac{1}{2!}$	$\frac{-1}{3!}$	$\frac{1}{4!}$	$\frac{-1}{5!}$	. . .
2	0	0	0	0	0	0	. . .
3	0	0	0	0	0	0	. . .
4	0	0	0	0	0	0	. . .
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.

sehingga

$$u(x,t) \square x\left(1-t+\frac{1}{2!}t^2-\frac{1}{3!}t^3+\frac{1}{4!}t^4-\frac{1}{5}t^5+...\right)$$

Hasil ini merupakan solusi eksak untuk perluasan deret Taylor dari

$$u(x,t)=x\times\exp(-t), 0\le x\le L$$

4. KESIMPULAN

Penyelesaian persamaan Telegraf dengan nilai awal dan syarat batas dengan menggunakan metode transformasi diferensial terjadi pada nilai k = 1, yaitu

$$u(x,t)=\begin{cases} x\left(1-t+\frac{1}{2!}t^2-\frac{1}{3!}t^3+\frac{1}{4!}t^4-\frac{1}{5}t^5+...\right), k=1 \\ 0, lainnya \end{cases}$$

5. DAFTAR PUSTAKA

A.A. Joneidi, D.D. Ganji, M. Babaelahi. 2009. Differential Transformation Method to Determine Fin Efficiency of Convective Straight Fins with Temperature Dependant Thermal Conductivity. International Communications in Heat and Mass Transfer. 36 : 757 - 762.

B. Soltanalizadeh. 2011. Differential Transformation Method for Solving One-Space-Dimensional Telegraf Equation. Computational and Applied Mathematics. 30(3) : 639 - 653.

C.K. Chen, S.H. Ho. 1999. Solving Partial Differential Equations by Two Dimensional Differential Transform Method. Applied Mathematical Computation. 106 : 171 - 179.

Che Haziqah Che Hussin, Adem Kilicman, Arif Mandangan. 2010. General Differential Transformation Method for Higher Order of Linear Boundary Value Theorem. Research Gate. 27:35-46

Farshid Mirzaee. 2011. Differential Transform Method for Solving Linear and Nonlinear Systems of Ordinary Differential Equations. Applied Mathematical Sciences. 5(70) : 3465 - 3472.

H. Taghvafard, G. H. Erjaee. 2010. Two-dimensional Differential Transform Method for Solving Linear and Non-linear Goursat Problem. World Academy of Science, Engineering and Technology. 39 : 967 : 970.

Hossein Jafari, Maryam Alipour, Hale Tajadodi. 2010. Two-dimensional Differential Transform Method for Solving Nonlinear Partial Differential Equations. International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences. 2(1) : 47 : 52.

I.H. Abdel-Halim Hassan. 2008. Application to Differential Transformation Method for Solving System of Differential Equations. Applied Mathematical Modelling. 32 : 2552 - 2559

J.K. Zhou. 1986. Differential Transformation and Its Applications for Electrical Circuits (in Chinese). Wuhan, China. Huanzhong University Press.

R. Hasankhani Gavabaria, D.D. Ganjib, A. Bozorgic. 2014. Applications of the Two-dimensional Differential Transform and Least Square Method for Solving Nonlinear Wave Equations. New Trends in Mathematical Sciences. 2(2) : 95 - 105

Zaid M. Odibat. 2008. Differential Transform Method for Solving Volterra Integral Equation with Separable Kernels. Mathematical and Computer Modelling. 48 : 1144 – 1149

ANALISIS BERPIKIR RELASIONAL SISWA SD DALAM MENYELESAIKAN MASALAH ARITMETIKA

Satrio Wicaksono S*, Nego Linuhung

Universitas Muhammadiyah Metro
*email: rio_sudarman@yahoo.com

ABSTRAK

Pada penelitian ini menganalisis kemampuan berpikir relasional siswa SD dalam menyelesaikan masalah aritmetika. Hasil analisis ini diharapkan dapat menjadikan sumber wawasan dan gagasan, sehingga dapat menjadi sebuah referensi bagi guru tentang kemampuan berpikir relasional siswa SD dalam menyelesaikan masalah aritmetika. Berpikir relasional dalam konteks pemecahan masalah, penggunaan meta-strategi konseptual dapat dianggap berkaitan dengan unsur kompetensi *heuristic* disebut *Internal monitor*. Elemen ini mencakup berbagai kapasitas memeriksa dengan cara pendekatan masalah yang mungkin sebelum membahas resolusi, dalam rangka untuk membuat suatu pilihan dari sebuah strategi pemecahan, atau tetap mengawasi perhitungan untuk memastikan bahwa stategi tetap relevan dengan pertanyaan, sehingga siswa yang menyelesaikan permasalahan dengan menggunakan pemikiran relasional. Siswa memanfaatkan pemahaman mereka yang disebut dengan "operasi pengertian" untuk mempertimbangkan ekspresi aritmetika dari perspektif struktural bukan sekadar prosedural. Dalam konteks penyelesaian masalah aritmetika pada siswa SD, ditemui beberapa kasus diantaranya untuk ekspresi soal nomor 524 – 237 = 287, maka 525 – 235= .... Siswa menjawab dengan jawaban 280, dengan alasan "*karena sudah dikurangi hasilnya memang itu*. Jika dilihat dari jawaban, maka jawaban siswa adalah salah yang seharusnya 290. Siswa tidak melihat bagaimana prosedur relasionalnya, hanya mengisi berdasarkan konsep yang dihafalnya. Berdasarkan jawaban-jawaban yang salah tersebut, faktor kesulitan belajar yang menjadi penyebab kesalahan siswa dalam mengerjakan soal matematika adalah: kesulitan dalam menggunakan proses yang tepat, kesulitan dalam menerapkan aturan yang relevan, kesulitan menguasai fakta dan konsep prasyarat, kesulitan dalam hal ketelitian, kesulitan dalam pemahaman konsep, serta kesulitan dalam melakukan perhitungan. Penyelesaian masalah aritmetika siswa SD yang masih banyak mengalami kesulitan, guru hendaknya harus melakukan beberapa langkah seperti memberikan perhatian kepada siswa yang mengalami kesulitan belajar, memberikan penekanan fakta dan konsep prasyarat, serta memberikan remidial kepada siswa yang mengalami kesulitan belajar.

Kata Kunci : Masalah aritmetika, Berpikir relasional.

PENDAHULUAN

Matematika memiliki peran yang sangat penting dalam membangun kemampuan berpikir dan berlogika siswa. Fakta menunjukkan bahwa kedudukan matematika dalam

cabang ilmu pengetahuan berada pada posisi yang tinggi, karena matematika akan mendasari kemampuan pemahaman atau berpikir seorang siswa pada mata pelajaran yang lain. Beberapa pakar matematika menyebutkan matematika sebagai "ratu" dari segala ilmu pengetahuan (Tarmidi, 2006), hal tersebut tidak dapat dipungkiri karena matematika sangat lekat dan selalu muncul dalam setiap aktivitas kehidupan manusia.

Matematika sering dipahami dalam bentuk-bentuk isi seperti bilangan, ruang, ukuran, prosedur-prosedur penghitungan, konstruksi atau mengukur, aplikasi yang diakitkan dengan situasi yang luas. Akan tetapi belum dilihat sebagai cara berpikir tentang konsep, proses dan penggunaannya, masalah diekplorasi dan diselesaikan, hipotesis (petunjuk) disusun dan diuji, dan ide-ide kompleks tentang dunia yang dikomunikasikan secara singkat dan tepat (Booker, 2005). Terlebih lagi, kecakapan untuk berpikir dengan dan tentang matematika diganti dengan mengingat kumpulan prosedur dan penyelesaian masalah rutin sebagai fokus pembelajaran matematika hampir di semua jenjang pendidikan.

Pemahaman objek-objek matematika (operasi dan simbol), sifat-sifat dan hubungan diantara keduanya merupakan hal penting dalam memahami struktur matematika (Waren, 2001). Ini penting dalam membuat transisi dari aritmetika ke aljabar, ketika aljabar diajarkan sebagai generalisasi dari aritmetika. Dalam konteks ini, konsep "bentuk" dapat dilihat sebagai unsur struktur dari sebuah ekpresi dan konsep "kesamaan" sebagai sebuah relasi struktur antara dua ekspresi. Pemahaman siswa terhadap "=" cenderung untuk melihatnya sebagai tanda "mengerjakan sesuatu" (Kieran, 1992). Pada umumnya, ketika siswa ditanya pertama tentang arti 4 + 6 dengan cepat menjawab 10. Mereka memulai melihat pada relasi 4 lebih (nya) dari 6 atau sebuah representasi untuk bilangan 10. Banyak siswa membuat kesalahan struktur dari ekspresi dan tidak bisa menggunakan aturan untuk memanipulasinya secara baik (Leibenberg, Linchevski, Sasman & Olivier, 1999).

Proses berpikir menurut Mayer (dalam Stephens, 2004) meliputi tiga komponen pokok, yaitu: (1) berpikir adalah aktivitas kognitif yang terjadi di dalam mental atau pikiran seseorang, tidak tampak, tetapi dapat disimpulkan berdasarkan prilaku yang tampak; (2) berpikir merupakan suatu proses yang melibatkan beberapa manipulasi pengetahuan di dalam sistem kognitif. Pengetahuan yang tersimpan di dalam ingatan digabungkan dengan informasi sekarang sehingga mengubah pengetahuan seseorang mengenai situasi yang sedang dihadapi, dan (3) aktivitas berpikir diarahkan untuk menghasilkan pemecahan masalah.

Pada proses penyelesaian soal-soal yang menuntut kemampuan bernalarpun juga tidak terlepas dari strategi yang diberikan Polya, meskipun tidak semua soal tersebut harus

diselesaikan dengan prosedur yang diberikan. Menurut Polya (1973) untuk memecahkan suatu masalah maka ada empat langkah yang dapat dilakukan:

1. Memahami masalah;

   Kegiatan yang dapat dilakukan pada langkah ini adalah: apa (data) yang diketahui, apa yang tidak diketahui (ditanyakan), apakah informasi cukup, kondisi (syarat) apa yang harus dipenuhi, menyatakan kembali masalah asli dalam bentuk yang lebih operasional (dapat dipecahkan).
2. Merencanakan pemecahannya;

   Kegiatan yang dapat dilakukan pada langkah ini adalah: mencoba mencariatau mengingat masalah yang pernah diselesaikan yang memiliki kemiripan dengan masalah yang akan dipecahkan, mencari pola atau aturan, dan menyusun prosedur penyelesaian.
3. Menyelesaikan masalah sesuai rencana;

   Kegiatan yang dapat dilakukan pada langkah ini adalah: menjalankan prosedur yang telah dibuat pada langkah sebelumnya untuk mendapatkan penyelesaian.
4. Memeriksa kembali prosedur dan hasil penyelesaian.

   Kegiatan yang dapat dilakukan pada langkah ini adalah: menganalisis dan mengevaluasi apakah prosedur yang diterapkan dan hasil yang diperoleh benar, apakah ada prosedur lain yang lebih efektif, apakah prosedur yang dibuat dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang sejenis, atau apakah prosedur dapat dibuat generalisasinya.

Langkah atau strategi yang sudah ditentukan di atas disebut juga sebagai prosedur rutin atau prosedur yang sudah ditentukan langkah-langkahnya dalam menyelesaikan soal matematika.

Dalam konteks pemecahan masalah, penggunaan meta-strategi konseptual dapat dianggap berkaitan dengan unsur kompetensi heuristic yang disebut *Internal monito*r" (Mason, 1985) Elemen ini mencakup berbagai kapasitas seperti memeriksa cara pendekatan masalah yang mungkin sebelum membahas resolusi, dalam rangka untuk membuat suatu pilihan dari sebuah strategi pemecahan, atau tetap mengawasi perhitungan untuk memastikan bahwa stategi tetap relevan dengan pertanyaan. Namun, perbedaan meta-strategi konseptual dan meta-strategi prosedural, bukanlah pada sesorang dalam suatu pilihan strategi, akan tetapi pada ia menggunakan struktur matematika dari situasi dan hubungan matematika ketika membangun strategi.

Ketika siswa menyelesaikan masalah dengan menggunakan meta-strategi konseptual, maka mereka dikatakan menggunakan *berpikir relasional* (suatu istilah yang diperkenalkan

oleh Carpenter et al., (2003), Sejalan dengan pendapat tersebut Molina, Castro dan Ambrose, dalam Baiduri dkk. (2013:312) menyatakan bahwa berpikir relasional merupakan hal yang penting dalam matematika karena banyak ide-ide dasar matematika memuat relasi antara representasi yang berbeda dari bilangan dan operasi diantara bilangan, dan antara objek matematika yang lain. Selanjutnya, Baiduri dkk. (2013:313) menyimpulkan bahwa berpikir relasional adalah berpikir membangun hubungan dengan memanfaatkan unsur-unsur informasi yang diberikan/konteks, pengetahuan yang dimiliki sebelumnya maupun pengetahuan tentang sifat-sifat/struktur matematika untuk membuat perencanaan penyelesaian masalah matematika.

Berpikir relasional dikenal juga dengan berpikir struktural atau berpikir secara aljabar (Stephens, 2004). Dalam kontek ini, konsep "bentuk" dapat dilihat sebagai sebuah elemen struktur dari sebuah ekspresi dan konsep "kesamaan" merupakan sebuah relasi struktur antara dua ekspresi. Pemahaman siswa terhadap " =" menyebabkan banyak dari mereka cenderung melihatnya sebagai tanda "mengerjakan sesuatu". Padahal lebih jauh "=" bermakna relasi dua ekspresi yang mempunyai nilai sama.

Berdasarkan dari penjelasan di atas, maka berpikir relasional adalah proses menciptakan sebuah gambaran masalah dalam pikirannya secara keseluruhan, menganalisis untuk menemukan struktur inti, dan mencari beberapa elemen penting atau hubungan untuk membangun sebuah strategi penyelesaian.

Pada penelitian ini disajikan hasil analisis diskriptif-kualitatif kemampuan berpikir relasional siswa SD dalam menyelesaikan masalah aritmetika. hasil analisis ini diharapkan dapat menjadikan sumber wawasan dan gagasan, sehingga dapat menjadi sebuah referensi bagi guru tentang kemampuan berpikir relasional siswa SD dalam menyelesaikan masalah aritmetika.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif-kualitatif, karena pada penelitian ini berusaha mengidentifikasi berpikir relasional siswa dalam menyelesaikan masalah aritmetika. Dalam penelitian deskriptif pada hakekatnya merupakan metode yang digunakan untuk menemukan data yang spesifik dan realitas yang terjadi dalam masyarakat pada waktu tertentu. Untuk mengetahui berpikir relasional siswa dalam menyelesaikan masalah aritmetika dapat dianalisis pada proses tahap demi tahap siswa tersebut menyelesaikan soal tes yang diberikan.

Untuk memeriksa keabsahan data diperlukan Teknik Pemeriksaan Keabsahan Data. Adapun mengenai "Teknik Pemeriksaan Keabsahan Data", didasarkan atas sejumlah Kriteria-Kriteria Keabsahan Data. Oleh karena itu, usaha-usaha peneliti untuk pengecekan keabsahan data menggunakan teknik-teknik: (1) Perpanjangan keikutsertaan, (2) Ketekunan pengamatan, (3) Triangulasi, (4) Pemeriksaan teman sejawat melalui diskusi.

1. Perpanjangan Keikutsertaan

Pada penelitian kualitatif keikutsertaan peneliti sangat menentukan dalam pengumpulan data, Karena Sebab Perpanjangan Keikutsertaan di dalam pengumpulan data akan memungkinkan kredibilitas data yang dikumpulkan.

2. Ketekunan Pengamatan

Ketekunan pengamatan bertujuan untuk menemukan ciri-ciri dan unsur-unsur dalam situasi yang sangat relevan dengan persoalan atau isu yang sedang dicari dan kemudian memusatkan diri pada hal-hal tersebut secara rinci. Untuk itu peneliti akan melakukan pengamatan dengan cermat dan teliti

3. Triangulasi

Triangulasi merupakan teknik pemeriksaan keabsahan data yang memanfaatkan sesuatu yang lain di luar data itu untuk keperluan pengecekan atau sebagai pembanding terhadap data itu. Penelitian ini juga menggunakan triangulasi pengecekan dengan sumber melalui catatan-catatan lain pada waktu dan alat yang berbeda.

4. Pemeriksaan Teman Sejawat melalui Diskusi

Pada tahap ini dapat dilakukan dengan cara Melakukan perbandingan, pengecekan kebenaran dan kesesuaian data penelitian melalui diskusi analitik dengan rekan-rakan sejawat dimana dalam hal ini diskusi antara teman yang mempunyai pengetahuan tentang berpikir relasional siswa dan aritmetika.

Teknik pengumpulan data yang dilakukan adalah untuk mengidentifikasi berpikir relasional yaitu dengan menganalisis hasil tes yang diberikan kepada siswa. Lokasi penelitian menggunakan metode purposive area. Penelitian ini dilaksanakan di SD Negeri 4 Metro Timur. Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini antara lain tes, angket, wawancara, observasi dan dokumentasi.

Sebelum soal-soal tes dijadikan instrumen penelitian, tes tersebut diuji validitasnya dan reliabilitas. berdasarkan hasil pengujian uji validitas isi dan muka dilakukan oleh para ahli yang berkompeten, yaitu 2 orang guru bidang studi matematika. Berdasarkan hasil uji coba

terbatas, diperoleh gambaran bahwa semua soal tes dipahami dengan baik diperoleh koefisien reliabilitas instrumen tes sebesar 0,72 sehingga instrumen tes tersebut dapat digunakan.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, selanjutnya akan dikemukakan hasil-hasil penelitian dan temuan yang diperoleh, adapun hasil penelitian diuraikan sebagai berikut:

A. Soal Nomor 1

Pada soal nomor 1, terdapat 6 ekspresi soal, jawaban, dan alasanya. Pada ekspresi 1, 89 + 64 .... 89 + 65. Siswa (berinisial YP) menjawab dengan tanda “>”, dengan alasan ”*karena* 89 + 64 *dengan* 89 + 65 *lebih besar yang* 89 + 65”.

Dari jawaban yang dilakukan siswa menunjukkan bahwa siswa masih ada yang menjawab salah untuk pertanyaan diatas. Jika dilihat dari alasanya, siswa belum mampu berfikir secara relasional, melainkan dengan prosedur konseptual tanpa adanya relasional. Dari jawaban yang diperoleh siswa tersebut diduga jawaban siswa salah dikarenakan kemungkinan-kemungkinan sebagai berikut:

a. Siswa belum memiliki cara menjawab dengan relasional.
b. Siswa kurang teliti dalam melakukan operasi bilangan bulat.
c. Siswa tidak melakukan operasi secara terurut.
d. Siswa salah meletakkan tanda.

Aritmetika merupakan suatu operasi dasar yang harus ditanamkan secara benar. Untuk penanaman konsep akan lebih efektif jika menggunakan alat peraga seperti mistar, kancing-kancing magnet. Dengan mulai dari bilangan aritmetika yang sederhana dahulu.

B. Soal Nomor 2

Pada soal nomor 2, terdapat 6 ekspresi soal, jawaban, dan alasanya. Siswa diperkenankan menambah atau mengurangkan sebuah bilangan sehingga kedua ruas menjadi sama. Siswa (berinisial YAS) untuk ekspresi soal nomor 3 yaitu 79 + 38 = 81 + 40.... Siswa menjawab dengan jawaban -3, dengan alasan “*karena* 79 + 38 *hasilnya tidak sama dengan* 81 + 40”. Sedangkan untuk ekspresi soal nomor 6 yaitu 96 – 48 ... = 95 – 50. Siswa menjawab dengan jawaban -1, dengan alasan “*karena* 96 – 48 *hasilnya tidak sama dengan* 95-50”.

Dari jawaban yang dilakukan siswa menunjukan bahwa siswa masih ada yang menjawab salah untuk pertanyaan diatas.

Dari jawaban yang diperoleh siswa tersebut diduga jawaban siswa salah dikarenakan kemungkinan-kemungkinan sebagai berikut:

a. Siswa belum memahami tentang operasi pengurangan aatau penjumlahan dua bilangan.
b. Siswa kurang teliti dalam melakukan operasi aritmetika.
c. Siswa kurang mampu mengubah tanda-tanda pada operasi aritmetika.

C. Soal Nomor 3

Pada soal nomor 3, terdapat 4 ekspresi soal, jawaban, dan alasanya. Siswa mengisi nilai hasil penjumlahan atau pengurangan bilangan, sehingga terdapat hubungan dari ekspresi tersebut. Siswa (EAI) untuk ekspresi soal nomor 4 yaitu 524 – 237 = 287, maka 525 – 235= .... Siswa menjawab dengan jawaban 280, dengan alasan "*karena sudah dikurangi hasilnya memang itu*.

Jika dilihat dari jawaban, maka jawaban siswa adalah salah yang seharusnya 290. Siswa tidak melihat bagaimana prosedur relasionalnya, hanya mengisi berdasarkan konsep yang dihafalnya.

Dari jawaban yang diperoleh siswa tersebut diduga jawaban siswa salah dikarenakan kemungkinan-kemungkinan sebagai berikut:

a. Siswa kurang teliti dalam memahami soal.
b. Siswa kurang mampu dalam menyelesaikan soal pengurangan.
c. Siswa kurang teliti dalam menuliskan hasilnya.

Berdasarkan jawaban-jawaban yang salah tersebut kesulitan belajar yang menjadi penyebab kesalahan siswa dalam mengerjakan soal matematika adalah: kesulitan dalam menggunakan proses yang tepat, kesulitan dalam menerapakan aturan yang relevan, kesulitan menguasai fakta dan konsep prasyarat, kesulitan dalam bekerja kurang teliti, kesulitan dalam pemahaman konsep, kesulitan dalam melakukan perhitungan.

Langkah yang seharusnya dilakukan guru jika siswa mengalami kesulitan belajar matematika adalah:

1. Memberikan pembelajaran yang inovatif dan kreatif sesuai dengan karakteristik materi.
2. Memberikan perhatian kepada siswa yang mengalami kesulitan belajar.
3. Memberikan remidial kepada siswa yang mengalami kesulitan belajar.
4. Penggunaan alat peraga yang tepat.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pembahasan hasil penelitian disimpulkan bahwa:

1. Siswa belum terbiasa dengan soal yang membutuhkan kreatifitas jawaban, hal ini diduga pembelajaran yang diberikan guru belum dapat menumbuhkan kreatifitas siswa untuk berpikir relasional
2. Faktor penyebab siswa mengalami kesulitan belajar adalah kecerobohan siswa dan masalah siswa dalam belajar seperti siswa belajar asal belajar, belajar dengan menghafal, belajar tanpa rencana, siswa pasif dalam pembelajaran, belajar tanpa konsentrasi.
3. Kesulitan belajar yang menjadi penyebab kesalahan siswa dalam mengerjakan soal matematika adalah: kesulitan dalam menggunakan proses yang tepat, kesulitan dalam menerapakan aturan yang relevan, kesulitan menguasai fakta dan konsep prasyarat, kesulitan dalam bekerja kurang teliti, kesulitan dalam pemahaman konsep, kesulitan dalam melakukan perhitungan.

Mengingat peran pendidikan matematika di sekolah dasar sangat penting bagi pendidikan dan kehidupan siswa di kemudian hari dan berdasarkan kesimpulan penelitian di atas dapat dikemukakan saran sebagai berikut:

1. Untuk mengatasi kesulitan belajar tersebut guru memberikan pembelajaran yang inovatif dan kreatif sesuai dengan karakteristik materi, penggunaan alat peraga yang tepat sebagai jembatan bagi anak untuk dapat memahami matematika yang bersifat abstrak.
2. Guru hendaknya dapat memaksimalkan kegiatan pembelajaran, tidak hanya mengejar materi untuk target kurikulum terselesaikan tapi juga memperhatikan tingkat penguasaan materi siswa.
3. Guru hendaknya mengarahkan siswa untuk dapat berfikir secara relasional, sehingga pola berfikir kreatif siswa dapat terbentuk.
4. Guru dapat mengajarkan konsep dengan cara menekankan definisi dan sifat-sifat yang dapat diturunkan dari definisi, menekankan contoh dan alasannya, membandingkan objek yang tidak sesuai dengan konsep dan memberikan contohnya.
5. Guru hendaknya memberikan tes dan pekerjaan rumah diakhir pelajaran, yang selalu diperiksa guru dan siswa diminta untuk menjelaskan setiap langkah dalam mengerjakan soal sehingga guru tahu yang belum dikuasai siswa.

DAFTAR PUSTAKA

Baiduri dkk. 2013. Analisis Proses Berpikir Relasional Siswa Sekolah Dasar Membuat Perencanaan Penyelesaian Masalah Matematika (Kasus Siswa Berkemampuan Matematika Rendah). *KNPM V, Himpunan Matematika Indonesia.* Pendidikan Matematika Pasca Sarjana Universitas Negeri Malang. Tersedia Online. *fmipa.um.ac.id/index.php/component/attachments/download/150.html*

Booker, G. 2005, Thinking mathematically-making sense and solving problems, *The Mathematics Education into the* 21th *Century Project Universiti Teknologi Malayasia*, Reform, Revolution and Paradigm Shift in Mathematics Education, Johor Bahru, Malaysia, Nov 25th - Des 1th

Carpenter, T.P., Franke, M.L., & Levi, L., 2003, *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*, Posrtmouth: Heinemann

Kieran, C, 1992, Learning and teaching of school algebra. In D.A. Grows (Ed), Handbook of research on mathematics teaching learning, pp. 390-419, New York: Macmillan.

Leibenberg, R.E, Linchevski, L, Sasman, M.C & Olivier, 1999, Focusing on the structural aspects of numerical expressions, In J. Kuiper (Ed), *Proceedings* 7th *of the annual conference of the South Arican Association for Research in Mthemathics and Science Education*, pp. 249-256, Harare, Zimbabwe:SAARMSE

Mason, J., 1985, *Thinking mathematically*, Wokingham: Addison-Wesley Publishing Company

Polya, G. 1973. *How to Solve it.* 2nd Ed. Princeton University Press, ISBN 0-691-08097-6

Stephens, M, 2004, *Researching relational thinking*, Japan: University of Tsukuba

Tarmidi, R. D. S. *Matkita: Profil*. Tersedia online pada www.matkita.com. Diakses tanggal 20 Juni 2011.

Waren, E, 2001, Algebraic understanding: The Importance of learning in the early years. In H. Chick (Eds), *The future of the teaching and learning of algebra* (Proceeding 12th of the ICMI study conference, pp. 663-640), Melbourne, Australia: University Melbourne.

BAHAN AJAR BERBASIS MASALAH PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA EKONOMI

Rina Agustina*, Ira Vahlia

Universitas Muhammadiyah Metro
*email: aasyiqun1212@gmail.com

ABSTRAK

Matematika ekonomi merupakan salah satu bidang ilmu terapan dalam matematika. Dalam pembelajaran matematika ekonomi akan membahas beberapa aplikasi dan manfaat materi matematika dalam kehidupan sehari-hari. Selain itu, matematika ekonomi digunakan untuk menjelaskan kasus-kasus teknik matematis seperti matriks, kalkulus diferensial dan integral, persamaan diferensial, persamaan deferens, dan lain-lai di luar ilmu ukur sederhana. Dengan adanya pengembangan bahan ajar berbasis masalah ini, maka ilmu matematika akan terasa menjadi lebih nyata. Tujuan pembuatan bahan ajar yaitu untuk memacu mahasiswa agar lebih giat dalam pembelajaran. Dalam Pengembangan bahan ajar mata kuliah matematika ekonomi ini menggunakan model pengembangan 4-D tahap utama yaitu *Define*, *Design*, *Develop*, dan *Disseminate* atau diadaptasikan menjadi model 4-P, yaitu pendefinisian, perancangan, pengembangan, dan penyebaran. Validasi perangkat oleh pakar diikuti dengan revisi, uji coba terbatas, hasilnya sebagai dasar revisi dan uji coba lebih lanjut pada kelas yang sesungguhnya.

PENDAHULUAN

Untuk menunjang kegiatan pembelajaran dengan baik, banyak hal yang harus dipersiapkan oleh tenaga pendidik. Persiapan itu berawal dari rencana proses pembelajaran, soal-soal latihan, metode yang akan digunakan, media pembelajaran maupun bahan ajar. Bahan ajar yang digunakan merupakan bahan ajar yang menyesuaikan dengan kondisi peserta didik yang dihadapi. Dengan kata lain, bahan ajar sebaiknya dibuat sendiri oleh dosen pengampu sebagai tenaga pendidik.

Dalam pembuatan bahan ajar, diperlukan data awal kondisi mahasiswa sebagai peserta didik. Data awal inilah yang akan menjadikan landasan dalam pengembangan bahan ajar yang akan digunakan dalam proses pembelajaran. Karakteristis kondisi awal mahasiswa sangat menentukan jenis bahan ajar yang dikembangkan. Misalnya saja, karakteristik mahasiswa yang ditemui merupakan mahasiswa yang pasif. Untuk mengatasi kondisi tersebut, diperlukan bahan ajar yang dilengkapi dengan latihan-latihan soal sehingga dapat membantu mahasiswa menjadi lebih aktif.

Salah satu bahan ajar yang dapat dikembangkan dalam pembelajaran matematika adalah bahan ajar matematika ekonomi. Matematika ekonomi merupakan salah satu bidang ilmu

terapan dalam matematika. Dalam pembelajaran matematika ekonomi akan membahas beberapa aplikasi dan manfaat materi matematika dalam kehidupan sehari-hari. Dengan adanya pembahasan ini, maka ilmu matematika akan terasa menjadi lebih nyata.

Dalam mengembangkan bahan ajar pada pembelajaran matematika ekonomi, bahan ajar tersebut harus dapat memacu mahasiswa agar lebih giat dalam pembelajaran. Oleh karena itu, diperlukan bahan ajar yang berbeda dalam pembahasannya dibandingkan dengan bahan ajar biasanya. Salah satu bahan ajar yang berbeda dari bahan ajar umum adalah bahan ajar berbasis masalah. Bahan ajar berbasis masalah merupakan bahan ajar yang diawali dengan beberapa pendekatan dan masalah sebelum mencapai konsep yang akan diberikan. Dengan adanya pendahuluan berupa masalah, mahasiswa dituntut untuk aktif dalam menyelesaikan masalah awal tersebut agar bisa mencapai sebuah konsep yang dipelajari.

Berdasarkan hasil penelitian Husniyah 2013, didapatkan bahwa salah satu keunggulan bahan ajar berbasis masalah adalah dapat sesuai dengan karakteritik siswa. Selain itu, bahan ajar berbasis masalah dapat memudahkan mahasiswa dalam mempelajari materi sehingga dapat membantu mengembangkan kemampuan berpikir mahasiswa. Selama ini, bahan ajar yang digunakan dalam perkuliahan matematika ekonomi adalah bahan ajar yang berbasis umum. Bahan ajar ini sulit dipahami mahasiswa dikarenakan tidak focus pada masalah yang sebenarnya di kehidupan sehari-hari. Sehingga sangat diperlukan adanya bahan ajar berbasis masalah pada mata kuliah matematika ekonomi bagi mahasiswa program studi pendidikan matematika agar capaian perkuliahan lebih optimal.

Berdasarkan hal tersebut, maka diperlukan bahan ajar dalam perkuliahan khususnya matematika ekonomi untuk membantu mahasiswa dalam belajar dan mencapai hasil yang optimal. Bahan ajar yang diperlukan tersebut adalah bahan ajar berbasis masalah pada pembelajaran matematika ekonomi.

PEMBAHASAN

a. Pengembangan Bahan Ajar

Untuk menunjang proses pembelajaran, dibutuhkan bahan ajar yang sesuai dengan karakteristis peserta didik. Menurut Abdul Majid (2007: 174) "bahan ajar adalah segala bentuk bahan, informasi, alat dan teks yang digunakan untuk membantu guru/instruktur dalam melaksanakan kegiatan belajar mengajar. Bahan yang dimaksud bisa berupa tertulis maupun bahan yang tidak tertulis. Bahan ajar dalam bentuk teks akan sangat membantu peserta didik dalam proses pembelajaran. Dengan adanya bahan ajar dalam bentuk teks, peserta didik dapat mengikuti pembalajaran dengan mudah dikarenakan pembelajaran tidak bersifat abstrak khususnya pada pembelajaran matematika ekonomi.

Menurut Sriraman (2008: 294) menyatakan bahwa "dalam proses pembelajaran siswa dapat memecahkan masalah dengan diberi kesempatan untuk menghadapi situasi realitas dalam kehidupan sehari-hari. Dengan model pembelajaran *problem solving*, siswa dapat menggeneralisasi dan mendapatkan solusi dari permasalahan." Dengan diberikannnya pembelajaran berbasis masalah, peserta didik akan terbantu dalam menyelesaikan masalah-masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari. Peserta didik dapar menarik kesimpulan yang bersifat umum untuk mendapatkan suatu penyelesaian.

Dalam proses pengembangan bahan ajar dibutuhkan beberapa tahap yaitu: tahap analisis kebutuhan dilapangan, tahap merancang bahan ajar, tahap mengembangkan bahan ajar, dan tahap uji coba. Hal ini didukung oleh pernyataan Trianto (2010: 189) yang menyatakan bahwa "model pengembangan 4-D tahap utama yaitu *Define*, *Design*, *Develop*, dan *Disseminate* atau diadaptasikan menjadi model 4-P, yaitu pendefinisian, perancangan, pengembangan, dan penyebaran".

Tahap I: Define (Pendefinisian)

Tahap *define* merupakan tahap untuk menetapkan dan mendefinisikan syarat-syarat yang dibutuhkan dalam pengembangan pembelajaran. Penetapan syarat-syarat yang dibutuhkan dilakukan dengan memperhatikan serta menyesuaikan kebutuhan pembelajaran untuk mahasiswa matematika. Pada tahap ini, akan dianalisis tentang kondisi bahan ajar yang telah ada dan manfaat dari bahan ajar tersebut. Analisis ini menggunakan angket yang diberikan kepada mahasiswa pendidikan matematika yang telah mengikuti pembelajaran matematika ekonomi.

Tahap II: Design (Perancangan)

Empat langkah yang harus dilakukan pada tahap ini, yaitu: (1) penyusunan materi pada bahan ajar, (2) pemilihan format dalam penyajian bahan ajar, (3) perancangan soal-soal tes yang terdapat pada bahan ajar, dan (4) pemilihan warna dan layout cover pada bahan ajar.

Tahap III: Develop (Pengembangan)

Tahap pengembangan adalah tahap untuk menghasilkan produk pengembangan yang dilakukan melalui dua langkah, yakni: (1) penilaian ahli (*expert appraisal*) yang diikuti dengan revisi, (2) uji coba pengembangan (*developmental testing*). Pada tahap penilaian ahli, bahan ajar ini dinilai oleh 3 orang dosen pendidikan matematika. Hasil dari penilaian ahli ini dinamakan bahan ajar valid dan siap untuk di uji coba.

Tahap IV: Penyebaran

Pada tahap ini, setelah didapatkan bahan ajar yang valid menurut para ahli dan praktis dari hasil uji coba, maka bahan ajar tersebut dapat dilakukan proses penyebaran. Pada proses ini dapat dilihat efektifitas dari penggunaan bahan ajar pada pembelajaran matematika ekonomi.

b. Matematika Ekonomi

Matematika ekonomi merupakan salah satu ilmu yang penting dalam ilmu ekonomi dan bisnis. Ilmu ekonomi dan bisnis memerlukan ilmu dasar dalam mengenalisis yaitu ilmu matematika. Hal ini dikarenakan sifat analisis dalam ilmu ekonomi dan bisnis adalah analisis secara kualitatif dan kuantitatif. Proses menganalsis secara kualitatif dan kuantitatif ini dapat dipelajari dalam pendidikan matematika. Menurut Kalangi (2011) menyatakan bahwa analisis yang bersifat kuantitatif dan kualitatif pada ilmu ekonomi tentunya harus menggunakan ilmu matematika sebagai alat bantu. Oleh karena itu, setiap mahasiswa atau siapa pun yang ingin mempelajari dan memahami ilmu ekonomi dan bisnis secara baik, haruslah mempelajari dan memahami ilmu matematika ekonomi dan bisnis sebagai dasarnya.

Ilmu matematika ekonomi merupakan salah satu cabang ilmu matematika dalan bidang terapan. Pada matematika ekonomi, akan lebih dibahas tentang mannfaat dan aplikasi ilmu matematika pada kehidupan sehari-hari khusunya dalam bidang ekonomi. Menurut Chiang (2006; 2), bahwa “matematika ekonomi digunakan dalam setiap buku pelajaran dasar ekonomi seperti metode ilmu ukur yang sering digunakan untuk memperoleh hasil teoritis. Akan tetapi, biasanya matematika ekonomi digunakan untuk menjelaskan kasus-kasus teknik matematis seperti matriks, kalkulus diferensial dan integral, persamaan diferensial, persamaan deferens, dan lain-lai di luar ilmu ukur sederhana.”

PENUTUP

Dengan adanya bahan ajar berbasis masalah, maka dapat lebih membantu mahasiswa dalam pembelajaran matematika ekonomi sehingga bisa didapatkan hasil pembelajaran yang optimal. Oleh karena itu, dosen sebagai tenaga pendidik harus bisa mengembangakan bahan ajar yang menyesuaikan dengan karaktaristik mahasiswa selaku peserta didik agar dapat lebih mudah dipahami. Selain itu, masalah-masalah yang digunakan dalam bahan ajar merupakan masalah yang memang sering ditemui dalam bidang ekonomi sehingga pembelajaran akan lebih terasa nyata.

DAFTAR PUSTAKA

Chiang, A. Alpha dan Kevin Wainwright. 2006. *Dasar-Dasar Matematika Ekonomi Edisi Keempat Jilid 1*. Jakarta; Erlangga.

Husniyah, Ahfidatul.2013. *Pengembangan Bahan Ajar Berbasis Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Fisika Siswa Kelas XI IPA MAN 3 Malang.* Universitas Negeri Malang. (Skripsi tidak diterbitkan)

Majid, Abdul. 2007. P*erencanaanPembelajaran* Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.

Kalangi, Josep Bintang. 2011. Matematika Ekonomi dan Bisnis. Jakarta: Salemba Empat.

Sriraman, B. 2010. *Conjecturing via reconceived classical analogy*. Columbia. J. of Educational Studies in Mathematics. Vol 76 (No. 2*)*: 123-140.

Trianto. 2010. *Mendesain Model Pembelajaran Inovatif-Progresif.* Jakarta: Kencana Prenada Media Group.

TINGKAT BERFIKIR SISWA KELAS VIII PADA MATERI BANGUN SEGI EMPAT BERDASARKAN TINGKAT BERFIKIR GEOMETRI VAN HIELE

Hidayatulloh

Program Studi Pendidikan Matematika, STKIP MPL
email: dayat_feb@yahoo.co.id

ABSTRACT

The purpose of this study is to describe the level of MTs Maarif Pajaresuk students thinking in solving the wake concept based on the level of thinking rectangular geometry Van Hiele. There are five levels of the child's thinking in the field of geometry, namely: level visualisasi, At this level students recognize geometric shapes that just the visual characteristics and appearance. Level (analysis), At this level students are getting to know the properties owned geometry observed. Level (abstraction). At this level students are familiar with and understand the properties of a geometry which are interconnected with one another. Level (deduction). At this stage the students have been able to draw conclusions deductively, which was to draw general conclusions and headed to the things that are special. Level (rigor) / accuracy. At this level, students have begun to realize the importance of the accuracy of the basic principles underlying a proof. Subjects in this study is the student / student MTs Maarif pajaresuk, which amounted to 63 students from 3 rombel class VIII. The technique of taking samples in this research is saturated sampling technique. The results of this study can be concluded that meet Van Hiele geometric thinking level is 34.93% comprising 14.29% level 1, level 2 as much as 6.35%, and 14.29% grade 3, and which do not meet Van Hiele levels of geometric thinking is that you can not pass a basic level geometry Van Hiele as much as 38.10%, and the answer is not coherent or not in accordance with the theory of Van Hiele geometry as much as 26.97%, and in grades 4 and 5 as much as 0% because it does not none of the students who answered at the level of the 4 and 5.

Keyword : Level Think, Geometri Van Hiele

1. PENDAHULUAN

Dalam dunia pendidikan, matematika memiliki peranan yang sangat penting dan luas. Namun fenomenanya bahwa banyak sekali siswa yang tidak memfavoritkan pelajaran matematika, sehingga pada pelajaran matematika menunjukan hasil belajar lebih rendah jika dibandingkan dengan beberapa pelajaran lain. Salah satu materi yang harus dikuasai dalam pelajaran matematika adalah geometri. Akan tetapi sebagian besar siswa belum memahami secara utuh tentang geometri. Pada dasarnya geometri mempunyai peluang yang sangat besar untuk dipahami oleh siswa dengan melihat geometri merupakan cabang matematika yang menempati posisi khusus dalam pembelajaran matematika di sekolah. Pentingnya konsep

yang termuat di dalamnya menempatkan materi geometri dalam proporsi yang relatif banyak dalam kurikulum. Pada tingkatan Sekolah Menengah Pertama (SMP), sekitar 42% materi yang diajarkan berupa materi geometri. Untuk kelas VII, ada dua dari enam standar kompetensi yang berisikan materi geometri. Untuk kelas VIII, ada tiga dari lima standar kompetensi yang berisikan materi geometri. Bangun-bangun segiempat merupakan bagian materi geometri dari mata pelajaran matematika SMP. Menurut Kurikulum 2006 (KTSP) materi ini diajarkan pada semester pertama di kelas I SMP. Berdasarkan kurikulum tersebut kajian materinya meliputi pengertian bangun-bangun segiempat, sifat-sifat bangun-bangun segiempat, keliling dan luas bangun-bangun segiempat, untuk itu pentingnya siswa dalam mempelajari geometri, hal ini sesuai dengan pendapat Abdussakir (2010) Berpendapat bahwa pembelajaran geometri bertujuan untuk mengembangkan kemampuan berpikir logis, mengembangkan intuisi keruangan, menanamkan pengetahuan untuk menunjang materi yang lain, dan dapat membaca serta menginterpretasikan argumen-argumen matematik.

Pentingnya pembelajaran Geometri mendorong para tokoh pendidikan matematika memberikan perhatian serius terhadap pembelajaran geometri di sekolah, diantaranya adalah Piere Van Hiele dan Dina Van Hiele-Geldof (1957-1959). Dua tokoh tersebut mengajukan teori mengenai proses perkembangan yang dilalui siswa dalam mempelajari geometri. Dalam teori yang mereka kemukakan, mereka berpendapat bahwa dalam mempelajari geometri siswa mengalami perkembangan kemampuan berpikir melalui level-level tertentu.

Menurut teori Van Hiele, siswa akan melalui lima tingkat berpikir dalam mempelajari dan memahami geometri, yaitu tingkat 1 (visualisasi), tingkat 2 (analisis), tingkat 3 (abstrak), tingkat 4 (deduksi), dan tingkat 5 (rigor). Masing-masing tingkat berpikir tersebut memiliki kriteria tertentu,sehingga menyebabkan siswa berbeda dalam memahami dan menyelesaikan permasalahan geometri.

Dalam menyelesaikan soal geometri yaitu bangun-bangun segi empat siswa perlu menganalisis permasalahan yang ada, kemudian menyesuaikannya dengan informasi yang pernah diberikan selama pembelajaran. Masing-masing siswa tentu akan berbeda dalam menyusun dan mengolah informasi yang mereka dapatkan. Perbedaan antar siswa dalam menyusun dan mengolah informasi pada materi geometri bisa dikarenakan perbedaan tingkat berfikir . Hal ini sejalan dengan pendapat Witkin (1976) dalam jurnal Nor khoiriyah (2013) yang menyatakan bahwa, “gaya kognitif digunakan sebagai mediator kinerja siswa dalam

mempelajari geometri...". Dengan demikian, perbedaan tingkat berfikir akan mempengaruhi masing-masing siswa dalam memahami materi dan permasalahan geometri karena siswa memiliki cara yang khas dalam menyusun dan mengolah informasi selama mempelajari materi geometri tersebut.

Untuk siswa di tingkat SMP, pada umumnya hanya mampu mencapai tingkat 2. Hal ini sesuai dengan pendapat Van de Walle (2006) yang menyatakan bahwa sebagian besar siswa SMP berada pada antara level 0 (visualisasi) sampai level 2 (Analisis). Dengan adanya Informasi mengenai tingkat berpikir Van Hiele akan memberikan pengetahuan baru bagi guru. Guru akan mendapat gambaran bahwa beberapa siswa mungkin membutuhkan bantuan dalam menentukan konsep penting dari materi yang diajarkan khususnya pada pelajaran geometri. Bukan berarti mereka kurang cerdas, tetapi karena kemampuan berfikir yang cenderung menerima informasi dari suatu materi secara umum dan kesulitan dalam melakukan analisis matematis.

Bila kondisi tersebut tidak ditangani secara intensif oleh pengajar (guru matematika), maka siswa akan mengalami kesulitan yang lebih fatal dalam memahami konsep bangun-bangun ruang (kubus, balok, limas dan lain-lain). Karena untuk memahami konsep bangun-bangun ruang dalam geometri siswa terlebih dahulu harus memahami dengan baik konsep bangun-bangun datar (bangun-bangun segiempat). Hal ini sesuai dengan pendapat Hudoyo (1990:4) bahwa "... mempelajari konsep B yang mendasarkan pada konsep A, seseorang perlu memahami lebih dahulu konsep A. Tanpa memahami konsep A, tidak mungkin orang tersebut akan dapat memahami konsep B". Oleh karena itu, apabila guru mengetahui tingkat berpikir siswa dalam mempelajari geometri pada materi bangun-bangun segi empat ,maka guru dapat menentukan strategi dalam mengarahkan siswa menuju tingkat berpikir yang lebih tinggi dengan harapan lebih dapat menguasai konsep pelajaran geometri khususnya materi bangun bangun segi empat.

Peneliti ingin mengetahui seberapa jauh siswa MTs Ma'arif Pajaresuk menguasai materi geometri yang hasilnya nanti dapat kita jadikan rujukan untuk lebih meningkatkan tingkat berfikir siwa sehingga siap menerima tinggkatan berikutnya pada Geometri Van Hiele. Dari latar belakang tersebut peneliti mengambil judul " Tingkat berfikir siswa kelas VIII pada materi bangun segi empat berdasarkan tingkat berfikir geometri Van Hiele"

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode deskriptif. Menurut Nazir (1988; 63), metode deskriptif merupakan suatu metode dalam meneliti status sekelompok manusia, suatu objek, suatu set kondisi, suatu sistem pemikiran ataupun suatu kelas peristiwa pada masa sekarang. Adapun tujuan dari penelitain deskriptif ini adalah untuk membuat deskripsi, gambaran, atau lukisan secara sistematis, faktual, dan akurat mengenai fakta-fakta, sifat-sifat serta hubungan antar fenomena yang diselidiki.

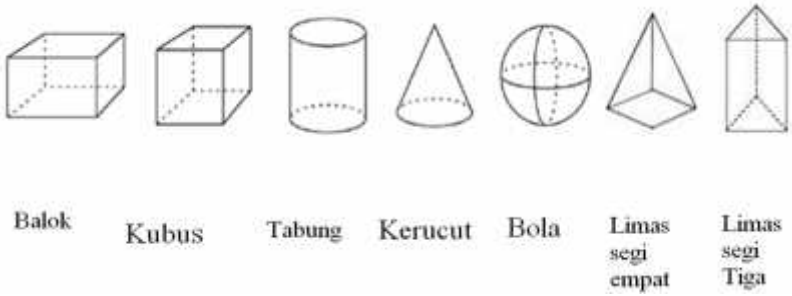
Subjek penelitian adalah sesuatu yang diteliti baik orang, benda, ataupun lembaga (organisasi) . Subjek penelitian pada dasarnya adalah yang akan dikenai kesimpulan hasil penelitian. Di dalam subjek penelitian inilah terdapat objek penelitian. Menurut suharsimi arikunto (1989) memberi batasan subjek penelitian sebagai benda, hal atau orang tempat data untuk variabel penelitian melekat, dan yang dipermasalahkan. Jadi Subjek dalam penelitian ini adalah siswa-siswi MTs Ma'arif pajaresuk, Yang berjumlah 63 siswa yang berasal dari 3 rombel kelas VIII dengan teknik pengambilan Sampel pada penilitian ini adalah teknik *Sampling Jenuh* yaitu teknik pengambilan sampel bila semua anggota populasi digunakan sebagai sampel (Sugiyono, 2011:68).

Penelitian ini mendeskripsikan tingkat berpikir geometri siswa SMP berdasarkan teori geometri Van Hiele. Penelitian ini merupakan proses yang dilakukan secara bertingkat, yakni dari perencanaan dan perancangan penelitian, menentukan fokus penelitian, waktu penelitian, pengumpulan data, analisis, dan penyajian hasil penelitian. Penulisan hasil penelitian ini dilakukan dengan mengelompokkan tingkat berpikir geometri siswa berdasarkan teori Gemetri van Hiele. Pendekatan dalam penelitian ini mengikuti langkah-langkah kerja penelitian kuantitatif yakni data berupa skor tes yang kemudian dianalisis untuk mengetahui tingkat berpikir geometri siswa yang di klasifikasikan kedalam 5 tingkat yaitu : Tingkat 1 (visualisasi), Tingkat 2 (analisis), Tingkat 3 (abstraksi), Tingkat 4 (deduksi) dan Tingkat 5 (rigor). Adapun penentuan tingkat berpikir siswa menggunakan instrumen *Van Hiele Geometry Test* (VHGT) oleh Usiskin (1982) dalam proyek CDSSAG. Instrumen ini terdiri dari 25 soal yang berupa pilihan ganda. Berikut klasifikasi tingkatan berpikir geometri :

a. Tingkat 1 (Pengenalan)

Dalam tingkat ini anak didik mulai belajar mengenal suatu bentuk geometri secara keseluruhan, namun belum mampu mengetahui adanya sifat-sifat dari bentuk geometri yang

dilihatnya itu. Sebagai contoh, jika pada seorang diperlihatkan sebuah kubus, ia belum mengetahui sifat-sifat atau keteraturan yang dimiliki oleh kubus tersebut, ia belum menyadari bahwa kubus mempunyai sisi yang merupakan persegi, bahwa sisinya ada 6 buah, rusuknya ada 12, dan lain-lain. Anak baru dapat membedakan bangun kubus dengan bangun yang bukan kubus, atau menentukan bangun-bangun yang merupakan bangun kubus. Kegiatan yang diberikan anak pada tahap ini misalnya mengamati model bangun-bangun ruang dan menyebutkan nama bangunnya disertai dengan gambar bangun ruang (gambar.1), kemudian mengamati dan menyebutkan bangun-bangun di sekitar anak yang sama dengan bangun ruang tertentu, membuat kelompok benda-benda sekitar siswa yang merupakan bangun ruang tertentu, dan kegiatan semacamnya. Demikian pula kegiatan yang diberikan pada anak dalam tahap pengenalan bangun datar, dimulai dengan mengamati dan menamai model bangun datar (Pitajeng, 2006).

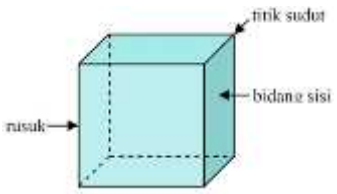


Gambar 1. model bangun datar

Dari uraian diatas peneliti menyimpulkan bahwa pada tingkat 1 siswa hanya mengenal bentuk-bentuk geometri secara keseluruhan. sehingga pada tingkat 1 ini siswa belum mampu mengetahui adanya sifat-sifat keteraturan dari bentuk geometri yang dilihatnya itu.

b. Tingkat 2 (Analisis)

Pada tingkat ini anak didik sudah mulai mengenal sifat-sifat yang dimiliki benda geometri yang diamati. Ia sudah mampu menyebutkan keteraturan yang terdapat pada benda geometri tersebut. Misalnya disaat ia mengamati kubus, ia telah mengetahui bahwa pada kubus terdapat 6 sisi berbentuk persegi yang sama, ada 12 rusuk yang sama panjang, ada 8 titik sudut, dan sebagainya

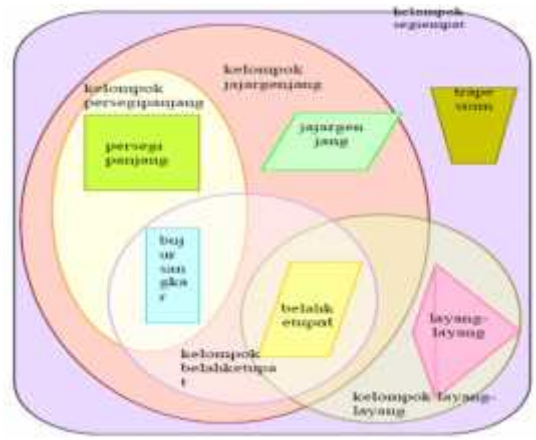


Gambar 2. Bagian-bagian kubus

Dalam tahap ini anak didik belum mampu mengetahui hubungan yang terkai antara suatu benda geometri dengan benda geometri lainnya. Misalnya, anak didik belum mengetahui bahwa kubus merupakan balok (yang istimewa), atau kubus merupakan paralel-epipedum (yang istimewa), dan sebagainya. Anak belum mengetahui bahwa persegi adalah persegi panjang, atau persegi adalah belah ketupat, dan sebagainya (Pitajeng, 2006). Dari uaraian diatas peneliti menyimpulkan bahwa pada tingkat 2 siswa sudah mulai mengenal sifat-sifat/keteraturan yang dimiliki benda geometri yang diamati

c. Tingkat 3 (Pengurutan)

Pada tingkat ini anak didik sudah mulai mampu melakukan penarikan kesimpulan, yang kita kenal dengan sebutan berpikir deduktif. Namun kemampuan ini belum berkembang secara penuh. Satu hal yang perlu diketahui adalah anak didik pada tahap ini sudah mampu mengurutkan. Misalnya, ia sudah mengenali bahwa persegi adalah jajargenjang, bahwa belahketupat adalah layang-layang. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat contoh pengelompokan bangun pada gambar 3

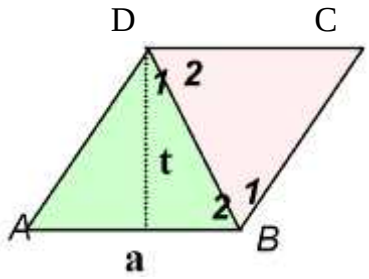


Gambar 3. Pengelompokan Bangun Segi Empat

Demikian pula dalam pengenalan bendabenda ruang, anak didik sudah memahami bahwa kubus adalah balok juga, dengan keistimewaannya, yaitu bahwa semua sisinya berbentuk persegi. Pola berpikir anak didik pada tahap ini masih belum mampu menerangkan mengapa diagonal suatu persegi panjang itu sama panjang. Anak didik mungkin belum memahami bahwa belah ketupat dapat dibentuk dari dua buah segitiga yang kongruen (Pitajeng, 2006). Dari uaraian diatas peneliti menyimpulkan bahwa pada tingkat 3 Siswa mulai berpikir tentang sifat-sifat objek geometri tanpa batasan dari objek-objek tertentu dan membuat hubungan di antara sifat-sifat tersebut.

d. Tingkat 4 (Deduksi)

Dalam tingkat ini anak didik sudah mampu menarik kesimpulan secara deduktif, yakni penarikan kesimpulan dari hal-hal yang bersifat umum menuju hal-hal yang bersifat khusus. Demikian pula ia telah mengerti betapa pentingnya peranan unsur-unsur yang tidak didefinisikan disamping unsur-unsur yang didefinisikan. Misalnya, anak didik sudah memahami perlunya aksioma, asumsi, definisi, teorema, bukti dan dalil. Selain itu, pada tahap ini anak didik sudah mulai mampu menggunakan aksioma atau postulat yang digunakan dalam pembuktian. Postulat dalam pembuktian segitiga yang sama dan sebangun, seperti sisi-sudut-sisi, sisi-sisi-sisi, atau sudut-sisi-sudut, dapat dipahaminya, namun belum mengerti mengapa postulat tersebut benar dan mengapa dapat dijadikan sebagai postulat dalam cara-cara pembuktian dua segitiga yang sama dan sebangun (kongruen). Misalnya untuk menemukan rumus luas segitiga yang diturunkan dari rumus luas jajargenjang berikut:

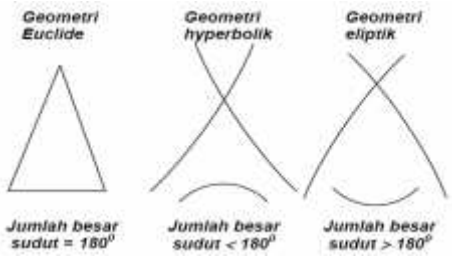


Gambar 4. menemukan rumus luas segitiga yang diturunkan dari rumus luas jajargenjang

Untuk mendapatkan rumus luas segitiga yang diturunkan dari rumus luas jajargenjang, yang kemudian harus dibuktikan lebih dulu bahwa Δ ABD □ Δ CDB. Karena B2 = D2 (sudut dalam berseberangan), dan sisi BD = sisi DB (konkruen), dan D1 = B1 (sudut dalam berseberangan), maka terbukti bahwa Δ ABD □ Δ CDB (sudut-sisi-sudut). Jadi luas Δ ABD = luas ΔCDB. Karena luas Δ ABD + luas Δ CDB = luas jajargenjang ABCD, sedangkan luas Δ ABD = luas Δ CDB, dapat dikatakan luas Δ ABD = ½ luas jajargenjang ABCD. Karena luas jajargenjang ABCD = a x t, maka luas Δ ABD = ½ a x t, atau luas Δ ABD = ½ alas x tinggi. Anak pada tahap ini sudah dapat membuktikan dan menunjukkan dasarnya, misalnya sudut berseberangan sama besar, tetapi belum mengerti mengapa demikian. Dari uaraian diatas peneliti menyimpulkan bahwa pada tingkat deduksi dimana siswa sudah mampu menarik kesimpulan secara deduktif, yakni berpikir berdasarkan aturan-aturan yang berlaku dalam matematika.

e. Tingkat 5 (Ketepatan)

Dalam tingkat ini anak didik sudah mulai menyadari betapa pentingnya ketepatan dari prinsip-prinsip dasar yang melandasi suatu pembuktian. Misalnya, ia mengetahui pentingnya aksiomaaksioma atau postulat-postulat dari geometri Euclid. Ia mengetahui bahwa dengan dasar aksioma yang berbeda maka pernyataan benar untuk suatu hal yang sama akan berbeda pula. Misalnya ia mengetahui mengapa dan aksioma mana yang melandasi sehingga di dalam geometri Euclid dinyatakan bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga sama dengan 180^0; mengapa dan aksioma mana yang melandasi sehingga di dalam geometri hyperbolik dinyatakan bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga kurang dari dua sudut siku-siku (180^0); mengapa dan aksioma mana yang melandasi sehingga di dalam geometri eliptik dinyatakan bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga lebih dari 180^0



Gambar 5 Perbedaan jumlah besar sudut-sudut segitiga karena perbedaan aksioma yang melandasi

Tahap akurasi merupakan tahap berpikir yang tinggi, rumit dan kompleks. Oleh karena itu tidak mengherankan jika ada anak yang masih belum sampai pada tahap ini, meskipun sudah duduk di bangku sekolah lanjutan atas atau di perguruan tinggi (Pitajeng, 2006). Dari uaraian diatas peneliti menyimpulkan bahwa pada tingkat deduksi dimana Siswa pada tingkat ini telah memahami betapa pentingnya ketepatan prinsip-prinsip dasar yang melandasi suatu pembuktian

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan analisis data hasil penelitian didapat bahwa pada tingkat pertama ini sebesar 14,29% berada pada tingkat 1, dengan demikian bahwa siswa sudah mampu mengenal bentuk geometri secara keseluruhan. Pada tingkat 2 anak didik sudah mulai mengenal sifat-sifat yang dimiliki benda geometri yang diamati. Ia sudah mampu menyebutkan keteraturan yang terdapat pada benda geometri tersebut. Misalnya disaat ia mengamati kubus, ia telah mengetahui bahwa pada kubus terdapat 6 sisi berbentuk persegi yang sama, ada 12 rusuk

yang sama panjang, ada 8 titik sudut dan sebagainya, dari hasil penelitian didapat bahwa sebesar 6,35% yaitu hanya 4 siswa dari 63 siswa berada pada tingkat ini, hal ini menunjukan pada tingkat 2 siswa belum menunjukan respon yang baik.

Pada tingkat 3 anak didik sudah mulai mampu melakukan penarikan kesimpulan, yang kita kenal dengan sebutan berpikir deduktif. Namun kemampuan ini belum berkembang secara penuh. Satu hal yang perlu diketahui adalah anak didik pada tingkat ini sudah mampu mengurutkan. Misalnya, ia sudah mengenali bahwa persegi adalah jajargenjang, bahwa belahketupat adalah layang-layang dan sebagainya, dari hasil penelitan yang terdapat pada tabel diatas sebesar 14,29% berada pada tingkat 3 hal ini bahwa siswa telah memahami hubungan dan urutan antar bangun geometri.

Meskipun dari hasil penelitian ada yang telah mencapai tingkat 1,2 dan 3 tetapi masih banyak siswa yang berada dibawah tingkat 1 dan tidak sesuai dengan teori berpikir Geometri van Hiele. Terlihat pada Tabel 9 bahwa Sebesar 26,97% tidak sesuai pada teori geometri van hiele diantaranya siswa menjawab benar lulus pada subtes 2 sebesar 6,35%, subtes 3 sebesar 9,52%, subtes 3 dan 4 sebesar 1,59%, subtes 1 dan 4 sebesar 3,17%, subtes 2 dan 3 sebesar 3,17 dan yang terakhir pada subtes 1 dan 3 sebesar 3,17%

Kemudia sebesar 38,10% siswa masih berada dibawah tingkat 1 dan Ini menunjukkan bahwa siswa kelas VIII masih banyak yang Belum mengenal bentuk-bentuk geometri secara keseluruhan dan menganalisis sifat-sifat pada bangun tersebut. Kenyataan dari hasil penelitian ini bahwa selain siswa MTs Ma'arif pajaresuk ada yang mampu mencapai tingkat 1,2 dan 3 tetapi masih banyak siswa yang belum mencapai tingkat 3 ,sesuai dengan pendapat van de Wall (2006) bahwa siswa SMP diharapkan berada pada tahap 3 berpikir van Hiele. Siswa akan mengalami kesulitan pada pembelajaran geometri di SMA jika minimal tidak berada pada tingkat 3 sebelum memasuki SMA.

Siswa dikatakan mencapai tingkat 3 van Hiele jika mampu melihat hubungan antara satu bangun dengan bangun yang lain. Ini terjadi dengan melihat kesamaan sifat-sifat dari bangun tersebut. Siswa pada tingkat 2 memahami dengan baik sifat-sifat bangun, tetapi walaupun mengetahui adanya sifat-sifat yang sama, siswa tidak mencoba untuk menghubungkan bangun-bangun tersebut.

Konsep-konsep geometri yang dimiliki siswa juga lemah. Siswa menganggap dua garis tegak lurus jika dua garis tersebut membentuk siku-siku dengan posisi garis vertikal dan horizontal saja, tetapi jika dua garis itu diubah orientasinya walaupun tetap membentuk sudut siku-siku maka akan dianggap tidak tegak lurus. Hal ini dikarenakan siswa mengenal konsep geometri lebih bergantung dari gambar. Walaupun konsep telah diberikan, akan berbahaya jika dalam menggambarkannya tanpa diberikan variasi (berbagai orientasi). Gambar bangun yang ada di papan tulis memiliki sudut pandang yang terbatas sehingga gambar tersebut tertanam sebagai konsep. Hal ini juga terlihat dengan adanya siswa yang tidak mengenali persegi panjang dan jajargenjang saat diubah orientasinya pada soal VHGT. Van Hiele menyatakan bahwa pengalaman geometri yang terjadi merupakan faktor utama yang menentukan tingkat berpikir siswa. Siswa seharusnya membangun konsep-konsep geometri ini secara wajar tanpa dipaksakan atau diberikan secara instan dari luar. Guru memegang peranan penting untuk mewujudkan hal tersebut. Fasilitas dan dukungan guru diperlukan, terutama untuk memberi bimbingan mengenai pengharapan dalam pembelajaran.

Berdasarkan hal tersebut, maka perlu menjadi perhatian bagi guru untuk memberikan pengalaman belajar geometri yang sesuai dengan tingkat berpikir siswa. Siswa SMP yang berada pada tingkat 2, akan mengalami kesulitan jika diberikan pembelajaran dengan tingkat 3 dan seterusnya. Hal ini dikarenakan setiap tingkat van Hiele memiliki bahasanya sendiri, sehingga dua individu yang berada pada tingkat yang berbeda akan tidak saling mengerti dan yang satu akan kesulitan mengikuti yang lain. Siswa yang harus berpikir pada objek-objek pada tingkatan di atasnya, mungkin terpaksa belajar di luar kepala dan hanya bersifat sementara dan dangkal. Mustangin (2011) dalam penelitiannya menunjukkan bahwa siswa yang diberikan pembelajaran geometri yang sesuai dengan tingkat berpikir van Hiele dan menggunakan fase pembelajaran van Hiele memperoleh nilai rata-rata yang semakin baik dan lebih aktif dalam pembelajarannya.

Melihat hasil penelitian bahwa siswa yang berada pada tingkat 1,2 dan 3 juga perlu menjadi perhatian. Selain perlunya pembelajaran yang sesuai dengan tingkat berpikir siswa, maka pembelajaran yang terjadi seharusnya juga dapat meningkatkan tingkat berpikir siswa ke tingkat selanjutnya. Hal ini diperlukan, karena sebelum memasuki SMA minimal siswa telah berada pada tingkat 3 agar bisa mengikuti pembelajaran geometri di SMA dengan baik. Pembelajaran yang memberikan kesempatan siswa menelusuri, berdiskusi dan berinteraksi dengan materi pada tingkatan selanjutnya sambil meningkatkan pengalaman mereka pada

tingkat saat ini memiliki kesempatan terbaik dalam mengembangkan tingkat pemikiran bagi siswa.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dapat di simpulkan bahwa tingkat berfikir siswa kelas VIII di MTs Ma'arif Pajaresuk tahun pelajaran 2015-2016 pada materi bangun segi empat berdasarkan tingkat berfikir geometri Van Hiele, yang memenuhi tingkat berfikir geometri Van Hiele yaitu 34,93% yang terdiri dari tingkat 1 sebanyak 14,29%, tingkat 2 sebanyak 6,35%, dan tingkat 3 sebanyak 14,29%, dan yang tidak memenuhi tingkat berfikir geometri Van Hiele yaitu yang tidak dapat melewati tingkat dasar geometri Van Hiele sebanyak 38,10% dan yang menjawab tidak runtut atau tidak sesuai dengan teori geometri Van Hiele sebanyak 26,97% ,dan pada tingkat 4 dan 5 sebanyak 0% karena tidak ada satupun siswa yang menjawab pada tingkat 4 dan 5 tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir, (2010). *Pembelajaran Geometri sesuai Teori Van Hiele.* El-Hikmah Jurnal Kependidikan dan Keagamaan, Vol. VII Nomor 2, Januari 2010, ISSN 1693-1499. Fakultas Tarbiyah UIN Maliki Malang (Online). Tersedia: http://abdussakir.wordpress.com/ diakses (27/12/2012)

Arikunto, Suharsimi. (1989). Prosedur Penelitian Suatu Praktek. Surabaya: Bina Aksara.

Hudoyo, H., (1990). *Matematika dan Pelaksanaannya di Depan Kelas*. Jakarta : DepDikbud

Muhammad Nazir, (1988), Metode Penelitian, Ghalia Indonesia, Jakarta

Nor Khoiriyah dkk (2013) Analisis Tingkat Berpikir Siswa Berdasarkan Teori Van Hiele pada Materi Dimensi Tiga Ditinjau Dari Gaya Kognitif Field Dependent Dan Field Independent Vol.1 No.1 Maret 2013 (online) https://core.ac.uk/download/pdf/12347886.pdf diakses januari 2015

Pitajeng. (2006). *Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan*: Bab II. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

Sugiyono. (2011). *Statistika Untuk Penelitian*. Bandung:Alfabeta

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry.* (Final report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project.) Chicago: University of Chicago. (ERIC Document Reproduction Service No. ED220288)

Van De Walle, A. J. (2006). *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah Jilid 2*. Bandung: Erlangga.

PENDEKATAN MATEMATIK KEBUTUHAN TORSI PEMOTONGAN PADA PISAU PEMOTONG RUMPUT TIPE ROTARI

Siti Suharyatun

Fakultas Pertanian Universitas Lampung

ABSTRACT

Rotary mower is used for cutting grass as a part of landscape maintenance. Cutting torque and cutting result are two important factors that have to be considered in designing the rotary-type mower blades. The objective of this research is to develop a mathematical model for calculating the cutting torque of rotary-type mower and validate it by conducting cutting tests. A mathematical model for predicting cutting torque was developed by kinematical analysis of cutting mechanism. The model showed that the cutting torque of rotary-type mower continuously changed and was influenced by cutting radius (R), forward velocity (v), rotational speed of blade (n), blades number (k), rake angle (λ), grass diameter ($d_{r,}$), grass spacing (j), and specific cutting force (p). The model gave a good representation of the cutting torque measured experimentally.

Key words: rotary mower, free cutting, grass, cutting torque.

PENDAHULUAN

Mesin pemotong rumput tipe rotari (*rotary mower*) merupakan salah satu alat pemeliharaan lanskap yang banyak digunakan. Hal disebabkan hasil pemotongan mesin pemotong rumput tipe rotari dapat diterima pada hampir semua jenis kondisi areal potong, toleransi pada unit pemotongnya tidak terlalu kritis seperti pada tipe *reel*, sehingga dapat diperlakukan sedikit lebih kasar dan masih mampu mempertahankan hasil potongnya. Mesin pemotong ini cocok digunakan untuk lahan yang miring dan datar, serta kurang memerlukan kerapian yang sangat tinggi.

Sampai saat ini sebagian besar mesin pemotong rumput tipe rotari yang digunakan, terutama di lapangan golf adalah mesin-mesin impor. Dengan semakin meluasnya penggunaan mesin pemotong rumput ini, akan sangat menguntungkan jika mesin ini dapat diproduksi sendiri di dalam negeri. Oleh karena itu penelitian yang mengarah pada kemungkinan menghasilkan produk ini merupakan satu hal yang penting.

Kemampuan memproduksi suatu alat ditentukan oleh banyak hal, termasuk ketepatan dalam pengambilan keputusan pada proses perancangan. Semakin lengkap informasi yang mendukung pengambilan keputusan pada tahap perancangan, akan memberikan kemungkinan bahwa keputusan-keputusan yang diambil cukup layak. Proses seperti ini dapat memberikan harapan memperoleh peralatan hasil rancangan sebaik mungkin.

Kebutuhan torsi pemotongan merupakan salah satu informasi penting dalam merancang mesin pemotong rumput tipe rotari yang efisien. Hasil penelitian Dogherty dan Gale (1990), Setiadi (2000) menunjukkan bahwa pada pemotongan rumput dengan pisau pemotong tipe rotari, gaya dan torsi pemotongan dipengaruhi oleh kecepatan putar pisau, kecepatan maju pemotongan, jari-jari pemotongan, jumlah dan sudut pemasangan pisau. Hasil penelitian tersebut menunjukkan keterkaitan antara kecepatan putar pisau, jumlah pisau dan sudut pemasangan pisau dengan torsi pemotongan, tetapi tidak dapat memprediksi besarnya torsi pemotongan pada nilai-nilai parameter yang berbeda. Untuk dapat memprediksi torsi pemotongan tersebut, perlu dilakukan analisis torsi pemotongan yang didasarkan pada pendekatan teoritis mekanisme pemotongannya.

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model matematika untuk menghitung torsi pemotongan rumput dengan menggunakan pisau pemotong tipe rotari melalui analisis kinematika pemotongannya. Selanjutnya model tersebut divalidasi dengan torsi pemotongan hasil pengukuran langsung. Berbeda dengan penelitian Dogherty dan Gale yang pemotongan dilakukan pada satu batang dan sekelompok batang rumput, dalam penelitian ini pemotongan dilakukan pada hamparan rumput (*turf*).

METODE PENELITIAN

Pendekatan Kebutuhan Torsi Pemotongan

Dalam analisis ini digunakan beberapa asumsi: (1) kecepatan putar pisau pemotong konstan, (2) kecepatan maju pemotongan konstan, (3) jarak antar rumput seragam, (4) diameter batang, kadar air dan tinggi rumput seragam, dan (5) tidak ada defleksi batang rumput pada saat pemotongan.

Torsi pemotongan rumput didekati dengan persamaan umum torsi dan persamaan umum pemotongan seperti pada persamaan (1) dan (2)

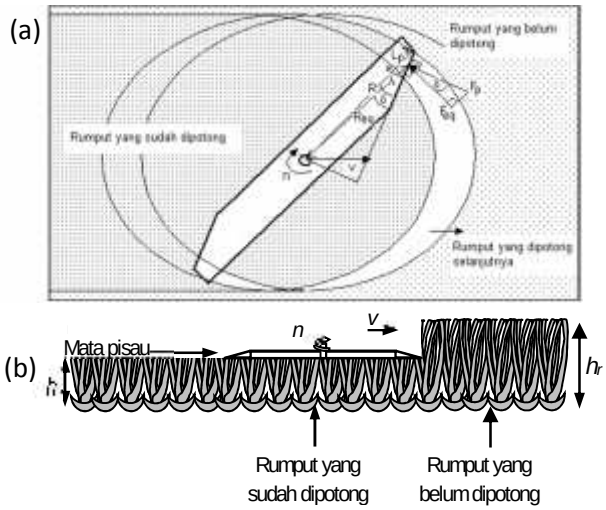
$$T = F_p R_{eq} \tag{1}$$

$$F_p = N\cos(\mathtt{a}) + T\sin(\mathtt{a}) \tag{2}$$

di mana :

T_p = torsi pemotongan (Nm)
F_p = gaya pemotongan (N)
R_{eq} = jarak titik kerja F_p ke pusat putaran (m)

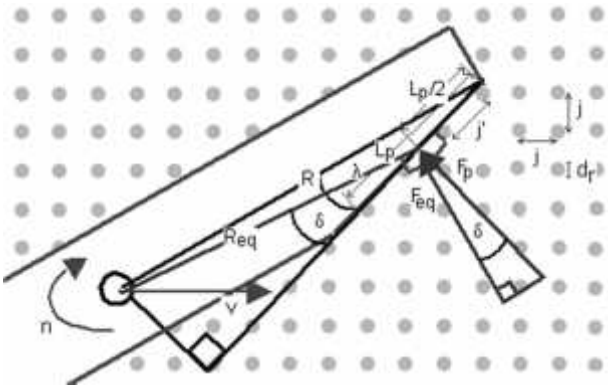
Secara umum mekanisme pemotongan rumput dengan menggunakan pisau rotari seperti terlihat pada Gambar 1. Pada Gambar 1, besarnya gaya pemotongan yang tegak lurus jari-jari torsi adalah:



F_p = gaya pemotongan, ª = sudut pemasangan pisau, L_p = panjang mata pisau yang memotong, R = jari-jari pemotongan, h_r = tinggi rumput sebelum pemotongan, R_{eq} = jarak titik kerja F_p ke pusat putaran, h = tinggi pemotongan, F_{eq} = gaya pemotongan ⊥ R_{eq}, n = kecepatan putar pemotongan, ¢ = sudut antara R_{eq} dengan mata pisau, v = kecepatan maju pemotongan

Gambar 1. Mekanisme pemotongan rumput dengan pisau rotari:
(a) tampak atas, (b) tampak samping.

Dalam analisis ini pemotongan dilakukan pada hamparan rumput (*turf*), yang diasumsikan tersusun seperti pada gambar 2.



j = jarak antarrumput, j' = jarak antarrumput yang terpotong (j' ù j), d_r = diameter rumput,

Gambar 2. Asumsi mekanisme pemotongan rumput dengan pisau pemotong tipe rotari

Pada gambar 10 besarnya sudut ¢ dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (3). Berdasarkan persamaan (3) dapat ditentukan gaya pemotongan yang tegak lurus jari-jari torsi (persamaan 4).

$$¢ = \tan^{-1}\left(\frac{R\sin a}{R\cos a - \frac{L_p}{2}}\right) \tag{3}$$

$$F_{eq} = pL_{eff}\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{R\sin a}{R\cos a - \frac{L_p}{2}}\right)\right) \tag{4}$$

$$L_{eff} = \frac{L_p}{j}d_r \tag{5}$$

di mana :

F_{eq} = gaya pemotongan yang ⊥ jari-jari torsi
p = gaya spesifik pemotongan rumput
L_{eff}= panjang efektif pemotongan (m)
a = sudut pemasangan pisau (rad)
L_p = panjang pisau yang memotong (m)
d_r = diameter rumput (m)
j = jarak antar rumput (m)

Pada persamaan (5), L_p didekati dengan pola lintasan pemotongannya. Persamaan umum lintasan pemotongan pisau pemotong rumput tipe rotari adalah:

$$x = vt + R\sin(\mu t) \tag{6}$$

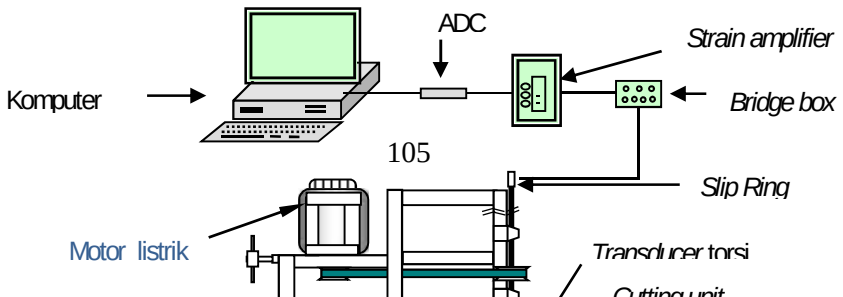
$$y = R\cos(\mu t) \tag{7}$$

di mana:
v = kecepatan maju alat (m/s)
t = waktu tempuh (s)
n = kecepatan putar pisau (radian/s)
R = jarak titik ke pusat putaran (m)

Sistem Pengukuran dan Perekaman Data

Untuk validasi, torsi pemotongan hasil simulasi dibandingkan dengan hasil pengukuran langsung. Pengukuran torsi pemotongan menggunakan instrumen yang dibuat khusus untuk mengukur kebutuhan torsi pemotongan rumput berupa aparatus uji pemotongan rumput (*turf bin test apparatus*) (Gambar 3).

Rumput yang digunakan adalah rumput *Cynodon dactylon* varietas *tifway* yang ditanam pada kotak berukuran 1400 mm x 600 mm x 100 mm.

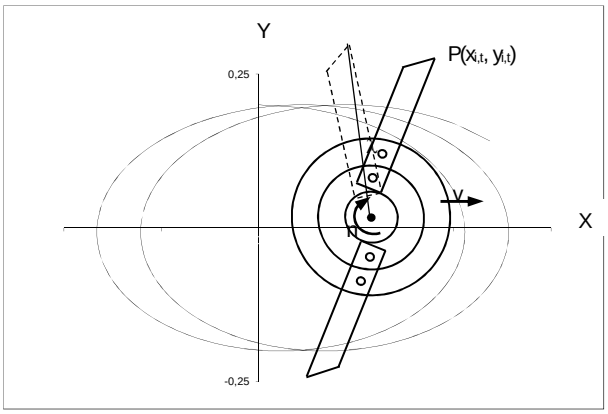


Gambar 3. Turf bin test apparatus

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pola Lintasan Pemotongan

Dari persamaan (6) dan (7) dikembangkan persamaan koordinat lintasan pemotongan pisau ke-i (i = 1 sampai k) (persamaan (8) dan (9)) Lintasan pemotongan dapat dilihat pada Gambar 4.



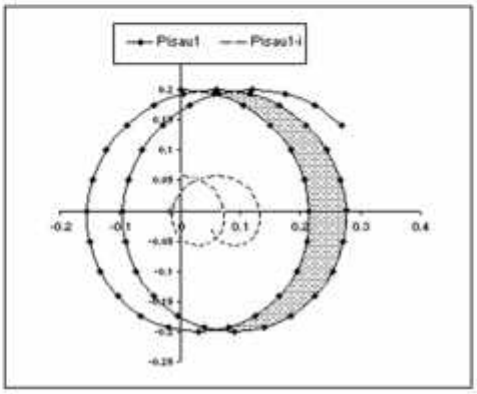
Gambar 4. Lintasan pemotongan pisau pemotong rumput tipe rotari.

$$x_i = vt + R\sin\left(\left(\frac{2®n}{60}t\right) - \frac{(i-1)2®}{k} - \left(\sin^{-1}\left(\frac{R}{R_i}\sin a\right) - a\right)\right) \quad (8)$$

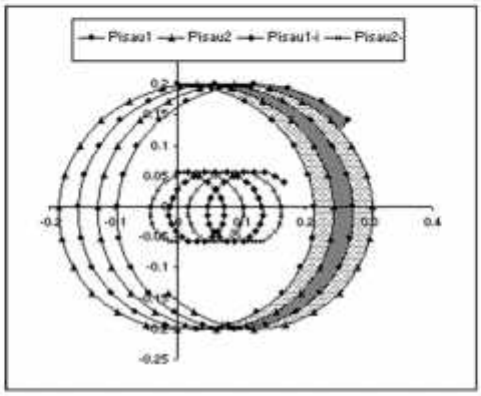
$$y_i = R\cos\left(\left(\frac{2®nt}{60}\right) - \frac{(i-1)2®}{k} - \left(\sin^{-1}\left(\frac{R}{R_i}\sin a\right) - a\right)\right) \quad (9)$$

Contoh hasil simulasi pola lintasan pemotongan seperti terlihat pada Gambar 5 dan 6. Hasil simulasi menunjukkan bahwa semakin banyak jumlah pisau, semakin kecil jarak

lintasannya. Semakin besar *n*, semakin kecil jarak lintasan pemotongannya, sebaliknya semakin besar *v* semakin besar jarak lintasannya. Jarak lintasan pemotongan ini akan menentukan panjang mata pisau yang memotong.



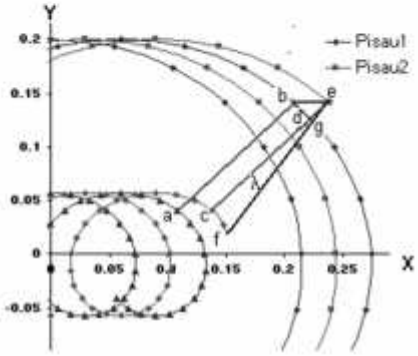
Gambar 5. Contoh pola pemotongan 1 pisau, *R*=0.2 m, *n*=500 rpm,*v*=0.5 m/s



Gambar 6. Contoh pola pemotongan 2 pisau, *R*=0.2 m, *n*=500 rpm, *v*=0.5 m/s

Panjang Mata Pisau yang Memotong

Berdasarkan pola lintasan pemotongannya, ditentukan panjang mata pisau yang memotong setiap saat, seperti terlihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Pendekatan panjang mata pisau yang memotong pada saat *t*.

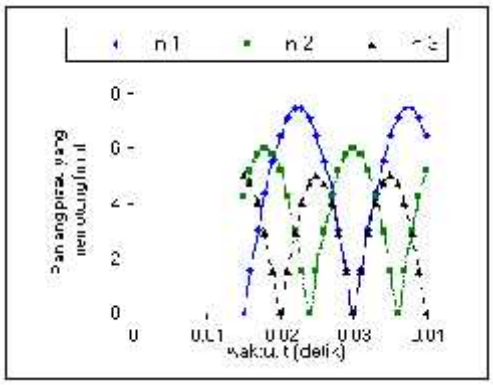
Dari analisis diperoleh persamaan panjang pisau ke i (*i*=1 sampai *k*) yang memotong setiap saat (eg atau $L_{p(i,t)}$) :

$$L_{p(i,t)} = \frac{60v}{nk\cos\lambda}\cos\left(\left(\frac{2\pi nt}{60}\right)-\left(\frac{(i-1)2\pi}{k}\right)-\frac{\pi}{2}-\left(\sin^{-1}\left(\frac{R}{R_i}\sin\lambda\right)-\lambda\right)\right) \quad (10)$$

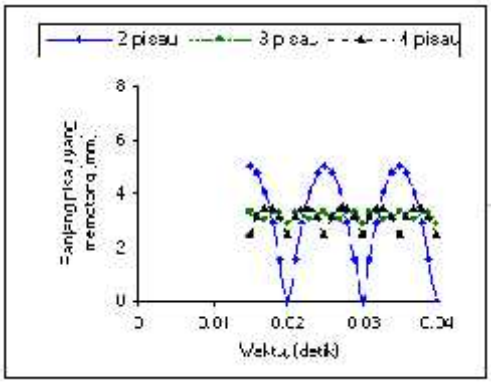
Panjang keseluruhan pisau yang memotong pada saat t adalah:

$$L_{p(t)} = \sum_{i=1}^{k} L_{p(i,t)} \qquad \text{untuk } L_{pi,t} > 0 \tag{11}$$

Contoh hasil simulasi panjang mata pisau yang memotong setiap saat dapat dilihat pada Gambar 8 dan 9. Hasil simulasi menunjukkan bahwa pada *v*, dan *k* yang sama, semakin besar *n* maka panjang pisau yang memotong sesaat semakin kecil. Pada *n*, *v* dan *R* yang sama, pola perubahan panjang mata pisau yang memotong setiap saat tidak sama untuk *k* yang berbeda. Hal ini disebabkan semakin banyak jumlah mata pisau yang digunakan, semakin kecil selang waktu pemotongan pisau satu dengan pisau selanjutnya, sehingga jarak pemotongan satu dengan pemotongan selanjutnya akan semakin kecil.



Gambar 8. Contoh grafik panjang mata pisau yang memotong dengan 2 pisau, *v*=0.5m/s, *R*=0.2m pada *n1*=2000 rpm, *n2*=2500rpm, *n3*=3000 rpm.



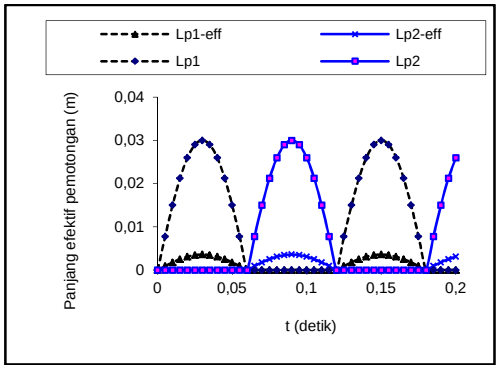
Gambar 9. Contoh grafik panjang mata pisau yang memotong dengan *n*=3000 rpm, *v*=0.5 m/s, *R*=0.2 m menggunakan 2, 3, dan 4 pisau.

Panjang Efektif Pemotongan

Berdasarkan panjang mata pisau yang memotong, dapat ditentukan panjang efektif pemotongan ($L_{eff(i,t)}$) seperti terlihat pada persamaan (12).

$$L_{eff\,(i,t)} = \frac{60vd_r}{nkj\cos\alpha}\cos\left(\frac{\omega nt}{30} - \frac{(i-1)2\pi}{k} - \frac{\pi}{2} - \left(\sin^{-1}\left(\frac{R}{R_i}\sin\alpha\right) - \alpha\right)\right) \tag{12}$$

Dalam analisis ini diameter rumput (d_r) dan jarak antarrumput (j) rata-rata untuk rumput *Cynodon dactylon* varietas *tifway* yang digunakan adalah: d_r = 0.6 mm dan j = 5 mm. Contoh hasil perhitungan panjang efektif pemotongan seperti pada Gambar 10.



Gambar 10. Contoh hasil perhitungan panjang efektif pemotongan 2 pisau pada *R*=0.2m, *v*=0.5 m/detik, *n*=500 rpm, ª=0, *j*=5 mm, d_r= 0.6 mm.

Torsi Pemotongan

Dari hasil analisis diperoleh persamaan umum torsi pemotongan rumput dengan pisau pemotong tipe rotari seperti pada persamaan 13 dan 14.

$$T_{p(i,t)} = R_{eq}\, p L_{eff\,(i,t)} \tag{13}$$

$$T_{p(t)} = \sum_{i=1}^{k} T_{(i,t)} \tag{14}$$

di mana: $$R_{eq} = \frac{R\cos^{a} - \frac{L_p}{2}}{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{R\sin^{a}}{R\cos^{a} - \frac{L_p}{2}}\right)\right)}$$

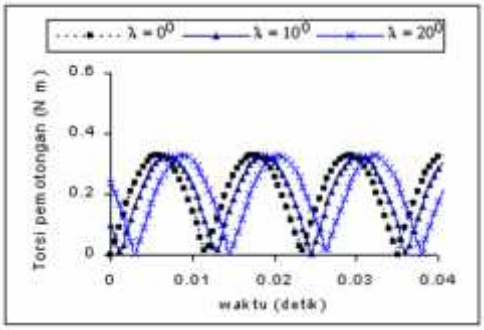
Dengan memasukkan nilai-nilai parameternya, dapat disimulasikan torsi pemotongan rumput dengan menggunakan pisau pemotong tipe rotari. Gaya spesifik pemotongan (*p*) yang digunakan untuk simulasi adalah gaya spesifik pemotongan rumput hasil penelitian Dogherty dan Gale (1990) diekuivalenkan dengan diameter rata-rata rumput yang digunakan untuk pengujian, *p = 4.023* N/mm.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa torsi pemotongan rumput ($T_{p(i,t)}$) dengan menggunakan pisau rotari merupakan fungsi waktu. Perubahan ini terjadi karena $L_{eff(i,t)}$ dan R_{eq} setiap saat berubah. Perubahan $T_{(i,t)}$ dipengaruhi oleh *v*, *n*, jumlah pisau *k*, dan λ. Torsi pemotongan juga dipengaruhi oleh sifat fisik rumput, yaitu ketahanan rumput terhadap gaya pemotongan, diameter rumput dan kerapatan rumput. Ketahanan rumput terhadap pemotongan menentukan besarnya gaya minimal yang dibutuhan untuk memotong rumput (*p*), sedangkan diameter dan kerapatan rumput berpengaruh terhadap $L_{eff(i,t)}$.

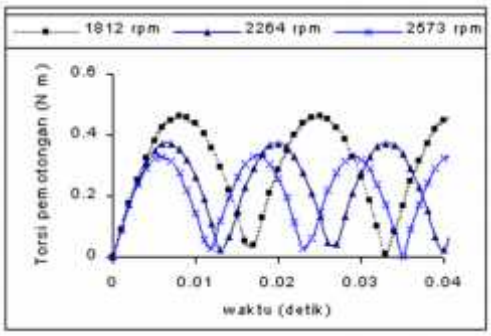
Hasil simulasi menunjukkan bahwa pada *v*, *n* dan *k* yang sama, $T_{p(i,t)}$ menurun dengan meningkatnya ª. Pada *v*, *k* dan ª yang sama, meningkatnya *n* berpengaruh menurunkan $T_{p(i,t)}$. Hal ini disebabkan semakin tinggi *n*, semakin kecil $L_{p(i,t)}$ semakin kecil pula $L_{eff(i,t)}$ dan R_{eq} sehingga $T_{p(i,t)}$ semakin kecil.

Jumlah pisau yang berbeda akan memberikan pengaruh yang berbeda terhadap fluktuasi torsi pemotongan karena jumlah pisau yang memotong sesaat dan jarak lintasan pemotongan akan berbeda.

Contoh hasil simulasi torsi pemotongan rumput dengan pisau pemotong rumput tipe rotari dapat dilihat pada Gambar 11 dan 12.



Gambar 11. Contoh grafik torsi pemotongan pemotongan pada *k*=2, *v*= 0.5 m/s, *R*=0.12 m, *n*=1812 rpm



Gambar 12. Contoh grafik torsi pemotongan pada *k*=2, ª=0°, *v*=0.5m/s, *R*=0.12 m

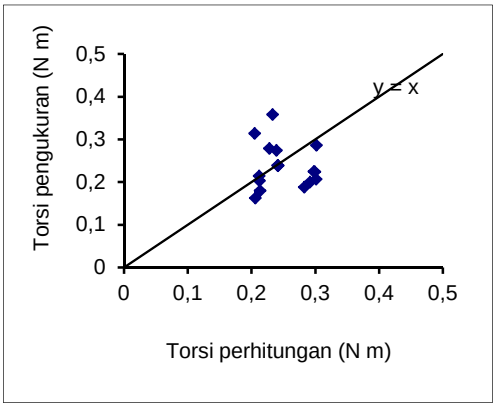
.

Torsi Pemotongan Rumput Hasil Pengukuran

Untuk validasi model matematik yang diperoleh dari analisis, data torsi pemotongan hasil simulasi dibandingkan dengan torsi pemotongan hasil pengukuran.

Perbandingan torsi pemotongan hasil simulasi dengan hasil pengukuran dapat dilihat pada Gambar 13. Pada Gambar 13 terlihat bahwa sebagian besar plot data mengumpul di sekitar garis y=x, dengan rata-rata penyimpangan hasil simulasi terhadap hasil pengukuran sebesar 21.77%.

Dengan melihat perbandingan torsi pemotongan hasil simulasi dan hasil pengukuran langsung, dapat dikatakan bahwa model matematika torsi pemotongan rumput dengan menggunakan pisau pemotong rumput tipe rotari dapat digunakan untuk memprediksi torsi pemotongan rumput berdasarkan parameter-parameter jari-jari pemotongan (*R*), kecepatan maju pemotongan (*v*), kecepatan putar pemotongan (*n*), jumlah pisau (*k*), sudut pemasangan pisau (ª), diameter rumput (d_r), jarak antar rumput (*j*) dan gaya spesifik pemotongan rumput (*p*).



Gambar 13. Plot data torsi hasil simulasi dan hasil pengukuran.

KESIMPULAN

1. Torsi pemotongan merupakan fungsi waktu yang besarnya dipengaruhi oleh jari-jari pemotongan (R), kecepatan maju pemotongan (v), kecepatan putar pemotongan (n), jumlah pisau (k), sudut pemasangan pisau (α), diameter rumput (d_r), jarak antar rumput (j) dan gaya spesifik pemotongan rumput (p).
2. Model matematika torsi pemotongan hasil analisis adalah:

$$T_{p(i,t)} = \left(R\cos\alpha - \frac{30v}{nk\cos\alpha}\cos\left(\frac{\pi nt}{30} - \frac{(i-1)2\pi}{k} - \frac{\pi}{2} - \left(\sin^{-1}\left(\frac{R}{R_i}\sin\alpha \right) - \alpha \right) \right) \right)$$
$$\times\, p\,\frac{60vd_r}{nkj\cos\alpha}\cos\left(\frac{\pi nt}{30} - \frac{(i-1)2\pi}{k} - \frac{\pi}{2} - \left(\sin^{-1}\left(\frac{R}{R_i}\sin\alpha \right) - \alpha \right) \right)$$

3. Hasil validasi menunjukkan bahwa model matematika yang diperoleh dari analisis dapat digunakan untuk memprediksi torsi pemotongan rumput dengan menggunakan pisau pemotong tipe rotari.

SARAN

1. Untuk penelitian lebih lanjut disarankan agar pengukuran torsi pemotongan dilakukan dengan frekuensi sampling lebih tinggi agar dapat diperoleh gambaran perubahan torsi pemotongan setiap saat.
2. Pada penelitan ini digunakan rpm pada saat penyetelan alat, untuk penelitian selanjutnya disarankan menggunakan rpm aktual pada saat pemotongan.

3. Penelitian dapat dilanjutkan dengan memasukkan parameter-parameter yang belum tercakup dalam penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

Beard, JB., 1973, Turfgrass: Science and Culture. New York: Prentice Hall, Inc.

Mabie, HH. and Ocvirk, FW. 1978. Mechanisme and Dynamics of Machinery. New York :John Willey and sons.

O'Dogherty, M.J. and Gale, GE. 1991. Laboratory Studies of the Dynamic behavior of Grass, Straw and polystyrene Tube during High-speed Cutting. Journal of Agriculture Engineering Research 49:33-55.

O'Dogherty, M.J. and Gale, G.E. 1991. Laboratory Studies of the Effect of Blade Parameters and Stem Configuration on the Dynamics of Cutting Grass. Journal of Agriculture Engineering Research 49:99-111.

Setiadi Novi. 2000. Pengaruh sudut pemotongan pisau terhadap kebutuhan torsi pemotong rumput tipe slasher [Skripsi]. Bogor: Institut Pertanian Bogor, Fakultas Teknologi Pertanian.

Sitkei Gyorgy. 1986. Mechanics Agricultural Materials. Budapest: Academiai Kiado.

Srivastava, AK., Goering, AE., Rohrbach, RP. 1994. Engineering Principles of Agricultural Machines. Michigan: ASAE.

GRAF AMALGAMASI POHON BERBILANGAN KROMATIK LOKASI TIGA

Asmiati

Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Lampung
email: asmiati308@yahoo.com

ABSTRAK

Bilangan kromatik lokasi graf merupakan pengembangan dari konsep dimensi partisi graf dan pewarnaan graf. Belum adanya teorema untuk menentukan bilangan kromatik lokasi untuk sebarang graf menjadikan permasalahan ini menjadi menarik, terutama pada graf pohon. Karakterisasi graf pohon untuk beberapa bilangan kromatik lokasi tertentu sudah diperoleh. Pada paper ini akan didiskusikan beberapa graf amalgamasi pohon berbilangan kromatik lokasi tiga.

Kata kunci: Bilangan kromatik lokasi graf, pewarnaan graf, graf amalgamasi pohon.

1. PENDAHULUAN

Penentuan bilangan kromatik lokasi dari suatu graf secara umum merupakan persoalan *NP-hard* (Chartrand dkk. (2002)). Karenanya, kajian penentuan bilangan kromatik lokasi graf dilakukan dengan membatasi untuk kelas-kelas graf tertentu atau dengan membatasi untuk bilangan kromatik lokasi tertentu. Hasil yang didapat antara lain pada graf lintasan, lingkaran, dan graf bintang ganda. Chartrand dkk. (2003) telah berhasil mengkonstruksi graf pohon berorder $n \geq 5$ dengan bilangan kromatik lokasinya bervariasi mulai dari 3 sampai dengan n, kecuali n-1. Kemudian Behtoei dan Omoomi (2011), telah mendapatkan bilangan kromatik lokasi dari graf Kneser.

Selanjutnya, Asmiati dkk. (2011) telah berhasil menentukan bilangan kromatik lokasi untuk kelas graf pohon, khususnya graf amalgamasi bintang dan sifat kemonotonannya. Secara umum, Asmiati (2014) telah berhasi menentukan bilangan kromatik lokasi dari graf amalgamsi bintang tak homogen. Asmiati dkk. (2012) juga telah menentukan bilangan kromatik lokasi untuk graf kembang api. Selanjutnya, Asmiati (2016) juga telah mengkaji bilangan kromatik lokasi pada graf kembang api dan pohon pisang yang tak seragam.

Pada masalah karakterisasi bilangan kromatik lokasi, Chartrand dkk (2002) telah mendapatkan hasil bahwa satu-satunya graf berorde n dengan bilangan kromatik

lokasinya *n* adalah graf multipartit lengkap. Mereka juga telah berhasil mengkarakterisasi graf berorde n dengan bilangan kromatik lokasinya $n-1$.

Pada tahun 2012, Asmiati dan Baskoro telah berhasil mengkarakterisasi graf berorde *n* yang memuat siklus dengan bilangan kromatik lokasi tiga. Secara umum, Baskoro dan Asmiati (2013) telah berhasil mengkarakterisasi semua graf pohon berorde n berbilangan kromatik lokasi tiga. Asmiati dan Fitriani (2014) telah mendapatkan beberapa graf amalgamasi pohon berbilangan kromatik lokasi empat. Jadi pada paper ini akan dilanjutkan dengan mengklasifikasi semua graf amalgamasi pohon berorde *n* berbilangan kromatik lokasi tiga.

Berikut ini definisi dari bilangan kromatik lokasi graf yang diambil dari Chartrand dkk. (2002). Misalkan $G=(V,E)$ adalah graf terhubung dan *c* suatu pewarnaan sejati di G dengan $c(u)\neq c(v)$ untuk u dan v yang bertetangga di G. Misalkan C_i adalah himpunan titik-titik yang diberi warna i, yang selanjutnya disebut *kelas warna*, maka $\Pi=\{C_1,C_2,\ldots,C_k\}$ adalah himpunan yang terdiri dari kelas-kelas warna dari $V(G)$. *Kode warna*, $c_\Pi(v)$ dari dari v adalah k-urutan $\left(d(v,C_1),d(v,C_2),\ldots,d(v,C_k)\right)$ dengan $d(v,C_i)=\min\left\{d(v,x)\middle|x\in C_i\right\}$ untuk $1\leq i\leq k$. Jika setiap titik di G mempunyai kode warna yang berbeda, maka c disebut *pewarnaan lokasi* dari G. Banyaknya warna minimum yang digunakan pada pewarnaan lokasi disebut bilangan kromatik lokasi dari G, dan dinotasikan dengan $\chi_L(G)$.

Berikut ini adalah hasil-hasil yang telah dibuktikan oleh Chartrand dkk. (2002). Misalkan $N(v)$ adalah himpunan tetangga dari titik *v* di *G*.

Teorema 2.1. *Misalkan c adalah pewarnaan lokasi pada graf G. Jika u dan v adalah dua titik yang berbeda di G sedemikian sehingga $d(u,w)=d(v,w)$ untuk semua $w\in V(G)-\{u,v\}$, maka $c(u)\neq c(v)$. Secara khusus, jika u dan v titik-titik yang tidak bertetangga di G sedemikian sehingga $N(u)=N(v)$, maka $c(u)\neq c(v)$.*

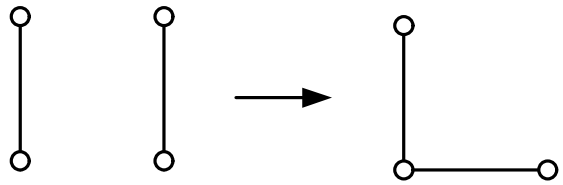
Akibat 2.1. *Jika G adalah graf terhubung dengan suatu titik yang bertetangga dengan k daun, maka $\chi_L(G)\geq k+1$.*

2.HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan didiskusikan beberapa graf amalgamasi pohon berbilangan kromatik lokasi tiga, namun sebelumnya akan diberikan definisi dari graf pohon dan graf amalgamasi pohon, Graf pohon adalah graf terhubung yang tidak memuat siklus. Misalkan terdapat n buah graf pohon T_i , graf amalgamasi pohon diperoleh dengan menyatukan sebuah daun dari setiap graf pohon T_i . Titik penyatuan itu disebut titik pusat dari graf amalgamasi pohon tersebut.

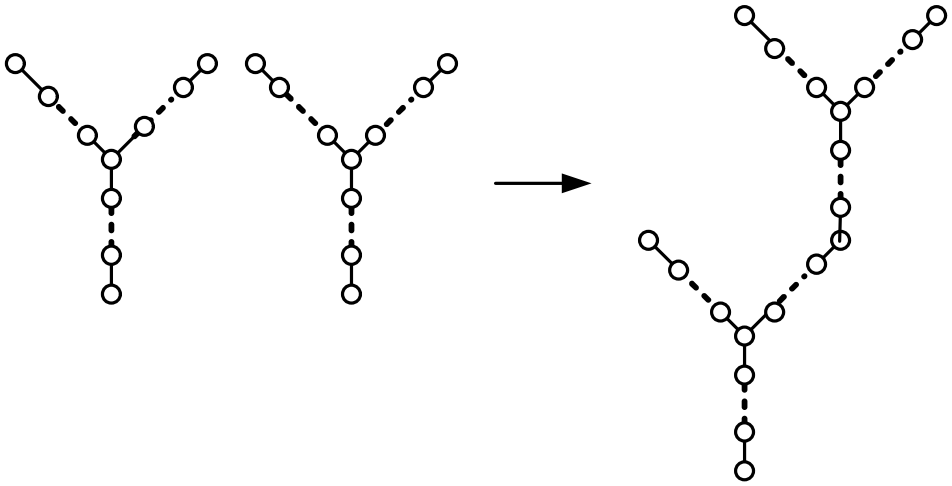
Diberikan beberapa graf amalgamasi pohon sebagai berikut:

1. Amalgamasi titik dari dua buah graf lintasan dengan dua titik (P_2), diperoleh Graf Bintang dengan tiga titik, dinotasikan dengan S_3 .



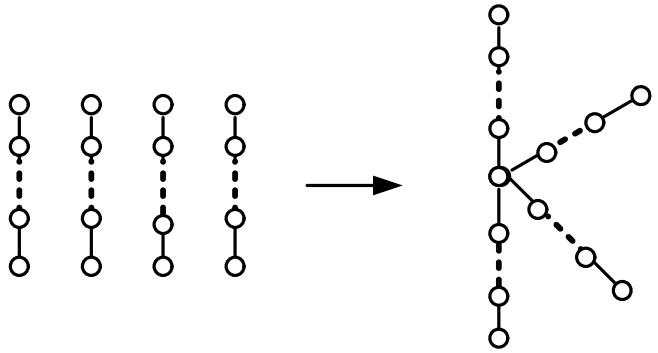
Gambar 1. Graf Bintang S_3

2. Amalgamasi titik dari dua buah graf S_3 yang setiap sisinya disubdivisi sebanyak n ganjil, diperoleh Graf Amalgamasi Bintang $S^*_{2,3}$ yang setiap sisinya disubdivisi sebanyak n ganjil, dinotasikan dengan



Gambar 2. Graf Amalgamasi Bintang $S^*_{2,3}$

3. Amalgamasi titik empat buah graf lintasan P_n , n ganjil , diperoleh graf bintang dengan lima titik (S_5) yang setiap sisinya disubdivisi sebanyak n ganjil, dinotasikan dengan S^*_5 .



Gambar 3. Graf Bintang S^*_5 .

Teorema :

Graf amalgamasi pohon yang terdapat pada Gambar 1, 2, dan 3 berbilangan kromatik lokasi tiga.

Bukti:

1. Graf Bintang S_3

Graf Bintang S_3 mempunyai satu titik berderajat dua, maka berdasarkan Akibat 2.1, $\mathrm{i}_L(S_3) \geq 3$. Batas atas dapa ditentukan dengan memberi warna berurutan setiap titik dengan 1, 2, dan 3. Jelas bahwa kode warna setiap titik akan berbeda, yaitu (1,0,0), (0,1,0), dan (0,0,1). Jadi $\mathrm{i}_L(S_3) \leq 3$.

2. Graf Amalgamasi Bintang $S^*_{2,3}$.

Perhatikan Gambar 2, misalkan titik pusat Graf Amalgamasi Bintang $S^*_{2,3}$ dinotasikan dengan x, titik yang berjarak satu dari x, masing-masing dinotasikan dengan y dan z. Pertama, akan ditentukan batas atas bilangan kromatik lokasi dari $S^*_{2,3}$. Misalkan c adalah pewarnaan titik dengan menggunakan 3 warna. Beri warna titik-titik pada graf $S^*_{2,3}$ sebagai berikut:

- Titik pusat, $c(x) = 3$;
- Titik-titik yang berjarak satu dari x, $c(y) = 1$ dan $c(x) = 2$.
- Lintasan dari titik x ke y (xPy), diwarnai silih berganti dengan warna 3 atau 1. Selanjutnya, terdapat dua lintasan lain yang berawal dari titik y. Lintasan yang pertama diberi warna silih berganti dengan 2 atau 1,

sedangkan lintasan yang kedua diberi warna silih berganti dengan 3 atau 1.

- Lintasan dari titik *x* ke *z* (*xPz*), diwarnai silih berganti dengan warna 3 atau 2. Selanjutnya, terdapat dua lintasan lain yang berawal dari titik *z*. Lintasan yang pertama diberi warna silih berganti dengan 1 atau 2, sedangkan lintasan yang kedua diberi warna silih berganti dengan 1 atau 3.

  Berdasarkan pemberian warna tersebut, jelas kode warna setiap titik dari graf $S^*_{2,3}$ adalah berbeda. Jadi $\mathrm{i}_L(S^*_{2,3}) \le 3$.

Selanjutnya akan ditentukan batas bawah bilangan kromatik lokasi dari graf $S^*_{2,3}$. Pada graf $S^*_{2,3}$ terdapat lintasan dengan banyaknya titik $n \ge 3$, misalkan lintasan dari *x* ke *y*, maka sekurang-kurangnya dibutuhkan 3 warna untuk memenuhi persyaratan pewarnaan lokasi. Akibatnya, $\mathrm{i}_L(S^*_{2,3}) \ge 3$.

3. Graf Bintang S^*_5 .

Pada Gambar 3, misalkan titik pusat Graf Bintang S^*_5 adalah titik *u*. Titik *u* berderajat empat. Misalkan daun-daun pada Graf Bintang S^*_5 dinotasikan dengan *v*, *w*, *r*, dan *s*. Maka diperoleh empat lintasan yaitu *uPv*, *uPw*, *uPr*, dan *uPs*. Misalkan *c* adalah pewarnaan titik dengan menggunakan 3 warna. Beri pewarnaan titik-titik pada Graf Bintang S^*_5 , sebagai berikut:

- Titik pusat, *c* (*u*)= 1.
- Lintasan *uPv*, diwarnai silih berganti dengan 2 atau 1.
- Lintasan *uPw*, diwarnai silih berganti dengan 3 atau 1.
- Lintasan *uPr*, diwarnai silih berganti dengan 2 atau 3.
- Lintasan *uPs*, diwarnai silih berganti dengan 3 atau 2.

Berdasarkan pewarnaan yang diberikan, jelas bahwa kode warna setiap titik akan berbeda. Jadi $\mathrm{i}_L(S^*_5) \le 3$. Selanjutnya, karena pada Graf Bintang S^*_5 mempunyai lintasan dengan $n \ge 3$, maka $\mathrm{i}_L(S^*_5) \ge 3$.

Terbukti bahwa Gambar 1, 2, dan 3 berbilangan kromatik lokasi 3. ■

3. DAFTAR PUSTAKA

1. Asmiati, H. Assiyatun, E.T. Baskoro, (2011), Locating-Chromatic Number of Amalgamation of Stars, *ITB J.Sci*., 43A, 1-8.
2. Asmiati, H. Assiyatun, E.T. Baskoro, D. Suprijanto, R. Simanjuntak, S. Uttunggadewa, (2012), Locating-Chromatic Number of Firecracker Graphs, *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 63(1), 11-23.
3. Asmiati, E.T. Baskoro, (2012), Characterizing of Graphs Containing Cycle with Locating-Chromatic Number Three, *AIP Conf. Proc*., 1450, 351-357.
4. E.T. Baskoro, Asmiati, (2013), Characterizing all trees with locating-chromatic number 3, *Electronic Journal of Graph Theory and* Applications, 1 (2), 109-117.
5. Asmiati, Fitriani, (2014), Graf amalgamasi pohon berbilangan kromatik lokasi empat, *Prosiding KNM Ke-17 ITS*. 1399-1407.
6. Asmiati, (2014), Locating-Chromatic Number of Non Homogeneous Amalgamation of Stars, *Far East Journal of Mathematical Sciences*. 93(1). 89-96.
7. Asmiati, (2016), On the locating-chromatic numbers of non homogeneous caterpillars and firecracker graphs, *Far East Journal of Mathematical Sciences*. 100(8). 1305-1316.
8. A. Behtoei, B. Omoomi, (2011), On the locating chromatic number of Kneser graphs, *Discrete Applied Mathematics*, 159, 2214-2221.
9. G. Chartrand, D. Erwin, M.A. Henning, P.J. Slater, dan P. Zhang, (2002), The locating-chromatic number of a graph, *Bull. Inst. Combin. Appl.*, 36, 89-101.
10. G. Chartrand, D. Erwin, M.A. Henning, P.J. Slater, dan P. Zhang, (2003), Graph of order n with locating-chromatic number *n-1*, *Discrete Math*., 269, 65-79.

PENGGUNAAN MEDIA *SCAFFOLDING* PADA PEMBELAJARAN GEOMETRI DAN PENGARUHNYA TERHADAP AKTIVITAS BELAJAR SISWA

Sugeng Sutiarso*, M. Coesamin, Nurhanurawati

FKIP Universitas Lampung
*e-mail: sugengsutiarso7@gmail.com

ABSTRAK

Scaffolding berarti 'bantuan'; adalah salah satu cara guru membantu siswa kesulitan belajar siswa. Bantuan guru ini tidak bersifat tetap/terus menerus, tetapi bersifat sementara dan dikurangi secara bertahap. Beberapa jenis bantuan guru itu dapat berbentuk ungkapan/lisan, tulisan, atau media (alat peraga, chart, visual, dan lingkungan sekitar). Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan pengaruh penggunaan media *scaffolding* terhadap aktivitas belajar siswa pada pembelajaran geometri. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan subjek penelitian siswa SD kelas V SDN 1 Gunung Terang, Bandar Lampung. Data dikumpulkan dengan teknik observasi. Teknik observasi dilakukan untuk melihat aktivitas belajar siswa dengan menggunakan media *scaffolding*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penggunaan media *scaffolding* memberikan pengaruh positif terhadp aktivitas belajar siswa (76,02%).

Kata kunci: media *scaffolding*, geometri, aktivitas belajar

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu ilmu pengetahuan yang penting dan diajarkan mulai dari sekolah dasar hingga perguruan tinggi. Sebagai ilmu pengetahuan, matematika terbagi atas tiga bagian utama, yaitu aljabar, geometri, dan statistika dengan masing-masing bagian tersebut memiliki karakter yang berbeda. Pada bagian geometri, memiliki karakteristik pada kemampuan mengimajinasikan bangun datar dan ruang. Geometri termasuk bagian yang sulit dibandingkan dengan bagian lain. Hal ini didasarkan pada hasil penelitian Sutiarso, dkk (2008) menyebutkan bahwa sebanyak 40% materi matematika yang sulit adalah geometri, dan hasil analisis soal UN (Ujian Nasional) tahun 2013 jenjang SMP dan SMA bahwa geometri merupakan materi yang memiliki daya serap terendah dibandingkan dengan materi yang lain, yaitu 69,39 (SMP/Sederajat) dan 63,77 (SMA/Sederajat), seperti Tabel 1.1 berikut.

Tabel 1.1 Persentase Daya Serap Pencapaian UN SMP

Jenjang	Standar Kompetensi Lulusan (SKL)	Nasional
SMP	Operasi hitung dan sifat-sifatnya	75,57
	Aljabar	76,46
	Geometri	**69,39**
	Statistika	77,91
	Peluang	69,20
SMA	Logika	84,93
	Aljabar	83,98
	Geometri	**63,77**
	Fungsi dan persamaan	78,63
	Limit, Turunan dan Integral	77,63
	Statistika	78,5

Sumber: Balitbang Kemdikbud, 2013

Faktor utama yang menyebabkan siswa sulit memahami adalah adanya miskonsepsi geometri (Soedjadi dalam Coesamin, 2015) dan kesalahan prosedural dan konseptual pada mencari luas bangun datar (Sutiarso dan Coesamin, 2012). Untuk mengurangi miskonsepsi siswa tersebut, maka maka dapat dilakukan dengan meningkatkan pengetahuan guru dalam menstimulasi belajar siswa (Djamarah dan Zain, 2002: 163), menggunakan media saat pembelajaran (Sutiarso, 2000), atau guru memberikan bantuan belajar kepada siswa (Sutiarso, dkk, 2015).

Penggunaan media saat pembelajaran dapat digunakan dalam berbagai bentuk, misalnya alat peraga, media yang tidak diproyeksikan atau diproyeksikan, media audio/visual, dan media berbasis komputer (Suyanto, 2007). Media sangat penting digunakan saat pembelajaran karena memiliki banyak manfaat, seperti dinyatakan Sutiarso (2000) bahwa alat peraga bermanfaat sebagai jembatan antara suatu konsep yang bersifat abstrak menuju konsep yang dinyatakan secara konkret (Sutiarso, 2000), Anitah (2008) bahwa media poster bermanfaat sebagai penggerak perhatian, petunjuk, dan pengalaman kreatif; Li dan Ma (2010) bahwa media berbasis komputer memiliki dampak yang sangat positif terhadap prestasi belajar siswa; Willmot et al. (2012) bahwa "*digital video can increase motivation, learning experience, and development potential for deeper learning*"; dan Sholeh (2014) bahwa alat peraga konkrit dapat meningkatkan perhatian, keaktifan, tanggung jawab dan kerjasama. atau tangram. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan pengaruh penggunaan media *scaffolding* terhadap aktivitas belajar siswa dan respon siswa pada pembelajaran geometri.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merrupakan penelitian kualitatif dengan subjek penelitian siswa SD kelas V SDN 1 Gunung Terang, Bandar Lampung, sebanyak 24 orang. Data dikumpulkan dengan teknik observasi. Teknik observasi dilakukan untuk melihat aktivitas belajar siswa dengan menggunakan media *scaffolding* pada pembelajaran geometri. Media *scaffolding* yang digunakan saat pembelajaran terdiri atas 3 bagian, alat peraga, poster (chart), dan audio visual. Aktivitas belajar siswa yang diobservasi sebanyak 4 indikator (dari 8 aktivitas) sebagaimana disebutkan Diendrich (Sardiman, 2005), yaitu (1) v*isual activities:* membaca dan memperhatikan gambar demontrasi, (2) *motor activities:* melakukan percobaan/ konstruksi, (3) o*ral activities*: bertanya dan diskusi, dan (4) *mental activities:* memecahkan soal. Interpretasi aktivitas belajar siswa dilakukan menurut kriteria Arikunto (2010), yaitu:

Tabel 1. Kriteria Persentase Aktivitas Belajar Siswa

No	Interval Presentase (%)	Keterangan
1	0 – 40	Sangat Kurang
2	50 – 59	Kurang
3	60 – 69	Cukup
4	70 – 70	Baik
5	80 – 100	Sangat Baik

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

1. Penggunaan Media *Scaffolding*

Penggunaan media *scaffoliding* oleh guru sebagai bantuan belajar kepada siswa yang mengalami kesulitan belajar geometri. Bantuan belajar guru ini berupa media *scaffolding*, yaitu chart, alat peraga, dan media visual. Pemberian bantuan guru ini diberikan secara hierarki, yaitu mulai dari chart, alat peraga, hingga media visual. Berikut ini disajikan banyak siswa yang menggunakan media *scaffolding* sebagai bantuan guru pada tiap pertemuan (Tabel 1).

Tabel 1. Banyak Siswa yang Menggunakan Media *Scaffolding* tiap Pertemuan

Media *Scaffolding*	Banyak Siswa yang Menggunakan Media *Scaffolding*			
	P1	P2	P3	Jumlah
1. Chart	7	8	10	25
2. Alat Peraga	7	7	10	24
3. Media Visual	0	0	3	3

Keterangan:
1. P1 = Pertemuan I (Materi: Luas Trapesium)
2. P2 = Pertemuan II (Materi: Luas Layang-Layang)
3. P3 = Pertemuan II (Materi: Volume Kubus dan Balok)

Menurut Tabel 1 tersebut, terlihat bahwa bantuan guru berupa media chart dan alat peraga lebih banyak dibandingkan media visual. Selain itu, tetlihat bahwa bantuan media chart belum cukup mengatasi kesulitan siswa, tapi harus diikuti oleh media alat peraga untuk semua pertemuan. Bahkan, pada pertemuan ke-3, perlu adanya pemberian media visual untuk mengatasi kesulitan belajar siswa.

2. Aktivitas Belajar Siswa

Aktivitas belajar siswa ini dilihat tidak hanya kegiatan siswa yang mendapatkan bantuan guru dengan media *scaffolding*, tapi juga siswa yang tidak mendapatkan bantuan guru sebagai pengaruh dari pemberian bantuan kepada siswa lainnya. Berikut ini disajikan banyaknya siswa yang aktif sebagai dampak pemberian bantuan guru menurut 4 indikator aktivitas belajar (Tabel 2).

Tabel 2. Banyak Siswa yang Aktif sebagai Pengaruh Media Scaffolding Tiap Pertemuan

Indikator	Subindikator	Banyak Siswa yang Aktif (%)			
		P1	P2	P3	Rerata (%)
1. Visual Activities	Membaca dan memperhatikan gambar demontrasi/percobaan (chart dan media visual)	20 (83,3)	20 (83,3)	24 (100)	88,8
2. *Motor Activities*	Melakukan percobaan/ Konstruksi (Alat Peraga)	10 (41,6)	16 (66,6)	24 (100)	69,4
3. O*ral Activities*	a. Bertanya	10 (41,6)	16 (66,6)	18 (75)	61
	b. Diskusi	16 (66,6)	16 (66,6)	20 (83,3)	72,1
4. *Mental Activities*	Memecahkan soal	18 (75)	22 (91,6)	24 (100)	88,8
Total Rerata					76,02

Pembahasan

Menurut teori yang mengatakan bahwa belajar adalah proses terjadinya perubahan tingkah laku, siswa dianggap telah belajar jika ia dapat melakukan sesuatu yang tidak dapat dilakukannya dengan cara itu sebelum ia belajar. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan oleh Slameto (2003:2) yaitu "Belajar ialah suatu proses usaha yang dilakukan seseorang untuk memperoleh suatu perubahan tingkah laku yang baru secara keseluruhan, sebagai hasil pengalamannya sendiri dalam interaksi dengan lingkungannya". Sementara itu, Hamalik (2001:8) menguraikan tingkah laku sebagai berikut.

Tingkah laku manusia terdiri dari sejumlah aspek. Hasil belajar akan tampak pada setiap perubahan aspek-aspek tersebut. Adapun aspek-aspek itu adalah: pengetahuan, pengertian, kebiasaan, keterampilan, apresiasi, emosional, hubungan sosial, jasmani, etis/ budi pekerti, dan sikap.

Hamalik (2001:29) juga menyatakan bahwa belajar merupakan suatu proses untuk mencapai tujuan berupa langkah-langkah atau prosedur yang ditempuh. Belajar adalah proses perubahan tingkah laku pada diri sendiri berkat pengalaman dan latihan. Pengalaman dan latihan terjadi melalui interaksi antar individu dan lingkungannya, baik lingkungan alamiah maupun lingkungan sosialnya. Belajar menurut Gagne (Hudojo, 1988: 19) merupakan proses yang memungkinkan manusia memodifikasi perilakunya secara permanen sedemikian sehingga modifikasi yang sama tidak akan terjadi lagi pada situasi baru. Pendapat di atas memberikan pengertian bahwa belajar itu disengaja dan disadari sebagai suatu proses yang memungkinkan manusia memodifikasi peri-lakunya untuk mencapai tujuan, yaitu suatu perubahan tingkah laku yang baru sehingga dapat memecahkan masalah-masalah baru yang sebelumnya tidak dapat dipecahkannya.

Belajar sangat dibutuhkan adanya aktivitas, dikarenakan tanpa adanya aktivitas proses belajar tidak mungkin berlangsung dengan baik. Hanafiah dan Suhana (2010) menyatakan pada proses aktivitas pembelajaran harus melibatkan seluruh aspek peserta didik, baik jasmani maupun rohani sehingga perubahan perilakunya dapat berubah dengan cepat, tepat, mudah dan benar, baik berkaitan dengan aspek kognitif afektif maupun psikomotor. Dengan demikian, proses belajar yang baik harus meningkatkan aktivitas belajar. Akivitas belajar yang baik harus melibat-kan jasmani dan rohani.

Berdasarkan hasil penelitian, untuk tiga pertemuan terdapat 25 siswa yang memerlukan bantuan belajar guru dengan media chart, 24 siswa memerlukan media alat peraga, dan 3 siswa memerlukan media visual. Hasil menunjukkan bahwa kesulitan siswa secara ‘hierarki’ dapat diatasi melalui media *scaffolding*. Hasil dari media *scaffolding* ini juga memberikan pengaruh kepada siswa yang mendapatkan bantuan guru dan juga yang tidak mendapatkan bantuan guru. Hal ini berarti, media *scaffolding* telah memberikan pengaruh positif terhadap aktivitas siswa.

Pemberrian bantuan guru kepada siswa pada hakekatnya proses pemberian pengalaman belajar agar siswa meningkat kompetensimya. Hal ini sejalan dengan pendapat Muhsetyo

(2008: 26) bahwa pembelajaran matematika berarti proses pemberian pengalaman belajar kepada peserta didik melalui serangkaian kegiatan yang terrencana sehingga peserta didik memperoleh kompetensi tentang bahan matematika yang dipelajari. Berkaitan dengan pembelajaran sebagai pelaksanaan kurikulum,

Siswa dalam belajar geometri melalui tahapan-tahapan. Piaget (Ruseffendi, 1992: 19), tahap pertama anak belajar geometri adalah topologis, di mana anak belum mengenal jarak, belum mengenal kelurusan, dan semacamnya, baru kemudian anak mengenal apakah sesuatu itu ada di bagian dalam atau ada di bagian luar. Berdasarkan hasil penemuan Van Hiele (Ruseffendi, 1992: 19), ahli pendidikan matematika orang belanda, siswa belajar geometri itu melalui 5 tahap: pengenalan, analisis, pengurutan, deduksi, dan keakuratan. Dalam belajar geometri, siswa harus melalui dari tahap yang rendah ke tinggi. Ketika anak berada pada tahap pengenalan, ia mengenal suatu bangun geometri secara keseluruhan. Anak belum mampu untuk mengenali adanya sifat-sifat bangun itu. Apabila kepada seorang anak diperlihatkan sebuah model persegipanjang, anak itu tidak menyadari adanya sifat-sifat atau keteraturan yang dimiliki oleh model persegipanjang tersebut. Ia tidak mengetahui bahwa persegipanjang itu mem-punyai empat buah sisi, belum menyadari bahwa dua sisi yang berhadapan sama panjang. Ini berarti, karena belajar geometri harus melalui tahapan maka media scaffolding sebagai media belajarpun juga harus melalui tahapan atau hierarki. Pada penelitian ini, media scaffolding juga bersifat hierarki.

Pada pelaksanaan penelitian ini bantuan guru (*scaffolding*) sangat penting, terutama saat siswa mengalami kesulitan belajar dan menuntaskan kompetensi yang belum dicapai. Menurut Bruner dan Ross (Lipscomb, 2005) menyatakan *"Scaffolding was developed as a metaphor to describe the type of assistance offered by a teacher or peer to support learning"*. Pendapat ini menunjukkan bahwa peranan guru sangat penting dalam proses *scaffloding*, yaitu guru membantu siswa menuntaskan tugas yang pada awalnya tidak mampu secara mandiri, atau guru fokus pada memberikan bantuan berupa teknik atau keterampilan tertentu pada tugas-tugas yang di luar kemampuan siswa. Ketika siswa dipandang telah mampu menyelesaikan tugas secara mandiri maka guru mulai melakukan fading, atau menghilangkan sedikit demi sedikit scaffolding agar siswa dapat bekerja secara mandiri.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa media *scafflding* sebagai bentuk bantuan guru kepada siswa yang megalami kesulitan memberikan pengaruh positif pada aktivitas belajar siswa. Melalui aktivitas belajar siswa ini akan berdampak positif pada proses belajar dan hasil belajar siswa. Untuk itu perlu bantuan guru untuk mengatas kesulitan siswa tesebut melalui media *scaffolding* dengan memperhatikan hierarki pemberiam media tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

Anitah, Sri. 2008. Media Pembelajaran. Surakarta: LPP UNS dan UNS Pers.

Coesamin, M. 2005. *Identifikasi Kesalahan Konseptual pada Geometri*. Bandar Lampung

Djamarah, Syaiful Bahri dan Zain, Aswan. 2002. *Strategi Belajar Mengajar*. Jakarta: Penerbit Rineka Cipta.

Hamalik, Oemar. 2001. *Proses Belajar Mengajar*. Jakarta: Bumi aksara.

Hanafiah, Nanang dan Suhana, Cucu. 2010. *Konsep Strategi Pembelajaran.* Bandung: Refika Aditama.

Hudojo, Herman. 1988. *Mengajar Belajar Matemat*ika. Jakarta: Proyek Pengembangan LPTK Dikti.

Li, Qing dan Ma, Xin. 2010. A Meta-analysis of the Effect of Computer Technology on School Students' Mathematics Learning. *Educational Pssychology Review*. 22 (3): 215-243.

Muhsetyo, Gatot. 2008. Pe*mbelajaran Matematika SD*: Modul 1. Jakarta: Penerbit Universitas Terbuka.

Ruseffendi, E.T. 1992. *Materi Pokok Pendidikan Matematika 3*: Modul 1-9. Jakarta: Depdikbud P2TK Perguruan Tinggi.

Sardiman, A.M. 2005. *Interaksi dan Motivasi Belajar Mengajar*. Jakarta: Rajawali.

Sholeh, Muh. 2014. Penggunaan Media Alat Peraga Konkrit untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Pecahan dalam Pembelajaran Matematika. Skripsi. [Online]. Tersedia: [20 Oktober 2016].

Slameto. 2003. *Belajar dan Faktor-Faktor yang Mempengaruhinya.* Jakarta: Rineka Cipta.

Sutiarso, Sugeng. 2000. M*edia Pembelajaran* Matematika. Makalah Disajikan Pada Seminar Sehari HIMA PMIPA. Bandar Lampung: Tidak diterbitkan.

Sutiarso, Sugeng , Nurhanurawati, dan Coesamin. 2008. Pembelajaran Matematika dengan Problem Posing yang Dikombinasikan dengan Kooperatif pada Pembelajaran Matematika. *Jurnal PMIPA*, Volume 9, No 2.

Sutiarso, Sugeng dan Coesamin. 2012. *Analisis Kesalahan Siswa dalam Geometri.* Bandar Lampung: Lembaga Penelitian Unila.

Sutiarso, Sugeng , Coesamin, M., dan Nurhanurawati. 2015. Media Visual Scaffolding Geometri Menurut Perbedaan Jenis Kelamin.*Proseding Seminar Nasional Pendidikan MIPA 2015.* ISBN: 978-979-3262-11-6

Suyanto, Eko. 2007. Bahan Ajar Pendidikan dan Latihan Profesi Guru (PLPG). Bandar Lampung: FKIP Unila.

Willmot, P., Bramhall, M., dan Radley, K. 2012. Using Digital Video Reporting to Inspire and engage student. [Online]. Tersedia: http://www.raeng.org.uk/ education/hestem/pdf/Using_digital_video_reporting.pdf. [20 Oktober 2016].

APLIKASI SISTEM INFORMASI GEOGRAFIS UNTUK PEMETAAN DAN MANAJEMEN DATA *MOBILE MARKETING SERVICE* (MMS) BANK TABUNGAN PENSIUNAN NASIONAL (BTPN) SYARIAH AREA LAMPUNG

Didik Kurniawan, Febi Eka Febriansyah, Indah Ayu Atika

Jurusan Ilmu Komputer FMIPA Unila
email: didikunila@gmail.com

ABSTRACT

Nowadays, the mapping technology is widely used to facilitate the work that is quite important relation in different spheres of life. One of mapping technology that is widely used today is a Geographic Information System. Geographic Information System, or often referred to as GIS is a mapping technology trend in the form of a computer-based information system, which is designed to work with data that have spatial information (geographical referenced). In this study, GIS technology is used to support a business process in the Bank Tabungan Pensiunan Nasional (BTPN) Syariah Area of Lampung in mapping Mobile Marketing Service (MMS). The system is built to assist agencies in conducting recording corresponding MMS candidate locations and MMS operational data management and monitoring MMS. The system consists of web-based system and Android mobile-based application that is connected by using RESTful Web Service. The system is implemented using the PHP programming language with the help of Yii2 Framework for web-based system, and Java programming language for mobile-based application. Results of the Black-Box testing data by using the Equivalence Partitioning techniques show that the system can work properly and can meet the functional requirements of the system needed BTPN Syariah Area of Lampung. The response time of the system during the test quite well. In addition, the system is quite easily understood by users.

Keywords: android, geographic information system, mobile marketing service (MMS), mapping, RESTful, web service, Yii2

1 Pendahuluan

Kemajuan teknologi, khususnya bidang teknologi informasi merupakan salah satu pemicu terjadinya perubahan pola pikir manusia untuk dapat memperoleh informasi secara cepat dan akurat. Salah satu pemanfaatan teknologi yang saat ini sedang marak digunakan adalah dalam hal pemetaan. Dewasa ini, teknologi pemetaan banyak digunakan untuk mempermudah pekerjaan yang cukup penting kaitannya dalam berbagai bidang kehidupan. Beberapa contoh teknologi pemetaan saat ini adalah peta persebaran penduduk, pelacakan jarak, pencarian lokasi, pendataan dan pemetaan lahan, dan lain sebagainya yang disajikan dalam bentuk *digital*.

Penggunaan peta tidak hanya digunakan untuk keperluan pribadi, melainkan juga dapat dijadikan sebagai alat untuk mendukung kelancaran proses bisnis suatu perusahaan. Salah satu perusahaan yang memanfaatkan teknologi pemetaan dalam mendukung proses bisnisnya adalah Bank Tabungan Pensiunan Nasional (BTPN) Syariah Area Lampung. Perusahaan ini memiliki *Mobile Marketing Service* (MMS) atau umum disebut sebagai wisma yang beroperasi sebagai cabang untuk melakukan proses bisnis di daerah-daerah. MMS BTPN Syariah tersebut jumlahnya cukup banyak dan tersebar di banyak kecamatan di Provinsi Lampung.

Untuk mendukung kelancaran proses bisnis tersebut, pegawai BTPN Syariah pada bagian CSO (*Corporate Service Officer*) harus melakukan survei lapangan dan mencatat titik koordinat lokasi kandidat MMS yang sesuai untuk dijadikan sebagai rekomendasi dalam penentuan lokasi MMS baru. Yang menjadi permasalahan adalah sulitnya pegawai dalam melakukan pencatatan titik koordinat lokasi kandidat MMS yang sesuai dikarenakan pencatatan masih dilakukan diatas kertas. Selain itu manajer atau RCSM (*Regional Corporate Service Manager*) juga perlu untuk melakukan *monitoring* terhadap persebaran lokasi MMS dan kandidat MMS baru dalam bentuk referensi geografis. Kegiatan *monitoring* tersebut juga digunakan manajer untuk memantau kinerja dari pegawai yang bersangkutan dalam melakukan pekerjaannya dengan tepat waktu dan sesuai pada tempat yang sudah ditentukan. Permasalahan lain yang muncul adalah pengelolaan data operasional MMS saat ini masih dilakukan secara *manual*.

Berdasarkan pada kebutuhan tersebut, teknologi GIS muncul sebagai solusi. Sistem Informasi Geografis, atau sering disebut dengan GIS (*Geographic Information System*) merupakan sebuah tren teknologi pemetaan berupa suatu sistem informasi berbasis komputer, yang dirancang untuk bekerja dengan menggunakan data yang memiliki informasi spasial (bereferensi keruangan). Aplikasi dari GIS ini diharapkan mampu digunakan oleh perusahaan terkait dan membantu dalam kegiatan survei lapangan, *monitoring*, serta pengelolaan data yang terdapat pada MMS atau wisma.

2 Tinjauan Pustaka

2.1 Sistem Informasi Geografis

Sistem Informasi Geografis (SIG) adalah sistem informasi khusus yang mengelola data yang memiliki informasi spasial (bereferensi keruangan). Sistem informasi geografis merupakan bentuk sistem informasi yang menyajikan informasi dalam bentuk grafis

dengan menggunakan peta sebagai antarmuka. SIG tersusun atas konsep beberapa lapisan (*layer*) dan relasi[1].

2.2 Pemetaan

Pemetaan merupakan sebuah tahapan yang harus dilakukan dalam pembuatan peta. Langkah awal yang dilakukan adalah pembuatan data, dilanjutkan dengan pengolahan data, dan penyajian dalam bentuk peta[2].

2.3 *Mobile Marketing Service* (MMS) atau Wisma

MMS atau *Mobile Marketing Service* adalah unit kerja yang bertugas mendukung kantor cabang dalam penyaluran pembiayaan Pembangunan Masyarakat Desa (PMD). Sedangkan Wisma adalah tempat tinggal karyawan MMS sekaligus untuk melakukan koordinasi dengan kantor cabang induknya. Dengan kata lain MMS dan Wisma berada pada satu tempat atau lokasi yang sama[3].

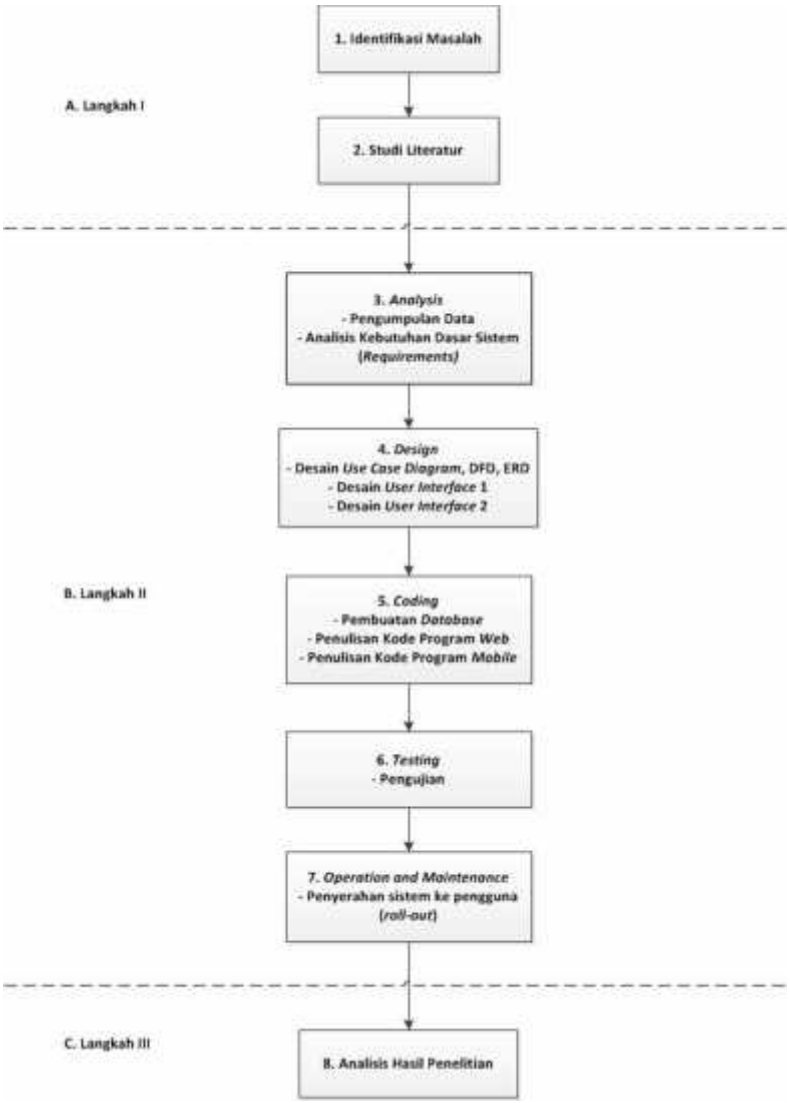
2.4 RESTful *Web Service*

Representational State Transfer yang disingkat REST merupakan salah satu jenis arsitektur untuk penerapan *web service* yang menerapkan konsep perpindahan antar *state*. *State* disini dapat digambarkan seperti peramban meminta suatu halaman situs, di sisi *server* akan mengirimkan *state* halaman situs yang sekarang ke peramban. Navigasi melalui URL yang disediakan sama halnya dengan mengganti *state* dari halaman situs. REST bekerja dengan bernavigasi melalui *link* HTTP untuk melakukan aktivitas tertentu, seakan-akan terjadi perpindahan *state* antara satu dengan yang lain[4].

REST menggunakan protokol HTTP yang bersifat *stateless*. Perintah HTTP yang bisa digunakan adalah fungsi GET, POST, PUT atau DELETE. Hasil yang dikirimkan dari *server* biasanya dalam bentuk format XML atau JSON sederhana tanpa ada protokol pemaketan data, sehingga informasi yang diterima lebih mudah dibaca dan di *parsing* disisi *client*. Dalam penerapannya, REST lebih banyak digunakan untuk *web service* yang berorientasi pada sumberdaya (*resource*). Bentuk *web service* menggunakan REST *style* sangat cocok digunakan sebagai *backend* dari aplikasi berbasis *mobile* karena cara aksesnya yang mudah dan hasil data yang dikirimkan berformat JSON sehingga ukuran *file* menjadi lebih kecil[5]. Sebutan untuk *web service* yang menerapkan arsitektur REST adalah RESTful *Web Service*.

3 Metodologi

Penelitian dilakukan berdasarkan diagram alir metodologi penelitian yang disajikan pada Gambar 1. Penelitian ini dilakukan berdasarkan metode pengembangan sistem yang dipilih yaitu Metode *Waterfall*.



Gambar 1 Diagram Alir Metodologi Penelitian

4 Pembahasan

4.1 Identifikasi Masalah

Tahap pertama yang dilakukan adalah identifikasi masalah. Tahapan ini menghasilkan rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan juga batasan masalah dari pengembangan aplikasi SIG untuk pemetaan dan manajemen data MMS pada BTPN Syariah Area Lampung.

4.2 Studi Literatur

Tahap kedua adalah studi literatur. Tahap ini menghasilkan dokumen-dokumen pengelolaan operasional MMS di Kantor BTPN Syariah Area Lampung sebagai data yang akan dikelola pada sistem. Selain itu juga terdapat jurnal penelitian sebelumnya dan juga dokumen daftar kecamatan di seluruh Provinsi Lampung dari Kantor Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung.

4.3 *Analysis* (Analisis)

Pada tahap ini dilakukan beberapa kegiatan, yaitu pengumpulan data dan analisis kebutuhan (requirements) dari aplikasi SIG untuk pementaan dan manajemen data MMS BTPN Syariah Area Lampung.

a. Pengumpulan Data

Kegiatan ini dilakukan untuk mengumpulkan data penelitian berupa data spasial dan data atribut dari setiap MMS BTPN Syariah di Area Lampung. Data tersebut diperoleh dari dokumen kantor BTPN Syariah. Data spasial berupa titik koordinat *latitude* dan *longitude* dari lokasi MMS BTPN Syariah di Area Provinsi Lampung, sedangkan data atribut berupa nama MMS, kode MMS, *region*, area, kabupaten, kecamatan, kelengkapan infrastruktur, dan aset. Persebaran lokasi MMS terbagi menjadi 5 area CS (*Corporate Service*). Adapun pembagian area tersebut antara lain: CS Lampung 1, CS Lampung 2, CS Lampung 3, CS Lampung 4 dan CS Lampung 5.

b. Analisis Kebutuhan Sistem

Berdasarkan hasil analisis, maka sistem yang dibangun harus mampu memenuhi kebutuhan fungsional sebagai berikut:

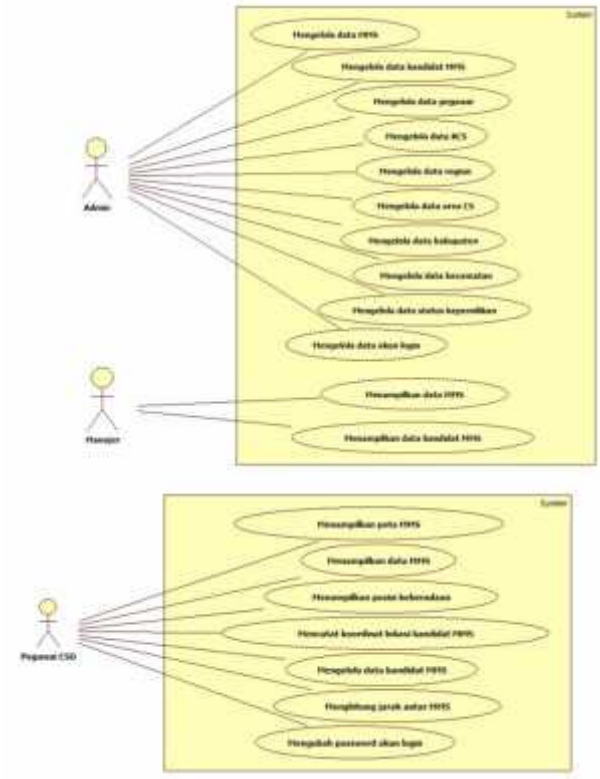
1. Sistem dapat menampilkan peta persebaran lokasi MMS dan lokasi kandidat MMS dalam bentuk peta *digital*.
2. Sistem memiliki *admin* untuk mengelola data MMS, mengelola dan memverifikasi data kandidat MMS, mengelola data *region*, area CS, kabupaten, Kantor Cabang Syariah (KCS), status kepemilikan, pegawai dan akun *login* bagi pengguna aplikasi.
3. Sistem memungkinkan manajer untuk dapat melakukan *monitoring* terhadap persebaran lokasi MMS dan kandidat MMS yang akan dibangun beserta aset yang dimiliki.
4. Sistem berbasis *mobile* mampu melakukan pencatatan titik koordinat dan data lokasi kandidat MMS kemudian data tersebut dapat tersimpan ke *database*.

5. Sistem berbasis *mobile* mampu menampilkan peta persebaran MMS beserta informasi terkait, serta mampu mengukur jarak antar dua titik MMS.

4.4 *Design* (Perancangan)

Aplikasi Sistem Informasi Geografis untuk Pemetaan dan Manajemen Data MMS adalah sistem informasi manajemen yang digunakan untuk mengelola data MMS atau wisma pada BTPN Syariah Area Lampung. Sistem ini terdiri dari SIG untuk *Regional Manager* berbasis *web*, SIG untuk *Admin* berbasis *web* dan SIG untuk survei lapangan dan *input* lokasi yang digunakan oleh Pegawai CSO berbasis *mobile* Android. Pada tahap ini dilakukan perancangan atau desain fungsionalitas sistem terhadap pengguna menggunakan *Unified Modeling Language* (UML) yaitu *Use Case Diagram*, desain alur proses menggunakan *Data Flow Diagram* (DFD), dan desain hubungan antar data dengan *Entity Relationship Diagram* (ERD). Selain itu juga dilakukan perancangan antarmuka pengguna (*user interface*) untuk aplikasi *web* dan aplikasi *mobile*.

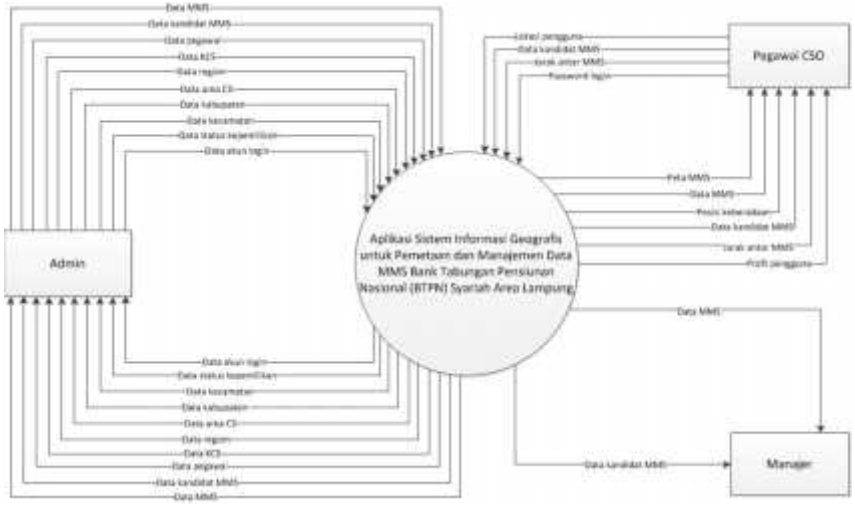
Adapun desain untuk *Use Case Diagram* sistem yang dibangun disajikan pada Gambar 2.



(a) (b)

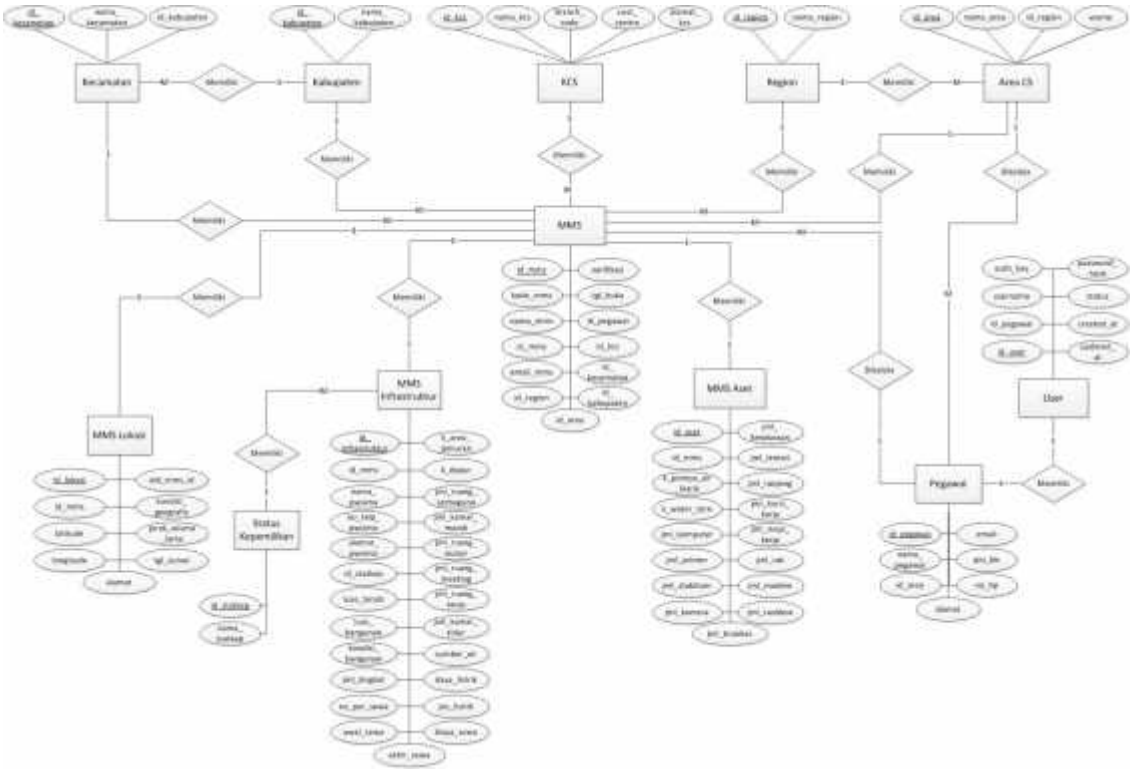
Gambar 2 Desain *Use Case Diagram* Sistem *Web* (a),
Desain *Use Case Diagram* Aplikasi *Mobile* (b)

Desain alur proses menggunakan DFD secara menyeluruh dapat digambarkan dengan Diagram Level 0 (Diagram Konteks). Adapun Diagram Konteks dari sistem yang dibangun disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3 Diagram Konteks Aplikasi SIG untuk Pemetaan dan Manajemen Data MMS

Adapun desain hubungan antar data dengan menggunakan ERD disajikan pada Gambar 4.



Gambar 4 *Desain Entity Relationship Diagram* Aplikasi SIG untuk Pemetaan dan Manajemen Data MMS

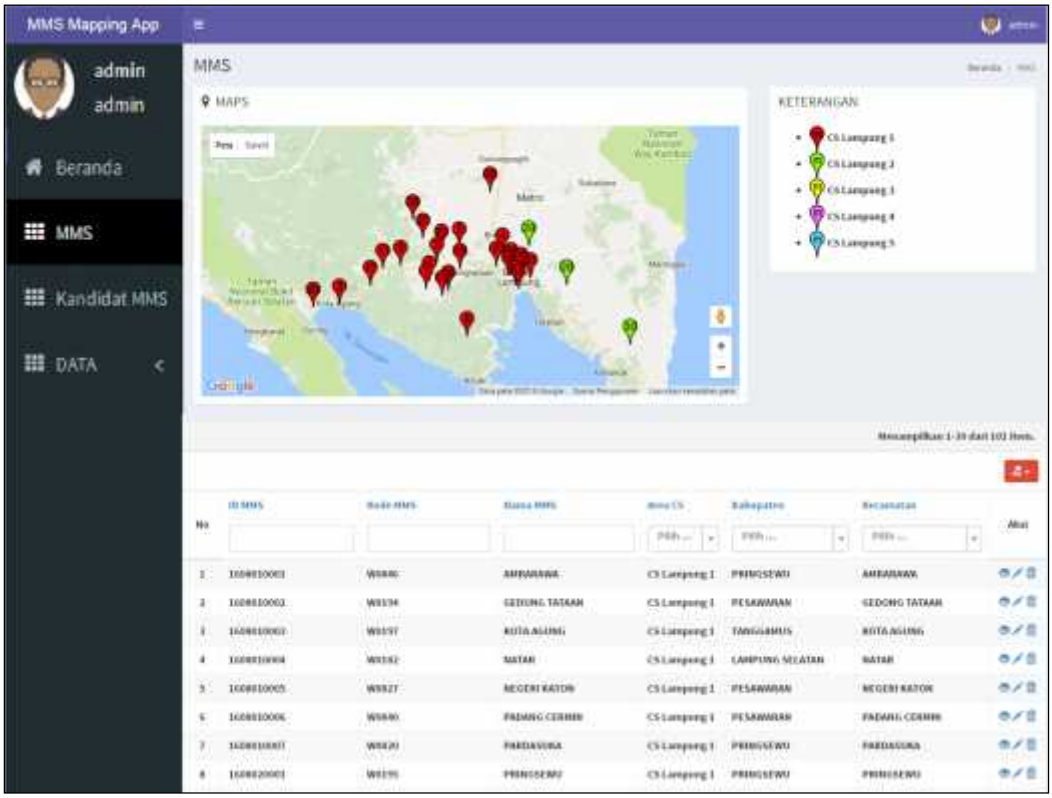
4.5 *Coding* (Pengkodean)

Pada tahap ini dilakukan pembuatan *database*, kemudian dilanjutkan dengan pengimplementasian desain ke dalam baris-baris program menggunakan bahasa pemrograman yang sesuai. Penulisan kode program untuk aplikasi *web* menggunakan bahasa pemrograman PHP. Sistem berbasis *web* dibangun menggunakan *Framework* Yii2 dan memanfaatkan fasilitas dari Google Maps API. Penulisan kode program pada sistem ini menggunakan *software* Notepad++, *browser* Mozilla Firefox dan XAMPP. Google Maps API digunakan untuk menampilkan data spasial lokasi MMS yang diajukan sebagai kandidat dan lokasi yang sudah terverifikasi dalam bentuk peta *digital*.

Sedangkan penulisan kode program untuk aplikasi *mobile* menggunakan bahasa pemrograman Java. Aplikasi *mobile* Android dibangun menggunakan *software* Android Studio 2.1.3 sebagai Java IDE (*Integrated Development Environment*) dalam penulisan kode programnya. Aplikasi SIG ini menggunakan teknologi RESTful *Web Service* untuk menghubungkan aplikasi *mobile* dengan *database server*, begitu juga dengan aplikasi *web*.

4.5.1 Tampilan Sistem Berbasis *Web*

Tampilan Halaman MMS dari sistem berbasis *web* yang dibangun disajikan pada Gambar 5.

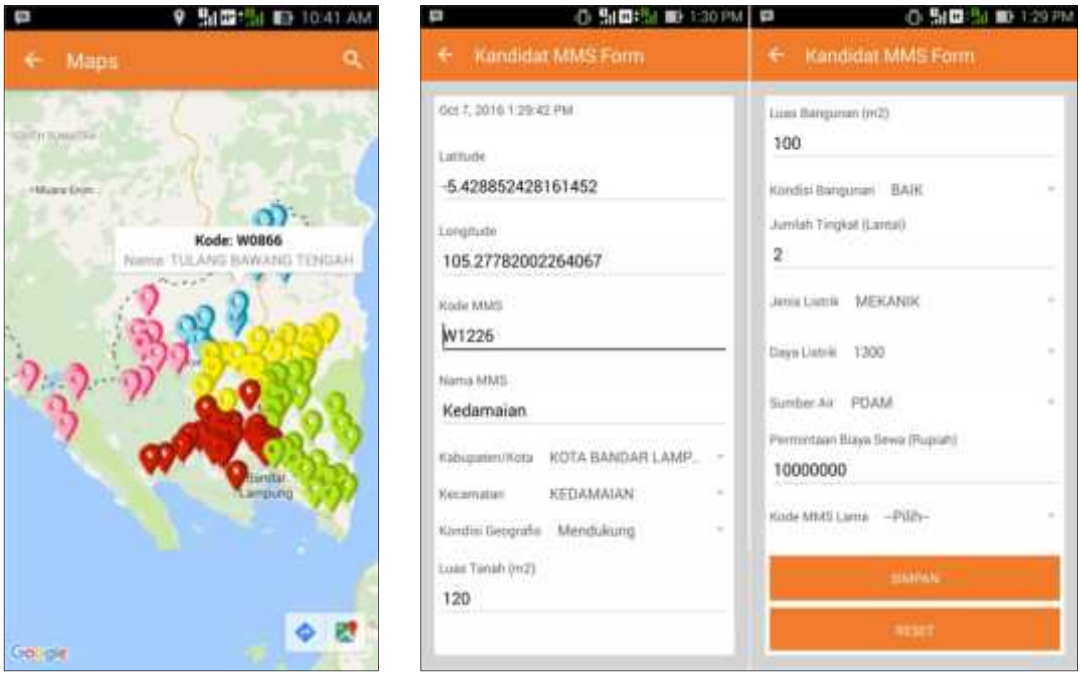


Gambar 5 Tampilan Halaman MMS Sistem Berbasis *Web*

Halaman MMS pada sistem berbasis *web* menampilkan daftar MMS dan kandidat MMS yang statusnya sudah terverifikasi. Halaman ini dapat diakses ketika *user* sudah melakukan *login* sistem *web*, baik akses *login admin* maupun manajer. Halaman MMS juga menampilkan *marker* lokasi persebaran MMS dalam bentuk peta yang memanfaatkan fasilitas dari Google Maps API. Persebaran *marker* lokasi MMS terbagi menjadi 5 area CS (*Corporate Service*), yaitu Area CS Lampung 1 ditandai dengan warna merah, Area CS Lampung 2 ditandai dengan warna hijau, Area CS Lampung 3 ditandai dengan warna kuning, Area CS Lampung 4 ditandai dengan warna merah muda, dan Area CS Lampung 5 ditaindai dengan warna biru. Selain menampilkan peta dan data MMS, pada halaman ini juga disediakan fungsi pencarian data MMS dan cetak daftar MMS dalam bentuk *file* excel. Kategori pencarian MMS dapat dibedakan berdasarkan ID, kode, nama, area CS, kabupaten dan kecamatan. Khusus pada akses *login admin* terdapat kolom *action button* pada data MMS, yaitu *action button* Lihat, *action button* Ubah dan *action button* Hapus.

4.5.2 Tampilan Aplikasi Berbasis *Mobile*

Tampilan dari aplikasi berbasis *mobile* yang dibangun disajikan pada Gambar 6.



(a) (b)

Gambar 6 Tampilan Sistem Berbasis *Mobile*: (a) Halaman *Maps All* MMS, (b) Halaman MMS *Candidate Form*

Gambar 6 (a) merupakan tampilan dari Halaman *Maps All* MMS pada aplikasi *mobile*. Halaman ini dapat diakses setelah *user* (pegawai CSO) berhasil melakukan *login* aplikasi. Halaman ini menampilkan daftar MMS dan kandidat MMS yang statusnya sudah

terverifikasi dari seluruh area CS dalam bentuk peta persebaran. Sama halnya seperti pada sistem *web*, halaman ini juga menampilkan *marker* lokasi MMS yang terbagi menjadi 5 area CS. Apabila *marker* lokasi MMS diklik maka akan muncul *info window marker*, yaitu kode MMS dan nama MMS. *Info window* tersebut apabila diklik akan menampilkan halaman detail MMS, yang terdiri dari data umum, data lokasi, data infrastruktur dan data aset. Pada halaman ini juga disediakan fungsi pencarian MMS dengan kategori cari nama MMS.

Gambar 6 (b) merupakan tampilan dari Halaman MMS *Candidate Form* pada aplikasi *mobile*. Halaman ini dapat diakses ketika *user* mengklik Halaman *My Position* yang menampilkan titik lokasi keberadaan *user*. Halaman ini menampilkan *form input* data lokasi kandidat MMS yang akan diajukan. Pada halaman ini terdapat *button* Simpan dan *button Reset*. Apabila *button* Simpan diklik maka data yang sudah dimasukkan akan tersimpan ke *database server* dan akan ditampilkan pada sistem *web*, sedangkan *button Reset* berfungsi untuk mengembalikan *form input* menjadi kosong seperti semula.

4.5.3 Komunikasi Data pada *Web Service*

Komunikasi data pada *web service* menjelaskan hubungan antara *request* (permintaan) yang dikirim dan *response* (balasan) yang diterima dari *web service* di sisi *client mobile* pada saat transfer data. Adapun ringkasan dari komunikasi data pada *web service* disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Komunikasi Data pada *Web Service*

No.	Fungsi	*Input*	*Request*	Data	*Response*	Hasil
1.	*Login*	username, password	POST (site/login)	Data *User*, Data Pegawai, Data Area CS, Data *Region*	LoginResponse	***Login* berhasil** (masuk ke halaman utama aplikasi) / ***Login* gagal** (mengulangi proses *login*)
2.	*Load* Data Kabupaten	-	GET (v1/location/ kabupaten)	Data Kabupaten	List<Kabupaten>	**Menampilkan daftar kabupaten**
3.	*Load* Data Kecamatan	id_kabupaten	GET (v1/location/ kecamatan)	Data Kecamatan	List<Kecamatan>	**Menampilkan daftar kecamatan pada suatu kabupaten**
4.	*Load* Data MMS	auth_key	GET (v1/tb-mms)	Data MMS, MMS Lokasi, MMS Infra-struktur, MMS Aset	List<Mms>	**Menampilkan daftar MMS**
5.	*Load* Data MMS Berdasarkan	id_area, auth_key	GET (v1/tb-mms)	Data MMS, MMS Lokasi, MMS Infra-	List<Mms>	**Menampilkan daftar MMS pada suatu area CS**

	Area CS			struktur, MMS Aset		
6.	*Load* Data MMS Berdasarkan Nama MMS	nama_mms, auth_key	GET (v1/tb-mms)	Data MMS, MMS Lokasi, MMS Infra-struktur, MMS Aset	List<Mms>	**Menampilkan daftar MMS dengan *keyword* nama MMS**
7.	*Load* Data MMS Berdasarkan Area CS dan Nama MMS	id_area, nama_mms, auth_key	GET (v1/tb-mms)	Data MMS, MMS Lokasi, MMS Infra-struktur, MMS Aset	List<Mms>	**Menampilkan daftar MMS dengan *keyword* nama MMS pada suatu area CS**
8.	*Load* Data Kandidat MMS	auth_key	GET (v1/tb-kandi-dat-mms)	Data Kandidat MMS	List<Kandidat Mms>	**Menampilkan daftar kandidat MMS**
9.	Hitung Jarak 2 MMS	mms1, mms2, auth_key	GET (v1/tb-mms/ distance)	Data MMS	String "<Jarak> KM"	**Menampilkan jarak 2 MMS dalam satuan km**
10.	Simpan Data Kandidat MMS	Kandidat Mms mmsForm, auth_key	POST (v1/tb-kandidat-mms)	Data Kandidat MMS	<Kandidat Mms>	**Data kandidat MMS berhasil / tidak berhasil disimpan**
11.	Ubah Data Kandidat MMS	mms_id, Kan-didat Mms mmsForm, auth_key	PUT (v1/tb-kandi-dat-mms/ {mms_id})	Data Kandidat MMS	<Kandidat Mms>	**Data kandidat MMS berhasil / tidak berhasil diubah**
12.	Hapus Data Kandidat MMS	mms_id, auth_key	DELETE (v1/tb-kandi-dat-mms/ {mms_id})	Data Kandidat MMS	<Kandidat Mms>	**Data kandidat MMS berhasil / tidak berhasil dihapus**
13.	Ubah *Password User*	newPassword, auth_key	GET (v1/user/ change-password)	Data *User*	LoginResponse	***Password user* berhasil / tidak berhasil diganti**

4.6 *Testing* (Pengujian)

Pengujian pada penelitian ini merupakan pengujian fungsionalitas sistem yang dilakukan dengan menggunakan metode pengujian *Black-Box* yang terfokus pada apakah unit program memenuhi kebutuhan (*requirement*) yang disebutkan dalam spesifikasi. Teknik pengujian dalam metode *Black-Box Testing* yang dipilih yaitu *Equivalence Partitioning*. Teknik ini membagi *domain* masukan dari program ke dalam kelas-kelas sehingga kasus uji diperoleh. Penilaian terhadap masing-masing kondisi masukan dapat berupa *valid* dan tidak *valid*, berhasil dan tidak berhasil dan lain sebagainya. Kondisi masukan yang bernilai *valid* akan menghasilkan hasil yang sama dengan hasil yang diharapkan pada desain pengujian.

Pengujian dilakukan oleh pihak BTPN Syariah Area Lampung, yaitu pegawai yang bertindak sebagai *admin*, manajer, dan pegawai CSO. Berdasarkan hasil pengujian yang telah dilakukan, dapat diketahui bahwa sistem dapat berjalan dengan baik pada akses *admin*, manajer dan pegawai CSO. Hasil pengujian tersebut menunjukkan bahwa sistem

dapat berjalan sebagaimana mestinya dan dapat memenuhi kebutuhan fungsional sistem bagi pengguna dengan tidak ditemui *error log* atau kesalahan pada program. Apabila pengguna memberikan *input* atau perintah yang salah, maka sistem dapat memberikan pesan peringatan kesalahan *input* agar pengguna dapat mengetahui letak kesalahan dan mengulangi proses *input*. Waktu respon dari sistem pada saat pengujian cukup baik. Selain itu juga sistem cukup mudah dimengerti oleh pengguna. Sehingga dapat disimpulkan bahwa kinerja dari aplikasi SIG untuk pemetaan dan manajemen data MMS BTPN Syariah Area Lampung ini sudah sesuai dengan tujuan penelitian dan cukup baik untuk digunakan, baik bagi *admin*, manajer, maupun bagi pegawai CSO.

5 Kesimpulan

Dari hasil penelitian yang dilakukan, penulis dapat mengambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Telah berhasil dibangun suatu aplikasi dari Sistem Informasi Geografis (SIG) untuk pencatatan lokasi kandidat dan manajemen data MMS pada Bank Tabungan Pensiunan Nasional (BTPN) Syariah Area Lampung dan menampilkan hasil pencatatannya dalam bentuk referensi geografis.
2. Sistem Informasi Geografis (SIG) yang dibangun berbasis *web* dan *mobile* Android. Apikasi *mobile* Android mendukung dalam proses pencatatan data lokasi kandidat MMS oleh pegawai CSO dengan menggunakan teknologi *web service*.
3. Berdasarkan data hasil pengujian dengan menggunakan metode *Black-Box Testing*, dapat disimpulkan bahwa sistem ini dapat berfungsi sesuai dengan kebutuhan pengguna dan dapat menampilkan data yang dibutuhkan dalam pemilihan lokasi kandidat MMS yang sesuai.

6 Referensi

[1] Prahasta, Eddy. 2002. *Konsep-Konsep Dasar SIG*. Bandung: Informatika Bandung.
[2] Juhadi dan Liesnoor, Dewi. 2001. *Desain dan Komposisi Peta Tematik*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
[3] BTPN Syariah. 2015. *SOP Biaya Pemeliharaan dan Perbaikan Wisma*. Bandar Lampung: BTPN Syariah.
[4] Rahman, M. Aminudin, Imam K., dan Ridho R.H. 2013. *Perancangan dan Implementasi RESTful Web Service untuk Game Sosial Food Merchant Saga pada Perangkat Android*. Surabaya: Teknik Informatika ITS.
[5] Kurniawan, Erick. 2014. *Implementasi REST Web Service Untuk Sales Order Dan Sales Tracking Berbasis Mobile*. Jurnal EKSIS Vol 07 No 01.

SIMULASI NUMERIK MODEL MATEMATIKA DINAMIKA REAKSI OKSIDASI DENGAN KONSENTRASI GAS UMPAN PERIODIK

Aang Nuryaman

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung
email: aangnuryaman@gmail.com

ABSTRAK

Dinamika reaksi oksidasi metana digambarkan dalam bentuk sistem persamaan difusi-konveksi yang di dalamnya mengandung suku tak linier yang terkait dengan laju reaksi dan dilengkapi dengan syarat awal dan syarat batas tertentu. Pada artikel ini akan dikaji dinamika peubah tak bebas temperatur dan konsentrasi pada proses oksidasi gas metana dengan konsentrasi gas umpan berupa fungsi periodik melalui pendekatan numerik. Profil konsentrasi gas umpan di sepanjang reactor akan disimulasikan untuk beberapa perioda berbeda dan dibandingkan dengan kasus gas umpan konstan. Hasil simulasi menunjukkan adanya pengaruh faktor besarnya laju alir gas umpan terhadap profil periodisitas gas metana di sepanjang reaktor.

Kata kunci**:** reaksi oksidasi, persamaan difusi-konveksi, fungsi periodik

PENDAHULUAN

Penelitian yang telah dilakukan para ahli selama beberapa dekade terakhir ini menunjukkan bahwa ternyata makin panasnya bumi salah satunya adalah akibat gas-gas rumah kaca yang dihasilkan oleh aktifitas manusia. Setiap gas rumah kaca memiliki efek pemanasan global yang berbeda-beda. Pemberi kontribusi terbesar terjadinya pemanasan global adalah gas CO_2 dan CH_4 (metana). Gas CH_4 menghasilkan efek pemanasan lebih parah dari CO_2. Sebagai contoh sebuah molekul metana menghasilkan efek pemanasan 23 kali lebih tinggi daripada molekul CO_2 (Salomons, 2003). Emisi gas CH_4 utamanya diperoleh dari sektor agrikultur (44%), pembakaran biomassa (22%), penambangan batubara (12%), dan industri gas dan minyak (15%) (Moore, 1988).

Salah satu strategi untuk mengurangi pengaruh pemanasan global adalah dengan mengkonversi gas CH_4 menjadi gas CO_2 menurut persamaan reaksi oksidasi (pembakaran):

$$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O, \qquad \Delta H_{298} = -802{,}7 \text{ kJ/mol}$$

Setiap 1 mol gas CH_4 yang dioksidasi akan melepaskan energi panas sebesar 802,7 kJ. Konversi gas CH_4 menjadi gas CO_2 akan menurunkan pengaruh pemanasan sebesar 87%. Keberadaan gas metana yang cukup kecil di udara (0,1-1% volume) menyebabkan konversi

gas metana menjadi gas CO_2 membutuhkan katalis agar reaksi tersebut dapat berlangsung. Reaktor unggun tetap berkatalis sesuai untuk berlangsungnya reaksi gas metana menjadi gas CO_2. Di sisi lain suhu metana yang rendah (sekitar 303 K) sangat jauh dari suhu reaksi sehingga membutuhkan pemanasan awal gas umpan.

Karakteristik gas rumah kaca yang berbeda-beda menjadikan perancangan model reaktor sangatlah penting dan memerlukan kajian mendalam. Perilaku dinamika gas umpan di dalam reaktor katalitik selama reaksi berlangsung terus dikaji untuk memperoleh data yang dibutuhkan untuk merancang reaktor yang baik dan sesuai. Dinamika gas umpan di dalam reaktor dapat dipandang sebagai masalah dinamika fluida dalam media berpori dengan gas umpan sebagai fluida dan katalis sebagai media berporinya. Masalah tersebut biasanya digambarkan dalam bentuk model matematika berupa persamaan difusi-konveksi yang di dalamnya terkandung suku tak linier yang terkait dengan laju reaksi. Ada dua pendekatan yang dapat dilakukan untuk membantu merancang reaktor sesuai dengan yang dibutuhkan yaitu melalui percobaan skala laboratorium dan pendekatan simulasi numerik (komputasi). Kedua pendekatan tersebut memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing namun keduanya saling membutuhkan satu sama lain.

Beberapa peneliti telah menggunakan pendekatan numerik untuk mengkaji perilaku dinamika gas umpan dalam sebuah reaksi diantaranya Salinger dkk (1996), Khinast dkk (1999), dan Gosiewsky dkk (2004). Para peneliti tersebut mengkaji dinamika perilaku gas umpan dengan konsentrasi konstan. Pada artikel ini, simulasi numerik digunakan untuk mempelajari bagaimana perilaku dinamika gas umpan di sepanjang reaktor khususnya yang terkait dengan konsentrasi dan temperatur gas umpan selama reaksi oksidasi berlangsung untuk kasus konsentrasi gas umpan periodik dan temperaturnya konstan. Lebih jauh akan dikaji sensitivitas parameter perioda konsentrasi gas umpan dengan cara memvariasikan nilai parameter tersebut.

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini secara umum terbagi menjadi dua yaitu kajian pustaka dari berbagai jurnal ilmiah ataupun buku untuk kajian analisisnya dan simulasi komputasi sebagai kajian hampiran numeriknya. Adapun model matematika yang digunakan dalam simulasi numerik didasarkan pada asumsi bahwa temperatur (konsentrasi) fasa padat dan fasa gas pada suatu titik dalam arah koordinat panjang reaktor dianggap sama sehingga

diperoleh model homogen semu 1-D. Hampiran solusi numerik dari model matematika diperoleh dengan menggunakan metode beda hingga.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model homogen semu 1-D yang digunakan diadopsi dari model yang dikemukakan oleh Khinast dkk (1999) yaitu

$$K\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{ax}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - u(\rho c_p)_s\frac{\partial T}{\partial z} + (-\Delta H)g(T)C - U_w a_w(T - T_c) \qquad (1)$$

$$\epsilon\frac{\partial C}{\partial t} = \epsilon D\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - u\frac{\partial C}{\partial z} - g(T)C \qquad (2)$$

Dengan $K = (1-\epsilon)(\rho c_p)_s + \epsilon(\rho c_p)_g$ dan $g(T) = \frac{\eta k_\infty k_c a_v \exp(-E_a/RT)}{k_c a_v + \eta k_\infty \exp(-E_a/RT)}$. Peubah $T = T(z,t)$ dan $C = C(z,t)$ secara berturut-turut menyatakan temperatur dan konsentrasi gas umpan pada posisi z dan waktu t. Adapun syarat batasnya adalah

$$-\frac{\lambda_{ax}}{u(\rho c_p)_g}\frac{\partial T}{\partial z} = T_{in} - T, \quad -\frac{\epsilon D}{u}\frac{\partial C}{\partial z} = C_{in} - C, \quad \text{di } z = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \qquad \text{di } z = L \qquad (4)$$

yang dikenal dengan syarat batas Danckwert (Danckwerts, 1953) di mana T_{in} dan C_{in} menyatakan konsentrasi dan temperatur gas umpan serta L menyatakan panjang reaktor. Syarat batas ini diturunkan dari asumsi model bahwa dispersi massa dan energi hanya muncul di dalam reaktor. Secara fisis dispersi massa (energi) menyatakan penyebaran atau perubahan konsentrasi (temperatur) gas umpan dari satu titik ke titik lain karena adanya perbedaan konsentrasi (temperatur). Sedangkan syarat batas di ujung kanan reaktor diturunkan dari asumsi bahwa tidak ada pengaruh peralatan pada perilaku aliran. Secara fisis, konsentrasi (temperatur) gas metana di bagian dalam dan di bagian luar ujung kanan reaktor adalah sama. Dengan kata lain tidak ada perubahan konsentrasi (temperatur) gas metana di titik berikutnya pada ujung kanan reaktor.

Kondisi gas umpan yang masuk di ujung reaktor diasumsikan memiliki temperatur tetap dan konsentrasi berupa fungsi periodik berbentuk $C_{in}(t) = A + B\sin\omega t$ dengan $A > B$ dan ω terkait dengan frekuensi konsentrasi tinggi dan rendah di sepanjang reaktor pada periode waktu tertentu. Adapun pada saat kondisi awal, $t = 0$, diasumsikan reaktor telah dipanaskan terlebih dahulu sehingga mencapai suhu tertentu yang diinginkan, yaitu $T(z,0) = T_0$.

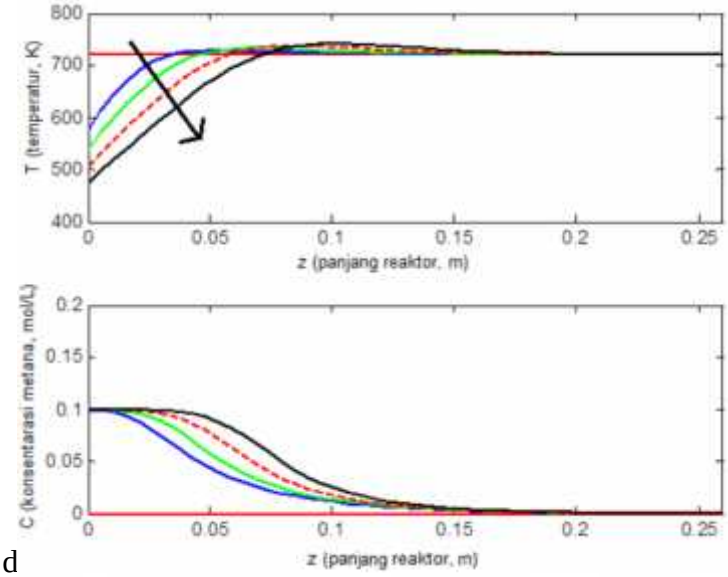
Pada simulasi numerik di sini, Persamaan (1)-(2) didiskritisasi dengan menggunakan metode *forward time centered space* (FTCS) sehingga diperoleh sistem persamaan terdiskritisasi dari Persamaan (1) - (2) sebagai berikut:

$$T_j^{n+1} = T_j^n + a_1 \frac{\Delta t}{\Delta z^2}\left(T_{j+1}^n - 2T_j^n + T_{j-1}^n\right) - b_1 \frac{\Delta t}{2\Delta z}\left(T_{j+1}^n - T_{j-1}^n\right) - c_1 \Delta t\left(T_j^n - T_c\right) + d_1 \Delta t g\left(T_j^n\right) C_j^n$$

$$C_j^{n+1} = C_j^n + a_2 \frac{\Delta t}{\Delta z^2}\left(C_{j+1}^n - 2C_j^n + C_{j-1}^n\right) - b_2 \frac{\Delta t}{2\Delta z}\left(C_{j+1}^n - C_{j-1}^n\right) - d_2 \Delta t g\left(T_j^n\right) C_j^n$$

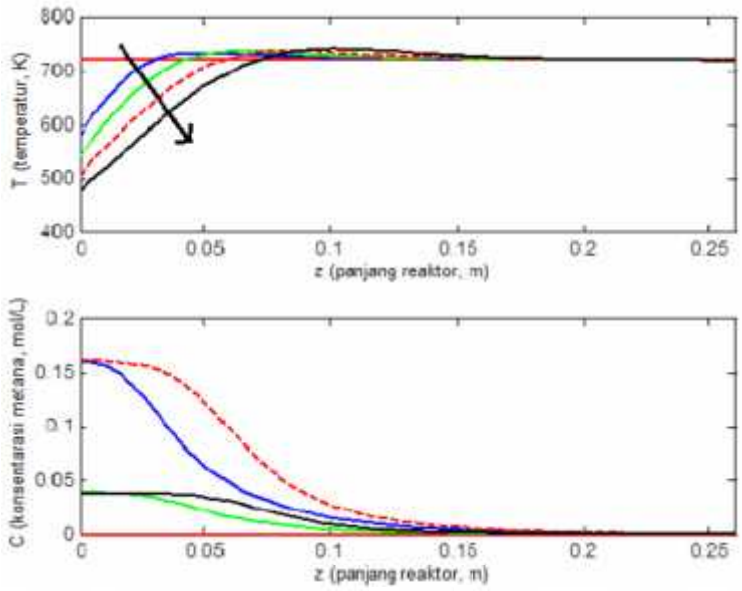
dengan $T_j^n = T(z_j, t_n)$, $C_j^n = C(z_j, t_n)$, $\Delta z = L/N_z$ dan $\Delta t = t/N_t$. N_z dan N_t berturut-turut menyatakan banyaknya partisi koordinat spasial dan partisi waktu.

Dengan menggunakan syarat batas (3) - (4) dan syarat awal $T(z, 0) = T_0$, diperoleh profil dinamika temperatur dan konsentrasi gas metana untuk gas umpan konstan dan kondisi gas umpan periodik untuk beberapa nilai ω berbeda dapat dilihat pada

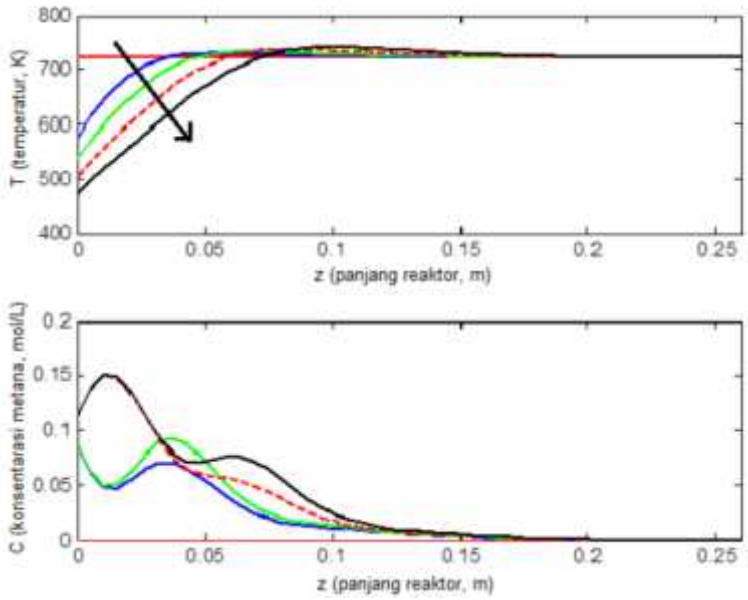


d

Gambar 3.1 Dinamika temeperatur dan konsentrasi secara berturut-turut (sesuai arah panah) untuk $t = 0$, $t = \frac{1}{4}t_c$, $t = \frac{3}{8}t_c$ dan $t = \frac{1}{2}t_c$ dengan $A = 0.1$, $B = 0.07$, $\omega = 0$ (konsentrasi konstan), $T_c = 323\ K$, $T(z, 0) = 773$, dan $C(z, 0) = 0$.



Gambar 3.2 Dinamika temeperatur dan konsentrasi secara berturut-turut (sesuai arah panah) untuk $t = 0$, $t = \frac{1}{4}t_c$, $t = \frac{3}{8}t_c$ dan $t = \frac{1}{2}t_c$ dengan $A = 0.1$, $B = 0.07$, $\omega = \pi/15$ (konsentrasi konstan), $T_c = 323\ K$, $T(z,0) = 773$, dan $C(z,0) = 0$.



Gambar 3.3 Dinamika temeperatur dan konsentrasi secara berturut-turut (sesuai arah panah) untuk $t = 0$, $t = \frac{1}{4}t_c$, $t = \frac{3}{8}t_c$ dan $t = \frac{1}{2}t_c$ dengan $A = 0.1$, $B = 0.07$, $\omega = 15\pi$ (konsentrasi konstan), $T_c = 323\ K$, $T(z,0) = 773$, dan $C(z,0) = 0$.

Secara umum, antara konsentrasi gas umpan konstan dengan gas umpan periodik tidak memberikan dampak yang cukup berbeda pada profil temperaturnya. Hal ini dikarenakan pemilihan nilai B pada fungsi gas umpan periodik C_{in} yang kecil sehingga efeknya terhadap kenaikan temperatur juga kecil. Profil temperatur di titik ujung reaktor di mana gas umpan masuk, seiring dengan bertambahnya waktu terlihat semakin menurun. Hal ini terjadi karena adanya faktor dispersi. Di posisi reaktor semakin ke ujung kanan, temperatur semakin meningkat kemudian menurun kembali. Profil ini terjadi karena pengaruh adanya kontribusi dari panas hasil reaksi dan pendinginan. Ketika konsentrasi gas umpan semakin habis, maka kontribusi panas hasil reaksi menjadi semakin kecil hingga tidak ada. Namun di sisi lain pendinginan masih tetap berlangsung, sehingga temperatur akan semakin turun.

Sedangkan profil konsentrasi untuk kasus gas umpan konstan, menunjukkan seiring dengan bertambahnya waktu konsentrasi di dalam reaktor semakin meningkat khususnya di posisi dekat ujung reaktor di mana gas umpan masuk. Hal ini terjadi karena tidak semua gas umpan langsung bereaksi. Namun semakin ke kanan, konsentrasi semakin mendekati nol atau habis karena bereaksi. Adapun untuk kasus gas umpan periodik, secara umum profil konsentrasi serupa dengan kasus gas umpan konstan. Perbedaanya terletak pada adanya osilasi antara konsentrasi tinggi dan rendah.

Adapun variasi nilai ω berpengaruh pada ada tidaknya bentuk gelombang pada profil konsentrasi di sepanjang reaktor. Ketika ω kecil, maka bentuk gelombang fungsi periodiknya semakin tidak nampak. Gas umpan yang semakin habis karena bereaksi menjadikan kecekungan puncak maupun lembah konsentrasi gas umpan semakin landai ketika koordinat z mendekati ujung reaktor. Dari Gambar 3.1 – Gambar 3.3 terlihat bahwa gas umpan habis karena bereaksi setelah melewati setengah panjang reaktor

KESIMPULAN

Dari uraian bab-bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa pada model homogen semu 1-D, efek gas umpan konstan dan periodik pada profil dinamika temperatur tidaklah signifikan atau perbedaan yang mencolok. Hal ini disebabkan konsentrasi gas umpannnya kecil. Sedangkan pada profil dinamika konsentrasi gas umpan, pengaruh besar perioda gas umpan yang masuk berpengaruh pada ada tidaknya bentuk gelombang pada profil konsentrasi.

DAFTAR PUSTAKA

Dankwerts, P.V. 1953. Continous flow system: Distribution of Residence times. Chem. Eng. Sci., 2: 1-13.

Gosiewski, K. 2004. Effective approach to cyclic steady state in the catalytic reverse-flow combustion of methane. *Chemical Engineering Science*, 59,4095 – 4101.

Khinast, J., Jeong, Y.O., Luss, D., 1999. Dependence of cooled reverse-flow reactor dynamics on reactor model. *A.I.Ch.E. Journal* 45, 299–309.

Moore, T.R. 1988. Atmosphere Methane. The Canadian Geographer. 32(2):178-184.

Salinger, A., Eigenberger, G. 1996a. The Direct Calculations of Periodic States of the Reverse flow Reactor-I, Methodology and Propane Combustion Result. Chemical Engineering Science. 51: 4903-4913

Salomons, S., Hayes, R., Poirier, M., dan Sapoundjiev, H. 2003. Flow reversal reactor for catalytic combustions of lean methane mixtures. Catalysis Today. 83: 59-69.

KONSEP KETERBAGIAN PADA IDEAL DALAM RING Z[i] DAN APLIKASINYA DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN DIOPHANTINE NON LINER DUA VARIABEL

Karina Sylfia Dewi*, Amanto, Agus Sutrisno, Wamiliana dan Asmiati

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Lampung
*e-mail: ksylfia@gmail.com

ABSTRAK

Persamaan Diophantine adalah persamaan polinomial atas bilangan bulat dalam n variabel dengan solusi bilangan bulat. Persamaan Diophantine berbentuk $f(x1, x2, \ldots, xn) = 0$ dengan f adalah fungsi n variabel dengan $n \geq 2$. Ada 3 masalah dasar yang diperhatikan dalam persamaan Diophantine : apakah persamaan Diophantine mempunyai penyelesaian, penyelesaiannya hingga atau tak hingga, yang terakhir jika mempunyai penyelesaian, tentukan semua penyelesaiannya. Mencari penyelesaian persamaan Diophantine lebih sulit daripada menentukan apakah penyelesaiannya ada atau tidak. Beberapa metode penyelesaian persamaan Diophantine dasar antara lain : dekomposisi, aritmatika modulo, matematika induksi dan metode fermat tak hingga. Sedangkan, metode dalam penelitian ini adalah metode ring $\mathbb{Z}[i]$ dengan memperhatikan konsep keterbagian, keprimaan serta faktorisasi pada bilangan bulat $\mathbb{Z}[i]$.

Kata Kunci: Persamaan Diophantine, norm, prima, ring bilangan bulat Gaussian dalam $\mathbb{Z}[i]$

1. PENDAHULUAN

Sementara itu, secara umum diketahui bahwa persamaan Diophantine adalah persamaan dengan variabel-variabel tertentu sehingga solusinya merupakan bilangan bulat. Persamaan Diophantine pertama kali dipelajari oleh seseorang yang bernama Diophantus dari Alexandria yang dikenal dengan julukan “bapak dari aljabar”. Koefisien dari persamaan Diophantine hanya melibatkan bilangan bulat. Tidak ada bilangan pecahan di persamaan ini (Andreescu dkk, 2010). Persamaan Diophantine tidak harus linear, bisa saja kuadrat, kubik, atau lainnya. Contohnya $ax^2 + by^2 = c$. Persamaan Diophantine bisa memiliki banyak solusi yang beragam, yaitu tidak ada solusi, solusi tunggal dan solusi banyak (tak berhingga).

Pada mulanya persamaan Diophantine khususnya persamaan Diophantine linear menggunakan Algoritma Euclid untuk menyelesaikannya. Beberapa metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan Diophantine bentuk linear antara lain: metode faktorisasi prima, dengan pertidaksamaan, metode parametrik, metode modulo, metode induksi, *Fermat’s Method of Infinite Descent* (FMID). Dalam perkembangannya

persamaan Diophantine yang berbentuk kuadrat dan yang memuat persamaan Pell dapat menggunakan metode matriks dan analisis keterbagian (Andreescu dkk, 2010). Persamaan Pell adalah persamaan yang mempunyai solusi penyelesaian bilangan bulat positif dengan bentuk $x^2 - dy^2 = 1$, $x \neq 1$, $y \neq 0$ dengan $d > 1$ dimana d adalah bilangan bulat positif dan bukan kuadrat sempurna. Dalam penelitian ini penulis akan mengkaji tentang konsep keterbagian pada ideal dalam ring $\mathbb{Z}[\boldsymbol{i}]$ dan juga aplikasinya untuk penyelesaian persamaan Diophantine non linear.

1.1 Konsep Norm Unit dalam Ring Z[i]

Definisi 1.1.1

Bilangan bulat Gaussian adalah bilangan kompleks yang bagian riil dan bagian imajinernya adalah bilangan bulat. Dengan operasi penjumlahan dan perkalian bilangan kompleks, himpunan bilangan bulat Gaussian membentuk ring yang dinotasikan dengan $\mathbb{Z}[\boldsymbol{i}]$ dan dituliskan dengan

$$\mathbb{Z}[\boldsymbol{i}] = \{\, a + bi | a,b \in \mathbb{Z} \,\}$$

(Andreescu dkk, 2010).

Himpunan semua bilangan bulat Gaussian $\mathbb{Z}[i]$ dengan operasi penjumlahan dan perkalian membentuk ring.

Sebelum membahas unit dalam ring Z[i], terlebih dahulu didefinisikan norm (jarak) pada ring Z[i].

Definisi 1.1.2

Norm pada $\mathbb{Z}[\boldsymbol{i}]$ merupakan fungsi :

$$N : \mathbb{Z}[\boldsymbol{i}] \rightarrow \mathbb{Z}$$

dengan rumus $N(a + bi) = a^2 + b^2, \forall (a + bi) \in \mathbb{Z}[\boldsymbol{i}]$.

Norm di atas menyatakan ukuran besaran dari elemen $\mathbb{Z}[\boldsymbol{i}]$. Norm juga digunakan untuk pembuktian eksistansi (keberadaan) unit dan kepriman dalan ring $\mathbb{Z}[\boldsymbol{i}]$. Selain itu, norm juga digunakan untuk mengukur sisa keterbagian pada ring $\mathbb{Z}[\boldsymbol{i}]$.

Berikut ini diberikan sifat multiplikatif dari norm pada $\mathbb{Z}[\boldsymbol{i}]$.

Teorema 1.1.1

Fungsi norm $N : \mathbb{Z}[i] \to \mathbb{Z}$ bersifat multiplikatif, yaitu :

$(N(\alpha\beta)) = N(\alpha)N(\beta), \forall\, \alpha,\beta \in \mathbb{Z}[i]$

Sifat multiplikatif norm N pada $\mathbb{Z}[i]$ ini juga dapat digunakan untuk menghubungkan struktur multiplikatif pada $\mathbb{Z}$ dengan struktur multiplikatif pada $\mathbb{Z}[i]$, dan juga dapat untuk menghubungkan keterbagian, keprimaan pada $\mathbb{Z}$ dengan keterbagian serta keprimaan dalam ring $\mathbb{Z}[i]$.

Dengan definisi norm pada $\mathbb{Z}[i]$ pada Definisi 1.1.2 dapat digunakan untuk mengembangkan pengertian unit pada ring $\mathbb{Z}[i]$ berikut ini :

Definisi 1.1.3

Misalkan $\alpha \in \mathbb{Z}[i]$. Bilangan bulat Gaussian α dikatakan unit dari $\mathbb{Z}[i]$ jika dan hanya jika $N(\alpha) = 1$. Sehingga unit dari $\mathbb{Z}[i]$ adalah 1, -1, *i*,-*i*.

1.2 Keterbagian dan Faktorisasi Tunggal Dalam Ring Z[i]

Definisi 1.2.1

Misalkan $\alpha,\beta \in \mathbb{Z}[i]$. Bilangan α dikatakan membagi β atau ditulis $\alpha \mid \beta$ jika dan hanya jika terdapat bilangan $\gamma \in \mathbb{Z}[i]$ sedemikian sehingga $\beta = \alpha\gamma$.

Selanjutnya $\beta \neq 0$ disebut bilangan Gaussian prima dalam $\mathbb{Z}[i]$, yaitu jika β bukan unit sedemikian sehingga pembagi dari β hanya $\pm 1, \pm i, \pm\alpha,$ dan $\pm i\alpha$.

Definisi 1.2.2

Bilangan $\alpha,\beta \in \mathbb{Z}[i]$ dikatakan relatif prima/ coprima jika faktor persekutuan α,β hanya unit.

Teorema 1.2.1 (Algoritma Euclid)

Misalkan $\alpha,\beta \in \mathbb{Z}[i]$ tidak nol. Gunakan relasi rekursif pada teorema pembagian (Teorema 4.1.6), mulai dengan pasangan α,β dan buat pembagi atau faktor dan sisa pada satu persamaan. Hasil bagi dan faktor atau pembagi pada langkah berikutnya, munculkan sisa tak nol :

$\alpha = \beta y_1 + \rho_2, \mathbb{N}(\rho_1) < N(\beta)$
$\beta = \rho_1 y_1 + \rho_2, \mathbb{N}(\rho_2) < N(\rho_1)$
$\rho_1 = \rho_2 y_3 + \rho_3, \mathbb{N}(\rho_3) < N(\rho_2)$

Sisa terakhir tak nol dapat dibagi oleh semua faktor persekutuan dari α dan β, dan sisa tersebut adalah faktor persekutuan, sehingga sisa disebut gcd dari α dan β.

Teorema 1.2.2

Jika norm dari bilangan bulat Gaussian prima dalam $\mathbb{Z}$, maka bilangan bulat Gaussian tersebut prima dalam $\mathbb{Z}[i]$.

Bukti :

Misalkan α □ $\mathbb{Z}[i]$ mempunyai norm prima, katakan $N(\alpha) = p$, akan ditunjukkan α hanya mempunyai faktor trivial (faktornya mempunyai norm 1 atau hanya $N(\alpha)$).

Perhatikan faktorisasi dari $\alpha \in \mathbb{Z}[i]$, katakan $\alpha = \beta\gamma$.
Dari $N(\alpha) = p$, diperoleh $N(\beta\gamma) = p$. Sehingga

$$N(\beta)N(\gamma) = p$$

Maka $N(\beta)$ atau $N(\gamma)$ sama dengan 1. Jadi β atau γ adalah unit, sehingga α prima dalam $\mathbb{Z}[i]$.

Teorema 1.2.3 (Teorema Faktorisasi Tunggal)

Untuk sebarang $\alpha \in \mathbb{Z}[i]$ dengan $N(\alpha) > 1$ mempunyai faktorisasi prima tunggal, yaitu:

Jika $\alpha = \pi_1\pi_2 \dots \pi_3 = \pi_1'^{\pi_2'} \dots \pi_3'$,

dengan π_i dan π_j' prima dalam $\mathbb{Z}[i]$, maka $r = s$ dan π_i kelipatan unit dari π_i'.

2. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Membangun konsep keterbagian dan faktorisasi tunggal pada ring Z[i]
2. Mengkaji penerapan persamaan Diophantine non linear pada ideal dalam ring $\mathbb{Z}[i]$.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini akan diberikan contoh penyelesaian persamaan Diophantine non linear dua varibel dengann metode ring Z[i].

Tentukan penyelesaian bilangan bulat (x, y) yang memenuhi persamaan Diophantine non linear $y^2 = x^3 - 1$.

Penyelesaian :

Pasangan bilangan bulat (*x, y*) = (1,0) jelas memenuhi persamaan

$y^2 = x^3 - 1$. Selanjtnya akan ditunjukkan bahwa (1,0)

merupakan satu – satunya solusi untuk persamaan $y^2 = x^3 - 1$.

Persamaan $y^2 = x^3 - 1$ dituliskan sebagai

$$x^3 = y^2 + 1$$

Yang mempunyai faktor

$$x^3 = (y+i)(y-i) \qquad (3.1)$$

Jika dua faktor pada ruas kanan (3.1) relatif prima dalam $\mathbb{Z}[i]$, maka karena perkaliannya merupakan kubik (pangkat 3), maka berdasarkan teorema 4.1.19 faktornya harus kubik. Karena setiap unit adalah kubik, yaitu $1 = 1^3, -1 = (-1)^3, i = (-i)^3, -i = 1^3$, maka x^3 dapat dituliskan dalam bentuk kubik.

Jadi selain $y+i$ dan $y-i$ relatif prima sehingga persamaan (3.1) akan menyatakan $y+i$ dan $y-i$ kubik.

Untuk menunjukkan $y+i$ dan $y-i$ relatif prima, misalkan δ faktor persekutuan dari $y+i$ dan $y-i$ segingga δ membagi selisih $y+i$ dan $y-i$ atau δ membagi $y+i$ dan $y-i = 2i$ atau dengan kata lain $\delta | 2i$. Misalkan $2i = (1+i)^2$ faktorisasi tunggal dalam $\mathbb{Z}[i]$, maka $\delta = 1, 1+i$ atau $\delta = (1+i)^2$ atau kelipatan unit – unitnya.

Andaikan δ bukan unit, maka δ dapat dibagi oleh $1+i$, sehingga $(1+i) \mid x^3$. Selanjutnya ambil normnya, sehingga

$N(1+i) \mid N(x^3)$ atau

$$2 \mid x^6$$

Sehingga x genap. Maka $y^2 + 1 = x^3 \equiv 0 \pmod 4$, maka diperoleh $y^2 \equiv -1 \pmod 4$. Tetapi $-1 \pmod 4$ bukan suatu bilangan kuadrat. Jadi terjadi kontradiksi . Sehingga yang benar δ merupakan unit.

Sekarang sudah diketahui bahwa $y+i$ dan $y-i$ rekatif prima, maka harus

$$y + i = (m + ni)^3 \qquad (3.2)$$

Untuk suatu $m, n \in \mathbb{Z}$.

Persamaan (3.2) diuraikan menjadi :

$$y + i = m^3 + 3m^2ni + 3m(ni)^2 + (ni)^3$$

$$y + i = m^3 - 3mn^2 + (3m^2n - n^3)i \qquad (3.3)$$

Bagian riil dan imajiner dari (3.3) disamakan diperoleh :

$$y = m^3 - 3mn^2$$

$$= m(m^2 - 3n^2) \qquad (3.4)$$

dan

$$1 = 3m^2n - n^3$$

$$1 = n(3m^2 - n^2) \qquad (3.5)$$

Dari persamaan (3.5) diperoleh $n = 1$ atau $n = -1$.

(i) Jika $n = 1$, maka $3m^2 - n^3 = 1$

$$\Leftrightarrow 3m^2 = 2$$

Tidak ada solusi bulat untuk m.

(ii) Jika $n = -1$, maka $1 = (3m^2 - 1)$

$$1 = -3m^2 + 1$$

$$3m^2 = 0$$

$$m = 0$$

Sehingga dari (3.4) diperoleh $y = 0$ jadi diperoleh $x^3 = y^3 + 1 = 1$. Maka $x = 1$. Sehingga terbukti (1,0) merupakan satu – satunya solusi untuk $y^2 = x^3 - 1$.

1. Tentukan penyelesaian pasangan bilangan bulat (x, y) yang memenuhi persamaan Diophantine non linear $x^2 + 1 = y^3$.
   Penyelesaian :

   Contoh soal no. 1 di atas sebenarnya identik dengan contoh soal no.1, bedanya hanya variabelnya. Pada contoh soal ini akan diselesaikan hanya dengan menggunakan konsep norm dan Lemma Euclid.

   Dalam Ring $\mathbb{Z}[i]$, maka berlaku $x^2 + 1 = (x + i)(x - i) = y^3$. Berdasarkan Lemma Euclid (Teorema 1.2.1 (1)), $x + i$ dan $x - i$ membagi y. Sehingga

   $x^2 + 1$ membagi y, katakan:

$$(x^2 + 1)k = y, \forall\ k \in \mathbb{Z} \qquad (3.6)$$

Dengan mensubstitusikan (3.6) pada soal, maka diperoleh:

$$x^2 + 1 = k^3(x^2 + 1)^3$$

$$\Leftrightarrow k^3(x^2 + 1)^3 - (x^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 1)(k^3(x^2 + 1)^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 1) = 0 \text{ atau } (k^3(x^2 + 1)^2 - 1) = 0$$

Untuk $x^2 + 1 = 0$, akan diperoleh solusi x dalam bilangan kompleks.

Sehingga diperoleh

$$k^3(x^2 + 1)^2 = 1 \qquad (3.7)$$

Kedua ruas pada persamaan (3.7) dikenai norm , diperoleh

$$N(k^3)N(x^2 + 1)^2 = N(1) \qquad (3.8)$$

Agar persamaan (3.8) terpenuhi, maka $x^2 + 1$ harus 1. Sehingga diperoleh

$x = 0$. Jadi diperoleh solusi untuk pasangan bilangan bulat $(x,y) = (0,1)$.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, persamaan Diophantine non linear dapat diselesaikan dengan metode ring $\mathbb{Z}[i]$, yaitu menggunakan sifat – sifat faktorisasi prima tunggal dalam ring Z[i] yang merupakan perumuman sifat pada bilangan bulat $\mathbb{Z}$. Dengan menjabarkan persamaan Diophantine menjadi perkalian elemen – elemen prima dalam ring $\mathbb{Z}[i]$, akan diperoleh solusi bilangan bulat yang memenuhi. Persamaan Diophantine yang dapat diselesaikan dengan metode ini adalah persamaan yang dapat difaktorkan menjadi bilangan prima Gaussian dalam ideal ring Z[i]. Selain itu permasalahan persamaan Diophantine non linear juga dapat diselesaikan cukup dengan menggunakan Lemma Euclid dan konsep norm pada ring Z[i].

5. DAFTAR PUSTAKA

Andreescu, T., Andrica, D., Cucurezeanu, I. 2010. *An Introduction to Diophantine Equetion.* Birkhauser.

Burton, D.M. 1980. *Elementary Number Theory.* University Of New Hampshire.United State of Afrika.

Dummit, D.S., Foote, R.M. 2004. *Abstract Algebra* . Third Edition. Y&Y. United states of America.

Dudley, U. 1969. *Elementary Number Theory.* W.H. Ferman and Company, San Fransisco.

Fraleigh, J.B. 2000. *A First Course In Abstract Algebra.* Sixth Edition. Addison Wesley Publishing Company, Inc. Philippines

Graham, M. 1975. *Modern Elementary Mathematics*. Harcort Brace Jonanovich, inc. New York.

Grillet, P.A. 2007. *Graduate Text In Mathematics.* Second Edition. Springer. New York

9 772086 234006