

PEMBANDINGAN EMPIRIS TIGA METODE REGRESI ROBUST

By Khoirin Nisa

PEMBANDINGAN EMPIRIS TIGA METODE REGRESI ROBUST (AN EMPIRICAL COMPARISON OF THREE ROBUST REGRESSION METHODS)

3 KHOIRIN NISA
Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung
Email : adenisa@telkom.net

ABSTRACT

Regression analysis is a statistical technique that serves as a basis for drawing inferences about relationship among variables (Myers, 1990). When data contains outlier, a robust technique on regression is urgently needed. In this paper we aim to compare three robust regressions methods: Least Trimmed Square (LTS), Least Median Square (LMS) and Least Absolute Value (LAV). We set a Monte Carlo simulation using 1000 random samples on every sample size we considered: $n = 30, 60, 100$, and 200. We contaminated the data with 10%, 20%, 30% and 40% outliers. The effect of outliers on regression coefficient is studied by comparing the bias, the mean square error (MSE), and the standard error (SE) resulted by LTS, LMS and LAV in presence of outliers. The result shows that the LMS and LTS yield almost the same bias, MSE and SE. And each of the two methods performs better than LAV.

Keywords: *Robust Regression*, LTS, LMS, LAV.

PENDAHULUAN

12 Analisis regresi linier merupakan salah satu analisis statistika yang dapat digunakan untuk menyelidiki atau membangun model hubungan linier antara beberapa variabel. Berbagai metode pendugaan model regresi telah dikembangkan baik dengan pendekatan parametrik maupun nonparametrik. Metode kuadrat terkecil atau OLS (*Ordinary Least Square*) dikenal sebagai metode penduga terbaik dalam analisis regresi, namun metode ini sangat peka terhadap adanya penyimpangan asumsi pada data. Jika data tidak memenuhi salah satu asumsi regresi maka penduga OLS dapat menjadi bias dan tidak lagi efisien (Yaffee, 2002).

2 Salah satu asumsi penting dalam analisis regresi yang berkaitan dengan inferensia model adalah asumsi sebaran normal (normalitas). Asumsi normalitas seringkali tidak terpenuhi saat data mengandung pencilan (*outlier*). Karena jika terdapat pencilan dalam data, maka bentuk sebaran data tidak lagi simetris tetapi cenderung menjulur ke arah pencilan sehingga melanggar asumsi normalitas. Kadang untuk mengatasi hal ini seorang peneliti melakukan transformasi terhadap data dengan maksud agar asumsi normalitas dapat terpenuhi, namun seringkali transformasi yang dilakukan tidak dapat memperkecil nilai *leverage* pencilan yang pada akhirnya membiarkan pendugaan. Bahkan hanya satu pencilan dengan nilai *leverage* yang besar dapat memberikan pengaruh yang sangat besar terhadap dugaan OLS (Olive, 2005).

1 Untuk meningkatkan akurasi pendugaan model regresi dari data yang mengandung pencilan diperlukan suatu metode yang tegas terhadap pencilan yaitu metode *robust*. Dalam tulisan ini kami membandingkan tiga metode regresi *robust* yang sering digunakan dalam berbagai bidang. Metode pertama yaitu metode *Least Trimmed Square* (LTS) yang diperkenalkan pertama kali oleh Rousseeuw & Leroy pada tahun 1987 (Hubert dkk, 2004). Metode LTS menduga koefisien regresi dengan melakukan analisis regresi kuadrat terkecil ($\min \sum e_i^2$) terhadap sebaran data yang sudah terpotong (*trimmed*) atau sebaran terwinsorkan (*winsorized distribution*). Metode kedua adalah metode *Least Median Square* (LMS) yang diperkenalkan oleh Rousseeuw pada tahun 1984 (Hubert dkk, 2004). Metode LMS menduga koefisien regresi dengan meminimumkan median dari kuadrat galatnya ($\min \text{median}\{e_i^2\}$). Dan metode terakhir adalah metode *Least Absolute Value* (LAV) yang diperkenalkan oleh Armstrong & Frome pada tahun 1976 (Frome, 2003). Metode LAV menduga koefisien regresi dari data yang mengandung pencilan dengan meminimumkan jumlah nilai mutlak galatnya ($\min \sum |e_i|$).

Dalam tulisan ini kami membandingkan tingkat ketegaran (resistensi) metode LTS, LMS dan LAV terhadap pengaruh pencilan dengan menggunakan nilai bias, MSE dan $SE(S_{\hat{\beta}})$, dan melihat konsistensinya terhadap ukuran sampel sehingga dapat ditentukan metode mana yang cocok untuk kasus tertentu.

1

Metode Least Trimmed Square (LTS)

Metode LTS menduga koefisien regresi dengan menggunakan dugaan OLS terhadap subhimpunan data berukuran h , yaitu :

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \left(\sum_{i=1}^h e_i^2 \right) = \arg \min_{\beta} \left(\sum_{i=1}^h (y_i - \hat{y}_i)^2 \right), \quad \frac{(3n+p+1)}{4} \leq h \leq n.$$

3

Solusi $\hat{\beta}$ pada persamaan di atas dapat diperoleh dengan menggunakan turunan (diferensial) seperti pada penyelesaian pada metode OLS. $\hat{\beta}$ pada LTS persamaan tersebut dihitung pada subhimpunan data terbaik (disimbolkan dengan H) yang berukuran h . Penentuan subhimpunan H terbaik dilakukan dengan menggunakan algoritma resampling dari seluruh

kemungkinan subhimpunan yang didapat dibentuk yaitu sebanyak $\binom{n}{h}$.

16

Algoritma resampling secara lengkap dapat dilihat pada Nisa (2006). Subhimpunan H yang diperoleh merupakan sebaran data yang sudah terpotong (*trimmed distribution*) (Chen, 2002).

1

Metode Least Median Square (LMS)

Metode LMS menduga koefisien regresi dengan meminimumkan median dari kuadrat galatnya, yaitu :

15

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \text{median}(e_i^2) = \arg \min_{\beta} \text{median}(y_i - \hat{y}_i)^2, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Solusi persamaan di atas dari dugaan LMS juga dapat diperoleh dengan menggunakan pemrograman linier (Chen, 2002)

Metode Least Absolute Value (LAV)

Metode LAV dikenal juga dengan nama *Least Absolute Deviation* (LAD) dan regresi L-1. Metode LAV menduga koefisien regresi dari data yang mengandung pencilan dengan meminimumkan jumlah nilai mutlak galatnya, yaitu :

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \left(\sum_{i=1}^n |e_i| \right) = \arg \min_{\beta} \left(\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \right)$$

Solusi persamaan di atas dari dugaan LAV dapat diperoleh dengan menggunakan pemrograman linier (Frome, 2003).

METODE PENELITIAN

Pembandingan sifat penduga metode-metode LTS, LMS dan LAV dilakukan dengan menggunakan nilai bias, MSE dan galat baku gabungan dari dugaan parameter yang dihasilkan dan menyelidiki kekonsistenan penduga terhadap beberapa ukuran sampel. Nilai bias, MSE dan galat baku gabungan dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$\text{Bias} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |\beta - \hat{\beta}_i|$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\beta - \hat{\beta}_i)^2$$

$$\text{SE (gabungan)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) S_{\hat{\beta}(i)}^2}{\sum_{i=1}^m (n_i - 1)}}, \quad S_{\hat{\beta}(i)} = \text{galat baku dari } \hat{\beta}$$

untuk replikasi ke (i), dengan m adalah banyaknya sampel (replikasi) dalam simulasi, dalam penelitian ini kami gunakan sebanyak $m = 1000$ replikasi. Semakin kecil nilai bias, MSE dan SE menunjukkan bahwa suatu metode semakin baik, yaitu tak bias dan efisien. Sedangkan untuk mengetahui konsistensi penduga dilakukan simulasi *monte carlo* dengan ukuran sampel $n = 30, 60, 100, \text{ dan } 200$.

Simulasi Monte Carlo dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak SAS/IML versi 9. Dalam simulasi ini kami membangkitkan data populasi sebanyak $N=10.000$. Selanjutnya dengan metode pemulihan, sampel berukuran $n=30$ diambil secara acak dari populasi tersebut sebanyak 1000 kali. Ukuran sampel lainnya yang dicobakan adalah $n = 60, 100, \text{ dan } 200$ dengan replikasi yang sama yaitu masing-masing sebanyak 1000 sampel. Tahapan-tahapan simulasi yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Membangkitkan vektor galat populasi (ϵ) dari sebaran normal baku ($N(0,1)$) berukuran 10.000×1 .
2. Menetapkan vektor x dari bilangan bulat secara acak (*random integer*) antara 1 sampai 100 sebanyak 10.000.
3. Dengan menetapkan $\beta_0 = 0$ dan $\beta_1 = 1$, bangkitkan vektor y yaitu $y=x+\epsilon$. Gabungkan x dan y sebagai himpunan data populasi (Q)
4. Mengambil sampel acak $H = \{ (x_i, y_i) \}$ berukuran $n=30$ dari Q , nilai-nilai x_i dan y_i yang diperoleh merupakan elemen-elemen vektor x_h dan $y_h^{(0)}$.
5. Membangkitkan vektor pencilan ($out^{(s)}$) berukuran $n \times 1$ yang elemennya adalah nol kecuali beberapa elemen yang dijadikan pencilan. Elemen pencilan dibangkitkan dari sebaran normal dengan $\mu=10$ dan $\sigma=1$ yaitu $N(10,1)$. Pencilan yang diberikan adalah sebanyak 10%, 20%, 30% dan 40%.
6. Menambahkan vektor $out^{(s)}$ pada vektor $y_h^{(0)}$ dalam H sehingga diperoleh vektor y yang sudah terkontaminasi pencilan, yaitu: $y_h^{(s)} = y_h^{(0)} + out^{(s)}$
7. Menduga koefisien regresi berdasarkan model $y = \beta x + \epsilon$ dan $y_h^{(s)}$ terhadap data sampel H dengan menggunakan metode OLS, LTS, LMS dan LAV. Simpan nilai $\hat{\beta}$ yang diperoleh dari masing-masing metode.
8. Ulangi langkah 5 sampai 7 sebanyak 1000 kali.
9. Menghitung nilai bias, MSE dan galat baku gabungan dari β_1 masing-masing metode.
10. Ulangi langkah 5 sampai 9 untuk $n = 60, 100 \text{ dan } 200$.

HASIL dan PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, kami menyelidiki dua kasus pencilan, pertama adalah kasus pencilan yang menyebar di sepanjang garis regresi, dan kedua adalah kasus pencilan yang mengelompok pada salah satu ujung garis regresi. Kedua kasus ini akan memberikan dampak yang berbeda pada dugaan garis regresi, untuk kasus pertama berdampak pada titik potong (*intercept*) sedangkan kasus kedua berdampak pada kemiringan garis (*slope*). Sebagai ilustrasi, pada Gambar 1 diberikan suatu contoh penyimpangan garis regresi yang diakibatkan oleh adanya pencilan dalam data untuk kedua kasus di atas.

Hasil analisis regresi menggunakan metode OLS, LTS, LMS dan LAV

Setelah melakukan simulasi dengan menggunakan 1000 sampel diperoleh nilai dugaan koefisien regresi ($\hat{\beta}_1$) dari metode OLS, LTS, LMS dan LAV. Hasil yang diperoleh memperlihatkan bahwa nilai dugaan OLS terpengaruh oleh pencilan sehingga jauh menyimpang dari parameter yang sebenarnya yaitu $\beta_1=1$, sedangkan nilai dugaan metode robust lebih mendekati nilai yang sebenarnya, namun pada beberapa situasi metode robust LAV terpengaruh oleh pencilan. Untuk memperjelas hasil ini pada Gambar 2 dan Gambar 3 disajikan sebaran nilai dugaan koefisien regresi dari metode OLS, LTS, LMS dan LAV untuk 1000 sampel untuk $n=30$ dengan pencilan 20% dan 40%. Sedangkan Gambar 4 dan Gambar 5 memperlihatkan sebaran nilai galat baku koefisien regresinya. Pada pencilan 20% (Gambar 2) terlihat bahwa dugaan LTS, LMS dan LAV berada di sekitar nilai 1 dengan keragaman yang relatif kecil, sementara dugaan OLS untuk kasus I menyebar pada interval 1 - 1.26, sedangkan pada kasus II dugaan OLS berada di sekitar 1.25. Pada pencilan 40% (Gambar 3), dugaan LTS dan LMS masih cukup konsisten berada di sekitar 1, sedangkan dugaan LAV sudah terpengaruh oleh pencilan dan hampir sama buruknya dengan dugaan OLS, yaitu dugaannya jauh dari nilai 1 dengan ragam yang besar. Jika suatu penduga memiliki ragam yang besar, maka menunjukkan bahwa penduga ini tidak stabil.

Untuk melihat dengan lebih jelas lagi perbandingan kestabilan ketiga penduga dilakukan dengan melihat nilai galat baku koefisien regresi ($S_{\hat{\beta}}$) untuk setiap replikasi. Semakin kecil nilai $S_{\hat{\beta}}$ menunjukkan bahwa penduga tersebut semakin baik.

Nilai $S_{\hat{\beta}}$ akan berpengaruh pada tingkat signifikansi dugaan koefisien regresi pada uji hipotesis. Pada Gambar 4 dan Gambar 5 disajikan plot nilai-nilai $S_{\hat{\beta}}$ untuk $n=30$ dengan pencilan 20% dan 40%. Pada kedua gambar tersebut terlihat bahwa galat baku metode LTS, LMS dan LAV lebih kecil jika dibandingkan dengan metode OLS, hal ini menunjukkan bahwa

Khoirin Nisa (Pembandingan Empiris Tiga Metode Regresi Robust)

dugaan koefisien regresi metode LTS, LMS dan LAV lebih baik dibandingkan dengan dugaan koefisien regresi metode OLS. Namun terlihat pula ada beberapa dugaan LAV yang memiliki galat baku yang relatif besar, bahkan pada pencilan 40% memperlihatkan bahwa pada umumnya galat baku metode LAV lebih besar dari pada galat baku OLS. Ini menunjukkan bahwa untuk pencilan 40% metode LAV tidak tegar lagi atau terpengaruh oleh pencilan.

Pembandingan bias dan MSE metode LTS, LMS dan LAV.

Berdasarkan 14, dugaan koefisien regresi dari 1000 replikasi, diperoleh nilai bias dan MSE dari metode LTS, LMS dan LAV seperti pada Tabel 1 dan Tabel 2. Pada Tabel 1 terlihat bahwa untuk $n=30$ pada kasus I, dugaan LAV memiliki nilai bias terkecil, untuk kasus II dugaan LAV memiliki nilai bias terkecil hanya pada pencilan 10% dan 20%. Dan terlihat pula bahwa penambahan ukuran sampel tidak mempengaruhi karakteristik nilai bias metode LAV. Hal ini berbeda dengan bias LTS dan LMS, di mana penambahan sampel cenderung memperkecil nilai bias keduanya. Namun secara keseluruhan untuk kasus I terlihat bahwa nilai bias ketiga metode sangat kecil yaitu rata-rata dibawah 0,01 kecuali untuk $n=30$. Sedangkan untuk kasus II nilai bias LAV untuk pencilan 30% dan 40% relative cukup besar yaitu di atas 0,2. Dan jika dilihat nilai MSE pada Tabel 2, untuk kasus I memperlihatkan bahwa nilai MSE ketiga metode sangat kecil sekali, ini menunjukkan bahwa ketiga metode hampir sama baiknya. Sedangkan untuk kasus II menunjukkan bahwa ternyata nilai MSE metode LAV bernilai relatif besar pada pencilan 30% dan 40%, artinya untuk pencilan 30% dan 40% pada setiap ukuran sampel yang dicobakan maka metode LAV memiliki performa tidak sebaik metode LTS dan LMS.

Secara keseluruhan terlihat bahwa penambahan pencilan dalam data mengakibatkan meningkatnya nilai bias dan MSE metode LAV yang berarti bahwa nilai dugaannya semakin buruk. Namun tidak demikian halnya terhadap nilai bias dan MSE metode LTS dan LMS. Nilai bias dan MSE metode LTS cenderung stabil terhadap peningkatan prosentase pencilan untuk setiap ukuran sampel $n=30, 60, 100,$ dan 200 . Untuk lebih memperjelas hal ini, pada Gambar 6 ditampilkan grafik bias dugaan koefisien regresi LTS, LMS dan LAV untuk $n=30$ pada kasus 1 dan kasus 2, sedangkan Gambar 7 menampilkan grafik MSE yang terkait dengannya. Pada kedua gambar tersebut terlihat bahwa nilai bias dan MSE metode LAV semakin meningkat seiring dengan semakin meningkatnya prosentase pencilan dalam data, sementara nilai bias dan MSE metode LTS dan LMS cenderung stabil. Grafik bias dan MSE yang ditampilkan di sini hanya untuk $n=30$, sedangkan untuk ukuran sampel lainnya yaitu $n=60, 100$ dan 200 memberikan hasil yang serupa dengan $n=30$ sehingga tidak ditampilkan dalam tulisan ini.

Pembandingan nilai S_{β}^2 metode LTS, LMS dan LAV.

Pada bagian sebelumnya telah dibahas hasil nilai galat baku (S_{β}^2) metode OLS, LTS, LMS dan LAV dengan menggunakan plot sebaran. Pada bagian ini akan dibahas pembandingan nilai S_{β}^2 dari metode robust LTS, LMS dan LAV untuk kasus II saja, karena pada kasus I nilai galat baku ketiga metode kecil sekali sehingga dapat dikatakan ketiga metode memberikan dugaan yang cukup baik. Dalam Tabel 3 disajikan nilai-nilai galat baku gabungan dari ketiga metode untuk kasus II. Pada tabel tersebut terlihat bahwa pada umumnya galat baku ketiga metode nilainya cukup rendah, hal ini menunjukkan bahwa dugaan metode LTS, LMS dan LAV cukup efisien. Namun diantara ketiga metode tersebut kami akan mencoba untuk membandingkannya untuk mengetahui performa ketiga metode pada setiap kondisi. Pada Tabel 3 terlihat bahwa nilai galat baku ketiga metode meningkat seiring dengan semakin meningkatnya prosentase pencilan pada data. Sedangkan peningkatan ukuran sampel cenderung menurunkan nilai galat baku. Namun peningkatan prosentase pencilan dan ukuran sampel pengaruhnya berbeda-beda terhadap masing-masing metode. Jika diperhatikan maka terlihat bahwa metode LTS dan LMS memiliki perilaku yang mirip dan lebih baik dibandingkan 13 an metode LAV. Untuk memperjelas hal ini maka plot galat baku untuk $n=30$ dan $n=60$ ditampilkan dalam bentuk grafik pada Gambar 8 dan Gambar 9. Pada gambar tersebut terlihat bahwa nilai galat baku metode LTS dan LMS hamper berhimpit dan tetap stabil untuk setiap prosentase pencilan, sementara galat baku metode LAV meningkat pesat untuk prosentase pencilan 30% ke atas.

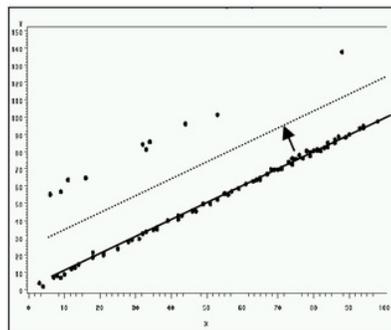
SIMPULAN

17 Berdasarkan uraian di atas maka dapat disimpulkan bahwa metode LTS dan LMS memberikan hasil yang sama baiknya untuk setiap ukuran sampel pada setiap prosentase pencilan, sedangkan metode LAV memberikan hasil yang baik jika pencilan sebesar 10% sampai 20%, jika pencilan lebih dari 20% maka dugaan metode LAV tidak lagi efisien. Pada kasus I dugaan metode LAV menghasilkan bias yang lebih kecil jika dibandingkan dengan metode LTS dan LMS, namun dugaan ini tidak stabil, ini ditunjukkan dari nilai MSE yang dihasilkan oleh metode LAV. Sedangkan pada kasus II metode LTS dan LMS lebih baik dari metode LAV.

DAFTAR PUSTAKA

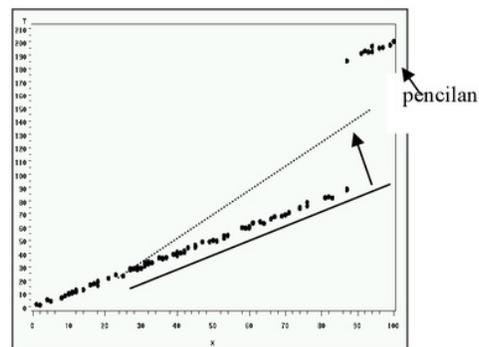
- 10
Chen, C. (2002). Robust Regression and Outlier Detection with the ROBUSTREG procedure. *SUGI:265-27*. SAS OnLineDoc. SAS Institute : IML Robust Regression. <http://v8doc.sas.com/sas.html>
- Frome, E. (2003). Least Absolute Values (LAV) Regression. http://www.epm.ornl.gov/~frome/E_L_Frome_LAV_Regression.html
- 5
Hubert, M., Rousseeuw, P.J., Van Aelst, S. (2004), Robustness, *Encyclopedia of Actuarial Sciences*, edited by Sundt, B. and Teugels, J., Wiley, New York, pp. 1515-1529.
- 1
18
Myers, R.H., 1990. *Classical and Modern Regression With Applications*. PWS-KENT Publishing Company.
- Nisa, K. (2006). Analisis Regresi Robust Menggunakan Metode Least Trimmed Square untuk Data Mengandung Pencilan. *Jurnal Ilmiah MIPA*. Vol IX, No. 2.
- 11
8
Olive, D. J. (2005). Two Simple Resistant Regression Estimators. *Computational Statistics and Data Analysis*.
- Rousseeuw, P.J. (1984). Least median of squares regression. *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 79 No. 388, hal 871-880.
- 9
Yaffee, Robert A. (2002). Robust Regression Analysis: Some Popular Statistical Package Options. *Statistics, Social Science, and Mapping Group*.

GAMBAR DAN TABEL



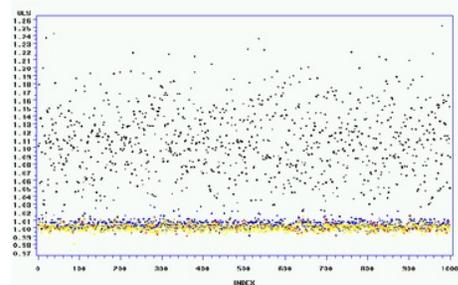
Gambar 1 (a).

Ilustrasi kasus pencilan di sepanjang garis regresi



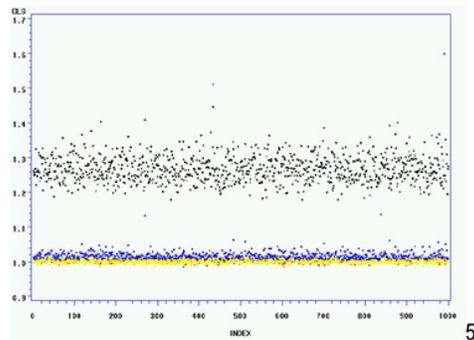
Gambar 1 (b).

Ilustrasi kasus kelompok pencilan pada ujung atas garis regresi

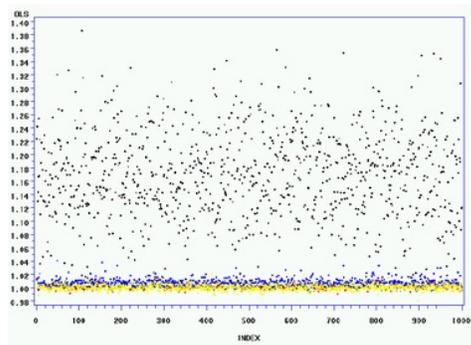


Gambar 2 (a). Plot koefisien regresi untuk kasus I dengan n=30 dan pencilan 20

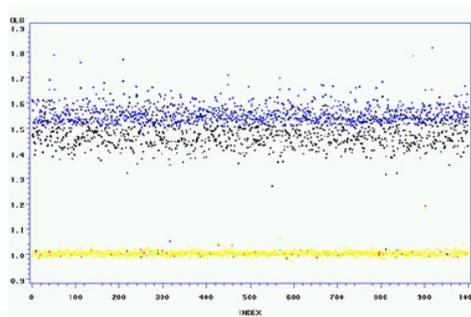
Khoirin Nisa (Pembandingan Empiris Tiga Metode Regresi Robust)



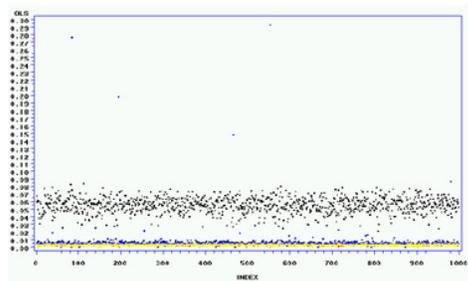
Gambar 2 (b). Plot koefisien regresi untuk kasus II dengan n=30 dan pencilan 20%



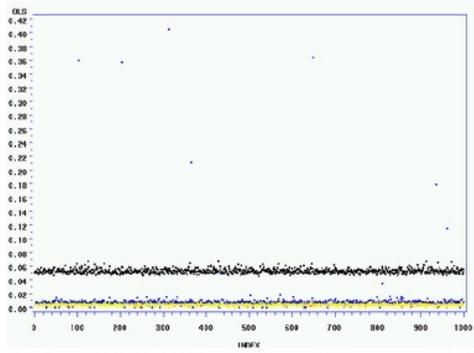
Gambar 3 (a). Plot koefisien regresi untuk kasus I dengan n=30 dan pencilan 40%



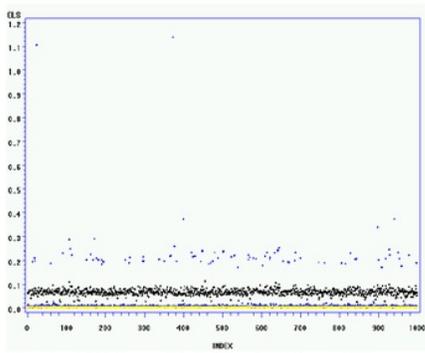
Gambar 3 (b). Plot koefisien regresi untuk kasus II dengan n=30 dan pencilan 40%



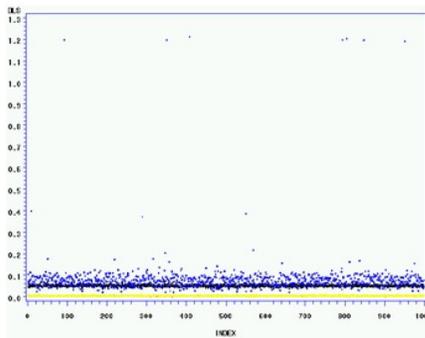
Gambar 4 (a). Plot S_{β} untuk kasus I dengan n=30 dan pencilan 20%



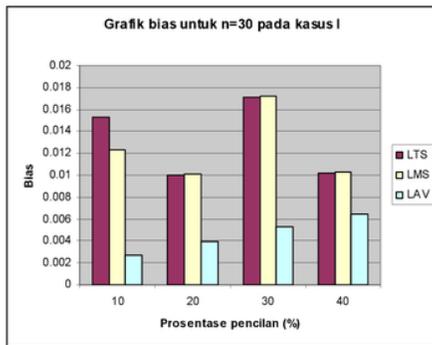
Gambar 4 (b). Plot $S_{\hat{\beta}}$ untuk kasus II dengan $n=30$ dan pencilan 20%



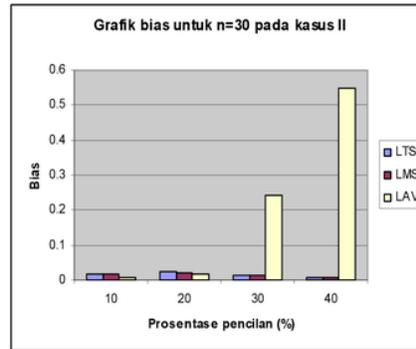
Gambar 5 (a). Plot $S_{\hat{\beta}}$ untuk kasus I dengan $n=30$ dan pencilan 40%



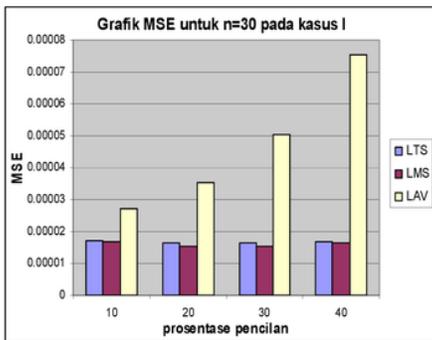
Gambar 5 (b). Plot $S_{\hat{\beta}}$ untuk kasus II dengan $n=30$ dan pencilan 40%



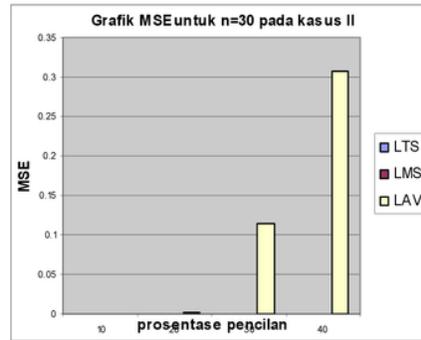
Gambar 6 (a).
Grafik bias untuk n=30 pada kasus I



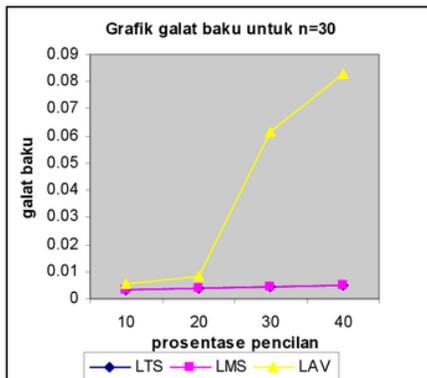
Gambar 6 (b).
Grafik bias untuk n=30 pada kasus II



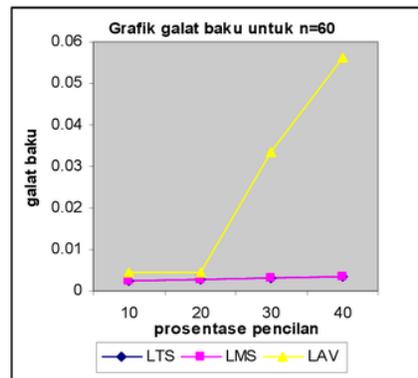
Gambar 7 (a).
Grafik MSE untuk n=30 pada kasus I



Gambar 7 (b).
Grafik MSE untuk n=30 pada kasus II



Gambar 8.
Grafik galat baku untuk n=30 pada kasus II



Gambar 9.
Grafik galat baku untuk n=60 pada kasus II

Tabel 1. Nilai Bias dugaan koefisien regresi metode LTS, LMS dan LAV untuk kasus I dan kasus II pada ukuran sampel n=30, 60, 100, dan 200 dengan penciliran 10%, 20%, 30% dan 40%.

n	Pencilan (%)	Bias					
		Kasus I			Kasus II		
		LTS	LMS	LAV	LTS	LMS	LAV
30	10	0.0153305	0.012317	0.0026979	0.0162181	0.01616422	0.0054458
	20	0.01003274	0.0100977	0.0039305	0.0240791	0.0220286	0.0166113
	30	0.01710252	0.0171954	0.0052603	0.0150433	0.01504518	0.2430211
	40	0.01022341	0.0102592	0.0064122	0.007296	0.00725938	0.5482132
60	10	0.00071635	0.0007164	0.001	0.0066816	0.00669728	0.0052867
	20	0.00363972	0.0036493	0.0031782	0.0071663	0.00720692	0.0146296
	30	0.00527201	0.0053412	0.004588	0.0030704	0.00301879	0.3261583
	40	0.00255928	0.0026119	0.0056063	0.0047435	0.00475256	0.5423057
100	10	0.00013598	0.000877	0.0016085	0.0001835	0.00591298	0.0052971
	20	0.00029515	0.0057401	0.0029341	0.0001071	0.00420465	0.0150117
	30	0.00047589	0.0066489	0.0042274	1.838E-05	0.00813393	0.3444959
	40	0.00035349	0.0007087	0.0054135	8.997E-05	0.00592381	0.5364726
200	10	0.00286634	0.0028683	0.0013176	0.0029538	0.00198623	0.0050214
	20	0.00298224	0.0030063	0.0023154	0.0041923	0.00424269	0.0145834
	30	0.001017	0.001031	0.0034267	0.0011803	0.00021598	0.3572637
	40	9.1458E-05	5.556E-05	0.004832	0.0018593	0.00190805	0.5368077

Tabel 2. Nilai MSE dugaan koefisien regresi metode LTS, LMS dan LAV untuk kasus I dan kasus II pada ukuran sampel n=30, 60, 100 dan 200 dengan penciliran 10%, 20%, 30% dan 40%.

N	Pencilan (%)	MSE					
		Kasus I			Kasus II		
		LTS	LMS	LAV	LTS	LMS	LAV
30	10	1.719E-05	1.679E-05	2.721E-05	2.031E-05	1.857E-05	5.318E-05
	20	1.656E-05	1.548E-05	3.519E-05	2.711E-05	2.604E-05	0.0009938
	30	1.632E-05	1.544E-05	5.02E-05	4.34E-05	4.468E-05	0.1145686
	40	1.693E-05	1.659E-05	7.52E-05	0.0001166	0.0001122	0.306674
60	10	5.132E-07	5.132E-07	1E-06	9.491E-06	9.319E-06	4.048E-05
	20	8.017E-06	7.721E-06	2.176E-05	1.326E-05	1.284E-05	0.000254
	30	7.985E-06	7.579E-06	3.572E-05	2.167E-05	2.128E-05	0.1536784
	40	8.19E-06	8.117E-06	7.979E-05	3.292E-05	3.27E-05	0.2967733
100	10	4.878E-06	4.731E-06	9.445E-06	6.828E-06	5.387E-06	3.609E-05
	20	5.669E-06	4.648E-06	1.672E-05	8.595E-06	7.14E-06	0.0002462
	30	6.062E-06	4.69E-06	2.766E-05	1.339E-05	1.152E-05	0.1609479
	40	5.507E-06	4.969E-06	4.127E-05	1.808E-05	1.745E-05	0.2903698
200	10	2.171E-06	2.184E-06	5.372E-06	2.746E-06	2.483E-06	2.917E-05
	20	2.362E-06	2.325E-06	9.499E-06	3.456E-06	3.507E-06	0.0002222
	30	2.153E-06	2.191E-06	1.644E-05	5.321E-06	5.454E-06	0.1647461
	40	2.239E-06	2.227E-06	3.012E-05	9.271E-06	9.283E-06	0.2888492

Tabel 3. Galat Baku Gabungan metode LTS, LMS dan LAV untuk kasus II

n	% pencilan	Galat Baku Gabungan			n	% pencilan	Galat Baku Gabungan		
		LTS	LMS	LAV			LTS	LMS	LAV
30	10	0.003231	0.003296	0.005315	100	10	0.001789	0.001805	0.002608
	20	0.003716	0.003761	0.008296		20	0.00205	0.002059	0.003131
	30	0.004315	0.004347	0.061427		30	0.002338	0.002362	0.028017
	40	0.005093	0.005141	0.08304		40	0.002742	0.002763	0.04294
60	10	0.002289	0.002299	0.004352	200	10	0.001263	0.001263	0.001754
	20	0.002628	0.002634	0.00457		20	0.001427	0.001427	0.002076
	30	0.003092	0.003102	0.033607		30	0.001646	0.001645	0.021436
	40	0.003593	0.003609	0.056073		40	0.001905	0.001907	0.028126

PEMBANDINGAN EMPIRIS TIGA METODE REGRESI ROBUST

ORIGINALITY REPORT

11%

SIMILARITY INDEX

PRIMARY SOURCES

1	repository.ipb.ac.id Internet	78 words — 2%
2	text-id.123dok.com Internet	56 words — 1%
3	docobook.com Internet	35 words — 1%
4	herinopriansyah.blogspot.com Internet	32 words — 1%
5	lrd.yahooapis.com Internet	27 words — 1%
6	id.123dok.com Internet	23 words — 1%
7	a-research.upi.edu Internet	22 words — 1%
8	ueaeprints.uea.ac.uk Internet	21 words — 1%
9	www.hse.ru Internet	18 words — < 1%
10	etd.ohiolink.edu Internet	16 words — < 1%

www.math.siu.edu

11	Internet	14 words — < 1%
12	zombiedoc.com Internet	14 words — < 1%
13	puslit2.petra.ac.id Internet	10 words — < 1%
14	forda-mof.org Internet	10 words — < 1%
15	fr.slideshare.net Internet	10 words — < 1%
16	repository.usu.ac.id Internet	10 words — < 1%
17	skripsigratis83.blogspot.com Internet	9 words — < 1%
18	repository.unib.ac.id Internet	8 words — < 1%
19	journal.upgris.ac.id Internet	8 words — < 1%
20	eprints.uny.ac.id Internet	8 words — < 1%
21	Untung Surya Dharma, Kemas Ridhuan. "KAJIAN POTENSI SUMBER ENERGI BIOGAS DARI KOTORAN TERNAK UNTUK BAHAN BAKAR ALTERNATIF DI KECAMATAN KALIREJO KABUPATEN LAMPUNG TENGAH", Turbo : Jurnal Program Studi Teknik Mesin, 2014 Crossref	7 words — < 1%

EXCLUDE
BIBLIOGRAPHY

ON