



SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II
2018

PROSIDING

**SEMINAR
NASIONAL**

METODE KUANTITATIF II

2018

**PENGGUNAAN MATEMATIKA, STATISTIKA
DAN KOMPUTER DALAM BERBAGAI DISIPLIN ILMU
UNTUK MEWUJUDKAN DAYA SAING BANGSA**

**PROSIDING
SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II 2018
(SNMK II 2018)**

“Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi”

Bandar Lampung, 19-20 November 2018

**Penerbit
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung**

PROSIDING
SEMINAR NASIONAL METODE KUANTITATIF II 2018
(SNMK II 2018)

“Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi”

ISBN No. 978-623-90150-0-8

Panitia Pelaksana

Ketua Pelaksana : Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Sekretaris : Dr. La Zakaria, M.Sc
Bendahara : Amanto, S.Si., M.Sc
Kesekretariatan : Subian Saidi, S.Si., M.Si
Dorrah Aziz, M.Si
Syamsul Huda, S.I.P, M.M
Azwar Rizaldy
Gesang Subarkah
Evrilia Rahmawati

Seksi-seksi :

Acara : Dr. Asmiati, M.Si
Dr. Notiragayu, M.Si
Drs. Rudi Ruswandi, M.Si
Drs. Eri Setiawan, M.Si
Aisyah Hirma Hindarti, S.A.N.

Konsumsi : Widiarti S.Si., M.Si
Dr. Khoirin Nisa, M.Si
Srimiati, S.Pd.

Transportasi : Drs. Nusyirwan, M.Si
Agus Sutrisno, S.Si., M.Si
Sugianto

Perlengkapan : Drs. Tiryono R., M.Sc., Ph.D
Anita
Edi Saputra
Obit Ahmad Al Fallah
Sovia Octaviana
Dede Rizki Amanda
Rizki Rizdiana Pratiana

Kuangan : Erni Rahmawati, S.Pd.
Risma Nurmei Winda, S.P.
Rizki Amalia Tanum, S.E.

Dokumentasi : Ali Suhendra
Ardi Bayu Purnomo
Thalibul Ckhair, S.I.P.
Abi Ilham Yurinja, S.I.Komp.

Steering Committee

Prof. Dr. Hasriadi Mat Akin, M.P, *Universitas Lampung* (Rektor Unila)
Prof. Dr. Bujang Rahman, *Universitas Lampung*
Prof. Dr. Ir. Kamal, M.Sc, *Universitas Lampung*
Ir. Warsono, M.Sc., Ph.D, *Universitas Lampung*
Dr. Hartoyo, M.Si, *Universitas Lampung*
Prof. Warsito, S.Si., DEA, Ph.D, *Universitas Lampung* (Dekan FMIPA Unila)
Prof. Dr. Sutopo Hadi, S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*
Dian Kurniasari S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*
Drs. Suratman Umar, M.Sc., *Universitas Lampung*
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D, *Universitas Lampung*

Reviewer

Prof. Drs. Mustofa , M.A., Ph.D
Drs. Suharsono, M.Sc., Ph.D
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

Editor

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

Managing Editor

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Azwar Rizaldy
Gesang Subarkah
Evrilia Rahmawati

Penerbit :

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

Redaksi

Jurusan Matematika FMIPA Unila
Jl. Prof. Soemantri Brojonegoro No 1
Bandar Lampung 35145
Telp/Faks. 0721-704625
Email : snmk.matematika@gmail.com

Cetakan pertama, Februari 2019

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmaanirrohiim

Assalaamu 'alaykum warohmatulloohi wabarokaatuh

Puji syukur alhamdulillah kami haturkan kepada Allah s.w.t., karena berkat kuasa dan pertolongan-Nya acara Seminar Nasional Metode Kuantitatif (SNMK) II Tahun 2018 ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. SNMK II 2018 ini terselenggara atas kerja sama Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Lampung dan Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung. Penyelenggaraan SNMK II 2018 merupakan tindak lanjut dari kesuksesan SNMK pertama pada tahun 2017 lalu. Adapun tema yang diusung adalah “Penggunaan Matematika, Statistika dan Komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk mewujudkan daya saing bangsa”.

SNMK II 2018 diikuti oleh peserta dari berbagai institusi di Indonesia diantaranya Badan Pusat Statistik, Institut Teknologi Sepuluh November Surabaya, Universitas Lambung Mangkurat, Badan Meteorologi dan Geofisika, Universitas Teknokrat Indonesia, Universitas Sang Bumi Ruwa Jurai, Universitas Lampung dan lain-lain. Dengan berkumpulnya para peneliti, baik itu dosen maupun mahasiswa, dari berbagai institusi dan disiplin ilmu yang berbeda untuk berbagi pengalaman dan hasil penelitian pada kegiatan SNMK II ini diharapkan semakin memperluas wawasan keilmuan dan jaringan kerja sama di antara sesama peserta atau institusi. Lebih jauh lagi tentunya memberikan dampak positif pada peningkatan kualitas iklim akademik khususnya di Unila.

Selanjutnya kami haturkan terima kasih dan selamat kepada para penulis yang telah berkontribusi pada terbitnya prosiding SNMK II 2018. Mudah-mudahan artikel yang diterbitkan pada prosiding ini dapat memberikan inspirasi dan gagasan pada para pembaca untuk mengembangkan penelitiannya sehingga dapat menghasilkan publikasi yang lebih berkualitas.

Atas nama panitia, kami mengucapkan banyak terima kasih kepada Rektor Unila, Ketua LPPM Unila dan Dekan FMIPA Unila serta Ketua Jurusan Matematika FMIPA Unila yang telah mendukung penuh sehingga penyelenggaraan SNMK II 2018 hingga terbitnya prosiding ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. Khususnya kepada seluruh panitia, terima kasih tak terhingga atas segala usaha dan kerja kerasnya demi kesuksesan acara dan terbitnya prosiding ini. Semoga Allah s.w.t. membalasnya dengan kebaikan yang berlipat ganda. Tak lupa, mohon maaf apabila ada layanan, tingkah laku atau tutur kata dari kami yang kurang berkenan.

Bandar Lampung, 19 November 2018

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Ketua

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI.....	ii
Aliran MHD Fluida Nano Melewati Bola Bermagnet Dengan Pengaruh Konveksi Campuran oleh <i>Basuki Widodo</i>	1
Inferensi Regresi Semiparametrik Untuk Data Hilang Menggunakan Metode <i>Likelihood</i> Empiris Dan Simulasinya Menggunakan R oleh <i>Yuana Sukmawaty</i> , dan <i>Nur Salam</i>	9
Penentuan Struktur Dan Kadar Flavonoid Ekstrak Polar Daun Gamal (<i>Gliricidia Maculata</i>) Kultivar Lampung Barat Sebagai Insektisida Nabati Pada Kutu Putih Tanaman Kopi (<i>Planococcus Citri</i> , Hemiptera: Pseudococcidae) oleh <i>Hona Anjelina Putri</i> , dan <i>Nismah Nukmal</i>	17
Solusi Analitik Persamaan Laplace Pada Suatu Cakram oleh <i>Yulia Novita</i> , <i>Suharsono S.</i> , <i>Agus Sutrisno</i> , dan <i>Dorrah Azis</i>	25
Kajian <i>Best-Fit</i> Distribusi Probabilitas Untuk Curah Hujan Harian Dan Aplikasinya Dalam Mitigasi Hujan Ekstrem Di Pulau Sumatera oleh <i>Achmad Raflie Pahlevi</i> , dan <i>Warsono</i>	28
Kuantifikasi Dan Penentuan Struktur Senyawa Flavonoid Ekstrak Polar Daun Gamal (<i>Gliricidia Maculata</i>) Kultivar Pringsewu Dan Uji Toksisitas Terhadap Kutu Putih Sirsak (<i>Pseudococcus Cryptus</i> , Hemiptera: Pseudococcidae) oleh <i>Yayang Anas Persada</i> , dan <i>Nismah Nukma</i>	39
Barisan Bilangan Fibonacci <i>N</i> -Bebas oleh <i>Irmawati</i> , <i>Amanto</i> , <i>Agus Sutrisno</i> , dan <i>Muslim Ansori</i>	49
Metode Estimasi <i>Diagonal Weighted Least Square</i> (DWLS) Untuk Berbagai Ukuran Sampel (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila) oleh <i>Eri Setiawan</i> , <i>Nurkholifa Sholihat</i> , dan <i>Netti Herawati</i>	53
<i>Singah Pai</i> : Aplikasi Android Untuk Melestarikan Budaya Lampung oleh <i>Putri Sukma Dewi</i> , <i>Refiesta Ratu Anderha</i> , <i>Lily Parnabhakti</i> , dan <i>Yolanda Dwi Prastika</i>	62
Metode Estimasi <i>Weighted Least Square</i> (WLS) Untuk Berbagai Ukuran Sampel (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila) oleh <i>Eri Setiawan</i> , <i>Wardhani Utami Dewi</i> , dan <i>Rudi Ruswandi</i>	68
Perbandingan Metode Solusi Awal Layak Pada Data Biaya Pengiriman Beras Perum Bulog Divre Lampung oleh <i>Dwi Wahyu Lestari</i> , dan <i>Dian Kurniasari</i>	77

Segmentasi Kabupaten/ Kota Berdasarkan Karakteristik Penduduk Lanjut Usia Provinsi Jawa Tengah Tahun 2017 oleh <i>Agustina Riyanti, dan Tri Rena Maya Sari</i>	86
Penerapan Metode <i>Autoregressive Distributed Lag</i> (Ardl) Dalam Memodelkan Persentase Penduduk Miskin Terhadap Tingkat Pengangguran Terbuka Di Provinsi Lampung Periode 2011-2017 oleh <i>Moni Dwi Fenski, Nusyirwan, dan Agus Sutrisno</i>	95
Simulasi Pemodelan Klaim Agregasi Dengan Jumlah Klaim Berdistribusi Poisson Dan Besar Klaim Berdistribusi Rayleigh oleh <i>Rudi Ruswandi, Ira Syavitri, dan Subian Saidi</i>	105
Karakteristik Fungsi Phi (\emptyset) Euler oleh <i>Rini Karina Agustini, Suharsono S., Wamiliana, dan Notiragayu</i>	110
Pemodelan Matematika Dan Analisis Kestabilan Pada Penyebaran Penyakit Campak Dengan Pengaruh Vaksinasi oleh <i>Farida, Agus Sutrisno, Dorrah Aziz, dan Tiryono Ruby</i>	114
Evaluasi Nilai UN Sma/Ma IPA Provinsi Lampung Dengan Graf <i>Maximum Spanning Tree</i> oleh <i>Sugama Maskar, Refiesta Ratu Anderha, dan Andriyanto</i>	123
Penentuan Rute Terpendek Pada Optimalisasi Jalur Tol Trans Jawa Dengan Menerapkan Algoritma <i>Floyd-Warshall</i> oleh <i>Maharani Damayanti, Notiragayu, dan La Zakaria</i>	131
Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde Lima Dengan Garis Paralel Atau <i>Loop</i> Maksimal Dua Serta Garis Non Paralel Maksimal Enam oleh <i>Dracjat Indrawan, Wamiliana, Asmiati, dan Amanto</i>	139
Solusi Eksak Klasik Persamaan Tricomi oleh <i>Aura Purwaningrum, Suharsono S., Tiryono Ruby, dan Agus Sutrisno</i>	144
Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde Empat oleh <i>Lucia Dessie Natasha, Wamiliana, Aang Nuryaman, dan Amanto</i>	148
Beberapa Penggunaan Rantai Markov Pada Saat Kondisi Stabil (Steady State) oleh <i>Dimas Rahmat Saputra, Dian Kurnia Sari, dan Wamiliana</i>	157
Ruang Barisan Selisih $L_{3/2}(\Delta_2)$ oleh <i>Aulia Rahman, Muslim Anshori, dan Dorrah Aziz</i>	163
Solusi Analitik Untuk Sistem KDV Homogen Dengan Metode Analisis Homotopi (HAM) oleh <i>Anita Rahmasari, Suharsono S., dan Asmiati</i>	171
Alokasi Dana Dari Premi Asuransi Jiwa Syariah Menggunakan Metode Dwiguna oleh <i>Rudi Ruswandi, Arum Mardhiyah Nurvitasari, dan La Zakaria</i>	178

Analisis Biplot dalam pengelompokan Persepsi antaretnik di Bakauheni Lampung Selatan oleh <i>Karomani dan Nusyirwan</i>	184
Perbandingan <i>MVE-BOOTSTRAP</i> dan <i>MCD-BOOTSTRAP</i> dalam Analisis Regresi Linear Berganda pada Data Berukuran Kecil yang Mengandung Pencilan oleh <i>Ario Pandu, dan Khoirin Nisa</i>	192
Analisis Uji Keandalan Dua Populasi Dengan Data Tersensor oleh <i>A.S Awalluddin</i>	202
Iteraksi Inflasi dan Jumlah Uang Beredar di Indonesia dengan Model Bivariate Vector Autoregressive oleh <i>K. Nurika Damayanti</i>	211
Pengelompokan Kabupaten/ Kota Berdasarkan Indikator Pembangunan Daerah Provinsi Lampung Tahun 2017 oleh <i>Abdul Kadir</i>	222
Penggunaan Teori Antrian <i>Multi-Server</i> Dengan Distribusi Erlang oleh <i>Muhammad Taufik Rizal , Widiarti, Wamiliana, dan Rudi Ruswandi</i>	228
Aplikasi <i>Multiple Classification Analysis</i> (MCA) Dalam Analisis Pengaruh Variabel Sosial Ekonomi dan Demograf Terhadap Lama Sekolah Provinsi Lampung Tahun 2017 oleh <i>Desliyani Tri Wandita</i>	237
Keanekaragaman Arthropoda Tanah Pada Dua Tipe Pengelolaan Lahan Kopi (<i>Coffea</i> spp.) di Kecamatan Gedung Surian Kabupaten Lampung Barat oleh <i>Siti Ardiyanti, Suratman Umar, Nismah Nukmal, dan M. Kanedi</i>	244
Perbandingan <i>Mean Squared Error</i> (MSE) Metode <i>Jackknife</i> dan <i>Bootstrap</i> Pada Pendugaan Area Kecil Model Logit-Binomial oleh <i>Shindy Dwiyaniti, Widiarti, dan Khoirin Nisa</i>	252
Aplikasi Distribusi Statistik dalam Memonitor Kualitas Udara di Bukit Kotatabang oleh <i>Raeni Chindi Defi Ocvilia, Achmad Raflie Pahlevi, Warsono, dan Mareta Asnia</i>	256
Klastering Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung Berdasarkan Indikator Kesejahteraan Rakyat Tahun 2017 oleh <i>Tri Rena Mayasari</i>	263
Konstruksi Model Aljabar Max-Plus Interval Atas Struktur Hirarkis Jalur Kereta Api Semi-Double Track oleh <i>Tri Utomo ,dan Eristia Arfi</i>	271

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIKBERORDE EMPAT

Lucia Dessie Natasha¹, Wamiliana¹, Aang Nuryaman¹, Amanto¹

¹Jurusan Matematika Universitas Lampung, Bandar Lampung
Jl. Prof. Sumantri Brojonegoro No.1 Bandar Lampung 35145
Penulis Korespondensi : luciadessie12@gmail.com¹

Abstrak

Suatu graf G disebut tgraf terhubung jika terdapat sekurang-kurangnya ada satu path yang menghubungkan sepasang titik di G . Loop adalah garis yang titik awal dan ujungnya sama, garis parallel adalah dua garis atau lebih yang titik-titik ujungnya sama, dan graf sederhana adalah suatu graf tanpa loop dan garis paralel. Graf berlabel adalah graf yang setiap titik atau garisnya diberi nilai atau label. Label yang diberikan pada titik disebut sebagai pelabelan titik, label yang diberikan pada tiap garis disebut pelabelan garis, dan jika label diberikan pada tiap garis dan titik disebut sebagai pelabelan total. Jika diberikan n titik dan m garis, banyak graf yang dapat dibentuk adalah graf terhubung, graf tidak terhubung, graf sederhana ataupun graf tidak sederhana. Pada penelitian ini akan didiskusikan banyaknya graf terhubung berlabel titik berorde empat.

Kata kunci : graf, graf terhubung, loop, garis paralel, dan graf berlabel.

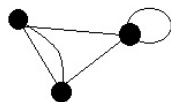
1. Pendahuluan

Teori Graf berawal dari permasalahan jembatan Konisberg yang melalui sungai Pregel di Kaliningrat. Terdapat tujuh jembatan yang menghubungkan empat daratan yang dipisahkan oleh sungai ini. Permasalahannya adalah menentukan apakah mungkin melakukan perjalanan yang dimulai dari satu daratan dan melalui setiap jembatan tersebut tepat satu kali serta kembali ke tempat semula. Pada tahun 1736 seorang matematikawan Swiss, Leonard Euler menemukan jawaban dari permasalahan ini dengan memodelkan masalah tersebut ke dalam bentuk graf. Ia mendapati bahwa tidak mungkin dapat melewati jembatan tersebut tepat satu kali jika derajat tiap titik jumlahnya tidak genap, sehingga model graf tersebut saat ini dikenal sebagai graf Eulerian.

Penelitian mengenai teori graf di bidang murni pun sudah semakin berkembang. Pada tahun 2017 Amanto, dkk., memperoleh rumus umum untuk menentukan banyaknya graf tak terhubung berlabel titik menggunakan garis parallel atau loop dengan orde maksimal empat. Pada penelitian ini akan ditentukan banyaknya graf terhubung berlabel titik yang mungkin memuat loop atau garis paralel untuk orde empat.

2. Bahan dan Metode

Suatu graf G terdiri dari dua struktur $V(G)$ dan $E(G)$ dengan $V(G)$ adalah himpunan takkosong yang elemen-elemennya berupa titik dan $E(G)$ adalah himpunan pasangan tak terurut dari titik-titik di $V(G)$ yang disebut sebagai garis atau *edge*. Banyaknya himpunan titik $V(G)$ disebut orde dari suatu graf G .

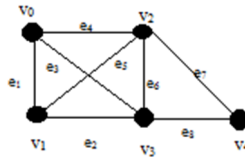


Gambar 1. Contoh graf dengan 3 titik dan 5 garis

Suatu garis dikatakan menempel (*incident*) dengan titik u jika u merupakan salah satu ujung dari garis tersebut. Dua titik u, v dikatakan bertetangga (*adjacent*) satu sama lain jika kedua titik tersebut dihubungkan oleh garis yang sama dan dinotasikan dengan (u, v) . Walk adalah barisan berhingga dari suatu titik dan garis yang dimulai dan diakhiri dengan titik, sedemikian sehingga setiap garis menempel pada titik sebelum dan sesudahnya. Walk yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut *closed walk* (*walk* tertutup). Walk yang melewati titik yang berbeda-beda disebut sebagai *path* (lintasan). Path yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut *cycle*.

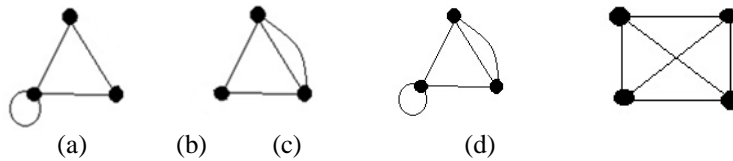
Suatu graf G dikatakan graf berlabel jika titik atau garisnya diberikan suatu nilai atau data tertentu. Jika tidak maka graf G dikatakan graf tak berlabel. Pelabelan graf dapat berupa pelabelan titik, pelabelan

garis, atau pelabelan titik dan garis. Jika pelabelan tersebut merupakan pelabelan titik dan garis, maka pelabelan tersebut disebut dengan pelabelan total.



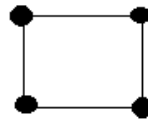
Gambar 2. Contoh graf dengan pelabelan total

Loop adalah garis yang titik awal dan ujungnya sama, sedangkan garis paralel adalah dua garis atau lebih yang titik-titik ujungnya sama. Graf sederhana adalah suatu graf tanpa *loop* atau garis paralel.



Gambar 3. (a) Contoh graf dengan *loop*, (b) Contoh graf dengan garis paralel, (c) Contoh graf dengan *loop* dan garis paralel, (d) Contoh graf sederhana

Suatu graf G disebut graf terhubung (*connected graph*) jika terdapat sekurang-kurangnya ada satu *path* yang menghubungkan sepasang titik di G . Suatu graf tidak terhubung G merupakan graf yang terdiri dari dua atau lebih graf terhubung.



Gambar 4. Contoh graf terhubung

Derajat suatu titik pada graf G adalah banyaknya sisi yang menempel dengan titik v yang dinotasi $d(v)$. Titik terpencil adalah titik dengan $d(v) = 0$ karena tidak ada satu pun garis yang menempel dengan garis tersebut. Satu garis yang kembali ke titik semula (merupakan *loop*) dihitung berderajat dua. Titik yang berderajat satu disebut daun. Dengan kata lain, daun hanya bertetangga dengan satu titik. Secara umum, jika terdapat g *loop* dan e sisi bukan *loop* yang menempel dengan titik v , maka derajat titik v adalah :

$$d(v) = 2g + e$$

Dua graf dikatakan ekuivalen (dan disebut isomorfis) jika keduanya memiliki ciri-ciri yang samapada istilah dalam teori graf. Dua graf G dan G' dikatakan isomorfis jika ada korespondensi 1-1 antara *vertex* pada kedua graf tersebut dan antara *edge* keduanya sehingga jika sisi e bersisian dengan titik u dan v pada G maka sisi e' pada G' juga bersisian dengan simpul u' dan v' . Dua graf isomorfis harus memiliki

1. Jumlah *vertex* yang sama.
2. Jumlah *edge* yang sama.
3. Mempunyai jumlah *vertex* yang sama berderajat tertentu

Berikut akan dipaparkan konsep-konsep mengenai teknik dasar pencacahan.

1. Faktorial
Misalkan n adalah bilangan bulat positif. Besaran n faktorial (simbol $n!$) didefinisikan sebagai hasil kali semua bilangan bulat antara n hingga 1.

$$n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$$

2. Kombinasi
Misalkan himpunan S memiliki $|S| = n$ elemen. Banyaknya himpunan bagian S yang terdiri dari r ($r \leq n$) disebut kombinasi n objek yang diambil sebanyak r objek sekaligus. Simbolnya adalah $\binom{n}{r}$ atau $C(n, r)$ atau ${}_n C_r$. Banyaknya kombinasi yang dimaksud dapat dinyatakan dalam persamaan

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n - r)!}$$

Dalam himpunan bagian yang dipilih, urutan kemunculan anggotanya tidaklah diperhatikan. Hal yang diperhatikan adalah objek yang muncul.

3. Barisan Aritmatika Orde Tinggi

Barisan aritmatika tingkat ke- p adalah sebuah barisan yang memiliki selisih yang sama setiap suku berurutannya setelah p tingkatan. Tingkatan pada barisan aritmatika akan menghasilkan persamaan dengan pangkat tertingginya adalah p . Pangkat tertinggi dari suatu persamaan merupakan orde dari persamaan tersebut.

Fungsi polinomial adalah fungsi yang mengandung banyak suku (polinom) dalam variabel bebasnya.

Bentuk umum persamaan polinomial pada deret aritmatika orde ke- p adalah

$$P_p(m) = \alpha_p m^p + \alpha_{p-1} m^{p-1} + \alpha_{p-2} m^{p-2} + \dots + \alpha_2 m^2 + \alpha_1 m + \alpha_0$$

Dengan koefisien tertentu $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{p-1}, \alpha_p, \alpha_{p+1}$. Polinom ini mempunyai derajat sebesar p , jika koefisien penentunya $\alpha_p \neq 0$ ^[4].

4. Cramer's Rule

Metode berikut memberikan rumus untuk solusi dari sistem linear tertentu dengan n persamaan dan n faktor yang tidak diketahui. Jika $Ax = b$ adalah suatu sistem dari n persamaan linear dengan n faktor yang tidak diketahui sedemikian rupa sehingga $\det(A) \neq 0$, maka sistem ini memiliki solusi yang unik. Solusinya adalah

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \dots, x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

dengan A_j adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri-entri pada kolom ke- j dari A dengan

entri-entri pada matriks $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$, dengan $j = 1, 2, \dots, n$.

Penelitian yang pernah dilakukan,

Misal $m, n \in \mathbb{N}$, dengan $0 \leq m \leq \binom{n}{2}$

- Banyaknya g_n graf sederhana berlabel dengan n titik dinyatakan sebagai $g_n = 2^{\binom{n}{2}}$
- Banyaknya $g_n(m)$ graf sederhana dengan n titik dan m garis dinyatakan sebagai

$$g_n(m) = \binom{\binom{n}{2}}{m}$$

Banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde maksimal empat menggunakan garis paralel atau *loop* adalah

- Untuk $n = 3$ dan $m \geq 1$, diperoleh rumus umum yaitu:

$$N(G_{3,m}) = (m + 1) \binom{m + 2}{2}$$

dengan $n =$ banyaknya titik pada graf, dan $m =$ banyaknya garis pada graf.

- Untuk $n = 4$, $1 \leq m \leq 10$, dan $0 \leq g_i \leq 3, i = 0, 1, 2, 3$ diperoleh rumus umum yaitu

$$N(G_{4,m,g_i}) = N(G_{4,m,g_0}) + N(G_{4,m,g_1}) + N(G_{4,m,g_2}) + N(G_{4,m,g_3})$$

$$N(G_{4,m,g_i}) = \binom{m + 3}{3} + \frac{3}{2} m \binom{m + 3}{3} + 15 \binom{m + 3}{5} + 4 \binom{m + 3}{6}$$

dengan

- g_i = banyaknya garis bukan *loop* pada G dengan garis paralel dihitung satu, $i = 0, 1, 2, 3$
- G_{n,m,g_i} = graf tak terhubung berlabel dengan garis paralel atau *loop* dengan n titik, m garis, dan g_i banyaknya garis bukan *loop* pada G dengan garis paralel dihitung satu.
- $N(G_{n,m,g_i})$ = Banyaknya G_{n,m,g_i}

Untuk menentukan jumlah graf tak terhubung berlabel tanpa garis paralel untuk $n = 5$ dan $m \geq 1$ dapat dirumuskan secara umum sebagai berikut.

$$N(G'_{5,m}) = N(G'_{5,m}) + \sum_{g=1}^6 N(G'_{5,m,g})$$

$$= \binom{m + 4}{4} + N(G'_{5,m,1}) + N(G'_{5,m,2}) + N(G'_{5,m,3}) + N(G'_{5,m,4}) + N(G'_{5,m,5}) + N(G'_{5,m,6})$$

$$= \binom{m+4}{4} + 10 \binom{m+3}{4} + 45 \times \binom{m+2}{4} + 120 \times \binom{m+1}{4} + 85 \times \binom{m}{4} + 30 \times \binom{m-1}{4} + 5 \times \binom{m-2}{4}$$

Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk mendapatkan rumus banyaknya graf terhubung berorde empat adalah sebagai berikut.

1. Mengumpulkan bahan literatur serta studi kepustakaan yang berhubungan dengan graf.
2. Menggambar graf terhubung berlabel titik dengan $n = 4$ dengan *loop* atau paralel.
3. Mengelompokkan graf terhubung untuk n titik dan m garis yang sama.
4. Menghitung jumlah graf terhubung untuk setiap n titik dan m garis.
5. Melihat pola yang terbentuk pada n titik dan m garis yang sama.
6. Menentukan rumus umum untuk menghitung jumlah graf terhubung berlabel titik dengan *loop* atau paralel pada $n = 4$.

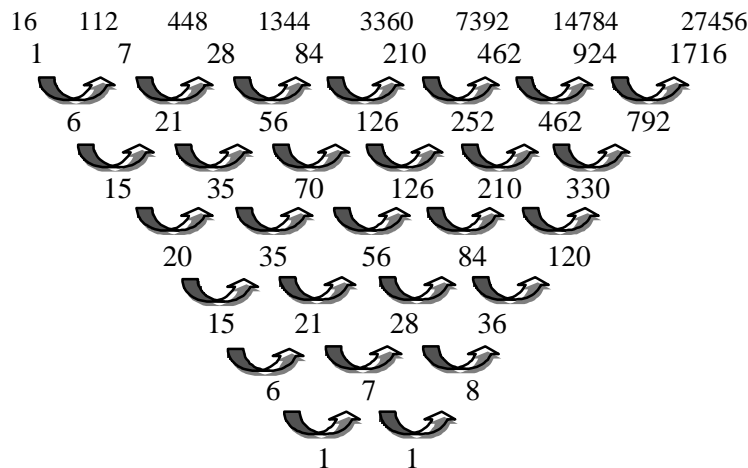
3. Hasil dan Pembahasan

Hasil konstruksi graf terhubung berlabel tanpa garis *loop* berorde lima dengan maksimal garis paralel lima, dapat dibentuk dalam bentuk tabel sebagai berikut:

Tabel 1. Jumlah graf terhubung berlabel titik untuk $n = 4$

m	Banyaknya graf terhubung			
	$g = 3$	$g = 4$	$g = 5$	$g = 6$
3	16			
4	112	15		
5	448	120	6	
6	1344	540	54	1
7	3360	1800	270	10
8	7392	4950	990	55
9	14784	11880	2970	220
10	27456	25740	7722	715
11		51480	18018	2002
12		96525	38610	5005
13			77220	11440
14			145860	24310
15				48620
16				92378

Berdasarkan Tabel 1. untuk $n = 4, m \geq 3, g = 3$ diperoleh suatu barisan yang membentuk suatu pola, yaitu:



Karena selisihnya tepat berada pada orde ke-enam, maka barisan bilangan tersebut merupakan barisan aritmatika polinomial orde enam suku ke- m yaitu:

$$P_6(m) = \alpha_6 m^6 + \alpha_5 m^5 + \alpha_4 m^4 + \alpha_3 m^3 + \alpha_2 m^2 + \alpha_1 m + \alpha_0$$

Hasil 1. Jumlah graf terhubung berlabel titik dengan $n = 4, m \geq 3, g = 3$ adalah

$$N(G_{4,m,3}) = 16 \times C_6^{m+3}$$

Bukti:

Karena terletak pada orde ke-enam, maka bentuk umum suku ke- m dari barisan aritmatika polinomialnya adalah

$$P_6(m) = \alpha_6 m^6 + \alpha_5 m^5 + \alpha_4 m^4 + \alpha_3 m^3 + \alpha_2 m^2 + \alpha_1 m + \alpha_0$$

Berdasarkan Tabel 1. diperoleh persamaan-persamaan berikut.

➤ Untuk $m = 3$

$$\begin{aligned} P_6(3) &= \alpha_6(3)^6 + \alpha_5(3)^5 + \alpha_4(3)^4 + \alpha_3(3)^3 + \alpha_2(3)^2 + \alpha_1(3) + \alpha_0 \\ 16 &= 729\alpha_6 + 243\alpha_5 + 81\alpha_4 + 27\alpha_3 + 9\alpha_2 + 3\alpha_1 + \alpha_0 \end{aligned} \quad (1)$$

➤ Untuk $m = 4$

$$\begin{aligned} P_6(4) &= \alpha_6(4)^6 + \alpha_5(4)^5 + \alpha_4(4)^4 + \alpha_3(4)^3 + \alpha_2(4)^2 + \alpha_1(4) + \alpha_0 \\ 112 &= 4096\alpha_6 + 1024\alpha_5 + 256\alpha_4 + 64\alpha_3 + 16\alpha_2 + 4\alpha_1 + \alpha_0 \end{aligned} \quad (2)$$

➤ Untuk $m = 5$

$$\begin{aligned} P_6(5) &= \alpha_6(5)^6 + \alpha_5(5)^5 + \alpha_4(5)^4 + \alpha_3(5)^3 + \alpha_2(5)^2 + \alpha_1(5) + \alpha_0 \\ 448 &= 15625\alpha_6 + 3125\alpha_5 + 625\alpha_4 + 125\alpha_3 + 25\alpha_2 + 5\alpha_1 + \alpha_0 \end{aligned} \quad (3)$$

➤ Untuk $m = 6$

$$\begin{aligned} P_6(6) &= \alpha_6(6)^6 + \alpha_5(6)^5 + \alpha_4(6)^4 + \alpha_3(6)^3 + \alpha_2(6)^2 + \alpha_1(6) + \alpha_0 \\ 1344 &= 46656\alpha_6 + 7776\alpha_5 + 1296\alpha_4 + 216\alpha_3 + 36\alpha_2 + 6\alpha_1 + \alpha_0 \end{aligned} \quad (4)$$

➤ Untuk $m = 7$

$$\begin{aligned} P_6(7) &= \alpha_6(7)^6 + \alpha_5(7)^5 + \alpha_4(7)^4 + \alpha_3(7)^3 + \alpha_2(7)^2 + \alpha_1(7) + \alpha_0 \\ 3360 &= 117649\alpha_6 + 16807\alpha_5 + 2401\alpha_4 + 343\alpha_3 + 49\alpha_2 + 7\alpha_1 + \alpha_0 \end{aligned} \quad (5)$$

➤ Untuk $m = 8$

$$\begin{aligned} P_6(8) &= \alpha_6(8)^6 + \alpha_5(8)^5 + \alpha_4(8)^4 + \alpha_3(8)^3 + \alpha_2(8)^2 + \alpha_1(8) + \alpha_0 \\ 7392 &= 262144\alpha_6 + 32768\alpha_5 + 4096\alpha_4 + 512\alpha_3 + 64\alpha_2 + 8\alpha_1 + \alpha_0 \end{aligned} \quad (6)$$

➤ Untuk $m = 9$

$$\begin{aligned} P_6(9) &= \alpha_6(9)^6 + \alpha_5(9)^5 + \alpha_4(9)^4 + \alpha_3(9)^3 + \alpha_2(9)^2 + \alpha_1(9) + \alpha_0 \\ 14784 &= 531441\alpha_6 + 59049\alpha_5 + 6561\alpha_4 + 729\alpha_3 + 81\alpha_2 + 9\alpha_1 + \alpha_0 \end{aligned} \quad (7)$$

Persamaan (4.2.15) – (4.2.21) membentuk SPL yang dapat ditulis dalam bentuk matriks $Ax = b$, yaitu:

$$\begin{bmatrix} 729 & 243 & 81 & 27 & 9 & 3 & 1 \\ 4096 & 1024 & 256 & 64 & 16 & 4 & 1 \\ 15625 & 3125 & 625 & 125 & 25 & 5 & 1 \\ 46656 & 7776 & 1296 & 216 & 36 & 6 & 1 \\ 117649 & 16807 & 2401 & 343 & 49 & 7 & 1 \\ 262144 & 32768 & 4096 & 512 & 64 & 8 & 1 \\ 531441 & 59049 & 6561 & 729 & 81 & 9 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_6 \\ \alpha_5 \\ \alpha_4 \\ \alpha_3 \\ \alpha_2 \\ \alpha_1 \\ \alpha_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 112 \\ 448 \\ 1344 \\ 3360 \\ 7392 \\ 14784 \end{bmatrix}$$

Akan ditentukan nilai $\alpha_6, \alpha_5, \alpha_4, \alpha_3, \alpha_2, \alpha_1$, dan α_0 menggunakan aturan *Cramer* dengan nilai-nilai matriks A ; sebagai berikut

$$A = \begin{bmatrix} 729 & 243 & 81 & 27 & 9 & 3 & 1 \\ 4096 & 1024 & 256 & 64 & 16 & 4 & 1 \\ 15625 & 3125 & 625 & 125 & 25 & 5 & 1 \\ 46656 & 7776 & 1296 & 216 & 36 & 6 & 1 \\ 117649 & 16807 & 2401 & 343 & 49 & 7 & 1 \\ 262144 & 32768 & 4096 & 512 & 64 & 8 & 1 \\ 531441 & 59049 & 6561 & 729 & 81 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} 16 & 243 & 81 & 27 & 9 & 3 & 1 \\ 112 & 1024 & 256 & 64 & 16 & 4 & 1 \\ 448 & 3125 & 625 & 125 & 25 & 5 & 1 \\ 1344 & 7776 & 1296 & 216 & 36 & 6 & 1 \\ 3360 & 16807 & 2401 & 343 & 49 & 7 & 1 \\ 7392 & 32768 & 4096 & 512 & 64 & 8 & 1 \\ 14784 & 59049 & 6561 & 729 & 81 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 729 & 16 & 81 & 27 & 9 & 3 & 1 \\ 4096 & 112 & 256 & 64 & 16 & 4 & 1 \\ 15625 & 448 & 625 & 125 & 25 & 5 & 1 \\ 46656 & 1344 & 1296 & 216 & 36 & 6 & 1 \\ 117649 & 3360 & 2401 & 343 & 49 & 7 & 1 \\ 262144 & 7392 & 4096 & 512 & 64 & 8 & 1 \\ 531441 & 14784 & 6561 & 729 & 81 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 729 & 243 & 16 & 27 & 9 & 3 & 1 \\ 4096 & 1024 & 112 & 64 & 16 & 4 & 1 \\ 15625 & 3125 & 448 & 125 & 25 & 5 & 1 \\ 46656 & 7776 & 1344 & 216 & 36 & 6 & 1 \\ 117649 & 16807 & 3360 & 343 & 49 & 7 & 1 \\ 262144 & 32768 & 7392 & 512 & 64 & 8 & 1 \\ 531441 & 59049 & 14784 & 729 & 81 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 729 & 243 & 81 & 16 & 9 & 3 & 1 \\ 4096 & 1024 & 256 & 112 & 16 & 4 & 1 \\ 15625 & 3125 & 625 & 448 & 25 & 5 & 1 \\ 46656 & 7776 & 1296 & 1344 & 36 & 6 & 1 \\ 117649 & 16807 & 2401 & 3360 & 49 & 7 & 1 \\ 262144 & 32768 & 4096 & 7392 & 64 & 8 & 1 \\ 531441 & 59049 & 6561 & 14784 & 81 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 729 & 243 & 81 & 27 & 9 & 16 & 1 \\ 4096 & 1024 & 256 & 64 & 16 & 112 & 1 \\ 15625 & 3125 & 625 & 125 & 25 & 448 & 1 \\ 46656 & 7776 & 1296 & 216 & 36 & 1344 & 1 \\ 117649 & 16807 & 2401 & 343 & 49 & 3360 & 1 \\ 262144 & 32768 & 4096 & 512 & 64 & 7392 & 1 \\ 531441 & 59049 & 6561 & 729 & 81 & 14784 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 729 & 243 & 81 & 27 & 9 & 3 & 16 \\ 4096 & 1024 & 256 & 64 & 16 & 4 & 112 \\ 15625 & 3125 & 625 & 125 & 25 & 5 & 448 \\ 46656 & 7776 & 1296 & 216 & 36 & 6 & 1344 \\ 117649 & 16807 & 2401 & 343 & 49 & 7 & 3360 \\ 262144 & 32768 & 4096 & 512 & 64 & 8 & 7392 \\ 531441 & 59049 & 6561 & 729 & 81 & 9 & 14784 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks $A, A_6, A_5, A_4, A_3, A_2, A_1$, dan A_0 diperoleh nilai determinan menggunakan metode kofaktor sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \det(A) &= -24883200 & \det(A_3) &= 8294400 \\ \det(A_6) &= -552960 & \det(A_2) &= -2211840 \\ \det(A_5) &= -1658880 & \det(A_1) &= -6635520 \\ \det(A_4) &= 2764800 & \det(A_0) &= 0 \end{aligned}$$

Berdasarkan nilai determinan yang telah diperoleh, maka nilai dari $\alpha_6, \alpha_5, \alpha_4, \alpha_3, \alpha_2, \alpha_1$, dan α_0 adalah

$$\begin{aligned} \alpha_6 &= \frac{\det(A_6)}{\det(A)} = \frac{-552960}{-24883200} = \frac{1}{45} & \alpha_2 &= \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{-2211840}{-24883200} = \frac{4}{45} \\ \alpha_5 &= \frac{\det(A_5)}{\det(A)} = \frac{-1658880}{-24883200} = \frac{3}{45} & \alpha_1 &= \frac{\det(A_1)}{\det(A)} = \frac{-6635520}{-24883200} = \frac{12}{45} \\ \alpha_4 &= \frac{\det(A_4)}{\det(A)} = \frac{27648000}{-24883200} = -\frac{5}{45} & \alpha_0 &= \frac{\det(A_0)}{\det(A)} = \frac{0}{-24883200} = 0 \\ \alpha_3 &= \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{8294400}{-24883200} = -\frac{15}{45} \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh rumus umum suku ke- m pada barisan aritmatika polinomial orde enam adalah

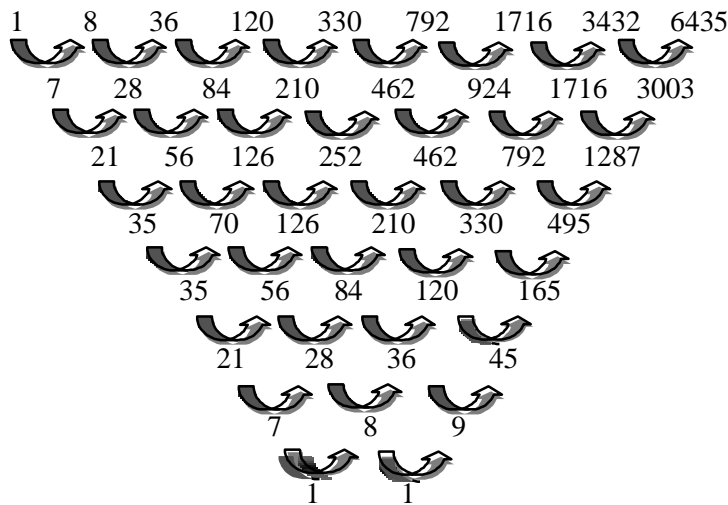
$$\begin{aligned} P_6(m) &= \frac{1}{45}m^6 + \frac{3}{45}m^5 - \frac{5}{45}m^4 - \frac{15}{45}m^3 + \frac{4}{45}m^2 + \frac{12}{45}m \\ P_6(m) &= \frac{1}{45}(m^6 + 3m^5 - 5m^4 - 15m^3 + 4m^2 + 12m) \\ P_6(m) &= \frac{1}{45}((m+3)(m+2)(m+1)(m)(m-1)(m-2)) \\ P_6(m) &= 16 \times C_6^{m+3} \end{aligned}$$

(Terbukti)

Berikut ini adalah rumus umum yang didapatkan untuk menentukan banyaknya graf terhubung untuk $n = 4$, dan $g = 4, 5, 6$ dengan menggunakan cara yang sama untuk mendapatkan Hasil 1 ($n = 4, g = 3$).

Berdasarkan tabel 3.1 untuk $n = 4, m \geq 4, g = 4$ diperoleh suatu barisan yang membentuk suatu pola, yaitu:

15 120 540 1800 4950 11880 25740 51480 96525



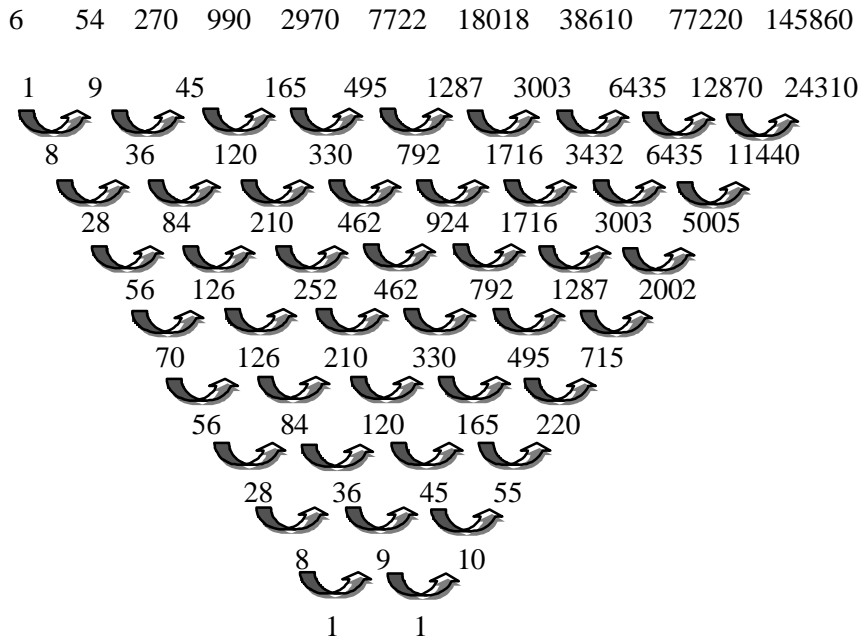
Karena selisihnya tepat berada pada orde ke-tujuh, maka barisan bilangan tersebut merupakan barisan aritmatika polinomial orde tujuh suku ke- m yaitu:

$$P_7(m) = \alpha_7m^7 + \alpha_6m^6 + \alpha_5m^5 + \alpha_4m^4 + \alpha_3m^3 + \alpha_2m^2 + \alpha_1m + \alpha_0$$

Hasil 2. Jumlah graf terhubung berlabel titik dengan $n = 4, m \geq 4, g = 4$ adalah

$$N(G_{4,m,4}) = 15 \times C_7^{m+3}$$

Berdasarkan tabel 3.1. untuk $n = 4, m \geq 5, g = 5$ diperoleh suatu barisan yang membentuk suatu pola, yaitu:



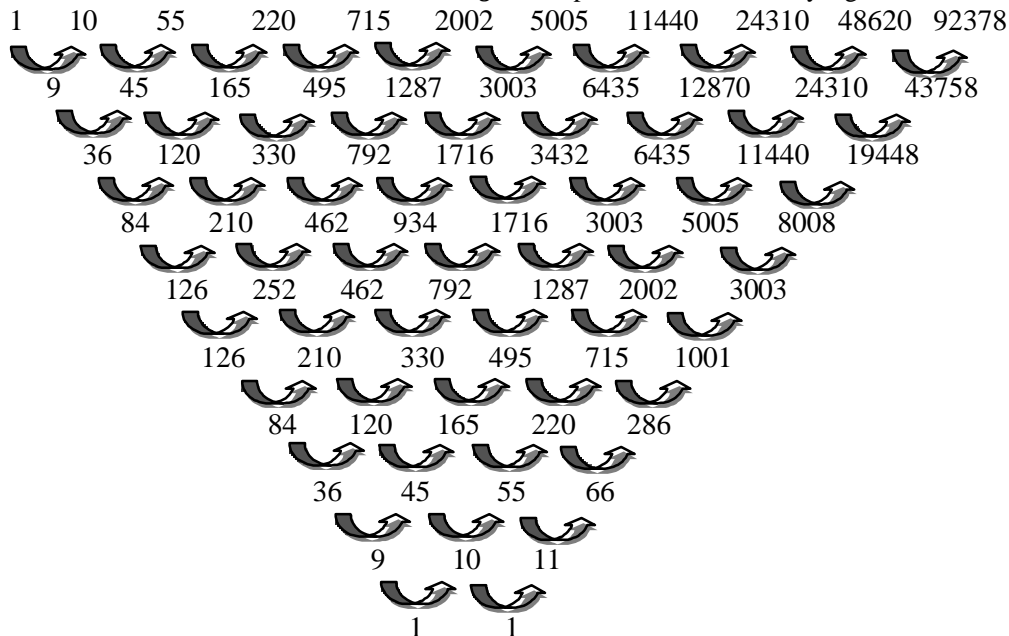
Karena selisihnya tepat berada pada orde ke-delapan, maka barisan bilangan tersebut merupakan barisan aritmatika polinomial orde delapan suku ke- m yaitu:

$$P_8(m) = \alpha_8 m^8 + \alpha_7 m^7 + \alpha_6 m^6 + \alpha_5 m^5 + \alpha_4 m^4 + \alpha_3 m^3 + \alpha_2 m^2 + \alpha_1 m + \alpha_0$$

Hasil 3. Jumlah graf terhubung berlabel titik dengan $n = 4, m \geq 5, g = 5$ adalah

$$N(G_{4,m,5}) = 6 \times C_8^{m+3}$$

Berdasarkan tabel 3.1. untuk $n = 4, m \geq 6, g = 6$ diperoleh suatu barisan yang membentuk suatu pola, yaitu:



Karena selisihnya tepat berada pada orde ke-sembilan, maka barisan bilangan tersebut merupakan barisan aritmatika polinomial orde sembilan suku ke- m yaitu:

$$P_9(m) = \alpha_9 m^9 + \alpha_8 m^8 + \alpha_7 m^7 + \alpha_6 m^6 + \alpha_5 m^5 + \alpha_4 m^4 + \alpha_3 m^3 + \alpha_2 m^2 + \alpha_1 m + \alpha_0$$

Hasil 4. Jumlah graf terhubung berlabel titik dengan $n = 4, m \geq 6, g = 6$ adalah

$$N(G_{4,m,6}) = C_9^{m+3}$$

4. Kesimpulan

Berdasarkan observasi terhadap graf terhubung berlabel titik berorde empat, maka banyaknya jumlah graf yang terbentuk berdasarkan jumlah g ialah

$$N(G_{4,m,4}) = 15 \times C_7^{m+3}; N(G_{4,m,5}) = 6 \times C_8^{m+3}; N(G_{4,m,6}) = C_9^{m+3}.$$

dengan g merupakan garis bukan loop atau paralel.

5. Daftar Pustaka

- Amanto, Wamiliana, Mustofa Usman, dan Reni Permata Sari. 2017. *Counting The Number of Disconnected Vertex Labelled Graphs with Order Maximal Four*. Science International (Lahor) Vol.29, No.6, Hal.1181-1186.
- Deo, N. 1989. *Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science*. Prentice Hall Inc, New York.
- Siang, J.J. 2002. *Matematika Diskrit pada Ilmu Komputer*. Edisi Ketiga. ANDI, Yogyakarta.
- Conte, S.D. and Carl de Boor. 1980. *Dasar-Dasar Analisis Numerik Suatu Pendekatan Algoritma*. Edisi Ketiga. Erlangga, Jakarta.
- Anton, Howard and Chris Rorres. 2004. *Aljabar Linier Elementer*. Edisi 8. Erlangga. Jakarta.
- Agnarsson, G. And Raymon, D. G. 2007. *Graph Theory Modeling, Application, and Algorithms*. Pearson/Prentice Education Inc, New Jersey.
- Wamiliana, Amanto, dan Grita Tumpi N. 2016. *Counting the Number of Disconnected Labeled Graphs of Order Five Without Paralel Edges*. Journal INSIST Vol.1, No.1, eISSN. Hal. 4-7.