



SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II
2018

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL

METODE KUANTITATIF II 2018

PENGGUNAAN MATEMATIKA, STATISTIKA
DAN KOMPUTER DALAM BERBAGAI DISIPILIN ILMU
UNTUK MEWUJUDKAN DAYA SAING BANGSA

**PROSIDING
SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II 2018
(SNMK II 2018)**

“Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi”

Bandar Lampung, 19-20 November 2018

**Penerbit
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung**

PROSIDING
SEMINAR NASIONAL METODE KUANTITATIF II 2018
(SNMK II 2018)

“Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi”

ISBN No. 978-623-90150-0-8

Panitia Pelaksana

Ketua Pelaksana : Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Sekretaris : Dr. La Zakaria, M.Sc
Bendahara : Amanto, S.Si., M.Sc
Kesekretariatan : Subian Saidi, S.Si., M.Si
Dorrah Aziz, M.Si
Syamsul Huda, S.I.P, M.M
Azwar Rizaldy
Gesang Subarkah
Evrilia Rahmawati

Seksi-seksi :

Acara : Dr. Asmiati, M.Si
Dr. Notiragayu, M.Si
Drs. Rudi Ruswandi, M.Si
Drs. Eri Setiawan, M.Si
Aisyah Hirma Hindarti, S.A.N.

Konsumsi : Widiarti S.Si., M.Si
Dr. Khoirin Nisa, M.Si
Srimiati, S.Pd.

Transportasi : Drs. Nusyirwan, M.Si
Agus Sutrisno, S.Si., M.Si
Sugianto

Perlengkapan : Drs. Tiryono R., M.Sc., Ph.D
Anita
Edi Saputra
Obit Ahmad Al Fallah
Sovia Octaviana
Dede Rizki Amanda
Rizki Rizdiana Pratiana

Kuangan : Erni Rahmawati, S.Pd.
Risma Nurmei Winda, S.P.
Rizki Amalia Tanum, S.E.

Dokumentasi : Ali Suhendra
Ardi Bayu Purnomo
Thalibul Ckhair, S.I.P.
Abi Ilham Yurinja, S.I.Komp.

Steering Committee

Prof. Dr. Hasriadi Mat Akin, M.P, *Universitas Lampung* (Rektor Unila)
Prof. Dr. Bujang Rahman, *Universitas Lampung*
Prof. Dr. Ir. Kamal, M.Sc, *Universitas Lampung*
Ir. Warsono, M.Sc., Ph.D, *Universitas Lampung*
Dr. Hartoyo, M.Si, *Universitas Lampung*
Prof. Warsito, S.Si., DEA, Ph.D, *Universitas Lampung* (Dekan FMIPA Unila)
Prof. Dr. Sutopo Hadi, S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*
Dian Kurniasari S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*
Drs. Suratman Umar, M.Sc., *Universitas Lampung*
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D, *Universitas Lampung*

Reviewer

Prof. Drs. Mustofa , M.A., Ph.D
Drs. Suharsono, M.Sc., Ph.D
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

Editor

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

Managing Editor

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Azwar Rizaldy
Gesang Subarkah
Evrilia Rahmawati

Penerbit :

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

Redaksi

Jurusan Matematika FMIPA Unila
Jl. Prof. Soemantri Brojonegoro No 1
Bandar Lampung 35145
Telp/Faks. 0721-704625
Email : snmk.matematika@gmail.com

Cetakan pertama, Februari 2019

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmaanirrohiim

Assalaamu 'alaykum warohmatulloohi wabarokaatuh

Puji syukur alhamdulillah kami haturkan kepada Allah s.w.t., karena berkat kuasa dan pertolongan-Nya acara Seminar Nasional Metode Kuantitatif (SNMK) II Tahun 2018 ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. SNMK II 2018 ini terselenggara atas kerja sama Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Lampung dan Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung. Penyelenggaraan SNMK II 2018 merupakan tindak lanjut dari kesuksesan SNMK pertama pada tahun 2017 lalu. Adapun tema yang diusung adalah “Penggunaan Matematika, Statistika dan Komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk mewujudkan daya saing bangsa”.

SNMK II 2018 diikuti oleh peserta dari berbagai institusi di Indonesia diantaranya Badan Pusat Statistik, Institut Teknologi Sepuluh November Surabaya, Universitas Lambung Mangkurat, Badan Meteorologi dan Geofisika, Universitas Teknokrat Indonesia, Universitas Sang Bumi Ruwa Jurai, Universitas Lampung dan lain-lain. Dengan berkumpulnya para peneliti, baik itu dosen maupun mahasiswa, dari berbagai institusi dan disiplin ilmu yang berbeda untuk berbagi pengalaman dan hasil penelitian pada kegiatan SNMK II ini diharapkan semakin memperluas wawasan keilmuan dan jaringan kerja sama di antara sesama peserta atau institusi. Lebih jauh lagi tentunya memberikan dampak positif pada peningkatan kualitas iklim akademik khususnya di Unila.

Selanjutnya kami haturkan terima kasih dan selamat kepada para penulis yang telah berkontribusi pada terbitnya prosiding SNMK II 2018. Mudah-mudahan artikel yang diterbitkan pada prosiding ini dapat memberikan inspirasi dan gagasan pada para pembaca untuk mengembangkan penelitiannya sehingga dapat menghasilkan publikasi yang lebih berkualitas.

Atas nama panitia, kami mengucapkan banyak terima kasih kepada Rektor Unila, Ketua LPPM Unila dan Dekan FMIPA Unila serta Ketua Jurusan Matematika FMIPA Unila yang telah mendukung penuh sehingga penyelenggaraan SNMK II 2018 hingga terbitnya prosiding ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. Khususnya kepada seluruh panitia, terima kasih tak terhingga atas segala usaha dan kerja kerasnya demi kesuksesan acara dan terbitnya prosiding ini. Semoga Allah s.w.t. membalasnya dengan kebaikan yang berlipat ganda. Tak lupa, mohon maaf apabila ada layanan, tingkah laku atau tutur kata dari kami yang kurang berkenan.

Bandar Lampung, 19 November 2018

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Ketua

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI.....	ii
Aliran MHD Fluida Nano Melewati Bola Bermagnet Dengan Pengaruh Konveksi Campuran oleh <i>Basuki Widodo</i>	1
Inferensi Regresi Semiparametrik Untuk Data Hilang Menggunakan Metode <i>Likelihood</i> Empiris Dan Simulasinya Menggunakan R oleh <i>Yuana Sukmawaty</i> , dan <i>Nur Salam</i>	9
Penentuan Struktur Dan Kadar Flavonoid Ekstrak Polar Daun Gamal (<i>Gliricidia Maculata</i>) Kultivar Lampung Barat Sebagai Insektisida Nabati Pada Kutu Putih Tanaman Kopi (<i>Planococcus Citri</i> , Hemiptera: Pseudococcidae) oleh <i>Hona Anjelina Putri</i> , dan <i>Nismah Nukmal</i>	17
Solusi Analitik Persamaan Laplace Pada Suatu Cakram oleh <i>Yulia Novita</i> , <i>Suharsono S.</i> , <i>Agus Sutrisno</i> , dan <i>Dorrah Azis</i>	25
Kajian <i>Best-Fit</i> Distribusi Probabilitas Untuk Curah Hujan Harian Dan Aplikasinya Dalam Mitigasi Hujan Ekstrem Di Pulau Sumatera oleh <i>Achmad Raflie Pahlevi</i> , dan <i>Warsono</i>	28
Kuantifikasi Dan Penentuan Struktur Senyawa Flavonoid Ekstrak Polar Daun Gamal (<i>Gliricidia Maculata</i>) Kultivar Pringsewu Dan Uji Toksisitas Terhadap Kutu Putih Sirsak (<i>Pseudococcus Cryptus</i> , Hemiptera: Pseudococcidae) oleh <i>Yayang Anas Persada</i> , dan <i>Nismah Nukma</i>	39
Barisan Bilangan Fibonacci <i>N</i> -Bebas oleh <i>Irmawati</i> , <i>Amanto</i> , <i>Agus Sutrisno</i> , dan <i>Muslim Ansori</i>	49
Metode Estimasi <i>Diagonal Weighted Least Square</i> (DWLS) Untuk Berbagai Ukuran Sampel (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila) oleh <i>Eri Setiawan</i> , <i>Nurkholifa Sholihat</i> , dan <i>Netti Herawati</i>	53
<i>Singah Pai</i> : Aplikasi Android Untuk Melestarikan Budaya Lampung oleh <i>Putri Sukma Dewi</i> , <i>Refiesta Ratu Anderha</i> , <i>Lily Parnabhakti</i> , dan <i>Yolanda Dwi Prastika</i>	62
Metode Estimasi <i>Weighted Least Square</i> (WLS) Untuk Berbagai Ukuran Sampel (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila) oleh <i>Eri Setiawan</i> , <i>Wardhani Utami Dewi</i> , dan <i>Rudi Ruswandi</i>	68
Perbandingan Metode Solusi Awal Layak Pada Data Biaya Pengiriman Beras Perum Bulog Divre Lampung oleh <i>Dwi Wahyu Lestari</i> , dan <i>Dian Kurniasari</i>	77

Segmentasi Kabupaten/ Kota Berdasarkan Karakteristik Penduduk Lanjut Usia Provinsi Jawa Tengah Tahun 2017 oleh <i>Agustina Riyanti, dan Tri Rena Maya Sari</i>	86
Penerapan Metode <i>Autoregressive Distributed Lag</i> (Ardl) Dalam Memodelkan Persentase Penduduk Miskin Terhadap Tingkat Pengangguran Terbuka Di Provinsi Lampung Periode 2011-2017 oleh <i>Moni Dwi Fenski, Nusyirwan, dan Agus Sutrisno</i>	95
Simulasi Pemodelan Klaim Agregasi Dengan Jumlah Klaim Berdistribusi Poisson Dan Besar Klaim Berdistribusi Rayleigh oleh <i>Rudi Ruswandi, Ira Syavitri, dan Subian Saidi</i>	105
Karakteristik Fungsi Phi (\emptyset) Euler oleh <i>Rini Karina Agustini, Suharsono S., Wamiliana, dan Notiragayu</i>	110
Pemodelan Matematika Dan Analisis Kestabilan Pada Penyebaran Penyakit Campak Dengan Pengaruh Vaksinasi oleh <i>Farida, Agus Sutrisno, Dorrah Aziz, dan Tiryono Ruby</i>	114
Evaluasi Nilai UN Sma/Ma IPA Provinsi Lampung Dengan Graf <i>Maximum Spanning Tree</i> oleh <i>Sugama Maskar, Refiesta Ratu Anderha, dan Andriyanto</i>	123
Penentuan Rute Terpendek Pada Optimalisasi Jalur Tol Trans Jawa Dengan Menerapkan Algoritma <i>Floyd-Warshall</i> oleh <i>Maharani Damayanti, Notiragayu, dan La Zakaria</i>	131
Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde Lima Dengan Garis Paralel Atau <i>Loop</i> Maksimal Dua Serta Garis Non Paralel Maksimal Enam oleh <i>Dracjat Indrawan, Wamiliana, Asmiati, dan Amanto</i>	139
Solusi Eksak Klasik Persamaan Tricomi oleh <i>Aura Purwaningrum, Suharsono S., Tiryono Ruby, dan Agus Sutrisno</i>	144
Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde Empat oleh <i>Lucia Dessie Natasha, Wamiliana, Aang Nuryaman, dan Amanto</i>	148
Beberapa Penggunaan Rantai Markov Pada Saat Kondisi Stabil (Steady State) oleh <i>Dimas Rahmat Saputra, Dian Kurnia Sari, dan Wamiliana</i>	157
Ruang Barisan Selisih $L_{3/2}(\Delta_2)$ oleh <i>Aulia Rahman, Muslim Anshori, dan Dorrah Aziz</i>	163
Solusi Analitik Untuk Sistem KDV Homogen Dengan Metode Analisis Homotopi (HAM) oleh <i>Anita Rahmasari, Suharsono S., dan Asmiati</i>	171
Alokasi Dana Dari Premi Asuransi Jiwa Syariah Menggunakan Metode Dwiguna oleh <i>Rudi Ruswandi, Arum Mardhiyah Nurvitasari, dan La Zakaria</i>	178

Analisis Biplot dalam pengelompokan Persepsi antaretnik di Bakauheni Lampung Selatan oleh <i>Karomani dan Nusyirwan</i>	184
Perbandingan <i>MVE-BOOTSTRAP</i> dan <i>MCD-BOOTSTRAP</i> dalam Analisis Regresi Linear Berganda pada Data Berukuran Kecil yang Mengandung Pencilan oleh <i>Ario Pandu, dan Khoirin Nisa</i>	192
Analisis Uji Keandalan Dua Populasi Dengan Data Tersensor oleh <i>A.S Awalluddin</i>	202
Iteraksi Inflasi dan Jumlah Uang Beredar di Indonesia dengan Model Bivariate Vector Autoregressive oleh <i>K. Nurika Damayanti</i>	211
Pengelompokan Kabupaten/ Kota Berdasarkan Indikator Pembangunan Daerah Provinsi Lampung Tahun 2017 oleh <i>Abdul Kadir</i>	222
Penggunaan Teori Antrian <i>Multi-Server</i> Dengan Distribusi Erlang oleh <i>Muhammad Taufik Rizal , Widiarti, Wamiliana, dan Rudi Ruswandi</i>	228
Aplikasi <i>Multiple Classification Analysis</i> (MCA) Dalam Analisis Pengaruh Variabel Sosial Ekonomi dan Demograf Terhadap Lama Sekolah Provinsi Lampung Tahun 2017 oleh <i>Desliyani Tri Wandita</i>	237
Keanekaragaman Arthropoda Tanah Pada Dua Tipe Pengelolaan Lahan Kopi (<i>Coffea</i> spp.) di Kecamatan Gedung Surian Kabupaten Lampung Barat oleh <i>Siti Ardiyanti, Suratman Umar, Nismah Nukmal, dan M. Kanedi</i>	244
Perbandingan <i>Mean Squared Error</i> (MSE) Metode <i>Jackknife</i> dan <i>Bootstrap</i> Pada Pendugaan Area Kecil Model Logit-Binomial oleh <i>Shindy Dwiyanti, Widiarti, dan Khoirin Nisa</i>	252
Aplikasi Distribusi Statistik dalam Memonitor Kualitas Udara di Bukit Kotatabang oleh <i>Raeni Chindi Defi Ocvilia, Achmad Raflie Pahlevi, Warsono, dan Mareta Asnia</i>	256
Klastering Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung Berdasarkan Indikator Kesejahteraan Rakyat Tahun 2017 oleh <i>Tri Rena Mayasari</i>	263
Konstruksi Model Aljabar Max-Plus Interval Atas Struktur Hirarkis Jalur Kereta Api Semi-Double Track oleh <i>Tri Utomo ,dan Eristia Arfi</i>	271

BEBERAPA PENGGUNAAN RANTAI MARKOV PADA SAAT KONDISI STABIL (STEADY STATE)

Dimas Rahmat Saputra¹, Dian Kurniasari¹, Wamiliana¹

¹Jurusan Matematika Universitas Lampung, Bandar Lampung
Jl. Prof. Sumantri Brojonegoro No.1 Bandar Lampung 35145
Penulis Korespondensi : dimasrahmatsptr@gmail.com¹

Abstrak

Rantai Markov menggunakan peluang untuk mengetahui seberapa besar kemungkinan kejadian yang akan datang terjadi. Pada tahap tertentu peluang tersebut akan mencapai nilai keseimbangannya (steady). Peluang steady-state, dinotasikan adalah peluang untuk menemukan proses dalam keadaan tertentu, setelah sejumlah transisi terjadi cenderung kepada nilai tertentu, saling bebas terhadap distribusi peluang keadaan awal. Pada peluang steady-state tidak berarti berhenti pada satu state, tetapi proses terus membuat transisi dari state satu ke state lainnya. Peluang ini adalah peluang transisi yang sudah mencapai keseimbangan, sehingga tidak akan berubah terhadap perubahan waktu yang terjadi. Pada artikel ini akan didiskusikan beberapa studi kasus yang berhubungan dengan rantai Markov pada keadaan seimbang (steady-state).

Kata kunci: Rantai Markov, Peluang Steady-State, Persediaan Barang

1. Pendahuluan

Dalam kehidupan nyata, sejumlah fenomena dapat dipikirkan sebagai percobaan yang mencakup sederetan pengamatan yang berturut-turut dan bukan satu kali pengamatan. (Assauri, 2008). Umumnya, tiap pengamatan dalam suatu percobaan tergantung pada beberapa atau semua pengamatan masa lalu dan hasil tiap pengamatan, ditentukan dengan hukum-hukum peluang. Studi tentang percobaan dalam bentuk seperti ini dikenal dengan teori proses stokastik.

Proses stokastik didefinisikan sebagai himpunan peubah acak yang diberi indeks $\{X_t\}$, dimana indeks t berjalan melalui himpunan T yang diberikan. Seringkali T diambil sebagai himpunan bilangan bulat nonnegatif, dan X_t menjelaskan karakteristik pengukuran yang utama pada waktu t (Hillier dan Lieberman, 2001). Proses ini adalah objek matematika yang biasanya didefinisikan sebagai kumpulan variabel acak. Secara historis, variabel acak dikaitkan atau diindeks oleh serangkaian angka, biasanya dilihat sebagai titik waktu, memberikan interpretasi proses stokastik yang mewakili nilai numerik dari beberapa sistem yang secara acak berubah dari waktu ke waktu. Pengamatan yang berturut-turut dalam suatu percobaan merupakan pengamatan-pengamatan bebas artinya hasil suatu pengamatan tertentu tidak tergantung pada sesuatu hasil pengamatan di masa lalu dan sebaliknya tidak mempengaruhi hasil pengamatan di masa mendatang. Hal seperti ini merupakan keadaan atau bentuk khusus dari proses stokastik dan dikenal dengan proses bebas. Namun dalam suatu percobaan yang lebih rumit, hasil suatu pengamatan tertentu akan tergantung pada hasil pengamatan sebelumnya (terdahulu) dan selanjutnya akan mempengaruhi hasil pengamatan di masa mendatang.

Proses stokastik yang memiliki sifat-sifat ketergantungan seperti ini dikenal dengan proses Markov. Prosedur ini dikembangkan oleh matematikawan Rusia, Andrei A Markov pada tahun 1907. Rantai Markov adalah suatu model stokastik yang menggambarkan barisan kejadian yang peluangnya hanya tergantung pada kejadian sebelumnya. Rantai Markov menggunakan peluang untuk mengetahui seberapa besar kemungkinan kejadian yang akan datang terjadi. Pada tahap tertentu peluang tersebut akan mencapai nilai keseimbangannya (steady).

Dalam rantai Markov terdapat peluang steady-state, yang dinotasikan dengan π_j . Peluang ini adalah peluang yang bertujuan menemukan proses dalam keadaan tertentu, misalkan j , setelah sejumlah transisi terjadi cenderung kepada nilai π_j , saling bebas terhadap distribusi peluang keadaan awal.

Rantai Markov dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, salah satunya untuk memperkirakan peluang persediaan barang. Persediaan barang adalah bahan-bahan, bagian yang disediakan, dan bahan-bahan dalam proses yang terdapat dalam perusahaan untuk proses produksi, serta barang-barang jadi atau produk yang disediakan untuk memenuhi permintaan dari konsumen atau pelanggan. Berkaitan dengan hal

tersebut, maka akan didiskusikan dan memberikan contoh kasus tentang bagaimana menganalisis rantai Markov menggunakan peluang *steady-state*.

2. Bahan dan Metode

Proses stokastik didefinisikan sebagai himpunan peubah acak yang diberi indeks $\{X_t\}$, dimana indeks t berjalan melalui himpunan T yang diberikan. Seringkali T diambil sebagai himpunan bilangan bulat non negatif, dan X_{-t} menjelaskan karakteristik pengukuran yang utama pada waktu t (Hillier dan Lieberman, 2001).

Proses stokastik merupakan kumpulan dari variabel random $\{X_t(s) | t \in T, s \in S\}$, dengan T adalah himpunan indeks dan S adalah ruang sampel. Himpunan indeks sering merepresentasikan waktu. Jika $T = \{0, 1, 2, \dots\}$ proses stokastik merupakan proses stokastik dengan waktu diskrit. Ketika $T = [0, \infty)$, proses stokastik merupakan proses stokastik dengan waktu kontinu (Taylor dan Karlin, 1998).

State adalah kondisi yang merupakan peubah acak X_t , dimana jika suatu peubah acak berada pada state tersebut maka dapat berpindah ke state lainnya. Biasanya state dilambangkan dengan bilangan asli, yaitu $1, 2, 3, \dots, N$. Himpunan atau kumpulan dari state-state tersebut membentuk ruang state dan dinyatakan dengan Ω , maka $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, N\}$ (Cox dan Miller, 1965). Asumsi mengenai distribusi bersama X_0, X_1, \dots Diperlukan untuk mendapatkan hasil analisis. Salah satu asumsi yang mengarah pada analisis tractability adalah proses stokastik adalah rantai Markov, yang memiliki sifat sebagai berikut:

Proses stokastik $\{X_t\}$ dikatakan memiliki sifat Markov jika $P\{X_{t+1} = j | X_0 = k_0, X_1 = k_1, \dots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = i\} = P\{X_{t+1} = j | X_t = i\}$, untuk $t = 0, 1, \dots$ dan setiap deret $i, j, k_0, k_1, \dots, k_{t-1}$.

Dengan kata lain, sifat Markov ini mengatakan bahwa peluang bersyarat dari "peristiwa" masa depan, mengingat adanya "peristiwa" sebelumnya dan keadaan sekarang $X_t = i$, tidak bergantung pada peristiwa masa lalu dan hanya bergantung pada keadaan sekarang. Proses stokastik $\{X_t\}$ ($t = 0, 1, \dots$) adalah rantai Markov jika memiliki sifat Markov (Hillier dan Lieberman, 2001).

Rantai Markov adalah proses waktu integer $\{X_n, n \geq 0\}$ dimana setiap nilai sampel untuk setiap $X_n, n \geq 1$, terdapat pada himpunan berhingga S dan bergantung hanya pada kejadian masa lalu hanya melalui kejadian X_{n-1} . Secara spesifik, untuk semua bilangan positif n , dan untuk semua i, j, k, \dots, m , dalam himpunan S . Selain itu, Peluang $P\{X_n = j | X_{n-1} = i\}$ bergantung hanya pada i dan j dan bukan n dan dilambangkan dengan

$$P\{X_n = j | X_{n-1} = i\} = p_{ij} \quad (\text{Gallager, 2011})$$

Dalam kebanyakan sistem yang muncul, state masa lalu dan sekarang mempengaruhi keadaan masa depan bahkan jika mereka tidak menentukannya secara unik. Banyak sistem memiliki sifat yang memberikan keadaan sekarang, state masa lalu tidak memiliki pengaruh terhadap masa depan. Hal ini disebut sifat Markov, dan sistem yang memiliki sifat ini disebut rantai Markov.

Dalam mempelajari rantai Markov, state memiliki peran yang penting. Untuk memahami sifat Markov lebih lanjut, berikut ini akan dijelaskan beberapa istilah yang berkaitan dengan rantai Markov.

State j dikatakan *accessible* dari state i jika $p_{ij}^{(n)} > 0$ untuk setiap $n \geq 0$. Jika state j menjadi *accessible* dari state i berarti dapat dikatakan sistem dapat berpindah ke state j ketika dimulai dari state i . Secara umum, kondisi state untuk dapat dikatakan *accessible* jika terdapat nilai untuk n untuk setiap $p_{ij}^{(n)} > 0$ untuk semua i dan j .

Jika state j *accessible* dari state i dan state i *accessible* dari state j , maka state i dan state j disebut *communicate*. Secara umum terdapat tiga sifat yaitu

1. Setiap state *ter-communicate* dengan state itu sendiri
2. Jika state i *communicate* dengan state j , maka state j *communicate* dengan state i
3. Jika state i *communicate* dengan state j dan state j *communicate* dengan state k , maka state i *communicate* dengan state k

Dari ketiga sifat *communicate* tersebut, state dapat dibagi menjadi satu atau beberapa kelas atau ruang (satu ruang dapat memuat sebuah state). Jika terdapat hanya satu kelas dan state di dalamnya *communicate*, maka rantai Markov tersebut dapat dikatakan *irreducible*.

State dikatakan *transient* jika saat memasuki state lain, prosesnya tidak kembali ke state sebelumnya. Selain itu, state i disebut *transient* jika dan hanya jika terdapat state j ($j \neq i$) yang *accessible* dari state i . Hal ini tidak berlaku jika state i tidak *accessible* dari state j . State dikatakan *recurrent* jika saat memasuki state lain, prosesnya akan kembali ke state awal. Karena state *recurrent* ini akan kembali setiap berpindah, state akan dikunjungi kembali secara tak terbatas jika proses berlanjut seterusnya (Hillier dan Lieberman, 2001).

Peluang *steady-state*, dinotasikan dengan π_j , adalah peluang untuk menemukan proses dalam keadaan tertentu, misalkan j , setelah sejumlah transisi terjadi cenderung kepada nilai π_j , saling bebas terhadap distribusi peluang keadaan awal. Pada peluang *steady-state* tidak berarti berhenti pada satu state,

tetapi proses terus membuat transisi dari *state* satu ke *state* lainnya, dan pada setiap *state* ke- n peluang transisi dari i ke j tetap p_{ij} . Peluang ini adalah peluang transisi yang sudah mencapai keseimbangan, sehingga tidak akan berubah terhadap perubahan waktu yang terjadi. Adapun peluang *steady-state* didefinisikan sebagai berikut.

$$\pi_j = \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)}$$

dimana

π_j : peluang *steady-state*

$p_{ij}^{(n)}$: peluang perpindahan dari *state* i ke *state* j setelah n langkah

Adapun sifat dari peluang *steady-state* yaitu sebagai berikut.

$$\pi_j = \sum_{i=0}^M \pi_i p_{ij} \quad ; \quad j = 0, 1, \dots, M$$

$$\sum_{j=0}^M \pi_j = 1$$

(Hillier dan Lieberman, 2001)

3. Hasil dan Pembahasan

Rantai Markov memiliki konsep dasar *state* dari suatu sistem dan transisi atau perpindahan *state*. Rantai Markov adalah proses waktu integer $\{X_n, n \geq 0\}$ dimana setiap nilai sampel untuk setiap $X_n, n \geq 1$, terdapat pada himpunan berhingga S dan bergantung hanya pada kejadian masa lalu hanya melalui kejadian X_{n-1} . Peluang *steady-state*, dinotasikan dengan π_j , adalah peluang untuk menemukan proses dalam keadaan tertentu, misalkan j , setelah sejumlah transisi terjadi cenderung kepada nilai π_j , saling bebas terhadap distribusi peluang keadaan awal. Peluang ini adalah peluang transisi yang sudah mencapai keseimbangan, sehingga tidak akan berubah terhadap perubahan waktu yang terjadi. Adapun peluang *steady-state* didefinisikan

$$\pi_j = \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)}$$

dimana

π_j : peluang *steady-state*

$p_{ij}^{(n)}$: peluang perpindahan dari *state* i ke *state* j setelah n langkah

Adapun sifat dari peluang *steady-state* yaitu sebagai berikut.

$$\pi_j = \sum_{i=0}^M \pi_i p_{ij} \quad ; \quad j = 0, 1, \dots, M$$

$$\sum_{j=0}^M \pi_j = 1$$

Berikut ini diberikan beberapa studi kasus :

1. Studi kasus 1

Suatu toko kamera menyimpan model kamera tertentu yang bisa dipesan mingguan. Misalkan D_1, D_2, \dots menggambarkan permintaan kamera ini (jumlah unit yang akan terjual jika persediaannya tidak habis) selama minggu pertama, minggu kedua, dan seterusnya. Diasumsikan bahwa D_i adalah variabel acak terdistribusi independen dan identik yang memiliki distribusi Poisson dengan rata-rata 1. Misalkan X_0 mewakili jumlah kamera yang ada sejak awal, X_1 jumlah kamera yang ada pada akhir minggu 1, X_2 jumlah kamera yang ada di penghujung minggu 2, dan seterusnya. Asumsikan bahwa $X_0 = 3$. Pada Sabtu malam, toko tersebut memesan barang yang dikirimkan tepat pada waktunya untuk pembukaan toko berikutnya pada hari Senin. Toko menggunakan kebijakan pesanan berikut: Jika jumlah kamera di tangan pada akhir setiap minggu adalah 0 atau 1, dua kamera tambahan akan dipesan. Jika tidak, tidak akan ada pemesanan. Tentukan peluang *steady-state* dari rantai Markov ini.

Dari studi kasus tersebut dapat ditentukan bahwa *state* dapat dimisalkan menjadi X , dengan X_t adalah jumlah kamera yang ada setelah pengiriman pada akhir minggu t . Kemudian dapat dimisalkan D_t sebagai jumlah kamera yang diminta setelah pengiriman pada akhir minggu t . Pada studi kasus ini terdapat ketentuan dimana jika jumlah kamera di tangan pada akhir setiap minggu adalah 0 atau 1, dua kamera tambahan akan dipesan. Jika tidak, tidak akan ada pemesanan. Dalam hal ini X_t dapat dibuat dalam rumusan berikut

$$X_{t+1} = \begin{cases} \max(X_t + 2 - D_{t+1}) = 0 \\ \max(X_t - D_{t+1}) = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Untuk } X_t = 1 \\ 2 \end{matrix} ; X_t \geq 2$$

Selanjutnya akan dibentuk matriks probabilitas transisi sebagai berikut

$$P = \begin{bmatrix} 0,264 & 0,368 & 0,368 & 0 \\ 0,080 & 0,184 & 0,368 & 0,368 \\ 0,264 & 0,368 & 0,368 & 0 \\ 0,080 & 0,184 & 0,368 & 0,368 \end{bmatrix}$$

Perlu diperhatikan jika jumlah kamera di tangan pada akhir setiap minggu adalah 0 atau 1, dua kamera tambahan akan dipesan. Jika tidak, tidak akan ada pemesanan. akan bernilai nol. Adapun entri matriks yang bernilai nol di atas adalah p_{14} dan p_{34} karena tidak mungkin kamera dapat bertambah sesuai *state* tersebut. Selanjutnya akan dibuat persamaan *steady-state* sebagai berikut

$$\begin{aligned} \pi_0 &= 0,264 \pi_0 + 0,368 \pi_1 + 0,368 \pi_2 \\ \pi_1 &= 0,080 \pi_0 + 0,184 \pi_1 + 0,368 \pi_2 + 0,368 \pi_3 \\ \pi_2 &= 0,264 \pi_0 + 0,368 \pi_1 + 0,368 \pi_2 \\ \pi_3 &= 0,080 \pi_0 + 0,184 \pi_1 + 0,368 \pi_2 + 0,368 \pi_3 \\ 1 &= \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 \end{aligned}$$

Dengan menyelesaikan persamaan tersebut, didapatkan solusi yaitu

$$\begin{aligned} \pi_0 &= 0,182 & \pi_2 &= 0,368 \\ \pi_1 &= 0,285 & \pi_3 &= 0,165 \end{aligned}$$

Dari penyelesaian tersebut, maka didapatkan kesimpulan peluang pemesanan kamera tambahan sejumlah 0, 1, 2, dan 3 kamera berturut-turut adalah 0,182; 0,285; 0,368; dan 0,165, dengan peluang pemesanan kamera tambahan paling besar adalah pada saat minggu ke 2.

2. Studi Kasus 2

Perhatikan masalah persediaan darah yang dihadapi RSUD berikut.

Ada kebutuhan golongan darah yang langka, yaitu, tipe AB, Rhesus darah negatif. Permintaan D (dalam kantong) selama periode 3 hari diberikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} P\{D = 0\} &= 0,4 & P\{D = 2\} &= 0,2 \\ P\{D = 1\} &= 0,3 & P\{D = 3\} &= 0,1 \end{aligned}$$

Perhatikan bahwa permintaan yang diharapkan adalah 1 kantong, karena $E(D) = 0.3(1)+0.2(2)+0.1(3) = 1$. Misalkan ada 3 hari antara pengiriman, rumah sakit mengusulkan kebijakan menerima 1 kantong di setiap pengiriman dan menggunakan darah yang lebih awal dahulu. Jika lebih banyak darah yang dibutuhkan ada di tangan, akan dibuat pengiriman darurat yang mahal. Darah dibuang jika masih di penyimpanan setelah 21 hari. Perhatikan *state* sistem sebagai jumlah kantong darah di persediaan tepat setelah pengiriman. Karena terdapat kebijakan kantong darah dibuang, kemungkinan *state* terbesar adalah 7. Tentukan peluang *steady-state* dari rantai Markov ini.

Dari studi kasus tersebut dapat ditentukan bahwa *state* dapat dimisalkan menjadi X , dengan X_t adalah jumlah kantong darah yang ada setelah pengiriman pada periode t . Kemudian dapat dimisalkan D_t sebagai jumlah kantong darah yang diminta setelah pengiriman pada periode t . Pada studi kasus ini terdapat ketentuan dimana kantong darah akan dibuang jika tidak digunakan dalam 21 hari, dengan periode pengiriman setiap tiga hari sekali, maka kemungkinan *state* paling besar adalah 7. Dalam hal ini X_t dapat dibuat dalam rumusan berikut,

$$X_{t+1} = \{ \max (X_t + 1 - D_t) = 0$$

Selanjutnya akan dibentuk matriks probabilitas transisi sebagai berikut.

$$P = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,4 & 0,0 & 0,0 & 0,00,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,3 & 0,30,4 & 0,0 & 0,00,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,1 & 0,20,3 & 0,4 & 0,00,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,10,2 & 0,3 & 0,40,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,00,1 & 0,2 & 0,30,4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,00,0 & 0,1 & 0,20,3 & 0,4 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,00,0 & 0,0 & 0,10,2 & 0,7 & 0,0 & 0,0 \end{bmatrix}$$

Perlu diperhatikan berdasarkan rumusan diatas bahwa khusus entri dari matriks transisi dimana jika jumlah kantong darah yang tersedia pada periode berikutnya lebih banyak daripada periode sebelumnya dengan selisih lebih dari satu, maka jumlah permintaan barang akan bernilai minus. Akibatnya peluangnya akan bernilai nol. Adapun entri matriks yang memenuhi kriteria di atas adalah p_{17} sampai p_{13} , p_{27} sampai p_{23} , p_{37} sampai p_{34} , p_{47} , p_{46} , dan p_{57} . Selain itu, khusus untuk entri matriks dimana berdasarkan rumusan diatas yang mengharuskan jumlah permintaan kantong darah lebih dari sama dengan empat [$P (D \geq 4)$], maka peluangnya akan bernilai nol. Adapun entri matriks yang memenuhi kriteria tersebut adalah p_{41} , p_{51} , p_{52} , p_{61} sampai p_{63} , p_{71} sampai p_{74}

Selanjutnya akan dibuat persamaan *steady-state* sebagai berikut

$$\begin{aligned} \pi_1 &= 0,6 \pi_1 + 0,4 \pi_2 \\ \pi_2 &= 0,3 \pi_1 + 0,3 \pi_2 + 0,4 \pi_3 \\ \pi_3 &= 0,1 \pi_1 + 0,2 \pi_2 + 0,3 \pi_3 + 0,4 \pi_4 \\ \pi_4 &= 0,1 \pi_2 + 0,2 \pi_3 + 0,3 \pi_4 + 0,4 \pi_5 \\ \pi_5 &= 0,1 \pi_3 + 0,2 \pi_4 + 0,3 \pi_5 + 0,4 \pi_6 \\ \pi_6 &= 0,1 \pi_4 + 0,2 \pi_5 + 0,3 \pi_6 + 0,4 \pi_7 \\ \pi_7 &= 0,1 \pi_5 + 0,2 \pi_6 + 0,7 \pi_7 \\ 1 &= \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6 + \pi_7 \end{aligned}$$

Dengan menyelesaikan persamaan tersebut, didapatkan solusi yaitu

$$\begin{aligned} \pi_1 &= 0,134 & \pi_3 &= 0,134 \\ \pi_2 &= 0,134 & \pi_4 &= 0,178 \\ \pi_5 &= 0,141 & \pi_7 &= 0,174 \\ \pi_6 &= 0,130 & & \end{aligned}$$

Dari penyelesaian tersebut, maka didapatkan kesimpulan peluang kantong darah dibuang dalam periode tiga hari pertama hingga ketujuh tidak terlalu besar, yang artinya kantong darah tersebut selalu digunakan.

3. Studi Kasus 3

Lihat kembali studi kasus pertama dengan peluang sebagai berikut

$$\begin{aligned} P\{D = 0\} &= 0,25 & P\{D = 2\} &= 0,25 \\ P\{D = 1\} &= 0,5 & P\{D = 3\} &= 0 \end{aligned}$$

Kebijakan pemesanan sekarang diubah untuk memesan hanya 2 kamera di akhir minggu jika tidak ada stok. Seperti studi kasus pertama, tidak ada pesananditempatkan jika ada kamera dalam persediaan. Asumsikan bahwa ada satukameradalam stok pada saat itu (akhir minggu) kebijakan ditetapkan.Tentukan peluang *steady-state* dari rantai Markov ini.

Dari studi kasus tersebut dapat ditentukan bahwa *state* dapat dimisalkan menjadi X, dengan X_t adalah jumlah kamera yang ada setelah pengiriman pada akhir minggu t. Kemudian dapat dimisalkan D_t sebagai jumlah kamera yang diminta setelah pengiriman pada akhir minggu t. Pada studi kasus ini terdapat ketentuan dimana jika jumlah kamera di tangan pada akhir setiap minggu adalah 0 atau 1, dua kamera tambahan akan dipesan. Jika tidak, tidak akan ada pemesanan. Dalam hal ini X_t dapat dibuat dalam rumusan berikut.

$$X_{t+1} = \{ \max (X_t + 1 - D_t)$$

Selanjutnya akan dibentuk matriks probabilitas transisi sebagai berikut.

$$P = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,50 & 0,25 \\ 0,75 & 0,25 & 0 \\ 0,25 & 0,50 & 0,25 \end{bmatrix}$$

Perlu diperhatikan berdasarkan rumusan diatas bahwa toko hanya memesan hanya 2 kamera di akhir minggu jika tidak ada stok. Seperti studi kasus pertama, tidak ada pesanan ditempatkan jika ada kamera dalam persediaan. Terdapat satu kamera dalam stok pada saat itu (akhir minggu) kebijakan ditetapkan. Adapun entri matriks yang tidak memenuhi kriteria di atas adalah p_{22} karena tidak memenuhi persyaratan yang ditetapkan oleh toko.

Selanjutnya akan dibuat persamaan *steady-state* sebagai berikut

$$\begin{aligned} \pi_0 &= 0,25 \pi_0 + 0,50 \pi_1 + 0,25 \pi_2 \\ \pi_1 &= 0,75 \pi_0 + 0,25 \pi_1 \\ \pi_2 &= 0,25 \pi_0 + 0,50 \pi_1 + 0,25 \pi_2 \\ 1 &= \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 \end{aligned}$$

Dengan menyelesaikan persamaan tersebut, didapatkan solusi persamaan yaitu

$$\begin{aligned} \pi_0 &= 0,45 & \pi_2 &= 0,15 \\ \pi_1 &= 0,40 \end{aligned}$$

Dari penyelesaian tersebut, maka didapatkan kesimpulan peluang kamera dipesan kembali hanya 2 kamera ketika masih terdapat stok barang secara berturut-turut yaitu 0,45; 0,40; dan 0,15 untuk minggu awal, minggu pertama dan kedua.

4. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah bahwa proses Markov dapat digunakan sebagai solusi untuk menghitung peluang stok barang yang akan diambil dengan memanfaatkan jumlah barang yang ada pada saat ini.

Adapun dari tiga studi kasus yang telah dibahas, didapatkan hasil sebagai berikut:

1. Pada studi kasus pertama, dari penyelesaian tersebut, didapatkan kesimpulan peluang pemesanan kamera tambahan sejumlah 0, 1, 2, dan 3 kamera berturut-turut adalah 0,182; 0,285; 0,368; dan 0,165, dengan peluang pemesanan kamera tambahan paling besar adalah pada saat minggu ke 2.
2. Pada studi kasus kedua, dari penyelesaian tersebut, didapatkan kesimpulan peluang kantong darah dibuang dalam periode tiga hari pertama hingga ketujuh tidak terlalu besar, yang artinya kantong darah tersebut selalu digunakan.
3. Pada studi kasus ketiga, dari penyelesaian tersebut, didapatkan kesimpulan peluang kamera dipesan kembali hanya 2 kamera ketika masih terdapat stok barang secara berturut-turut yaitu 0,45; 0,40; dan 0,15 untuk minggu awal, minggu pertama dan kedua

5. Daftar Pustaka

Assauri, Soyjan. 2008. *Manajemen Produksi dan Operasi*. Jakarta: LPFEUI.

Cox, D. R., Miller, H. D. 1965. *The Theory of Stochastic Process*. London: Chapman and Hall.

Gallager, Robert G. 2011. *Stochastic Processes: Theory for Application*. New York: Cambridge University Press.

Hillier, F.S. dan Lieberman, G.J. 2001. *Introduction to Operation Research*. New York: McGraw-Hill.

Taylor, H.M. dan Karlin, S. 1998. *An Introduction to Stochastic Modeling*. San Diego: Academic Press.