SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II
2018

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL

METODE KUANTITATIF II
2018

PENGGUNAAN MATEMATIKA, STATISTIKA
DAN KOMPUTER DALAM BERBAGAI DISIPILIN ILMU
UNTUK MEWUJUDKAN DAYA SAING BANGSA

PROSIDING
SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II 2018
(SNMK II 2018)

"Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi"

Bandar Lampung, 19-20 November 2018

Penerbit
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

PROSIDING
SEMINAR NASIONAL METODE KUANTITATIF II 2018
(SNMK II 2018)

“Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi”

ISBN No. 978-623-90150-0-8

Panitia Pelaksana

Ketua Pelaksana	: Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Sekretaris	: Dr. La Zakaria, M.Sc
Bendahara	: Amanto, S.Si., M.Sc
Kesekretariatan	: Subian Saidi, S.Si., M.Si
	Dorrah Aziz, M.Si
	Syamsul Huda, S.I.P, M.M
	Azwar Rizaldy
	Gesang Subarkah
	Evrilia Rahmawati

Seksi-seksi :

Acara	: Dr. Asmiati, M.Si
	Dr. Notiragayu, M.Si
	Drs. Rudi Ruswandi, M.Si
	Drs. Eri Setiawan, M.Si
	Aisya Hirma Hindarti, S.A.N.
Konsumsi	: Widiarti S.Si., M.Si
	Dr. Khoirin Nisa, M.Si
	Srimiati, S.Pd.
Transportasi	: Drs. Nusyirwan, M.Si
	Agus Sutrisno, S.Si., M.Si
	Sugianto
Perlengkapan	: Drs. Tiryono R., M.Sc., Ph.D
	Anita
	Edi Saputra
	Obit Ahmad Al Fallah
	Sovia Octaviana
	Dede Rizki Amanda
	Rizki Rizdiana Pratiana
Keuangan	: Erni Rahmawati, S.Pd.
	Risma Nurmei Winda, S.P.
	Rizki Amalia Tanum, S.E.
Dokumentasi	: Ali Suhendra
	Ardi Bayu Purnomo
	Thalibul Ckhair, S.I.P.
	Abi Ilham Yurinza, S.I.Komp.

Steering Committee

Prof. Dr. Hasriadi Mat Akin, M.P, *Universitas Lampung* (Rektor Unila)
Prof. Dr. Bujang Rahman, *Universitas Lampung*
Prof. Dr. Ir. Kamal, M.Sc, *Universitas Lampung*
Ir. Warsono, M.Sc., Ph.D, *Universitas Lampung*
Dr. Hartoyo, M.Si, *Universitas Lampung*
Prof. Warsito, S.Si., DEA, Ph.D, *Universitas Lampung* (Dekan FMIPA Unila)
Prof. Dr. Sutopo Hadi, S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*
Dian Kurniasari S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*
Drs. Suratman Umar, M.Sc., *Universitas Lampung*
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D, *Universitas Lampung*

Reviewer

Prof. Drs. Mustofa , M.A., Ph.D
Drs. Suharsono, M.Sc., Ph.D
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

Editor

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

Managing Editor
Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Azwar Rizaldy
Gesang Subarkah
Evrilia Rahmawati

Penerbit :
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

Redaksi
Jurusan Matematika FMIPA Unila
Jl. Prof. Soemantri Brojonegoro No 1
Bandar Lampung 35145
Telp/Faks. 0721-704625
Email : snmk.matematika@gmail.com
Cetakan pertama, Februari 2019

ISBN No. 978-623-90150-0-8

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmaanirrohiim

Assalaamu 'alaykum warohmatulloohi wabarokaatuh

Puji syukur alhamdulillah kami haturkan kepada Alloh s.w.t., karena berkat kuasa dan pertolongan-Nya acara Seminar Nasional Metode Kuantitatif (SNMK) II Tahun 2018 ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. SNMK II 2018 ini terselenggara atas kerja sama Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Lampung dan Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung. Penyelenggaraan SNMK II 2018 merupakan tindak lanjut dari kesuksesan SNMK pertama pada tahun 2017 lalu. Adapun tema yang diusung adalah "Penggunaan Matematika, Statistika dan Komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk mewujudkan daya saing bangsa".

SNMK II 2018 diikuti oleh peserta dari berbagai institusi di Indonesia diantaranya Badan Pusat Statistik, Institut Teknologi Sepuluh November Surabaya, Universitas Lambung Mangkurat, Badan Meteorologi dan Geofisika, Unversitas Teknokrat Indonesia, Universitas Sang Bumi Ruwa Jurai, Universitas Lampung dan lain-lain. Dengan berkumpulnya para peneliti, baik itu dosen maupun mahasiswa, dari berbagai institusi dan disiplin ilmu yang berbeda untuk berbagi pengalaman dan hasil penelitian pada kegiatan SNMK II ini diharapkan semakin memperluas wawasan keilmuan dan jaringan kerja sama di antara sesama peserta atau institusi. Lebih jauh lagi tentunya memberikan dampak positif pada peningkatan kualitas iklim akademik khususnya di Unila.

Selanjutnya kami haturkan terima kasih dan selamat kepada para penulis yang telah berkontribusi pada terbitnya prosiding SNMK II 2018. Mudah-mudahan artikel yang diterbitkan pada prosiding ini dapat memberikan inspirasi dan gagasan pada para pembaca untuk mengembangkan penelitiannya sehingga dapat menghasilkan publikasi yang lebih berkualitas.

Atas nama panitia, kami mengucapkan banyak terima kasih kepada Rektor Unila, Ketua LPPM Unila dan Dekan FMIPA Unila serta Ketua Jurusan Matematika FMIPA Unila yang telah mendukung penuh sehingga penyelenggaraan SNMK II 2018 hingga terbitnya prosiding ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. Khususnya kepada seluruh panitia, terima kasih tak terhingga atas segala usaha dan kerja kerasnya demi kesuksesan acara dan terbitnya prosiding ini. Semoga Alloh s.w.t. membalasnya dengan kebaikan yang berlipat ganda. Tak lupa, mohon maaf apabila ada layanan, tingkah laku atau tutur kata dari kami yang kurang berkenan.

Bandar Lampung, 19 November 2018

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Ketua

DAFTAR ISI

ISBN No. 978-623-90150-0-8

ISBN No. 978-623-90150-0-8

BEBERAPA PENGGUNAAN RANTAI MARKOV PADA SAAT KONDISI STABIL (STEADY STATE)

Dimas Rahmat Saputra[1], Dian Kurniasari[1], Wamiliana[1]

[1]*Jurusan Matematika Universitas Lampung, Bandar Lampung*
Jl. Prof. Sumantri Brojonegoro No.1 Bandar Lampung 35145
Penulis Korespodensi : dimasrahmatsptr@gmail.com[1]

Abstrak

Rantai Markov menggunakan peluang untuk mengetahui seberapa besar kemungkinan kejadian yang akan datang terjadi. Pada tahap tertentu peluang tersebut akan mencapai nilai keseimbangannya (steady). Peluang steady-state, dinotasikan adalah peluang untuk menemukan proses dalam keadaan tertentu, setelah sejumlah transisi terjadi cenderung kepada nilai tertentu, saling bebas terhadap distribusi peluang keadaan awal. Pada peluang steady-state tidak berarti berhenti pada satu state, tetapi proses terus membuat transisi dari state satu ke state lainnya. Peluang ini adalah peluang transisi yang sudah mencapai keseimbangan, sehingga tidak akan berubah terhadap perubahan waktu yang terjadi. Pada artikel ini akan didiskusikan beberapa studi kasus yang berhubungan dengan rantai Markov pada keadaan seimbang (steady-state).

Kata kunci:*Rantai Markov, Peluang Steady-State, Persediaan Barang*

1. Pendahuluan

Dalam kehidupan nyata, sejumlah fenomena dapat dipikirkan sebagai percobaan yang mencakup sederatan pengamatan yang berturut-turut dan bukan satu kali pengamatan. (Assauri, 2008). Umumnya, tiap pengamatan dalam suatu percobaan tergantung pada beberapa atau semua pengamatan masa lalu dan hasil tiap pengamatan, ditentukan dengan hukum-hukum peluang. Studi tentang percobaan dalam bentuk seperti ini dikenal dengan teori proses stokastik.

Proses stokastik didefinisikan sebagai himpunan peubah acak yang diberi indeks $\{X_t\}$, dimana indeks t berjalan melalui himpunan T yang diberikan. Seringkali T diambil sebagai himpunan bilangan bulat nonnegatif, dan X¬t menjelaskan karakteristik pengukuran yang utama pada waktu t (Hillier dan Lieberman, 2001). Proses ini adalah objek matematika yang biasanya didefinisikan sebagai kumpulan variabel acak. Secara historis, variabel acak dikaitkan atau diindeks oleh serangkaian angka, biasanya dilihat sebagai titik waktu, memberikan interpretasi proses stokastik yang mewakili nilai numerik dari beberapa sistem yang secara acak berubah dari waktu ke waktu.Pengamatan yang berturut-turut dalam suatu percobaan merupakan pengamatan-pengamatan bebas artinya hasil suatu pengamatan tertentu tidak tergantung pada sesuatu hasil pengamatan di masa lalu dan sebaliknya tidak mempengaruhi hasil pengamatan di masa mendatang. Hal seperti ini merupakan keadaan atau bentuk khusus dari proses stokastik dan dikenal dengan proses bebas. Namun dalam suatu percobaan yang lebih rumit, hasil suatu pengamatan tertentu akan tergantung pada hasil pengamatan sebelumnya (terdahulu) dan selanjutnya akan mempengaruhi hasil pengamatan di masa mendatang.

Proses stokastik yang memiliki sifat-sifat ketergantungan seperti ini dikenal dengan proses Markov. Prosedur ini dikembangkan oleh matematikawan Rusia, Andrei A Markov pada tahun 1907. Rantai Markov adalah suatu model stokastik yang menggambarkan barisan kejadian yang peluangnya hanya tergantung pada kejadian sebelumnya. Rantai Markov menggunakan peluang untuk mengetahui seberapa besar kemungkinan kejadian yang akan datang terjadi. Pada tahap tertentu peluang tersebut akan mencapai nilai keseimbangannya (*steady*).

Dalam rantai Markov terdapat peluang steady-state, yang dinotasikan dengan π_j. Peluang ini adalah peluang yang bertujuan menemukan proses dalam keadaan tertentu, misalkan j, setelah sejumlah transisi terjadi cenderung kepada nilai π_j, saling bebas terhadap distribusi peluang keadaan awal.

Rantai Markov dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, salah satunya untuk memperkirakan peluang persediaan barang. Persediaan barang adalah bahan-bahan, bagian yang disediakan, dan bahan-bahan dalam proses yang terdapat dalam perusahaan untuk proses produksi, serta barang-barang jadi atau produk yang disediakan untuk memenuhi permintaan dari konsumen atau pelanggan. Berkaitan dengan hal tersebut, maka akan didiskusikan dan memberikan contoh kasus tentang bagaimana menganalisis rantai Markov menggunakan peluang *steady-state*.

2. Bahan dan Metode

Proses stokastik didefinisikan sebagai himpunan peubah acak yang diberi indeks $\{X_t\}$, dimana indeks t berjalan melalui himpunan T yang diberikan. Seringkali T diambil sebagai himpunan bilangan bulat non negatif, dan X¬t menjelaskan karakteristik pengukuran yang utama pada waktu t (Hillier dan Lieberman, 2001).

Proses stokastik merupakan kumpulan dari variabel random $\{X_t\ (s)\ |t\in T, s\in S\}$, dengan T adalah himpunan indeks dan S adalah ruang sampel. Himpunan indeks sering merepresentasikan waktu. Jika T = {0,1,2,....} proses stokastik merupakan proses stokastik dengan waktu diskrit. Ketika T [0,∞], proses stokastik merupakan proses stokastik dengan waktu kontinu (Taylor dan Karlin, 1998).

State adalah kondisi yang merupakan peubah acak Xt, dimana jika suatu peubah acak berada pada state tersebut maka dapat berpindah ke state lainnya. Biasanya state dilambangkan dengan bilangan asli, yaitu 1,2,3,…N. Himpunan atau kumpulan dari state-state¬ tersebut membentuk ruang state dan dinyatakan dengan Ω, maka Ω = {1,2,3,…N} (Cox dan Miller, 1965).Asumsi mengenai distribusi bersama X_0, X_1, … Diperlukan untuk mendapatkan hasil analisis. Salah satu asumsi yang mengarah pada analisis tractability adalah proses stokastik adalah rantai Markov, yang memiliki sifat sebagai berikut:

Proses stokastik {Xt} dikatakan memiliki sifat Markov jika P$\{X_{t+1}$= j | $X_0 = k_0$, $X_1 = k_1$, … , $X_{t-1} = k_{t-1}$, $X_t = i\}$ = P$\{X_{t+1}$= j | Xt =i}, untuk t = 0, 1, . . . dan setiap deret i, j, $k_0, k_1, \ldots, k_{t-1}$.

Dengan kata lain, sifat Markov ini mengatakan bahwa peluang bersyarat dari "peristiwa" masa depan, mengingat adanya "peristiwa" sebelumnya dan keadaan sekarang X_t = i, tidak bergantung pada peristiwa masa lalu dan hanya bergantung pada keadaan sekarang. Proses stokastik $\{X_t\}$ (t = 0, 1, …) adalah rantai Markov jika memiliki sifat Markov (Hillier dan Lieberman, 2001).

Rantai Markov adalah proses waktu integer $\{X_n$, n ≥ 0} dimana setiap nilai sampel untuk setiap Xn, n ≥ 1, terdapat pada himpunan berhingga S dan bergantung hanya pada kejadian masa lalu hanya melalui kejadian X_{n-1}. Secara spesifik, untuk semua bilangan positif n, dan untuk semua i, j, k, ..., m, dalam himpunan S. Selain itu, Peluang P $\{X_n$ = j | X_{n-1} = i} bergantung hanya pada i dan j dan bukan n dan dilambangkan dengan

$$P\ \{X_n = j \mid X_{n-1} = i\} = p_{ij}$$

(Gallager, 2011)

Dalam kebanyakan sistem yang muncul, state masa lalu dan sekarang mempengaruhi keadaan masa depan bahkan jika mereka tidak menentukannya secara unik. Banyak sistem memiliki sifat yang memberikan keadaan sekarang, state masa lalu tidak memiliki pengaruh terhadap masa depan. Hal ini disebut sifat Markov, dan sistem yang memiliki sifat ini disebut rantai Markov.

Dalam mempelajari rantai Markov, state memiliki peran yang penting. Untuk memahami sifat Markov lebih lanjut, berikut ini akan dijelaskan beberapa istilah yang berkaitan dengan rantai Markov.

State j dikatakan accessible dari state i jika ${p_{ij}}^{(n)} > 0$ untuk setiap n ≥ 0. Jika state j menjadi accessible dari state i berarti dapat dikatakan sistem dapat berpindah ke state j ketika dimulai dari state i. Secara umum, kondisi state untuk dapat dikatakan accessible jika terdapat nilai untuk n untuk setiap ${p_{ij}}^{(n)} > 0$ untuk semua i dan j.

Jika state j *accessible* dari state i dan state i *accessible* dari state j, maka state i dan state j disebut *communicate*. Secara umum terdapat tiga sifat yaitu

1. Setiap state ter-*communicat*e dengan state itu sendiri
2. Jika state i *communicate* dengan state j, maka state j *communicate* dengan state i
3. Jika state i *communicate* dengan state j dan state j *communicate* dengan state k, maka state i *communicate* dengan state k

Dari ketiga sifat *communicate* tersebut, state dapat dibagi menjadi satu atau beberapa kelas atau ruang (satu ruang dapat memuat sebuah state). Jika terdapat hanya satu kelas dan state di dalamnya *communicate*, maka rantai Markov tersebut dapat dikatakan *irreducible.*

State dikatakan *transient* jika saat memasuki state lain, prosesnya tidak kembali ke state sebelumnya. Selain itu, state i disebut *transient* jika dan hanya jika terdapat state j (j ≠ i) yang *accessible* dari state i. Hal ini tidak berlaku jika state i tidak *accessible* dari state j. State dikatakan *recurrent* jika saat memasuki state lain, prosesnya akan kembali ke state awal. Karena state *recurrent* ini akan kembali setiap berpindah, state akan dikunjungi kembali secara tak terbatas jika proses berlanjut seterusnya (Hillier dan Lieberman, 2001).

Peluang *steady-state*, dinotasikan dengan π_j, adalah peluang untuk menemukan proses dalam keadaan tertentu, misalkan j, setelah sejumlah transisi terjadi cenderung kepada nilai π_j, saling bebas terhadap distribusi peluang keadaan awal. Pada peluang *steady-state* tidak berarti berhenti pada satu *state*,

ISBN No. 978-623-90150-0-8

tetapi prosesterus membuat transisi dari *state* satu ke *state* lainnya, dan pada setiap *state* ke-n peluang transisi dari *i* ke *j*tetap p_{ij}. Peluang ini adalah peluang transisi yang sudah mencapai keseimbangan, sehingga tidak akan berubah terhadap perubahan waktu yang terjadi. Adapun peluang *steady-state* didefinisikan sebagai berikut.

$$\pi_j = \lim_{n\to\infty} p_{ij}{}^{(n)}$$

dimana

π_j : peluang *steady-state*

$p_{ij}{}^{(n)}$: peluang perpindahan dari *state i* ke *state j* setelah *n* langkah

Adapun sifat dari peluang *steady-state* yaitu sebagai berikut.

$\pi_j = \sum_{i=0}^{M} \pi_i p_{ij}$; j = 0,1,...,M

$\sum_{j=0}^{M} \pi_j = 1$

(Hillier dan Lieberman, 2001)

3. Hasil dan Pembahasan

Rantai Markov memiliki konsep dasar *state* dari suatu sistem dan transisi atau perpindahan *state*. Rantai Markov adalah proses waktu integer $\{X_n, n \geq 0\}$ dimana setiap nilai sampel untuk setiap X_n, $n \geq 1$, terdapat pada himpunan berhingga S dan bergantung hanya pada kejadian masa lalu hanya melalui kejadian X_{n-1}. Peluang *steady-state*, dinotasikan dengan π_j, adalah peluang untuk menemukan proses dalam keadaan tertentu, misalkan *j*, setelah sejumlah transisi terjadi cenderung kepada nilai π_j, saling bebas terhadap distribusi peluang keadaan awal. Peluang ini adalah peluang transisi yang sudah mencapai keseimbangan, sehingga tidak akan berubah terhadap perubahan waktu yang terjadi. Adapun peluang *steady-state* didefinisikan

$$\pi_j = \lim_{n\to\infty} p_{ij}{}^{(n)}$$

dimana

π_j : peluang *steady-state*

$p_{ij}{}^{(n)}$: peluang perpindahan dari *state i* ke *state j* setelah *n* langkah

Adapun sifat dari peluang *steady-state* yaitu sebagai berikut.

$\pi_j = \sum_{i=0}^{M} \pi_i p_{ij}$; j = 0,1,...,M

$\sum_{j=0}^{M} \pi_j = 1$

Berikut ini diberikan beberapa studi kasus :

1. Studi kasus 1

Suatu toko kamera menyimpan model kamera tertentu yang bisa dipesan mingguan. Misalkan D_1, D_2, ... menggambarkan permintaan kamera ini (jumlah unit yang akan terjual jika persediaannya tidak habis) selama minggu pertama, minggu kedua, dan seterusnya. Diasumsikan bahwa D_i adalah variabel acak terdistribusi independen dan identik yang memiliki distribusi Poisson dengan rata-rata 1. Misalkan X_0 mewakili jumlah kamera yang ada sejak awal, X_1 jumlah kamera yang ada pada akhir minggu 1, X_2 jumlah kamera yang ada di penghujung minggu 2, dan seterusnya. Asumsikan bahwa $X_0 = 3$. Pada Sabtu malam, toko tersebut memesan barang yang dikirimkan tepat pada waktunya untuk pembukaan toko berikutnya pada hari Senin. Toko menggunakan kebijakan pesanan berikut: Jika jumlah kamera di tangan pada akhir setiap minggu adalah 0 atau 1, dua kamera tambahan akan dipesan. Jika tidak, tidak akan ada pemesanan. Tentukan peluang *steady-state* dari rantai Markov ini.

Dari studi kasus tersebut dapat ditentukan bahwa *state* dapat dimisalkan menjadi X, dengan X_t adalah jumlah kamera yang ada setelah pengiriman pada akhir minggu t. Kemudian dapat dimisalkan Dt sebagai jumlah kamera yang diminta setelah pengiriman pada akhir minggu t. Pada studi kasus ini terdapat ketentuan dimana jika jumlah kamera di tangan pada akhir setiap minggu adalah 0 atau 1, dua kamera tambahan akan dipesan. Jika tidak, tidak akan ada pemesanan. Dalam hal ini X_t dapat dibuat dalam rumusan berikut

$$X_{t+1} = \begin{Bmatrix} \max(X_t + 2 - D_{t-1}) = 0 \\ \max(X_t - D_{t-1}) = 0 \end{Bmatrix} \qquad \text{Untuk } X_t = 1\,;\, X_t \geq 2$$

2

ISBN No. 978-623-90150-0-8

Selanjutnya akan dibentuk matriks probabilitas transisi sebagai berikut

$$P = \begin{bmatrix} 0,264 & 0,3680,368 & 0 \\ 0,080 & 0,1840,368 & 0,368 \\ 0,264 & 0,3680,368 & 0 \\ 0,080 & 0,1840,368 & 0,368 \end{bmatrix}$$

Perlu diperhatikan jika jumlah kamera di tangan pada akhir setiap minggu adalah 0 atau 1, dua kamera tambahan akan dipesan. Jika tidak, tidak akan ada pemesanan. akan bernilai nol. Adapun entri matriks yang bernilai nol di atas adalah p_{14} dan p_{34} karena tidak mungkin kamera dapat bertambah sesuai *state* tersebut. Selanjutnya akan dibuat persamaan *steady-state* sebagai berikut

$$\pi_0 = 0,264\,\pi_0 + 0,368\,\pi_1 + 0,368\,\pi_2$$
$$\pi_1 = 0,080\,\pi_0 + 0,184\,\pi_1 + 0,368\,\pi_2 + 0,368\,\pi_3$$
$$\pi_2 = 0,264\,\pi_0 + 0,368\,\pi_1 + 0,368\,\pi_2$$
$$\pi_3 = 0,080\,\pi_0 + 0,184\,\pi_1 + 0,368\,\pi_2 + 0,368\,\pi_3$$
$$1 = \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3$$

Dengan menyelesaikan persamaan tersebut, didapatkan solusi yaitu

π_0 = 0,182 π_2 = 0,368
π_1 = 0,285 π_3 = 0,165

Dari penyelesaian tersebut, maka didapatkan kesimpulan peluang pemesanan kamera tambahan sejumlah 0, 1, 2, dan 3 kamera berturut-turut adalah 0,182; 0,285; 0,368; dan 0,165, dengan peluang pemesanan kamera tambahan paling besar adalah pada saat minggu ke 2.

2. Studi Kasus 2

Perhatikan masalah persediaan darahyang dihadapi RSUD berikut.
Ada kebutuhan golongan darah yang langka, yaitu, tipe AB, Rhesus darah negatif. Permintaan D (dalam kantong) selama periode 3 hari diberikan sebagai berikut.

$P\{D = 0\} = 0,4$ $P\{D = 2\} = 0,2$
$P\{D = 1\} = 0,3$ $P\{D = 3\} = 0,1$

Perhatikan bahwa permintaan yang diharapkan adalah 1 kantong, karena *E(D)* = 0.3(1)+0.2(2)+0.1(3) = 1. Misalkan ada 3 hari antara pengiriman, rumah sakit mengusulkan kebijakan menerima 1 kantong di setiap pengiriman dan menggunakan darah yang lebih awal dahulu. Jika lebih banyak darah yang dibutuhkan ada di tangan, akan dibuat pengiriman darurat yang mahal. Darah dibuang jika masih di penyimpanan setelah 21 hari. Perhatikan *state* sistem sebagai jumlah kantong darah di persediaan tepat setelah pengiriman. Karena terdapat kebijakan kantong darah dibuang, kemungkinan *state* terbesar adalah 7.Tentukan peluang *steady-state* dari rantai Markov ini.

Dari studi kasus tersebut dapat ditentukan bahwa *state* dapat dimisalkan menjadi X, dengan X_t adalah jumlah kantong darah yang ada setelah pengiriman pada periode t. Kemudian dapat dimisalkan Dt sebagai jumlah kantong darah yang diminta setelah pengiriman pada periode t. Pada studi kasus ini terdapat ketentuan dimana kantong darah akan dibuang jika tidak digunakan dalam 21 hari, dengan periode pengiriman setiap tiga hari sekali, maka kemungkinan *state* paling besar adalah 7. Dalam hal ini X_t dapat dibuat dalam rumusan berikut,

$$X_{t+1} = \{ \max (X_t + 1 - D_t) = 0$$

Selanjutnya akan dibentuk matriks probabilitas transisi sebagai berikut.

ISBN No. 978-623-90150-0-8

$$P = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,4 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,4 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,4 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,4 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,1 & 0,2 & 0,7 & 0,0 \end{bmatrix}$$

Perlu diperhatikan berdasarkan rumusan diatas bahwa khusus entri dari matriks transisi dimana jika jumlah kantong darah yang tersedia pada periode berikutnya lebih banyak daripada periode sebelumnya dengan selisih lebih dari satu, maka jumlah permintaan barang akan bernilai minus. Akibatnya peluangnya akan bernilai nol. Adapun entri matriks yang memenuhi kriteria di atas adalah p_{17} sampai p_{13}, p_{27} sampai p_{23}, p_{37} sampai $p_{34,}$ $p_{47,}$ p_{46}, dan p_{57}. Selain itu, khusus untuk entri matriks dimana berdasarkan rumusan diatas yang mengharuskan jumlah permintaan kantong darah lebih dari sama dengan empat [P (D ≥ 4)], maka peluangnya akan bernilai nol. Adapun entri matriks yang memenuhi kriteria tersebut adalah p_{41}, p_{51}, $p_{52,}$ p_{61} sampai p_{63}, p_{71} sampai p_{74}

Selanjutnya akan dibuat persamaan *steady-state* sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= 0,6\,\pi_1 + 0,4\,\pi_2 \\
\pi_2 &= 0,3\,\pi_1 + 0,3\,\pi_2 + 0,4\,\pi_3 \\
\pi_3 &= 0,1\,\pi_1 + 0,2\,\pi_2 + 0,3\,\pi_3 + 0,4\,\pi_4 \\
\pi_4 &= 0,1\,\pi_2 + 0,2\,\pi_3 + 0,3\,\pi_4 + 0,4\,\pi_5 \\
\pi_5 &= 0,1\,\pi_3 + 0,2\,\pi_4 + 0,3\,\pi_5 + 0,4\,\pi_6 \\
\pi_6 &= 0,1\,\pi_4 + 0,2\,\pi_5 + 0,3\,\pi_6 + 0,4\,\pi_7 \\
\pi_7 &= 0,1\,\pi_5 + 0,2\,\pi_6 + 0,7\,\pi_7 \\
1 &= \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6 + \pi_7
\end{aligned}$$

Dengan menyelesaikan persamaan tersebut, didapatkan solusi yaitu

π_1 = 0,134 π_3 = 0,134
π_2 = 0,134 π_4 = 0,178
π_5 = 0, 141 π_7 = 0,174
π_6 = 0,130

Dari penyelesaian tersebut, maka didapatkan kesimpulan peluang kantong darah dibuang dalam periode tiga hari pertama hingga ketujuh tidak terlalu besar, yang artinya kantong darah tersebut selalu digunakan.

3. Studi Kasus 3

Lihat kembali studi kasus pertama dengan peluang sebagai berikut

$P\{D = 0\} = 0,25$ $P\{D = 2\} = 0,25$
$P\{D = 1\} = 0,5$ $P\{D = 3\} = 0$

Kebijakan pemesanan sekarang diubah untuk memesan hanya 2 kamera di akhir minggu jika tidak ada stok. Seperti studi kasus pertama, tidak ada pesananditempatkan jika ada kamera dalam persediaan. Asumsikan bahwa ada satukameradalam stok pada saat itu (akhir minggu) kebijakan ditetapkan.Tentukan peluang *steady-state* dari rantai Markov ini.

Dari studi kasus tersebut dapat ditentukan bahwa *state* dapat dimisalkan menjadi X, dengan X_t adalah jumlah kamera yang ada setelah pengiriman pada akhir minggu t. Kemudian dapat dimisalkan Dt sebagai jumlah kamera yang diminta setelah pengiriman pada akhir minggu t. Pada studi kasus ini terdapat ketentuan dimana jika jumlah kamera di tangan pada akhir setiap minggu adalah 0 atau 1, dua kamera tambahan akan dipesan. Jika tidak, tidak akan ada pemesanan. Dalam hal ini Xt dapat dibuat dalam rumusan berikut.

$$X_{t+1} = \{ \max (X_t + 1 - D_t)$$

ISBN No. 978-623-90150-0-8

Selanjutnya akan dibentuk matriks probabilitas transisi sebagai berikut.

$$P = \begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}50 & 0{,}25 \\ 0{,}75 & 0{,}25 & 0 \\ 0{,}25 & 0{,}50 & 0{,}25 \end{bmatrix}$$

Perlu diperhatikan berdasarkan rumusan diatas bahwa toko hanya memesan hanya 2 kamera di akhir minggu jika tidak ada stok. Seperti studi kasus pertama, tidak ada pesananditempatkan jika ada kamera dalam persediaan. Terdapat satukamera dalam stok pada saat itu (akhir minggu) kebijakan ditetapkan. Adapun entri matriks yang tidak memenuhi kriteria di atas adalah p_{22} karena tidak memenuhi persyaratan yang ditetapkan oleh toko.

Selanjutnya akan dibuat persamaan *steady-state* sebagai berikut

$$\begin{aligned} \pi_0 &= 0{,}25\,\pi_0 + 0{,}50\,\pi_1 + 0{,}25\,\pi_2 \\ \pi_1 &= 0{,}75\,\pi_0 + 0{,}25\,\pi_1 \\ \pi_2 &= 0{,}25\,\pi_0 + 0{,}50\,\pi_1 + 0{,}25\,\pi_2 \\ 1 &= \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 \end{aligned}$$

Dengan menyelesaikan persamaan tersebut, didapatkan solusi persamaan yaitu

$\pi_0 = 0{,}45$ $\pi_2 = 0{,}15$
$\pi_1 = 0{,}40$

Dari penyelesaian tersebut, maka didapatkan kesimpulan peluang kamera dipesan kembali hanya 2 kamera ketika masih terdapat stok barang secara berturut-turut yaitu 0,45; 0,40; dan 0,15 untuk minggu awal, minggu pertama dan kedua.

4. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah bahwa proses Markov dapat digunakan sebagai solusi untuk menghitung peluang stok barang yang akan diambil dengan memanfaatkan jumlah barang yang ada pada saat ini.

Adapun dari tiga studi kasus yang telah dibahas, didapatkan hasil sebagai berikut:

1. Pada studi kasus pertama, dari penyelesaian tersebut, didapatkan kesimpulan peluang pemesanan kamera tambahan sejumlah 0, 1, 2, dan 3 kamera berturut-turut adalah 0,182; 0,285; 0,368; dan 0,165, dengan peluang pemesanan kamera tambahan paling besar adalah pada saat minggu ke 2.
2. Pada studi kasus kedua, dari penyelesaian tersebut, didapatkan kesimpulan peluang kantong darah dibuang dalam periode tiga hari pertama hingga ketujuh tidak terlalu besar, yang artinya kantong darah tersebut selalu digunakan.
3. Pada studi kasus ketiga, dari penyelesaian tersebut, didapatkan kesimpulan peluang kamera dipesan kembali hanya 2 kamera ketika masih terdapat stok barang secara berturut-turut yaitu 0,45; 0,40; dan 0,15 untuk minggu awal, minggu pertama dan kedua

5. Daftar Pustaka

Assauri, Soyjan. *2008. Manajemen Produksi dan Operasi*. Jakarta: LPFEUI.

Cox, D. R., Miller, H. D. 1965. *The Theory of Stochastic Process*. London: Chapman and Hall.

Gallager, Robert G. 2011. *Stochastic Processes: Theory for Application.* New York: Cambridge University Press.

Hillier, F.S. dan Lieberman, G.J. 2001. *Introduction to Operation Research.* New York:McGraw-Hill.

Taylor, H.M. dan Karlin, S. 1998. *An Introduction to Stochastic Modeling.* San Diego: Academic Press.