



SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II
2018

PROSIDING

**SEMINAR
NASIONAL**

METODE KUANTITATIF II

2018

**PENGGUNAAN MATEMATIKA, STATISTIKA
DAN KOMPUTER DALAM BERBAGAI DISIPILIN ILMU
UNTUK MEWUJUDKAN DAYA SAING BANGSA**

**PROSIDING
SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II 2018
(SNMK II 2018)**

“Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi”

Bandar Lampung, 19-20 November 2018

**Penerbit
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung**

PROSIDING
SEMINAR NASIONAL METODE KUANTITATIF II 2018
(SNMK II 2018)

“Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi”

ISBN No. 978-623-90150-0-8

Panitia Pelaksana

Ketua Pelaksana : Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Sekretaris : Dr. La Zakaria, M.Sc
Bendahara : Amanto, S.Si., M.Sc
Kesekretariatan : Subian Saidi, S.Si., M.Si
Dorrah Aziz, M.Si
Syamsul Huda, S.I.P, M.M
Azwar Rizaldy
Gesang Subarkah
Evrilia Rahmawati

Seksi-seksi :

Acara : Dr. Asmiati, M.Si
Dr. Notiragayu, M.Si
Drs. Rudi Ruswandi, M.Si
Drs. Eri Setiawan, M.Si
Aisyah Hirma Hindarti, S.A.N.

Konsumsi : Widiarti S.Si., M.Si
Dr. Khoirin Nisa, M.Si
Srimiati, S.Pd.

Transportasi : Drs. Nusyirwan, M.Si
Agus Sutrisno, S.Si., M.Si
Sugianto

Perlengkapan : Drs. Tiryono R., M.Sc., Ph.D
Anita
Edi Saputra
Obit Ahmad Al Fallah
Sovia Octaviana
Dede Rizki Amanda
Rizki Rizdiana Pratiana

Kuangan : Erni Rahmawati, S.Pd.
Risma Nurmei Winda, S.P.
Rizki Amalia Tanum, S.E.

Dokumentasi : Ali Suhendra
Ardi Bayu Purnomo
Thalibul Ckhair, S.I.P.
Abi Ilham Yurinja, S.I.Komp.

Steering Committee

Prof. Dr. Hasriadi Mat Akin, M.P, *Universitas Lampung* (Rektor Unila)
Prof. Dr. Bujang Rahman, *Universitas Lampung*
Prof. Dr. Ir. Kamal, M.Sc, *Universitas Lampung*
Ir. Warsono, M.Sc., Ph.D, *Universitas Lampung*
Dr. Hartoyo, M.Si, *Universitas Lampung*
Prof. Warsito, S.Si., DEA, Ph.D, *Universitas Lampung* (Dekan FMIPA Unila)
Prof. Dr. Sutopo Hadi, S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*
Dian Kurniasari S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*
Drs. Suratman Umar, M.Sc., *Universitas Lampung*
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D, *Universitas Lampung*

Reviewer

Prof. Drs. Mustofa , M.A., Ph.D
Drs. Suharsono, M.Sc., Ph.D
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

Editor

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

Managing Editor

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Azwar Rizaldy
Gesang Subarkah
Evrilia Rahmawati

Penerbit :

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

Redaksi

Jurusan Matematika FMIPA Unila
Jl. Prof. Soemantri Brojonegoro No 1
Bandar Lampung 35145
Telp/Faks. 0721-704625
Email : snmk.matematika@gmail.com

Cetakan pertama, Februari 2019

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmaanirrohiim

Assalaamu 'alaykum warohmatulloohi wabarokaatuh

Puji syukur alhamdulillah kami haturkan kepada Allah s.w.t., karena berkat kuasa dan pertolongan-Nya acara Seminar Nasional Metode Kuantitatif (SNMK) II Tahun 2018 ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. SNMK II 2018 ini terselenggara atas kerja sama Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Lampung dan Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung. Penyelenggaraan SNMK II 2018 merupakan tindak lanjut dari kesuksesan SNMK pertama pada tahun 2017 lalu. Adapun tema yang diusung adalah “Penggunaan Matematika, Statistika dan Komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk mewujudkan daya saing bangsa”.

SNMK II 2018 diikuti oleh peserta dari berbagai institusi di Indonesia diantaranya Badan Pusat Statistik, Institut Teknologi Sepuluh November Surabaya, Universitas Lambung Mangkurat, Badan Meteorologi dan Geofisika, Universitas Teknokrat Indonesia, Universitas Sang Bumi Ruwa Jurai, Universitas Lampung dan lain-lain. Dengan berkumpulnya para peneliti, baik itu dosen maupun mahasiswa, dari berbagai institusi dan disiplin ilmu yang berbeda untuk berbagi pengalaman dan hasil penelitian pada kegiatan SNMK II ini diharapkan semakin memperluas wawasan keilmuan dan jaringan kerja sama di antara sesama peserta atau institusi. Lebih jauh lagi tentunya memberikan dampak positif pada peningkatan kualitas iklim akademik khususnya di Unila.

Selanjutnya kami haturkan terima kasih dan selamat kepada para penulis yang telah berkontribusi pada terbitnya prosiding SNMK II 2018. Mudah-mudahan artikel yang diterbitkan pada prosiding ini dapat memberikan inspirasi dan gagasan pada para pembaca untuk mengembangkan penelitiannya sehingga dapat menghasilkan publikasi yang lebih berkualitas.

Atas nama panitia, kami mengucapkan banyak terima kasih kepada Rektor Unila, Ketua LPPM Unila dan Dekan FMIPA Unila serta Ketua Jurusan Matematika FMIPA Unila yang telah mendukung penuh sehingga penyelenggaraan SNMK II 2018 hingga terbitnya prosiding ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. Khususnya kepada seluruh panitia, terima kasih tak terhingga atas segala usaha dan kerja kerasnya demi kesuksesan acara dan terbitnya prosiding ini. Semoga Allah s.w.t. membalasnya dengan kebaikan yang berlipat ganda. Tak lupa, mohon maaf apabila ada layanan, tingkah laku atau tutur kata dari kami yang kurang berkenan.

Bandar Lampung, 19 November 2018

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Ketua

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI.....	ii
Aliran MHD Fluida Nano Melewati Bola Bermagnet Dengan Pengaruh Konveksi Campuran oleh <i>Basuki Widodo</i>	1
Inferensi Regresi Semiparametrik Untuk Data Hilang Menggunakan Metode <i>Likelihood</i> Empiris Dan Simulasinya Menggunakan R oleh <i>Yuana Sukmawaty</i> , dan <i>Nur Salam</i>	9
Penentuan Struktur Dan Kadar Flavonoid Ekstrak Polar Daun Gamal (<i>Gliricidia Maculata</i>) Kultivar Lampung Barat Sebagai Insektisida Nabati Pada Kutu Putih Tanaman Kopi (<i>Planococcus Citri</i> , Hemiptera: Pseudococcidae) oleh <i>Hona Anjelina Putri</i> , dan <i>Nismah Nukmal</i>	17
Solusi Analitik Persamaan Laplace Pada Suatu Cakram oleh <i>Yulia Novita</i> , <i>Suharsono S.</i> , <i>Agus Sutrisno</i> , dan <i>Dorrah Azis</i>	25
Kajian <i>Best-Fit</i> Distribusi Probabilitas Untuk Curah Hujan Harian Dan Aplikasinya Dalam Mitigasi Hujan Ekstrem Di Pulau Sumatera oleh <i>Achmad Raflie Pahlevi</i> , dan <i>Warsono</i>	28
Kuantifikasi Dan Penentuan Struktur Senyawa Flavonoid Ekstrak Polar Daun Gamal (<i>Gliricidia Maculata</i>) Kultivar Pringsewu Dan Uji Toksisitas Terhadap Kutu Putih Sirsak (<i>Pseudococcus Cryptus</i> , Hemiptera: Pseudococcidae) oleh <i>Yayang Anas Persada</i> , dan <i>Nismah Nukma</i>	39
Barisan Bilangan Fibonacci <i>N</i> -Bebas oleh <i>Irmawati</i> , <i>Amanto</i> , <i>Agus Sutrisno</i> , dan <i>Muslim Ansori</i>	49
Metode Estimasi <i>Diagonal Weighted Least Square</i> (DWLS) Untuk Berbagai Ukuran Sampel (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila) oleh <i>Eri Setiawan</i> , <i>Nurkholifa Sholihat</i> , dan <i>Netti Herawati</i>	53
<i>Singah Pai</i> : Aplikasi Android Untuk Melestarikan Budaya Lampung oleh <i>Putri Sukma Dewi</i> , <i>Refiesta Ratu Anderha</i> , <i>Lily Parnabhakti</i> , dan <i>Yolanda Dwi Prastika</i>	62
Metode Estimasi <i>Weighted Least Square</i> (WLS) Untuk Berbagai Ukuran Sampel (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila) oleh <i>Eri Setiawan</i> , <i>Wardhani Utami Dewi</i> , dan <i>Rudi Ruswandi</i>	68
Perbandingan Metode Solusi Awal Layak Pada Data Biaya Pengiriman Beras Perum Bulog Divre Lampung oleh <i>Dwi Wahyu Lestari</i> , dan <i>Dian Kurniasari</i>	77

Segmentasi Kabupaten/ Kota Berdasarkan Karakteristik Penduduk Lanjut Usia Provinsi Jawa Tengah Tahun 2017 oleh <i>Agustina Riyanti, dan Tri Rena Maya Sari</i>	86
Penerapan Metode <i>Autoregressive Distributed Lag</i> (Ardl) Dalam Memodelkan Persentase Penduduk Miskin Terhadap Tingkat Pengangguran Terbuka Di Provinsi Lampung Periode 2011-2017 oleh <i>Moni Dwi Fenski, Nusyirwan, dan Agus Sutrisno</i>	95
Simulasi Pemodelan Klaim Agregasi Dengan Jumlah Klaim Berdistribusi Poisson Dan Besar Klaim Berdistribusi Rayleigh oleh <i>Rudi Ruswandi, Ira Syavitri, dan Subian Saidi</i>	105
Karakteristik Fungsi Phi (\emptyset) Euler oleh <i>Rini Karina Agustini, Suharsono S., Wamiliana, dan Notiragayu</i>	110
Pemodelan Matematika Dan Analisis Kestabilan Pada Penyebaran Penyakit Campak Dengan Pengaruh Vaksinasi oleh <i>Farida, Agus Sutrisno, Dorrah Aziz, dan Tiryono Ruby</i>	114
Evaluasi Nilai UN Sma/Ma IPA Provinsi Lampung Dengan Graf <i>Maximum Spanning Tree</i> oleh <i>Sugama Maskar, Refiesta Ratu Anderha, dan Andriyanto</i>	123
Penentuan Rute Terpendek Pada Optimalisasi Jalur Tol Trans Jawa Dengan Menerapkan Algoritma <i>Floyd-Warshall</i> oleh <i>Maharani Damayanti, Notiragayu, dan La Zakaria</i>	131
Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde Lima Dengan Garis Paralel Atau <i>Loop</i> Maksimal Dua Serta Garis Non Paralel Maksimal Enam oleh <i>Dracjat Indrawan, Wamiliana, Asmiati, dan Amanto</i>	139
Solusi Eksak Klasik Persamaan Tricomi oleh <i>Aura Purwaningrum, Suharsono S., Tiryono Ruby, dan Agus Sutrisno</i>	144
Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde Empat oleh <i>Lucia Dessie Natasha, Wamiliana, Aang Nuryaman, dan Amanto</i>	148
Beberapa Penggunaan Rantai Markov Pada Saat Kondisi Stabil (Steady State) oleh <i>Dimas Rahmat Saputra, Dian Kurnia Sari, dan Wamiliana</i>	157
Ruang Barisan Selisih $L_{3/2}(\Delta_2)$ oleh <i>Aulia Rahman, Muslim Anshori, dan Dorrah Aziz</i>	163
Solusi Analitik Untuk Sistem KDV Homogen Dengan Metode Analisis Homotopi (HAM) oleh <i>Anita Rahmasari, Suharsono S., dan Asmiati</i>	171
Alokasi Dana Dari Premi Asuransi Jiwa Syariah Menggunakan Metode Dwiguna oleh <i>Rudi Ruswandi, Arum Mardhiyah Nurvitasari, dan La Zakaria</i>	178

Analisis Biplot dalam pengelompokan Persepsi antaretnik di Bakauheni Lampung Selatan oleh <i>Karomani dan Nusyirwan</i>	184
Perbandingan <i>MVE-BOOTSTRAP</i> dan <i>MCD-BOOTSTRAP</i> dalam Analisis Regresi Linear Berganda pada Data Berukuran Kecil yang Mengandung Pencilan oleh <i>Ario Pandu, dan Khoirin Nisa</i>	192
Analisis Uji Keandalan Dua Populasi Dengan Data Tersensor oleh <i>A.S Awalluddin</i>	202
Iteraksi Inflasi dan Jumlah Uang Beredar di Indonesia dengan Model Bivariate Vector Autoregressive oleh <i>K. Nurika Damayanti</i>	211
Pengelompokan Kabupaten/ Kota Berdasarkan Indikator Pembangunan Daerah Provinsi Lampung Tahun 2017 oleh <i>Abdul Kadir</i>	222
Penggunaan Teori Antrian <i>Multi-Server</i> Dengan Distribusi Erlang oleh <i>Muhammad Taufik Rizal , Widiarti, Wamiliana, dan Rudi Ruswandi</i>	228
Aplikasi <i>Multiple Classification Analysis</i> (MCA) Dalam Analisis Pengaruh Variabel Sosial Ekonomi dan Demograf Terhadap Lama Sekolah Provinsi Lampung Tahun 2017 oleh <i>Desliyani Tri Wandita</i>	237
Keanekaragaman Arthropoda Tanah Pada Dua Tipe Pengelolaan Lahan Kopi (<i>Coffea</i> spp.) di Kecamatan Gedung Surian Kabupaten Lampung Barat oleh <i>Siti Ardiyanti, Suratman Umar, Nismah Nukmal, dan M. Kanedi</i>	244
Perbandingan <i>Mean Squared Error</i> (MSE) Metode <i>Jackknife</i> dan <i>Bootstrap</i> Pada Pendugaan Area Kecil Model Logit-Binomial oleh <i>Shindy Dwiyanti, Widiarti, dan Khoirin Nisa</i>	252
Aplikasi Distribusi Statistik dalam Memonitor Kualitas Udara di Bukit Kotatabang oleh <i>Raeni Chindi Defi Ocvilia, Achmad Raflie Pahlevi, Warsono, dan Mareta Asnia</i>	256
Klastering Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung Berdasarkan Indikator Kesejahteraan Rakyat Tahun 2017 oleh <i>Tri Rena Mayasari</i>	263
Konstruksi Model Aljabar Max-Plus Interval Atas Struktur Hirarkis Jalur Kereta Api Semi-Double Track oleh <i>Tri Utomo ,dan Eristia Arfi</i>	271

BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL TITIK BERORDE LIMA DENGAN GARIS PARALEL ATAU LOOP MAKSIMAL DUA SERTA GARIS NON PARALEL MAKSIMAL ENAM

Dracjat Indrawan¹, Wamiliana¹, Asmiati¹, Amanto¹

¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung
Jl. Prof. Sumantri Brojonegoro No.1 Bandar Lampung 35145
Penulis Korespondensi : dracjat@gmail.com¹

ABSTRAK

Graf $G(V, E)$ disebut graf terhubung (*connected graph*) jika terdapat sekurang-kurangnya ada satu path yang menghubungkan sepasang titik di G . Jika ada n titik dan m garis maka banyak graf terbentuk, baik yang terhubung atau tak terhubung. Dalam penelitian ini akan dibahas tentang formula untuk menentukan banyaknya graf terhubung berlabel titik dengan garis paralel atau loop maksimal dua jika diberikan $n = 5$ dan $m \geq 4$ serta $g \leq 6$, g adalah banyaknya garis non paralel.

Kata Kunci : graf, graf terhubung, loop, garis paralel

1. Pendahuluan

Teori graf merupakan salah satu kajian matematika yang memiliki banyak terapannya diberbagai bidang sampai saat ini. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai noktah, bulatan, *vertex* atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis atau *edge*. Dalam suatu teori graf dikenal istilah *loop*. *Loop* adalah suatu garis dalam suatu graf yang memiliki titik awal dan titik akhir yang sama. Graf berlabel adalah suatu graf yang titik atau sisinya memiliki label atau nama. Jika titik-titiknya yang diberi label, maka pelabelannya disebut pelabelan titik. Jika sisi-sisinya yang diberi label, maka pelabelannya disebut pelabelan sisi, sedangkan jika keduanya, titik dan sisi, yang diberi label, maka pelabelannya disebut pelabelan total (pelabelan titik dan garis). Pada penelitian ini didiskusikan tentang banyaknya graf terhubung dengan garis paralel atau *loop* maksimal dua dan garis non paralel maksimal enam yang terbentuk jika di berikan $n = 5$ serta $m \geq 4$ dan menentukan rumus dari pola-pola tersebut untuk menghitung banyaknya graf.

Graf $G = (V, E)$ didefinisikan sebagai pasangan tak terurut suatu himpunan $((G), (G))$ dengan $V(G) = \{v_1, v_2, \dots\}$ merupakan himpunan titik, $V(G) \neq \emptyset$, dan $E(G) = \{e_1, e_2, \dots\}$ merupakan himpunan sisi atau garis dari pasangan tak terurut $V(G)$. Suatu sisi atau garis yang titik awal dan titik akhirnya sama disebut *loop*, sedangkan garis paralel adalah dua garis atau lebih yang menghubungkan titik-titik yang sama. (Deo, 1989).

Barisan merupakan suatu fungsi yang semua domainnya merupakan bilangan bulat positif (Rosen, 2012). Secara umum, barisan dinotasikan sebagai berikut :

$$a_m, a_{m+1}, a_{m+2}, \dots \dots \dots a_n$$

Barisan yang sering digunakan adalah barisan aritmatika dan barisan geometri. Barisan aritmatika adalah barisan yang berbentuk $a, a + d, a + 2d, \dots, a + nd, \dots$, dengan a dan d adalah bilangan riil, dimana d merupakan beda. Barisan yang memiliki pola $a, ar, ar^2, \dots, ar^n, \dots$, dengan a dan r adalah bilangan riil dimana r merupakan rasio (beda) disebut barisan geometri (Rosen, 2012). Beberapa konsep dasar teknik pencacahan yang banyak digunakan antara lain adalah faktorisasi, permutasi, dan kombinasi.

1. Faktorisasi

Hasil kali semua bilangan bulat antara n sampai 1 didefinisikan sebagai besaran $n!$ sering di sebut n faktorial, dan dinotasikan dengan

$$n! = n(n - 1)(n - 2) \dots \dots 1$$

(Ayres dan Schmidt,2004)

2. Permutasi

Permutasi r objek dari n objek adalah suatu urutan r objek yang diambil dari n objek yang berbeda yang dapat dibentuk. Secara umum, permutasi r objek dari n buah objek dapat dihitung dengan persamaan

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Jika $r = n$, maka persamaan menjadi

$$P(n,n) = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

$P(n,n)$ sering disebut permutasi n objek karena permutasi tersebut menyusun keseluruhan objek yang ada (Siang, 2002).

3. Kombinasi

Misalkan himpunan S memiliki $|S| = n$ elemen. Banyaknya himpunan bagian S yang terdiri dari r ($r \leq n$) disebut kombinasi n objek yang diambil sebanyak r objek sekaligus. Simbolnya adalah $\binom{n}{r}$ atau $C(n,r)$ atau ${}_n C_r$. Banyaknya kombinasi yang dimaksud dapat dinyatakan dalam persamaan $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$.

2. Metode Penelitian

Beberapa penelitian terkait yang pernah dilakukan antara lain :

1. Wamiliana, dkk. (2016) melakukan penelitian tentang graf tak terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan $n = 5$ dan $m \geq 1$ dapat dirumuskan secara umum, yaitu :

$$N(G'_{5,m}) = N(G_{5,m}) + \sum_{g=1}^6 N(G'_{5,m,g})$$

$$= \left(\frac{m+4}{4}\right) + N(G'_{5,m,1}) + N(G'_{5,m,2}) + N(G'_{5,m,3}) + N(G'_{5,m,4}) + N(G'_{5,m,5}) + N(G'_{5,m,6})$$

$$= \left(\frac{m+4}{4}\right) + 10\left(\frac{m+3}{4}\right) + 45 \times \left(\frac{m+2}{4}\right) + 120 \times \left(\frac{m+1}{4}\right) + 85 \times \left(\frac{m}{4}\right) + 30 \times \left(\frac{m-1}{4}\right) + 5 \times \left(\frac{m-2}{4}\right)$$

dengan :

$N(G'_{5,m})$ = Jumlah graf tak terhubung berlabel tanpa garis paralel untuk $n = 5$ dan $m \geq 1$.

2. Selanjutnya, Amanto dkk. (2017), melakukan penelitian untuk menentukan banyaknya graf tak terhubung berlabel titik berorde maksimal empat dengan hasil sebagai berikut :

$$N(G'_{4,m,g_i}) = N(G'_{4,m,g_0}) + N(G'_{4,m,g_1}) + N(G'_{4,m,g_2}) + N(G'_{4,m,g_3})$$

$$N(G'_{4,m,g_i}) = \binom{m+3}{3} + \frac{3}{2}m \binom{m+3}{3} + 15 \binom{m+3}{5} + 4 \binom{m+3}{6}$$

dengan :

- n = banyaknya titik
- m = banyaknya garis
- g_i = banyaknya garis bukan *loop* pada G dengan garis paralel dihitung satu $i = 0,1,2,3$
- G'_{n,m,g_i} = graf tak terhubung berlabel dengan garis paralel atau *loop* dengan n titik, m garis, dan g_i banyaknya garis bukan *loop* pada G dengan garis paralel dihitung satu.

3. Hasil dan Pembahasan

Notasikan :

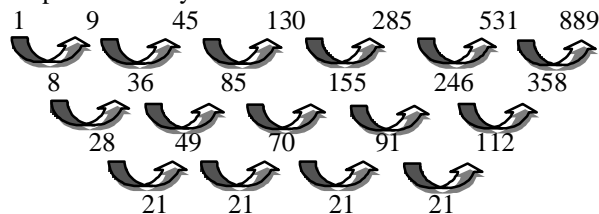
- n = banyaknya titik
 - m = banyaknya garis
 - g = banyaknya garis yang bukan paralel
 - p_i = garis i paralel yang menempel pada suatu titik, $i=2,3,4,\dots$
 - l_i = garis i *loop* yang menempel pada titik
 - $j \cdot p_i$ = jumlah i paralel yang menempel pada j garis, $j \in N \cup \{0\}$
- $$m = \sum_{i=1}^j p_i + g$$

Tabel 1. Pola jumlah graf terhubung dengan garis paralel atau loop maksimal dua

m	Jumlah graf terhubung dengan garis paralel atau loop maksimal dua dan garis non paralel maksimal enam		
	g		
	4	5	6
4	1 x 125		
5	9 x 125	1 x 222	
6	45 x 125	10 x 222	1 x 205
7	130 x 125	55 x 222	11 x 205
8	285 x 125	185 x 222	66 x 205
9	531 x 125	470 x 222	251 x 205
10		1001 x 222	721 x 205
11			1722 x 205

Perhatikan Tabel 1. pada $g = 4, m \geq 4$ membentuk pola 1, 9, 45, 130, 285, 531, 889,....

Barisan yang terbentuk dari pola tersebut yaitu:



Karena selisih tepatnya berada pada orde ke-tiga maka barisan bilangan tersebut merupakan barisan aritmatika orde tiga. Bentuk umum barisan aritmatika orde tiga suku ke- m yaitu:

$$a_m = a_3 m^3 + a_2 m^2 + a_1 m + a_0$$

Notasikan :

$G_{n,m,g}$ = graf terhubung dengan n titik, m garis dan g adalah banyaknya garis non paralel

$N(G_{n,m,g})$ = banyaknya $G_{n,m,g}$

Hasil 1. Banyaknya graf-graf terhubung berlabel dengan garis paralel $n = 5, m \geq 4, g = 4$ atau loop maksimal dua adalah :

$$N(G_{5,m,4}) = \frac{125}{2} (m - 3)(7m^2 - 56m + 114)$$

Bukti :

Karena terletak pada orde ke-tiga, maka bentuk umum suku ke- m dari barisan aritmatika polinomialnya adalah

$$a_m = a_3 m^3 + a_2 m^2 + a_1 m + a_0$$

Sehingga diperoleh persamaan-persamaan berikut:

untuk $m = 4$; $125 = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + a_0$ (1)

untuk $m = 5$; $1125 = 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + a_0$ (2)

$$\text{untuk } m = 6 ; 5625 = 216a_3 + 36a_2 + 6a_1 + a_0 \quad (3)$$

$$\text{untuk } m = 7 ; 16250 = 343a_3 + 49a_2 + 7a_1 + a_0 \quad (4)$$

Pada Persamaan (4.2.1) sampai dengan (4.2.4) membentuk sistem persamaan linear yang dapat diubah dalam bentuk matriks $Ax = b$, seperti berikut:

$$\begin{bmatrix} 64 & 16 & 4 & 1 \\ 125 & 25 & 5 & 1 \\ 216 & 36 & 6 & 1 \\ 343 & 49 & 7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 125 \\ 1125 \\ 5625 \\ 16250 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya untuk menentukan nilai a_0, a_1, a_2 , dan a_3 dapat menggunakan aturan Cramer dengan nilai matriks A_j yaitu:

$$A = \begin{bmatrix} 64 & 16 & 4 & 1 \\ 125 & 25 & 5 & 1 \\ 216 & 36 & 6 & 1 \\ 343 & 49 & 7 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 125 & 16 & 4 & 1 \\ 1125 & 25 & 5 & 1 \\ 5625 & 36 & 6 & 1 \\ 16250 & 49 & 7 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 64 & 125 & 4 & 1 \\ 125 & 1125 & 5 & 1 \\ 216 & 5625 & 6 & 1 \\ 343 & 16250 & 7 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 64 & 16 & 125 & 1 \\ 125 & 25 & 1125 & 1 \\ 216 & 36 & 5625 & 1 \\ 343 & 49 & 16250 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 64 & 16 & 4 & 125 \\ 125 & 25 & 5 & 1125 \\ 216 & 36 & 6 & 5625 \\ 343 & 49 & 7 & 16250 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks A, A_0, A_1, A_2 , dan A_3 diperoleh nilai determinan matriks menggunakan metode kofaktor yaitu:

$$\begin{aligned} \det(A) &= \begin{vmatrix} 64 & 16 & 4 & 1 \\ 125 & 25 & 5 & 1 \\ 216 & 36 & 6 & 1 \\ 343 & 49 & 7 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 64 \begin{vmatrix} 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \end{vmatrix} - 125 \begin{vmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \end{vmatrix} + 216 \begin{vmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 49 & 7 & 1 \end{vmatrix} - 343 \begin{vmatrix} 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{vmatrix} \\ &= (-128) + 750 - 1296 + 686 \\ &= 12 \end{aligned}$$

Kemudian untuk menentukan nilai determinan A_0, A_1, A_2 , dan A_3 dapat dihitung dengan menggunakan prosedur yang sama, sehingga diperoleh sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \det(A_3) &= \begin{vmatrix} 125 & 16 & 4 & 1 \\ 1125 & 25 & 5 & 1 \\ 5625 & 36 & 6 & 1 \\ 16250 & 49 & 7 & 1 \end{vmatrix} \\ \det(A_3) &= 5250 \\ \det(A_2) &= \begin{vmatrix} 64 & 125 & 4 & 1 \\ 125 & 1125 & 5 & 1 \\ 216 & 5625 & 6 & 1 \\ 343 & 16250 & 7 & 1 \end{vmatrix} \\ \det(A_2) &= -57750 \\ \det(A_1) &= \begin{vmatrix} 64 & 16 & 125 & 1 \\ 125 & 25 & 1125 & 1 \\ 216 & 36 & 5625 & 1 \\ 343 & 49 & 16250 & 1 \end{vmatrix} \\ \det(A_1) &= 211500 \\ \det(A_0) &= \begin{vmatrix} 64 & 16 & 4 & 125 \\ 125 & 25 & 5 & 1125 \\ 216 & 36 & 6 & 5625 \\ 343 & 49 & 7 & 16250 \end{vmatrix} \\ \det(A_0) &= -256500 \end{aligned}$$

Berdasarkan nilai determinan yang diperoleh, maka nilai a_0, a_1, a_2 , dan a_3 yaitu:

$$\begin{aligned} a_3 &= \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{5250}{12} = \frac{875}{2} \\ a_2 &= \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{-57750}{12} = -\frac{9625}{2} \\ a_1 &= \frac{\det(A_1)}{\det(A)} = \frac{211500}{12} = \frac{35250}{2} \end{aligned}$$

$$a_0 = \frac{\det(A_0)}{\det(A)} = \frac{-256500}{12} = -\frac{42750}{2}$$

Jadi, rumus umum suku ke- m pada barisan aritmatika polinomial orde tiga tersebut adalah

$$\begin{aligned} a_m &= \frac{875}{2}m^3 - \frac{9625}{2}m^2 + \frac{35250}{2}m - \frac{42750}{2} \\ &= \frac{1}{2}(875m^3 - 9625m^2 + 35250m - 42750) \\ &= \frac{125}{2}(m-3)(7m^2 - 56m + 114) \end{aligned}$$

Hasil 2. Banyaknya graf-graf terhubung berlabel dengan garis paralel $n = 5$, $m \geq 4$, $g = 5$ atau *loop* maksimal dua adalah :

$$N(G_{5,m,5}) = \frac{37}{4}(m-3)(m-4)(21m^2 - 203m + 502)$$

Hasil 3. Banyaknya graf-graf terhubung berlabel dengan garis paralel $n = 5$, $m \geq 4$, $g = 6$ atau *loop* maksimal dua adalah :

$$N(G_{5,m,6}) = \frac{41}{24}(m-3)(m-4)(m-5)(21m^2 - 238m + 692)$$

Untuk Pembuktian Hasil 2 dan Hasil 3 caranya sama dengan mencari Hasil 1.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil konstruksi graf-graf terhubung berlabel titik berorde lima dengan garis paralel atau *loop* maksimal dua, maka diperoleh kesimpulan bahwa :

Jumlah graf-graf terhubung berlabel berorde lima dengan garis paralel atau *loop* maksimal dua untuk $n = 5, m \geq 4$, diperoleh rumus yaitu:

- a. $N(G_{5,m,4}) = \frac{125}{2}(m-3)(7m^2 - 56m + 114)$
- b. $N(G_{5,m,5}) = \frac{37}{4}(m-3)(m-4)(21m^2 - 203m + 502)$
- c. $N(G_{5,m,6}) = \frac{41}{24}(m-3)(m-4)(m-5)(21m^2 - 238m + 692)$

5. Daftar Pustaka

- Amanto, Wamiliana, Mustofa Usman, dan Reni Permata Sari, 2017. Counting the Number of Disconnected Vertex Laebllled Graph with Order Maksimal Four. *Science International*, Vol.29, No.6, Hal. 1181-1186.
- Deo, N. 1989. *Graph Theory with Application to Engineering and Computer Science*. Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi.
- Rosen, K.H. 2012. *Discrete Mathematics and Its Applications*, Seventh Edition. McGraw-Hill, New York. USA.
- Siang, Jong Jek. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada ilmu Komputer*. Andi Offset. Yogyakarta.
- Wamiliana, Amanto, dan Grita Tumpi N. 2016. Counting the Number of Disconnected Labeled Graphs of Order Five Without Paralel Edges. *Journal INSIST* Vol.1, No.1, eISSN. Page 4-7.