SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II
2018

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL

METODE KUANTITATIF II
2018

PENGGUNAAN MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTER DALAM BERBAGAI DISIPILIN ILMU UNTUK MEWUJUDKAN DAYA SAING BANGSA

PROSIDING
SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II 2018
(SNMK II 2018)

"Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi"

Bandar Lampung, 19-20 November 2018

Penerbit
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

Penerbit :
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

Redaksi
Jurusan Matematika FMIPA Unila
Jl. Prof. Soemantri Brojonegoro No 1
Bandar Lampung 35145
Telp/Faks. 0721-704625
Email : snmk.matematika@gmail.com
Cetakan pertama, Februari 2019

ISBN No. 978-623-90150-0-8

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmaanirrohiim

Assalaamu 'alaykum warohmatulloohi wabarokaatuh

Puji syukur alhamdulillah kami haturkan kepada Alloh s.w.t., karena berkat kuasa dan pertolongan-Nya acara Seminar Nasional Metode Kuantitatif (SNMK) II Tahun 2018 ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. SNMK II 2018 ini terselenggara atas kerja sama Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Lampung dan Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung. Penyelenggaraan SNMK II 2018 merupakan tindak lanjut dari kesuksesan SNMK pertama pada tahun 2017 lalu. Adapun tema yang diusung adalah "Penggunaan Matematika, Statistika dan Komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk mewujudkan daya saing bangsa".

SNMK II 2018 diikuti oleh peserta dari berbagai institusi di Indonesia diantaranya Badan Pusat Statistik, Institut Teknologi Sepuluh November Surabaya, Universitas Lambung Mangkurat, Badan Meteorologi dan Geofisika, Unversitas Teknokrat Indonesia, Universitas Sang Bumi Ruwa Jurai, Universitas Lampung dan lain-lain. Dengan berkumpulnya para peneliti, baik itu dosen maupun mahasiswa, dari berbagai institusi dan disiplin ilmu yang berbeda untuk berbagi pengalaman dan hasil penelitian pada kegiatan SNMK II ini diharapkan semakin memperluas wawasan keilmuan dan jaringan kerja sama di antara sesama peserta atau institusi. Lebih jauh lagi tentunya memberikan dampak positif pada peningkatan kualitas iklim akademik khususnya di Unila.

Selanjutnya kami haturkan terima kasih dan selamat kepada para penulis yang telah berkontribusi pada terbitnya prosiding SNMK II 2018. Mudah-mudahan artikel yang diterbitkan pada prosiding ini dapat memberikan inspirasi dan gagasan pada para pembaca untuk mengembangkan penelitiannya sehingga dapat menghasilkan publikasi yang lebih berkualitas.

Atas nama panitia, kami mengucapkan banyak terima kasih kepada Rektor Unila, Ketua LPPM Unila dan Dekan FMIPA Unila serta Ketua Jurusan Matematika FMIPA Unila yang telah mendukung penuh sehingga penyelenggaraan SNMK II 2018 hingga terbitnya prosiding ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. Khususnya kepada seluruh panitia, terima kasih tak terhingga atas segala usaha dan kerja kerasnya demi kesuksesan acara dan terbitnya prosiding ini. Semoga Alloh s.w.t. membalasnya dengan kebaikan yang berlipat ganda. Tak lupa, mohon maaf apabila ada layanan, tingkah laku atau tutur kata dari kami yang kurang berkenan.

Bandar Lampung, 19 November 2018

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Ketua

DAFTAR ISI

ISBN No. 978-623-90150-0-8

ISBN No. 978-623-90150-0-8

ISBN No. 978-623-90150-0-8

BARISAN BILANGAN FIBONACCI *N*-BEBAS

Irmawati[1], Amanto[1], Agus Sutrisno[1], Muslim Ansori[1]

[1]*Jurusan Matematika Universitas Lampung, Bandar Lampung*
Jl. Prof. Sumantri Brojonegoro No.1 Bandar Lampung 35145
Penulis Korespodensi : irmawati0337@gmail.com[1]

Abstrak

Penelitian ini menjelaskan barisan yang dalam banyak hal mirip dengan barisan Fibonacci: diberikan n, jumlahkan dua suku sebelumnya dan bagi dengan pangkat dari n. Pada abad ke-13, Leonardo da Pisa (yang juga dikenal dengan nama Fibonacci) menuliskan suatu problem dibukunya Liber Abaci. Problemnya adalah menghitung populasi pasangan kelinci pada bulan tertentu dimana sepasang kelinci yang melahirkan pasangan kelinci muda. Kemudian pasangan kelinci yang sudah beranak ini beranak lagi dan seterusnya. Barisan bilangan Fibonacci n-bebas dimulai dengan dua bilangan bulat, didefinisikan oleh relasi rekurensi khusus dimana setelah menambahkan dua suku sebelumnya, pangkat n yang mungkin dapat segera dihapus dari suku terbaru dalam barisan. Hasil dari pembuktian barisan bilangan Fibonacci n-bebas untuk n: 2, 3, 4 dan 5 memiliki sifat yang berbeda-beda, hal ini berdasarkan karakteristik masing-masing n yang dituliskan berdasarkan teorema dan lemma.

Kata kunci:*bilangan Fibonacci; keterbagian; modulo; bilangan bulat positif.*

1. Pendahuluan

Didalam matematika terdapat banyak cabang pembagian ilmu matematika salah satunya adalah teori bilangan. Teori bilangan merupakan salah satu cabang ilmu matematika murni yang mempelajari sifat-sifat bilangan bulat dan mempunyai berbagai masalah terbuka yang dapat dengan mudah dimengerti.

Awal kebangkitan teori bilangan modern dipelopori oleh Pierre de Fermat (1601-1665), Leonhard Euler (1707-1783), J.L Lagrange (1736-1813), A.M. Legendre (1752-1833), Dirichlet (1805-1859), Dedekind (1831-1916), Riemann (1826-1866), Giussepe Peano (1858-1932), Poisson (1866-1962), dan Hadamard (1865-1963). Sebagai seorang pangeran matematika, Gauss begitu terpesona terhadap keindahan dan kecantikan teori bilangan, dan untuk melukiskannya, ia menyebut teori bilangan sebagai The Queen of Mathematics. Pada masa ini, teori bilangan tidak hanya berkembang sebatas konsep, tapi juga banyak diaplikasikan dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan dan teknologi. Hal ini dapat dilihat pada pemanfaatan konsep bilangan dalam metode kode baris, kriptografi, komputer,dan lain sebagainya (Burton, 1980).

Pada abad ke-13, Leonardo da Pisa (yang juga dikenal dengan nama Fibonacci) menuliskan suatu problem dibukunya Liber Abaci. Problemnya adalah menghitung populasi pasangan kelinci pada bulan tertentu dimana sepasang kelinci yang melahirkan pasangan kelinci muda. Kemudian pasangan kelinci yang sudah beranak ini beranak lagi dan seterusnya. Dengan asumsi tidak ada kelinci yang mati, pada bulan pertama dan kedua terdapat satu pasang kelinci. Pada akhir bulan ketiga bertambah satu menjadi dua pasang kelinci, pada bulan keempat, sepasang pasangan kelinci dilahirkan sehingga menjadi tiga pasang kelinci, pada akhir bulan kelima dua pasang kelinci melahirkan sehingga menjadi lima pasang kelinci, dan seterusnya. Banyaknya pasangan kelinci setiap awal bulan berturut-turut terlihat pada barisan di bawah ini:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots$$

yang dikenal dengan barisan Fibonacci, dan suku-sukunya disebut bilangan Fibonacci.

Barisan bilangan Fibonacci n-bebas dimulai dengan dua bilangan bulat, namun didefinisikan oleh relasi rekurensi khusus dimana setelah menambahkan dua suku sebelumnya, pangkat maksimum n dapat segera dihapus dari suku terbaru dalam barisan. Dalam penelitian ini, akan dikaji dan dibuktikan barisan bilangan Fibonacci n-bebas, yaitu untuk n kecil: 2, 3, 4, dan 5 berdasarkan lemma-lemma yang telah dituliskan.

2. Bahan dan Metode Penelitian

Metode-metode yang digunakan untuk membuktikan barisan bilangan Fibonacci n-bebas ini yaitu mengumpulkan bahan literature seperti buku dan jurnal:

ISBN No. 978-623-90150-0-8

1. Keterbagian atau *divisibility* artinya, sudut pandang matematika yang mempelajari suatu bilangan yang habis dibagi oleh bilangan lain. Misalkan suatu bilangan bulat b dikatakan terbagi oleh bilangan bulat $a \neq 0$ jika terdapat bilangan bulat c sehingga $b = ac$, dapat ditulis $a \mid b$. Notasi $\nmid$digunakan untuk menyatakan tidak habis terbagi oleh a(Sukirman, 1997).
2. Modulo adalah suatu metode dalam ilmu matematika yang menyatakan suatu sisa bilangan bulat jika dibagi dengan bilangan bulat yang lain. Misalkan didefinisikan a adalah bilangan bulat dan m adalah bilangan bulat > 0. Operasi a mod m (dibaca "a modulo m") memberikan sisa jika a dibagi dengan m. Notasi: a mod $m = r$ sedemikian sehingga $a = mq + r$, dengan $0 \leq i < m$ (Grillet, 2007).
3. Relasi Kongruensi, misalkan a dan b adalah bilangan bulat dan m bilangan bulat $m > 0$, a kongruen dengan b mod m, dituliskan dengan $a \equiv b \pmod{m}$ jika m habis membagi $a - b$ (Grillet, 2007).
4. Faktor Persekutuan Terbesar, misalkan a dan b dua bilangan bulat dimana minimal salah satunya tidak nol.Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) atau *Greatest Common Divisor* (GCD) dari a dan$b$ adalah bilangan bulat d yang memenuhi:
   1) $d \mid a$ dan $d \mid b$
   2) Jika $c \mid a$ dan $c \mid b$ maka $c \leq d$ (Sukirman,1997).
5. Barisan Fibonacci didefinisikan sebagai berikut:

$$F_1 = 1$$
$$F_2 = 2$$
$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2};\ n \geq 3$$

Simbol F_n untuk menyatakan jumlah n suku pertama barisan Fibonacci.

F_n, $F_3 = F_1 + F_2$; $F_4 = F_2 + F_3$ dan seterusnya.

Penjelasan: barisan ini berawal dari 0 dan 1, kemudian angka berikutnya didapat dengan cara menambahkan kedua
bilangan yang berurutan sebelumnya. Dengan aturan ini, maka barisan Fibonacci yang pertama adalah:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, dan seterusnya.

Lucas mengembangkan barisan yang mempunyai sifat seperti barisan Fibonacci, yang selanjutnya disebut barisan Lucas. Sifat dasar barisan Lucas sama dengan barisan Fibonacci, yang berbeda adalah suku keduanya. Barisan Fibonacci kedua yang paling terkenal adalah *barisan bilangan Lucas* L_i yang dimulai dengan $L_0 = 2$ dan $L_1 = 1$. Barisan Lucas yaitu 2, 1, 3, 4, 7, 11, . . . dst (Avila, 2014).

6. Barisan *Fibonacci n-bebas* dimulai dengan dua bilangan bulat, a_1 dan a_2, dan didefinisikan oleh pengulangan rekurensi $a_k = (a_{k-1} + a_{k-2})/n^k$ dimana k adalah pangkat dari n. Untuk dilanjutkan, dikatakan bilangan dalam barisan yang dimulai dengan $a_0 = 0$ dan $a_1 = 1$ merupakan bilangan Fibonacci n-bebas. Selanjutnya, akan dibahas barisan yang dimulai dengan dua bilangan bulat non-negatif. Ini tidak berarti bahwa tidak mengabaikan tentang pasangan awal lainnya, tetapi barisan positif mencakup semua kasus penting. Memang, jika dimulai dengan dua bilangan negatif, barisan bisa kalikan oleh -1 dan didapatkan semua barisan positif.Jika dimulai dengan dua angka nol, didapatkan semua barisan nol. Jadi hanya akan dibahas barisan yang tidak memiliki dua angka nol di awal. Perhatikan bahwa barisan non-negatif dapat memiliki nol hanya dalam salah satu dari dua posisi awal, tidak selanjutnya (Avila, 2014).

Berikut adalah langkah-langkah penelitian yang dilakukan:
1. Mengkajibarisan bilangan Fibonacci n-bebas yang dituliskan dalam bentuk, teorema dan lemma.
2. Membuktikanbarisan bilangan Fibonacci n-bebas untuk n: 2, 3, 4, dan 5 berdasarkan teorema dan lemma.
3. Membandingkanbarisan bilangan Fibonacci n-bebas yang didapat pada langkah nomor (2).
4. Menarik kesimpulan terhadap barisan bilangan Fibonacci yang telah dibuktikan.

3. Hasil dan Pembahasan

Lemma 3.1.1*Setiap barisan Fibonacci 2-bebas akhirnya berubah menjadi siklus panjang 1: x, x, x, . . ., untuk x ganjil.*
Bukti:
Mengikuti dari bukti ini bahwa untuk berurutan dimulai dengan a_1, a_2, jumlah langkah sampai siklus tercapai tidak lebih dari maks (a_1, a_2). Di sisi lain, bagian barisan sebelum siklus dapat berubah-ubah panjangnya. Ini diikuti dari lemma berikut.

ISBN No. 978-623-90150-0-8

Lemma 3.1.2*Untuk setiap dua angka ganjil a_1, a_2, sebelumnya angka ganjil a_0 dapat ditemukan sehingga a_0 , a_1, dan a_2 membentuk barisan Fibonacci 2-bebas.*
Bukti:
Dipilih bilangan bulat positif k sehingga $2^k a_2 > a_1$ dan atur $a_0$untuk menjadi sama dengan $2^k a_2 - a_1$. Ada banyak cara untuk membuat awalan untuk barisan Fibonacci 2-bebas. Barisan tersebut minimal dibuat ketika memilih pangkat dari 2 yang masih memungkinkan untuk memiliki anggota yang positif dalam barisan. Secara eksplisit dibuat seperti contoh dimulai dengan a_1 = 3, dan a_2 = 1.
Contoh:
Didapatkan barisan 2-bebas (A233526):
1, 3, 1, 5, 3, 7, 5, 9, 1, 17, 15, 19, 11, 27, 17, 37, 31, 43, 19, 67, 9, 125, 19, 231, 73, 389, 195, 583, 197, 969, 607, 1331, 1097, 1565, 629, 2501, …, dst.
Berdasarkan contoh barisan diatas, barisan bisa dibuat mundur.

Lemma 3.2.1*Setiap siklus panjang 3 di barisan Fibonacci-3 bebas adalah dalam bentuk k, k, 2k.*
Bukti.
Pertimbangkan panjang 3 siklus *a, b, c*. Dari definisi barisan Fibonacci 3-bebas, diketahui hubungan berikut:

$$a + b = 3^x c \tag{1}$$
$$b + c = 3^y a \tag{2}$$
$$c + a = 3^z b \tag{3}$$

Tanpa kehilangan bentuk umum, ambil $a \equiv b \pmod 3$. Kemudian $a + b \neq 0 \pmod 3$, sehingga kita memiliki $x = 0$ dan $a + b = c$. Substitusikan c dan tambahkan persamaan (2) dan (3) untuk mendapatkan $a + b = 3^{y-1}a + 3^{z-1}b$. Sejak $3 \nmid a + b$, antara $y = 1$ atau $z = 1$. Jika $y = 1$, maka $b = 3^{z-1}b$, karenanya $z = 1$. Demikian pula, $z = 1$ menyatakan $y = 1$. Dalam kedua kasus, $y = z = 1$. Kemudian dapat dipecahkan untuk variabel awal ditunjukkan bahwa $a = b$ dan $c = a + b$. Dituliskan kembali, $a = k$, $b = k$, dan $c = 2k$.

Akibat 3.2.1*Bilangan k dalam siklus Lemma 3.2.1 adalah pembagi umum terbesar dari barisan.*
Bukti:
Karena Fibonacci sifat tambahan, jika sejumlah bilangan membagi dua atau lebih elemen dari barisan (tidak termasuk dua bilangan awal, yang mungkin dibagi 3), harus membagi semua bilangan dalam barisan. Demikian, *k* harus membagi setiap elemen. Yang paling sedikit dari elemen ini, maka, hanya *k* itu sendiri, sehingga menjadikannya pembagi umum terbesar.

Lemma 3.2.2*Setiap siklus dalam barisan Fibonacci 3-bebas adalah panjang 3n untuk suatu bilangan bulat n positif.*
Bukti:
Mulailah dengan barisan Fibonacci 3-bebas, dan dibagi pangkat FPB dari semua elemen. Barisan yang dihasilkan adalah barisan Fibonacci-3 bebas dengan setidaknya satu elemen ganjil. Jelas bahwa membagi atau mengalikan jumlah apapun oleh 3 tidak mengubah paritasnya. Dengan demikian, setiap barisan, terlepas dari berapa banyak faktor dari 3 dibagi dari setiap suku, akan memiliki struktur dasar yang sama dalam paritasnya.

Lemma 3.2.3*Dalam barisan Fibonacci 3-bebas, pembagian terjadi untuk setiap suku atau untuk setiap suku lainnya.* Dengan kata lain, tidak bisa memiliki bagian barisan panjang 3 sehingga setiap suku adalah jumlah dari dua suku sebelumnya.

Lemma 3.2.4*Ada bagian barisan pembagi yang sangat panjang.*
Bukti.
Buktinya dilakukan dengan konstruksi eksplisit. Pertimbangkan definisi dari pembagi-bagian barisan besar. Dalam hal ini, dibagi oleh pangkat 3 setelah setiap langkah tambahan, selain itu sehingga $3^k \cdot a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ untuk $k > 0$. Ekuivalen, $a_{n-2} = 3^k \cdot a_n - a_{n-1}$. Dengan demikian, dengan dipilih a_n dan a_{n-1}, dan dipilih barisan yang terpenuhi pada hubungan ini, barisan dapat dengan mudah dibuat mundur. Hanya satu persyaratan yaitu bahwa setiap suku barisan positif, dan setiap langkah memuat pembagi, maka akan cukup untuk memberi barisan seperti $3^k \cdot a_n - a_{n-1} > 0$ dan $k > 0$ untuk semua n.
Contoh:
Didapatkan barisan 3-bebas A233525):
1, 1, 2, 1, 5, 4, 11, 1, 32, 49, 47, 100, 41, 259, 110, 667, 323, …, dst.

Lemma 3.3.1*Barisan Fibonacci 4-bebas memuat bilangan ganjil.*
Bukti.

ISBN No. 978-623-90150-0-8

Misalkan ada barisan Fibonacci 4-bebas yang hanya memuat angka genap. Kemudian abaikan persyaratan awal, semua elemen dari barisan yang kongruen modulo 4. Oleh karena itu, dibagi oleh pangkat 4 setiap waktu. Hal ini tidak bisa berlangsung selamanya.

Lemma 3.3.2*Setelah kejadian pertama bilangan ganjil, barisan Fibonacci 4-bebas tidak dapat memiliki dua bilangan genap berturut-turut.*
Bukti.
Mulailah dengan jumlah ganjil pertama. Langkah-langkah yang tidak termasuk pembagian menghasilkan pola paritas: ganjil, ganjil, genap, ganjil, ganjil, genap dan seterusnya. Jadi tidak ada dua bilangan genap berturut-turut. Itu berarti bisa didapatkan perkalian 4 setelah menjumlahkan dua bilangan ganjil. Mungkin didapatkan angka genap setelah pembagian, tapi bilangan berikutnya harus ganjil lagi.
Contoh:
Didapatkan barisan (A224382):
0, 1, 1, 2, 3, 5, 2, 7, 9, 1, 10, 11, 21, 2, 23, 25, 3, 7, 10, 17, 27, 11, 38, 49, 87, 34, 121, 155, 69, …, dst.

3.4 Barisan Bilangan Fibonacci 5-bebas
Lihat barisan Lucas modulo 5: 2, 1, 3, 4, 2, 1,. . . dan lihat bahwa tidak ada suku habis dibagi 5. Jelas, ada suku dalam barisan Lucas akan mengharuskan faktor luar pangkat dari 5, dan persyaratan akan tumbuh tanpa batas. Dengan demikian, barisan Lucas sendiri merupakan barisan Fibonacci 5-bebas. Ini adalah sesuatu yang baru. Tidak perlu argumen kemungkinan untuk menunjukkan bahwa ada barisan Fibonacci 5-bebas yang tidak siklus.
Contoh:
Didapatkan barisan (A214684):
0, 1, 1, 2, 3, 1, 4, 1, 1, 2, 3, 1, 4, 1, 1, 2, 3, 1, 4, 1, 1, 2, 3, 1, 4, 1, 1, 2, 3, 1, 4, 1, 1, 2, 3, 1, 4, 1, 1, 2, 3, 1, 4, …, dst.

4. Kesimpulan

Barisan bilangan Fibonacci n-bebas dimulai dengan dua bilangan bulat, didefinisikan oleh relasi rekurensi khusus dimana setelah menambahkan dua suku sebelumnya, pangkat n yang mungkin dapat segera dihapus dari suku terbaru dalam barisan. Hasil dari pembuktian barisan bilangan Fibonacci n-bebas untuk n: 2, 3, 4 dan 5 memiliki sifat yang berbeda-beda, hal ini berdasarkan karakteristik masing-masing n yang dituliskan berdasarkan teorema dan lemma.

5. Daftar Pustaka

Avila, B. & Khovanova, T. (2014). Free Fibonacci Sequences. *Journal of Integer Sequences,* Vol. 17 (2014).
Article 14.8.5.

Burton, D.M. (1980). *Elementary Number Theory.* University of New Hampshire.United Stated of Afrika.

Grillet, P.A. (2007). *Graduate Text in Mathematics.* 2nd Edition. Springer: New York.

Sukirman, M.P. (1997). *Ilmu Bilangan.* Universitas Terbuka, Jakarta.