SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II
2018

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL

METODE KUANTITATIF II 2018

PENGGUNAAN MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTER DALAM BERBAGAI DISIPILIN ILMU UNTUK MEWUJUDKAN DAYA SAING BANGSA

PROSIDING
SEMINAR NASIONAL
METODE KUANTITATIF II 2018
(SNMK II 2018)

“Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi”

Bandar Lampung, 19-20 November 2018

Penerbit
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL METODE KUANTITATIF II 2018
(SNMK II 2018)

“Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi”

ISBN No. 978-623-90150-0-8

Panitia Pelaksana

Ketua Pelaksana	: Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Sekretaris	: Dr. La Zakaria, M.Sc
Bendahara	: Amanto, S.Si., M.Sc
Kesekretariatan	: Subian Saidi, S.Si., M.Si
	Dorrah Aziz, M.Si
	Syamsul Huda, S.I.P, M.M
	Azwar Rizaldy
	Gesang Subarkah
	Evrilia Rahmawati
Seksi-seksi :	
Acara	: Dr. Asmiati, M.Si
	Dr. Notiragayu, M.Si
	Drs. Rudi Ruswandi, M.Si
	Drs. Eri Setiawan, M.Si
	Aisya Hirma Hindarti, S.A.N.
Konsumsi	: Widiarti S.Si., M.Si
	Dr. Khoirin Nisa, M.Si
	Srimiati, S.Pd.
Transportasi	: Drs. Nusyirwan, M.Si
	Agus Sutrisno, S.Si., M.Si
	Sugianto
Perlengkapan	: Drs. Tiryono R., M.Sc., Ph.D
	Anita
	Edi Saputra
	Obit Ahmad Al Fallah
	Sovia Octaviana
	Dede Rizki Amanda
	Rizki Rizdiana Pratiana
Keuangan	: Erni Rahmawati, S.Pd.
	Risma Nurmei Winda, S.P.
	Rizki Amalia Tanum, S.E.
Dokumentasi	: Ali Suhendra
	Ardi Bayu Purnomo
	Thalibul Ckhair, S.I.P.
	Abi Ilham Yurinza, S.I.Komp.

Steering Committee

Prof. Dr. Hasriadi Mat Akin, M.P, *Universitas Lampung* (Rektor Unila)
Prof. Dr. Bujang Rahman, *Universitas Lampung*
Prof. Dr. Ir. Kamal, M.Sc, *Universitas Lampung*
Ir. Warsono, M.Sc., Ph.D, *Universitas Lampung*
Dr. Hartoyo, M.Si, *Universitas Lampung*
Prof. Warsito, S.Si., DEA, Ph.D, *Universitas Lampung* (Dekan FMIPA Unila)
Prof. Dr. Sutopo Hadi, S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*
Dian Kurniasari S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*
Drs. Suratman Umar, M.Sc., *Universitas Lampung*
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D, *Universitas Lampung*

Reviewer

Prof. Drs. Mustofa , M.A., Ph.D
Drs. Suharsono, M.Sc., Ph.D
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

Editor

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

Managing Editor
Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Azwar Rizaldy
Gesang Subarkah
Evrilia Rahmawati

Penerbit :
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

Redaksi
Jurusan Matematika FMIPA Unila
Jl. Prof. Soemantri Brojonegoro No 1
Bandar Lampung 35145
Telp/Faks. 0721-704625
Email : snmk.matematika@gmail.com
Cetakan pertama, Februari 2019

ISBN No. 978-623-90150-0-8

KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmaanirrohiim

Assalaamu ‘alaykum warohmatulloohi wabarokaatuh

Puji syukur alhamdulillah kami haturkan kepada Alloh s.w.t., karena berkat kuasa dan pertolongan-Nya acara Seminar Nasional Metode Kuantitatif (SNMK) II Tahun 2018 ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. SNMK II 2018 ini terselenggara atas kerja sama Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Lampung dan Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung. Penyelenggaraan SNMK II 2018 merupakan tindak lanjut dari kesuksesan SNMK pertama pada tahun 2017 lalu. Adapun tema yang diusung adalah “Penggunaan Matematika, Statistika dan Komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk mewujudkan daya saing bangsa”.
SNMK II 2018 diikuti oleh peserta dari berbagai institusi di Indonesia diantaranya Badan Pusat Statistik, Institut Teknologi Sepuluh November Surabaya, Universitas Lambung Mangkurat, Badan Meteorologi dan Geofisika, Unversitas Teknokrat Indonesia, Universitas Sang Bumi Ruwa Jurai, Universitas Lampung dan lain-lain. Dengan berkumpulnya para peneliti, baik itu dosen maupun mahasiswa, dari berbagai institusi dan disiplin ilmu yang berbeda untuk berbagi pengalaman dan hasil penelitian pada kegiatan SNMK II ini diharapkan semakin memperluas wawasan keilmuan dan jaringan kerja sama di antara sesama peserta atau institusi. Lebih jauh lagi tentunya memberikan dampak positif pada peningkatan kualitas iklim akademik khususnya di Unila.
Selanjutnya kami haturkan terima kasih dan selamat kepada para penulis yang telah berkontribusi pada terbitnya prosiding SNMK II 2018. Mudah-mudahan artikel yang diterbitkan pada prosiding ini dapat memberikan inspirasi dan gagasan pada para pembaca untuk mengembangkan penelitiannya sehingga dapat menghasilkan publikasi yang lebih berkualitas.
Atas nama panitia, kami mengucapkan banyak terima kasih kepada Rektor Unila, Ketua LPPM Unila dan Dekan FMIPA Unila serta Ketua Jurusan Matematika FMIPA Unila yang telah mendukung penuh sehingga penyelenggaraan SNMK II 2018 hingga terbitnya prosiding ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. Khususnya kepada seluruh panitia, terima kasih tak terhingga atas segala usaha dan kerja kerasnya demi kesuksesan acara dan terbitnya prosiding ini. Semoga Alloh s.w.t. membalasnya dengan kebaikan yang berlipat ganda. Tak lupa, mohon maaf apabila ada layanan, tingkah laku atau tutur kata dari kami yang kurang berkenan.

Bandar Lampung, 19 November 2018

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
Ketua

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR...i
DAFTAR ISI ii

Aliran MHD Fluida Nano Melewati Bola Bermagnet Dengan Pengaruh Konveksi Campuran oleh *Basuki Widodo*...1

Inferensi Regresi Semiparametrik Untuk Data HilangMenggunakan Metode *Likelihood* Empiris Dan Simulasinya Menggunakan R oleh *Yuana Sukmawaty* , dan *Nur Salam* 9

Penentuan Struktur Dan Kadar Flavonoid Ekstrak Polar Daun Gamal (*GliricidiaMaculata*) Kultivar Lampung Barat Sebagai Insektisida Nabati Pada Kutu Putih Tanaman Kopi (*Planococcus Citri,* Hemiptera: Pseudococcidae) oleh *Hona Anjelina Putri, dan Nismah Nukmal* 17

Solusi Analitik Persamaan Laplace Pada Suatu Cakram oleh *Yulia Novita* , *Suharsono S., Agus Sutrisno* , *dan Dorrah Azis* 25

Kajian *Best-Fit* Distribusi Probabilitas Untuk Curah Hujan Harian Dan Aplikasinya Dalam Mitigasi Hujan Ekstrim Di Pulau Sumatera oleh *Achmad Raflie Pahlevi, dan Warsono*...28

Kuantifikasi Dan Penentuan Struktur Senyawa Flavonoid Ekstrak Polar Daun Gamal (*Gliricidia Maculata*) Kultivar Pringsewu Dan Uji Toksisitas TerhadapKutu Putih Sirsak(*Pseudococcus Cryptus,* Hemiptera: Pseudococcidae) oleh *Yayang Anas Persada, dan Nismah Nukma* 39

Barisan Bilangan Fibonacci *N*-Bebas oleh *Irmawati, Amanto, Agus Sutrisno, dan Muslim Ansori* 49

Metode Estimasi *Diagonal Weighted Least Square* (DWLS)Untuk Berbagai Ukuran Sampel (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila) oleh *Eri Setiawan, Nurkholifa Sholihat, dan Netti Herawati* 53

Singgah Pai: Aplikasi Android Untuk Melestarikan Budaya Lampung oleh *Putri Sukma Dewi, Refiesta Ratu Anderha, Lily Parnabhakti, dan Yolanda Dwi Prastika* 62

Metode Estimasi *Weighted Least Square* (WLS) Untuk Berbagai Ukuran Sampel (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila) oleh *Eri Setiawan, Wardhani Utami Dewi, dan Rudi Ruswandi* 68

Perbandingan Metode Solusi Awal Layak Pada Data Biaya Pengiriman Beras Perum Bulog Divre Lampung oleh *Dwi Wahyu Lestari* , *dan Dian Kurniasari*............77

Segmentasi Kabupaten/ Kota Berdasarkan Karakteristik Penduduk Lanjut Usia Provinsi Jawa Tengah Tahun 2017 oleh *Agustina Riyanti, dan Tri Rena Maya Sari*......86

Penerapan Metode *Autoregressive Distributed Lag* (Ardl) Dalam Memodelkan Persentase Penduduk Miskin Terhadap Tingkat Pengangguran Terbuka Di Provinsi Lampung Periode 2011-2017 oleh *Moni Dwi Fenski, Nusyirwan, dan Agus Sutrisno*......95

Simulasi Pemodelan Klaim Agregasi Dengan Jumlah Klaim Berdistribusi Poisson Dan Besar Klaim Berdistribusi Rayleigh oleh *Rudi Ruswandi, Ira Syavitri, dan Subian Saidi*......105

Karakteristik Fungsi Phi ($\emptyset$) Euler oleh *Rini Karina Agustini , Suharsono S., Wamiliana , dan Notiragayu* 110

Pemodelan Matematika Dan Analisis Kestabilan Pada Penyebaran Penyakit Campak Dengan Pengaruh Vaksinasi oleh *Farida, Agus Sutrisno, Dorrah Aziz, dan Tiryono Ruby* 114

Evaluasi Nilai UN Sma/Ma IPA Provinsi Lampung Dengan Graf *Maximum Spanning Tree* oleh *Sugama Maskar, Refiesta Ratu Anderha, dan Andriyanto* 123

Penentuan Rute Terpendek Pada Optimalisasi Jalur Tol Trans Jawa Dengan Menerapkan Algoritma *Floyd-Warshall* oleh *Maharani Damayanti, Notiragayu , dan La Zakaria* 131

Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde Lima Dengan Garis Paralel Atau *Loop* Maksimal Dua Serta Garis Non Paralel Maksimal Enam oleh *Dracjat Indrawan, Wamiliana, Asmiati, dan Amanto*......139

Solusi Eksak Klasik Persamaan Tricomi oleh *Aura Purwaningrum , Suharsono S., Tiryono Ruby, dan Agus Sutrisno*......144

Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel TitikBerorde Empat oleh *Lucia Dessie Natasha, Wamiliana, Aang Nuryaman, dan Amanto* 148

Beberapa Penggunaan Rantai Markov Pada Saat Kondisi Stabil (Steady State) oleh *Dimas Rahmat Saputra, Dian Kurnia Sari, dan Wamiliana*......157

Ruang Barisan Selisih $L_{3/2}(\Delta_2)$ oleh *Aulia Rahman, Muslim Anshori , dan Dorrah Aziz*......163

Solusi Analitik Untuk Sistem KDV Homogen Dengan Metode Analisis Homotopi (HAM) oleh *Anita Rahmasari, Suahrsono S. , dan Asmiati* 171

Alokasi Dana Dari Premi Asuransi Jiwa Syariah Menggunakan Metode Dwiguna oleh *Rudi Ruswandi, Arum Mardhiyah Nurvitasari, dan La Zakaria*......178

Analisis Biplot dalam pengelompokan Persepsi antaretnik di Bakauheni Lampung Selatan oleh *Karomani dan Nusyirwan* 184

Perbandingan MVE-*BOOTSTRAP* dan MCD-*BOOTSTRAP* dalam Analisis Regresi Linear Berganda pada Data Berukuran Kecil yang Mengandung Pencilan oleh *Ario Pandu, dan Khoirin Nisa* 192

Analisis Uji Keandalan Dua Populasi Dengan Data Tersensor oleh *A.S Awalluddin* 202

Iteraksi Inflasi dan Jumlah Uang Beredar di Indonesia dengan Model Bivariate Vector Autoregressive oleh *K. Nurika Damayanti*..211

Pengelompokan Kabupaten/ Kota Berdasarkan Indikator Pembangunan Daerah Provinsi Lampung Tahun 2017 oleh *Abdul Kadir*...222

Penggunan Teori Antrian *Multi-Server* Dengan Distribusi Erlang oleh *Muhammad Taufik Rizal , Widiarti, Wamiliana, dan Rudi Ruswandi* 228

Aplikasi *Multiple Classification Analysis* (MCA) Dalam Analisis Pengaruh Variabel Sosial Ekonomi dan Demograf Terhadap Lama Sekolah Provinsi Lampung Tahun 2017 oleh *Desliyani Tri Wandita* 237

Keanekaragaman Arthropoda Tanah Pada Dua Tipe Pengelolaan Lahan Kopi (*Coffea* spp.) di Kecamatan Gedung Surian Kabupaten Lampung Barat oleh *Siti Ardiyanti, Suratman Umar, Nismah Nukmal, dan M. Kanedi* 244

Perbandingan *Mean Squared Error* (MSE) Metode *Jackknife* dan *Bootstrap* Pada Pendugaan Area Kecil Model Logit-Binomial oleh *Shindy Dwiyanti, Widiarti, dan Khoirin Nisa* 252

Aplikasi Distribusi Statistik dalam Memonitor Kualitas Udara di Bukit Kotatabang oleh *Raeni Chindi Defi Ocvilia, Achmad Raflie Pahlevi, Warsono, dan Mareta Asnia* 256

Klastering Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung Berdasarkan Indikator Kesejahteraan Rakyat Tahun 2017 oleh *Tri Rena Mayasari* 263

Konruksi Model Aljabar Max-Plus Interval Atas Struktur Hirarkis Jalur Kereta Api Semi-Double Track oleh *Tri Utomo ,dan Eristia Arfi*...271

ISBN No. 978-623-90150-0-8

PERBANDINGAN MVE-*BOOTSTRAP* DAN MCD-*BOOTSTRAP* DALAM ANALISIS REGRESI LINEAR BERGANDA PADA DATA BERUKURAN KECIL YANG MENGANDUNG PENCILAN

Ario Pandu[1*], Khoirin Nisa[1]

[1]*Jurusan Matematika Universitas Lampung, Bandar Lampung*
Jl. Prof. Sumatri Brojonegoro No. 1 Bandar Lampung 35145
[*]*Penulis Korespodensi: Ariiopandu873@gmail.com*

Abstrak

Dalam analisis regresi, metode penduga tak bias terbaik (best linier unbiased estimator) yang digunakan untuk pendugaan parameter adalah Metode Kuadrat Terkecil (MKT). Namun, ketika terdapat pencilan pada data pengamatan, MKT menjadi bias dan tidak efisien. Hal ini dikarenakan MKT sangat sensitif terhadap pencilan. Metode yang tepat digunakan untuk mengatasi masalah tersebut adalah metode robust. Minimum Volume Ellipsoid (MVE) dan Minimum Covariance Determinant (MCD) merupakan dua metode robust yang dikenal memiliki ketegaran yang baik terhadap pencilan. Tetapi, penggunaan MVE dan MCD diragukan apabila dihadapkan pada data yang berukuran kecil. Oleh sebab itu, perlu penerapan metode bootstrap/resampling pada kedua metode tersebut agar diperoleh hasil pendugaan yang lebih baik. Tujuan dari penelitian ini adalah membandingkan ketegaran metode MVE-Bootstrap dan MCD-Bootstrap untuk mengatasi pengaruh pencilan pada data yang berukuran kecil dalam analisis regresi linear berganda. Efektivitas masing-masing metode dapat diketahui berdasarkan nilai bias dan Mean Square Error (MSE) dari pendugaan parameter yang dihasilkan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa MVE-Bootstrap lebih baik dari MCD-Bootstrap dalam menduga parameter regresi pada data berukuran kecil yang mengandung pencilan.
Kata kunci: *Bootstrap; MCD; MVE; Pencilan; Robust*

1. Pendahuluan

Analisis regresi linear merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk menyelidiki pola hubungan linaer antara variabel tak bebas dan variabel bebas. Berdasarkan jumlah variabel bebasnya, analisis regresi linear dibagi menjadi dua jenis, yaitu analisis regresi linear sederhana dan analisis regresi linear berganda. Analisis regresi linear sederhana digunakan untuk mengetahui pengaruh antara satu variabel bebas terhadap satu variabel tak bebas. Sedangkan analisis regresi linier berganda digunakan untuk menyelidiki hubungan antara dua atau lebih variabel bebas terhadap satu variabel tak bebas. Menurut Kumalasari dkk. (2017), bentuk umum persamaan model regresi linier berganda dengan p jumlah variabel bebas dapat dituliskan sebagai berikut,

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_p X_p + e. \quad (1)$$

Hasil dari analisis regresi berupa parameter regresi yang terdiri dari konstanta dan koefisien regresi untuk masing-masing variabel bebas. Metode yang paling umum digunakan dalam pembentukan model atau mengestimasi parameter regresi adalah Metode Kuadrat Terkecil (MKT). Prinsip metode ini adalah mengestimasi nilai parameter dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat (Sembiring, 2003). Penduga MKT bagi parameter model regresi diperoleh dengan menggunakan persamaan berikut

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X})^{-1} \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{Y}. \quad (2)$$

MKT dikenal sangat baik dan bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*) dalam mengestimasi parameter regresi ketika semua asumsi klasik terpenuhi. Namun menurut Yaffee (2002) dalam Nisa (2006), MKT merupakan metode penduga parameter yang sangat sensitif terhadap adanya penyimpangan asumsi. Apabila salah satu asumsi klasik regresi tidak terpenuhi, maka MKT menjadi bias dan tidak efisien untuk menduga parameter regresi.

Salah satu asumsi penting dalam analisis regresi yang harus terpenuhi ialah asumsi normalitas. Namun dalam berbagai kasus penelitian, tidak jarang ditemukan penyimpangan terhadap asumsi normalitas. Penyimpangan tersebut salah satunya disebabkan oleh adanya pencilan pada data pengamatan. Pencilan merupakan data pengamatan yang menyimpang dari data lainnya. Terkadang untuk mengatasi pencilan seorang peneliti melakukan transformasi terhadap data, namun seringkali asumsi tersebut tidak terpenuhi meskipun telah dilakukan transformasi yang pada akhirnya tetap membiaskan pendugaan (Olive, 2005).

Dalam kasus seperti ini, metode regresi *robust* yang tegar terhadap pengaruh pencilan merupakan metode yang paling layak digunakan. Regresi *robust* merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari galat tidak normal dan atau adanya beberapa pencilan yang berpengaruh pada model (Shodiqin, dkk., 2018). Hingga saat ini, telah banyak metode regresi *robus*t yang digunakan peneliti dalam pendugaan parameter pada data mengandung pencilan, seperti Penduga-M oleh Ghazali dkk. (2015) dan Ardiyanti (2011), Penduga LMS oleh Husna (2015) dan Haditama (2011), Penduga LTS oleh Shodiqin dkk. (2018) dan Mashitah dkk. (2013), Penduga MM oleh Nurdin dkk. (2014) dan Candraningtyas dkk. (2013), serta Penduga S oleh Febrianto (2016). Berbeda dengan penelitian-penelitian sebelumnya, dalam penelitian ini pendugaan parameter regresi pada data mengandung pencilan akan menggunakan metode *robust* lain yang lazim diterapkan dalam analisis *multivariate*, yaitu *Minimum Volume Ellipsoid* (MVE) dan *Minimum Covariance Determinant* (MCD).

Metode MVE dan MCD memang dikenal memiliki ketegaran yang cukup besar terhadap adanya pencilan. Namun menurut Gusriani, dkk. (2013), penggunaan metode MCD diragukan apabila dihadapkan pada data yang berukuran kecil. Hal ini berlaku pula pada metode MVE. Oleh sebab itu, perlu penerapan prosedur *resampling* pada kedua metode tersebut untuk mendapatkan hasil pendugaan yang lebih baik. Metode *resampling* yang dapat digunakan dalam pendugaan parameter regresi adalah *bootstrap*. Penerapan *bootstrap* pada metode MVE dan MCD selanjutnya dapat disebut sebagai MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap*.

Minimum Volume Ellipsoid (MVE) merupakan metode penduga *robust* untuk vektor nilai tengah dan matriks peragam. Prinsip metode ini adalah mencari sebuah *ellipsoid* dengan volume paling minimum yang melingkupi suatu subhimpunan dari minimal *h* pengamatan, dengan [$h = (n+p+1)/2$]. Subhimpunan berukuran *h* ini disebut *halfset* karena *h* sering dipilih lebih dari setengah *n* pengamatan (Notiragayu dan Nisa, 2008). Menurut Parmikanti dkk. (2016), untuk mendapatkan elipsoida dengan volume minimum, dimulai dengan memilih himpunan bagian yang memuat (p+1) pengamatan. Selanjutnya untuk setiap himpunan bagian berukuran (p+1) dapat disebut himpunan indeks $J = \{ i_1 , i_2 , \ldots , i_{p+1} \}$. Lalu dilanjutkan dengan menentukan vektor rata-rata (*mean*) $\boldsymbol{T}_J$, matriks kovarian $\boldsymbol{S}_J$, dan jarak kuadrat D_J^2 dari sampel, dengan menggunakan persamaan sebagai berikut,

$$\boldsymbol{T}_J = \bar{\boldsymbol{x}}_J = \frac{1}{p+1} \sum_{i=1}^{p+1} \boldsymbol{x}_{iJ} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{S}_J = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p+1} (\boldsymbol{x}_{iJ} - \bar{\boldsymbol{x}}_J)(\boldsymbol{x}_{iJ} - \bar{\boldsymbol{x}}_J)^T \tag{4}$$

$$D_J^2 = [(\boldsymbol{x}_{iJ} - \bar{\boldsymbol{x}}_J)^T (\boldsymbol{S}_J)^{-1} (\boldsymbol{x}_{iJ} - \bar{\boldsymbol{x}}_J)]. \tag{5}$$

Selanjutnya menghitung volume *ellipsoid* sebagai nilai volume elips dari subsampel pertama, yang dinyatakan dalam rumus berikut,

$$\boldsymbol{V}_J = \left(\frac{D_J}{c}\right)^p \sqrt{\det(\boldsymbol{S}_J)}\ ;\ c = \sqrt{X_{p,\alpha}^2}\ . \tag{6}$$

Mengulangi untuk subsampel selanjutnya dengan ukuran yang sama hingga sebanyak $\binom{n}{p+1}$ subsampel. Kemudian memilih subsampel yang elipsnya memiliki volume paling minimum, yang dilanjutkan dengan menghitung $\bar{\boldsymbol{X}}_{MVE}$ dan $\boldsymbol{S}_{MVE}$ dari subsampel terpilih, dimana:

$$\bar{\boldsymbol{X}}_{MVE} = \boldsymbol{T}_J \tag{7}$$

$$\boldsymbol{S}_{MVE} = \frac{C^2(n,p)}{X_{p,á}^2} \boldsymbol{D}_J^2\, \boldsymbol{S}_J\ ;\ c^2(n,p) = \left[1 + \frac{15}{n+p}\right]^2 \tag{8}$$

Dengan menggunakan $\bar{\boldsymbol{X}}_{MVE}$ dan $\boldsymbol{S}_{MVE}$ tersebut, maka selanjutnya data dapat diboboti dengan:

$$W_i = \begin{cases} 1 & , (\boldsymbol{x}_i - \bar{\boldsymbol{X}}_{MVE})^T \boldsymbol{S}_{MVE}{}^{-1} (x_i - \bar{\boldsymbol{X}}_{MVE}) \le X_{p;1-\alpha}^2 \\ 0 & , untuk\ lainnya \end{cases}$$

Pembobot W_i dapat membentuk matriks $\boldsymbol{W}_{MVE}$ berukuran *n* x *n*, sebagai berikut

$$\boldsymbol{W}_{MVE} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \cdots & W_{1n} \\ W_{21} & W_{22} & \cdots & W_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{n1} & W_{n2} & \cdots & W_{nn} \end{bmatrix}.$$

Sehingga diperoleh penduga MVE untuk menduga parameter regresi dengan persamaan berikut

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{MVE} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}_{MVE}\boldsymbol{X})^{-1} (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}_{MVE}\boldsymbol{Y}) \quad (9)$$

Minimum Covariance Determinant (MCD) merupakan metode penduga parameter dengan meminimumkan determinan matriks kovarians. Prinsip metode MCD adalah mendapatkan subhimpunan dari keseluruhan pengamatan yang matriks kovariansnya memiliki determinan terkecil diantara semua kombinasi kemungkinan data (Kurniadi dkk., 2012). Berdasarkan Dayanti dkk. (2016), langkah-langkah penduga MCD dalam menduga parameter regresi dengan menggunakan *fast*-MCD dimulai dengan mengambil himpunan bagian dari matriks X secara acak, misalkan himpunan bagian tersebut H_1 dengan jumlah elemen sebanyak h. Selanjutnya menghitung vektor rata-rata $\overline{\boldsymbol{X}}_{MCD}$ dan matriks kovarians $\boldsymbol{S}_{MCD}$ dari H_1 dengan memisalkan $\overline{\boldsymbol{X}}_1$ dan $\boldsymbol{S}_1$ menggunakan persamaan berikut,

$$\overline{\boldsymbol{X}}_{MCD} = \frac{1}{h}\sum_{i\epsilon H} x_i \quad (10)$$

$$\boldsymbol{S}_{MCD} = \frac{1}{h}\sum_{i\epsilon H}[x_i - \overline{\boldsymbol{X}}_{MCD}][x_i - \overline{\boldsymbol{X}}_{MCD}]^T . \quad (11)$$

Kemudian menghitung determinan dari $\boldsymbol{S}_1$ atau $det(\boldsymbol{S}_1)$. Jika $(\boldsymbol{S}_1) \neq 0$, maka dilanjutkan dengan menghitung jarak mahalanobis yang kemudian diurutkan dari yang terkecil hingga terbesar. Jarak mahalanobis dihitung dengan rumus berikut

$$\text{RD}_i = \sqrt{(\boldsymbol{x}_i - \overline{\boldsymbol{X}}_{MCD})^T\boldsymbol{S}_{MCD}^{-1}(\boldsymbol{x}_i - \overline{\boldsymbol{X}}_{MCD})}. \quad (12)$$

Pada iterasi selanjutnya, yaitu H_2 akan diambil sebanyak h pengamatan dengan jarak RD terkecil. Demikian seterusnya hingga mencapai konvergen $(S_{i+1}) = det(S_1)$. Selanjutnya memilih himpunan H yang memiliki determinan $\boldsymbol{S}_{MCD}$ terkecil, serta mencari $\overline{\boldsymbol{X}}_{MCD}$ dan $\boldsymbol{S}_{MCD}$ dari himpunan H terpilih. Dengan menggunakan $\overline{\boldsymbol{X}}_{MCD}$ dan $\boldsymbol{S}_{MCD}$ tersebut, maka selanjutnya data dapat diboboti dengan:

$$W_i = \begin{cases} 1 , & (\boldsymbol{x}_i - \overline{\boldsymbol{X}}_{MCD})^T\boldsymbol{S}_{MCD}^{-1}(\boldsymbol{x}_i - \overline{\boldsymbol{X}}_{MCD}) \leq X^2_{p;1-\alpha} \\ 0 , & lainnya \end{cases}$$

Pembobot W_i dapat membentuk matriks $\boldsymbol{W}_{MVE}$ berukuran *n* x *n*, sebagai berikut

$$\boldsymbol{W}_{MCD} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \cdots & W_{1n} \\ W_{21} & W_{22} & \cdots & W_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{n1} & W_{n2} & \cdots & W_{nn} \end{bmatrix}.$$

Sehingga diperoleh penduga MCD untuk menduga parameter regresi dengan persamaan berikut

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{MCD} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}_{MCD}\boldsymbol{X})^{-1} (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{W}_{MCD}\boldsymbol{Y}). \quad (13)$$

Bootstrap merupakan teknik *resampling* nonparametrik yang bertujuan untuk menentukan estimasi standar eror dan interval konfidensi dari parameter populasi seperti mean, rasio, median, proporsi, koefisien korelasi atau koefisien regresi tanpa menggunakan asumsi distribusi. Metode ini dapat digunakan untuk mengatasi permasalahan dalam statistika baik masalah data yang sedikit, data yang menyimpang dari asumsinya maupun data yang tidak memiliki asumsi dalam distribusinya (Sungkono, 2015). Ada dua prosedur *bootstrap* yang dapat diterapkan pada model regresi, yaitu *bootstrap pairs* dan *bootstrap residual*. Metode *bootstrap* yang digunakan dalam penelitian ini adalah *bootstrap residual* yang yang bekerja dengan meresampling hanya pada data sisaannya. Prosedur pada *bootstrap residual* sama dengan prosedur *bootstrap* pada umumnya. Langkah-langkah melakukan *bootstrap residual* menurut Gusriani dkk. (2013), dilakukan dengan terlebih dahulu menentukan parameter regresi dan nilai $\hat{y}_i$, kemudian menghitung nilai *residual* dengan $e_i = y_i - \hat{y}_i$. Selanjutnya mengambil sampel dari *residual* sebanyak *n* secara acak dengan pengembalian dari e_i sehingga diperoleh $e_i^{*(b)} = \left(e_1^{*(b)}, e_2^{*(b)}, \dots, e_n^{*(b)}\right)$. Lalu menentukan nilai *boostrap* untuk $\boldsymbol{Y}^{*(b)}$ dengan persamaan berikut:

$$\boldsymbol{Y}^{*(b)} = \boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}} + \boldsymbol{e}^{*(b)}. \tag{14}$$

Menghitung parameter regresi *bootstrap* dan melakukan iterasi hingga batas replikasi yang diinginkan atau sebanyak B kali. Parameter regresi *bootstrap* dapat dihitung dengan rumus berikut

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{*(b)} = (\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}\, \mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}^{*(b)}. \tag{15}$$

Tujuan dari penelitian ini adalah membandingkan efektivitas metode MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap* untuk menduga parameter pada data berukuran kecil yang mengandung pencilan dalam analisis regresi linear berganda. Pada penelitian ini akan dilakukan simulasi pendugaan parameter secara berulang-ulang dengan data beberapa ukuran sampel dan persentase pencilan. Efektivitas masing-masing metode dapat diketahui berdasarkan nilai bias dan *Mean Square Error* (MSE) dari estimasi parameter yang dihasilkan.

Menurut Wulandari dkk. (2010), bias penduga dari suatu parameter pada simulasi data didefinisikan sebagai jumlah selisih dari penduga parameter pada data yang terdapat *outlier* dengan penduga parameter pada data yang tanpa *outlier*, dibagi dengan banyaknya pengulangan. Sedangkan *Mean Square Error* (MSE) adalah jumlah selisih kuadrat dari penduga parameter pada data yang terdapat pencilan dengan penduga parameter pada data yang tanpa pencilan, dibagi dengan banyaknya pengulangan. Semakin kecil nilai bias dan MSE, maka hasil pendugaan suatu parameter semakin baik. Bias dan MSE dinotasikan sebagai berikut

$$Bias(\hat{\beta}) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left|\,\hat{\beta}^{(s)} - \hat{\beta}^{(0)}\right| \tag{16}$$

$$MSE(\hat{\beta}) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(\hat{\beta}^{(s)} - \hat{\beta}^{(0)}\right)^2. \tag{17}$$

2. Metodelogi Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data simulasi yang dibangkitkan menggunakan *software* R i386 v. 3.5.1. Data yang dibangkitkan terdiri dari galat *(error)* dan variabel bebas (X) yang akan digunakan untuk menentukan variabel tak bebas (Y). Data galat dibangkitkan berdistribusi N(0,1) dengan kontaminasi pencilan sebesar 10% dan 20%. Sedangkan data variabel bebas dibangkitkan dengan $X_1 \sim \mathrm{N}(0{,}1)$ dan $X_2 \sim \mathrm{N}(0{,}1)$. Masing-masing data dibangkitkan dengan ukuran sampel yang kecil, yaitu sebanyak 20, 30, 40, dan 50 sampel.

Adapun tahapan-tahapan simulasi yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Membangkitkan satu kelompok galat serta variabel bebas X_1 dan X_2 masing-masing berdistribusi N(0,1).
2. Mengkontaminasikan kelompok galat dari distribusi N(0,1) dengan pencilan berdistribusi N(50,1). Pencilan yang diberikan yaitu sebesar 10% dan 20%.
3. Menentukan nilai variabel tak bebas *Y* menggunakan masing-masing galat, yaitu galat dengan pencilan 10% dan 20%, sehingga diperoleh $Y^{10\%}$ dan $Y^{20\%}$. Dalam hal ini memisalkan $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 1$.
4. Menduga paramater regresi dengan menggunakan MKT, MVE- *Bootstrap*, dan MCD-*Bootstrap* terhadap masing-masing variabel tak bebas.
5. Mengulangi langkah 1 sampai dengan 4 sebanyak 1000 kali.
6. Menghitung dan membandingkan nilai bias dan MSE masing-masing parameter hasil dugaan dari MKT, MVE-*Bootstrap,* dan MCD-*Bootstrap* untuk semua ukuran sampel dan persentase pencilan.

3. Hasil dan Pembahasan

Setelah dilakukan simulasi dengan pengulangan 1000 kali menggunakan data dengan beberapa ukuran sampel dan ukuran persentase pencilan, maka diperoleh hasil sebagai berikut.

3.1 Nilai Bias pada Setiap Ukuran Sampel dan Persentase Pencilan

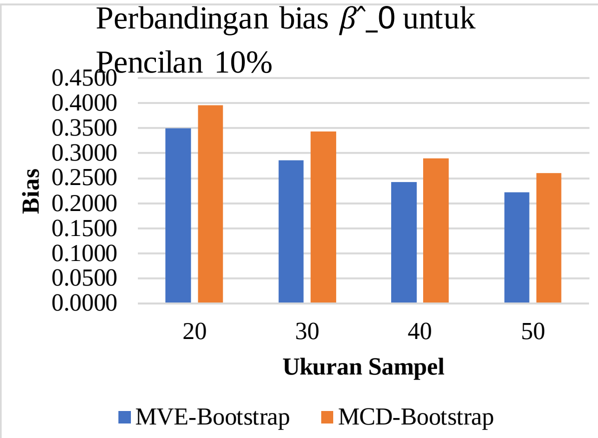
Dari hasil perhitungan yang dilakukan dengan menggunakan program R didapatkan nilai bias dari MKT, MVE-*Bootstrap*, dan MCD-*Bootstrap* sebagai berikut.

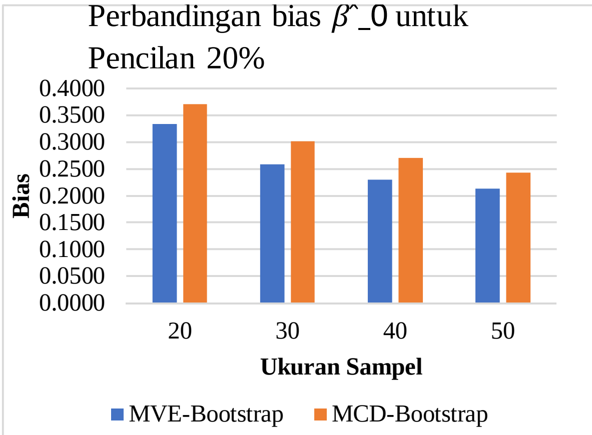
Tabel 1. Nilai Bias Pendugaan Parameter Regresi Menggunakan MKT, MVE-*Bootstrap*, dan MCD-*Bootstrap*

Pencilan	N	BIAS								
		MKT			MVE-Bootstrap			MCD-Bootstrap		
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
10%	20	4,9800	3,0800	3,0340	0,3500	0,4820	0,5030	0,3970	0,5540	0,5910
	30	4,9310	2,3470	2,4080	0,2860	0,4030	0,3890	0,3440	0,5090	0,5000
	40	5,0070	2,1130	2,0070	0,2420	0,3310	0,3410	0,2900	0,4210	0,4250
	50	4,9990	1,8190	1,8130	0,2230	0,3070	0,3120	0,2610	0,3990	0,3780
20%	20	9,9900	4,0100	4,0200	0,3340	0,4280	0,4090	0,3710	0,4650	0,4600
	30	10,0010	3,1810	3,2350	0,2590	0,3400	0,3430	0,3020	0,4160	0,4240
	40	9,9850	2,6810	2,6420	0,2310	0,3070	0,2980	0,2710	0,3870	0,3720
	50	9,9970	2,3180	2,4080	0,2140	0,2700	0,2860	0,2440	0,3410	0,3460

Berdasarkan Tabel 1 dapat dilihat bahwa nilai bias metode MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap* lebih kecil dibandingkan MKT, bahkan memiliki selisih yang cukup jauh pada setiap ukuran sampel dan persentase pencilan. Dalam hal ini jelas menunjukkan bahwa parameter regresi yang diduga oleh MKT sangat buruk atau jauh dari parameter yang sebenarnya, sehingga tidak perlu diperbandingkan lebih jauh dengan MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap*. Adapun perbandingan nilai bias metode MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap* dapat dilihat pada gambar berikut.

3.2 Perbandingan Bias pada Setiap Ukuran Sampel dan Persentase Pencilan

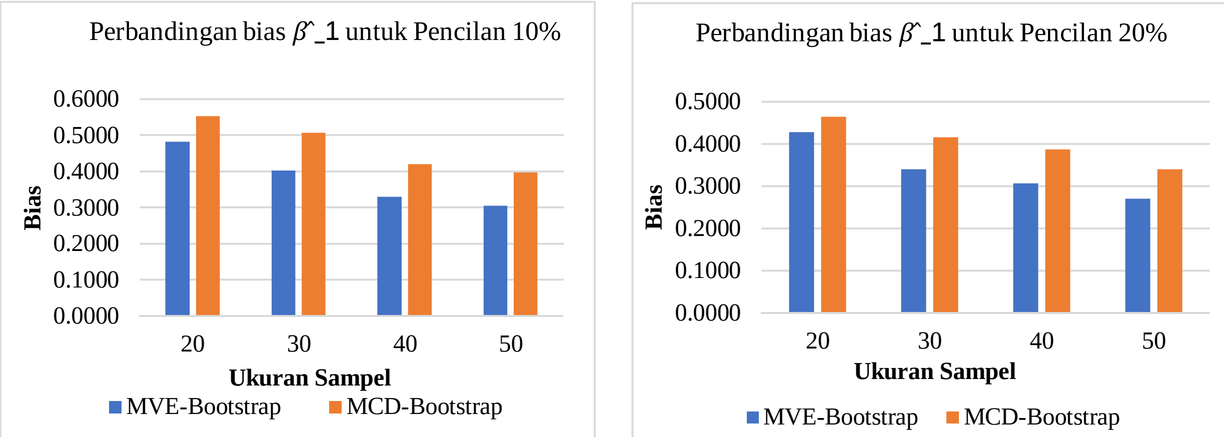




Gambar 1. Perbandingan bias $\hat{\beta}_0$ metode MVE-*Bootsrap* dan MCD-*Bootstrap* pada setiap persentase pencilan dan ukuran sampel.

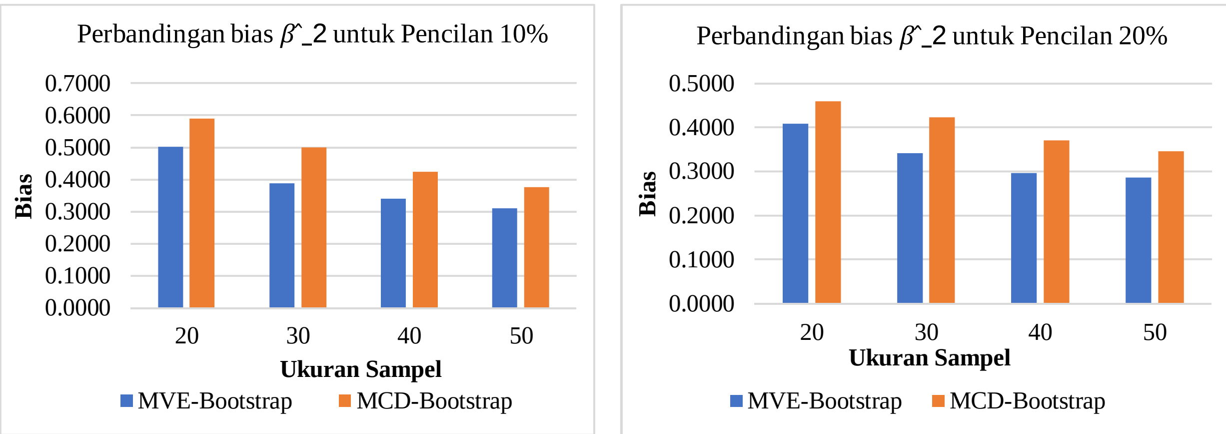
ISBN No. 978-623-90150-0-8

Berdasarkan Gambar 1 dapat terlihat bahwa untuk pendugaan β_0, nilai bias yang dihasilkan metode MVE-*Bootstrap* lebih kecil dibandingkan MCD-*Bootstrap* pada semua ukuran sampel, baik yang memiliki persentase pencilan 10% maupun pencilan 20%. Dalam hal ini dapat pula terlihat bahwa semakin besar ukuran sampel, maka bias yang dihasilkan oleh kedua metode semakin kecil. Selanjutnya grafik perbandingan bias $\hat{\beta}_1$ dapat dilihat pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Perbandingan bias $\hat{\beta}_1$ metode MVE-*Bootsrap* dan MCD-*Bootstrap* pada setiap persentase pencilan dan ukuran sampel.

Seperti halnya dengan pendugaan β_0, pada pendugaan β_1 juga dapat dilihat bahwa nilai bias yang dihasilkan oleh MVE-*Bootstrap* lebih kecil dibandingkan MCD-*Bootstrap* pada semua ukuran sampel dan semua persentase pencilan. Namun, selisih bias MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap* pada data dengan persentase pencilan 10% tampak lebih besar dibandingkan pada data dengan persentase pencilan 20% untuk semua ukuran sampel. Adapun grafik perbandingan bias $\hat{\beta}_2$ diperoleh seperti pada Gambar 3 berikut ini.



Gambar 3. Perbandingan bias $\hat{\beta}_2$ metode MVE-Bootsrap dan MCD-*Bootstrap* pada setiap persentase pencilan dan ukuran sampel.

Dari Gambar 3. dapat dilihat bahwa untuk pendugaan β_2 juga menghasilkan perbandingan bias yang sama pada pendugaan β_0 dan β_1. Hal ini ditunjukkan dengan nilai bias MVE-*Bootstrap* yang lebih kecil dibandingkan MCD-*Bootstrap*, baik untuk sampel dengan persentase pencilan sebesar 10% maupun 20%.

Berdasarkan perbandingan nilai biasnya, metode MVE-*Bootstrap* lebih baik dibandingkan dengan MCD-*Bootstrap* dalam menduga parameter regresi pada data yang berukuran kecil dan mengandung pencilan. Hal ini dikarenakan nilai bias yang dihasilkan oleh MVE-*Bootstrap* lebih kecil dibandingkan MCD-*Bootstrap* pada simulasi data yang telah dilakukan. .Namun, untuk membandingkan ketegaran kedua metode tersebut tidak cukup hanya dilihat berdasarkan nilai biasnya, tetapi juga perlu dilihat pula perbandingan nilai MSE yang dihasilnya oleh masing-masing metode agar diperoleh kesimpulan yang akurat.

3.3 Nilai *Mean Square Error* (MSE) pada Ukuran Sampel dan Setiap Persentase Pencilan

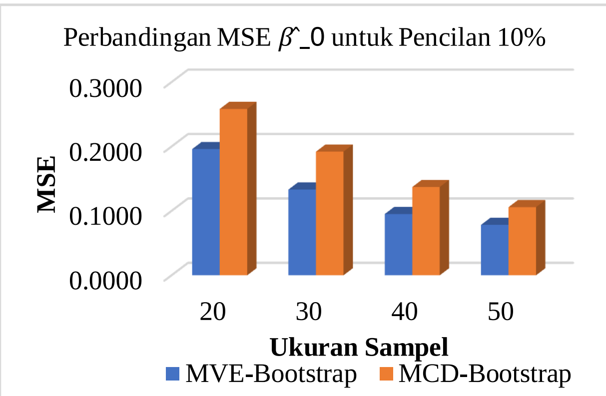
Dari hasil perhitungan yang dilakukan dengan menggunakan program R i386 3.5.1, maka didapatkan nilai MSE dari MKT, MVE-*Bootstrap*, dan MCD-*Bootstrap* sebagai berikut.

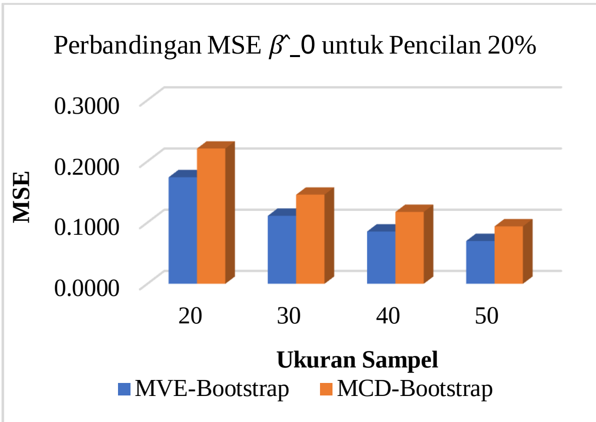
Tabel 2. Nilai MSE Hasil Pendugaan Parameter Regresi Metode MKT, MVE-*Bootstrap*, dan MCD-*Bootstrap*

Pencilan	N	MSE								
		MKT			MVE-Bootstrap			MCD-Bootstrap		
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
10%	20	26,3280	14,7350	14,4560	0,1960	0,3990	0,4330	0,2580	0,5220	0,6080
	30	24,9090	8,6850	9,3080	0,1330	0,2720	0,2470	0,1920	0,4370	0,4120
	40	25,4230	6,9550	6,4780	0,0950	0,1820	0,1930	0,1370	0,2950	0,2940
	50	25,1960	5,2000	5,1690	0,0780	0,1520	0,1600	0,1060	0,2530	0,2280
20%	20	102,6430	25,4370	26,0830	0,1740	0,3350	0,2940	0,2210	0,3740	0,3650
	30	101,2390	16,1380	16,2100	0,1110	0,1920	0,1970	0,1460	0,2920	0,2900
	40	100,2670	11,4300	10,9290	0,0850	0,1580	0,1410	0,1170	0,2470	0,2310
	50	100,2650	8,4690	8,9930	0,0700	0,1260	0,1310	0,0940	0,1970	0,1960

Berdasarkan Tabel 2 dapat dilihat bahwa nilai MSE metode MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap* lebih kecil dibandingkan MKT, bahkan memiliki selisih yang sangat jauh pada setiap persentase pencilan dan ukuran sampel. Dalam hal ini sekali lagi menunjukkan bahwa MKT tidak dapat menduga parameter regresi secara akurat pada data yang mengandung pencilan, sehingga tidak perlu diperbandingkan lebih jauh dengan hasil pendugaan metode *robust* MVE-Bootstrap dan MCD-*Bootstrap*. Perbandingan MSE metode MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap* dapat dilihat pada gambar berikut.

3.4 Perbandingan MSE pada Setiap Ukuran Sampel dan Persentase Pencilan

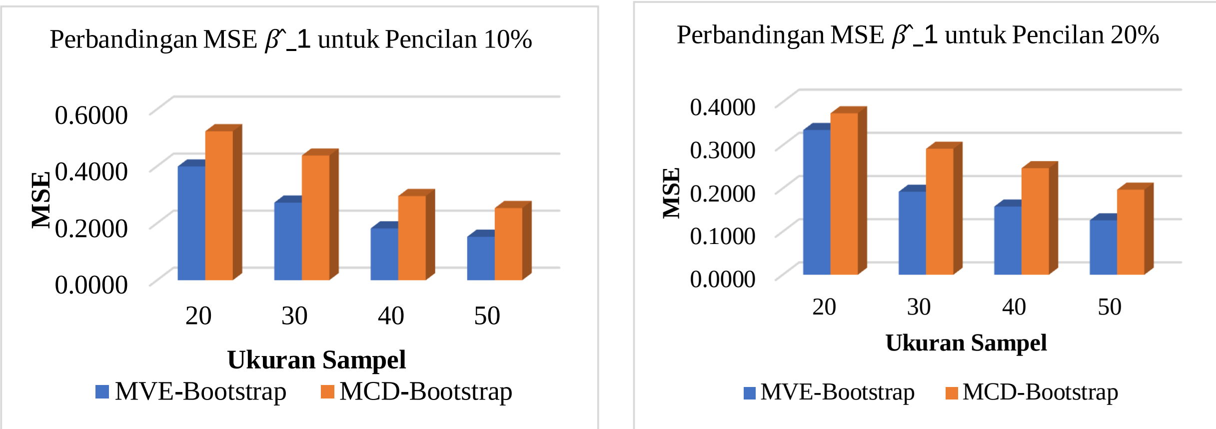




Gambar 4. Perbandingan MSE $\hat{\beta}_0$ metode MVE-*Bootsrap* dan MCD-*Bootstrap* pada setiap persentase pencilan dan ukuran sampel.

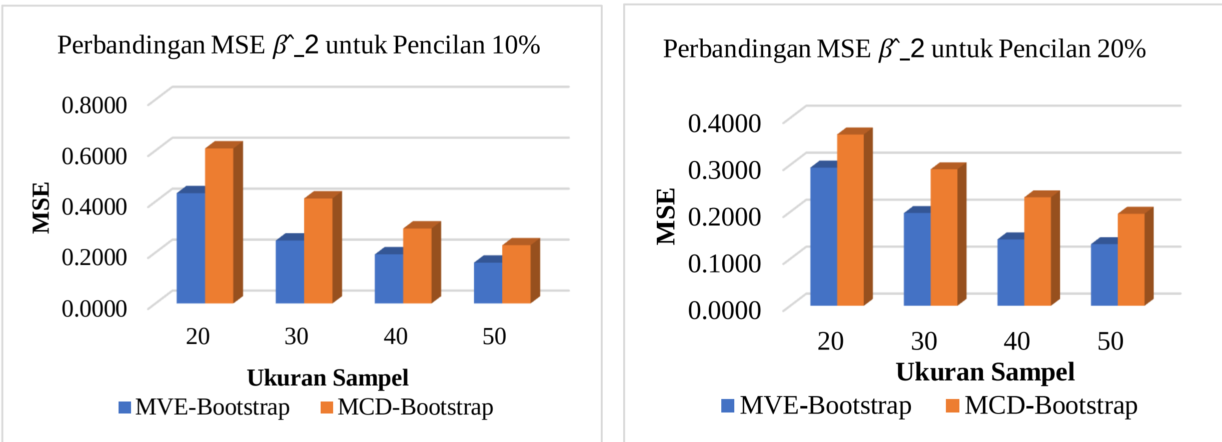
Berdasarkan Gambar 4 dapat jelas terlihat bahwa untuk pendugaan β_0, metode MVE-*Bootstrap* menghasilkan MSE yang lebih kecil dibandingkan MCD-*Bootstrap* pada semua ukuran sampel dan semua persentase pencilan. Selain itu, dapat pula terlihat bahwa semakin besar ukuran sampel, maka MSE yang dihasilkan oleh kedua metode semakin kecil. Hal ini menunjukkan bahwa metode MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap* bersifat konsisten. Selanjutnya grafik perbandingan MSE $\hat{\beta}_1$ dapat dilihat pada Gambar 5 berikut.

ISBN No. 978-623-90150-0-8



Gambar 5. Perbandingan MSE $\hat{\beta}_1$ metode MVE-*Bootsrap* dan MCD-*Bootstrap* pada setiap persentase pencilan dan ukuran sampel.

Seperti halnya dengan pendugaan β_0, pada pendugaan β_1 metode MVE-*Bootstrap* juga menghasilkan MSE yang lebih kecil dibandingkan MCD-*Bootstrap* pada semua ukuran sampel, baik data dengan persentase pencilan sebesar 10% maupun 20%. Dari Gambar 5 juga dapat pula dilihat bahwa semakin besar ukuran sampel, maka MSE yang dihasilkan oleh kedua metode semakin kecil. Hal ini menunjukkan bahwa metode MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap* memiliki sifat konsisten. Adapun grafik perbandingan MSE $\hat{\beta}_2$ diperoleh seperti pada Gambar 6 berikut.



Gambar 6. Perbandingan MSE $\hat{\beta}_2$ metode MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap* pada setiap persentase pencilan dan ukuran sampel.

Dari Gambar 6 dapat dilihat bahwa untuk pendugaan β_2 juga menghasilkan perbandingan MSE yang sama pada pendugaan β_0 dan β_1. Hal ini ditunjukkan dengan nilai MSE MVE-*Bootstrap* yang lebih kecil dibandingkan MCD-*Bootstrap*, baik untuk sampel dengan persentase pencilan sebesar 10% maupun 20%. Selain itu, dapat pula terlihat bahwa semakin besar ukuran sampel, maka MSE yang dihasilkan oleh kedua metode semakin kecil. Hal ini menunjukkan bahwa metode MVE-*Bootstrap* dan MCD-*Bootstrap* konsisten.

Berdasarkan nilai *Mean Square Error* (MSE) yang dihasilkan kedua metode, dapat dilihat bahwa nilai MSE MVE-*Bootstrap* jauh lebih kecil dari MSE MCD-*Bootstrap*. Hal ini jelas membuktikan bahwa MVE-*Bootstrap* merupakan penduga yang lebih baik dibandingkan MCD-*Boostrap* dalam menduga parameter regresi pada data berukuran kecil yang mengandung pencilan.

4. Kesimpulan

Berdasarkan uraian di atas dapat diketahui bahwa MVE-*Bootstrap* memiliki nilai bias yang lebih kecil dibandingkan MCD-*Bootstrap* untuk semua ukuran sampel dan persentase pencilan. Selain itu, *mean square error* (MSE) yang dihasilkan oleh MVE-*Bootstrap* juga lebih kecil dari MCD-*Bootstrap* untuk semua ukuran sampel, baik

ISBN No. 978-623-90150-0-8

pada data dengan perasentase pencilan 10% maupun 20%. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa metode MVE-*Bootstrap* lebih baik dibandingkan MCD-*Bootstrap* dalam menduga parameter regresi pada data berukuran kecil yang mengandung pencilan.

5. Daftar Pustaka

Ardiyanti, H. (2011). Perbandingan Keefektifan Metode Regresi Robust Estimasi-M dan Estimasi-MM karena Pengaruh Outlier dalam Analisis Regresi Linear. Skripsi. Universitas Negeri Semarang.

Candraningtyas, S., Safitri, D., dan Ispriyanti, D. (2013). Regresi Robust MM-Estimator untuk Penanganan Pencilan pada Regresi Linier Berganda. Jurnal Gaussian, 2(4), 395-404.

Dayanti, N.P., Suciptawati, N.L., dan Susilawati, M. (2016). Penerapan Bootstrap dalam Metode Minimum Covariance Determinant (MCD) dan Least Median Square (LMS) pada Analisis Regresi Linear Berganda. *E-Jurnal Matematika*, 5(1), 22-26.

Febrianto, L.S. (2016). Perbandingan Metode Robust Least Median Of Square (LMS) Dan Penduga S untuk Menangani Outlier Pada Regresi Linier Berganda. Skripsi. Universitas Negeri Semarang.

Ghazali, A., Yuniarti, D., dan Hayati, M.N. (2015). Metode Regresi Robust Dengan Estimasi-M pada Regresi Linier Berganda. *Jurnal Eksponensial*, 6(2), 137-142.

Gusriani, N., Firdaniza, dan Hertini, E. (2013). Bootstrap pada Analisis Regresi Linier Berganda Berdasarkan Penaksir MCD (pp. 629-633). Bandung, Indonesia: Departemen Matematika, Universitas Padjajaran.

Haditama, H. (2011). Analisis Regresi Robust pada Data Mengandung Pencilan dengan Metode Least Median Square. Skripsi. Universitas Jember.

Husna, I. (2015). Perbandingan Regresi Robust Least Median Of Squares (LMS) dan Least Trimmed Squares (LTS) dalam Mengatasi Masalah Pencilan. Skripsi. Universitas Sumatera Utara.

Kumalasari, N., Suciptawati, N., dan Susilawati, M. (2017). Perbandingan Metode MCD-Bootstrap dan LAD-Bootstrap dalam Mengatasi Pengaruh Pencilan pada Analisis Regresi Linear Berganda. *E-Jurnal Matematika,* 6(1), 47-55.

Kurniadi, M., Aritonang, M., dan Mara, M.N. (2012). Mendeteksi Outlier dengan Metode Minimum Covariance Determinant. *Bimaster*, 1(1), 31-40.

Mashitah, Wibowo, A., dan Indriani, D. (2013). Metode Robust Regression on Ordered Statistics (ROS) pada Data Tersensor Kiri dengan Outlier. *Jurnal Biometrika,* 2(2), 148-157.

Nisa, K. (2006). Analisisi Regresi Robust Menggunakan Metode Least Trimmed Square untuk Data Mengandung Pencilan. *Jurnal Ilmiah MIPA*, 9(2), 93-100.

Notiragayu dan Nisa, K. (2008). Analisis Regresi Komponen Utama Robust untuk Data Mengandung Pencilan. *Jurnal Sains MIPA*, 14(1), 45-50.

Nurdin, M., Raupong, dan Islamiyati, A. (2014). Penggunaan Regresi Robust pada Data yang Mengandung Pencilan dengan Metode Momen. *Jurnal Matematika, Statistika, dan Komputasi*, 10(2), 114-123.

Olive, D.J. (2005). *Applied Robust Statistics*. Carbondale: Southern Illinois University.

Parmikanti, K., Irianingsih, I., Joebaidi, K., dan Rusyaman. (2016). Menentukan Pusat Elips pada Metode MVE Menggunakan Jarak Robust (pp. 307-310). Jatinangor, Indonesia: Departemen Matematika, Universitas Padjajaran.

Sembiring, R.K. (2003). *Analisis Regresi*. Ed. ke-2. Bandung: ITB.

ISBN No. 978-623-90150-0-8

Shodiqin, A., Aini,A.N., dan Rubowo, M.R. (2018). Perbandingan Dua Metode Regresi Robust yakni Metode Least Trimmed Squares (LTS) Dengan Metode Estimator-MM (Estmasi-MM) (Studi Kasus Data Ujian Tulis Masuk Terhadap Hasil IPK Mahasiswa Upgris). *Jurnal Ilmiah Teknosains*, 4(1), 35-42.

Sungkono, J. (2015). Bootstrap Resampling Observasi pada Estimasi Parameter Regresi Menggunakan Software R. *Magistra*, 27(92), 101-106.

Wulandari, S., Salam, N., dan Anggraini, D. (2010). Perbandingan Metode Robust MCD-LMS, MCD-LTS, MVE-LMS, dan MVE-LTS dalam Analisis Regresi Komponen Utama. *Jurnal Matematika Murni dan Terapan*, 4(1), 57-64.