



SEMINAR NASIONAL  
METODE KUANTITATIF II  
2018

# PROSIDING

**SEMINAR  
NASIONAL**

**METODE KUANTITATIF II  
2018**

**PENGGUNAAN MATEMATIKA, STATISTIKA  
DAN KOMPUTER DALAM BERBAGAI DISIPLIN ILMU  
UNTUK MEWUJUDKAN DAYA SAING BANGSA**

**PROSIDING  
SEMINAR NASIONAL  
METODE KUANTITATIF II 2018  
(SNMK II 2018)**

**“Penggunaan matematika, statistika, dan komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk meningkatkan daya saing bangsa dalam bidang sains dan teknologi”**

**Bandar Lampung, 19-20 November 2018**

**Penerbit  
Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Lampung**

## Steering Committee

Prof. Dr. Hasriadi Mat Akin, M.P, *Universitas Lampung* (Rektor Unila)  
Prof. Dr. Bujang Rahman, *Universitas Lampung*  
Prof. Dr. Ir. Kamal, M.Sc, *Universitas Lampung*  
Ir. Warsono, M.Sc., Ph.D, *Universitas Lampung*  
Dr. Hartoyo, M.Si, *Universitas Lampung*  
Prof. Warsito, S.Si., DEA, Ph.D, *Universitas Lampung* (Dekan FMIPA Unila)  
Prof. Dr. Sutopo Hadi, S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*  
Dian Kurniasari S.Si., M.Sc, *Universitas Lampung*  
Drs. Suratman Umar, M.Sc., *Universitas Lampung*  
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D, *Universitas Lampung*

## Reviewer

Prof. Drs. Mustofa , M.A., Ph.D  
Drs. Suharsono, M.Sc., Ph.D  
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si  
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

## Editor

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.  
Prof. Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D  
Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si  
Dr. Ir. Netti Herawati, M.Sc

## Managing Editor

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.  
Azwar Rizaldy  
Gesang Subarkah  
Evrilia Rahmawati

## Penerbit :

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Lampung

## Redaksi

Jurusan Matematika FMIPA Unila  
Jl. Prof. Soemantri Brojonegoro No 1  
Bandar Lampung 35145  
Telp/Faks. 0721-704625  
Email : [snmk.matematika@gmail.com](mailto:snmk.matematika@gmail.com)  
Cetakan pertama, Februari 2019  
Hak cipta dilindungi undang-undang  
Dilarang memperbanyak karya tulis ini dalam bentuk dan dengan cara apapun tanpa izin  
tertulis dari penerbit.



## KATA PENGANTAR

*Bismillahirrohmaanirrohiim*

*Assalaamu 'alaykum warohmatulloohi wabarokaatuh*

Puji syukur alhamdulillah kami haturkan kepada Alloh s.w.t., karena berkat kuasa dan pertolongan-Nya acara Seminar Nasional Metode Kuantitatif (SNMK) II Tahun 2018 ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. SNMK II 2018 ini terselenggara atas kerja sama Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Lampung dan Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung. Penyelenggaraan SNMK II 2018 merupakan tindak lanjut dari kesuksesan SNMK pertama pada tahun 2017 lalu. Adapun tema yang diusung adalah “Penggunaan Matematika, Statistika dan Komputer dalam berbagai disiplin ilmu untuk mewujudkan daya saing bangsa”.

SNMK II 2018 diikuti oleh peserta dari berbagai institusi di Indonesia diantaranya Badan Pusat Statistik, Institut Teknologi Sepuluh November Surabaya, Universitas Lambung Mangkurat, Badan Meteorologi dan Geofisika, Universitas Teknokrat Indonesia, Universitas Sang Bumi Ruwa Jurai, Universitas Lampung dan lain-lain. Dengan berkumpulnya para peneliti, baik itu dosen maupun mahasiswa, dari berbagai institusi dan disiplin ilmu yang berbeda untuk berbagi pengalaman dan hasil penelitian pada kegiatan SNMK II ini diharapkan semakin memperluas wawasan keilmuan dan jaringan kerja sama di antara sesama peserta atau institusi. Lebih jauh lagi tentunya memberikan dampak positif pada peningkatan kualitas iklim akademik khususnya di Unila.

Selanjutnya kami haturkan terima kasih dan selamat kepada para penulis yang telah berkontribusi pada terbitnya prosiding SNMK II 2018. Mudah-mudahan artikel yang diterbitkan pada prosiding ini dapat memberikan inspirasi dan gagasan pada para pembaca untuk mengembangkan penelitiannya sehingga dapat menghasilkan publikasi yang lebih berkualitas.

Atas nama panitia, kami mengucapkan banyak terima kasih kepada Rektor Unila, Ketua LPPM Unila dan Dekan FMIPA Unila serta Ketua Jurusan Matematika FMIPA Unila yang telah mendukung penuh sehingga penyelenggaraan SNMK II 2018 hingga terbitnya prosiding ini dapat berjalan dengan lancar dan sukses. Khususnya kepada seluruh panitia, terima kasih tak terhingga atas segala usaha dan kerja kerasnya demi kesuksesan acara dan terbitnya prosiding ini. Semoga Alloh s.w.t. membalasnya dengan kebaikan yang berlipat ganda. Tak lupa, mohon maaf apabila ada layanan, tingkah laku atau tutur kata dari kami yang kurang berkenan.

Bandar Lampung, 19 November 2018

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.  
Ketua

## DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR.....</b>	<b>i</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>ii</b>
Aliran MHD Fluida Nano Melewati Bola Bermagnet Dengan Pengaruh Konveksi Campuran oleh <i>Basuki Widodo</i> .....	1
Inferensi Regresi Semiparametrik Untuk Data Hilang Menggunakan Metode <i>Likelihood</i> Empiris Dan Simulasinya Menggunakan R oleh <i>Yuana Sukmawaty</i> , dan <i>Nur Salam</i> .....	9
Penentuan Struktur Dan Kadar Flavonoid Ekstrak Polar Daun Gamal ( <i>Gliricidia Maculata</i> ) Kultivar Lampung Barat Sebagai Insektisida Nabati Pada Kutu Putih Tanaman Kopi ( <i>Planococcus Citri</i> , Hemiptera: Pseudococcidae) oleh <i>Hona Anjelina Putri</i> , dan <i>Nismah Nukmal</i> .....	17
Solusi Analitik Persamaan Laplace Pada Suatu Cakram oleh <i>Yulia Novita</i> , <i>Suharsono S.</i> , <i>Agus Sutrisno</i> , dan <i>Dorrah Azis</i> .....	25
Kajian <i>Best-Fit</i> Distribusi Probabilitas Untuk Curah Hujan Harian Dan Aplikasinya Dalam Mitigasi Hujan Ekstrim Di Pulau Sumatera oleh <i>Achmad Raflie Pahlevi</i> , dan <i>Warsono</i> .....	28
Kuantifikasi Dan Penentuan Struktur Senyawa Flavonoid Ekstrak Polar Daun Gamal ( <i>Gliricidia Maculata</i> ) Kultivar Pringsewu Dan Uji Toksisitas Terhadap Kutu Putih Sirsak ( <i>Pseudococcus Cryptus</i> , Hemiptera: Pseudococcidae) oleh <i>Yayang Anas Persada</i> , dan <i>Nismah Nukma</i> .....	39
Barisan Bilangan Fibonacci <i>N</i> -Bebas oleh <i>Irmawati</i> , <i>Amanto</i> , <i>Agus Sutrisno</i> , dan <i>Muslim Ansori</i> .....	49
Metode Estimasi <i>Diagonal Weighted Least Square</i> (DWLS) Untuk Berbagai Ukuran Sampel (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila) oleh <i>Eri Setiawan</i> , <i>Nurkholifa Sholihat</i> , dan <i>Netti Herawati</i> .....	53
<i>Singgah Pai</i> : Aplikasi Android Untuk Melestarikan Budaya Lampung oleh <i>Putri Sukma Dewi</i> , <i>Refiesta Ratu Anderha</i> , <i>Lily Parnabhakti</i> , dan <i>Yolanda Dwi Prastika</i> .....	62
Metode Estimasi <i>Weighted Least Square</i> (WLS) Untuk Berbagai Ukuran Sampel (Studi Kasus Kualitas Pelayanan Perpustakaan Unila) oleh <i>Eri Setiawan</i> , <i>Wardhani Utami Dewi</i> , dan <i>Rudi Ruswandi</i> .....	68
Perbandingan Metode Solusi Awal Layak Pada Data Biaya Pengiriman Beras Perum Bulog Divre Lampung oleh <i>Dwi Wahyu Lestari</i> , dan <i>Dian Kurniasari</i> .....	77



Segmentasi Kabupaten/ Kota Berdasarkan Karakteristik Penduduk Lanjut Usia Provinsi Jawa Tengah Tahun 2017 oleh <i>Agustina Riyanti, dan Tri Rena Maya Sari</i> .....	86
Penerapan Metode <i>Autoregressive Distributed Lag</i> (Ardl) Dalam Memodelkan Persentase Penduduk Miskin Terhadap Tingkat Pengangguran Terbuka Di Provinsi Lampung Periode 2011-2017 oleh <i>Moni Dwi Fenski, Nusyirwan, dan Agus Sutrisno</i> .....	95
Simulasi Pemodelan Klaim Agregasi Dengan Jumlah Klaim Berdistribusi Poisson Dan Besar Klaim Berdistribusi Rayleigh oleh <i>Rudi Ruswandi, Ira Syavitri, dan Subian Saidi</i> .....	105
Karakteristik Fungsi Phi ( $\emptyset$ ) Euler oleh <i>Rini Karina Agustini, Suharsono S., Wamiliana, dan Notiragayu</i> .....	110
Pemodelan Matematika Dan Analisis Kestabilan Pada Penyebaran Penyakit Campak Dengan Pengaruh Vaksinasi oleh <i>Farida, Agus Sutrisno, Dorrah Aziz, dan Tiryono Ruby</i> .....	114
Evaluasi Nilai UN Sma/Ma IPA Provinsi Lampung Dengan Graf <i>Maximum Spanning Tree</i> oleh <i>Sugama Maskar, Refiesta Ratu Anderha, dan Andriyanto</i> .....	123
Penentuan Rute Terpendek Pada Optimalisasi Jalur Tol Trans Jawa Dengan Menerapkan Algoritma <i>Floyd-Warshall</i> oleh <i>Maharani Damayanti, Notiragayu, dan La Zakaria</i> .....	131
Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde Lima Dengan Garis Paralel Atau <i>Loop</i> Maksimal Dua Serta Garis Non Paralel Maksimal Enam oleh <i>Dracjat Indrawan, Wamiliana, Asmiati, dan Amanto</i> .....	139
Solusi Eksak Klasik Persamaan Tricomi oleh <i>Aura Purwaningrum, Suharsono S., Tiryono Ruby, dan Agus Sutrisno</i> .....	144
Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Titik Berorde Empat oleh <i>Lucia Dessie Natasha, Wamiliana, Aang Nuryaman, dan Amanto</i> .....	148
Beberapa Penggunaan Rantai Markov Pada Saat Kondisi Stabil (Steady State) oleh <i>Dimas Rahmat Saputra, Dian Kurnia Sari, dan Wamiliana</i> .....	157
Ruang Barisan Selisih $L_{3/2}(\Delta_2)$ oleh <i>Aulia Rahman, Muslim Anshori, dan Dorrah Aziz</i> .....	163
Solusi Analitik Untuk Sistem KDV Homogen Dengan Metode Analisis Homotopi (HAM) oleh <i>Anita Rahmasari, Suharsono S., dan Asmiati</i> .....	171
Alokasi Dana Dari Premi Asuransi Jiwa Syariah Menggunakan Metode Dwiguna oleh <i>Rudi Ruswandi, Arum Mardiyah Nurvitasari, dan La Zakaria</i> .....	178

Analisis Biplot dalam pengelompokan Persepsi antaretnik di Bakauheni Lampung Selatan oleh <i>Karomani dan Nusyirwan</i> .....	184
Perbandingan <i>MVE-BOOTSTRAP</i> dan <i>MCD-BOOTSTRAP</i> dalam Analisis Regresi Linear Berganda pada Data Berukuran Kecil yang Mengandung Pencilan oleh <i>Ario Pandu, dan Khoirin Nisa</i> .....	192
Analisis Uji Keandalan Dua Populasi Dengan Data Tersensor oleh <i>A.S Awalluddin</i> .....	202
Iteraksi Inflasi dan Jumlah Uang Beredar di Indonesia dengan Model Bivariate Vector Autoregressive oleh <i>K. Nurika Damayanti</i> .....	211
Pengelompokan Kabupaten/ Kota Berdasarkan Indikator Pembangunan Daerah Provinsi Lampung Tahun 2017 oleh <i>Abdul Kadir</i> .....	222
Penggunaan Teori Antrian <i>Multi-Server</i> Dengan Distribusi Erlang oleh <i>Muhammad Taufik Rizal , Widiarti, Wamiliana, dan Rudi Ruswandi</i> .....	228
Aplikasi <i>Multiple Classification Analysis</i> (MCA) Dalam Analisis Pengaruh Variabel Sosial Ekonomi dan Demograf Terhadap Lama Sekolah Provinsi Lampung Tahun 2017 oleh <i>Desliyani Tri Wandita</i> .....	237
Keanekaragaman Arthropoda Tanah Pada Dua Tipe Pengelolaan Lahan Kopi ( <i>Coffea</i> spp.) di Kecamatan Gedung Surian Kabupaten Lampung Barat oleh <i>Siti Ardiyanti, Suratman Umar, Nismah Nukmal, dan M. Kanedi</i> .....	244
Perbandingan <i>Mean Squared Error</i> (MSE) Metode <i>Jackknife</i> dan <i>Bootstrap</i> Pada Pendugaan Area Kecil Model Logit-Binomial oleh <i>Shindy Dwiyanti, Widiarti, dan Khoirin Nisa</i> .....	252
Aplikasi Distribusi Statistik dalam Memonitor Kualitas Udara di Bukit Kotatabang oleh <i>Raeni Chindi Defi Ocvilia, Achmad Raflie Pahlevi, Warsono, dan Mareta Asnia</i> .....	256
Klustering Kabupaten/Kota di Provinsi Lampung Berdasarkan Indikator Kesejahteraan Rakyat Tahun 2017 oleh <i>Tri Rena Mayasari</i> .....	263
Konstruksi Model Aljabar Max-Plus Interval Atas Struktur Hirarkis Jalur Kereta Api Semi-Double Track oleh <i>Tri Utomo ,dan Eristia Arfi</i> .....	271

# SIMULASI PEMODELAN KLAIM AGREGASI DENGAN JUMLAH KLAIM BERDISTRIBUSI POISSON DAN BESAR KLAIM BERDISTRIBUSI RAYLEIGH

Rudi Ruswandi<sup>1\*</sup>, Ira Syavitri<sup>1</sup>, Subian Saidi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Jurusan Matematika Universitas Lampung  
Jl. Prof. Sumantri Brojonegoro No. 1 Bandar Lampung, 35145  
Penulis Korespondensi: [rudikata@gmail.com](mailto:rudikata@gmail.com)<sup>1</sup>

## Abstrak

*Klaim adalah pengalihan risiko dari tertanggung kepada penanggung. Klaim yang terjadi secara individu disebut klaim individu. Sedangkan kumpulan dari klaim individu disebut klaim agregasi pada periode tunggal asuransi kendaraan. Klaim agregasi terdiri dari pola jumlah dan besar klaim individu. Sehingga model dari klaim agregasi terbentuk dari masing-masing distribusi jumlah dan besar klaim. Distribusi klaim didasarkan pada fungsi densitas probabilitas dan fungsi densitas kumulatif. Maka dilakukan pemodelan klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi Poisson dan besar klaim berdistribusi Rayleigh. Distribusi Rayleigh merupakan salah distribusi nilai ekstrim yang dapat mengatasi nilai yang cukup besar. Serta distribusi Rayleigh merupakan hal khusus dari distribusi Weibull ketika parameter  $\beta = 2$ . Hasil dari simulasi dengan menetapkan parameter distribusi poisson yaitu  $\lambda = 2$  dan parameter distribusi Rayleigh yaitu  $k = 0,125$  adalah memperoleh model campuran klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi Poisson dan besar klaim berdistribusi Rayleigh. Serta diperoleh nilai premi murni total berdasarkan nilai ekspektasi klaim agregasi dan nilai risiko maksimum berdasarkan VaR (value at risk) setiap pemegang polis dengan menggunakan software R.*

**Kata Kunci :** *Klaim Agregasi, Distribusi Rayleigh, Premi Murni, Risiko Maksimum.*

## 1. Pendahuluan

Risiko merupakan bentuk ketidakpastian tentang suatu keadaan yang akan terjadi pada masa yang akan datang. Sehingga diperlukan cara untuk mengatasi risiko tersebut. Salah satu cara untuk mengatasi risiko tersebut adalah dengan menggunakan jasa asuransi. Asuransi merupakan salah satu bentuk pengendalian risiko dari tertanggung kepada penanggung. Perusahaan asuransi harus bisa mengidentifikasi suatu risiko dengan mempelajari karakteristik dari risiko tersebut. Setelah langkah mengidentifikasi risiko, maka penanggung dapat mengetahui karakter risiko dimana karakter risiko inilah yang dapat dipelajari dalam suatu model distribusi klaim. Distribusi klaim digambarkan dalam suatu distribusi densitas baik sebagai fungsi densitas probabilitas maupun fungsi densitas kumulatif. Klaim merupakan pengalihan risiko dari tertanggung kepada penanggung. Risiko yang terjadi secara individu disebut klaim individu, sedangkan kumpulan dari klaim individu disebut klaim agregasi. Karena klaim agregasi merupakan kumpulan klaim individu, maka dapat diketahui pola klaim agregasi dari perilaku jumlah dan besar klaim individu. Sehingga model klaim agregasi diperoleh dari model distribusi jumlah dan besar klaim individu dari distribusi masing-masing klaim. Biasanya besar klaim berdistribusi eksponensial atau distribusi dalam keluarga eksponensial seperti distribusi Normal, *Weibull*, *Rayleigh* dan sebagainya. Beberapa keluarga eksponensial juga masuk ke dalam distribusi nilai ekstrim. Distribusi nilai ekstrim merupakan distribusi dari suatu variabel random yang memiliki batasan nilai minimum dan maksimum. Sehingga distribusi nilai ekstrim banyak digunakan sebagai distribusi besar klaim dikarenakan besar klaim biasanya memiliki ukuran yang cukup besar atau ekstrim. Distribusi *Rayleigh* merupakan salah satu distribusi nilai ekstrim. Sehingga dalam penelitian ini akan diuraikan simulasi pemodelan klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi *Poisson* dan besar klaim berdistribusi *Rayleigh*. Pemodelan klaim agregasi diuraikan berdasarkan fungsi densitas probabilitasnya dan dapat diketahui ukuran rata-rata dan varian. Dalam asuransi ukuran rata-rata risiko digunakan untuk perhitungan premi murni serta dengan nilai varian dapat diperoleh nilai risiko atau *value at risk* (VaR) yang merupakan metode yang sering kali digunakan dalam perhitungan risiko.



## 2. Asuransi

Menurut Bowers dkk (1997), dalam sistem asuransi menyatakan bahwa perusahaan asuransi merupakan pihak yang menanggung risiko kerugian dari tertanggung jika kerugian terjadi.

## 3. Prinsip Perhitungan Premi Murni

Premi asuransi adalah sejumlah uang yang dibayarkan oleh tertanggung kepada perusahaan asuransi sebagai kewajiban atas keikutsertaannya dalam asuransi. Pada prinsipnya premi asuransi merupakan nilai sekarang dari manfaat (*benefit*) yang ingin didapatkan oleh tertanggung pada jangka waktu yang telah disepakati sebelumnya.

## 4. Nilai Risiko (*Value at Risk*)

*Value at Risk* (VaR) menjadi standar ukuran risiko yang digunakan untuk mengevaluasi paparan risiko. Pada kasus umum, VaR adalah sejumlah modal yang dibutuhkan untuk memastikan, dengan tingkat derajat kepastian yang perusahaan tidak menjadi bangkrut secara teknis. Sehingga perhitungan VaR dapat menggunakan rumus sebagai berikut:

$$VaR_p(X) = p \times \sigma \times B \quad (1)$$

## 5. Konvolusi

Dalam Bowers et all,1997, konvolusi metode untuk menentukan distribusi jumlah peubah acak yang saling bebas. Jika peubah acak  $S = X + Y$  maka

$$F_s(S) = Pr(S \leq s) \\ = \sum_{Y \leq s} P_x(s - y)p_y(y) \quad (2)$$

dan fkp dari penjumlahan dua peubah acak yaitu

$$f_s(S) = \frac{d}{ds} \sum_{Y \leq s} P_x(s - y)f_y(y) \\ = \sum_{Y \leq s} p_x(s - y)p_y(y) \quad (3)$$

## 6. Klaim Agregasi

Berdasarkan jurnal klaim agregasi (Pramesti, 2011) model klaim individu diperoleh jika unit individu ke- $i$ , dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, N$  dipandang sebagai unit besar klaim individu ke- $i$  dan dinotasikan dengan  $X_i$  maka:

$$X = \{X_i\}_{i=1,2,3,\dots,N} \quad (4)$$

$X_i$  yang dapat diasumsikan berdistribusi kontinu merupakan peubah acak berdistribusi identik saling bebas. Kemudian pada model klaim agregasi diasumsikan mengikuti suatu distribusi campuran dengan klaim agregasi yang merupakan jumlahan dari  $N$  klaim individu yaitu:

$$S = \sum_{i=1}^N X_i \quad (5)$$

dengan  $N$  peubah acak yang menyatakan frekuensi klaim yang saling bebas.

Berdasarkan persamaan (5) dapat ditentukan fungsi distribusi kumulatif dari klaim agregasi sebagai berikut:

$$F_s(x) = P(S \leq x) \\ = P(X_1 + X_2 + \dots + X_N = x) \\ = \sum_{i=1}^x P(\{S = x\} | N = n_i) p(N = n_i) \\ = \sum_{n=0}^x P(X_1 + X_2 + \dots + X_N = x) p(N = n) \\ = \sum_{n=0}^x P^{*n}(x) p(N = n) \quad (6)$$

dengan

$$P^{*0}(x) = \begin{cases} 0 & , x \neq 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$$

dan berdasarkan persamaan (3) maka

$$P^{*n}(x) = \sum_{y \leq x} p(y)P^{*(n-1)}(x - y)$$

Kemudian dengan menggunakan cara yang sama dapat diperoleh fungsi densitas probabilitas (f<sub>s</sub>) sebagai berikut:

$$f_s(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p^{*n}(x) p(N = n) \quad (7)$$

Berdasarkan fungsi distribusi kumulatif klaim agregasi dapat ditentukan nilai ekspektasi dan varian klaim agregasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(S) &= E[E(S = x|N = n)] \\ &= \sum_n n E(S = x|N = n) p(N = n) \\ &= E(N) E(X) \end{aligned} \quad (8)$$

Sehingga dapat diperoleh varian klaim agregasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Var(S) &= E[E(S^2|N = n)] - (E(S))^2 \\ &= E(N)V(X) + (E(X))^2 V(N) \end{aligned} \quad (9)$$

## 7. Hasil dan Pembahasan

Pada penelitian ini akan diperoleh pemodelan klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi *Poisson* dan besar klaim berdistribusi *Rayleigh*. Dimana distribusi *Rayleigh* merupakan hal khusus dari distribusi Weibull ketika  $\beta = 2$  dan  $\alpha = \sqrt{\frac{2}{k}}$  dengan fungsi kepekatan peluang distribusi *Rayleigh* sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} kxe^{\left(\frac{-kx^2}{2}\right)}, & x \geq 0, k > 0 \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases} \quad (10)$$

Sehingga ekspektasi dan varian distribusi *Rayleigh* sebagai berikut:

$$E(X) = \sqrt{\frac{2}{k}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \quad (11)$$

$$Var(X) = \frac{2}{k} \left( \Gamma(2) - \Gamma^2\left(\frac{3}{2}\right) \right) \quad (12)$$

Kemudian f<sub>k</sub> dari distribusi *Poisson* sebagai berikut:

$$P(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad ; x = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

Maka ekspektasi dan varian distribusi *Poisson* sebagai berikut:

$$E(N) = \lambda \quad (14)$$

$$Var(N) = \lambda \quad (15)$$

Berdasarkan persamaan (7), (10), dan (13) dapat diperoleh model klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi *Poisson* dan besar klaim berdistribusi *Rayleigh* sebagai berikut:

$$f_s(x) = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left( \sum_{y \leq x} kye^{\left(\frac{-ky^2}{2}\right)} P^{*(n-1)}(x-y) \right) \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!} \right) \quad (16)$$

Kemudian berdasarkan persamaan (8), (9), (11), (12), (14), dan (15) dapat diperoleh ekspektasi dan varian klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi *Poisson* dan besar klaim berdistribusi *Rayleigh* sebagai berikut

$$E(S) = \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \frac{\lambda}{\sqrt{k}} \quad (17)$$

dan

$$Var(S) = \frac{2}{k} \Gamma(2) \lambda \quad (18)$$

Selanjutnya akan dilakukan simulasi pemodelan klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi *Poisson* dan besar klaim berdistribusi *Rayleigh* menggunakan *software* R. Pemodelan ini akan memperoleh nilai ekspektasi risiko yang merupakan premi murni total dan VaR yang merupakan risiko maksimum dari klaim agregasi yang berdistribusi *Rayleigh*. Simulasi dari pemodelan klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi *Poisson* dan besar klaim berdistribusi *Rayleigh* dilakukan dengan menggunakan data bangkitan jumlah klaim berdistribusi *Poisson* dan data besar klaim berdistribusi *Rayleigh*. Tetapi data besar klaim dibangkitkan dengan data yang berdistribusi Weibull. Karena distribusi *Rayleigh* merupakan hal khusus dari distribusi Weibull ketika k adalah parameter tunggal yang ekuivalen dengan distribusi Weibull  $\beta = 2$  dan  $\alpha = \sqrt{\frac{2}{k}}$ . Dalam penentuan model klaim agregasi akan ditentukan parameter yang cocok untuk data klaim agregasi dengan melakukan perbandingan dari tiga nilai parameter skala ( $\alpha$ ) yang berbeda dari distribusi

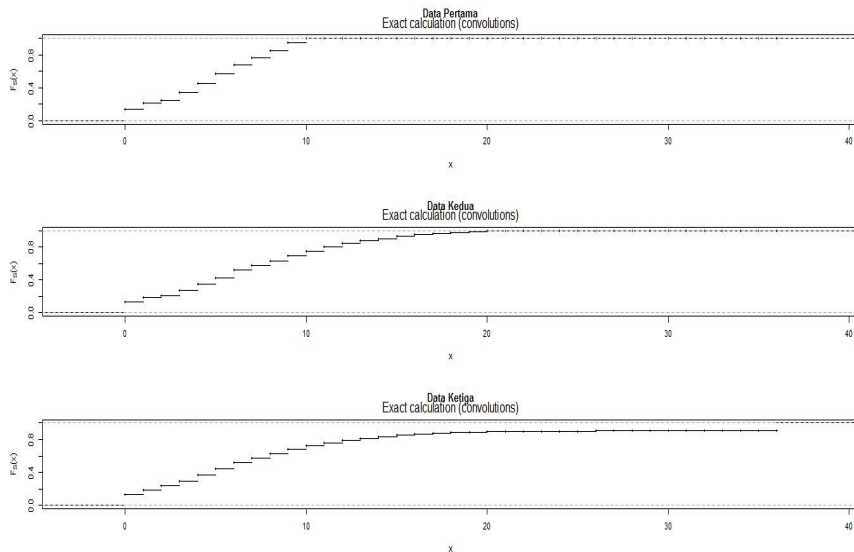
weibull yaitu 3, 4 dan 5. Sehingga untuk nilai parameter distribusi Rayleigh ( $k$ ) dengan  $k = \frac{2}{\alpha^2}$  dapat diperoleh sebagai berikut:

$$k_1 = \frac{2}{\alpha^2} = \frac{2}{3^2} = 0,222, \text{ untuk } \alpha = 3$$

$$k_2 = \frac{2}{\alpha^2} = \frac{2}{4^2} = 0,125, \text{ untuk } \alpha = 4$$

$$k_3 = \frac{2}{\alpha^2} = \frac{2}{5^2} = 0,08, \text{ untuk } \alpha = 5$$

Sehingga diperoleh hasil grafik klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi Poisson dan besar klaim berdistribusi Rayleigh menggunakan *software* R sebagai berikut:



**Gambar 1.** Plot CDF Data Klaim Agregasi Jumlah Klaim Berdistribusi Poisson dan Besar Klaim Berdistribusi Rayleigh menggunakan *software* R

Berdasarkan Gambar 1 terlihat bahwa *plot* cdf data kedua titik penyebaran data pmerata dan mengikuti arah persebaran data dengan mendekati nilai cdf 1. Bentuk *plot* cdf data kedua yang melandai ke arah positif menandakan bahwa *plot* cdf menyerupai *plot* cdf distribusi Rayleigh. Sehingga *plot* cdf data kedua yaitu data klaim agregasi pada jumlah klaim berdistribusi Poisson dengan parameter  $\lambda = 2$  dan besar klaim berdistribusi Rayleigh dengan parameter  $k = 0,125$  yang cocok dan dapat digunakan untuk penentuan nilai ekspektasi dan *value at risk* (VaR) data klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi Poisson dan besar klaim berdistribusi Rayleigh. Dari data kedua dapat diperoleh data perhitungan klaim agregasi pada jumlah klaim berdistribusi Poisson dengan parameter  $\lambda=2$  dan besar klaim berdistribusi Rayleigh dengan parameter  $k=0,125$  menggunakan *software* R sebagai berikut:

**Tabel 1.** Data Jumlah Klaim Berdistribusi Poisson dengan Parameter  $\lambda = 2$  dan Besar Klaim Berdistribusi

Jumlah klaim (n)	p(n)	Besar klaim (x)	f(x)	Banyak pemegang polis
0	0,135	0	0	21
1	0,270	3,463	0,204	20
2	0,270	7,029	0,040	24
3	0,180	2,804	0,214	23
4	0,090	1,487	0,161	7
5	0,036	2,026	0,196	3
6	0,012	2,080	0,108	2
Total	0,995	18,890	1,015	100

Rayleigh dengan Parameter  $k = 0,125$  Selama 1 Tahun Periode Asuransi dengan menggunakan *software* R



Berdasarkan Tabel 4.1 terlihat bahwa terdapat 21 nasabah yang mengeklaim 0 kali dengan besar klaim sebesar 0. Kemudian terdapat 20 nasabah yang mengeklaim 1 kali dengan besar klaim sebesar 3,463 dan terdapat 2 nasabah yang mengeklaim 6 kali dengan besar klaim sebesar 2,080. Dari data diatas terlihat dari 100 nasabah telah melakukan klaim sebanyak 192 klaim selama 1 tahun periode asuransi. Kemudian perhitungan premi murni total dan risiko maksimum dilakukan dengan menggunakan *software* R. Sehingga diperoleh nilai ekspektasi sebesar 7,588 dan *value at risk* (VaR) 95% sebesar 16 pada klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi Poisson dan besar klaim berdistribusi Rayleigh. Sehingga dari nilai nilai ekspektasi dan *value at risk* (VaR) 95% dapat diperoleh nilai premi murni total sebesar Rp 166.944.228,- dengan nilai premi murni per pemegang polis sebesar Rp 1.669.442,- dan risiko maksimum sebesar Rp 352.000.000,- dengan *benefit* Rp 22.000.000 dari 100 pemegang polis. Maka premi murni total dan risiko maksimum dari 100 pemegang polis ini dapat digunakan perusahaan asuransi untuk acuan perhitungan premi perusahaan asuransi kedepannya dengan asumsi kejadian klaim asuransi berikutnya tidak menyimpang dari kejadian klaim periode sebelumnya.

## 8. Kesimpulan

Dari hasil penelitian ini dapat diambil beberapa kesimpulan yaitu:

1. Model klaim agregasi dengan jumlah klaim berdistribusi Poisson dan besar klaim berdistribusi Rayleigh sebagai berikut:

$$f_s(x) = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left( \sum_{y \leq x} kye^{\left(\frac{-ky^2}{2}\right)} P^{*(n-1)}(x-y) \right) \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!} \right)$$

2. Nilai premi murni total dari 100 pemegang polis yang diperoleh dari perhitungan nilai ekspektasi klaim agregasi sebesar Rp 166.944.228,- dengan nilai premi murni per pemegang polis sebesar Rp 1.669.442,- dan risiko maksimum yang diperoleh dari perhitungan nilai VaR 95% klaim agregasi sebesar Rp 352.000.000,- dengan *benefit* Rp 22.000.000 menggunakan *software* R dari 100 pemegang polis.
3. Sehingga premi murni total dan risiko maksimum dapat digunakan perusahaan asuransi untuk acuan perhitungan premi perusahaan asuransi kedepannya dengan asumsi kejadian klaim asuransi berikutnya tidak menyimpang dari kejadian klaim periode sebelumnya.

## 9. Daftar Pustaka

- Afify, W. M. (2011). Clasisical Estimation of Mixed Rayleigh Distribution in Type1 Progressiv Concered. *Jurnal Teori Statistika dan Aplikasi*. 10: 619-632.
- Bain, L. J., & Engelhard, M. (1992) *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Ed. ke-2. PWS-KENT publishing Company. Boston.
- Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., & Nesbitt, C. J. (1997). *Actuarial Mathematics*. Ed. ke-2. The Society of Actuaries, Schaumburg, Illinois.
- Effendy, A. R. (2016). *Teori Risiko Aktuarial dengan Software R*. Universitas Gajah Mada Press. Yogyakarta.
- Hogg, R. V., & Craig, A. T. (1995). *Introduction to Mathematical Statistics*. Academic Press. New York.
- Pramesti, G. (2011). Distribusi Rayleigh untuk Klaim Agregasi. *Jurnal Media Statistika*. 4(2) : 106-109.
- Walpole, R.E. (1995). *Pengantar Statistika*. PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.
- Young, R Virginia. (2004). Encyclopedia of Actuarial Science. *John Wiley & Sons*, Ltd.